COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT-SOIXANTE-QUATORZIÈME.

JANVIER — JUIN 1922.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS et C^ie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1922

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1922

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Section Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

JORDAN (Marie-Ennemond-Camille), O. ✻.
APPELL (Paul-Émile), G. O. ✻.
PAINLEVÉ (Paul), ✻.
HADAMARD (Jacques-Salomon), ✻.
GOURSAT (Édouard-Jean-Baptiste), ✻.
BOREL (Félix-Édouard-Justin-Émile), O. ✻.

Section II. — *Mécanique.*

BOUSSINESQ (Joseph-Valentin), O. ✻.
SEBERT (Hippolyte), C. ✻
VIEILLE (Paul-Marie-Eugène), G. O. ✻.
LECORNU (Léon-François-Alfred), O. ✻.
KŒNIGS (Paul-Xavier-Gabriel), O. ✻.
MESNAGER (Augustin-Charles-Marie), O. ✻.

Section III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (Henri-Alexandre), O. ✻.
BIGOURDAN (Guillaume), O. ✻.
BAILLAUD (Édouard-Benjamin), C. ✻.
HAMY (Maurice-Théodore-Adolphe), ✻.
PUISEUX (Pierre-Henri), ✻.
ANDOYER (Marie-Henri), ✻.

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

Messieurs :

BERTIN (Louis-Émile), C. ✻.
LALLEMAND (Jean-Pierre, *dit* Charles), O. ✻.
FOURNIER (François-Ernest), G. C. ✻, ✠.
BOURGEOIS (Joseph-Émile-Robert), G. O. ✻.
FAVÉ (Louis-Eugène-Napoléon), C. ✻.
N. . . . .

SECTION V. — *Physique générale.*

VIOLLE (Louis-Jules-Gabriel), C. ✻.
BOUTY (Edmond-Marie-Léopold), O. ✻.
VILLARD (Paul), O. ✻.
BRANLY (Désiré-Eugène-Édouard), O. ✻.
BERTHELOT (Paul-Alfred-Daniel).
BRILLOUIN (Louis-Marcel), ✻.

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie.*

LEMOINE (Clément-Georges), O. ✻.
HALLER (Albin), G. O. ✻.
LE CHATELIER (Henry-Louis), C. ✻.
MOUREU (François-Charles-Léon), C. ✻.
BÉHAL (Auguste), C. ✻.
URBAIN (Georges), ✻.

SECTION VII. — *Minéralogie.*

BARROIS (Charles-Eugène), O. ✻.
DOUVILLÉ (Joseph-Henri-Ferdinand), O. ✻.
WALLERANT (Frédéric-Félix-Auguste), ✻.
TERMIER (Pierre-Marie), O. ✻.
LAUNAY (Louis-Auguste-Alphonse DE), O. ✻.
HAUG (Gustave-Émile), ✻.

SECTION VIII. — *Botanique.*

Messieurs :

GUIGNARD (Jean-Louis-Léon), C. ✻.
BONNIER (Gaston-Eugène-Marie), O. ✻.
MANGIN (Louis-Alexandre), C. ✻.
COSTANTIN (Julien-Noël), ✻.
LECOMTE (Paul-Henri), O. ✻.
DANGEARD (Pierre-Augustin-Clément), ✻.

SECTION IX. — *Économie rurale.*

ROUX (Pierre-Paul-Émile), G. C. ✻.
SCHLŒSING (Alphonse-Théophile), O. ✻.
MAQUENNE (Léon-Gervais-Marie), ✻.
LECLAINCHE (Auguste-Louis-Emmanuel), C. ✻.
VIALA (Pierre), O. ✻.
LINDET (Gaston-Aimé-Léon), C. ✻.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

RANVIER (Louis-Antoine), O. ✻.
BOUVIER (Louis-Eugène), O. ✻.
HENNEGUY (Louis-Félix), O. ✻.
MARCHAL (Paul-Alfred), O. ✻.
JOUBIN (Louis-Marie-Adolphe-Olivier-Édouard), O. ✻.
MESNIL (Félix-Étienne-Pierre), ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

ARSONVAL (Jacques Arsène D'), C. ✻.
LAVERAN (Charles Louis Alphonse), C. ✻.
RICHET (Robert-Charles), C. ✻.
QUÉNU (Édouard-André-Victor-Alfred), C. ✻.
WIDAL (Fernand-Georges-Isidore), G. O. ✻.
BAZY (Pierre-Jean-Baptiste), O. ✻.

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Messieurs :
PICARD (Charles-Émile), C. ✻, pour les sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-Alfred), O. ✻, pour les sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

FREYCINET (Louis-Charles DE SAULSES DE), O. ✻.
HATON DE LA GOUPILLIÈRE (Julien-Napoléon), G. O. ✻.
BONAPARTE (le prince Roland).
TISSERAND (Louis-Eugène), G. C. ✻.
BLONDEL (André-Eugène), O. ✻.
GRAMONT (le c[te] Antoine-Alfred-Arnaud-Xavier-Louis DE), O. ✻.
FOCH (le maréchal Ferdinand), G. C. ✻, ✠.
JANET (Paul-André-Marie), O. ✻.
BRETON (Jules-Louis).
N. . . . .

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (Paul), O. ✻, à Toulouse.
GOUY (Louis-Georges), ✻, à Lyon.
DEPÉRET (Charles-Jean-Julien), ✻, à Lyon.
FLAHAULT (Charles-Henri-Marie), O. ✻, à Montpellier.
KILIAN (Charles-Constant-Wilfrid), ✻, à Grenoble.
COSSERAT (Eugène-Maurice-Pierre), à Toulouse.

APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

LEBLANC (Charles-Léonard-Armand-Maurice), ✻, à Paris.
RATEAU (Camille-Edmond-Auguste), O. ✻, à Paris.
CHARPY (Augustin-Georges-Albert), ✻, à Paris.
CHARDONNET (le c[te] Louis-Marie-Hilaire BERNIGAUD DE), ✻, à Paris.
LUMIÈRE (Louis-Jean), C. ✻, à Lyon.
LAUBEUF (Alfred-Maxime), O. ✻, à Paris.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

ALBERT Ier (S. A. S.), prince souverain de Monaco, G. C. *.
VAN DER WAALS (Joannes Diderik), à Amsterdam.
LANKESTER (Sir Edwin Ray), à Londres.
LORENTZ (Hendrik Antoon), à Haarlem (Pays-Bas).
GEIKIE (Sir Archibald), O. *, à Haslemere, Surrey.
VOLTERRA (Vito), C. *, à Rome.
HALE (George Ellery), à Mount Wilson Observatory (Californie).
THOMSON (Sir Joseph John), à Cambridge (Angleterre).
WALCOTT (Charles Doolittle), à Washington.
CIAMICIAN (Giacomo), *, à Bologne.
MICHELSON (Albert Abraham), à Chicago.
N. . . . .

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

MITTAG-LEFFLER (Magnus Gustaf), C. *, à Djursholm (Suède).
NŒTHER (Max), à Erlangen.
GUICHARD (Claude), à Paris.
HILBERT (David), à Göttingen.
LA VALLÉE POUSSIN (Charles-Jean-Gustave-Nicolas DE), à Louvain.
BIANCHI (Luigi), à Pise.
LARMOR (Sir Joseph), à Cambridge (Angleterre).
DICKSON (Leonard Eugene), à Chicago.
RIQUIER (Charles-Edmond-Alfred), à Caen (Calvados).
N. . . . .

Section II. — *Mécanique* (10).

Messieurs :

WITZ (Marie-Joseph-Aimé), à Lille.
LEVI-CIVITA (Tullio), à Rome.
SCHWOERER (Émile), ✻, à Colmar.
SPARRE (le comte Magnus-Louis-Marie DE), à Lyon.
ARIÈS (Louis-Marie-Joseph-Emmanuel), O. ✻, à Versailles.
WADDELL (John Alexander Low), à Kansas City (Missouri).
TORRES QUEVEDO (Leonardo), à Madrid.
GREENHILL (Sir George), à Londres.
ANDRADE (Jules-Frédéric-Charles), à Besançon.
N. . . . .

Section III. — *Astronomie* (16).

STEPHAN (Jean-Marie-Édouard), O. ✻, à Marseille.
VAN DE SANDE BAKHUYZEN (Hendrik Gerardus), C. ✻, à Leyde (Pays-Bas).
CHRISTIE (Sir William Henry Mahoney), à Down (Angleterre).
TURNER (Herbert Hall), à Oxford.
KAPTEYN (Jacobus Cornelius), ✻, à Groningue (Pays-Bas).
VERSCHAFFEL (Aloys), à Abbadia (Basses-Pyrénées).
LEBEUF (Auguste-Victor), ✻, à Besançon.
DYSON (Sir Frank Watson), à Greenwich.
GONNESSIAT (François), ✻, à Alger.
CAMPBELL (William Wallace), à Mount Hamilton (Californie).
FABRY (Louis), à Marseille.
FOWLER (Alfred), à Londres.
BROWN (Ernest William), à New-Haven (Connectitut).
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

Section IV. — *Géographie et Navigation* (10).

TEFFÉ (le baron DE), à Petropolis (Brésil).
NANSEN (Fridtjof), C. ✻, à Lysaker (Norvège).

Messieurs :

COLIN (Édouard-Élie), *, à Tananarive.
HEDIN (Sven Anders), à Stockholm.
HILDEBRAND HILDEBRANDSSON (Hugo), C. *, à Upsal.
DAVIS (William Morris), *, à Cambridge (Massachusetts).
AMUNDSEN (Roald), G. O. *, à Kristiania.
TILHO (Jean-Auguste-Marie), O. *, à Paris.
LECOINTE (Georges), C. *, à Uccle (Belgique).
WATTS (Sir Philip), à Londres.

SECTION V. — *Physique générale* (10).

BLONDLOT (Prosper-René), O. *, à Nancy.
BENOÎT (Justin-Miranda-René), O. *, à Courbevoie.
GUILLAUME (Charles-Édouard), O. *, à Sèvres.
ARRHENIUS (Svante August), G. O. *, à Stockholm.
MATHIAS (Émile-Ovide-Joseph), *, à Clermont-Ferrand.
DEWAR (Sir James), à Cambridge (Angleterre).
ONNES (Hecke Kamerlingh), à Leyde (Pays-Bas).
WEISS (Pierre) *, à Strasbourg.
RUTHERFORD (Sir Ernest), à Cambridge (Angleterre).
ZEEMAN (Pieter), à Amsterdam.

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10).

FORCRAND DE COISELET (Hippolyte-Robert DE), *, à Montpellier.
GUYE (Philippe-Auguste), *, à Genève.
GUNTZ (Antoine-Nicolas), *, à Nancy.
GRAEBE (Carl), à Francfort-sur-le-Main.
BARBIER (François-Antoine-Philippe), O. *, à Bandol (Var).
GRIGNARD (François-Auguste-Victor), O. *, à Lyon.
WALDEN (Paul), à Riga.
SOLVAY (Ernest-Gaston), G. O. *, à Bruxelles.
PATERNÓ DI SESSA (le marquis Emanuele), G. O. *, à Rome.
PERKIN (William Henry), à Oxford (Angleterre).

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

Messieurs :

TSCHERMAK (Gustav), à Vienne (Autriche).
BRÖGGER (Waldemar Christofer), C. ✱, à Kristiania.
HEIM (Albert), à Zurich.
LEHMANN (Otto), à Karlsruhe.
GROSSOUVRE (Marie-Félix-Albert DURAND DE), O. ✱, à Bourges.
BECKE (Friedrich Johann Karl), à Vienne (Autriche).
FRIEDEL (Georges), O. ✱, à Grafenstaden (Alsace).
BIGOT (Alexandre-Pierre-Désiré), ✱, à Caen.
LUGEON (Maurice), O. ✱, à Lausanne.
N. . . . .

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

WARMING (Johannes Eugenius Bülow), à Copenhague.
ENGLER (Heinrich Gustav Adolf), à Dahlem, près de Berlin.
DE VRIES (Hugo), à Lunteren (Pays-Bas).
VUILLEMIN (Jean-Paul), à Malzéville (Meurthe-et-Moselle).
BATTANDIER (Jules-Aimé), à Alger.
SAUVAGEAU (Camille-François), à Bordeaux.
CHODAT (Robert-Hippolyte), ✱, Palmella, Pinchat, près de Genève.
LECLERC DU SABLON (Albert-Mathieu), à Vénéjan (Gard).
MASSART (Jean), à Etterbeek-Bruxelles.
N. . . . .

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

GAYON (Léonard-Ulysse), O. ✱, à Bordeaux.
WINOGRADSKI (Serge), à Pétrograd.
GODLEWSKI (Emil), à Cracovie.
PERRONCITO (Eduardo), O. ✱, à Turin.
WAGNER (Paul), à Darmstadt.
IMBEAUX (Charles-Édouard-Augustin), O. ✱, à Nancy.
BALLAND (Joseph-Antoine-Félix), O. ✱, à Saint-Julien (Ain).

Messieurs :

NEUMANN (Louis-Georges), O. ❋, à Saint-Jean-de-Luz (Basses-Pyrénées).
TRABUT (Louis), ❋, à Alger.
EFFRONT (Jean), à Bruxelles.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

SIMON (Eugène-Louis), ❋, à Paris.
LŒB (Jacques), à New-York.
RAMON CAJAL (Santiago), C. ❋, à Madrid.
BOULENGER (George-Albert), à Londres.
BATAILLON (Jean-Eugène), O. ❋, à Strasbourg.
CUÉNOT (Lucien-Claude), ❋, à Nancy,
VAYSSIÈRE (Jean-Baptiste-Marie-Albert), à Marseille.
BRACHET (Albert-Toussaint-Joseph), ❋, à Bruxelles.
LAMEERE (Auguste-Alfred-Lucien-Gaston), à Saint-Gilles-lez-Bruxelles.
VIGUIER (Antoine-François-Camille), ❋, à Alger.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

CALMETTE (Léon-Charles-Albert), C. ❋, à Paris.
MANSON (Sir Patrick), à Clonbur (Angleterre).
PAVLOV (Jean Petrovitch), à Pétrograd.
YERSIN (Alexandre-John-Émile), C. ❋, à Nha-Trang (Annam).
BERGONIÉ (Jean-Alban), C. ❋, à Bordeaux.
DEPAGE (Antoine), à Bruxelles.
BRUCE (Sir David), à Londres.
WRIGHT (Sir Almroth Edward), à Londres.
NICOLLE (Charles-Jules-Henri), O. ❋, à Tunis.
BORDET (Jules-Jean-Baptiste-Vincent), O. ❋, à Bruxelles.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 3 JANVIER 1922.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE, PUIS DE M. ÉMILE BERTIN.

M. **Georges Lemoine**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1921.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1er janvier 1922.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les tomes 167 (2e semestre de l'année 1918) et 168 (1er semestre 1919) sont parus avec leurs tables et ont été mis en distribution.

Les numéros des 2e semestre de l'année 1919, 1er et 2e semestres de l'année 1920, 1er et 2e semestres de l'année 1921 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le tome LVII, 2e série, est sous presse.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835. — Le tome IX, années 1828-1831, a été mis en distribution.

Le tome X, années 1832-1835, est sous presse.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1922 est paru et est mis en distribution au cours de cette séance.

Les deux volumes de M. A. Lacroix : *Déodat Dolomieu, Membre de l'Institut national* (1751-1801), ont été mis en distribution.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1921.

Section de Géométrie. — M. **Georges Humbert**, à Paris, le 22 janvier.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Alfred Grandidier**, à Paris, le 13 septembre.

Section de Physique générale. — M. **G. Lippmann**, en mer au retour d'une mission au Canada, le 12 juillet.

Section de Chimie. — M. **Émile Bourquelot**, à Paris, le 26 janvier.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Edmond Perrier**, à Paris, le 31 juillet.

Académiciens libres. — M. **J. Carpentier**, à Joigny, Yonne, le 30 juin.

Membres élus depuis le 1er janvier 1921.

Section de Géométrie. — M. **Émile Borel**, le 11 avril, en remplacement de M. Georges Humbert, décédé.

Section de Physique générale. — M. **Marcel Brillouin**, le 21 novembre, en remplacement de M. G. Lippmann, décédé.

Section de Chimie. — M. **Auguste Béhal**, le 31 janvier, en remplacement de M. Armand Gautier, décédé; M. **Georges Urbain**, le 9 mai, en remplacement de M. Émile Bourquelot, décédé.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Louis Joubin**, le 14 février, en remplacement de M. Yves Delage, décédé; M. **Félix Mesnil**, le 5 décembre, en remplacement de M. Edmond Perrier, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Pierre Bazy**, le 24 janvier, en remplacement de M. Félix Guyon, décédé.

Membres à remplacer.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Alfred Grandidier**, décédé à Paris, le 13 septembre 1921.

Académiciens libres. — M. **J. Carpentier**, décédé à Joigny, Yonne, le 30 juin 1921.

Associés étrangers. — M. **Simon Schwendener**, décédé à Berlin, le 27 mai 1919.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1921.

Pour la Section de Géométrie. — M. **H. A. Schwarz**, à Berlin-Grunewald, le 30 novembre.

Pour la Section de Mécanique. — M. **Vallier**, à Versailles, le 29 mars; M. **Henry Parenty**, à Paris, le 16 décembre.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Gaillot**, à Chartres, le 4 juin.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1921.

Pour la Section de Mécanique. — Sir **George Greenhill**, à Londres, le 14 mars, en remplacement de M. Voigt, décédé; M. **Jules Andrade**, à Besançon, le 2 novembre, en remplacement de Vallier, décédé.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Ernest W. Brown**, à New-Haven, le 31 janvier, en remplacement de M. Pickering, décédé.

Pour la Section de Physique générale. — Sir **Ernest Rutherford**, à Cambridge, Angleterre, le 21 février, en remplacement de M. Albert Michelson, élu associé étranger; M. **Pieter Zeeman**, à Amsterdam, le 19 décembre, en remplacement de M. Auguste Righi, décédé.

Pour la Section de Botanique. — M. **Jean Massard**, à Bruxelles, le 23 mai, en remplacement de M. Pfeffer, décédé.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Jules Bordet**, à Bruxelles, le 21 février, en remplacement de M. Pierre Morat, décédé.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de Géométrie. — M. **H. A. Schwarz**, décédé à Berlin-Grunewald, le 30 novembre 1921.

Pour la Section de Mécanique. — M. **Henry Parenty**, décédé à Paris, le 16 décembre 1921.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Georges Ellery Hale**, élu Associé étranger le 10 mars 1919; Sir **Norman Lockyer**, décédé à Salcombe Regis, Sidmouth, Angleterre, le 16 août 1920; M. **Gaillot**, décédé à Chartres, le 4 juin 1921.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Œhlert**, décédé à Laval, le 17 septembre 1920.

Pour la Section de Botanique. — M. **Boudier**, décédé à Blois, le 4 février 1920.

En prenant possession du fauteuil de la présidence, M. **E. Bertin** s'exprime en ces termes :

Mes chers et très honorés Confrères,

Je tiens tout d'abord, pour inaugurer mes nouvelles fonctions, à vous remercier de l'honneur que vous m'avez fait en m'élisant Président de l'Académie des Sciences; j'y ai été infiniment sensible.

Je m'associe au souhait exprimé par mon éminent prédécesseur et vieil ami au sujet du silence désirable qui permettrait de mieux entendre les Communications faites à l'Académie. Ce silence est d'autant plus désirable que l'acoustique de notre salle est plus défectueuse et que l'auditoire est disposé longitudinalement, tandis que les orateurs parlent dans le sens transversal.

La sonnette présidentielle est quelque peu impuissante à dominer le bruit des conversations. Je serai cependant obligé de m'en contenter, à défaut de la *Savoyarde*, difficile à faire descendre de la basilique de Montmartre.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les propriétés distinctives des amylases de différentes provenances.* Note [1] de M. Jean Effront.

L'étude de l'individualité des différentes amylases exige une méthode qui permette de doser leur pouvoir liquéfiant. C'est pourquoi nous avons

[1] Séance du 27 décembre 1921.

substitué aux méthodes courantes, qui ne fournissent que des données approximatives, une méthode nouvelle basée sur l'action coagulante de l'iode sur l'amidon, qui permet de suivre les réactions dans leurs phases intermédiaires.

On introduit, dans une série de tubes contenant 2^{cm^3} d'un empois à 1 pour 100 de fécule de pommes de terre, 2^{cm^3} des substances actives à des concentrations différentes. On chauffe au bain-marie le mélange à la température optima de la diastase employée : 40° ou 60°. A intervalles de 5 minutes, on prélève deux grandes gouttes ($0^{cm^3},2$) de chaque tube et on les réunit, dans les godets d'une plaque en porcelaine à une goutte ($0^{cm^3},05$) d'iode $\frac{N}{10}$. Dans le godet réservé à l'essai témoin qui est fait sans diastase, l'amidon se trouve précipité sous forme de grands flocons bleus nageant dans un liquide jaune. On observe dans les autres godets le commencement de l'action de la substance active sur l'amidon, en constatant la diminution de la grandeur des grains colorés en bleu, qui se forment. Dans la phase suivante les grains ont encore diminué, mais le liquide est devenu bleu, et dans la phase finale le liquide bleu est complètement exempt de grains, ainsi que de tous débris.

L'étude de diverses amylases, par cette méthode, est résumée dans le tableau suivant. (Nous indiquons par P. L. et P. S. le pouvoir liquéfiant et le pouvoir saccharifiant par heure et par gramme de substance employée; par P. S. M. l'intensité d'hydrolyse qui se manifeste en présence d'un grand excès de diastase après 5 heures d'action à la température optima.)

Provenance de la diastase.	Dilution.	P.L.	P.S.	P.S.M.	$100\frac{P.S}{P.L}$.
1. Pancréatine..........	2 400 000	6000	61,60	71	1,01
2. Taka-diastase........	80 000	480	6,10	»	1,27
3. *Mesentericus* amylase.	43 000	200	9,25	41	4,62
4. Orge malté..........	32 000	40	2,92	72	7,3
5. Salive..............	5 000	40	0,43	72	1,09
6. Urine...............	120	0,12	0,001	71	0,83
7. Orge................	40	0,025	0,56	44	2400
8. Avoine..............	55	0,1	0,63	48	630
9. Son de riz...........	400	0,3	0,4	45	133
10. Graine d'arachide....	430	0,5	0,45	51	90
11. Feuilles de poirier ...	20	0,033	0,004	45	12
12. Feuilles de syringa...	3	0,015	»	»	»
13. Mâche..............	12	0,3	0,031	35	11
14. Laitue..............	12	0,03	»	43	»
15. Chicorée............	2	0,003	»	»	»
16. Cresson.............	5	0,01	0,001	42	01

Les propriétés individuelles des amylases se reflètent surtout dans le

rapport entre P. S. et P. L. Une unité de diastase capable de liquéfier en une heure 100^g d'amidon, fournit dans le même temps des quantités très variables de maltose (1^g à 2240^g). L'individualité des amylases se manifeste aussi dans leur température optima et leur thermostabilité.

Pouvoirs liquéfiants comparatifs à des températures de 20° à 100°.

Provenance de la diastase.	20°.	40°.	60°.	70°.	95°.	100°
1. Orge malté	6	33	100	50	0	0
2. Salive	67	100	86	0	0	0
3. Urine	40	100	80	»	»	»
4. *Mesentericus* amylase (¹)	50	100	80	85	0,3	0
5. Pancréatine	44	100	33	2	0	0
6. Taka-diastase	20	100	29	8	0	0
7. Orge	60	100	21	9	0	0
8. Ricin malté	13	33	100	96	13	3
9. Endive	62	100	90	»	133	très actif
10. Laitue	15	41	100	»	45	»
11. Cresson	62	100	40	160	70	3
12. Chicorée	55	100	80	»	»	»
13. Mâche	9	43	100	70	70	20

Pour les températures de 20° à 60°, la vitesse de la réaction a été déterminée en mettant directement l'amidon en présence de la substance active. Pour les températures supérieures à 60°, la diastase a été préalablement maintenue 15 minutes à la température indiquée.

Pour constater la thermostabilité des amylases, il faut se placer dans des conditions spéciales. Le suc des herbes porté à des températures de plus de 60° se trouble plus ou moins fortement. Ces liquides troubles sont généralement peu ou pas actifs, mais deviennent actifs si on les filtre sur papier. Souvent le P. L. et le P. S. des liquides chauffés et ensuite filtrés sont très supérieurs à ceux des liquides qui n'ont pas été préalablement chauffés.

Influence de la filtration sur le P. L. des diastases.

Provenance de l'amylase.	Diastase non chauffée et filtrée.	Diastase 15' à 65°		Diastase 15' à 95°		Diastase 1' à 100°	
		non filtrée.	filtrée.	non filtrée.	filtrée.	non filtrée.	filtrée.
Endive..	100	62	62	13	210	0	actif
Laitue..	100	64	450	50	45	0	45
Cresson.	100	15	146	0	53	0	actif
Mâche..	100	60	85	20	75	0	5

La régénération de l'activité d'une enzyme à la température de 100° a

(¹) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 415.

déjà été constatée par Durieux, G. Bertrand et Rosenblatt [1]. La levure de bière desséchée fournit un suc qui, chauffé à 80°, perd son pouvoir sur le saccharose. Le même suc porté à 100° se montre très riche en sucrase. Durieux explique cette thermorégénération par la coagulation de l'albumine à 80°, coagulation qui a immobilisé la sucrase, laquelle est remise en liberté à l'ébullition. Cette interprétation ne peut pas s'appliquer aux cas que nous avons étudiés où tout se passe comme si dans le liquide actif se trouvait un corps entravant l'action de la diastase. La température exalte cette action, mais fait changer en même temps l'état physique de la substance retardatrice, qui dès lors acquiert la propriété d'adhérer au filtre. Nous avons eu l'occasion d'observer des phénomènes du même ordre avec la ptyaline, mais ici c'est la diastase et non la substance retardatrice qui se trouve retenue par le filtre.

P. L. comparatifs d'une salive à $\frac{1}{300}$ avant et après filtration.

	Salive portée 15' à 60°			Salive portée 15' à 65°	
Salive non chauffée et filtrée.	avant filtration.	après filtration à froid.	après filtration à 60°.	avant filtration.	après filtration à 65°.
100.....	35	6	0	25	0

La salive portée à 60° reste complètement limpide, mais il résulte de l'effet qu'exerce la filtration que la température fait subir à la ptyaline des modifications physiques très profondes, qui se manifestent par le changement de ses propriétés d'adhérence.

En résumé, les amylases de différentes provenances se distinguent par le rapport entre leur P. L. et leur P. S., par l'intensité de leur P. S., par leur température optima, par leur action à la température de 20° et par leur résistance aux températures de 70°, 95° et 100°. La salive et les diastases des herbes portées à la température de 60° et plus montrent une sensibilité très grande aux effets de la filtration. Le passage par les pores du filtre régénère dans certains cas l'activité, affaiblie sous l'action de la chaleur; dans d'autres cas il conduit à une action diamétralement opposée. On peut présumer que ce phénomène est dû à l'action de la chaleur sur les divers colloïdes contenus dans les diastases : la substance active, ainsi que les substances retardatrices de nature colloïdale qui l'accompagnent, acquièrent sous certaines conditions la propriété d'adhérer à des substances poreuses.

---

(1) Durieux, *Bull. Soc. chim. belg.*, avril 1914. — G. Bertrand et Rosenblatt, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1455.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Agriculture** invite l'Académie à désigner six de ses Membres qui feront partie du Conseil d'administration de l'*Institut des recherches agronomiques*, créé par la loi du 30 avril 1921 et organisé par décret en date du 26 décembre 1921.

L'**Académie royale de Belgique** invite l'Académie à participer aux solennités qui auront lieu à l'occasion du cent-cinquantième anniversaire, qui sera célébré le 24 mai 1922.

L'Académie délègue son Bureau.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Études sur l'organisation et le développement des Lombriciens limicoles thalassophiles.* (Présenté par M. F. Mesnil.)

2° Carl.-Aug. Nilsson-Cantell. *Cirripeden-Studien. Zur Kenntnis der Biologie, Anatomie und Systematik dieser Gruppe.*

3° Erik A : son Stensiö. *Triasic Fishes from Spitzbergen.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les familles quasi-normales.* Note de M. **Paul Montel.**

1. Considérons une famille de fonctions $f(x)$ holomorphes dans un domaine connexe (D) : nous dirons que cette famille est *quasi-normale* dans ce domaine si, de toute suite infinie de fonctions de cette famille

$$f_1(x),\quad f_2(x),\quad \ldots,\quad f_n(x),\quad \ldots,$$

on peut extraire une suite partielle convergeant uniformément à l'intérieur de (D), *sauf autour d'un nombre limité de points*, vers une fonction holomorphe ou une constante finie ou infinie. Les points de convergence non uniforme seront appelés *points irréguliers.*

Si le nombre des points irréguliers ne dépasse pas l'entier p, nous dirons que la famille est *quasi-normale d'ordre p*; lorsque $p=0$, la famille est normale.

Lorsqu'une famille quasi-normale est composée de fonctions ne prenant pas plus de p fois la valeur zéro, cette famille est quasi-normale d'ordre p au plus; en particulier, si $p=0$, c'est-à-dire si zéro est une valeur exceptionnelle, la famille est normale.

On peut énoncer la proposition suivante qui est fondamentale dans l'étude des familles quasi-normales : *La famille des fonctions $f(x)$ holomorphes dans le domaine* (D), *telles que $f(x)$ n'ait pas plus de p zéros et que $f(x)-1$ n'ait pas plus de q zéros dans ce domaine, est une famille quasi-normale dont l'ordre ne dépasse pas le plus petit des deux nombres p et q.*

En particulier, si p ou q est nul, c'est-à-dire si les fonctions admettent une valeur exceptionnelle, la famille est normale.

2. Il est utile de connaître des cas où l'on peut affirmer qu'une famille quasi-normale est normale et bornée. Voici des propositions indiquant certains de ces cas.

Une famille quasi-normale d'ordre p de fonctions holomorphes et bornées en $p+1$ points fixes d'un domaine (D) *est une famille normale et bornée dans ce domaine.*

Une famille quasi-normale d'ordre p formée de fonctions holomorphes ne prenant pas plus de p fois la valeur zéro et dont les $p+1$ premiers coefficients de leurs développements en série de Taylor autour d'un point fixe du domaine (D) sont bornés, est une famille normale et bornée dans ce domaine.

Cette proposition est un cas particulier du théorème suivant :

Soient $x_1, x_2, \ldots, x_k$ les affixes de k points fixes intérieurs à (D), *et supposons que les nombres*

$$\begin{array}{llll} f(x_1), & f'(x_1), & \ldots, & f^{(\alpha_1-1)}(x_1); \\ f(x_2), & f'(x_2), & \ldots, & f^{(\alpha_2-1)}(x_2); \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots; \\ f(x_k), & f'(x_k), & \ldots, & f^{(\alpha_k-1)}(x_k) \end{array}$$

soient les mêmes ou, plus généralement, soient bornés pour toutes les fonctions $f(x)$ qui forment une famille quasi-normale et ne prennent pas plus de p fois la valeur zéro; si

$$\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_k \geqq p+1,$$

la famille de ces fonctions est normale et bornée.

3. Appliquons les résultats précédents aux fonctions qui ne prennent pas plus de p fois la valeur zéro ni la valeur un. Ces fonctions ont alors leurs modules bornés par un nombre Ω dans tout domaine (D′) intérieur à (D) :

1° si les valeurs de $f(x)$ sont fixées ou bornées en $p+1$ points intérieurs à (D);

2° si les valeurs de $f(x)$ et de ses p premières dérivées sont fixées ou bornées en un point intérieur à (D);

3° plus généralement, si l'on fixe ou si on limite supérieurement les modules de $f(x)$ et d'un certain nombre de ses dérivées en plusieurs points du domaine, de telle sorte qu'il existe un polynome de degré p, prenant en ces points, ainsi que ses dérivées, les mêmes valeurs que $f(x)$ et ses dérivées.

Dans tous les cas, lorsque les domaines (D) et (D′) sont déterminés, le nombre Ω ne dépend que des affixes des points donnés et des valeurs données, ou des limites supérieures de leurs modules.

En particulier, supposons que les domaines (D) et (D′) soient des cercles concentriques dont le centre est à l'origine et soit

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_p x^p + \ldots :$$

Les fonctions $f(x)$ holomorphes dans le cercle (D) où elles ne prennent pas plus de p fois la valeur zéro ni la valeur un et pour lesquelles les $p+1$ premiers coefficients a_0, a_1, ..., a_p sont fixes ont leurs modules bornés dans (D′) par un nombre Ω.

Il en est de même si les modules de a_0, a_1, ..., a_p sont seulement bornés.

Si $p = 0$, nous retrouvons le théorème de M. Schottky, relatif aux fonctions qui ne prennent ni la valeur zéro ni la valeur un, théorème dont la proposition précédente est une généralisation.

On peut obtenir aussi une extension parfaite du théorème correspondant de M. Landau.

ALGÈBRE. — *Sur la généralisation des fractions continues.* Note de M. **Auric.**

On connaît le rôle capital que devraient jouer les développements en fractions continues dans la théorie des nombres arithmétiques ou algébriques et l'on sait combien Hermite attachait d'importance à l'établissement d'un algorithme qui aurait été une généralisation rationnelle de celui des fractions continues.

Soit dans ses œuvres, soit dans sa correspondance avec Stieltjes (voir notamment la lettre n° 408, t. II, p. 389), Hermite revient à plusieurs reprises sur les recherches qu'il avait entreprises à ce sujet et qui, dit-il, « n'ont cessé pendant plus de cinquante ans de le préoccuper et aussi de le désespérer ».

Les difficultés rencontrées par Hermite et par ses continuateurs semblent tenir surtout à ce qu'ils ont abordé de front le calcul et l'étude des tableaux (déterminants ou matrices) qui sont la représentation explicite d'un système de formes linéaires, tandis qu'il eût été évidemment préférable et plus simple de commencer par l'étude du point représentatif d'une forme linéaire; de même qu'en géométrie analytique l'étude des coordonnées précède toujours celle des systèmes de droites.

La théorie des fractions continues ordinaires peut s'exposer comme il suit :

On considère deux nombres quelconques $a_0\, a_1$ appartenant soit au domaine réel, soit au domaine complexe.

On considère alors l'équation

$$a_0 - x_1 a_1 = 0,$$

et l'on choisit l'entier λ_1 le plus rapproché de x_1

$$x_1 = \lambda_1 + \varepsilon_1 \quad \text{avec} \quad |\varepsilon_1| < \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\sqrt{2}}{2},$$

suivant le domaine dans lequel on se trouve.

On posera alors pour définir l'élément suivant a_2

$$a_0 - \lambda_1 a_1 + a_2 = 0.$$

On résoudra de même l'équation

$$a_1 - x_2 a_2 = 0,$$

et en prenant l'entier λ_2 le plus rapproché de x_2, on posera pour définir l'élément suivant a_3

$$a_1 - \lambda_2 a_2 + a_3 = 0,$$

et ainsi de suite.

On peut dire que la suite

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots$$

représente la fraction continue issue du quotient $\frac{a_0}{a_1}$.

Il est facile de généraliser cette théorie en partant d'une suite à plusieurs éléments initiaux, quatre par exemple.

Considérons quatre éléments consécutifs

$$a_i, \quad a_{i+1}, \quad a_{i+2}, \quad a_{i+3}.$$

On déterminera les entiers λ_{i+1}, μ_{i+2}, ν_{i+3}, de manière à rendre minima es modules des expressions suivantes :

$$a_i - \lambda_{i+1} a_{i+1},$$
$$a_i - \lambda_{i+1} a_{i+1} + \mu_{i+2} a_{i+2},$$
$$a_i - \lambda_{i+1} a_{i+1} + \mu_{i+2} a_{i+2} - \nu_{i+3} a_{i+3},$$

et l'élément suivant a_{i+4} sera défini par la relation

$$a_i - \lambda_{i+1} a_{i+1} + \mu_{i+2} a_{i+2} - \nu_{i+3} a_{i+3} + a_{i+4} = 0.$$

On prend les termes de cette relation alternativement positifs et négatifs afin que les déterminants des substitutions aient constamment pour valeur $+1$.

Dans le cas où tous les coefficients λ_i et μ_i sont pris égaux à zéro on retombe sur un développement que nous avons indiqué antérieurement ([1]).

Jusqu'ici on n'a considéré qu'une suite d'éléments initiaux. Mais les principes exposés permettent de traiter également le cas de deux ou de plusieurs suites.

Considérons, par exemple, deux séries de trois éléments initiaux

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2,$$
$$b_0, \quad b_1, \quad b_2.$$

On résoudra les équations

$$a_0 - x_1 a_1 + y_2 a_2 = 0,$$
$$b_0 - x_1 b_1 + y_2 b_2 = 0.$$

On prendra les entiers λ_1, μ_2 les plus rapprochés respectivement de x_1, y_2.

On définira alors a_3 et b_3 par les relations de récurrence

$$a_0 - \lambda_1 a_1 + \mu_2 a_2 - a_3 = 0,$$
$$b_0 - \lambda_1 b_1 + \mu_2 b_2 - b_3 = 0.$$

De même les éléments a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 seront utilisés pour la déter-

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 135, 1902, p. 950, et t. 141, 1905, p. 499.

mination de a_4 et de b_4 au moyen de deux équations récurrentes

$$a_1 - \lambda_2 a_2 + \mu_3 a_3 - a_4 = 0,$$
$$b_1 - \lambda_2 b_2 + \mu_3 a_3 - b_4 = 0,$$

et ainsi de suite.

Il sera facile de passer au cas général de h suites formées par $h + k$ éléments initiaux; on obtiendra ainsi une méthode systématique pour la résolution exacte ou approchée d'équations quelconques, ce qui permettra de retrouver et de généraliser les résultats déjà obtenus par Hermite et par Minkowski.

MÉCANIQUE. — *Sur les principes de la Balistique intérieure.* Note de MM. GOSSOT et LIOUVILLE, présentée par M. Vieille.

Les théories, actuellement proposées pour la Balistique intérieure, appartiennent à deux classes distinctes. Les unes demandent à l'expérience directe toutes les propriétés des poudres et ne se permettent aucune modification : elles aboutissent à des équations différentielles non intégrables, dont elles déduisent cependant toutes les règles nécessaires à la pratique. Les autres retouchent aux résultats fournis par l'expérience pour être ramenées au seul cas où les équations de la Balistique se laissent intégrer; elles en concluent la forme des fonctions balistiques et, grâce à certains coefficients d'adaptation, plient les formules à une représentation partielle des faits.

Dans une étude récente [1], on a désigné ces deux systèmes sous les noms d'*École de la compensation* et d'*École de l'intégration;* nous adoptons, dans ce qui va suivre, cette manière de parler.

La vitesse de combustion des poudres change avec la pression. L'expérience en vase clos montre qu'elle varie comme la puissance $\frac{2}{3}$ de la pression et ce résultat est accepté tel quel par l'École de la compensation. L'autre École a besoin, pour l'intégration, d'adopter la puissance 1 et la différence entre cet exposant et la réalité ne lui paraît pas suffisante pour en empêcher le choix. La divergence entre ces deux points de vue a pu paraître d'importance secondaire, tant qu'on ne s'était pas heurté à des constatations contraires à l'un d'eux. Mais nous avons signalé, dès 1907, une consé-

---

[1] *Note sur l'état actuel de la Balistique intérieure*, par le capitaine DESMAZIÈRES (Berger-Levrault, 1920).

quence inattendue des formules préconisées par l'École de l'intégration : Quand on tire, dans une même bouche à feu, des poudres de lenteurs et de charges croissantes, sous une même pression maximum, le point où celle-ci se produit s'éloigne sans cesse de la culasse, d'après les expériences connues; le parcours du projectile, à l'instant du maximum, peut atteindre 15 calibres et le volume occupé par les gaz est alors double du volume de la chambre. L'École de l'intégration conclut au contraire que le point de pression maximum, après s'être éloigné, rétrograde vers la culasse et la position limite trouvée correspond à un parcours inférieur, de près de moitié, à celui que l'expérience indique.

L'École de l'intégration a employé successivement des formules, issues d'une même source, et néanmoins fort différentes numériquement. Les premières en date impliquaient, entre les pressions calculées et les pressions mesurées, pour les fortes densités de chargement, des écarts énormes, que les formules ultérieures ont eu pour but de supprimer.

En ce qui concerne la position du maximum de pression, les deux types de formules sont d'accord pour l'éloigner de l'origine beaucoup moins que ne l'exigent les expériences; le premier l'éloigne toujours d'autant moins que la poudre est plus lente, pour une pression invariable; le second type commence par suivre de loin l'expérience, puis l'abandonne rapidement pour prendre, comme le premier, l'allure opposée. Les deux types de formules sont déduites d'intégrales qu'elles sont censées représenter; mais, comme elles résultent de celles-ci par un développement en séries dont deux termes au plus ont été conservés, on a pu croire d'abord que les intégrales exactes corrigeaient l'anomalie signalée plus haut.

Il restait à vérifier le bien-fondé de cette croyance, en calculant les intégrales elles-mêmes. En principe, aucune difficulté n'est à craindre : il s'agit de soumettre à des quadratures des fonctions réductibles à des fractions rationnelles; leur complication, toutefois, est telle que l'essai n'avait pas été tenté.

Par des procédés assez simples pour être appliqués à des cas nombreux, nous avons obtenu deux limites entre lesquelles il est certain que les valeurs cherchées sont comprises; ces limites se rapprochent d'ailleurs de façon à ne laisser aucun doute sur les conclusions qu'il faut adopter.

Il y a discordance des intégrales avec l'expérience et avec les formules des deux types employés, soit pour les densités de chargement fortes, soit pour les densités faibles, à la fois sur la valeur des pressions maximum réalisées et sur la position du maximum. La discordance entre l'expérience et

les formules est encore exagérée par les intégrales. La correction qu'elles apportent donne donc une raison définitive de mettre en doute les prémisses et l'on peut dire que tout se passe comme si les lois, acceptées pour la combustion des poudres par l'École de l'intégration, augmentaient beaucoup trop l'influence de la densité de chargement.

Les formules du deuxième type, dans lesquelles on s'est attaqué précisément à cette cause d'erreur, par l'intervention d'un paramètre arbitraire, n'offrent pas le même inconvénient que celles du premier type pour les densités élevées, elles présentent l'inconvénient inverse pour les densités de chargement faibles. Dans ces difficultés, on a peine à distinguer la part revenant à ce que l'on a appelé *la fonction de forme ou de combustion*, fonction choisie sans règles strictes et celle qui appartient à l'exposant de la pression dans la vitesse de combustion. Il est cependant vraisemblable que c'est ce dernier qu'il faut incriminer, car la « fonction de forme » ne peut guère influer beaucoup sur les résultats sans contredire des expériences connues.

Il va de soi que nous avons adopté, pour ces recherches, toutes les valeurs attribuées aux paramètres par l'École de l'intégration; nos calculs seront publiés ailleurs avec les détails nécessaires.

Nous devons ajouter qu'au sujet de la position du maximum de pression, les essais ont été rares depuis 1905 et l'on ne peut que regretter une pareille abstention, pour des motifs de toutes sortes. L'utilité d'une vérification étendue est manifeste : ou bien le constructeur, se fiant aux lois indiquées par l'École de la compensation, alourdit inutilement les Bouches à feu, pour tenir compte d'une progression exagérée du maximum de pression, ou bien, adoptant les règles de l'École de l'intégration, il expose, par suite de l'insuffisance de longueur du renfort du canon, le personnel appelé à s'en servir aux graves dangers qui en seraient la conséquence.

PHYSIQUE. — *Les invariants newtoniens de la matière et de l'énergie radiante, et l'éther mécanique des ondes variables.* Note de M. G. SAGNAC, présentée par M. Daniel Berthelot.

Nous avons publié ici même, en 1919 et 1920, une théorie mathématique de la Lumière et du Vent d'Éther qui traverse le globe terrestre en mouvement de translation avec le Soleil et en mouvement orbital annuel autour de cet astre.

I. Cette mécanique nouvelle rapporte tout champ de radiation en translation, tout laboratoire terrestre, au *système de référence* solide invariable S où la source de radiation est immobile. Cette source émet son énergie et les ondulations sinusoïdales qui la forment en se superposant dans S et dans le temps newtonien des horloges matérielles invariables. Ces horloges sont comparées en un même point, et transportées lentement dans S sur les divers rayons rectilignes de longueur R rigidement liés au solide S et à la matière de la source *s*.

II. Dans cet espace invariable S de vitesse de translation permanente, l'observateur étudie la *distribution* permanente de l'énergie radiante de *s* en son flux d'aspect continu, dans le vide, ou dans les milieux optiques, ou dans les franges d'interférence réglées par la méthode de Michelson et Morley dans un appareil flottant tout entier sur un bain de mercure : dans toutes les orientations lentement acquises par ce système optique complet, la distribution du flux d'énergie des franges s'est montrée indépendante de l'orientation, *avec une rigueur encore inconnue à cette époque* (1887).

Nous admettons que la vitesse de translation de S et de tout système optique rigide dans l'une de ses positions définies est sans aucune influence sur l'état permanent de l'*espace optique*.

L'observateur réalise cet espace par une superposition quelconque des ondulations considérées sur leurs tronçons successifs de rayons liés rigidement chacun par son origine à son centre radiant d'abord en un point sur la matière de la source S, puis du *séparateur des faisceaux interférents distincts* effectuant chacun un aller et un retour particuliers superposés ou séparés pour chaque faisceau distinct autour d'une certaine aire dans le vide, ou dans un milieu quelconque. Ces faisceaux sont finalement réunis pour interférer par la superposition de leurs ondulations sinusoïdales élémentaires de même période vibratoire dans S. Ils ont finalement parcouru *deux chemins optiques aussi complexes et différents qu'on voudra* entre un point radiant de la source *s* et un autre point *r* du récepteur de l'énergie totale de superposition ou sur la rétine de l'œil observateur. Nous considérons comme indépendantes de la vitesse de translation de S les différences des retards de phase acquis sur les divers chemins optiques issus de *s* et réunis en *r*.

Cette condition générale règle l'espace optique de constante linéaire λ de chaque radiation entraîné avec S et comparable à une division constante d'une règle solide. La condition géométrique de liaison des longueurs d'óndes variables μ avec la longueur d'onde compensée représente, en géo-

métrie euclidienne, la longueur μ le long d'un trajet optique δl de direction quelconque autour de son point d'origine par un rayon vecteur focal d'une quadrique de révolution autour de l'axe de translation. L'excentricité de cette quadrique est laissée indéterminée par cette condition de liaison relative à l'espace S.

III. Laissons les ondes libres de varier dans leur vitesse de propagation V dans S. A un centre radiant s immobile dans S associons un second centre s' animé d'une vitesse radiale dv dans S. Ces deux centres sont deux antennes en oscillation électrique cohérente et donnent dans S, sur chaque trajet direct R, des ondulations superposées de longueur μ et $\mu + d\mu$. Un battement sinusoïdal virtuel en résulte et enferme une quantité déterminée d'énergie radiante entre ses nœuds extrêmes séparés par un nombre indéfini d'ondulations.

La condition de liaison nouvelle dans l'espace S et dans le temps newtonien des horloges aura lieu entre les constantes λ et C, C étant la vitesse constante relative à la source S, et les variables μ et V étant comptées sur un trajet de direction α par rapport à la vitesse u de translation. Cette vitesse u est définie dans le système de référence universel Σ_0 formé par l'ensemble des champs S_0 dont le centre radiant s'entoure d'ondulations isotropes dans leur longueur λ et leur vitesse C unique.

Dans S_u le glissement relatif des deux ondulations μ et $\mu + d\mu$ réalise à la manière d'un *vernier de translation* le transport de la coïncidence des deux divisions d'ondes μ et $\mu + d\mu$, lieu de l'énergie moyenne maximum du battement. La période Θ de reproduction de l'ondulation entre les nœuds du battement est définie par le rapport $\frac{-d\mu}{dV + dv}$. C'est bien la durée du transport, le long de μ, de la coïncidence dans sa nouvelle position. La même avance μ est gagnée dans le même temps par l'excès $(C - V)$ de la vitesse de l'énergie sur la vitesse des ondes. L'égalité de la nouvelle valeur $\frac{\mu}{C - V}$ de Θ à la première valeur représente la *nouvelle loi de liaison*.

Les lois ondulatoires du vent d'éther. — On les calcule sans hypothèse ondulatoire par l'association de l'équation ci-dessus avec celle de la quadrique d'excentricité indéterminée $F\left(\frac{u}{C}\right)$, en les rapportant aux deux variables réduites : $f(u, \alpha)$ qui représente $\frac{\lambda}{\mu}$, et $g(u^2)$ qui représente le rapport $\frac{N(u^2)}{N(0)}$ des fréquences vibratoires dans S_u et S_0. Le calcul déduit aisément : f ou $\frac{\lambda}{\mu}$ se réduit à $1 + \frac{u}{C}\cos\alpha$ ou $1 + \frac{v}{C}$; et g rapport des fréquences

se réduit à $\left(1 - \frac{u^2}{2C^2}\right)$. Ces ondes ellipsoïdales d'excentricité générale $\frac{u}{C}$ forment un réseau de foyer unique à la source s. Le recul ou l'avance des ondes par rapport à l'énergie a une vitesse $v' = C - V$ le long du train d'ondes. Pour un expérimentateur étudiant ce recul avec un *récepteur d'ondes* issues d'une antenne électrique s, cette vitesse v' se réduit, au second ordre près, à la vitesse radiale v de la source s dans Σ_0.

Toutes ces conséquences mécaniques sont effacées par l'hypothèse de la relativité générale qui impose sans raison physique l'impossibilité de toute variation dans la vitesse des ondes. Cette hypothèse supprime l'existence, sur la Terre, du vent d'éther qui, par les zones de silence observées déjà de 1895 à 1902 dans la télégraphie sans fil [1], révèle le recul des ondes entraînées avec la vitesse radiale de la Terre elle-même, emportée avec le Soleil dans l'espace universel Σ_0.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Sur le galvanomètre balistique.* Note de M. **H. Chaumat**, présentée par M. Paul Janet.

Le mouvement d'un galvanomètre balistique obéit à l'équation connue

$$K\frac{d^2\theta}{dt^2} + A\frac{d\theta}{dt} + C\theta = 0. \qquad (1)$$

Si le galvanomètre est du type à cadre mobile, fonctionnant sur un circuit de résistance totale R et de self-induction négligeable, A peut se mettre sous la forme

$$A = A_1 + \frac{\Phi_0^2}{R},$$

A_1 étant la valeur de A à circuit ouvert et Φ_0 le produit de la surface totale du cadre mobile par la valeur moyenne du champ.

Si l'on suppose le système lancé avec une vitesse angulaire initiale ω_0, en posant

$$m = \frac{A_1}{2\sqrt{KC}} + \frac{\Phi_0^2}{2R\sqrt{KC}}, \qquad (2)$$

l'élongation θ sera donnée par les formules suivantes :

$$\theta = \omega_0\sqrt{\frac{K}{C}}\left(m - \sqrt{m^2 - 1}\right)^{\frac{m}{\sqrt{m^2-1}}} \qquad (\text{pour } m > 1) \qquad (3)$$

(1) G. Sagnac, *Comptes rendus*, 1919 et 1920.

solution qui correspond au mouvement apériodique, m variant entre ∞ (pour $R = 0$) et l'unité

$$\text{(4)} \qquad \theta = \omega_0 \sqrt{\frac{K}{C}}\, e^{-\frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \operatorname{arc\,tang} \frac{\sqrt{1-m^2}}{m}} \qquad (\text{pour } m < 1)$$

(e, base des logarithmes népériens),

solution qui correspond au mouvement périodique amorti, m variant entre l'unité et la valeur $\frac{A_1}{2\sqrt{KC}}$ qui correspond au fonctionnement à circuit ouvert ($R = \infty$).

Enfin, ces deux formules tendent l'une et l'autre vers le cas de passage (*apériodicité critique*) pour $m = 1$ et pour lequel on a la formule remarquablement simple :

$$\text{(5)} \qquad \theta = \omega_0 \sqrt{\frac{K}{C}}\, \frac{1}{e}.$$

Cette formule (6) correspond, comme nous l'avons dit, à la valeur $m = 1$ et à une valeur de la résistance totale du circuit d'amortissement dite *résistance critique* (R_c) définie par l'équation

$$\text{(6)} \qquad R_c = \frac{\Phi_0^2}{2\sqrt{KC} - A_1}.$$

La formule (3) correspond aux cas où R varie entre o et R_c, la formule (4) aux cas où R varie entre R_c et ∞.

Ces formules présentent l'intérêt d'être utilisables pour tous les galvanomètres et permettent d'établir des *équations réduites*, car elles font apparaître le rapport, que nous avons appelé m, de la valeur de l'amortissement dans des conditions quelconques de fonctionnement de l'appareil à la valeur de l'amortissement correspondant à la périodicité critique. Elles sont ainsi préférables aux formules classiques.

Il est intéressant de se demander comment varie la fonction θ de R donnant l'élongation en fonction de la résistance du circuit d'amortissement pour la même vitesse initiale ω_0.

Le calcul est assez délicat et se trouve rendu plus commode par les changements de variables suivants :

Posons :

$$m = \alpha + \frac{\beta}{R} \qquad \left(\alpha = \frac{A_1}{2\sqrt{KC}} < 1\,;\ \beta = \frac{\Phi_0^2}{2\sqrt{KC}}\right);$$

$$y = \frac{\theta}{\omega_0}\sqrt{\frac{C}{K}}; \qquad x = \frac{R}{\beta}; \qquad \text{d'où} \qquad x = \frac{1}{m - \alpha}.$$

Posons enfin :

$$\text{pour } m > 1, \qquad m + \sqrt{m^2 - 1} = e^v;$$
$$\text{pour } m < 1, \qquad \text{arc tang}\frac{\sqrt{1-m^2}}{m} = v.$$

Les formules (3) et (4) sont remplacées par les groupes suivants :

$$(3') \qquad \begin{cases} y = e^{-v \coth v}, \\ x = \dfrac{1}{\cosh v - \alpha} \end{cases}$$

valables pour m variant de $+\infty$ à l'unité en décroissant, c'est-à-dire R variant de o à R_c, et x variant de o à $\frac{1}{1-\alpha}$ en croissant;

$$(4') \qquad \begin{cases} y = e^{-v \cot v}, \\ x = \dfrac{1}{\cos v - \alpha} \end{cases}$$

valables pour $m < 1$ et décroissant de 1 à α, c'est-à-dire R variant de R_c à l'infini et x croissant de $\frac{1}{1-\alpha}$ à $+\infty$.

Il revient, dès lors, au même d'étudier les fonctions

$$y = f(x) \qquad \text{ou} \qquad \theta = \varphi(R),$$

on trouve les résultats suivants :

La courbe qui traduit la fonction $\theta(R)$ passe par l'origine. Les coefficients angulaires intéressants sont :

Pour $R = 0$,

$$(7) \qquad \frac{d\theta}{dR} = \frac{K\omega_0}{\Phi_0^2};$$

Pour $R = R_c$,

$$(8) \qquad \frac{d\theta}{dR} = \frac{1}{3e}\frac{\omega_0}{C\Phi_0^2}(2\sqrt{KC} - A_1)^2.$$

Le coefficient angulaire de la tangente à l'origine est toujours plus grand que le coefficient angulaire de la tangente au point critique et le rapport de ces deux coefficients, pris dans cet ordre, dépend de la valeur de A_1, mais il est toujours supérieur à $\frac{3e}{4}$.

La courbe $\theta(R)$ a pour direction asymptotique l'axe des R.

La fonction $\theta(R)$ est constamment croissante avec R. Elle part de zéro pour atteindre une valeur limite (correspondant à $R = \infty$).

Cette valeur limite est

$$(9) \qquad \theta_{\text{lim}} = \omega_0\sqrt{\frac{K}{C}}\, e^{-\frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}\,\text{arc cos}\,\alpha}.$$

Enfin, la courbe qui traduit la fonction $\theta(R)$ présente sa concavité constamment vers l'axe des R; elle ne comporte pas de points d'inflexion.

Les deux lignes analytiques qui traduisent les groupes d'équations (3′) et (4′) se raccordent au point $m = 1$, $R = R_c$, pour lequel elles ont même tangente dont le coefficient angulaire est donné par l'équation (8), mais, pas plus en ce point qu'en n'importe quel autre, la courbe $\theta(R)$ ne présente de particularité.

Ces résultats sont en contradiction avec ceux qui ont été annoncés par M. Germani [1].

TÉLÉGRAPHIE SANS FIL. — *Sur la réception des ondes entretenues par modulation.* Note de M. **R. Jouaust**, présentée par M. Paul Janet.

Les détecteurs utilisés pour la réception en radiotélégraphie ont un rendement très faible. Leur fonctionnement diffère notablement en effet de celui du redresseur théorique qui laisserait passer totalement une des ondes du courant alternatif et arrêterait complètement l'autre : pratiquement l'intensité du courant redressé n'est qu'une faible fraction de l'amplitude du courant alternatif total qui traverse le détecteur.

Le procédé de modulation que nous allons d'écrire et qui permet la réception des ondes entretenues est basé sur un principe différent de celui de la détection.

La modulation à la réception consiste à faire varier périodiquement par un dispositif quelconque l'intensité du courant dans les organes récepteurs.

Soit $I_m \sin \omega t$ l'intensité du courant qui circulerait normalement dans un appareil de réception. Si ce courant est modulé avec une fréquence $\frac{\omega'}{2\pi}$, son intensité est de la forme

$$I_m \sin \omega' t \sin \omega t = \frac{I_m}{2} \cos(\omega - \omega') t + \frac{I_m}{2} \cos(\omega + \omega') t$$

et, si ω' est voisin de ω, le courant de pulsation $\omega - \omega'$ est de fréquence musicale. On obtient donc ainsi un courant audible au téléphone dont l'amplitude dans le cas d'une modulation complète est la moitié de celle du courant qui circule dans les organes récepteurs.

De même qu'il n'existe pas de détecteurs parfaits, de même il n'est pas

---

(1) *Revue générale de l'électricité*, 26 juillet 1919.

possible de produire une modulation complète, mais avec ce nouveau procédé de réception, on peut se rapprocher bien davantage des conditions théoriques de fonctionnement optimum.

On sait déjà que dans le cas de la modulation à basse fréquence, utilisée à la transmission en radiotéléphonie, le courant de l'antenne est presque complètement modulé à la fréquence de la voix.

La modulation à haute fréquence à la réception se réalise très facilement à l'aide de la lampe à 3 électrodes.

La différence de potentiel aux bornes de l'appareil récepteur (amplifiée ou non) est appliquée entre *le pôle négatif* du filament et la grille. Une différence de potentiel de haute fréquence est appliquée entre le filament et la plaque.

Cette différence de potentiel de haute fréquence s'obtient en réunissant d'une part la plaque, d'autre part le filament aux bornes du condensateur d'une hétérodyne ordinaire. Le téléphone récepteur est intercalé sur l'un des conducteurs assurant cette jonction. Il n'est nullement nécessaire qu'une différence de potentiel continue existe entre la plaque et le filament. Les résultats obtenus avec ce dispositif se sont montrés plus avantageux que ceux fournis par une lampe montée sur détecteur et dans laquelle venaient se superposer les ondes à recevoir et celles provenant d'une hétérodyne locale. C'est ainsi qu'à Paris on pouvait avec une seule lampe recevoir lisiblement dans un cadre de 2^m les transmissions du poste de Lyon, alors qu'elles étaient à peine sensibles avec une lampe identique montée sur détecteur.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Le recuit des verres.* Note [1] de M. **Taffin**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Kundt (1881), au cours d'études sur la biréfringence accidentelle des liquides visqueux, a développé certaines considérations générales établies par Maxwell à propos de la théorie cinétique des gaz. Supposant que la disparition des tensions, dans un liquide visqueux, se produit sans déformation, il établit la relation suivante :

$$\text{Log}\frac{\Delta}{\Delta_0} = \frac{t}{T},$$

(1) Séance du 19 décembre 1921.

Δ et Δ_0 étant les biréfringences du liquide aux instants o et t; T étant ce que Maxwell a appelé « le temps de relaxation », constante spécifique du corps étudié. M. F. Twymann [1] a établi que, dans le cas du verre, T serait une fonction exponentielle de la température.

MM. Adams et Williamson ont montré récemment [2] que la loi de Kundt ne s'applique pas rigoureusement au recuit du verre. Ils ont proposé la loi expérimentale suivante :

$$\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta_0} = Kt;$$

Δ étant compris entre 50 et $5^{\mu\mu}$/cm;

Δ_0 étant la biréfringence à l'instant $t = 0$;

K est une fonction exponentielle de la température θ.

Nous avons repris les expériences de MM. Adams et Williamson, cherchant à généraliser leur loi expérimentale pour des retards compris entre $95^{\mu\mu}$ et $5^{\mu\mu}$. La biréfringence était mesurée par une méthode antérieurement décrite [3]. Les prismes du verre soumis à l'expérience mesuraient $1^{cm}, 8 \times 1^{cm}, 2 \times 1^{cm}, 1$. Les ayant trempés de façon uniforme, on les recuisait à température constante et l'on mesurait leur biréfringence à divers moments de leur recuit (2^e et 3^e colonne du Tableau).

Dans la quatrième colonne on lit les valeurs de t calculées par les formules d'Adams en fonction de Δ et Δ_0. A mesure que Δ_0 devient plus grand, la divergence entre les mesures et le résultat du calcul apparaît plus importante. Ceci nous a conduits à corriger par un terme du deuxième degré la formule précédente. On obtenait la loi parabolique

$$\text{(I)} \qquad \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta_0} + A\left(\frac{1}{\Delta^2} - \frac{1}{\Delta_0^2}\right) = Bt.$$

A et B étant fonctions de la température θ,

$$\text{(I')} \qquad \begin{cases} \log A = a - b\theta, \\ B = \dfrac{c}{\Theta - \theta}; \end{cases}$$

a, b, c, Θ sont constants pour un verre déterminé. Dans la cinquième colonne on lit les valeurs de t obtenues au moyen de cette formule (I), (I').

---

(1) *J. of Glass tch.*, vol. 1, p. 61.

(2) *Géop. Lab.*, 1920.

(3) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1347.

Cherchant une concordance plus parfaite encore, nous nous sommes arrêté à la formule suivante :

$$\text{(II)} \qquad \operatorname{Log} \frac{\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\Delta_0}}{\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\Delta}} = \frac{t}{T}.$$

Les constantes δ et T s'expriment en fonction de la température par les relations

$$\text{(II')} \qquad \begin{cases} \delta = C_1 e^{C_2(\Theta - \theta)}, \\ T = k(\Theta - \theta), \end{cases}$$

dans lesquelles C_1, C_2, k, Θ sont constants pour un verre donné.

On voit facilement que cette formule contient implicitement, pour des valeurs de Δ_0 et de $(\Delta_0 - \Delta)$ assez petites, la loi d'Adams et la loi parabolique. δ représenterait une biréfringence limite, déterminée pour chaque température, et qu'un recuit, si long soit-il, à cette température, ne fera jamais disparaître.

Si δ est infini, on retrouve la loi de Kundt, T serait alors le temps de relaxation. Pour le verre étudié $\Theta = 590^\circ$; δ est égal à $24^{\mu\mu},55$ à 525° ; il tombe à $2^{\mu\mu},43$ à 590°. Dans la sixième colonne du Tableau on lit les valeurs de t calculées au moyen des formules (II) et (II').

Température θ.	Δ. (μμ/cm).	t observé.	t calculé. Loi Adams.	Éq. (I), (I').	Éq. (II), (II').
°		m	m	m	m
525.......	88,1	0	0	3	0,7
»	76,3	15	19	16	17
»	70,0	25	31	27	29
»	54,8	75	75	75	74
»	48,0	105	103	115	108
»	43,75	135	125	142	137
»	37,70	195	165	203	201
»	34,0	255	196	258	262
535.......	93,7	0	0	3	0
»	82	5	8,7	9	3
»	63,95	25	28	25	25
»	53,05	45	46	42	44
»	42,5	70	72	70	65
»	36,5	105	93	99	102
»	30,4	145	124	138	148
»	27,4	180	145	171	184

Température θ.	Δ. (μμ/cm).	t observé.	t calculé. Loi Adams.	Éq. (I). (I').	Éq. (II), (II').
°		m	m	m	m
554.......	82,75	0	0	0	0
»	62	5	6	6	5
»	44,5	15	16	16	15
»	35,25	25	26	26	27
»	25,5	45	42	47	45
»	20,6	60	57	67	65
»	17,6	90	70	85	87
»	14,6	120	88	114	122
565.......	47	0	0	0	0
»	37,2	5	4	5	4
»	30,4	10	9	11	9
»	23,1	20	16	20	17
»	16,4	30	30	38	34
»	14,6	40	43	45	42
575.......	26,75	0	0	0	0
»	23,55	3	2	2	2
»	20,65	5	4	4	3
»	15,2	10	11	11	9
»	12,78	15	16	17	14
»	10,35	20	23	24	22
»	8,54	30	32	34	32

Il résulte des Tableaux ci-dessus que, pour les tensions initiales inférieures à $50^{\mu\mu}$, les trois formules représentent également bien les résultats de l'expérience. Pour les tensions comprises entre $50^{\mu\mu}$ et $100^{\mu\mu}$, les deux dernières formules (I) et (II) sont équivalentes, mais la formule d'Adams est insuffisante pour représenter les résultats des mesures.

Pour savoir laquelle des deux formules (I) ou (II) doit définitivement être adoptée, de nouvelles expériences sont nécessaires.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de l'acide cyanhydrique par oxydation, en milieu argentico-ammoniacal, d'alcools, de phénols et d'amines.* Note de MM. **R. Fosse** et **A. Hieulle**, présentée par M. A. Haller.

1. L'acide cyanhydrique, précurseur instable de la carbimide et de la carbamide dans l'oxydation permanganique, ammoniacale, des substances

organiques

$$CNH \xrightarrow{+O} CONH \xrightarrow{+NH^3} CO\begin{matrix}\diagup NH^2\\ \diagdown NH^2\end{matrix},$$

peut cependant être isolé et dosé, si l'on provoque l'oxydation en présence de sel d'argent ou de mercure.

L'oxydation en milieu argentico-ammoniacal donne, en effet, ce nitrile dans les proportions : 0g,8 à 1g,7 pour 100 (glucose, sucre de canne, dextrine, amidon, cellulose); 3g,6 pour 100 (glycérine); 8g,58 pour 100 (aldéhyde formique).

Puisque l'acide cyanhydrique est un terme intermédiaire, instable, de l'oxydation de l'ammoniaque et des principes naturels précités, peut-être prend-il aussi, transitoirement, naissance dans la respiration de la cellule végétale ou animale, pour disparaître aussitôt en créant de nouveaux principes ou tissus ([1]).

2. Les hydrates de carbone, la glycérine et l'aldéhyde formique ne sont pas les seuls corps susceptibles de produire l'acide cyanhydrique; la même faculté appartient également à plusieurs représentants des fonctions : *alcool*, *phénol* et *amine*. Les rendements varient avec la nature des substances, les facteurs de la réaction ainsi que, parfois, sous de très faibles influences.

Alcools. — L'acide cyanhydrique formé par 100cm³ de méthanol atteint 0g,2 à 0g,5 (MnO^4K), 1g,3 à 1g,5 [$(MnO^4)^2Ca$], 2g,4 ($MnO^4K + NH^4Cl$). Avec l'éthanol, rendement maximum : 0g,5 pour 100. L'acétamide, obtenue par oxydation électrolytique de l'éthanol et de l'ammoniaque ([2]), apparaît aussi dans nos expériences. Le butanol conduit à des rendements nuls ou extrêmement faibles : 0g,05 pour 100.

Phénols. — L'oxydation du phénol, des crésols *o* et *p*, de la résorcine, par $MnO^4K + NH^4Cl$ peut donner 4g,3 à 5g,1 de CNH pour 100; celle des naphtols n'en produit, dans les mêmes circonstances, que 0g,6 à 1g,35.

Amines. — Tandis que l'acide cyanhydrique est engendré, en quantités notables ou considérables, aux dépens de l'aniline (9g,1 pour 100), de la méthylamine (28g,5 pour 100) ([3]) et de la diméthylamine (25g,9 pour 100), ce corps n'apparaît, au contraire, qu'en très minime proportion (0g,2 pour 100), lorsqu'on oxyde l'éthylamine dans les mêmes conditions.

([1]) R. FOSSE, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1370.

([2]) FICHTER, *Zeitschrift f. Elektrochemie*, t. 18, 1912, p. 652.

([3]) L'action de l'acide monopersulfurique sur la méthylamine provoque la formation d'acide cyanhydrique (BAMBERGER et SELIGMAN, *Berichte*, t. 35, 1902, p. 4300).

Substances.	Poids en grammes ou vol. en cm³.	H^2O.	NH^3 conc.	NH^4Cl.	MnO^4K.	$(MnO^4)^2Ca$.	NO^3Ag.	Temp. maxim. de l'oxydat.	Liq. $\frac{N}{10}$ NO^3Ag.	HCN en gr. pour 100g ou cm³.
Alcools.										
	cm³		cm³	g	g		g	°	cm³	g
1. Méthanol	1	»	20	»	10	»	0,5	50	0,5	0,27
2. »	0,5	»	50	10	20	»	1	27	0,5	0,54
3. Méthanol et CO^3Cu.	1	»	50	»	10	»	1	27	1,5	0,84
4. Méthanol	1	»	20	»	»	10	0,5	80	2,1	1,13
5. »	1	»	20	»	»	10	0,5	56	2,5	1,35
6. »	1	»	25	»	»	10	0,5	36	3	1,62
7. »	0,1	»	15	2	6	»	0,6	58	0,45	2,43
8. »	0,1	»	15	3	9	»	0,6	59	0,45	2,43
9. »	0,1	»	15	2	6	»	0,6	21	0,45	2,43
10. Ethanol et CO^3Cu..	0,1	10	15	2	6	»	0,3	72	0	0
11. » ..	0,1	5	20	4	9	»	0,5	50	0,6	0,32
12. Éthanol...........	0,1	»	15	2	6	»	0,3	62	0,1	0,54
13. Butanol	0,1	»	15	2	6	»	0,3	»	0	0
14. »	1	»	15	3	9	»	0,5	25	0,1	0,054
Phénols.										
15. Phénol...........	0g,5	40	15	»	»	10	1	46	0,6	0,64
16. »	0,5	20	10	»	»	10	1	43	0,5	0,54
17. Pyrocatéchine.....	1	20	5	»	»	10	1	45	2,2	1,18
18. »	1	10	10	»	»	10	1	55	2,1	1,13
19. Résorcine.........	1	10	10	»	»	10	1	50	2,2	1,18
20. »	0,5	10	10	»	»	10	1	»	1,6	1,72
21. Hydroquinone.....	1	10	10	»	»	10	1	»	0,9	0,48
22. Phénol...........	0,1	»	15	3	9	»	0,5	»	0,95	5,13
23. »	0,1	»	15	2	6	»	0,3	81	0,85	4,59
24. O.-crésol.........	0,1	»	15	3	9	»	0,5	71	0,9	4,86
25. P.-crésol	0,1	»	15	3	9	»	0,5	81	0,8	4,32
26. Résorcine.........	0,1	»	15	3	9	»	0,6	87	0,85	4,67
27. »	0,1	»	15	2	6	»	0,6	81	0,9	4,86
28. Naphtol A........	1	»	30	3	9	»	0,5	73	1,15	0,61
29. »	0,1	»	15	2	6	»	0,5	»	0,2	1,08
30. Naphtol B........	1	»	15	3	9	»	0,5	»	1,3	0,7
31. »	0,1	»	15	2	6	»	0,5	»	0,2	1,08
32. »	0,1	»	15	3	9	»	0,5	93	0,25	1,35
Amines.										
33. Méthylamine......	0,052	»	15	3	9	»	0,5	77	2,75	28,5
34. »	0,052	»	15	2	6	»	0,5	75	2,5	25,9
35. Diméthylamine....	0,0928	»	15	3	9	»	0,5	91	3,1	18
36. »	0,0928	»	15	3	9	»	0,5	75	3,95	22,9
37. Éthylamine	0,1	»	15	3	9	»	0,5	83	0,05	0,27
38. Aniline...........	0,5	»	15	3	9	»	0,5	95	2,9	3,13
39. »	0,1	5	15	3	9	»	0,5	»	1,25	6,65
40. »	0,1	5	15	3	9	»	0,5	83	1,7	9,18

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge des phosphates marocains.* Note de M. **Louis Gentil**.

Les gisements de phosphate tricalcique du Maroc sont répartis sur de vastes étendues. C'est à M. Combelas que l'on doit la première découverte de ces dépôts sédimentaires dont la richesse est maintenant reconnue en plusieurs points, notamment dans la région de l'Oued Zem.

En juin 1913, j'ai constaté que les couches phosphatées se trouvaient sur la série crétacée du plateau de Settat que j'avais antérieurement décrite.

Depuis cette époque, sous l'impulsion de M. l'ingénieur Daum, le Service des Mines du Protectorat a entrepris une reconnaissance détaillée de ces gisements qui s'étendent sous la Gaada, entre El Borouj et Oued Zem, sur un quadrilatère de quelque 60^{km} de côtés. Et j'ai eu l'occasion de parcourir à nouveau la région des Beni Meskine en 1917.

Plus récemment, des gisements phosphatés ont été reconnus ([1]), d'une part au sud du plateau des Rehamna, d'autre part dans la région d'Imi n Tanout, au pied de l'Atlas, ainsi que chez les Meskala. Tous ces dépôts sont considérés comme tertiaires, d'âge suessonien ([2]).

Depuis longtemps, cependant, me basant sur quelques documents paléontologiques recueillis dans la Gaada, je pense que les phosphates marocains sont plutôt crétacés.

Une Mission effectuée à un autre point de vue, en avril 1921, m'a offert l'occasion de parcourir le Sud-marocain et a fortifié ma conviction qu'il s'agit de dépôts du Crétacé supérieur et du Montien.

Entre le petit plateau de Zned et le Souq el Khemis des Meskala, au nord de Dar Kaïd Khoubbane, j'ai observé un banc de calcaire marneux enserré dans les couche de phosphate.

Le banc renferme *Baculites anceps* Lam., *Baculites* sp. de grande taille, *Fusus numidicus* Coq., *Turritella Forgemoli* Coq., *Cardita* (*Venericardia*) *Beaumonti* d'Arch., *Ostrea* (*Exogyra*) *Overwegi* Buch. Cette petite faune caractérise le niveau à beaux fossiles siliceux que j'ai signalé à quelques kilomètres au sud, dans la vallée de l'Oued Igrounzar ([3]).

Il s'agit ici, de couches crétacées tabulaires, en continuité directe avec celles que je viens de décrire plus au nord et j'ai cité, en outre, de cet horizon : *Plicatula instabilis* Stol., *Cardita libyca* Zitt., *Crassatella Zitteli* Wann., *Cr. numidica* Mun.-Chalm., *Astarte similis* Munst., *Roudeireia Drui* Mun.-Chalm., *Corbis Wanneri* Krumb.,

---

([1]) J. Savornin *Comptes Rendus*, t. 172, 1921, p. 329.

([2]) J. Savornin, *loc. cit.*, et *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 807.

([3]) Louis Gentil, *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 771.

Lucina Calmoni Perv., *Cytherea Rohlfsi* Quass. Cette faune est indiscutablement maëstrichtienne, rappelant celles décrites à ce niveau en Tunisie méridionale, en Tripolitaine, en Égypte et dans l'Inde.

Le niveau à Baculites des Meskala est recouvert, en concordance, par des couches phosphatées qui se poursuivent, à l'Est, jusqu'aux gour des Raïa et du Dj. Tilda où elles sont couronnées par un entablement de calcaire-lumachelles à Thersitées.

Au-dessus, j'ai constaté la présence d'autres couches phosphatées toujours concordantes, à teneurs variables, sur une extension verticale d'au moins 30^{m} et dans lesquelles se trouvent fréquemment, avec d'autres fossiles maëstrichtiens, des dents de *Corax pristodontus* L. Agas., de la craie phosphatée de l'Aisne et de la Somme, et des dents de Crocodiliens (1).

Ainsi, dans le Sud-marocain, les phosphates sont en partie d'âge maëstrichtien et, comme ils se poursuivent sur une grande hauteur verticale au-dessus du calcaire à Baculites, je pense qu'il en existe d'âges danien et montien. Il y a, en effet, continuité de sédimentation jusqu'au Suessonien, ainsi que je l'ai toujours soutenu et ce que je maintiens malgré des affirmations contraires récentes (2).

Je ne doute pas qu'il en soit ainsi dans la région septentrionale d'El Borouj-Oued Zem, d'après mes documents paléontologiques.

Le *Corax pristodontus* se trouve dans la partie la plus élevée des couches phosphatées de cette région; or, ce squalidé ne monte pas au-dessus du Montien. On trouve, en outre, *Lamna apendiculata* L. Agas., dont l'extension verticale est comprise entre l'Albien et le Montien, et *Scapanorhynchus* (*Odontaspis*) *raphiodon* L. Agas., espèce du Crétacé se promenant de l'Albien au Sénonien.

Ces formes suffisent à démontrer l'âge, surtout crétacé, des phosphates d'El Borouj-Oued Zem.

Je dois ajouter que j'ai recueilli en outre : *Odontaspis elegans* L. Agas., espèce

(1) J'ignore la valeur industrielle de ces gisements, qui ne sera connue qu'après d'importants et minutieux travaux de recherches. Aussi me paraît-il prématuré de dire qu'il n'y a de ce côté que des « résidus d'un intérêt théorique » (Savornin, *loc. cit.*, p. 231). On doit se trouver au Dj. Tilda, au sommet des couches phosphatées; mais chez les Meskala, le niveau à Baculites que M. Savornin a pris pour un seuil crétacé (*loc. cit.*, p. 250) séparant deux gisements phosphatés tertiaires, se trouve, en réalité, au cœur de la masse des couches de phosphate.

(2) J. Savornin, *loc. cit.*, p. 231.

M. J. Savornin m'attribue par erreur les tracés de l'Éocène inférieur à l'ouest du lac Zima (*loc. cit.*, p. 230). C'est à M. Brives seul qu'en revient le mérite, car je n'ai fait que reproduire ses contours dans cette région sur ma petite carte géologique générale de 1912 (*Ann. Géogr.*, Paris, mars 1912).

montienne et suessonienne, *O. cuspidata* L. Agas., et *Physodon secundus* Winkler, connues dans le Landénien de la Belgique; enfin *Otodus obliquus* L. Agas., et *Dyrosaurus phosphaticus* Ph. Thomas, qui sont communs dans les phosphates algéro-marocains, considérés comme suessoniens.

L'association des formes crétacées et éocènes indique que les niveaux phosphatés marocains doivent encore comprendre le Montien.

Ici, comme dans le Sud, le toit des phosphates est toujours représenté par un banc plus ou moins épais de calcaires à Thersitées, avec fossiles silicifiés où abonde *Thersitea* (*Hermithersitea*) *maroccana* Savornin, accompagnée de *Th. ventricosa* du même auteur qui place ce niveau dans le Lutétien inférieur à cause de l'association de *Nummulites irregularis* [1]. Mais l'on sait maintenant que ce Foraminifère apparaît dans le Londinien [2] et que les Thersitées ont été signalées par Dollo dans le Montien du Bas-Congo [3].

Quant aux calcaires à silex auxquels on attribue un âge suessonien, nous avons vu qu'une facies identique se rencontre dans le Crétacé supérieur bien caractérisé par une faune à Baculites.

Conclusion. — Les phosphates marocains sont, au moins en grande partie, crétacés, d'âge maëstrichtien et danien. Ils atteignent, en hauteur, le Montien, à l'extrême base du Tertiaire, le *Corax pristodontus* qui persiste dans le Montien, se trouvant dans les parties les plus élevées des couches phosphatées.

Ces gîtes minéraux se trouvent donc aux mêmes niveaux que les phosphates de la Palestine signalés par M. Blanckenhorn [4] et de l'Égypte [5], et il est frappant que les riches teneurs des phosphates marocains, en les rapprochant des phosphates égyptiens et asiatiques, s'accordent avec cette similitude chronologique.

Ce sont ces considérations d'âge qui m'ont conduit à figurer, sur ma nouvelle Carte géologique générale du Maroc qui vient de sortir des presses, les zones phosphatées du Protectorat par des bandes jaunes du Paléogène, sur un fond vert du Crétacé supérieur.

---

(1) J. Savornin, *S. H. N. Afr. N.*, t. 6, 1914, p. 78-79.

(2) Henri Douvillé, *Mém. Carte Géolog. Fr.* Paris, Impr. nat., 1919.

(3) *Bull. Ac. R. Belgique* (Section des Sciences), n° 7, juillet 1914, p. 291.

(4) *Ueber das Vorkommen von Phosphaten Asfhaltkalk und Petroleum in Palästina und Ägypten* (*Zeitschr. f. praktisch. Geol.*, XI, Heft 7-9, p. 294-298.

(5) *Phosphate Deposits of Egypte* (*Surv. Departm. Egypt. Cairo Nat. Print. Departm.* 1905).

GÉOLOGIE. — *Le contact anormal du Flysch nord-pyrénéen au nord de Saint-Jean-Pied-de-Port.* Note de M. **Pierre Viennot**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai exposé précédemment (¹) les faits nouveaux que fait ressortir une étude détaillée du bord méridional du Flysch nord-pyrénéen entre la vallée d'Aspe et celle du Saison. Les particularités signalées mettent en évidence la nature tectonique du contact: celui-ci présente, plus à l'Ouest, entre Jaxu et Hélette, le même caractère anormal que prouvent l'*allure des contours* et l'*existence de nombreuses lames* pincées entre le Flysch et les terrains voisins, ici d'âge très varié. Mais la particularité la plus marquante dans cette région du pays basque qui s'étend au nord de Saint-Jean-Pied-de-Port, c'est l'*extraordinaire développement des formations mylonitiques*, qui se montrent aussi bien dans le Flysch que dans les lames du contact et dans les terrains paléozoïques et triasiques du voisinage. Le contraste est même frappant entre l'abondance des brèches tectoniques de la région Jaxu-Hélette et leur pénurie dans le secteur vallée d'Aspe-vallée du Saison. Cela s'explique facilement, à mon avis, par la différence de nature des roches sur lesquelles a glissé le Flysch : entre la vallée d'Aspe et celle du Saison, ce sont presque uniquement des schistes albiens, de consistance à peu près identique à celle du Flysch, très déformables, tandis qu'entre Jaxu et Hélette dominent des roches beaucoup plus dures, gneiss, schistes, calcaires et grès paléozoïques plus ou moins métamorphiques, grès triasiques.

La structure des collines cotées 383 et 368 (SW de Jaxu) a donné lieu à de nombreuses controverses. Le problème s'éclaire d'un jour nouveau lorsqu'on l'aborde après avoir étudié dans le détail la structure du Flysch dans les environs. La traversée en ligne droite du Flysch entre Jaxu et Armendarits, par Iholdy, est très démonstrative à ce sujet. Sur un itinéraire de plus de 25^{km}, le Flysch affleure déformé, broyé, mylonitisé, accompagné de lames exotiques, elles-mêmes très bréchoïdes, de calcaires crétacés et jurassiques, d'argiles triasiques, d'ophites, de quartzites et de schistes paléozoïques (ceux-ci fossilifères à 1^{km} à l'ouest de Jaxu, où j'ai trouvé plusieurs *Streptorhynchus crenistria* Philipps). Il est pratiquement impossible de tracer des contours dans un tel complexe bréchoïde, dont l'épais-

(¹) *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 1374.

seur atteint plusieurs centaines de mètres entre Suhescun et Iholdy, et dont l'étude détaillée demandera de plus amples développements. Les brèches tectoniques sont très nettes autour de Jaxu; cette considération, jointe à l'argument de la forme des contours, permet de conclure que *les collines* 383^m^ *et* 368^m^ *sont constituées par des écailles superposées*, où l'on observe, sur un substratum triasique d'ophite, des lambeaux de calcaire crétacé à Orbitolines (marqué en Lias sur la feuille de Mauléon) et de Flysch, supportant un complexe de couches jurassiques fossilifères et d'ophite qui couronne le sommet 383.

La zone mylonitique du contact du Flysch se poursuit ensuite sans discontinuité jusque vers Hélette, avec des caractères variables suivant la nature des roches intéressées par le frottement. Sur tout le parcours, les blocs de Flysch abondent, accompagnés d'un chaos de morceaux de toute taille empruntés aux terrains qui affleurent largement dans le voisinage : ce sont surtout des blocs de grès paléozoïques et triasiques enrobés dans des schistes carbonifères, au nord du Pic d'Arradoy; des blocs de cargneule triasique arrivant au contact du Dévonien et du Silurien, au S-SE d'Ossès. La mylonite se compose exclusivement d'esquilles de schistes siluriens vers Béclandéguia (NW d'Irissarry) et de morceaux de gneiss sur la route d'Irissarry à Hélette. Parfois, la roche complexe que constitue la mylonite est sans aucune consistance; c'est ainsi que dans le petit ravin au nord de Chola (à 4^{km} au nord d'Uhart-Cize) on n'observe qu'un chaos de blocs de grès dans une terre schisteuse carbonifère; on prendrait aisément ce chaos pour de l'éboulis si l'on ne remarquait que les pentes dominantes sont uniquement couvertes de Flysch; la mise en relief des blocs de grès provient de l'érosion particulièrement intense des schistes carbonifères de la mylonite.

Quant aux lames pincées dans le contact, elles sont nombreuses. Le petit affleurement de calcaires marneux jurassiques posé sur les grès du Trias inférieur à l'est du Pic d'Arradoy (feuille de Saint-Jean-Pied-de-Port) en est une; il existe d'ailleurs d'autres petites lames de Jurassique fossilifère un peu plus à l'Est, vers le bord de la feuille. Deux copeaux de schistes siluriens, d'une dizaine de mètres de long, se montrent entre le Dévonien et le Flysch au sud de la cote 394; à l'ouest de cette cote, plus près d'Ossès, une bande de cargneule triasique se suit sur 500^m de long entre Silurien et Flysch. A l'est d'Ossès, on observe un mince copeau de Flysch dans les argiles du Trias. A l'ouest et au nord-ouest d'Irissarry, une bande d'ophite, dont l'épaisseur très variable peut atteindre par endroit 200^m, se

suit sur plus de 2^{km} entre Silurien et Flysch. Enfin, l'ophite arrive encore au contact du Flysch un peu plus au Nord, vers Lucaindéguia, mais elle y affleure dans une *importante fenêtre triasique s'ouvrant dans les schistes siluriens*, et sur laquelle j'aurai l'occasion de revenir.

Ainsi, de nombreuses lames étirées de terrains secondaires et primaires jalonnent le contact du Flysch nord-pyrénéen dans la région qui s'étend au nord de Saint-Jean-Pied-de-Port, et elles sont accompagnées de puissantes formations mylonitiques, qui avaient été attribuées auparavant à des conglomérats côtiers du Cénomanien ou à des brèches éruptives en connexion avec les ophites. Mais l'ampleur de ces formations et leurs relations structurales très nettes avec les lames de terrains variés qu'elles enrobent ne laissent aucun doute sur leur nature : *ce sont des brèches tectoniques*.

Le caractère anormal du contact du Flysch nord-pyrénéen est donc aussi apparent sur la feuille de Saint-Jean-Pied-de-Port que sur celle de Mauléon. La grande variation du pendage de la surface du contact le long de sa ligne d'affleurement montre que cette surface est elle-même plissée. Quant à la situation tectonique du Flysch par rapport aux autres unités structurales des Pyrénées occidentales, elle ne pourra être précisée qu'après une analyse détaillée de ces unités, que je me propose de faire.

GÉOLOGIE. — *L'Atlantis et la Régression quaternaire.* Note de M. **Ph. Négris**, présentée par M. Pierre Termier.

Grâce au précieux Ouvrage de M. E.-A. Martel ([1]), j'ai pris connaissance de la forme du lit sous-marin de l'Hudson River. Il se présente à la profondeur de 2000^m avec un cañon dont les murs encaissants ont plus de 1100^m de hauteur : au delà il reçoit des affluents et est encore reconnaissable à 2700^m environ. Ces détails semblent incompatibles avec l'hypothèse de Suess d'un sillon formé des déjections du fleuve, et l'idée d'un affaissement s'impose. Si l'on rapproche cette submersion de celle aussi importante des vallées qui font face à l'Hudson River en Europe, il est difficile d'échapper à la conclusion que l'on se trouve en présence du phénomène grandiose de la submersion de l'Atlantis, si éloquemment représentée par M. Pierre Termier et telle que je l'ai exposée moi-même ailleurs ([2]).

Cette confirmation de la submersion de l'Atlantis conduit à la confirma-

([1]) *Nouveau Traité des Eaux souterraines*, p. 595.
([2]) *La Régression quaternaire*, Chap. XI.

tion aussi de la *Régression quaternaire*, qui forme le sujet du travail précité. En effet l'amplitude de l'affaissement, ayant été de plusieurs milliers de mètres, sous la mer, sur une vaste étendue de l'Océan Atlantique, n'a pu que produire un abaissement considérable du niveau marin, abaissement dont nous donne une idée l'île de Siphnos, en Grèce. Les cavités de lithophages, dans cette île, peuvent être suivies sur 700^m de hauteur, depuis le sommet de l'île jusqu'au niveau actuel de la mer, ce qui nous donne, comme minimum d'amplitude de la Régression, 700^m, sans compter la quantité dont elle a dépassé le niveau de la mer. Les niveaux élevés de la mer, à l'origine de la Régression quaternaire, sont, d'autre part, une preuve de la surrection de l'écorce à cette époque, comme nous l'avons exposé ailleurs ([1]).

Comme point de repère de l'origine de la Régression, nous devons considérer l'invasion des immigrés du Nord dans la Méditerranée, à la suite des dislocations de l'Atlantis. Un autre point de repère de ces phénomènes nous est donné par la formation du Gulf-Stream, qui, d'autre part, coïnciderait avec le recul définitif des glaces : on ne saurait rejeter l'époque de ce recul au delà de 10000 ans ([2]). La mer se trouvait encore à ce moment à un niveau supérieur à 195^m, comme le prouvent les débris de bois accumulés en Islande, sous le nom de *Surturbrand*, débris qui proviendraient du golfe du Mexique. Les affaissements se sont donc continués encore depuis cette époque, aussi bien dans l'Océan Atlantique que dans la Méditerranée, particulièrement autour de la Grèce, où le grand effondrement des côtes ouest du Péloponèse ne paraît pas encore terminé, comme le prouvent les tremblements de terre désastreux auxquels ces côtes sont soumises.

Cela explique que les prêtres de Saïs, qui avaient conservé dans leurs temples les annales de 8000 années, à l'époque de la visite de Solon, aient enregistré les catastrophes terribles de ces temps peu lointains.

D'autre part, l'imagination ardente des Grecs aurait conservé le souvenir de ces convulsions de la terre sous la forme du mythe de la Titanomachie d'Hésiode, dans laquelle les rochers s'écroulent dans la lutte avec les dieux de l'Olympe, les flots de la mer sont déchaînés, des vapeurs brûlantes s'élèvent jusqu'aux cieux, la terre entre en fusion. Citons encore, comme se rapportant aux mêmes phénomènes, la fable d'Egine, fille du fleuve Asopus, enlevée à son père par Jupiter, et celle de Sisyphe, condamné par Jupiter à porter un bloc de rocher au haut d'une colline, sans pouvoir l'y établir, parce qu'il croulait à peine arrivé au sommet.

([1]) *Loc. cit.*, p. 66.
([2]) *Loc. cit.*, Chap. XI.

GÉOLOGIE. — *Les lignites du Cap-Bon (Tunisie).* Note [1] de M. A. **Allemand-Martin**, transmise par M. Charles Depéret.

La présence de lignites a été signalée en Tunisie pour la première fois par Aubert, dans son *Explication de la carte géologique provisoire de la Tunisie* (1892); toutefois cet auteur, tout en leur assignant un âge Miocène, n'a pas déterminé l'étage auquel ils appartiennent.

M. Berton a étudié, au point de vue technique, les différents gisements signalés par Aubert, en vue de leur utilisation pendant la guerre; seuls, ceux du Cap-Bon, ont pu être exploités, et l'on sait les services éminents qu'ils ont rendus, jusqu'ici, aux industries locales. M. Berton les classe également dans le Miocène, mais ne se prononce pas sur l'étage où ils se trouvent localisés.

D'autre part M. Joleaud (*Bull. Soc. géol.*, 4e série, t. 18) suggère que les lignites de Monastir, comme ceux du Cap Bon, pourraient être *tortoniens*, mais n'en donne pas de preuve paléontologique précise.

Les recherches que j'ai effectuées, au cours d'un récent voyage dans la péninsule du Cap-Bon, me permettent, à la suite de la découverte de fossiles, de préciser ce point intéressant.

J'ai relevé plusieurs coupes (notamment de Zaouiet-Djbali à Menzel Heurr, passant par l'exploitation des lignites de la Compagnie des Tramways de Tunis), qui m'ont amené à établir la succession des divers niveaux.

A partir du massif de l'Abd er Rahmane, constitué par les grès numidiens rouges, on observe, en discordance, inclinés à environ 35° NO-SE, la série suivante :

1° Calcaires blancs ou légèrement rosés, très compacts, et grès roses peu épais, renfermant une faune abondante de Pectinidés, parmi lesquels : *Chlamys præscabriusculus* Font. var. *catalaunica; Flabellipecten* groupe *flabelliformis* Broc.; *Pecten convexior* Alm. et Bof.; *Pecten sub-Holgeri* Font.; *Echinolampas pyguroïdes* Pom. C'est une faune nettement *Burdigalienne* (*Cartennienne*).

2° Grès rosés : environ 2m d'épaisseur pétris d'*Anomia* sp.

3° Alternance de marnes verdâtres sans fossiles, d'épaisseur considérable (et de grès blancs jaunâtres peu épais) que l'on traverse sur une longueur de près de 4km. Cette série marneuse représente vraisemblablement les marnes cartenniennes d'Algérie.

4° Couche marneuse, verdâtre, renfermant quelques exemplaires d'*Ostrea crassis-*

---

(1) Séance du 27 décembre 1921.

sima Lmk. de taille moyenne, et d'*O. gingensis*, montrant que nous pénétrons dans le Vindobonien.

5° Grès blancs à grains fins, sans fossiles, environ 4^m ou 5^m d'épaisseur.

6° Argiles marneuses, jaunâtres, renfermant un banc très compact d'*O. crassissima* de grande taille, correspondant à l'Helvétien.

7° Banc de grès, jaune clair, sans fossiles, à grains fins, formant le substratum de la formation ligniteuse et inclinés à 28° NO-SE.

8° Formation ligniteuse, débutant, au contact, par un mince lit de marnes gypsifères, sur laquelle repose la couche de lignites dont l'épaisseur, mince à l'affleurement, atteint en profondeur près de $0^m,80$ au maximum, recouverte par un nouveau lit très mince de marnes contenant des cristaux de gypse; cette formation ligniteuse peut être suivie sous ces mêmes grès, sur une longueur de plus de 20^{km} en direction.

9° Grès blancs-jaunâtres, à grains fins, sans fossiles, de 3^m à 4^m d'épaisseur.

10° Argile jaune clair, à petits nodules ferrugineux (1^m à $1^m,50$).

11° Marnes verdâtres où l'on rencontre en abondance *Turritella fimbriata* Michelotti, mêlée à *Cerithium lignitarum* Eichwald, cependant plus rare. Ces deux espèces caractéristiques sont toujours accompagnées de nombreux *Cardium edule* de petite taille, d'*Arca* et autres fossiles très mal conservés. D'une façon sporadique, on y trouve également *Ostrea fimbriata*.

12° Nouvelle alternance de marnes verdâtres très épaisses, analogues aux précédentes (puissance, une soixantaine de mètres), et de grès à grains fins (épaisseur 2^m environ), le tout sans fossiles.

13° Ces couches sont finalement recouvertes en discordance par le Pliocène marin, formé, ici, de marnes épaisses à *O. Virleti* Desh. et *O. digitalina* Dub., assez rares d'ailleurs, surmontées elles-mêmes par les dépôts des plages quaternaires à Strombes.

En résumé, il résulte des observations précédentes que les lignites du Cap Bon sont compris entre le niveau à *T. fimbriata*, *C. lignitarum* et celui à *O. crassissima*; comme ils sont plus rapprochés de l'étage tortonien que de l'étage helvétien, ils peuvent être considérés comme appartenant à l'âge tortonien.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de calcaires à Alvéolines d'âge probablement auversien à la base du Nummulitique du plateau d'Arâche (Massif de Plati, Haute-Savoie).* Note (¹) de M. **Léon Moret**, transmise par M. Kilian.

La haute plaine rocheuse qui forme la rive droite de l'Arve au niveau de Magland, montre une série de barres régulièrement étagées. L'étude de la tectonique de cette difficile région a montré à M. Ritter qu'il s'agissait en ce point de la couverture crétacée et tertiaire des deux plis couchés supé-

(¹) Séance du 27 décembre 1921.

rieurs du Mont Joly qui forment le socle de Platé et dont les noyaux se montrent très nettement dans le Malm contourné de la cascade d'Arpenaz. Cette couverture épouse à distance les deux anticlinaux d'Arpenaz en se couchant vers le Nord, elle donne alors successivement le pli-faille de la Colonnaz (anticlinal sup^{r}) et le pli-faille de Maglaud (anticlinal inf^{r}), lequel offre des complications tectoniques singulières et un grand intérêt stratigraphique. Le Crétacé et le Tertiaire s'y reploient en boucles synclinales allongées, à concavité tournée vers le Nord et, la plupart du temps, ce dernier terrain n'y est représenté que par des lames ou « coins » inclus dans le centre des synclinaux. Si, partant du bas de la vallée, on gravit la falaise, on note de bas en haut :

1° Sénonien très épais (flanc sud renversé du synclinal de Balancy) en talus;
2° Barre urgonienne des grottes de Balme (noyau anticlinal);
3° Calcaires et calcschiste du Sénonien en talus; grande épaisseur due à des reploiements;
4° Petit banc de calcaire gréseux noir, glauconieux; quelques centimètres;
5° Conglomérat très broyé, quelques centimètres;
6° Barre de calcaire brun, compact, spathique, dans laquelle j'ai trouvé une faune de Nummulites de taille moyenne associées à de nombreuses *Alvéolines* très bien conservées, 15^{m} à 20^{m};
7° Schistes à patine soufre et à cassure sublithographique (Sénonien);
8° Couches conglomératiques liées par un ciment analogue au n° 7. Cailloux divers;
9° Couches siliceuses, dures, à traînées de silex en relief, intercalations de schistes à patine soufre, azoïques. Dans les bancs durs : *Bithynia*, *Hydrobia*, *Cypris*, dans les traînées siliceuses, sections de tiges de *Chara*;
10° Couches schisteuses (Priabonien, Flysch);
11° Grès de Taveyannaz moucheté en se dirigeant vers l'Est.

Toutes ces couches sont inclinées de 25° N.-E. approximativement. Au Sud ([1]), le pli-faille de Magland sépare cette série d'une autre supérieure où l'on trouve : Gault, Sénonien, conglomérat nummulitique épais, lumachelle à débris d'Inocerames avec intercalations de petits lits de poudingue, calcaires à Nummulites et Orthophragmines de Serveray, Flysch.

Le fait important, nouveau et à retenir de ce qui précède, *c'est l'existence de calcaires à Alvéolines superposés au Sénonien.* Ce banc, marqué sur la carte géologique au $\frac{80}{1000}$ en Urgonien, occupe le centre synclinal sénonien à concavité septentrionale, qui correspond à la boucle inférieure du pli-faille de Magland.

([1]) V.-L. Moret, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1216.

La présence d'une faune de Nummulites à piliers, de taille assez grande (*N. perforatus, N. Brongniarti?*) associées à de grandes Alvéolines (*A. elongata* d'Orb.) caractéristique de l'Eocène moyen, la position stratigraphique de ce calcaire à la base du Nummulitique, dont je me propose de rechercher l'extension dans tout le massif, *militent en faveur de son attribution à l'Auversien* ([1]); Douxami avait d'ailleurs compris dans cet étage les poudingues de base particulièrement épais dans la région méridionale de Platé en remarquant leur ressemblance avec les conglomérats et calcaires à *N. perforatus* auversiens des Bauges. Boussac par la suite (*Stratigraphie du Nummulitique Alpin* 1912) fit de tout ce Nummulitique (à part le Flysch, bien entendu) du Priabonien dont les faunes caractéristiques se trouvent cependant bien au-dessus des poudingues et dans les calcaires schisteux noirâtres. Cette opinion est généralement admise par les géologues alpins. Remarquons *que le seul gisement à Alvéolines* (*A. elongata*) connu jusqu'à présent dans le Nummulitique alpin, se rencontre non loin de là, dans le synclinal Chatelard-Entrevernes (Bauges); les Alvéolines y sont associées à *N. perforatus*, *Orthophragmina discus* dans des couches d'âge Auversien (Boussac, *loc. cit.*, p. 277 ([2]).

Cependant Boussac lui-même signale dans les *conglomérats nummulitiques d'Altdorf* en Suisse, près du lac des Quatre Cantons, un *galet de calcaire à grandes Nummulites et Alveolines* qu'il a figuré et dont le faciès est tout à fait identique à celui de nos couches de Balme-Arâche (*loc. cit.*, p. 372 et planche). De la présence, dans ce conglomérat, *d'une roche complètement étrangère à l'Helvétique et ne pouvant, pour lui, venir que du Sud, des zones méridionales alpines* (Dinariques), Boussac tire de grandes conséquences sur lesquelles je n'insisterai pas. Notons seulement que le faciès des couches de Balme-Arâche qui est absolument le même que celui du galet d'Altdorf, *n'a rien de Dinarique* et la mer qui a déposé ces conglomérats n'a pu le chercher très loin; il est en effet infiniment probable que les calcaires à

([1]) Faune complètement différente de celles des petites Nummulites du Priabonien de la région, elles sont malheureusement très empâtées dans la roche.

([2]) A part cette localité des Bauges, les affleurements de calcaires à Alvéolines les plus septentrionaux sont, d'après Boussac, ceux de Guttaring dans la nappe de Bavière. Gümbel a indiqué *Alveolina oblonga* dans le Lutétien ferrugineux du Kressenberg et du Traunthal en Bavière, mais le lieu d'origine de ces sédiments, peut-être préalpins, est à rechercher plus au Sud. En dehors du domaine de la Mésogée nummulitique, *Alveolina elongata* se retrouve dans l'Auversien du bois Gouet et jusque dans le Hampshire; nulle part elle atteint le Bartonien.

Alvéolines de Balme se retrouveront un jour en place dans cette zone de l'autochtone suisse qui est la prolongation directe de celle de Platé.

La découverte de couches à Alvéolines à Platé *modifie donc notablement* ce que nous savions depuis les beaux travaux de Boussac sur les *contours de la mer Auversienne* qui devait par conséquent faire une large avancée dans ces régions entre Pelvoux et Mont Blanc.

Enfin, la présence d'Alvéolines au voisinage de couches saumâtres à *Hydrobia*, *Bithynia*, *Cypris*, est bien en accord avec ce que nous avons appris sur le mode de vie de l'unique espèce actuelle (*A. Melo* d'Orb.) qui se rencontre dans les zones littorales des mers chaudes, peu profondes (50^m) et sur des fonds coralligènes et agités. Ces grands Foraminifères, certainement les plus littoraux de tous ceux utilisés en stratigraphie, nous enseignent donc que nous sommes ici en un point qui correspond au maximum atteint vers le Nord-Ouest par la transgression auversienne.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Les captures de l'Oum er Rebia et l'hydrographei générale du Moyen-Atlas marocain*. Note (¹) de M. **J. Savornin**, transmise par M. Ch. Depéret.

L'Oum er Rebia est le plus puissant des fleuves atlantiques au Maroc. Il est abondamment alimenté par les *quarante sources* à régime vauclusien qui, chez les Mrabtine, vers la frontière commune des Zaïan et des Beni Mguild, sortent, en grondant, du pied de l'énorme falaise jurassique reposant sur les argiles rouges salifères du Permo-Trias.

En amont de ces sources d'*Ouïouane*, le cours supérieur se traîne longtemps à la surface du plateau des Beni Mguild, portion du « Moyen-Atlas », de la même façon que l'oued Guigou qui, en direction diamétralement opposée, constitue la haute vallée du Sebou, fleuve du R'arb. L'un et l'autre, sur ce plateau, empruntent par moment de vieilles vallées où serpentent des coulées basaltiques pliocènes.

En aval, à quelques kilomètres avant *Khenifra*, l'Oum er Rebia coule en torrents dans une énorme fissure de basalte, qu'il remplit sur une hauteur de 12^m, au dire des indigènes. Le gouffre écumant est enjambé par le vieux pont portugais, auprès duquel une tour en ruine a donné son nom au poste français voisin (*El Bordj*). La rivière demeure encaissée dans un synclinal

(¹) Séance du 27 décembre 1921.

permien, et parfois dans un flanc monoclinal, jusqu'à *Kasba-Tadla* où l'Éogène lui constitue une vallée tectonique. Elle s'étale ensuite dans l'immense plaine de son bassin moyen, où l'Abid et la Tessaout, descendant du Grand Atlas, viennent grossir un débit déjà considérable alimenté par la forte pluviométrie des « Causses » moyen-atlasiques.

Ce bassin du moyen Oum er Rebia, comme je l'ai fait observer ici même (¹), n'est qu'une large cuvette crétacée-éocène au pays des phosphates. Il n'est pas impossible que cela ait été momentanément un bassin fermé, dont la « Bahira », au nord des Djebilet, serait la délaisse ultime. Mais de bonne heure il a dû se déverser dans l'Océan, par les interminables gorges de *Mechra ben Abbou-Bou Laouan*, où on le voit profondément encaissé jusqu'à son embouchure à la pointe nord du pays Doukkala.

L'importance de ce fleuve l'a fait choisir pour la première installation d'usine hydro-électrique, que l'on va créer à S[i] Saïd Mâchou, en perçant par un tunnel un étranglement séparant deux méandres. Une chute de 17^m permettra d'obtenir environ 8000 kilowatts-heure. Ce sera le modeste début de réalisation d'un grand programme déjà étudié.

L'Oum er Rebia inférieur a donc probablement accaparé à son profit les eaux du bassin moyen, dont la destinée semblait autre. Il a aussi capturé la Tessaout, et tout le bassin de Demnat, dont il a décapité le Tensift, fleuve de Marrakech, qui en était le drain naturel comme le montre la topographie.

J'ai eu l'occasion d'observer, très en amont, un phénomène hydrographique du même ordre, qu'il était impossible de soupçonner en l'état d'imperfection des cartes. A *Taka Ichiane* j'ai trouvé, en corniche sur une haute berge schisteuse, à 150^m au-dessus du lit actuel, des alluvions fluviatiles dont les galets, souvent plats et volumineux, ont servi de pierres à bâtir pour le poste.

Leur présence à cette altitude relative, alors que le fleuve n'a pas laissé de terrasses dans sa profonde et étroite vallée, ne s'explique qu'en les attribuant à un cours d'eau venant de *Bekrit*, chez les Beni Mguild, et coulant à la surface du plateau avant le travail des eaux vauclusiennes d'Ouïouane. La nature de certains éléments (calcaires jurassiques et crétacés, calcédoines, éocènes, basaltes) provenant incontestablement du « Moyen-Atlas » est d'ailleurs révélatrice à cet égard.

Ces alluvions, reposant sur les schistes paléozoïques, sont assez aquifères pour alimenter le poste en eau potable.

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 229.

A partir de ce point s'étale vers le Nord au delà de *Mrirt*, une belle plaine qui serait une anomalie géographique si l'on n'y reconnaissait une « vallée morte » d'un important cours d'eau. Sa régularité l'a fait choisir pour l'établissement d'un grand port aérien (juin 1921). Un simple ruisseau serpente aujourd'hui à sa surface, à la saison pluvieuse; mais de belles prairies naturelles lui font un vaste tapis de verdure.

La plaine de Mrirt a un débouché au Nord (à 1500^{m} ouest de Kasba Titahouïne) dénommé : *foum Aguennour*. Or l'oued Aguennour, ainsi que l'a reconnu au printemps dernier M. le capitaine Guillaume du Service des renseignements, commence à ce défilé. Les cartes topographiques figurent un *oued Berriakh*, de direction WE, qui conduirait à l'oued Beht les eaux du Tirzat, venant de Foum Aguennour. Mais c'est bien l'oued Aguennour (ou haut Bou-Regreg) qui, sous les noms d'oued Aouam, oued Tirzat, oued Messouôr, coule en zigzags de direction moyenne SE-NW.

La plaine de Mrirt n'est qu'un premier épanouissement lacustre de la haute vallée morte du Bou Regreg. Il en existe d'autres dans la vallée encore vivante : plaines d'Aouam, de Messouôr (Mechouar sur les cartes), de Guertila (1), séparées par des défilés rappelant le foum Aguennour.

Il faut donc reporter à près de 80^{km}, en amont du point où on la supposait, la tête de vallée originelle du Bou-Regreg-Aguennour. Les eaux du plateau des Beni-Mguild, circulant autour de Bekrit, allaient à Rabat avant la capture effectuée sous Taka Ichiane par l'Oum er Rebia. Cette décapitation a fait perdre au Bon Regreg plus de 40^{km} de son cours supérieur.

Ces observations appellent encore des remarques sur l'hydrographie primitive, véritablement schématique, de l'immense plan incliné calcaire du « Moyen-Atlas » et de la pénéplaine schisto-cristalline des Zaïan, aujourd'hui méconnaissable sous les profondes érosions qui la découpent, mais où la plupart des directions de rivières sont visiblement surimposées par une topographie originelle fort simple. Il serait trop long de développer ici le détail de ces remarques, qu'il nous suffit d'énoncer.

---

(1) Qu'il faut déplacer de 8^{km} à l'ouest.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Étude des plantes salées, pendant la période où se produisent des anomalies.* Note de M. **Pierre Lesage**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une précédente Note [1] j'ai indiqué que mes arrosages du *Lepidium sativum* devaient être faits avec des solutions de chlorure de sodium à concentrations comprises entre les valeurs C_s et C_m : C_s correspondant à une concentration inférieure, début de l'action modificatrice sur les plantes, seuil de l'excitation utile; C_m correspondant à une concentration plus grande, au-dessous de laquelle la plante vit et donne des graines capables de germer convenablement, et au-dessus de laquelle la plante peut encore vivre, mais ne donne plus de graines ou en donne qui sont mal conformées et incapables de bien germer. Je ne connais pas encore d'une façon précise ces limites; mais, dans les diverses cultures que j'ai faites jusqu'à présent, je suis resté entre ces valeurs, puisque j'ai obtenu des modifications dans les plantes et des graines germant suffisamment bien et provenant de ces plantes. Toutefois, en 1919, j'ai craint d'avoir dépassé C_m en employant l'une des concentrations à 14 pour 100 de NaCl, ce qui a eu pour résultat, cette année-là, une production de plantes à très petit nombre de graines convenables et ne germant qu'en faible proportion. En conséquence, j'ai cru devoir diminuer, en 1920 et en 1921, le maximum de mes concentrations, mais je vais essayer à nouveau, en 1922, la solution à 14 pour 1000 en modifiant un peu mon procédé d'arrosage, pour chercher à me rapprocher le plus près possible de la valeur C_m, sans la dépasser, afin d'avoir le maximum d'action utile sur les graines.

Au point de vue de l'action de ces arrosages salés, on serait tenté de rapporter les différences entre les plantes témoins et les plantes salées, à des différences dans l'absorption de l'eau comme conséquence du jeu inégal de l'osmose. On serait d'autant mieux tenté de le faire que les cultures en plein air, pleine terre, ont présenté entre elles, en 1921, année de grande sécheresse, des différences comparables, dans une certaine mesure, à celles qui se manifestent entre les plantes cultivées en pots, sous châssis, salées et non salées, en ce qui concerne la taille, le nombre relatif des grosses graines, leur poids et même la forme plus ou moins dodue.

---

(1) Pierre Lesage, *Plantes salées et période des anomalies* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 82).

Cependant il peut, il doit y avoir une autre action, parce que le NaCl n'intervient pas que dans l'absorption, il doit intervenir à l'intérieur de la plante puisqu'il y pénètre. En effet, les auteurs signalent ce fait en même temps que des variations de quantité suivant le milieu; de mon côté, en consultant mes notes, je vois que des dosages du chlore dans les graines de 1913 ont donné : pour les témoins, des traces; pour les plantes arrosées à l'eau salée, 4,7 pour 100 du poids sec. Les sommités débarrassées des fruits ont encore donné : pour les témoins, 0,17 pour 100 et, pour les plantes salées, 13,07 pour 100 du poids sec. Enfin les dosages des sommités de plantes de 1920 ont fourni les proportions suivantes pour cent de la matière sèche ([1]) :

		Pour 100 de K.	Pour 100 de Na.
Plantes arrosées	à l'eau de source	1,10	0,50
	à 12 pour 1000 de NaCl	1,96	4,30

Il ressort de l'examen de ces derniers nombres que les plantes arrosées à 12 pour 1000 de NaCl absorbent 8 fois plus de sodium que les témoins. Il est encore intéressant de faire remarquer que la présence du NaCl dans les arrosages paraît avoir pour résultat l'entraînement dans la plante d'une plus forte proportion de potassium. Quoi qu'il en soit, la pénétration du sel dans les plantes doit avoir des conséquences qui sont loin d'être établies.

Dans la Campagne de 1921, j'ai retrouvé des différences déjà signalées entre les plantes salées et les plantes témoins, dans le cycle évolutif et la taille de ces plantes, dans le nombre relatif des grosses graines et leur poids, et dans la forme plus ou moins dodue de ces graines. En ce qui concerne ce dernier caractère, voici de nouvelles données sur les rapports des dimensions, longueur (L), largeur (l), épaisseur (e) dans des cas typiques :

		$\frac{L}{l}$	$\frac{l}{e}$
Plantes arrosées	à l'eau de source	1,70	1,66
	à 12 pour 1000 de NaCl	1,53	1,16

Ces données montrent bien que les graines des plantes salées sont plus arrondies, plus dodues que celles des plantes témoins. Il n'est pas sans intérêt de dire que cette forme dodue s'est encore manifestée, mais atténuée dans la première génération arrosée à l'eau de source des descendants des plantes salées.

([1]) Tous ces dosages ont été faits avec grand soin par M. Artus, chef des travaux de Chimie et sous-directeur du Laboratoire agricole de la Faculté des Sciences de Rennes.

En 1920, j'avais trouvé des fruits anormaux à trois loges en assez grand nombre et quelques fruits à quatre loges, en grande majorité sur les pieds salés; en 1921, j'ai retrouvé ces fruits anormaux dans mes cultures : 65 sur 265 pieds arrosés à l'eau salée et 1 seulement sur 90 pieds témoins arrosés à l'eau de source. Dans les cultures témoins, mais en plein air, pleine terre, et qui ont eu à souffrir de la sécheresse de cette année, qui m'ont donné des graines un peu dodues mais cependant moins que celles des cultures salées à 12 pour 1000, je n'ai trouvé que 7 fruits anormaux sur 685 pieds. Je pense qu'il y a lieu de faire ce rapprochement parce qu'il sera invoqué plus tard pour interpréter le rôle des solutions de NaCl au point de vue osmotique dans l'absorption de l'eau et pour montrer que ces solutions ne bornent pas là leur action, puisque, comme nous l'avons déjà vu, le NaCl est absorbé, et parce que, comme nous venons de le voir, la forte sécheresse elle-même ne provoque pas des modifications aussi marquées que la salure.

Les graines des fruits anormaux de 1920, semées dans trois cultures séparées, ont donné des résultats qu'il faut mentionner. Celles des fruits à 3 carpelles ont fourni deux cultures, l'une arrosée à la solution contenant 12 pour 1000 de NaCl, l'autre arrosée à l'eau de source; la première culture a donné 10 fruits anormaux sur 11 pieds; la seconde, 1 seul sur 22 pieds. La troisième culture, arrosée à l'eau de source, présentait 11 pieds provenant des graines retirées des fruits à 4 carpelles; ici, je n'ai pas trouvé un seul fruit anormal. Ces faits sont intéressants parce qu'ils montrent que nous sommes loin d'être en présence d'une mutation; mais nous y trouvons une modification s'établissant d'une manière désordonnée sous des influences parmi lesquelles celle de la salure doit être considérée. Attendons une deuxième génération pour voir si nous n'y trouverons pas des résultats favorables à la conception de ce que Cuénot appelle « un facteur mendélien récessif » (1).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La recherche des pseudo-bases d'anthocyanidines dans les tissus végétaux.* Note de M. **Raoul Combes**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Willstätter et ses élèves ont établi une technique permettant de séparer, dans un mélange, les anthocyanidines de leurs glucosides les anthocyanines :

(1) L. Cuénot, *L'hérédité des caractères acquis* (*Revue générale des Sciences*, numéro du 15 octobre 1921, p. 584).

lorsqu'on agite avec de l'alcool amylique une solution d'anthocyanidine et d'anthocyanine dans l'eau acidifiée, l'anthocyanine reste en solution dans l'eau, tandis que l'anthocyanidine passe dans l'alcool amylique. D'autre part, ces auteurs ont montré que les chlorures d'anthocyanidines, traités par l'eau à chaud, perdent leur coloration rouge, se transformant en composés incolores auxquels fut donné le nom de *pseudo-bases;* ces pseudo-bases incolores, chauffées avec un acide étendu, repassent à l'état de sels d'anthocyanidines rouges correspondants.

Kurt Noack (¹) a entrepris d'appliquer la méthode de séparation des anthocyanidines et des anthocyanines de Willstätter à la recherche des pseudo-bases d'anthocyanidines dans les tissus végétaux. Il traite les tissus par l'eau acidifiée, agite le liquide filtré avec de l'alcool amylique et chauffe en présence d'un acide fort la solution amylique séparée par décantation; lorsque cette solution prend dans ces conditions une coloration rouge semblable à celle des anthocyanidines et virant en présence de soude, de carbonate de calcium, d'acétate de sodium et de perchlorure de fer, il considère que ces réactions sont dues à la présence de pseudo-bases ayant passé dans l'alcool amylique, et il en déduit que les tissus traités renfermaient une pseudo-base d'anthocyanidine. Kurt Noack obtient ainsi des résultats qui l'amènent à conclure à la présence de corps se comportant comme des pseudo-bases d'anthocyanidines dans les feuilles de *Polygonum compactum*, d'*Ampelopsis hederacea*, de *Cydonia*, les péricarpes d'*Æsculus*, les raisins, les pommes et les fleurs de *Pœonia*.

Au cours de recherches sur les relations existant entre les tannins et les pigments anthocyaniques, j'ai fait des constatations qui amènent à penser que les substances considérées par Kurt Noack comme des pseudo-bases d'anthocyanidines sont des phlobatannins.

Mes recherches ont porté sur les feuilles d'*Ampelopsis hederacea*, les raisins, les pommes et les péricarpes d'*Æsculus Hippocastanum*. L'étude des liquides amyliques obtenus comme l'indique Kurt Noack m'a permis de constater que ces liquides renferment des phlobatannins donnant toutes les réactions de coloration attribuées par cet auteur aux pseudo-bases. J'ai caractérisé ces phlobatannins par les réactifs généraux des tannins ainsi que par les réactions suivantes qui distinguent ces substances : formation d'un précipité jaune par l'eau bromée, précipitation par le formol en présence d'acide chlorhydrique, coloration verte par les sels ferriques, for-

(¹) Kurt Noack, *Zeitschrift für Botanik*, 10 Jahrg., 1918, p. 561-628.

mation d'un précipité rouge de phlobaphène par ébullition de la solution aqueuse acidifiée.

Ensuite, en opérant sur les raisins de la variété Frankenthal, d'une part, j'ai isolé le phlobatannin contenu dans les fruits encore verts, d'autre part, j'ai préparé la pseudo-base d'anthocyanidine correspondant à l'anthocyanine contenue dans les fruits mûrs, enfin j'ai comparé les deux corps.

1° Pour isoler le phlobatannin, les raisins verts, préalablement soumis à la presse, sont traités pendant 5 heures par de l'acétone; le liquide, séparé par filtration, est additionné de 3^{vol} d'éther. Dans ces conditions, il se précipite une solution hydro-acétonique de phlobatannin. Cette solution, isolée par décantation, est saturée de chlorure de sodium; le liquide se divise en deux couches; la couche supérieure contient la plus grande partie du phlobatannin en solution dans l'acétone; cette solution est décantée et évaporée rapidement dans un courant d'air. Le phlobatannin impur obtenu est dissous dans l'eau où on le reprécipite par addition de chlorure de sodium. Le précipité est séparé par filtration, lavé à l'aide d'une solution aqueuse saturée de chlorure de sodium, mis en solution dans l'alcool absolu et précipité par l'éther de pétrole. Enfin, le produit obtenu est purifié par trois reprises successives au moyen de l'alcool absolu et reprécipitation par l'éther de pétrole.

2° Pour obtenir la pseudo-base d'anthocyanidine, j'ai préparé l'œnine des raisins en employant la méthode établie par Willstätter et Zollinger : isolement du glucoside à l'état de picrate cristallisé et transformation en chlorure; l'hydrolyse par l'acide chlorhydrique m'a donné le chlorure d'œnidine, qui a été transformé en pseudo-base par chauffage de sa solution aqueuse.

3° Le phlobatannin de raisins verts et la pseudo-base d'anthocyanidine de raisins rouges présentent des propriétés communes : le phlobatannin donne précisément toutes les réactions que Kurt Noack considérait comme caractéristiques des pseudo-bases; c'est ainsi que, de même que la pseudo-base, il se dissout dans l'eau acidifiée et, par agitation de cette solution avec de l'alcool amylique, il passe dans ce dernier solvant. La solution amylique de phlobatannin, acidifiée et chauffée, se colore en rouge par suite de la formation d'un phlobaphène présentant une teinte et des réactions de virage qui rappellent de très près l'anthocyanidine que l'on obtient en traitant dans les mêmes conditions la solution amylique de pseudo-base. Les solutions aqueuses des deux corps précipitent par chauffage en présence d'acide chlorhydrique et de formol. Ces caractères communs expli-

quent que Kurt Noack ait pris le phlobatannin pour une pseudo-base et le phlobaphène qui en dérive pour l'anthocyanidine correspondant à cette pseudo-base. Par contre, les deux corps diffèrent par un grand nombre de caractères : le phlobatannin précipite par le bichromate de potassium, les alcaloïdes, l'eau bromée, il se colore en vert foncé par le perchlorure de fer. La pseudo-base ne présente aucune de ces réactions.

On voit, d'après ces résultats, que les corps que Kurt Noack croyait avoir caractérisés comme pseudo-bases dans les extraits amyliques qu'il a étudiés étaient des phlobatannins, et que les substances rouges qu'il obtenait par chauffage en présence des acides et qu'il considérait comme des anthocyanidines étaient des phlobaphènes. La méthode de l'essai à l'alcool amylique, établie par Willstätter et ses élèves pour séparer les anthocyanidines des anthocyanines, ne peut donc être appliquée à la recherche des pseudo-bases d'anthocyanidines dans les tissus végétaux. D'une façon générale, l'étude d'extraits végétaux, dont la composition est très complexe, par l'emploi de simples réactions de coloration qui, ainsi que nous venons de le voir, peuvent être communes à diverses substances organiques, ne suffit pas pour conclure à la présence d'anthocyanines, d'anthocyanidines ou de pseudo-bases dans les tissus examinés; l'extraction des pigments et leur caractérisation opérée sur des produits purs permettent seules d'obtenir des résultats concluants.

AGRONOMIE. — *De l'influence de l'orientation sur les succès de la transplantation des arbres.* Note de M. **Martin-Zédé**, présentée par par M. Bazy.

J'ai l'honneur de soumettre à l'Académie un perfectionnement que je viens d'apporter dans la transplantation des arbres, qui, j'ai lieu de le croire, réduira de beaucoup, s'il est appliqué, la non-réussite qui résulte souvent du transport et de la replantation des arbres pris en pépinière.

Ayant eu de nombreuses transplantations à faire, à l'île d'Anticosti, de sapins, mélèzes, épicéas, bouleaux, et quoique ayant toujours fait ces opérations au moment le plus favorable, c'est-à-dire à la fin de l'automne, quand la sève est arrêtée dans son ascension et la végétation en sommeil, j'ai toujours pu constater, l'été suivant, que presque la moitié de mes arbres étaient morts. L'automne suivant, je faisais de nouvelles plantations pour remplacer les arbres morts et invariablement, malgré toutes les précautions prises, je

pouvais constater que dans ces plantations nouvelles la moitié des nouveaux arbres étaient secs.

Il m'est venu à l'idée que je commettais une faute d'acclimatation en plantant ces arbres sans tenir compte de leur orientation initiale. L'arbre ayant pris racine dans la pépinière, son tronc et ses branches ayant passé plusieurs années ainsi exposés ou non au soleil selon le hasard de sa naissance, devait être transplanté dans des conditions identiques à celles où il avait vécu jusque-là. En effet, il est facile de se rendre compte que la partie exposée au Nord et qui ne voit jamais le soleil à l'inverse de celle qui fait face au Midi a une écorce bien plus épaisse qui lui permet de résister facilement au froid et aux intempéries; celle qui est exposée au soleil, par contre, a une bien moindre épaisseur, destinée qu'elle est à ne recevoir que les chauds rayons du soleil et non les morsures de la bise. Si donc nous livrons au hasard l'orientation nouvelle des arbres quand nous les transplantons, sans tenir compte de leur plus ou moins grande adaptation d'origine au froid ou au chaud, nous avons la moitié des chances pour que ces arbres, ne reprenant pas leur orientation primitive, se trouvent en conséquence, même ne mourant pas, dans de mauvaises conditions de résistance, pendant la période toujours critique de leur transplantation, et dans les années qui suivront.

Muni d'une boussole, je pris donc le soin, avant de les déplanter, de repérer leur orientation individuelle et marquai sur chaque arbre une des branches exposées au Nord d'un signe apparent (bout de ruban quelconque), puis j'opérais la replantation au nouvel emplacement en dirigeant du côté du Nord la branche marquée. J'ai pu constater depuis que, sur le nombre d'arbres ainsi remis en terre, le déchet était insignifiant, ne dépassant pas 6 à 8 pour 100, tandis que le nombre des arbres secs dépassait autrefois, avant l'emploi de cette nouvelle méthode, souvent 50 pour 100.

Il est possible que le froid rigoureux que nous subissons à Anticosti ait rendu plus effectif mon procédé qu'il ne le serait dans des climats plus tempérés, toutefois je crois bon de le signaler, car je l'ai trouvé raisonnable, simple et peu coûteux et toutes choses égales d'ailleurs, et quelle que soit la région, il doit certainement souvent empêcher la mort de l'arbre transplanté ou du moins le mettre dans un état de meilleure résistance, plus favorable à son développement.

Quand nous considérons le prix que coûte la transplantation des arbres des promenades de Paris et des grandes villes, et les travaux importants que nécessite la transportation de ces arbres dont les troncs ont souvent un

diamètre dépassant 25cm, quand nous voyons que ces arbres, obligatoirement, sont dans les plus mauvaises conditions de développement dus au manque d'air, à la fumée des cheminées et des automobiles, aux poussières nocives des routes goudronnées, aux frictions diverses, etc. qu'ils subissent pour toutes sortes de causes, il semble qu'on ne saurait trop prendre de précautions pour mettre ces jeunes arbres dans l'état de santé et de conservation optimum pour leur permettre de résister le plus longtemps possible aux mauvaises conditions dans lesquelles ils doivent vivre, pour qu'ils puissent continuer à nous donner à meilleur compte, la fraîcheur et l'ombrage qui sont la base de l'hygiène des villes et en constituent la plus belle décoration.

PHYSIOLOGIE. — *Mesure de l'excitabilité d'un nerf sécrétoire : corde du tympan et glande sous-maxillaire.* Note [1] de M. et Mme A. **Chauchard**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons entrepris l'étude de l'excitabilité d'un nerf sécrétoire, la corde du tympan. C'est un nerf *itératif;* M. Lapicque a défini, sous ce nom, les nerfs qui exigent, pour donner une réponse physiologique, la répétition des excitations. Depuis 1912, avec divers collaborateurs, sur les vertébrés inférieurs, il a étudié plusieurs de ces nerfs et montré que, dans la mesure de leur excitabilité, la chronaxie est indépendante de la fréquence et du nombre des excitations; elle caractérise le nerf lui-même. Les lois de sommation caractérisent l'appareil auquel aboutissent les fibres nerveuses.

Nous expérimentons sur des chiens anesthésiés (morphine-chloroforme). Nous avons d'abord reconnu que, à dose anesthésique, ces substances ne modifient pas la chronaxie du nerf. La corde du tympan et le canal excréteur sont découverts suivant la technique classique. Après mise en place d'électrodes impolarisables, nous refermons la plaie opératoire. La région est ensuite recouverte d'une épaisse couche de coton et l'animal lui-même enveloppé dans une couverture de laine. Dans ces conditions le nerf et la glande sont maintenus à une température normale.

L'instrumentation électrique est celle qu'a décrite M. Lapicque [2]. Des condensateurs de capacités connues sont chargés et déchargés par un cylindre à cames à intervalles réglables, Les résistances comptant pour le temps sont fixées au moyen d'un

---

(1) Séance du 19 décembre 1921.

(2) *C. R. Soc. de Biol.*, 23 décembre 1911; *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 70

shunt. La source consiste en une série d'accumulateurs reliés à un réducteur de potentiel. Ce dispositif permet de faire varier l'intensité, la durée, la fréquence et le nombre des excitations.

1° *Influence de la durée des excitations.* — La fréquence et le nombre des excitations restant invariables, on cherche le seuil pour des capacités variables. Le résultat peut se résumer comme suit :

Pour des capacités faibles, le voltage nécessaire pour obtenir le seuil est très élevé. Le voltage décroît quand la capacité augmente, et cela, jusqu'en un point où l'augmentation de la capacité n'a plus d'influence sur le voltage. Le calcul de la quantité et de l'énergie mises en jeu à chaque excitation montre que la quantité croît avec la capacité et que l'énergie passe par un minimum. Voici les chiffres d'une expérience.

9 *mars.* — Chien de 17^{kg}. Nombre des excitations : 36. Intervalle entre les excitations : $\frac{1}{6}$ de seconde.

Capacité en microfarads.	Voltage liminaire en volts.	Quantité en 10^{-6} coulomb.	Énergie en 10^{-6} joule.
0,4	1,25	0,5	0,31
0,3	1,35	0,4	0,27
0,2	1,50	0,3	0,225
0,1	2	0,2	0,20
0,05	3	0,15	0,225

Tout se passe comme dans l'excitation du nerf moteur. On peut donc, comme dans le cas de ce nerf, déterminer directement la chronaxie. On cherche le voltage nécessaire pour obtenir le seuil en courant constant (rhéobase) avec un nombre d'excitations et un rythme déterminés. Puis, avec un voltage double, on cherche une capacité qui redonne le seuil. Le produit de cette capacité par le coefficient expérimental 0,37 et par la résistance du shunt qui, dans nos expériences, a toujours été de 4000 ohms environ, fournit la valeur de la chronaxie.

Dans une série de 20 expériences, la chronaxie de la corde du tympan s'est toujours, sauf dans un cas, maintenue voisine de $0^s,0004$, chiffre qui n'est pas modifié quand on fait varier la fréquence ou le nombre des excitations.

2° *Nombre des excitations.* — La capacité et la fréquence restant invariables, on détermine le voltage liminaire pour des excitations de nombre croissant.

Le voltage décroît quand le nombre des excitations augmente. La courbe qui exprime le phénomène s'incline d'abord assez rapidement vers l'axe des

abscisses, puis, pour des nombres élevés, tend à devenir parallèle à cet axe. A partir d'une certaine valeur, le nombre des excitations n'a plus d'influence sur le voltage. Il est à remarquer qu'on arrive à ce résultat pour un nombre d'excitations de l'ordre de la centaine réparti en 16 secondes; le pouvoir de sommation est donc fort élevé. Exemple :

Expérience du 27 février. — Chien de 18^{kg}. Capacité 0,3 microfarad. Intervalle des excitations $\frac{1}{6}$ de seconde.

Nombre des excitations...	6	12	24	36	60	96
Voltage liminaire.......	>14	9	3	1,3	0,9	0,8

Fréquence des excitations. — Le nombre des excitations et la capacité restant invariables, on cherche le voltage liminaire pour différentes fréquences.

Quand on augmente l'intervalle entre les excitations, le voltage s'accroît. La courbe d'abord parallèle à l'axe des fréquences, les rythmes rapides influençant faiblement le voltage, remonte rapidement pour les rythmes lents pour lesquels elle tend à devenir parallèle à l'axe des voltages. Exemple :

Expérience du 12 avril. — Chien de 17^{kg}. Capacité 0,35 microfarad. Nombre des excitations 36.

Intervalle en seconde.....	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
Voltage liminaire........	2,65	2,65	2,8	4,5	>20

Les recherches que nous venons d'exposer constituent la première détermination quantitative de l'excitabilité d'un appareil secrétoire. Nous constatons que les lois qui régissent cette excitabilité rentrent dans la formule générale des nerfs itératifs. Il devient possible d'établir une comparaison avec ceux qui ont été étudiés par Lapicque et ses collaborateurs chez les Batraciens.

La chronaxie des vaso-constricteurs et des inhibiteurs cardiaques mesurée chez ces Vertébrés à sang froid a été trouvée égale à $0^s,002$; la chronaxie de la corde du tympan est notablement plus petite, mais l'écart paraît de peu d'importance si l'on tient compte de la différence de température entre les Batraciens et les Mammifères.

Si l'on compare le pouvoir de sommation des divers organes étudiés, celui de la glande salivaire est bien plus grand que celui de la moelle prise comme centre réflexe; il est moindre que celui des chromatophores étudiés par M^{lle} Kœnigs. Il se rapproche de celui de la tunique contractile des vaisseaux.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le venin des fourmis, en particulier l'acide formique.* Note [1] de M. ROBERT STUMPER, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans cette note nous résumons nos recherches chimiques sur le venin des fourmis, notamment sur l'acide formique y contenu. Nous avons tâché avant tout d'apporter un peu de lumière dans nos connaissances aussi confuses qu'incomplètes sur ce sujet. Généralement on attribue l'action toxique de ce venin à l'acide formique; d'autres, par exemple von Fürth, Kobert et Faust, critiquent une telle assertion. Avant d'entrer dans le vif de la question, il est indispensable d'exposer succinctement la morphologie de l'appareil venimeux des Formicides.

Toutes les fourmis, à l'exception des mâles, possèdent un organe venimeux, composé d'un dard et d'une glande à venin. Chez les *Ponerinæ*, *Myrmicinæ* et *Dorylinæ*, le dard est bien développé; chez les *Camponotinæ*, le dard est rudimentaire, mais la glande est bien développée; quant aux *Dolichoderinæ*, le dard et la glande à venin sont rudimentaires, mais elles possèdent des glandes anales dont la sécrétion odorante et gluante constitue la partie la plus efficace de leur réaction protectrice.

Nos études ont pour objet la recherche et le dosage de H.COOH dans le venin de différentes fourmis, afin d'établir une relation entre la forme de l'appareil vénénifique et la production d'acide formique. La première question que nous nous sommes forcé de résoudre était de savoir si le venin des fourmis contient, à côté de H.COOH, d'autres acides libres. La méthode employée était celle de Duclaux [2], dont le principe est le suivant : les acides organiques (en solution < 2 pour 100) distillent d'une façon rigoureusement caractéristique pour chaque acide. On n'a qu'à suivre la marche de la distillation en titrant l'acidité des 10^{cm^3}, 20^{cm^3}, 30^{cm^3}, etc. de liquide distillé et en calculant l'acide passé en centièmes de l'acide total, le volume initial étant toujours 110^{cm^3}, ou bien en calculant l'acide passé à la distillation en pour 100 des 100^{cm^3} de distillat. De ces deux manières on obtient une série de nombres caractéristiques de l'acide en question. Des écarts notables avec ces nombres révèlent la présence soit d'un, soit de plusieurs autres acides.

Nous avons soumis à la distillation : 1° un extrait aqueux de *Formica*

---

(1) Séance du 27 décembre 1921.

(2) M. DUCLAUX, *Traité de Microbiologie*, t. II.

rufa, la fourmi fauve de nos bois, réputée par sa production abondante de H.COOH, et 2° un extrait aqueux de *Cataglyphis bicolor*, une espèce tunisienne, dont j'ai eu à ma disposition un grand nombre d'individus vivants.

Le Tableau I résume les résultats obtenus en calculant l'acide passé en pour 100 de l'acidité des 100$^{cm^3}$ de liquide passé à la distillation.

TABLEAU I.

	Formica rufa.		*Cataglyphis bicolor.*		
Quantité distillée.	Nombre de cm³ de NaOH N/10 lus sur la burette.	Acidité en pour 100 de l'acide des 100cm³ de distill.	Nombre de cm³ de NaOH N/10 lus sur la burette.	Acidité en pour 100 de l'acide des 100cm³ de distill.	H.COOH par (nombres de Duclaux).
a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	*f.*
cm³	cm³		cm³		
10	0,99	5,8	0,30	5,54	5,9
20	2,08	12,5	0,62	11,3	12,2
30	3,25	19,0	1,00	18,5	19,1
40	4,54	26,5	1,37	25,3	26,3
50	5,90	34,5	1,80	34,3	34,3
60	7,43	43,5	2,36	43,5	43,2
70	9,31	54,3	2,92	53,8	52,7
80	11,43	66,8	3,57	62,2	65,3
90	14,43	82,2	4,37	79,95	79,9
100	17,10	100	5,42	100	100
(110)	29,60		9,20 (calc.)		

L'inspection de ce Tableau, notamment la comparaison des colonnes *c*, *e* et *f*, démontre une concordance parfaite avec les nombres de Duclaux, de sorte que nous sommes en droit d'inférer que le venin des fourmis soumises à l'étude ne renferme, comme acide volatil libre, que H.COOH. Toutefois, il est à remarquer que la théorie de la dissociation électrolytique et la loi des masses nous font prévoir la présence d'autres acides, à condition qu'il y ait des anions, par exemple $\overline{Cl}$, $\overline{SO^4}$, $\overline{PO^4}$. Cependant la méthode de Duclaux n'en a pas révélé la présence, de sorte qu'on peut dire que le venin des fourmis n'en renferme que des quantités négligeables.

BIOLOGIE. — *Sur les caractères d'un Hybride issu de l'union d'un Canard musqué mâle* (Cairina moschata *Flem.*) *et d'une Oie d'Égypte femelle* (Chenalopes ægypticus *Eyt.*). Note de M. A. Lécaillon, présentée par M. Henneguy.

Par suite de la promiscuité dans laquelle se trouvaient, au jardin zoologique de Toulouse, un couple d'Oies d'Égypte et un Canard musqué mâle, naquit, en 1917, une couvée qui contenait, outre les petites Oies normales, un hybride qui vit encore aujourd'hui et dont j'ai pu étudier les mœurs, les caractères morphologiques externes et la coloration spéciale du plumage. Le Canard musqué et l'Oie d'Égypte appartenant à deux espèces très nettement distinctes et même assez éloignées l'une de l'autre dans la classification, l'examen des caractères spéciaux de l'hybride qu'ils avaient produit ne pouvait manquer d'intérêt. Voici les faits principaux qui résultent de mes observations :

Dès sa naissance, le jeune hybride différait des petites Oies nées en même temps que lui par sa coloration générale jaunâtre, caractère montrant sa parenté avec le Canard musqué, dont les petits sont presque totalement jaunes. Au bout de quelques jours, la femelle d'Oie d'Égypte commença à frapper violemment, avec son bec, le jeune oiseau, tandis que, comme d'habitude, elle se montrait, pour le reste de la couvée, extrêmement dévouée (chez l'Oie d'Égypte les deux sexes soignent leur couvée avec une sollicitude remarquable). J'attribue la cause de cette attitude non pas aux faibles différences d'aspect qui existaient alors entre le petit hybride et les oisons, mais à l'odeur spéciale que le premier de ces animaux exhalait (la chair du Canard musqué mâle est de même peu appréciée à cause de sa saveur peu agréable).

L'hybride adulte, qui est du sexe mâle, a une physionomie qui le distingue très nettement des deux espèces dont il est issu. Pourtant, si l'on examine avec soin ses divers caractères, on en trouve facilement qui le rapprochent davantage tantôt de l'une, tantôt de l'autre. Sa taille est plus considérable que celle des Oies d'Égypte et équivaut à celle du Canard musqué mâle (lequel est plus gros que la femelle). Le port de l'animal le fait ressembler davantage à l'Oie d'Égypte (chez le Canard musqué le corps occupe, pendant la marche, une position à peu près horizontale et rase presque le sol, tandis que chez l'Oie d'Égypte il est très relevé en avant et se tient, par suite de la forme de la patte, beaucoup plus loin du sol).

L'hybride est muet, comme le Canard musqué, tandis que les deux sexes, chez l'Oie d'Égypte, poussent des cris perçants. Il est très combattif et s'attaque à des oiseaux de grande taille tels que les Cygnes noirs. Sous ce rapport, il ressemble aux Oies d'Égypte, dont le mâle, à l'époque des couvées, poursuit les chiens et même les personnes qui passent près de lui.

Dès que l'hybride fut adulte, il s'apparia avec une femelle d'Oie d'Egypte, et le couple, bien qu'ayant toujours été infécond, ne se désunit pas au cours des trois années suivantes. Les deux oiseaux s'envolaient, toujours ensemble, jusqu'à des distances de plusieurs kilomètres et revenaient chaque jour dans le jardin où ils trouvaient leur nourriture. A ce point de vue, l'hybride se comportait comme le mâle d'Oie d'Égypte, lequel reste indéfiniment uni avec la même femelle.

En ce qui concerne la coloration du plumage, on peut dire que, sur la région dorsale du corps, l'hybride ressemble davantage au Canard musqué, tandis que, sur la face ventrale, il se rapproche plus de l'Oie d'Égypte. Mais sous ce rapport il n'y a pas identité complète. La couleur blanche manque presque complètement chez lui, tandis que dans les deux sexes de l'Oie d'Égypte il y a, sur les ailes, une large bande blanche coupée d'une ligne noire et, chez le Canard musqué, des plumes alaires blanches également très caractéristiques.

L'aspect de la tête et du bec est aussi caractéristique. Il n'y a, sur le milieu de la tête, aucune de ces plumes érectiles qui distinguent le Canard musqué mâle. De plus, tandis que chez le Canard musqué les parties cutanées épaissies, de couleur rouge vif, dépourvues de plumes, qui recouvrent la base du bec et les côtés de la tête (jusqu'au delà de l'œil) sont extrêmement développées, elles sont à peine indiquées chez l'hybride où on les distingue seulement autour de la base du bec.

Enfin, aucun des groupes de plumes de couleur marron que l'on trouve chez les Oies d'Égypte (autour des yeux, autour de la base du cou, sous la partie thoracique) ne se rencontrent chez l'hybride.

Il résulte de cet ensemble de faits que l'hybride dont il est ici question se rattache incontestablement par certains caractères aux deux espèces qui ont fourni les deux progéniteurs desquels il est issu. Mais il a néanmoins aussi des caractères spéciaux qu'il ne serait pas toujours facile de considérer comme intermédiaires entre ceux de l'Oie d'Égypte et ceux du Canard musqué. On ne pourrait le regarder comme constitué par une mosaïque de caractères dont les uns seraient identiques à ceux du père et les autres identiques à ceux de la mère.

BIOLOGIE. — *Sur l'indépendance de la glande séminale et des caractères sexuels secondaires chez les Poissons. Étude expérimentale* (¹). Note de M. **R. Courrier**, présentée par M. Widal.

En été, l'Épinoche mâle se distingue de la femelle par deux caractères sexuels secondaires bien nets : une pigmentation rouge de l'abdomen et une sécrétion muqueuse des cellules rénales. A ce moment les ampoules spermatiques du testicule renferment un nombre si considérable de spermatozoïdes qu'à un premier examen on ne voit que ces éléments. Il faut étudier attentivement les préparations pour découvrir dans le fond des ampoules quelques rares spermatogonies et noyaux de Sertoli. Une glande interstitielle abondante existe entre les tubes séminifères.

Ce Poisson, capturé en hiver dans une eau de 4° à 7° de température, ne possède plus ses caractères sexuels secondaires. Il ne se distingue plus de la femelle par la coloration de sa robe et son rein ne présente plus la sécrétion si caractéristique que l'on observe au moment du rut. Quelques mâles cependant ont encore une teinte rose pâle sur l'abdomen. L'examen histologique du testicule montre qu'à cette période de l'année les ampoules séminifères sont distendues par les éléments de la lignée séminale qui sont tous présents.

Il y a spermatogénèse et spermiogénèse. Mais tandis que les spermatogonies et les spermatocytes existent en assez grande quantité, les spermies sont plus ou moins nombreuses; en tout cas il en existe beaucoup moins qu'en été. On peut trouver parfois dans les espaces interstitiels quelques rares îlots de cellules glandulaires, en particulier au voisinage du hile. Ces îlots se remarquent surtout chez les mâles qui ont une teinte rose. Cette simple observation fait déjà soupçonner que la glande séminale ne conditionne probablement pas les caractères sexuels secondaires, puisque nous voyons qu'elle est en activité en hiver quand les différences sexuelles font défaut.

Cependant cette conclusion ne s'impose pas, car les conditions ne sont pas les mêmes qu'au moment du rut. A cette époque il y a en effet beaucoup plus de spermatozoïdes dans le testicule; d'autre part les facteurs nourriture, lumière et chaleur, sont différents dans les deux cas. La question lumière

---

(¹) Voir les Notes antérieures : *Comptes rendus*, t. 172, 23 mai 1921; *C. R. Soc. Biol.*, 8 juillet et 17 novembre 1921.

mise à part, on peut par l'expérimentation se placer dans les mêmes condition qu'en été au point de vue de la température et de l'alimentation. C'est ainsi que nous avons fait vivre des Épinoches dans un aquarium à eau courante maintenue à une température constante de 17°. Ces poissons furent très copieusement nourris. Après un mois et demi d'un tel traitement, l'examen montre que la pigmentation n'a pas été influencée. On trouve des mâles aussi pâles que les femelles et d'autres qui présentent sur l'abdomen la teinte rose déjà signalée chez les animaux témoins. Le rein ne révèle aucun changement d'aspect : il possède la structure d'un rein de mâle normal d'hiver ou de femelle. Mais le testicule est grandement modifié.

Les ampoules spermatiques montrent une structure absolument identique à celle qu'elles ont durant l'été. Elles sont bourrées de spermatozoïdes et il ne subsiste que de rares îlots de spermatogonies et de spermatocytes comme en période de reproduction.

Nous n'avons pas observé de changement au niveau des espaces intertubulaires (¹); on peut trouver parfois de petits amas de cellules interstitielles comme chez les animaux témoins.

Grâce à l'action de la chaleur, nous avons donc pu obtenir une glande séminale ayant une structure homologue à celle qu'elle possède en été. Les ampoules renferment autant de spermatozoïdes qu'au moment du rut, et pourtant aucune action ne fut enregistrée sur les caractères sexuels secondaires. Mais ici une distinction est nécessaire. Les conditions ne sont pas les mêmes qu'en été pour les cellules pigmentaires, et si les hormones sexuelles jouent un rôle dans la pigmentation, il n'est pas exclusif. On sait en effet que la lumière, la chaleur, le frottement, la coloration du fond, l'ablation des yeux, etc. ont une action sur les chromatophores (²). Laissons donc de côté ce caractère sexuel secondaire à déterminisme complexe et ne considérons que le rein. Il est fort probable que la lumière et la coloration du voisinage n'exercent aucune action sur cet organe. Au cours de notre expérience, il se trouve donc dans les mêmes conditions qu'en été. On peut dire alors que si la sécrétion particulière que présentent les néphrocytes à l'époque du rut était provoquée par une hormone issue de la glande séminale, elle devrait apparaître chez les animaux en expérience, puisque leurs ampoules séminifères ont une structure identique à celle qui existe au moment de l'activité génitale.

(¹) Nous pensons, d'après des recherches en cours, qu'en faisant durer l'expérience plus longtemps nous pourrons obtenir la formation d'une glande interstitielle bien développée, ainsi que l'apparition de la sécrétion particulière du rein.

(²) Voir les travaux de Hesse, V. Friesch, Kopéc, Hirschler, etc.

La seule différence à noter entre le testicule des Épinoches mâles à caractères sexuels secondaires et celui des mâles ne possédant pas ces caractères est la présence des cellules interstitielles dans le premier cas et leur absence dans l'autre.

Conclusions. — 1. Par l'action de la chaleur, on active les divisions spermatogénétiques dans le testicule de l'Épinoche d'hiver et l'on obtient des ampoules séminifères ayant une structure entièrement identique à celle qu'elles possèdent en été ([1]).

2. La glande séminale, formée en qualité et en quantité des mêmes constituants qu'au moment du rut, ne provoque pas l'apparition des caractères sexuels secondaires et en particulier la sécrétion spéciale du rein, bien que cet organe se trouve dans les mêmes conditions de température et de nutrition qu'en été ([2]).

3. Les deux caractères sexuels secondaires de l'Épinoche ne réagissent pas de la même façon à l'hormone sexuelle; il semble y avoir une différence quantitative La quantité d'hormone capable d'influencer les chromatophores paraît devoir être moins grande que celle qui est nécessaire à la réaction des néphrocytes.

CYTOLOGIE. — *La régulation du nombre des chromosomes chez les embryons parthénogénétiques de Grenouille rousse. Son mécanisme.* Note de M. **R. Hovasse**, présentée par M. F. Mesnil.

Confirmant des données de Brachet, Henneguy, R. Goldschmidt et J. Loeb, nous avons signalé antérieurement ([3]) une autorégulation du nombre des chromosomes chez une partie des embryons de Grenouille obtenus par le procédé Bataillon.

De nouveaux élevages nous ont apporté une série de détails complémentaires. *Cent quarante* nouveaux embryons ou larves ont été étudiés cytologiquement : sur cet ensemble, 75 ont reconstitué leur nombre $2n$ (24);

([1]) L'action de la chaleur sur la division cellulaire est bien connue. Audigé pense cependant que la température n'a qu'une très faible action sur l'activité sexuelle des Poissons. Bounhiol et Pron ont vu au contraire que les conditions thermiques ont une action sensible sur la ponte de quelques Poissons d'Algérie.

([2]) S. Kopéc attribue l'apparition de la livrée nuptiale chez le Vairon à la quantité abondante de sperme se trouvant dans les glandes génitales au moment du rut.

([3]) R. Hovasse, *Le nombre des chromosomes chez les embryons parthénogénétiques de Grenouille* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1211).

65 ont gardé leur nombre haploïde (12); enfin, parmi toutes ces ébauches, 14 ont montré une régulation aberrante.

La régulation. — Elle est *générale* : dans les cas normaux, il semble que tous les noyaux, qu'ils proviennent d'un tissu somatique ou génital, ont reconstitué leur nombre diploïde, ainsi que le montre la constance approximative des diamètres nucléaires, identique à celle qui s'observe chez les ébauches normalement fécondées.

La régulation est *précoce*. Nous l'avons constatée sur une morula ayant 7 heures d'évolution. Cependant, il ne semble pas que ce soit le cas général. Si l'on compare le nombre des embryons et larves non régularisés au nombre total des ébauches, successivement dans les stades jeunes (de 7 heures à 24 heures d'évolution) et à des âges plus avancés (de 4 jours à 8 jours), on obtient des résultats différents : 63 pour 100 dans le premier cas, 36,9 pour 100 dans le second. *Le nombre des régularisés augmente donc avec l'âge des ébauches.*

Il ne semble pas, d'autre part, que, au moins au début de l'évolution, la mortalité des embryons haploïdes soit plus forte que celle des régularisés, la régulation continue donc à se faire au moins dans le début de la segmentation (stades morula et blastula).

Certaines régulations anormales confirment du reste cette hypothèse. Dans quelques larves, le caractère de généralité fait défaut : on observe par exemple des îlots cellulaires à éléments diploïdes, entourés de toutes parts de cellules ayant conservé leur nombre haploïde, ce qu'il n'est possible d'expliquer que par une régulation tardive.

D'autres larves anormales présentent soit un nombre de chromosomes très faible : de 3 à 8 par exemple au lieu d'une douzaine, ou bien au contraire un nombre considérable de segments chromatiques. Dans l'un de nos œufs, chaque cellule a un nombre de chromosomes voisin de 100. Il est intéressant de remarquer que des anomalies identiques à cette dernière se retrouvent chez l'Abeille mâle, dans les blastodermes parthénogénétiques des Oiseaux, enfin chez les larves d'Oursin obtenues par des procédés chimiques.

Le mécanisme régulateur. — La régulation n'est pas le résultat d'une fusion du pronucleus femelle avec le second globule polaire non émis, ainsi que l'a montré Bataillon, et que le confirme d'autre part la continuité de la régulation au début du développement. Le matériel étranger introduit dans l'œuf par la piqûre, *bien qu'il puisse parfois se fusionner avec le noyau femelle*, ne joue également aucun rôle dans l'augmentation du nombre.

Boveri, puis récemment Herlant, ont tenté d'expliquer la régulation par

le jeu d'un monaster qui augmenterait le nombre et se transformerait ensuite en diaster. La segmentation débuterait alors avec un nombre double ou quadruple de chromosomes. Cette hypothèse exige un retard au début de la segmentation, retard qui, en fait, ne se constate pas le plus souvent; ou bien, s'il se constate, se montre totalement indépendant de la régulation. L'hypothèse nous semble donc insuffisante.

Nous avons observé dans quelques œufs, *ayant tous le nombre haploïde*, une *division anaphasique* des chromosomes, suivie du reste par une dissolution complète de leur substance lors de la télophase, dissolution qui dépouille ce fait de sa finalité apparente. Nous considérons cette division simplement comme l'indice d'une augmentation de la quantité de chromatine nucléaire, aux dépens des produits nucléiques que l'on sait exister dans le cytoplasma des œufs aussi bien d'oursin (Masing) que de grenouille [Fauré Frémiet et du Vivier de Streel ([1])]. Cette augmentation est la conséquence d'un équilibre de partage qui tend à s'établir entre cette chromatine cytoplasmique et la chromatine du noyau. C'est d'elle que dépend vraisemblablement l'autorégulation du nombre. Les variations quantitatives probables de la chromatine cytoplasmique permettent d'expliquer les divers cas observés : *régulation* quand la réserve est suffisante pour combler le déficit initial; *non-régulation* dans le cas contraire, ainsi que les divers troubles enregistrés.

PARASITOLOGIE. — *Coccidies d'oiseaux palustres. Le genre* Jarrina *n. g.* Note ([2]) de MM. **L. Léger** et **E. Hesse**, présentée par M. Henneguy.

Nous avons trouvé de façon à peu près constante, dans l'intestin des Foulques, *Fulica atra* L. (oiseau de marais, désigné ordinairement sous le nom de « Macreuse » dans le midi de la France) et, plus rarement, dans celui des Poules d'eau, *Gallinula chloropus* L., une petite Coccidie du groupe des *Eimeridæ*, bien caractérisée par la forme très spéciale de ces ookystes ovoïdes, avec large goulot à l'un des pôles (*fig.* 6) et à paroi ponctuée par de fins canalicules. Nous pensons que ces caractères si particuliers justifient la création d'un genre nouveau que nous appellerons *Jarrina* (diminutif de *Jarra*, petite jarre), permettant ainsi de distinguer ces formes si spéciales

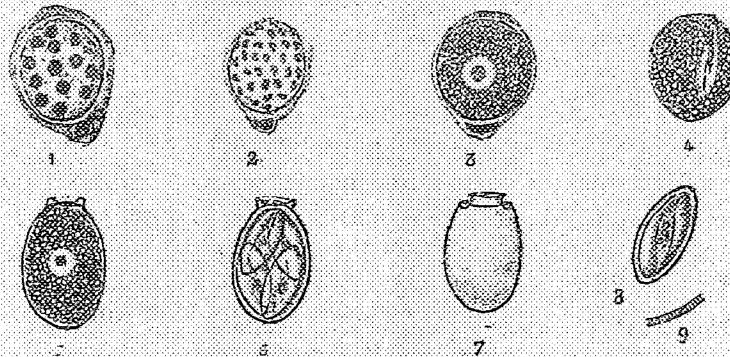
([1]) Fauré-Frémiet et du Vivier de Streel, *Composition chimique de l'œuf et du têtard de* R. temporaria *L.* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 613).

([2]) Séance du 27 décembre 1921.

des nombreuses *Eimeria* à ookystes lisses, sphériques ou ovoïdes à pôles semblables. Pour ceux qui, comme Lühe et Döflein, tiennent à conserver le genre *Eimeria sensu lato*, ce nouveau genre serait à considérer comme un sous-genre de ce dernier; mais si l'on adopte avec les auteurs la sous famille des *Eimerinæ*, la conservation du genre *Eimeria s. l.* paraît bien superflue, puisque ses caractères se confondent alors avec ceux de la sous-famille dont il serait perpétuellement l'unique représentant, comportant toujours soit de nouveaux sous-genres, soit d'innombrables espèces ce qui n'est pas fait pour faciliter les études de systématique.

Déjà Labbé en 1893 a décrit, sous le nom de *Coccidium (Eimeria) roscoviense*, une Coccidie à ookyste tronqué et à spores piriformes, commune dans les Échassiers de rivage, et qui devra vraisemblablement rentrer dans notre genre *Jarrina*. De même, sans doute aussi, la Coccidie de l'Oie (*C. truncatum*), décrite en 1891 par Raillet et Lucet et, comme la précédente, inconnue au point de vue de son évolution. Nous appellerons *Jarrina paludosa* notre espèce qui est caractérisée par ses spores ovoïdes à pôles semblables.

Description. — Nous n'avons observé que rarement les stades de schizo-



Jarrina paludosa. — Fig. 1 à 7 × 1200; 1, Schizonte; 2, Microgamétocyte; 3, Macrogamète; 4, Fécondation; 5, Ookyste stade de repos; 6, Ookyste mûr avec 4 spores; 7, Ookyste vide; 8, Spore × 1700; 9, coupe optique très grossie de la paroi de l'ookyste montrant les canalicules.

gonie dans l'intestin des Foulques. Les schizontes adultes sont situés dans les cellules épithéliales entre le noyau et le plateau. Ovoïdes ou subsphériques, ils mesurent en moyenne 10^{μ}, leur cytoplasma est chromophile et nous avons compté jusqu'à 32 noyaux (*fig.* 1). Nous n'avons jusqu'ici rencontré qu'un seul bouquet de schizozoïtes, arqués et effilés avec quelques grains chromatoïdes.

Les microgamétocytes, situés de même dans les cellules épithéliales, sont

ovoïdes, de $9^{\mu} \times 7^{\mu}$. Leur cytoplasma clair est couvert de nombreux noyaux petits et virguliformes (*fig.* 2) donnant des microgamètes filiformes du type *Eimeria*.

Macrogamètes et ookystes se rencontrent plus communément que les stades précédents. Nous les avons toujours trouvés en grand nombre en été dans les Macreuses de la Camargue et les marais de Tunis. Les jeunes macrogamètes sont ovoïdes, puis deviennent sphériques au terme de leur croissance. A ce moment, le macrogamète, qui atteint 12^{μ}, distend considérablement la cellule en refoulant et comprimant le noyau dans la partie basale (*fig.* 3). Son cytoplasma granuleux est chargé de corps chromatoïdes sphériques ou arqués, quelquefois sous forme de filaments parallèles. Le noyau est central avec un gros karyosome. Au moment de la fécondation qui semble s'effectuer alors que le parasite est encore dans la cellule-hôte, le noyau s'étire et vient au contact de la surface (*fig.* 4). Aussitôt après, le macrogamète subit une contraction et devient ovoïde en même temps qu'il sécrète une épaisse paroi, sauf au pôle supérieur (correspondant au plateau de la cellule) où cette paroi se rétracte, limitant un assez large orifice autour duquel elle se replie en formant un bourrelet circulaire qui bordera le goulot de l'ookyste (*fig.* 5). Ce goulot n'apparaissant, avec la paroi, qu'après la fécondation, ne peut donc être interprété comme un micropyle.

Ainsi formés, les ookystes, abandonnant les débris de la cellule-hôte, tombent dans la cavité intestinale pour être expulsés à l'extérieur; ils mesurent en moyenne 14^{μ} sur 11^{μ}. Leur paroi épaisse apparaît ponctuée à un fort grossissement et cette ponctuation est l'expression de fins canalicules qui la traversent (*fig.* 9). *In vivo* leur contenu est granuleux, jaunâtre avec un espace clair central correspondant au noyau. La maturation de ces ookystes est longue (environ 15 jours à 18°) et difficile à obtenir, car beaucoup d'entre eux sont la proie des bactéries qui trouvent, sans doute, au niveau du goulot, une zone de moindre résistance facilitant leur pénétration. Au cours de la maturation, on voit d'abord le contenu se contracter en une masse sporogène sphérique, que deux divisions successives transforment bientôt en quatre sporoblastes également sphériques. Puis, chacun des sporoblastes s'allonge pour donner une spore ovoïde. Ainsi se forment quatre spores remplissant toute la cavité de l'ookyste sans masse résiduelle. Au pôle antérieur, sous le goulot, se voit souvent un petit corpuscule brillant, déjà signalé par Labbé chez *C. roscoviense* (*fig.* 6).

La spore de 9^{μ} sur 5^{μ}, à paroi lisse et à pôles semblables, renferme dans

sa cavité deux sporozoïtes avec un petit reliquat granuleux central (*fig.* 8). Dans nos vieilles cultures, nous avons observé un certain nombre d'ookystes vides. Le goulot avait subi une légère dévagination (*fig.* 7), ce qui nous porte à penser qu'il représente l'orifice par lequel les spores doivent normalement s'échapper de leur ookyste, peut-être sous l'action d'une pression interne provoquée par des phénomènes d'absorption qui se manifesteraient dans l'estomac d'un nouvel hôte, grâce aux fins canalicules dont la paroi ookystique est criblée.

Diagnose. — G. *Jarrina* n. g. Coccidie *Eimeridæ* de la sous-famille des *Eimerinæ* (ookystes à quatre spores dizoïques) à ookyste ovoïde muni d'un goulot à l'un des pôles et à paroi ponctuée.

J. paludosa n. sp. Ookyste de 14^{μ}-$15^{\mu} \times 11^{\mu}$ mûrissant en dehors de l'hôte et donnant sans reliquat kystal quatre spores dizoïques ovoïdes biconiques de 9^{μ} sur 5^{μ} avec un petit reliquat sporal granuleux central.

Habitat : Intestin d'oiseaux de marais; *Fulica atra* (Dauphiné, Camargue, Tunisie); *Gallinula chloropus* (Dauphiné).

PATHOLOGIE. — *Sur un cas de moniliase bronchique.*
Note de MM. **A. Sartory** et **L. Moinson**, présentée par M. Guignard.

En juin dernier, nous isolions des expectorations d'un malade suspect de tuberculose pulmonaire un champignon du genre *Monilia*. Aucun autre facteur étiologique, tel que le bacille de la tuberculose, n'avait pu être mis en évidence dans les crachats.

Symptomatologie. — C'est en mai dernier que l'un de nous fut appelé en consultation auprès de M. V..., 38 ans, ingénieur des Mines, ayant résidé à Paris. Le malade présente à ce moment de la toux avec expectoration sanguine; il manque d'appétit et paraît amaigri. L'évolution ressemble beaucoup à celle de la phtisie ou de la bronchopneumonie. Le début date de deux mois. A l'examen physique on trouve des râles très nets, du souffle bronchique avec absence complète de murmure vésiculaire; de la crépitation, des frottements pleuraux et, plus tard, des signes de sclérose pulmonaire. Pas d'hémoptysie, mais gêne respiratoire intense. C'est à ce moment que nous effectuons l'examen bactériologique des crachats. L'examen du sang du malade ne révèle rien et l'examen des urines ne présente aucun intérêt.

Description du champignon isolé. — Sur les préparations fraîches, il se présente sous forme de cellules arrondies et parfois ovales, mesurant de 4^{μ} à $6^{\mu},5$. Certaines de ces cellules ressemblent à une toupie. Nous n'avons jamais rencontré de filaments mycéliens dans les expectorations.

Culture du champignon. — Il se cultive fort bien sur la gélose ordinaire, il pré-

fère cependant la gélose maltosée de Sabouraud, où il donne une grosse saillie arrondie très nette, d'un blanc opaque.

Sur gélatine ordinaire ou glucosée, il végète bien en donnant des cultures duveteuses, épaisses et saillantes, d'un blanc très pur. Il ne liquéfie la gélatine à aucun moment; sur carotte, banane, décoction de fruits gélatinée ou gélosée, la culture est assez luxuriante.

Le sérum coagulé est un mauvais milieu; il y pousse néanmoins sans provoquer la liquéfaction.

La pomme de terre, le topinambour, sont des milieux peu favorables à la culture du champignon.

Caractères biochimiques. — Le champignon se colore bien par les couleurs ordinaires d'aniline; le colorant de choix cependant est le bleu lactique, et surtout le colorant triple de Guéguen, qui nous permet de déceler quelques guttules de graisses dans les formes ovales et arrondies. Il reste coloré par la méthode de Gram.

Il dégage de l'acide et des gaz dans les milieux à base de glucose, lévulose et maltose, mais pas dans les milieux à base de galactose, lactose, saccharose, raffinose, dextrine et inuline. Il ne liquéfie pas l'empois d'amidon.

Inoculation. — L'inoculation aux cobayes de crachats frais (trois expériences) contenant des spores du champignon a donné des résultats négatifs. Des inoculations sous-cutanées, intrapéritonéales et intraveineuses ont été faites chez le lapin avec des cultures pures du champignon isolé. Chaque inoculation était faite avec un fragment de culture de 48 heures dans 2^{cm^3} de sérum physiologique et agité pendant une demi-heure de manière à bien mélanger tous les éléments.

L'injection sous-cutanée fut négative.

L'injection intrapéritonéale s'accompagna d'une forte température pendant trois jours et l'animal maigrit de 353^g (poids initial de l'animal : 1750^g).

L'injection intraveineuse détermina, chez un animal du poids de $2^{kg},125$, une mycose généralisée; l'animal mourut au bout du douzième jour avec un amaigrissement de 510^g.

L'autopsie révèle les caractéristiques suivantes :

Poumons très congestionnés avec marques ecchymotiques. Reins très gros et parsemés sur toute leur surface de petits abcès miliaires. Foie très gros. Rate et intestins normaux.

Des coupes de poumons et de reins colorés révèlent la présence du parasite. L'ensemencement des divers organes (poumon, rein et foie) faites dans du liquide de Raulin ordinaire sont positives.

L'agglutination est positive au $\frac{1}{150}$; la réaction de Bordet-Gengou est négative.

Traitement du malade. — Nous avons commencé le traitement par l'iode injectable (huile iodée) dès le diagnostic posé (injections intramusculaires dans la région fessière de 2^{cm^3} injectés tous les deux jours jusqu'à concurrence de 40 piqûres).

Depuis le mois d'octobre, le malade ne tousse plus, n'a plus de fièvre; nous le considérons comme cliniquement guéri. L'examen bactériologique des crachats ne révèle plus la présence de *Monilia*.

En résumé, nous nous trouvons en présence d'un cas de moniliase bron-

chique décrite pour la première fois en 1905 à Ceylan par Castellani et trouvé aussi récemment en France et en Italie par Pinoy et Iacono. Plusieurs espèces de champignons du genre *Monilia* sont susceptibles de provoquer cette affection parfois très grave.

Dans le cas que nous décrivons, l'agent semble bien être le *Monilia Pinoyi*. L'examen du champignon en culture cellulaire nous a permis de le ranger dans le groupe des *Monilia*. De plus, grâce à l'amabilité de M. Nayeb Farah, nous avons pu l'identifier et reconnaître en lui le *Monilia Pinoyi*, Castellani, 1910.

MÉDECINE. — *Sur un signe auditif de spécificité.*

Note (1) de MM. **Rousselot** et **A. Marie**, présentée par M. d'Arsonval.

Une étude attentive et prolongée de l'oreille ne devait manquer de mettre en évidence le retentissement que peuvent avoir sur cet organe certains vices du sang.

Lacunes auditives sont souvent synonymes d'infections.

Un cas de paludisme très net a mis sur la voie il y a plus de 20 ans. D'autres et de diverses natures ont suivi. Mais la syphilis a donné la preuve de lésions caractéristiques presque constantes.

Aussi cette Note ne vise-t-elle que les syphilitiques atteints de syphilis neurotrope ancienne surtout, et parfois certains jeunes sourds hérédo-syphilitiques qui ignorent la cause de leur mal et qui en sont innocents.

Le signe est celui-ci.

Intégrité de l'audition pour les notes aiguës jusqu'aux environs de 2000 vibrations doubles; diminution progressive au-dessous, si bien que, pour un fort diapason de 224 vibrations doubles, le déficit est considérable et que pour 64 vibrations doubles il est presque complet.

Ce n'est pas à dire que tout syphilitique soit sourd ou voué fatalement lui-même à la surdité. Mais si l'on rencontre un sourd qui réalise le tableau ci-dessus, il y a lieu de se défier.

Ce syndrome auditif paraît aussi caractéristique et pathognomonique, d'après notre expérience de ces dix dernières années, que certaines lésions du fond d'œil pour les oculistes.

Il nous a permis d'annoncer presque à coup sûr le Wassermann positif que les contrôles de l'Institut Pasteur ont permis de déterminer en complète confirmation des constatations acoustiques.

(1) Séance du 27 décembre 1921.

PHOTOCHIMIE. — *Étude spectrographique du dévirage du platinocyanure de baryum dans l'effet Villard.* Note (¹) de MM. **A. Zimmern** et **E. Salles**, présentée par M. d'Arsonval.

On sait que les écrans fluorescents ayant subi l'effet Villard (brunissement de ce sel sous l'action des rayons X) peuvent revenir à l'état primitif par l'exposition à la lumière diffuse. Ce phénomène a été attribué par certains auteurs à une déshydratation, par d'autres à une transformation moléculaire du sel avec passage d'une forme isomère à une autre. Il nous a paru intéressant de rechercher quelles étaient dans le spectre lumineux les radiations d'où relève cette régénération. A cet effet nous avons exposé une bande de platinocyanure de baryum ayant subi préalablement l'action des rayons X au delà de la teinte B de l'étalon dosimétrique en usage en radiothérapie, à l'action de l'arc électrique.

On constate que le dévirage n'apparaît, même après plusieurs heures d'exposition, que dans des régions parfaitement déterminées sous la forme de bandes perceptibles déjà au bout de très peu de temps, aux intensités employées, par leurs limites assez franches. Nous en avons jusqu'à présent compté quatre. Il s'ensuit que les radiations susceptibles de détruire l'effet Villard semblent se répartir en quatre bandes principales, de largeur très voisine, la plus basse située entièrement dans l'infrarouge et débutant à la limite du rouge visible, une seconde dans le vert jaune, une troisième dans le bleu, et une dernière enfin, plus lente à venir, dans l'ultraviolet.

(¹) Séance du 27 décembre 1921.

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 JANVIER 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. ÉMILE PICARD, en déposant sur le bureau les *Comptes rendus des séances de la sixième Conférence générale des Poids et Mesures*, s'exprime comme il suit :

Je présente ce Volume rendant compte des travaux de la sixième Conférence générale des Poids et Mesures. Déjà, dans la séance de l'Académie, du 3 octobre dernier, en publiant le discours d'ouverture que j'ai prononcé comme président de la Conférence, j'ai fait connaître le programme des travaux de celle-ci. Toutes les mesures proposées ont été adoptées, et la réunion du mois de septembre marquera une date dans l'histoire du Bureau international des Poids et Mesures. L'extension graduelle des attributions du Bureau est un fait d'une haute importance; elle commencera par l'étude des unités électriques.

La première séance de la Conférence s'est tenue à Paris au Ministère des Affaires étrangères; les autres séances ont eu lieu au Pavillon de Breteuil, à Sèvres.

M. ÉMILE PICARD présente en ces termes une brochure intitulée : *Le Principe de relativité et ses applications à l'Astronomie :*

Dans la séance du 24 octobre dernier, j'ai eu l'occasion de faire allusion à un article sur la relativité, que j'avais écrit pour l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* de 1922. C'est un exemplaire de cette petite brochure que je dépose sur le bureau. On y trouvera un exposé très succinct de la théorie présentée en vue de ses applications à l'Astronomie, d'un caractère plutôt

historique que critique. J'insiste cependant sur quelques points essentiels jouant un rôle important dans l'établissement de la théorie. L'un d'eux est la question capitale de la mesure du temps. Ne pouvant dire *a priori* ce que c'est que le temps, il faut se borner à le mesurer. Si l'on refuse d'entrer dans les vues d'Einstein sur le mode de mesure, et si l'on n'admet pas l'interprétation que donnent les relativistes de l'expérience de Michelson, la théorie manque de base.

Il m'est impossible pour le moment de prendre parti dans les discussions sur la relativité, qui, je crois, continueront encore longtemps. Les opinions à ce sujet peuvent dépendre grandement du point de vue où l'on se place, quant à l'objet des théories physiques. D'ailleurs aucune théorie ne semble donner actuellement d'explication entièrement satisfaisante de certains phénomènes électriques et optiques.

NOMOGRAPHIE. — *Sur la genèse et l'état actuel de la science des abaques.* Note de M. **Ch. Lallemand.**

Un grand nombre de problèmes pratiques, ressortissant aux sciences les plus diverses, réclament l'application répétée des mêmes formules et obligent ainsi à des calculs pénibles et sujets à erreurs. Pour simplifier ces calculs, les techniciens, pendant longtemps, n'ont eu à leur disposition que deux moyens : les *machines* (arithmomètres, intégromètres, planimètres, règles à calculs, etc.), solution souvent coûteuse et d'ailleurs fréquemment irréalisable, et, d'autre part, les *tables numériques*, de construction généralement longue et fastidieuse, mais surtout peu pratique lorsque le nombre des entrées dépasse deux. Un procédé nouveau et infiniment plus fécond, celui des *Tables graphiques* ou *Abaques*, donnant une représentation plane de relations entre plusieurs variables, a fait son apparition il y a un peu plus d'un siècle. Depuis 1795, date où Pouchet traçait des hyperboles d'égale cote sur une table de Pythagore, cette nouvelle science, grâce aux travaux de savants pour la plupart français, a réalisé d'énormes progrès, dont je me propose de donner une idée sommaire, en renvoyant pour les détails, au *Traité de Nomographie* (2[e] édition) de M. d'Ocagne, et au récent *Traité des Abaques* de M. R. Soreau (¹), le document le plus considérable et le plus complet publié sur la matière.

1. Jusqu'à 1884, à de très rares exceptions près, les abaques sont con-

(¹) Ouvrage en deux volumes (Étienne Chiron, éditeur), Paris, 1921.

stitués par un canevas de verticales et d'horizontales cotées, à travers lequel passe un faisceau de courbes, cotées elles aussi. Ce mode de représentation, qui rappelle celui d'une surface topographique par ses courbes de niveau, s'applique à toute relation entre 3 variables, si compliquée soit-elle. Dès 1843, en remplaçant, sous le nom de *coordonnées graduées*, les variables primitives par des fonctions auxiliaires, convenablement choisies, de celles-ci, Lalanne avait, pour quelques équations de type simple, réussi à transformer également en un groupe de lignes droites les courbes du troisième faisceau : il donna le nom d'*anamorphose géométrique* à cette transformation dont, 40 ans plus tard, un savant belge, Massau, devait, le premier, envisager la généralisation pour trois faisceaux de droites quelconques.

2. En 1884, M. d'Ocagne, faisant une très heureuse application des théories de Chasles sur les figures corrélatives et sur l'homographie, transforme, à son tour, en abaques à points alignés et à 3 échelles, les abaques à entre-croisement, à 3 faisceaux de droites; il donne, en outre, à l'ensemble, une disposition favorable à la précision. Mais, pas plus les uns que les autres, ces abaques ne traduisent encore des relations à plus de 3 variables.

3. En 1883, préoccupé de simplifier les calculs du Nivellement général de la France, j'avais, par l'emploi combiné de deux règles très simples, dites de l'*addition* et de la *multiplication graphiques*, réussi à créer, sous le nom d'*Abaques hexagonaux*, la première *méthode générale de représentation graphique d'une équation à un nombre quelconque de variables* (¹), satisfaisant à la seule condition de pouvoir, directement, ou après anamorphose, être séparées, par groupes de deux au plus, dans une somme de produits de fonctions, telle que

$$\Sigma f_1(x_1, y_1) f_2(x_2, y_2) f_3(x_3, y_3) \ldots = 0.$$

Chacun des groupes est représenté par une échelle dite *linéaire*, *binaire*, *ternaire*, *quaternaire*, etc., selon qu'il renferme 1, 2, 3, 4, ... variables.

L'échelle linéaire est une simple droite, divisée d'après le principe des coordonnées graduées. *L'échelle binaire*, dont l'idée première est due à M. E. Prévot, l'un de mes collaborateurs, présente, spontanément ou après *anamorphose graphique*, deux cours de lignes, droites autant que possible, ayant pour cotes les valeurs des deux variables en cause. En combinant, par voie de multiplication graphique, une échelle linéaire avec une

(¹) La brochure contenant l'exposé de la méthode n'a paru qu'en 1885.

échelle binaire, on obtient une *échelle ternaire* ([1]). En associant de même deux échelles binaires, on a une *échelle quaternaire*, etc. Toutes ces échelles sont orientées parallèlement aux diamètres d'un hexagone régulier. Pour consulter l'abaque, on emploie un *indicateur* hexagonal, mobile et transparent, dont les trois diamètres gravés, dits *index*, sont disposés normalement aux échelles. L'indicateur restant ainsi orienté, on le fait glisser de manière à amener successivement sous les index toutes les données du problème. Le résultat se lit sur la dernière échelle, à sa rencontre avec l'index correspondant.

Ces règles générales comportent des variantes adaptées à certains cas particuliers. Ainsi, parfois, on accole simplement l'une à l'autre deux échelles binaires, ou bien l'on remplace une échelle binaire fixe par une échelle linéaire, graduée suivant les valeurs de l'une des variables et successivement orientée d'après les valeurs de la seconde ([2]).

D'autres fois, la formule à traduire s'accroît, dans certains cas, d'un terme supplémentaire; on le représente alors par une échelle additionnelle ([3]), formée de bandes courbes cotées. La cote de la bande où tombe le centre de l'indicateur exprime, le cas échéant, la valeur correspondante de l'appoint.

D'autres fois encore, on élimine par voie graphique, des variables auxiliaires impossibles à faire disparaître algébriquement ([4]).

4. Postérieurement, M. d'Ocagne de son côté, par l'emploi, séparé ou combiné, des deux artifices suivants, a étendu à des formules à plus de trois variables l'application de sa méthode des points alignés.

Le premier de ces artifices, exposé en 1891, consiste à substituer à une échelle de points cotés un réseau de points à deux cotes, formé par deux faisceaux de courbes. Sauf dans le cas particulier dit des *points condensés*, la droite d'alignement passe à travers ce réseau, comme le fait un des index de l'indicateur dans un abaque hexagonal avec échelle binaire. Chose curieuse, le premier abaque de ce type est l'abaque à quatre variables que, d'après des considérations particulières et pour représenter la loi de l'écoulement

---

([1]) Comme spécimen, voir dans le *Traité* de M. Soreau (*op. cit.*, t. 2, p. 155, abaque 126) l'abaque hexagonal donnant, pour un navire, la déviation du compas.

([2]) Voir dans *Nivellement de haute précision* (2e édition) par Ch. Lallemand, p. 497 (Ch. Béranger, éditeur, Paris, 1912), un exemple d'abaque à *échelles pivotantes*.

([3]) Voir un exemple dans le *Traité* de M. d'Ocagne (1re édition, p. 281, fig. 126).

([4]) Comme exemple d'*élimination graphique*, voir dans *Nivellement*, etc., *op. cit.*, p. 406, l'abaque hexagonal de l'erreur de réfraction.

de l'eau dans les canaux [1], Ganguillet et Kutter ont construit, dès 1869, soit plus de 20 ans avant la naissance de la remarquable théorie due à M. d'Ocagne et dont il a fait, dans toutes les branches de la Science, des applications nombreuses et variées. Cette théorie a été, en outre, enrichie par lui de diverses notions, comme celles des *valeurs critiques* et des *points critiques*, auxquels M. Soreau a d'ailleurs substitué, pour l'ordre nomographique 3, la considération plus générale des *points nodaux*.

Le second procédé consiste à décomposer l'équation proposée en un système d'équations à trois variables, dont les abaques puissent s'accoler deux à deux, comme dans certains abaques hexagonaux. C'est aussi en combinant deux échelles binaires que M. Soreau a imaginé les points à trois cotes, dont son Traité donne, semble-t-il, le premier exemple [2].

Si la méthode des abaques hexagonaux permet de représenter des équations fort compliquées (comme celle déjà citée de la déviation du compas, impossible d'ailleurs à traduire plus simplement en points alignés), elle a parfois l'inconvénient (que peut, en ce même cas, ne pas présenter celle des points alignés) d'exiger l'introduction d'une même variable dans deux échelles distinctes. Tel est, par exemple, le cas pour la formule générale $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$, représentable par un abaque à points alignés formé de deux échelles rectilignes a, A, et d'un réseau de points à deux cotes b et c, tandis qu'un abaque hexagonal eût nécessité deux échelles binaires en b et c.

5. L'un des procédés permettant de représenter graphiquement certaines équations à n variables consiste à les décomposer en équations à trois variables, qui constituent autant d'éléments fondamentaux. M. Soreau montre que les équations de la forme $F_{12} = G_{34}$ (où 1, 2, 3 et 4 désignent quatre variables z_1, z_2, z_3 et z_4) peuvent aussi jouer ce rôle et que, en diminuant le nombre des *lignes de pivot*, l'emploi d'abaques composants à double alignement parallèle simplifie heureusement la construction et l'architecture de l'assemblage : tel son abaque de la formule de Sarrau donnant la vitesse initiale d'un projectile [3]. M. Soreau a également imaginé, pour les équations du type $\Sigma f_n = 0$ (n désignant une variable z_n), un autre type d'abaques, d'un principe très ingénieux, avec graduations placées, deux à deux, sur des

---

[1] Voir dans le *Traité* de M. Soreau, *op. cit.*, p. 429, Abaque 99, la reproduction de cet abaque, légèrement transformé pour en diminuer l'encombrement.

[2] Voir Tome 2, page 162, Abaque 127.

[3] *Traité des Abaques*, t. 1, p. 388, Abaque 88.

circonférences concentriques, qui servent, en outre, de lignes de pivots; ceux-ci ne sortent ainsi jamais des limites de l'épure [1].

Pour les équations $E_{123} = 0$, susceptibles d'anamorphose, l'homographie et la corrélation sont simultanément synthétisées par la mise de la proposée sous la forme d'un déterminant de disjonction :

$$(1) \qquad \begin{matrix} x. & y. & t. \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} f_1 & g_1 & h_1 \\ f_2 & g_2 & h_2 \\ f_3 & g_3 & h_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Étendant le bénéfice de cette propriété aux équations $F_{12} = G_{34}$, susceptibles d'être représentées par deux abaques à double alignement concourant sur une droite, M. Soreau donne une théorie générale basée sur la réduction de ces équations aux formes équivalentes

$$\begin{matrix} x. & y. & y'. & z. \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} f_1 & g_1 & 0 & h_1 \\ f_2 & g_2 & 0 & h_2 \\ f_3 & 0 & g_3 & h_3 \\ f_4 & 0 & g_4 & h_4 \end{vmatrix} = 0; \qquad \begin{matrix} x. & t. & z. & y. \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} f_1 & g_1 & 0 & h_1 \\ f_2 & g_2 & 0 & h_2 \\ f_3 & g_3 & g_3 & h_3 \\ f_4 & g_4 & g_4 & h_4 \end{vmatrix} = 0.$$

La première de ces formes (où les notations x, y, ... indiquent symboliquement les coordonnées définissant les échelles cotées) caractérise le double alignement concourant; la seconde, le double alignement parallèle.

6. Le problème analytique fondamental de la Nomographie est celui de l'anamorphose des équations $E_{123} = 0$, c'est-à-dire de leur réduction au déterminant (1) ci-dessus, ou à des formes équivalentes. Abordé par Lalanne pour quelques équations de types simples, ce problème est longtemps resté stationnaire. En 1871, de Saint-Robert a exposé une méthode pour réduire, quand cela est possible, une équation quelconque $E_{123} = 0$ à la forme : $f_1 + f_2 + f_3 = 0$.

La réduction à la forme *cartésienne* générale : $f_1 g_3 + f_2 + f_3 = 0$, n'a été réalisée que beaucoup plus tard : en 1884, par Massau, à l'aide de quatre intégrations; en 1886, par M. Lecornu, à l'aide de trois; depuis, M. Soreau a donné une solution par deux intégrations, et M. Gronwall une solution sans quadrature, mais par des substitutions pénibles.

Le cas général, consistant à mettre l'équation $E_{123} = 0$ sous la forme :

$$|f_n, g_n, h_n| = 0 \qquad (n = 1, 2, 3),$$

---

[1] A titre d'exemple, voir Abaque 90 (*Traité des Abaques*, t. 1, p. 393).

n'a été résolu qu'en 1912 par M. Gronwall, dont la savante méthode aboutit à des équations aux dérivées partielles très compliquées. L'exposé peut en être beaucoup simplifié grâce à l'important théorème qui suit, dû à M. Soreau : « Si l'on ne considère pas comme distinctes les anamorphoses donnant lieu à des abaques homographiques, une équation $E_{123} = 0$ ne peut admettre qu'une anamorphose, sauf dans le cas (résolu par de Saint-Robert) où elle en admet une infinité. »

7. En pratique, la solution du problème général de l'anamorphose se simplifie du fait que les variables sont ou peuvent être aisément séparées dans la presque totalité des équations de la Technique, lorsque celles-ci sont anamorphosables. La classification vraie de ces équations et de leurs abaques est basée sur l'*ordre nomographique réel*, notion lumineuse due à M. Soreau. Considérant l'équation

$$F_{12} f_3 + G_{12} g_3 + H_{12} h_3 = 0 \tag{2}$$

qui contient deux fonctions de z_3, par exemple $\frac{f_3}{h_3}$ et $\frac{g_3}{h_3}$, M. Soreau dit qu'elle est d'ordre 2 en z_3, et que cet ordre est *apparent* ou *réel* suivant qu'elle est ou non réductible à la forme $\Phi_{12}\varphi_3 + \Psi_{12} = 0$, laquelle est dite d'ordre 1 en z_3. Il appelle *ordre nomographique* la somme des ordres en z_1, z_2 et z_3 : cet ordre n'est réel que si tous les ordres partiels le sont.

Pour anamorphoser l'équation (2), M. Clark [1], reprenant une méthode inaugurée par Massau, posait : $x = \frac{F_{12}}{H_{12}}$; $y = \frac{G_{12}}{H_{12}}$; puis il éliminait z_1 et z_2 entre ces équations. S'il obtenait deux équations de la forme : $xf_2 + yg_2 + h_2 = 0$; $xf_1 + yg_1 + h_1 = 0$; l'anamorphose (1) était réalisée. De cette règle, il avait cru pouvoir déduire le critérium suivant : « L'équation (2) est, ou non, anamorphosable par voie algébrique suivant que l'élimination donne, ou non, deux équations linéaires en x et y. » Par une analyse très fouillée, M. Soreau, précisant l'exacte portée du critérium, démontre qu'il n'est pas applicable dans deux cas : 1° lorsque l'ordre 2 en z_3 n'est qu'apparent; 2° lorsque la proposée devient anamorphosable par la règle de l'élimination, après qu'on y a incorporé un *facteur anamorphosant :* chose possible seulement quand il existe, entre f_3, g_3, h_3, une relation homogène du 2^e, du 3^e ou du 4^e degré.

---

[1] On doit également à M. Clark la théorie générale des abaques coniques à points alignés, dont M. d'Ocagne, antérieurement et pour le cas particulier du fruit intérieur d'un mur de soutènement, avait donné un élégant exemple.

Considérons les équations où F_{12}, G_{12}, H_{12} sont des fonctions linéaires et homogènes, d'une part en f_1, g_1, h_1, d'autre part en f_2, g_2, h_2; elles sont, par suite, à variables séparées, d'ordre réel total, 3, 4, 5 ou 6. M. Soreau a établi la proposition suivante, précisant le lien étroit qui existe entre l'ordre réel des équations et leur représentation par abaques : « Toute équation d'ordre 3 comporte une infinité d'anamorphoses, algébriques et transcendantes. Toute équation d'ordre 4 en comporte une seule, qui est algébrique. Toute équation d'ordre 5 ou 6 ne comporte qu'exceptionnellement une anamorphose, et une seule, qui est algébrique. » Anamorphoses en nombre infini, anamorphose unique, ou exceptionnelle, telles sont donc les caractéristiques de l'ordre 3, de l'ordre 4 et des ordres 5 et 6. Ce beau théorème ruinait l'éventualité, jusqu'alors envisagée, de réussir par voie transcendante, comme pour l'ordre 3, l'anamorphose des équations, d'ordre 5 ou 6, rebelles à la règle de l'élimination : si cet ordre est réel, la proposée ne saurait alors être anamorphosée que dans le cas singulier où elle admet un facteur anamorphosant, lequel est algébrique.

Ce bref exposé suffit à montrer le rôle important qu'a pris la Nomographie parmi les sciences appliquées. L'heure est venue, semble-t-il, de lui donner, dans l'enseignement technique, la place légitime qu'elle mérite.

M. P. Appell fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *Comité international des Poids et Mesures. Procès-verbaux des séances. Session de* 1921.

M. Ch.-Ed. Guillaume fait hommage d'une brochure intitulée : *Les récents progrès du système métrique*. Rapport présenté à la sixième Conférence générale des Poids et Mesures.

M. Émile Schwoerer présente à l'Académie un travail sur la *détermination de l'équation séculaire de la Terre dans la théorie d'Arrhénius*. Il résulte de ses calculs, pour l'augmentation de la longitude Λ, le siècle étant pris pour unité,

$$\Lambda = 1'',2.10^{-4} n^2;$$

n est le nombre de siècles écoulés.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **E. Roux**, **Th. Schlœsing**, **L. Maquenne**, **E. Leclainche**, **P. Viala**, **L. Lindet**, membres de la Section d'Économie rurale, sont désignés pour faire partie du Conseil d'administration de l'*Institut des recherches agronomiques* organisé par Décret du 26 décembre 1921.

CORRESPONDANCE.

M. **Raoul Bayeux** adresse un Rapport sur l'emploi qu'il a fait de la subvention accordée en 1916 sur le *Fonds Bonaparte*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Jean Villey. *Physique élémentaire et théories modernes. Molécules et atomes. États d'équilibre et mouvements de la matière.*

2° J. Bougault et H. Hérissey. *Notice sur la vie et les travaux d'Émile Bourquelot* (21 juin 1851—26 janvier 1921).

3° J. Poirée. *Précis d'Arithmétique.*

4° Mme Phisalix. *Animaux venimeux et venins.* (Présenté par M. L. Bouvier.)

5° Poincet. *Turbines à vapeur.* (Présenté par M. L. Lecornu.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de fonctions croissantes.* Note de M. **Théodore Varopoulos.**

1. Envisageons une classe de fonctions $\mu(x)$ positives croissantes indéfiniment avec x, mais moins vite que x et considérons une fonction $\nu(x)$ décroissante quelconque et un nombre θ positif plus grand de l'unité.

Supposons que l'on ait, à partir d'une certaine valeur de $x = x_0$, l'inégalité

$$\mu[x+\nu(x)] > \theta.\mu(x).$$

Nous posons

$$(1)\qquad \begin{cases} x_0 + \nu(x_0) = x_1, \\ x_1 + \nu(x_1) = x_2, \\ \dots\dots\dots\dots, \\ x_{n-1} + \nu(x_{n-1}) = x_n; \end{cases}$$

alors nous aurons les inégalités suivantes :

$$\mu(x_1) > \theta\mu(x_0),$$
$$\mu(x_2) > \theta\mu(x_1),$$
$$\dots\dots\dots,$$
$$\mu(x_n) > \theta\mu(x_{n-1}),$$

et en multipliant

$$\mu(x_n) > \theta^n\mu(x_0),$$

et, puisque la fonction $\mu(x)$ croît moins vite que x, on en déduit

$$a x_n > \theta^n \mu(x_0),$$

a étant un certain nombre positif.

Les relations (1) nous donnent

$$x_n = x_0 + \nu(x_0) + \nu(x_1) + \ldots + \nu(x_{n-1}),$$

d'où

$$x_n < x_0 + n.\nu(x_0),$$

parce que la fonction $\nu(x)$ est décroissante.

Alors

$$a[x_0 + n.\nu(x_0)] > \theta^n\mu(x_0),$$

ce qui est impossible puisque le rapport

$$\theta^n\mu(x_0) : x_0 + n.\nu(x_0)$$

tend vers l'infini avec n.

Nous arrivons donc à la conclusion suivante :

Théorème. — *Pour toute fonction $\mu(x)$ croissant moins vite que x, nous aurons l'inégalité*

$$\mu[x + \nu(x)] < \theta.\mu(x),$$

vérifiée constamment à partir d'une valeur de x, θ étant un nombre supérieur de l'unité quelconque et $\nu(x)$ une fonction décroissante quelconque.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le produit de Laplace relatif à certains hypercylindres*. Note de M. **Pierre Humbert**, présentée par M. Appell.

On sait que, dans l'espace ordinaire, le produit de Laplace relatif à un cylindre ayant pour base une ellipse ou une hyperbole s'exprime au moyen de la fonction $ce_n(z)$ dite « de Mathieu » ou « du cylindre elliptique ». Cette fonction, solution périodique et paire de l'équation différentielle

$$y'' + (a + k^2 \cos^2 z) y = 0,$$

se réduit, pour $k = 0$, à $\cos nz$ et vérifie aussi l'équation intégrale homogène

$$(1) \qquad y(z) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} e^{k \cos z \cos u} y(u)\, du.$$

Dans l'espace à quatre dimensions, nous pouvons considérer le changement de variables

$$x = a \sin u \sin v \cos\varphi, \qquad y = a \sin u \sin v \sin\varphi,$$
$$z = ai \cos u \cos v, \qquad t = t,$$

qui introduit des hypercylindres parallèles à l'axe des t, ayant pour base dans l'espace des xyz des hyperboloïdes (ou, avec une modification insignifiante des ellipsoïdes) de révolution. L'équation de Laplace $\Delta U = 0$ pourra être vérifiée par le produit

$$U = e^{kt} \cos\mu\varphi \sin^\mu u \sin^\mu v\, V(u, v),$$

la fonction V étant solution de l'équation aux dérivées partielles

$$(2) \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial u^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} + (2\mu + 1) \cot u \frac{\partial V}{\partial u} - (2\mu + 1) \cot v \frac{\partial V}{\partial v} + h^2 a^2 (\cos^2 u - \cos^2 v) V = 0.$$

a. Si l'on cherche à mettre V sous la forme du produit d'une fonction de u par une fonction de v, on sera amené à considérer des fonctions nouvelles satisfaisant à l'équation différentielle

$$y'' + 2v \cot z y' + (a + k^2 \cos^2 z) y = 0.$$

Les solutions périodiques et paires, que l'on pourrait appeler *fonctions*

de Mathieu d'ordre supérieur, se réduiront, pour $k=0$, au polynome de Gegenbauer $C_n^\nu(\cos z)$, et vérifieront l'équation intégrale

$$(3)\qquad y(z)=\lambda\int_{-\pi}^{\pi}e^{k\cos z\cos u}\sin^{2\nu}u\,y(u)\,du.$$

b. Si l'on veut au contraire que V soit une véritable fonction de deux variables, on pourra la considérer comme un cas très particulier des fonctions $M(u, v)$ vérifiant le système

$$(4)\quad\begin{cases}\dfrac{\partial^2 M}{\partial u^2}-\cot u\cot v\dfrac{\partial^2 M}{\partial u\,\partial v}+A\cot u\dfrac{\partial M}{\partial u}+B\cot v\dfrac{\partial M}{\partial v}+(C+k^2\cos^2 u)M=0,\\[2mm] \dfrac{\partial^2 M}{\partial v^2}-\cot u\cot v\dfrac{\partial^2 M}{\partial u\,\partial v}+A'\cot v\dfrac{\partial M}{\partial v}+B'\cot u\dfrac{\partial M}{\partial u}+(C'+k^2\cos^2 v)M=0.\end{cases}$$

La propriété analogue aux équations intégrales (1) ou (3) est la suivante : une relation telle que

$$M(u, v)=\lambda\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{k(\cos u\cos\rho+\cos v\cos\sigma)}N(\rho, \sigma)\sin\rho\sin\sigma\,d\rho\,d\sigma$$

existe entre une solution $M(u, v)$, périodique et paire en u et v, du système (4) et une solution $N(\rho, \sigma)$, périodique en ρ, σ, du système

$$(5)\quad\begin{cases}\dfrac{\partial^2 N}{\partial\rho^2}-\cot\rho\cot\sigma\dfrac{\partial^2 N}{\partial\rho\,\partial\sigma}+(3-A)\cot\rho\dfrac{\partial N}{\partial\rho}-(1-B)\cot\sigma\dfrac{\partial N}{\partial\sigma}\\ \qquad\qquad+(C+A+B-2+k^2\cos^2\rho)N=0,\\[2mm] \dfrac{\partial^2 N}{\partial\sigma^2}-\cot\rho\cot\sigma\dfrac{\partial^2 N}{\partial\rho\,\partial\sigma}+(3-A')\cot\sigma\dfrac{\partial N}{\partial\sigma}+(1-B')\cot\rho\dfrac{\partial N}{\partial\rho}\\ \qquad\qquad+(C'+A'+B'-2+k^2\cos^2\sigma)N=0.\end{cases}$$

Lorsque certaines relations existent entre les constantes A, B, ..., les équations (4) se réduisent pour $k=0$ aux équations d'une fonction hypergéométrique du type F_2. En particulier, m et n étant des entiers, si l'on prend $A=-n$, $B=m+1$, $A'=-m$, $B'=n+1$, et si, pour $k=0$, C et C' sont respectivement égaux à

$$(m+1)(m+n+1)\quad\text{et}\quad(n+1)(m+n+1),$$

le système (4) se réduit pour $k=0$ au système vérifié par les polynomes $\mathcal{V}_{m,n}(\cos u, \cos v)$ d'Hermite, généralisation de la fonction $\cos nx$. Il existe alors des solutions périodiques de (4) se réduisant pour $k=0$ à $\mathcal{V}_{m,n}(\cos u, \cos v)$; ce sont donc des généralisations très directes, à deux variables, de la fonction $ce_n(z)$, et on les pourrait appeler *fonctions de*

Mathieu à deux variables. Il est alors très intéressant de noter que, dans ce cas, le système (5) devient pour $k = 0$ identique à celui que vérifie le polynome associé $\varphi_{m,n}(\cos\rho, \cos\sigma)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un tableau normal relatif aux surfaces unilatérales*. Note de M. **Gustave Dumas**, présentée par M. Paul Appell.

Dans une première Note (1) dont les résultats seront développés par M. Jules Chuard, les tableaux de Poincaré ont été introduits. Une Note (2) subséquente a fait usage de considérations qui s'y rattachent. Celle d'aujourd'hui doit conduire à un « *tableau normal* » permettant de caractériser, mieux que des « *formes normales* », les surfaces unilatérales au point de vue topologique.

Soit T une surface unilatérale fermée satisfaisant aux conditions que l'on sait de régularité. On peut, d'une manière trop sommaire, puisqu'il s'agirait encore de distinguer entre homologies avec ou sans division, faire une classification des contours fermés d'un seul tenant situés sur T. Ces contours peuvent être *simples* ou *composés* et lorsqu'on les parcourt dans leur totalité, être respectivement, ou 1° bilatéraux et homologues à zéro, ou 2° unilatéraux et homologues à zéro, ou encore 3° bilatéraux et non homologues à zéro, ou 4° unilatéraux et non homologues à zéro.

Les contours des deux premiers types « forment frontière » sur T.

Il n'en est pas de même de ceux qui rentrent dans les deux derniers et que l'on peut, à cause de cela, désigner respectivement sous les noms de *cycles de première et de deuxième espèce*.

Une surface de caractéristique égale à — 1, le plan projectif par exemple, ne contient aucun cycle de première ou de deuxième espèce, mais contient, entre autres, des contours fermés appartenant au second type, l'homologie étant sans division.

T peut toujours être triangulée en une surface polyédrale Π susceptible, après les coupures nécessaires, d'être étalée sur un plan, de manière à y former un domaine simplement connexe D, elliptique si l'on veut, et décomposé à partir d'un point intérieur O en un nombre pair de triangles. Ce

(1) G. Dumas et J. Chuard, *Sur les homologies de Poincaré* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1113).

(2) G. Dumas, *Sur les contours d'encadrement* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1221 ; voir aussi p. 1627).

domaine D dont les faces et les arêtes sont supposées orientées par des indicatrices convenablement choisies, peut être considéré comme constituant en fait le polyèdre Π.

Soit Δ la caractéristique de Π, et $C_1, C_2, \ldots, C_\gamma$ les contours de ses γ faces. L'égalité

$$\sum_{i=1}^{\gamma} C_i = 2X \tag{1}$$

définit sur Π un contour $2X$ d'un seul tenant et composé d'un ou de plusieurs contours fermés simples, bilatéraux ou unilatéraux.

Ce contour donne lieu ainsi à une homologie sans division. Il peut appartenir aussi bien au premier qu'au deuxième des types signalés plus haut.

Soient, d'autre part, avec $\rho = \Delta + 1$, $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_\rho$, $\Delta + 1$ cycles de deuxième espèce, homologiquement indépendants, et composés chacun de deux arêtes passant par O. Leur existence peut être établie. Le contour bien déterminé

$$2E = 2X + \sum_{i=1}^{\rho} (\text{zéro})\Gamma_i = \sum_{i=1}^{\gamma} C_i \tag{2}$$

est un *contour d'encadrement* composé, d'un côté des seules arêtes entrant dans X parcourues chacune exactement deux fois dans le même sens et, de l'autre, des arêtes appartenant aux Γ_i parcourues chacune exactement une fois dans un sens et une fois dans le sens opposé.

Posons encore

$$2Y = -2X - \sum_{i=1}^{\rho} 2\Gamma_i. \tag{3}$$

Le *tableau normal* de T sera constitué au moyen du tableau B, faces-arêtes, de Poincaré, auquel on adjoindra $\Delta + 1$ colonnes relatives aux Γ_i et une colonne relative à $2Y$. Ces colonnes supplémentaires ne contiendront que des zéros, des 2 et des -2, les éléments différents de zéro correspondant aux arêtes de Γ_i et à celles de $2Y$.

La somme des éléments de chaque ligne sera nulle, car en tenant compte de (1) et (3), on a

$$\sum_{i=1}^{\gamma} C_i + \sum_{i=1}^{\rho} 2\Gamma_i + 2Y = 0. \tag{4}$$

Si deux surfaces unilatérales ont même caractéristique Δ, leurs tableaux

normaux seront, pour ainsi dire, identiques et elles seront, en outre, à cause de (2) homéomorphes.

Au tableau normal, on pourra faire correspondre dans le plan différentes formes normales.

La forme normale de MM. Dehn et Heegaard [1] n'est pas plane. On la retrouverait en donnant aux arêtes du contour 2E, une largeur aussi petite que l'on veut, mais appréciable.

La formule (2), que 2E puisse parcourir ou non d'un seul trait, établit une correspondance univoque et réciproque *en général* entre T et une portion du plan en forme de « roue » dont O serait le centre et les arêtes des Γ_i les rayons. Cette correspondance mérite d'être étudiée. Rien cependant ne peut, à cause des orientations, remplacer le tableau normal.

On peut aussi attribuer à la « roue » plusieurs feuillets reliant ses diverses parties entre elles.

La formule (4) est susceptible d'une interprétation géométrique qui conduirait, sans doute, à la proposition de M. Alexander [2], d'après laquelle toute surface unilatérale fermée peut être ramenée à une surface plane limitée par $\Delta + 2$ cercles provenant de contours fermés unilatéraux (circles arising from one-sided cuts).

Comme enfin des contours d'encadrement, autres que 2E, existent sur T, il y aura, pour toute surface unilatérale, plusieurs tableaux normaux. Les surfaces bilatérales en admettent aussi. Ces divers tableaux, *mutatis mutandis*, pourront s'obtenir, de la même manière, après avoir étendu sur un plan l'ensemble des faces du polyèdre correspondant à la surface par triangulation.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions définies par des séries de fractions rationnelles.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, transmise par M. Émile Borel.

M. Wolff a démontré dans une communication toute récente (19 décembre 1921) que, si une fonction $f(z)$ est holomorphe à l'intérieur d'un contour C et sur ce contour, elle est identique, à l'intérieur de C, à la

(1) *Encyclopädie der math. Wissenschaften* (*Analysis situs*, t. 3_1, fasc. 1, p. 189).

(2) J.-W. Alexander, *Normal forms for one and twosided surfaces* [*Annals of Mathematics* (Princeton University), 2e série, t. 16, p. 161].

somme d'une série du type

$$\sum_1^\infty \frac{A_n}{z - \alpha_n}, \tag{1}$$

où les A_n et les α_n sont indépendants de z, la série $|A_n|$ étant de plus *absolument convergente* et les points α_n, tous extérieurs à C, possédant pour ensemble dérivé la courbe C elle-même.

On peut encore préciser le résultat précédent. *Il est loisible de choisir les α_n indépendants de f, de manière que* $|A_n| < e^{-n^{\frac{1}{2}-\varepsilon_n}}$ $\left(\text{avec } \lim_{n=\infty} \varepsilon_n = 0\right)$. Bien entendu, la série (1) ne comprendra pas les termes en nombre fini, correspondant aux α_n où f n'est pas holomorphe.

De plus, *la série et toutes les séries dérivées convergent absolument, en tout point distinct des α_n. La convergence a lieu uniformément à l'intérieur de* C ET SUR C, *respectivement vers* $f(z)$, $f'(z)$, ...

Enfin, si f est holomorphe à l'intérieur d'un contour C' contenant C, et aussi sur C', on peut encore choisir les α_n *indépendants de f, possédant pour ensemble dérivé la réunion de* C *et* C', *et de façon que :* 1° $|A_n|$ *a la même limitation que ci-dessus*; 2° *la série* (1) *et toutes les séries dérivées convergent absolument et uniformément d'une part vers f et ses dérivées sur* C *et à l'intérieur de* C, *d'autre part vers* 0 *hors de* C' *et sur* C'.

Indiquons par exemple la répartition des α_n. p étant un entier positif, négatif ou nul, soit C_p une courbe simple, située à l'intérieur de C', et contenant à son intérieur C_{p+1} et C. En outre C_p tend vers C si p croît, et vers C' si p décroît. Soit h un nombre de valeur quelconque comprise par exemple entre $\frac{1}{10}$ et 10. Supposons qu'il existe une suite de nombres positifs δ_p inférieurs à e^{-1}, et tels que, si z_p est quelconque sur C_p et z_q sur C_q $(p < q)$, la plus courte distance de z_p à C_q et celle de z_q à C_p soient égales à $h(\delta_p + \ldots + \delta_{q-1})$, la même formule valant pour $p = -\infty$ ou pour $q = +\infty$ si C_∞ est C et si $C_{-\infty}$ est C'. Enfin la longueur de C_p est hL.

Plaçons sur C_p, n_p points a_p tels que la distance de deux points a_p consécutifs soit égale au plus petit des deux nombres

$$-hab\,\delta_p \log^{-1}\delta_p \quad \text{et} \quad -hab\,\delta_{p-1}\log^{-1}\delta_{p-1},$$

a étant déterminé par les limites de variation de h, et b étant arbitraire, mais inférieur à 1, et, comme a, positif, indépendant de p, de C et de C'.

Les α_n ne sont autres que les a_p. On prendra, par exemple,

$$\delta_p^{-1} = kp \log^2 p,$$

k étant indépendant de p. La détermination des A_n^i se fait selon la règle donnée par M. Wolff.

Il suit de la seconde proposition qu'avec la même décroissance minima pour les $|A_n|$, *on peut, étant donnée une infinité de régions ω_n deux à deux distinctes et convenablement réparties, former une série* (1) *convergeant dans ω_n vers une fonction $q_n f_n(z)$, q_n étant indépendant de z et f_n étant donné avec n indifféremment. La convergence de la série et de toutes les séries dérivées est uniforme sur tous les ω_n et leurs contours.*

Ainsi la somme $f(z)$ de la série (1) n'est pas monogène, même si

$$|A_n| < e^{-\sqrt{n}.n^{-\varepsilon}},$$

ε étant positif et fixe.

Traçons un cercle $\gamma_n(\varepsilon)$ de centre α_n et de rayon $\frac{\varepsilon}{n \log^2 n}$. Sur une droite ne rencontrant aucun des cercles précédents, la dérivée $p^{\text{ième}}$ de la série (1) a son module maximum M_p limité par $\left(\frac{k}{\varepsilon} p^{2+\varepsilon_p}\right)^p$ ($\lim \varepsilon_p = 0$). Pour que, indépendamment de la répartition des α_n, la suite $\sqrt[p]{M_p}$ soit moins croissante que $\frac{k}{\varepsilon} p \log p$ ou $\frac{k}{\varepsilon} p \log p \log_2 p$, ... (voir ma Note du 19 décembre 1921 et celle de M. Borel en date du 27 décembre), la condition $|A_n| < e^{-e^n}$ ne suffit pas. Il faut atteindre la décroissance même, utilisée par M. Borel, où le dernier exposant n est remplacé par $n^{1+\alpha}$ ($\alpha > 0$) ou par $n \log^{1+\alpha} n$, ... De ce point de vue, on ne trouve pas de vraisemblance à la possibilité d'étendre la théorie de la monogénéité de M. Borel, avec des coefficients A_n nettement moins décroissants.

Considérons une suite de fonctions $f(z), f_1(z), \ldots, f_p(z), \ldots$ définies sur un ensemble E formé par une double infinité de droites partout denses, respectivement parallèles à deux directions. (Ces droites peuvent être remplacées par un réseau de courbes analytiques.) Supposons que, en tout point ζ de E, $f_p(\zeta)$ soit la dérivée de $f_{p-1}(z)$ quand z tend vers ζ sans quitter un ensemble $E(\zeta)$ qui contient les deux droites de E se croisant en ζ et dont le complémentaire ne renferme aucune ligne continue aboutissant en ζ. Si enfin, sur toute droite D de E, on a $\sqrt[p]{|f_p(z)|} < \alpha_p^{-1}$, la série α_p étant divergente, *il sera impossible que f soit nul sur un arc continu quelconque sans être nul sur tout* E.

Ce résultat, où intervient la considération de toutes les dérivées de $f(z)$, somme de la série (1), n'exige aucune hypothèse sur la mesure du complémentaire de E. Au contraire, si l'on suppose : 1° que le complémentaire de E peut être enfermé dans une famille de cercles $g_n(\varepsilon)$ de rayons res-

pectifs $\varepsilon e^{-e^{n^2}}$; 2° qu'il en est de même du complémentaire de $E(\zeta)$, ε variant alors avec ζ et n, de façon que son rapport à la distance du centre de $g_n(\varepsilon)$ à ζ tende vers zéro quand n croît, *il suffit alors d'hypothèses sur l'existence et la limitation (en particulier la continuité) de f et de f_1 aux points ζ de* E, *pour pouvoir conclure à l'existence des dérivées f_p de tout ordre et à la monogénéité de f.*

C'est le résultat de M. Borel, reposant sur la considération d'ensembles exceptionnels de mesure « extrêmement nulle ».

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Surfaces et variétés de translation de Sophus Lie.* Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. Goursat.

1. Sophus Lie a déterminé dans l'espace à trois dimensions *toutes* les surfaces susceptibles de deux ou plusieurs modes de génération au titre de surfaces de translation; il a montré que son procédé *peut* se généraliser dans l'espace à plus de trois dimensions. Poincaré, Darboux ont apporté leur contribution au travail de Lie.

Le procédé de Sophus Lie, pour $n > 3$, ne donne pas toutes les surfaces de cette espèce.

2. Pour simplifier, si $M(x_1 \ldots x_n)$ et $M'(x'_1 \ldots x'_n)$ sont deux points de l'espace à n dimensions, leur résultant $(M + M')$ sera le point

$$(x_1 + x'_1 \ldots x_n + x'_n);$$

V^α et V^β étant deux variétés à α et β dimensions de cet espace, leur résultante $V^\alpha + V^\beta$ sera la variété à $\alpha + \beta$ dimensions obtenue en composant deux points quelconques de V^α et V^β, elle est de translation. On définira de même $V^\alpha + V^\beta + \ldots + V^\lambda$, où l'on suppose $\alpha + \beta + \ldots + \lambda \leqq n - 1$; j'éviterai d'ailleurs de considérer $(V^\alpha + V^\beta) + V^\gamma + \ldots + V^\lambda$, où deux ou plusieurs composantes seraient remplacées par leur somme effectuée; chaque variété de translation est donc décomposée en composantes simples. En général la décomposition d'une variété de translation est unique. Sinon, et c'est là le problème de Lie, on a une égalité symbolique

$$V_1^{\alpha_1} + V_2^{\alpha_2} + \ldots + V_p^{\alpha_p} = W_1^{\alpha'_1} + W_2^{\alpha'_2} + \ldots + W_{p'}^{\alpha'_{p'}} \tag{1}$$

étant bien entendu que chaque composante n'est plus de translation et que :

ou bien les composantes du premier membre ne se retrouvent pas toutes au second;

ou bien, si ce fait se produit et si M_1, M_2, ..., M_p sont des points pris au hasard sur V_1, ..., V_p, il existe un autre système de points M'_1, M'_2, ..., M'_p pris respectivement sur V_1, ..., V_p donnant lieu au même point résultant que le premier système. Sophus Lie traite le problème en supposant tous les α égaux à l'unité.

3. Je considère, par exemple, la surface de Cayley, retrouvée par Sophus Lie, admettant ∞^1 modes de génération :

$$(2) \qquad x = t_1 + t_2, \qquad y = t_1^2 + t_2^2 + 2a, \qquad z = t_1^3 + t_2^3 + 3a(t_1 + t_2).$$

Si $f(t_3)$, $\varphi(t_3)$, $\psi(t_3)$, $\chi(t_3)$ sont quatre fonctions arbitraires de t_3, j'obtiens dans l'espace à quatre dimensions la surface

$$(3) \qquad X_1 = x + f(t_3), \qquad X_2 = y + \varphi(t_3), \qquad X_3 = z + \psi(t_3), \qquad X_4 = \chi(t_3),$$

qui admet, évidemment, ∞^1 modes de génération par composantes à une dimension.

Soient de même deux surfaces quelconques de Sophus Lie dans l'espace à trois dimensions, d'équation respective

$$\Theta(x_1, x_2, x_3) = 0 \qquad \text{ou} \qquad \Theta_1(x_4, x_5, x_6) = 0.$$

Les formules

$$(4) \qquad X_1 = x_1, \qquad X_2 = x_2, \qquad X_3 = x_3, \qquad X_4 = x_4, \qquad X_5 = x_5, \qquad X_6 = x_6$$

définissent dans l'espace à six dimensions une variété à quatre dimensions : si chaque surface Θ ou Θ_1 admet seulement deux modes de génération, cette variété à quatre dimensions admet exactement quatre modes de génération par composantes à une dimension; elle n'est pas cylindrique; elle n'est pas non plus contenue dans un plan à cinq dimensions; cette dernière propriété appartiendrait, au contraire, à toute variété à quatre dimensions de l'espace à six dimensions obtenue par le procédé de Lie. En composant la variété (4) avec une courbe arbitraire à une dimension, nous obtiendrions une surface à cinq dimensions de l'espace à six dimensions, admettant aussi quatre modes distincts de génération.

Il serait facile de classer les divers types obtenus par le procédé de cette Note qui revient, au fond, à une séparation des variables. Dans cette séparation on devra retrouver au moins un type canonique de Lie.

4. Dans l'espace à trois dimensions, il ne peut s'agir que de surfaces ordinaires engendrées par la translation d'une courbe ordinaire. Dans l'espace à quatre dimensions on peut considérer une surface à trois dimensions engendrée par la translation de trois courbes à un paramètre : c'est ce qui a

été fait au paragraphe précédent; on peut, par une seconde généralisation, considérer une composante à une dimension et une composante à deux dimensions. Voici un exemple très simple où ρ, φ, ψ désignent trois paramètres arbitraires; ρ, φ', ψ' trois nouveaux paramètres, le ρ étant commun aux deux groupes :

$$(5)\quad \begin{cases} X_1 = \cos\varphi - \rho\cos\psi = \rho\cos\psi' - \cos\varphi', \\ X_2 = \sin\varphi - \rho\sin\psi = \rho\sin\psi' - \sin\varphi', \\ X_3 = \quad\varphi - \quad\psi = \quad\psi' - \quad\varphi', \\ X_4 = \qquad f(\rho) = f(\rho). \end{cases}$$

Les trois premières équations s'obtiennent en coupant deux cercles concentriques de rayon 1 et ρ par une même sécante, leur considération fournit dans l'espace à trois dimensions l'hélicoïde minimum. La variété $[\rho\cos\psi, \rho\sin\psi, \psi, f(\rho)]$ n'est pas de translation si $f(\rho)$ est une fonction quelconque de ρ; par exemple $f(\rho) = \sqrt{R^2 - \rho^2}$ conduit à considérer la surface de l'espace ordinaire $(\rho\cos\psi, \rho\sin\psi, \sqrt{R^2 - \rho^2})$ qui est une sphère et par suite cette fonction donne bien une surface (X_1, X_2, X_3, X_4) à deux composantes indécomposables. Si l'on prend au contraire

$$f(\rho) = \mu \arc\cos\frac{\rho}{2\lambda},$$

où λ, μ sont des constantes, on obtient une surface de translation à trois composantes, rentrant dans les types explicités par Lie.

Le procédé employé ici est susceptible de généralisations évidentes.

5. Bien que n'ayant pas explicité les diverses variétés que j'indique, l'illustre Sophus Lie semble bien avoir prévu leur existence, comme l'indiquerait cette phrase de sa Note (¹) que je recopie :

« Les p équations fonctionnelles ($k = 1, 2, \ldots, p$)

$$A_{k,1}(t_1) + \ldots + A_{k,p-1}(t_{p-1}) = -A_{k,p}(t_p) - \ldots - A_{k,2p-2}(t_{2p-2})$$

sont satisfaites quand on demande que les arguments $t_1, t_2, \ldots, t_{2p-2}$ soient liés seulement par $p - 1$ équations, *dont chacune contienne au moins p arguments*, de la manière la plus générale par des expressions de la forme

$$A_{ki}(t) = \varphi_k(t),$$

$\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p(x)$ désignant p intégrales de la première espèce et du genre p. »

Les types obtenus ici ne satisfont pas à la condition que j'ai soulignée.

(¹) *Comptes rendus*, t. 114, 1892.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observation d'une étoile anormale au photomètre hétérochrome de l'Observatoire de Paris.* Note de MM. **Charles Nordmann** et **Le Morvan.**

Au cours des observations systématiques que nous poursuivons au moyen du photomètre hétérochrome au petit équatorial coudé de l'Observatoire, nous avons été amenés à faire porter nos mesures sur l'étoile 13 Céphée (B. D. + 55°2644) qui présente des anomalies tout à fait singulières.

Cette étoile appartient au type spectral A (étoiles à hydrogène) d'après les déterminations de Harvard, mais d'autre part elle est indiquée comme ayant une coloration jaunâtre (couleur WG + dans le catalogue de Potsdam) alors que les étoiles appartenant à ce type spectral sont généralement assez blanches. Étant donnés l'incertitude et le caractère subjectif des appréciations des couleurs des étoiles, il nous a paru nécessaire de soumettre cette étoile à des mesures photométriques faites au travers des écrans colorés de notre appareil.

Les mesures ont été poursuivies pendant les nuits des 1er, 3, 4, 6 et 7 octobre 1921 dans des conditions atmosphériques favorables. On a employé comme étoiles de comparaison la Polaire et deux étoiles voisines de l'étoile considérée, l'une H.R. 8383 appartenant au type spectral Ma, l'autre H.R. 8375 appartenant au type spectral A, toutes deux voisines par leur position et par leur éclat de l'étoile considérée 13 Céphée, qui est indiquée dans le catalogue de Harvard comme ayant la grandeur 6,01.

Les résultats des nombreuses mesures faites sont indiqués dans le Tableau ci-dessous, où R, V et B indiquent respectivement, d'après l'ensemble des déterminations effectuées, la valeur, à une constante près, du logarithme de l'intensité des étoiles désignées, vues respectivement à travers les écrans rouge, vert et bleu (antérieurement définis) du photomètre hétérochrome.

Nom de l'étoile.	R.	V.	B.	B — R.	$\log \frac{R}{B}$ ramené à la Polaire.
8383 H. R.....	1,475	1,766	1,791	0,316	—0,370
13 Céphée....	0,899	1,398	1,515	0,616	—0,670
8375 H. R.....	0,718	1,318	1,565	0,847	—0,898

D'autre part, les comparaisons faites avec la Polaire pendant les soirées

d'observation montrent que, si l'on adopte pour celle-ci la valeur

$$\log \frac{R}{B} = -0,844$$

que nous avons utilisée dans toutes nos publications antérieures, on obtient les valeurs ci-dessus de $\log \frac{R}{B}$ pour les étoiles considérées, valeurs qui sont ainsi comparables à celles que nous avons publiées antérieurement pour un certain nombre d'étoiles.

Des conséquences remarquables découlent de l'examen des nombres précédents. Celles-ci notamment :

1° Tout d'abord, si nous considérons les deux étoiles de comparaison utilisées 8383 H. R. et 8375 H. R., nous voyons que les répartitions de l'intensité dans leurs spectres (et les températures effectives qu'on en déduit) correspondent assez bien avec leur type spectral ainsi qu'il ressort de nos déterminations antérieures. Celles-ci nous ont, en effet, donné pour les étoiles du type A (voir nos mesures sur α Andromède, α Lyre, γ Lyre, ..., *C. R.*, *passim*) une valeur moyenne de $\log \frac{R}{B}$ voisine de $-0,940$ et qui est assez peu différente de la valeur $-0,898$ trouvée ci-dessus pour l'étoile 8375 H. R. qui appartient au type spectral A. Pareillement, nos déterminations antérieures nous ont donné, pour les étoiles du type Ma (voir nos mesures sur β Andromède, μ Gémeaux, η Gémeaux, ..., *C. R.*, *passim*), une valeur moyenne voisine de $-0,395$ peu différente de la valeur $-0,370$ trouvée ci-dessus pour l'étoile 8383 H. R. qui appartient à ce type spectral.

2° L'étoile 13 Céphée présente au contraire dans son spectre, considéré au point de vue photométrique, une anomalie tout à fait singulière. La valeur de $\log \frac{R}{B}$ correspondant à cette étoile est supérieure à la valeur moyenne de $\log \frac{R}{B}$ correspondant à son type spectral, d'une quantité égale à 0,270 environ. Cela signifie que l'intensité des rayons de cette étoile vue à travers notre écran rouge est, proportionnellement à son intensité vue à travers notre écran bleu, tout près de deux fois plus grande que ne le comporte le type spectral de cette étoile.

3° Si nous exprimons ces rapports d'intensités dans le spectre sous la forme de « températures effectives », au moyen de la loi de Planck, nous voyons que la température effective de l'étoile 13 Céphée est d'environ 5130° absolus, c'est-à-dire nettement inférieure à celle du Soleil qui

est une étoile du type G, et inférieure aussi à celle de toutes les étoiles du type F, et d'un grand nombre des étoiles du type K que nous avons étudiées par la même méthode [1].

4° Quelle peut être la cause de cette anomalie, jusqu'ici sans précédent. qui fait qu'une étoile du type spectral A possède une intensité lumineuse répartie dans son spectre de telle manière que les rayons les plus réfrangibles y sont proportionnellement moins intenses que dans toutes les étoiles jusqu'ici étudiées, non seulement du type A, mais aussi des types F et G, et correspond à peu près à la répartition de l'intensité dans les spectres du type K, c'est-à-dire dans les étoiles à température effective et à température photosphérique relativement basse? Il est extrêmement probable que la raison de cette anomalie singulière doit être cherchée dans l'existence d'une atmosphère extrêmement et exceptionnellement absorbante qui entoure l'étoile considérée.

L'un de nous a montré en effet récemment [2] que l'absorption générale des atmosphères des étoiles décroît, en moyenne, lorsqu'on passe des étoiles solaires aux étoiles des types F, A et B de Harvard, mais qu'il y a des écarts individuels à cette règle. Nos observations de 13 Céphée semblent mettre en évidence un exemple tout à fait remarquable de ces écarts individuels. Toutes les recherches physiques et astrophysiques récentes tendent à établir que le type spectral d'une étoile ne permet de classer et de définir au point de vue thermique, au point de vue du rayonnement quantitatif, que la mince « couche renversante » où se produisent les raies du spectre et qui avoisine la photosphère. Selon que celle ci est enveloppée par ailleurs d'une atmosphère plus ou moins vaste et dense, les « températures effectives » des étoiles, définies par l'intensité de leur rayonnement global, pourront se classer entre elles dans un ordre un peu différent de l'ordre spectral.

C'est ce dont l'étoile 13 Céphée nous donne, ainsi qu'on vient de voir, un exemple curieux.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 149, 1909, p. 1038, et t. 173, 1921, p. 72.

(2) C. Nordmann, *Sur les pouvoirs absorbants des atmosphères des étoiles, etc. Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 392).

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur le massif de Poïana Ruska et la corrélation des cycles d'érosion des Carpates méridionales.* Note de M. **Emmanuel de Martonne**, présentée par M. Pierre Termier.

Les explorations qui m'ont permis, l'été dernier, de retrouver les trois plates-formes des Alpes de Transylvanie dans le massif du Bihar et dans les monts métallifères du Banat (¹) m'ont aussi conduit dans le massif de Poïana Ruska, dont l'étude permet le raccordement avec le Haut Massif banatique.

Entre le bassin de Hatzeg, à l'Est, et celui de Caran Sebes, à l'Ouest, la vallée du Mures au Nord et celle de la Bistra au Sud, Poïana Ruska est une masse de schistes cristallins, bordée de grès daniens au Sud et à l'Est, dont la structure nous est connue par de nombreuses notes du géologue hongrois Schafarzik. Le géographe Sawicki y a reconnu une pénéplaine bombée, dont il a fixé l'âge au Miocène (équivalent probable de ma plate-forme Riu Ses).

Vu de loin et d'un point élevé, ce massif offre en effet l'apparence d'une sorte de bouclier, et, sur la carte, l'uniformité d'altitude des crêtes est remarquable. Mais l'âge miocène de la pénéplaine est contredit par la présence de graviers alluviaux anciens, déjà signalés par Schafarzik, près de Delar, formant un dépôt assez continu entre 650^m et 750^m.

En réalité, on ne voit aucune plate-forme étendue comme dans le Bihar et le Haut Massif banatique, mais des crêtes montant très régulièrement de 600^m sur la bordure orientale, à 1000^m et 1100^m, près du point culminant (P. Ruska, 1359^m). Une étude attentive montre qu'on doit les rapporter à deux niveaux d'érosion : un niveau supérieur (plate-forme de Vadu Dobri), qui ne s'abaisse nulle part au-dessous de 650^m à 700^m, et un niveau inférieur (plate-forme de Delar) développé le long des vallées tributaires du Mures, particulièrement le long de la Cerna, à 100^m et 200^m en contre-bas.

C'est ce dernier niveau qui porte les cailloutis, probablement levantins. Il s'étale dans la région de Hunediora (Vajda Hunyad) à une altitude moyenne de 500^m correspondant aux plus hautes buttes tertiaires situées au nord du bassin de Hatzeg, et à la plate-forme de Boitza signalée sur la rive

(¹) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1188 et 1384.

droite du Mures dans le massif du Bihar. Il s'agit donc d'un équivalent de la plate-forme de Govornitza des Alpes de Transylvanie.

Nous retrouvons ce niveau dans la principale vallée du versant sud, la Ruskitza, qui débouche dans le couloir de la Bistra. Cette remarquable coupure rectiligne, séparant le massif de Poïana Ruska du Haut Massif banatique, est un fossé tectonique, aligné dans le prolongement de la grande dislocation que j'ai montrée à la limite méridionale du bassin de Hatzeg (Thèse, 1907). La dénivellation est encore de 200^m à 300^m entre les crêtes témoins de la plate-forme Riu Ses sur les deux bords du fossé; le bord méridional, le plus haut, est en continuité avec les crêtes où j'ai trouvé, au nord du Retiezat, le niveau Riu Ses tranché par la faille de Hatzeg.

Comme dans le couloir de Caran Sebes, les dépôts néogènes formés dans le fossé ont été plissés, puis nivelés par la plate-forme pliocène mordant sur le bord du massif ancien. Le col de la Porte de fer transylvaine est une légère encoche dans ce niveau.

Le raccord s'établit donc bien avec mes observations antérieures dans le Haut Massif banatique, et il est possible maintenant d'établir la corrélation des niveaux d'érosion dans l'ensemble des Carpates méridionales, y compris le Bihar et le Banat.

Après les charriages d'âge crétacé, une pénéplaine s'est développée (plate-forme Boresco), dont l'âge éocène est fixé dans le Bihar. On la trouve à plus de 2000^m dans les hauts massifs des Alpes de Transylvanie (Fogarash, Paringu, Retiezat, Godeanu). Elle atteint à peine 1800^m dans le Bihar, où on la voit plonger vers le Nord-Est pour disparaître sous les sédiments éocènes, en s'abaissant par flexure marginale ou faille, tandis que le bord occidental, relevé à 1700^m, est tranché le long d'une ligne Nord-Sud par le bassin de Beius-Vascau. Elle est affaissée et basculée dans les Monts métallifères du Banat où son altitude maximum est de 1400^m au Semenic. Des fractures l'ont disloquée, au début du Néogène, suivant des lignes Nord-Sud.

La plate-forme Riu Ses s'est développée au Miocène. Séparée de la plate-forme Boresco par 200^m en moyenne, elle est parfois plus en contre-bas (500^m), ou plus rapprochée (100^m), suivant l'importance des dislocations qui ont inauguré le cycle d'érosion au cours duquel elle a été formée. Sur le bord nord-est du massif du Bihar, elle passe au-dessus de la plate-forme éocène ennoyée en nivelant les côtes tertiaires de Cluj. Son altitude très élevée, en certains points des Alpes de Transylvanie (1500^m à 1600^m), indique bien un nouveau soulèvement, mais n'en mesure pas l'ampleur ; car il s'agit

des points les plus hauts d'un réseau de vallées mûres. Dans le massif du Bihar, les Monts métallifères du Banat et le massif de Poïana Ruska, la plate-forme plus étendue ressemble à une pénéplaine, dont les points les plus hauts atteignent rarement 1000^m, et qui plonge vers les bassins néogènes : vallée du Mures, bassin de Hatzeg, couloir de Caran Sebes. Le versant ouest des Monts métallifères du Banat est remarquable par un ennoyage de la plate-forme, comme la bordure méridionale des Carpates d'Olténie. Les fractures méridiennes déjà dessinées ont pris la forme de fossés tectoniques au moment où s'accentuait cet affaissement vers le bassin pannonique, particulièrement le couloir de Caran Sebes. En même temps s'est formé le fossé de la Bistra.

La plate-forme Gornovitza, d'âge pliocène, est remarquable par l'uniformité de son altitude, toujours voisine de 500^m. Elle ne s'abaisse à moins de 300^m que sur le bord occidental des Monts métallifères du Banat et n'approche de 1000^m qu'à l'origine de vallées de montagne. On pourrait expliquer le cycle d'érosion, qui a entaillé les vallées actuelles dans les formes rapportées à ce niveau, par le seul abaissement du niveau de base des lacs pliocènes.

PHYSIQUE. — *Le principe de relativité dans les diélectriques.* Note (1) de M. E. Carvallo, présentée par M. Daniel Berthelot.

1. La conclusion de mes deux Notes antérieures est celle-ci (2) :

Quand un corps est mobile dans le champ magnétique d'un inducteur supposé fixe, il est le siège d'une force électromotrice induite. Celle-ci a pour mesure le flux d'induction coupé dans l'unité de temps s'il s'agit d'un conducteur. C'est le même flux multiplié par $\lambda = \frac{K-1}{K}$ *si le corps mobile est un diélectrique de pouvoir inducteur* K *par rapport au vide* (3).

Grâce à cette force, la première équation vectorielle de l'électromagnétisme (celle qui est relative à la circulation de la force électrique) jouit de l'invariance de Galilée quand il s'agit des conducteurs. La propriété d'inva-

(1) Séance du 3 janvier 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1155 et 1461.

(3) Pour la vérification expérimentale de cette loi, voir Wilson, *Proced. of Roy. Soc.*, t. 73, 1904, p. 490.

riance semble à première vue disparaître dans les diélectriques. En cela, les équations de l'électromagnétisme diffèrent de celles de la mécanique.

2. L'expérience nous avertit que la différence est plus apparente que réelle, puisqu'en dépit de leurs efforts, les physiciens ont abouti à cette conclusion qu'aucune expérience d'électro-optique, comme aucune expérience de mécanique faite à la surface de la Terre, n'est capable de manifester la translation de notre planète, si tout le matériel expérimental est rattaché au sol.

3. L'apparence trompeuse a pour cause une hypothèse sur les diélectriques. Celle-ci résulte d'idées préconçues inspirées par l'analogie. Pour le montrer, revenons aux diélectriques : La loi ci-dessus a, nous l'avons vu, pour conséquence que, dans l'expérience de Fizeau, la vitesse v du corps entraîne l'onde lumineuse avec la vitesse $\frac{K-1}{K}v$. Si le corps est l'air (K voisin de 1), l'influence de la vitesse v est insensible. Elle tend à devenir nulle à mesure que l'air raréfié se rapproche du vide. De là l'idée généralement admise que l'air joue seulement un rôle secondaire et perturbateur; que l'onde est propagée, non par l'air, mais par l'éther ; que ce corps supposé ne participe pas au mouvement de l'air. Hypothèse naturelle, séduisante et féconde par l'analogie qu'elle précise entre les ondes lumineuses et les ondes sonores; mais hypothèse dangereuse; car si l'on aperçoit de suite une analogie frappante, l'expérience révèle par contre une différence profonde dans la loi de relativité. Là se trouve l'origine de la contradiction qui existe entre la théorie et l'expérience de Michelson; car à l'éther fixe on attache ce postulat qu'il propage l'onde issue de la source inductrice toujours de la même façon, que la source soit fixe ou qu'elle soit mobile. Du postulat résulte la conséquence inéluctable que l'éther fixe peut servir à repérer le mouvement absolu de la Terre.

4. Que la pensée abandonne un moment l'image de l'éther fixe pour ne plus retenir que les faits observés sur la matière tangible, faits dominés par la loi de relativité de Galilée-Michelson, voici quelles sont les données positives de la science expérimentale.

A une source inductrice S, considérée comme fixe, est lié le système de référence $Oxyz$. La première des équations de l'électromagnétisme dans le vide est

$$(1) \qquad -\left(\frac{\partial}{\partial y}Z - \frac{\partial}{\partial z}Y\right) = a'$$

(a' dérivée de a par rapport au temps pour x constant). Passons à un nou-

veau système de référence $O_1x_1y_1z_1$ parallèle au premier, mais animé par rapport à S d'une vitesse v_1 que (pour simplifier les écritures) je suppose parallèle à Ox. L'équation (1) devient

$$-\left(\frac{\partial}{\partial y_1}Z - \frac{\partial}{\partial z_1}Y\right) = \frac{da}{dt} - v_1\frac{\partial a}{\partial x_1} \tag{2}$$

$\left(\frac{da}{dt}\right.$ dérivée pour x_1 constant$\left.\right)$. Un observateur du système $O_1x_1y_1z_1$ voit la source S animée de la vitesse $v_0 = -v_1$. C'est v_0 qu'il doit introduire dans le dernier terme de l'équation (2). Celle-ci devient alors

$$-\left(\frac{\partial}{\partial y_1}Z - \frac{\partial}{\partial z_1}Y\right) = \frac{da}{dt} + v_0\frac{\partial a}{\partial x_1}. \tag{2'}$$

De la méthode même que nous avons suivie, il résulte que l'équation (2)′ est invariante quand on passe d'un système d'axes à un autre système animé par rapport au premier d'une vitesse de translation quelconque. J'entends par là qu'on arrive toujours à l'équation (2)′, pourvu que la vitesse v_0 représente toujours la vitesse de la source par rapport au système de référence dans lequel on se trouve. Le fait est d'ailleurs facile à vérifier par un calcul tout pareil à celui qu'on vient d'exécuter.

En particulier, si l'on attache le système de référence à la source inductrice S, on retombe sur les équations qui conviennent au cas du repos, puisque la vitesse v_0 devient alors nulle.

Les mêmes considérations s'appliquent à la deuxième des équations vectorielles de l'électromagnétisme. On arrive ainsi à cette proposition :

Une onde issue d'une source inductrice mobile S se propage dans le vide comme si le vide (assimilé à un corps matériel) était entraîné dans le mouvement de translation de la source.

Pour mieux dire :

Une source animée d'une translation entraîne avec elle son train d'ondes électromagnétiques, comme un aimant emporte avec lui son champ magnétique dans les expériences de Faraday (spectres magnétiques, courants induits).

Si l'on admet cette loi qui semble bien impérieusement commandée par les faits, l'expérience de M. Michelson s'explique d'elle-même : aucune expérience d'électro-optique ne peut révéler la translation de l'ensemble des appareils. Quant à la remarquable expérience de M. Sagnac montrant que la rotation de l'appareil expérimental agit sur le phénomène lumineux, comme la rotation de la Terre agit sur le pendule de Foucault, il suffit de

reprendre le calcul de l'auteur (¹). La seule modification est que les vitesses envisagées sont augmentées de la vitesse v de la source. La circulation du vecteur v sur le contour fermé du rayon lumineux étant nulle, le résultat du calcul de M. Sagnac n'est pas changé.

L'harmonie de l'électro-optique avec la mécanique apparaît donc complète, sans qu'il soit nécessaire de bouleverser les fondements de notre connaissance d'après les idées de M. Einstein.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Dilatabilité du chrome et des alliages nickel-chrome dans un intervalle étendu de températures.* Note de M. **P. Chevenard**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La loi de dilatation du chrome dans un grand intervalle de températures paraît encore inconnue [2]. Je me suis proposé d'effectuer cette détermination et, en même temps, de préciser l'influence d'une addition de chrome sur la dilatabilité du nickel.

Les expériences ont été effectuées à l'aide du dilatomètre différentiel [3] déjà présenté à l'Académie. Dans cet appareil, la barrette-échantillon est opposée à une barrette-étalon de Baros (alliage nickel-chrome à 10 pour 100 Cr, dont la loi de dilatation, déterminé avec grand soin par des méthode directes [4], et maintes fois vérifiée, peut être représentée entre 0° et 1000° par une formule parabolique. Grâce à la netteté des tracés fournis par le dilatomètre, on peut déterminer, avec une précision suffisante, la valeur de la dérivée en tous les points du diagramme enregistré; il est aisé, par suite, de tracer la courbe qui exprime la variation thermique du coefficient vrai du métal étudié.

Chrome. — J'ai utilisé un échantillon de chrome aluminothermique, relativement pur, préparé par M. Goldschmidt; ce métal renferme 98,3 pour 100 de chrome, les impuretés étant constituées principalement par de l'aluminium et du fer.

(¹) Sagnac, *Journal de Physique*, mars 1914.

(²) Je n'ai trouvé aucune indication à ce sujet dans le *Recueil des Constantes* de la Société française de Physique, non plus que dans les quatre volumes actuellement publiés des *Tables annuelles internationales de Constantes et données numériques*.

(³) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 916.

(⁴) *Revue de Métallurgie*, t. 14, p. 617.

Entre 0° et 100°, la dilatation du chrome est exactement réversible, et le métal paraît dépourvu de toute singularité thermique. Le coefficient vrai, qui, à 0°, est égal à $6,8.10^{-6}$, augmente rapidement avec la température; mais la courbe qui traduit cette variation présente une légère concavité du côté des températures croissantes (*fig.* 1).

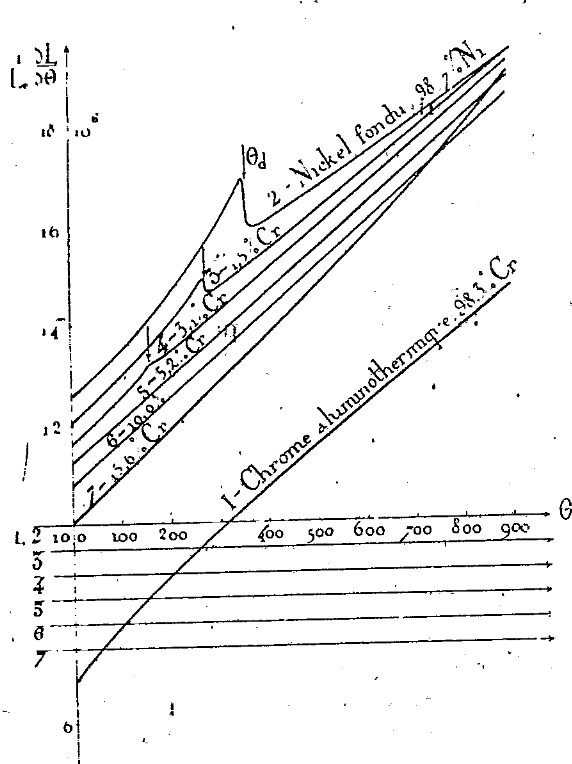


Fig. 1.

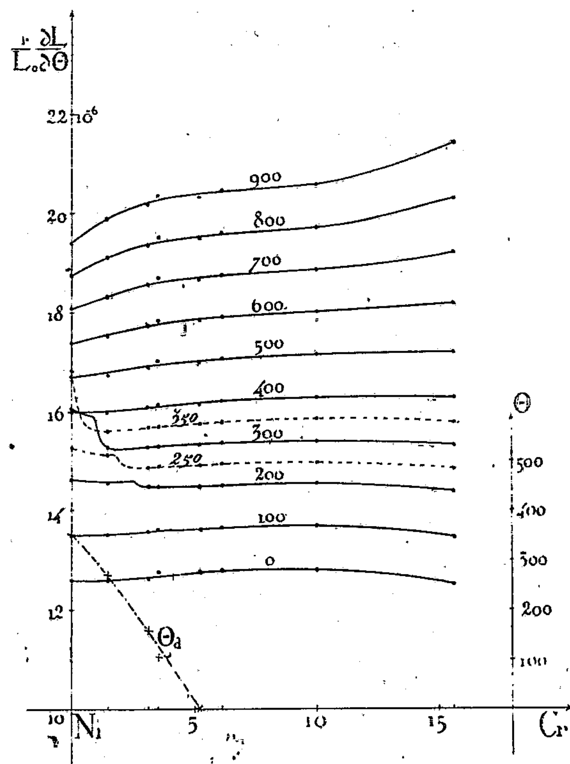


Fig. 2.

Fig. 1. — Dilatabilités vraies, en fonction de la température, du nickel et du chrome, ainsi que de cinq de leurs alliages. (Les courbes 1 et 2 sont rapportées à la graduation de l'axe des ordonnées; les autres ont été progressivement décalées, ainsi que l'indiquent les lignes supplémentaires des abscisses numérotées en accord avec les courbes.)

Fig. 2. — Dilatabilités vraies, en fonction de la teneur en chrome, des alliages Ni-Cr, considérés à diverses températures (ordonnées de gauche), et position du point de Curie (Θ_d) en fonction de la teneur en chrome (ordonnées de droite).

Alliages nickel-chrome. — Ces alliages, fondus au four électrique, à partir du nickel réduit et du chrome aluminothermique, sont sensiblement dépourvus de carbone ($C \leqq 0,10$ pour 100); mais, pour assurer le forgeage, on a dû incorporer à la charge une proportion de manganèse rapidement croissante avec la teneur en chrome (0,5 à 0,8 de manganèse pour 5 pour 100 de chrome; 1,5 à 2,5 pour 100 de manganèse au delà de

15 pour 100 de chrome). Aussi, ai-je limité provisoirement cette étude aux alliages tenant 16 pour 100 de chrome, car ceux dont le titre est supérieur sont trop fortement manganésés pour être assimilables à des alliages binaires.

Les courbes dilatabilité-température pour le nickel, le chrome et leurs alliages, de 1,5 à 15,6 pour 100 de chrome, sont rassemblées dans la figure 1. La transformation magnétique du nickel est accompagnée, comme on sait, d'une diminution rapide de la dilatabilité vraie, et l'abscisse de point d'inflexion θ_d coïncide sensiblement avec la température du point de Curie déterminée par les méthodes thermomagnétiques; de part et d'autre du crochet, les deux tronçons de la courbe de dilatabilité ont des pentes moyennes très différentes.

Comme l'a montré M. L. Dumas (¹), les alliages nickel-chrome sont réversibles, et leur point de Curie s'abaisse quand la teneur en chrome augmente, au point que les alliages de titre supérieur à 5 pour 100 sont amagnétiques à la température ordinaire.

En même temps, l'addition chromée amène une atténuation très rapide de l'anomalie de dilatation du nickel : le crochet disparaît progressivement, et les deux tronçons de la courbe tendent à se disposer dans le prolongement l'un de l'autre. Les alliages amagnétiques n'accusent plus de singularité thermique, et leur coefficient de dilatation vrai augmente régulièrement avec la température. La loi de cet accroissement est linéaire quand la teneur en chrome est comprise entre 5 et 10 pour 100, mais prend une allure parabolique pour les alliages plus riches en chrome.

Le réseau de la figure 2 résume l'ensemble des mesures; il représente, pour toute température comprise entre 0° et 900°, l'action du chrome sur la dilatation du nickel. Au-dessous de 400°, les isothermes présentent une singularité; l'abscisse de celle-ci correspond à l'alliage dont le point de Curie coïncide avec la température de l'isotherme considéré.

L'addition de chrome, beaucoup moins dilatable que le nickel, affecte peu la dilatabilité de ce métal à la température ordinaire, et tend à l'augmenter aux températures élevées; cet écart considérable par rapport à la règle des mélanges tient probablement à la présence du composé Ni^2Cr^3, dont l'existence paraît ressortir du diagramme de solidification établi par

(¹) L. Dumas, *Recherches sur les aciers au nickel à hautes teneurs*, p. 150 (Ch. Dunod, éditeur, Paris, 1902).

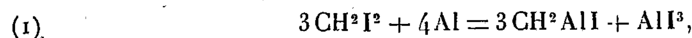
Voss [1] et de mes recherches sur l'anomalie totale des ferronickels chromés [2].

CHIMIE ORGANIQUE. — *Composé organométallique mixte de l'aluminium.* Note de M. **Faillebin**, présentée par M. Haller.

L'aluminium se dissout dans un mélange anhydre d'iodure de méthylène et d'éther.

A un certain volume d'éther anhydre contenu dans un ballon dans lequel on a mis de la tournure d'aluminium grossièrement découpée au couteau, on ajoute un égal volume d'iodure de méthylène et une parcelle d'iode. On surmonte le ballon d'un appareil distillatoire et l'on commence à chauffer doucement au bain-marie de façon à amorcer la réaction. Une portion de l'éther distille, le liquide se trouble, se décolore, puis redevient limpide en même temps que l'aspect de l'ébullition se modifie. La réaction amorcée se continue d'elle-même. Le ballon est alors adapté à un bouchon portant un réfrigérant ascendant et un tube à brome par lequel on introduit de l'éther anhydre de façon à éviter un trop grand échauffement. Le réfrigérant peut être mis en relation avec un gazomètre de manière à recueillir puis mesurer les gaz qui peuvent se produire.

On peut formuler la réaction principale :

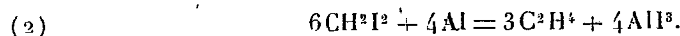


(1) $$3\,CH^2I^2 + 4\,Al = 3\,CH^2AlI + AlI^3,$$

celle-ci aurait lieu sans dégagement gazeux. Il y en a un cependant, d'autant plus grand d'ailleurs que la température est plus élevée ou la concentration de l'iodure de méthylène plus grande. Ce dégagement est dû à une réaction accessoire qui se produit également en l'absence d'éther et donne naissance à de l'éthylène.

Ce gaz est bien de l'éthylène : débarrassé de la vapeur d'éther par l'acide sulfurique, il fixe le brome, décolore le permanganate. Le bromure bout à 130°, fond vers 6°, a un poids moléculaire de 200 (cryoscopie acétique) et donne à l'analyse 83,6 pour 100 de brome. Ce sont à peu près les caractères du bromure d'éthylène.

La réaction accessoire est probablement :



(2) $$6\,CH^2I^2 + 4\,Al = 3\,C^2H^4 + 4\,AlI^3.$$

Les réactions (1) et (2) ont lieu aussi avec le bromure de méthylène, mais

(1) *Zeitsch. f. anorg. Chemie*, t. 96, p. 139.
(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 594.

s'amorcent plus difficilement, et la réaction (2) est dans ce cas moins importante.

Dans des conditions analogues avec $\frac{1}{3}$ molécule CH^2I^2, on recueille environ un litre de gaz; avec $\frac{1}{3}$ molécule CH^2Br^2, 300^{cm^3} seulement.

La réaction (2) nécessite, pour un poids donné de bromure de méthylène, moins d'aluminium que la réaction (1). On constate que, pour une molécule de bromure de méthylène, il se dissout plus d'un atome d'aluminium et moins de $\frac{4}{3}$ d'atome, la concordance avec la formule (1) étant d'autant meilleure qu'on opère sur de plus grandes quantités; d'autre part il reste un peu de bromure de méthylène non employé. Pour l'iodure les proportions sont moins bien respectées à cause de la réaction (2).

Examinons le cas des solutions obtenues avec le bromure de méthylène.

La solution forme deux couches dont on peut interpréter l'existence en admettant la présence de deux corps : l'halogénure d'aluminium et l'organométallique. On sait que le bromure d'aluminium forme avec l'éther la combinaison $AlBr^3, C^4H^{10}O$, mais celle-ci est très soluble dans l'éther et son existence ne saurait expliquer la formation de deux couches. La partie la plus dense ne se laisse enlever par distillation que le dissolvant, même sous pression réduite; il y a ensuite décomposition. On peut penser que cette partie contient surtout l'halogénure combiné à l'éther.

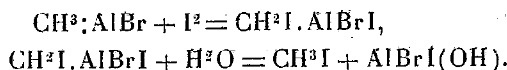
La couche supérieure concentrée fournit à nouveau deux couches, une inférieure en petite quantité identique à la précédente, une supérieure qui ensuite reste homogène. On débarrasse celle-ci le plus possible de l'éther par chauffage modéré sous pression réduite. Le poids moléculaire de ce qui reste, mesuré par cryoscopie dans le benzène, est 372. Ce nombre est une limite inférieure pouvant être largement dépassé, car s'il reste seulement 5 pour 100 d'éther en poids, le chiffre précédent doit être augmenté du quart de sa valeur. Ce liquide est décomposé par la chaleur. En le distillant sous pression réduite, on recueille une faible quantité d'un liquide épais ne contenant plus de brome, renfermant de l'aluminium et un résidu hydrocarboné. Il reste dans le ballon un solide caverneux brun qui avec l'éther ne redonne plus le liquide primitif. Ces faits rapprochés de l'impossibilité d'amorcer la réaction dans un liquide autre que l'éther, par exemple le sulfure de carbone, conduisent à penser que l'organométallique doit contenir de l'éther et peut-être de l'halogénure d'aluminium combinés.

L'eau agit avec violence sur la solution initiale. Il y a dégagement de méthane en quantité proportionnelle au poids d'aluminium employé. Il

reste une solution aqueuse contenant de l'halogénure d'aluminium et de l'alumine; l'éther surnageant ne renferme qu'une faible quantité de bromure de méthylène. L'alcool absolu réagit avec la même énergie que l'eau; en général agissent également et de façon paraissant quantitative, les corps possédant des groupes hydroxyles dont la solution d'aluminium paraît le réactif. Il se fait du méthane. Notons que ni l'ammoniac ni l'aniline ne donnent naissance à un dégagement gazeux.

Parmi les dérivés halogénés, seuls les hydracides paraissent agir, assez doucement d'ailleurs; il y a formation de méthane et d'halogénure d'aluminium. On constate dans cette action que la couche inférieure augmente, ce qui confirme notre hypothèse sur la constitution de cette seconde couche.

Si la formule que nous avons adoptée pour le dérivé organométallique est exacte, elle renferme une double liaison; celle-ci doit être susceptible de réaction d'addition. En effet la solution d'aluminium fixe deux atomes d'iode par atome d'aluminium employé, déduction faite de ce qui a participé à la formation d'halogénure. Si l'on traite ensuite par l'eau, on n'a plus de dégagement gazeux. On sépare alors l'éther et on le distille après dessiccation. On n'a pu en séparer de l'iodure de méthyle pur, mais si l'on agite le distillat avec une solution d'azotate d'argent, on a un abondant précipité jaune d'iodure d'argent. Ce même distillat, après dessiccation sur le sodium, traité par le magnésium, fournit un dérivé de Grignard. Cela démontre qu'il s'est formé de l'iodure de méthyle suivant les réactions :



$$CH^2{:}AlBr + I^2 = CH^2I.AlBrI,$$
$$CH^2I.AlBrI + H^2O = CH^3I + AlBrI(OH).$$

Il y a lieu de mentionner l'action de la solution d'aluminium comme agent de condensation : l'acétone fournit de l'oxyde de mésityle, et du méthane résultant de l'action de l'eau formée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Détermination des acides gras par la formation de leurs complexes à base d'uranyle et de sodium.* Note de M. **J. Barlot** et M^lle^ **M.-T. Brenet**, présentée par M. G. Urbain.

Streng a signalé en 1883 (¹) une méthode permettant de caractériser microchimiquement l'ion $\overset{+}{Na}$. Cette méthode repose sur la formation d'un

(¹) Streng, *Ber. der oberhess. Ges. für Nat. und Heilkunde*, t. 22, 1883, et Haushofer, *Mikroskopische Reaktionen*, 1885, p. 132.

acétate double d'uranyle et de sodium, peu soluble, cristallisé en tétraèdres réguliers. Le réactif employé est généralement l'acétate d'uranyle en solution aqueuse acidifiée par l'acide acétique; l'ammonium, le potassium, le rubidium et le cæsium donnent aussi des acétates doubles, mais ce sont de longues aiguilles ou des prismes très solubles, appartenant au système quadratique.

La réaction de Streng présente de curieuses particularités; pour qu'elle se produise, il est nécessaire que des ions $\overset{+}{H}$ existent dans le liquide; c'est ainsi qu'une solution d'acétate de sodium sur laquelle on projette des cristaux d'acétate d'uranyle pur ne donne pas de cristaux d'acétate double après plusieurs jours de contact; par contre, le nitrate d'uranyle réagit immédiatement, à froid, sur la solution d'acétate de sodium, et l'on observe de grosses formes squelettiques tétraédriques, peu à peu remplacées par des cristaux complets; ces squelettes sont caractérisés par l'angle de 120°, ou plus exactement par la projection de l'angle des axes ternaires du cube dont le tétraèdre peut être dérivé.

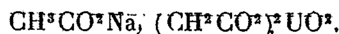
Convenablement employée, la formation de ce sel double peut servir à rechercher le sodium, l'uranium ou l'acide acétique. Il était naturel d'essayer d'utiliser cette réaction pour la recherche des homologues de ce dernier; les essais faits dans cette voie ont donné de curieux résultats : tantô il se forme un sel double peu soluble, tantôt aucun précipité ne prend naissance, et, de l'ensemble des cas jusqu'à présent étudiés, nous dégageons la règle suivante :

« La réaction de Streng appliquée aux homologues de l'acide acétique donne des résultats positifs chaque fois que l'acide gras renferme dans sa chaîne un nombre pair d'atomes de carbone consécutifs. »

Les expériences ont été faites microchimiquement d'abord, puis sur des quantités plus considérables de substance, avec les divers sels de sodium des acides gras et le nitrate d'uranyle ou les sels d'uranyle correspondants, en solution acide; les résultats sont les suivants :

a. Formiate : rien.

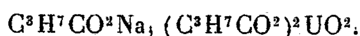
b. Acétate : tétraèdres jaune verdâtre; l'analyse du corps obtenu donne comme formule :



$$CH^3CO^2Na, (CH^3CO^2)^2UO^2.$$

c. Propionate (monométhylacétate) : rien.

d. Butyrate normal : précipité cristallin immédiat, formé d'abord de cristaux très petits, se transformant peu à peu en grandes aiguilles dentelées. Formule :

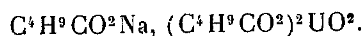


$$C^3H^7CO^2Na, (C^3H^7CO^2)^2UO^2.$$

e. Isobutyrate (diméthylacétate) : rien.

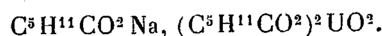
f. Valérianate normal : rien.

g. Valérianate ordinaire (dérivant de l'alcool amylique de fermentation, le méthyl-3-butanol-1, $\genfrac{}{}{0pt}{}{CH^3}{CH^3}\!\!>CH - CH^2 - CO^2Na$) : précipité vert jaune formé de cristaux très petits. Formule :



$$C^4H^9CO^2Na,\ (C^4H^9CO^2)^2UO^2.$$

h. Caproate normal : précipité cristallin formé de pyramides quadrangulaires accolées par la base. Formule :

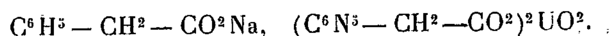


$$C^5H^{11}CO^2Na,\ (C^5H^{11}CO^2)^2UO^2.$$

i. Œnanthylate normal : rien.

L'ensemble des faits ci-dessus mentionnés paraît démontrer nettement l'influence du nombre d'atomes de carbone consécutifs dans une chaîne. Ceci est à rapprocher d'autres alternances connues, telles que celles mentionnées en 1877 par Baeyer [1], qui a montré que, dans les séries des acides gras mono- et bibasiques, un terme à nombre pair d'atomes de carbone a un point de fusion supérieur à celui de l'acide qui contient un carbone de plus.

Pour les acides dérivés de l'acide acétique par substitution d'un des atomes d'hydrogène du groupe CH^3, l'aptitude à donner des sels doubles peu solubles dépend de la nature du radical introduit. Les trois acides acétiques chlorés ne produisent pas de réaction; par contre, le phénylacétate de sodium, au contact du nitrate d'uranyle, donne immédiatement un précipité cristallin formé d'aiguilles groupées en oursins. Ce sel, reproduit en plus grande quantité et analysé, a pour formule



$$C^6H^5 - CH^2 - CO^2Na,\quad (C^6N^5 - CH^2 - CO^2)^2UO^2.$$

L'étude physico-chimique de ces différentes réactions, actuellement en cours, permettra de compléter les résultats ci-dessus, et aussi de savoir si les sels doubles, dérivés des acides gras à chaîne impaire d'atomes de carbone, peuvent exister en solution ou à l'état solide.

---

(1) BAEYER, *Berichte*, t. 10, 1877, p. 1286.

GÉOLOGIE. — *Sur une formation rédonienne (Miocène supérieur) ravinant les argiles éocènes, à minerai de fer, au sud de Rennes (Ille-et-Vilaine).* Note de MM. **Y. Milon** et **L. Dangeard**, présentée par M. Ch. Barrois.

Des fouilles reprises récemment pour la recherche du minerai de fer, aux abords des formations tertiaires de la Chaussairie (sud de Rennes), ont attiré notre attention sur les rapports stratigraphiques des dépôts ferrifères avec les couches tertiaires voisines (oligocène et miocène).

Jusqu'à présent ces rapports n'avaient pu être observés. S'appuyant sur la composition et le mode de gisement de ces minerais, M. Kerforne les a assimilés récemment [1] à ceux de la région de Châteaubriant, dont il a nettement établi *l'âge éocène*, et la position, sous des grès silicifiés, homologues des *grès à sabales*.

Dans ces deux régions, on recherche des rognons d'hématite associés à des argiles blanches ou ocracées.

Une fouille entreprise au Vieux-Chartres (à l'est de la Chaussairie) nous a permis d'observer le contact, avec ravinement, des argiles éocènes et du Rédonien fossilifère. La surface de ravinement, très irrégulière, entaille profondément une argile blanche, compacte, un peu sableuse, homogène à la partie supérieure, mais renfermant, vers le bas, des rognons d'hématite de plus en plus nombreux et volumineux.

Le Rédonien se présente sous l'aspect d'un falun rappelant le type classique d'Apigné, ou d'une argile de décalcification.

Le falun est très fin, légèrement sableux, en majeure partie formé de coquilles brisées, parfois cimentées en plaquettes. En certains points les fossiles sont entiers et ont gardé leur test nacré.

L'argile de décalcification est sableuse, rougeâtre ou brunâtre, et contient des concrétions d'oxyde de fer où se sont conservés, à l'état de moules, de nombreux petits fossiles rédoniens, surtout abondants vers la partie inférieure.

Le caractère transgressif du Rédonien est nettement indiqué par le ravinement au contact, et l'accumulation à la base de l'argile rouge et des faluns, d'éléments remaniés et roulés d'âges divers :

---

[1] F. Kerforne, *Compte rendu des excursions du Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences de Rennes en* 1918 (*Bull. Soc. Sc. et Médicale de l'Ouest*, 1918, numéro unique, t. 27, p. 8).

1° Petits galets de quartz et de grès, semblant provenir du substratum paléozoïque.

2° Blocs très nombreux, et parfois volumineux de *grès ladères* éocènes.

2° Fossiles helvétiens (côtes d'*Halitherium*, dents de poissons).

Coupe schématique de la fouille (Vieux-Chartres).
Rédonien : f, faluns; *r*, argile de décalcification. — *Éocène : a*, argile blanche; ♂, rognons d'hématite; *c*, contact-ravinement; *e*, éléments remaniés.

Dans cette même région, M. Kerforne (1) a observé à *La Garenne* le ravinement transgressif des faluns helvétiens par le Rédonien, et a signalé à *Apigné*, des galets de Rupélien à la base du même étage. Les observations que nous avons faites au *Vieux-Chartres* complètent les données antérieures sur les rapports des formations rédoniennes avec leur substratum, en mettant davantage en relief la grande variété des terrains remaniés au cours de cette transgression.

Au sud de Rennes, la mer rédonienne a pu recouvrir indistinctement les affleurements de différentes couches tertiaires, c'est ce que l'on observe au Vieux-Chartres; mais on y voit de plus apparaître sous le revêtement rédonien une formation d'âge éocène dont on ne soupçonnait l'existence qu'à l'état de lambeaux isolés.

L'épaisseur des argiles ferrifères, leur prolongement sous le Rédonien, l'abondance des grès ladères remaniés permettent de supposer que l'Éocène a dû avoir autrefois une grande extension dans cette région; et qu'il a pu être conservé, sous des dépôts plus récents, à l'état de sables, de grès silicifiés, ou d'argiles à minerai de fer.

---

(1) F. Kerforne, *Quelques observations sur la mer rédonienne de Bretagne* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 185).

BOTANIQUE. — *Sur le mécanisme de l'orientation des feuilles.* Note de M. **Edgar Zaepffel**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Pendant leur développement, les feuilles pétiolées s'orientent par rapport à la pesanteur, à la lumière, etc., grâce à des courbures et à des torsions de leurs pétioles.

Or on sait que, dans les réactions tropistiques des tiges et des racines, le rôle de l'eau des tissus est particulièrement important. En est-il de même pour les feuilles ? Une répartition convenable de l'eau, dans une feuille, et plus particulièrement dans son pétiole, intervient-elle pendant ses réactions tropistiques ?

Pour étudier ce problème, recherchons les effets d'une richesse plus ou moins grande en eau dans un pétiole, ou dans une portion de pétiole.

Si l'on fend longitudinalement un pétiole en deux portions, l'une supérieure, l'autre inférieure, les portions se courbent légèrement, chacune vers l'extérieur, c'est-à-dire la première vers le haut, la seconde vers le bas. Si l'on place alors le pétiole sectionné dans l'eau, on observe que les courbures s'accroissent notablement, mais d'inégales quantités : la portion inférieure beaucoup plus que la portion supérieure.

Or, dans ces conditions, la richesse en eau a augmenté dans les divers tissus du pétiole. On comprend donc que si, dans un pétiole jeune, encore déformable, la quantité d'eau augmente, des tensions inégales se produisent : la moitié inférieure l'emporte sur la moitié supérieure, et le pétiole se courbe vers le bas, entraînant et abaissant le limbe.

Mais les déformations du pétiole se compliquent ordinairement d'une torsion dont nous allons rechercher l'origine.

Examinons, à cet effet, un pétiole fendu longitudinalement en deux moitiés symétriques, droite et gauche. Pour faciliter l'exposé de ce qui suit, je supposerai que la section intéresse le limbe et la majeure partie du pétiole, sans toutefois atteindre la base de ce dernier. Les deux moitiés s'écartent légèrement l'une de l'autre. Dans l'eau, elles s'écartent beaucoup plus de la même manière, devenant chacune fortement concave vers l'extérieur.

Mais les courbures n'en sont pas planes : elles s'accompagnent d'un gauchissement, en relation avec une torsion de chaque demi-pétiole. Pour chacun d'eux, la région supérieure diverge relativement plus que la région inférieure : une torsion se produit donc. On voit alors les deux moitiés du limbe, entraînées par les deux moitiés de pétiole, s'écarter et pivoter : leurs

faces supérieures s'orientent respectivement vers l'extérieur; leurs faces inférieures se disposent, au contraire, l'une vers l'autre.

Nous avons, jusqu'ici, réalisé une égale hydratation dans les deux moitiés du pétiole. Installons-en, maintenant, une moitié dans l'eau, laissant l'autre moitié dans l'air. La première moitié accroît rapidement sa richesse en eau; sa turgescence augmente et elle se courbe et se gauchit fortement. L'autre moitié demeure au contraire moins turgescente et ne se courbe que fort peu. Or, rappelons que le pétiole n'a été qu'incomplètement fendu : les deux moitiés demeurent en contact normal par la base. Il est dès lors facile, remettant le tout dans l'air, de rapprocher complètement les deux bords de la section, puis de les maintenir de la sorte par un fil noué, vers l'origine du limbe, autour du pétiole reconstitué.

Dans ces conditions, l'ensemble se courbe et se gauchit sous l'action du demi-pétiole plus riche en eau; la position d'équilibre est naturellement intermédiaire entre celles que prendrait, isolément, chacune des deux moitiés.

Il résulte de là que, si dans un pétiole normal, intact, non sectionné, la richesse en eau vient à varier d'une façon dissymétrique, des déformations tendent à se produire. Si la quantité d'eau devient, par exemple, plus abondante dans la moitié droite d'un pétiole, le pétiole se courbe vers ce côté droit; d'autre part, une torsion du pétiole se produit, orientant vers la droite la face supérieure du limbe.

Or, dans le pétiole d'une feuille non étalée dans un plan horizontal, l'amidon mobile détermine une perturbation de la répartition de l'eau (¹).

De même, pour une feuille éclairée latéralement, les phénomènes chlorophylliens s'accomplissent avec des intensités inégales dans les deux moitiés du pétiole; il en doit résulter une répartition dissymétrique de la richesse en eau.

On conçoit alors que les réactions tropistiques des feuilles se réalisent par des courbures et par des torsions du pétiole.

Dans la plupart des feuilles non pétiolées, la base de la nervure principale joue le rôle du pétiole.

(¹) Voir E. Zaepffel, *L'amidon mobile et le géotropisme* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 442).

BOTANIQUE. — *Sur le gamétophyte des Marchantiées.*
Note de M. **Ch. Douin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Regénération du thalle. — Les hépaticologues ont souvent remarqué que les Marchantiées, abondantes dans la saison qui leur est favorable, sont complètement mortes pendant la saison sèche, ce qui ne les empêche pas, même restées stériles, de reparaître aux mêmes lieux avec le retour de l'humidité. Quelques auteurs vont jusqu'à affirmer que les Marchantiées peuvent revivre après plusieurs années de dessiccation. J'ai vérifié le fait, et voici les résultats de mes expériences et de mes cultures.

Dans les thalles morts, certaines cellules restent vivantes un an, deux ans et plus, probablement, pendant que leurs voisines immédiates ont, depuis longtemps, cessé de vivre. *Les cellules qui restent vivantes et qui seules peuvent régénérer le thalle sont l'initiale terminale du thalle stérile et ses initiales secondaires.* J'appelle ainsi les cellules qui se détachent des quatre faces de l'initiale terminale. On aura encore une idée de l'extraordinaire vitalité de ces initiales par le fait suivant : le *Plagiochasma elongatum* de la zone équatoriale (Mexique) a gelé à Chartres : seules de toute la plante, *les initiales secondaires sont restées vivantes et l'ont régénérée.*

Les initiales secondaires sont espacées comme les écailles ventrales et disposées *sur quatre lignes longitudinales aboutissant à l'initiale terminale : deux rangées superposées sur la ligne médiane et deux autres latérales situées symétriquement par rapport aux précédentes et à la limite externe des insertions des écailles ventrales.*

Anomalies. — Les anomalies des végétaux peuvent nous révéler des faits morphologiques intéressants pour l'étude des formes normales. Je vais en citer quelques exemples :

1° L'anomalie du « double capitule » à l'extrémité d'un seul pédoncule à deux sillons chez le *Reboulia* m'a prouvé que, *dans toute bifurcation, l'initiale terminale du thalle stérile se divise en deux initiales égales et de même valeur que celle dont elles sont issues*, contrairement à l'opinion de tous les hépaticologues qui ont accepté la « *echte Dichotomie* » et la « *falsche Dichotomie* » des auteurs allemands.

2° Les « andræcies partielles » du *Reboulia* et du *Plagiochasma* m'ont appris que les cellules détachées de l'initiale terminale se segmentent *comme des initiales :* de là le nom d'*initiales secondaires* qui leur a été donné ; une

nouvelle compréhension du développement intercalaire est la conséquence de ce fait.

3° Les « pointes saillantes » du thalle du *Reboulia* m'ont indiqué comment se faisait le développement du pédoncule dans les Marchantiées *non sillonnées*.

4° Les singuliers appareils ♀ sessiles sur le thalle stérile du *Plagiochasma elongatum* m'ont permis de formuler les principes relatifs à la soudure de deux organes à développement basilaire.

Développement du thalle. — Le thalle des Marchantiées comprend deux parties : la partie solide ou thalle proprement dit qui correspond à la tige des Muscinées et a, comme cette dernière, un développement terminal; les organes latéraux (chambres aérifères et écailles) sont l'équivalent des feuilles et dont le développement est basilaire.

Le développement terminal du thalle proprement dit se décompose en deux temps : dans le premier, l'initiale terminale se segmente et donne les initiales secondaires; dans le second, ce sont celles-ci qui fonctionnent à leur tour.

1° L'initiale terminale se segmente *à droite et à gauche d'abord, en dessous et en dessus ensuite;* on a ainsi quatre cellules formant *une série de segmentations*. L'initiale terminale continue à se segmenter, *toujours dans le même ordre*, pour ainsi dire indéfiniment, en donnant d'autres séries d'initiales secondaires.

2° Chaque initiale secondaire se segmente sur trois, plus rarement sur quatre faces, pour donner autant de *cellules primaires* (segmentation primaire) qui se multiplient plus ou moins (multiplication secondaire ou *développement intercalaire*), en formant une masse de cellules que j'appelle un *mérophyte*. Tous les mérophytes ainsi obtenus grandissent solidairement et forment le thalle stérile. Arrivés à leur état définitif, ils se fixent au support par leurs poils absorbants. On a, de cette façon, un ensemble de mérophytes adultes, fixés au sol et désormais immuables, et un certain nombre d'autres en voie d'accroissement qui, par ce fait même, repoussent en avant l'initiale terminale et les mérophytes voisins.

Le thalle stérile se compose ainsi de 4 séries longitudinales de mérophytes intimement soudés : 2 séries médianes superposées qui composent la *nervure* et 2 séries latérales qui forment les *ailes*, termes qui se trouvent ainsi nettement précisés, quant à leur origine, pour la première fois.

Les initiales secondaires ont un triple rôle : outre leur fonction normale

qui est de former les mérophytes, elles donnent encore *les initiales basilaires* d'où sont issus les organes latéraux et *des initiales terminales*, qui, dans certains cas, donnent naissance aux appareils ♂ et ♀ pédonculés et aux pousses de régénération.

Le développement basilaire des organes latéraux se produit de la manière suivante :

Une initiale basilaire qui fonctionne fait saillie hors du thalle ou de la tige par une sorte de bourgeonnement, et la plus grande partie de la saillie s'isole du reste par une cloison transversale. La cellule externe est la première cellule de l'organe à former, tandis que la cellule interne est l'initiale qui continue à faire saillie au dehors et à s'isoler de la partie proéminente par une cloison transversale; etc. Inutile de dire que les organes latéraux sont presque toujours formés de plusieurs initiales basilaires soudées qui fonctionnent solidairement et souvent pendant longtemps, en donnant *de nombreuses séries, segmentations qui sont réduites chacune à une seule cellule*.

En résumé, dans le développement terminal, les tissus nouvellement formés *repoussent en avant l'initiale terminale et les mérophytes voisins*, tandis que, dans le développement basilaire, *ce sont les initiales basilaires qui restent fixes* sur le thalle ou la tige, pendant que les tissus jeunes repoussent les plus âgés à l'extérieur.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la toxicité de divers phénols nitrés pour le* Sterigmatocystis nigra. Note de M. L. **Plantefol**, présentée par M. J. Costantin.

La toxicité des phénols est consacrée depuis longtemps par le rôle qu'ils jouent comme antiseptiques. Parmi les phénols les plus simples, l'acide phénique et son dérivé trinitré, l'acide picrique, ont été particulièrement employés. Mais, malgré les travaux de Koch et de Hoppe-Seyler, les données numériques relatives à la toxicité du phénol et des phénols nitrés sont encore fragmentaires.

J'ai étudié comparativement les actions que présentent, sur la germination et la croissance du *Sterigmatocystis nigra*, le phénol et quelques-uns de ses dérivés nitrés (mononitrophénols : ortho, méta et para; dinitrophénol 1, 2, 4; trinitrophénol, 1, 2, 4, 6).

Le milieu nutritif est constitué par 100^{cm^3} de la formule de Raulin, où le saccha-

rose est remplacé par du glucose. On y ajoute le produit à essayer, soit à l'état cristallisé, soit en solution dans l'eau distillée, et l'on porte par addition d'eau distillée, au volume total de 120^{cm^3}. Les vases de culture sont des cristallisoirs cylindriques de 8^{cm} de diamètre et $4^{cm},5$ de profondeur. Les spores du champignon sont ensemencées au pinceau, suivant la technique indiquée par Raulin. Le développement a lieu à 35°. La tension de l'atmosphère en vapeur d'eau est maintenue constante à l'aide d'un dispositif rappelant celui qu'utilisait Raulin. Pour les produits relativement volatils à la température de culture (phénol), ou facilement entraînables par la vapeur d'eau (*o*-nitrophénol), des expériences de contrôle sont faites en atmosphère confinée. Enfin l'examen de préparations microscopiques permet de suivre le début de la germination.

Chaque expérience comporte une culture témoin et une série de cultures, de concentrations croissantes en produit toxique, évaluées en grammes par litre. Pour le *o*-nitrophénol, peu soluble dans l'eau, les recherches ont été poussées jusqu'à saturation du liquide nutritif par le phénol ($0^g,4$ par litre).

Parmi les résultats expérimentaux, je retiendrai trois sortes de tests de la toxicité :

1. *Concentration minima empêchant la germination* (*concentration antigerminative inhibitrice*). — A cette concentration, la spore se gonfle beaucoup plus qu'une spore qui germe; mais l'augmentation de la turgescence n'est pas suivie de la poussée d'un tube mycélien :

	Phénol.	*o*-nitrophénol.	*m*-nitrophénol.	*p*-nitrophénol.	Dinitrophénol.	Trinitrophénol.
Pas de germination.......	0,8	>0,4	0,3	0,12	0,009	0,4
Germination.............	0,7	>0,4	0,2	0,1	0,008	0,35

La concentration antigerminative n'est pas atteinte pour le *o*-nitrophénol dissous à saturation dans le liquide nutritif.

2. *Concentration maxima* permettant le *développement des conidies* et leur noircissement, au bout de temps donnés, à partir de l'ensemencement :

	Temps.	Phénol.	*o*-nitrophénol.	*m*-nitrophénol.	*p*-nitrophénol.	Dinitrophénol.	Trinitrophénol.
Début du noircissement...	40 heures	0,1	0,05	0,05	0,01	0,001	0,03
Cultures noires.	3 jours	0,4	0,4	0,1	0,02	0,004	0,1
	4 jours	0,5	"	"	0,05	0,005	0,15

3. *Poids sec du champignon*, prélevé au bout de 5 jours de culture :

Concentration en grammes par litre.	Poids sec du champignon.					
	Phénol.	*o*-nitro-phénol.	*m*-nitro-phénol.	*p*-nitro-phénol.	Dinitro-phénol.	Trinitro-phénol.
0........	1,64	1,67	1,67	1,61	1,67	1,64
0,004.....	"	"	"	"	1,57	"
0,007.....	"	"	"	"	0,07	"
0,01......	"	"	"	1,57	"	1,54
0,02......	"	"	1,66	1,48	"	1,37
0,05......	"	1,65	1,49	0,99	"	1,20
0,1.......	1,60	1,70	1,25	0,09	"	0,79
0,2.......	1,66	1,60	0,67	"	"	0,62
0,3.......	"	1,55	"	"	"	0,32
0,4.......	1,63	1,20	"	"	"	"
0,5.......	1,35	"	"	"	"	"
0,6.......	0,74	"		"	"	"

Ces résultats mettent en évidence un ensemble de faits :

1° Le phénol et les produits nitrés qui en dérivent, sont toxiques pour le *Sterigmatocystis nigra*, les produits nitrés étant plus toxiques que le phénol.

2° Les trois mononitrophénols ont des toxicités différentes : l'ortho est le moins toxique, le para, le plus toxique. Ainsi semblent s'opposer, par leurs propriétés pharmacodynamiques, les deux mononitrophénols que leurs propriétés chimiques rapprochent le plus.

3° Le seul des dinitrophénols qui ait été utilisé dans cette étude montre une toxicité beaucoup plus élevée que le phénol et les mononitrophénols : il est près de cent fois plus toxique que le phénol, et plus de dix fois plus toxique que le plus actif des mononitrophénols.

4. Le seul des trinitrophénols qui ait été utilisé dans cette étude présente une toxicité plus grande que celle du phénol, et de même ordre que celle des mononitrophénols. L'allure toute différente de la courbe des poids secs, en fonction de la concentration, traduit une différence dans l'action pharmacodynamique.

5. Il est extrêmement curieux de rapprocher les actions du dinitrophénol 1, 2, 4, et du trinitrophénol 1, 2, 4, 6. Tous deux ont également un groupement NO^2 en position para et un autre en ortho. D'une manière théorique, on passe du dinitrophénol au trinitrophénol par fixation d'un nouveau groupement NO^2 en position 6, c'est-à-dire en ortho. L'introduction de ce groupement diminue considérablement la toxicité. Comme il

rend la molécule symétrique, il y a lieu de rapprocher ce fait de constatations antérieures (¹).

6. Parmi les six corps étudiés jusqu'ici, le dinitrophénol 1, 2, 4 paraît, du point de vue toxique, jouir de propriétés particulières, par comparaison avec la série chimique à laquelle il appartient. A cette toxicité correspondent des propriétés physiologiques spéciales.

CYTOLOGIE. — *Sur le polymorphisme et la maturation des spores des Syndinides* (*Péridiniens*). Note (²) de M. **Édouard Chatton**.

Les Syndinides forment une famille de Péridiniens caractérisés par leur parasitisme, leur complète dépigmentation, leur état plasmodial, la structure de leurs noyaux, qui, dans la cinèse, présentent d'une manière constante cinq chromosomes en V, et enfin par leurs spores gymnodiniennes plus ou moins turbinées.

On les trouve dans la cavité générale des copépodes pélagiques, et dans la capsule centrale de certains radiolaires (*Thalassicolla*). Il ne sera question ici que des premiers. J'ai fait connaître antérieurement (³) les phases de leur évolution, la structure de leur plasmode, le processus cinétique propre à leurs noyaux, et la morphologie de leurs spores.

Chez une même espèce de copépodes il peut se former jusqu'à trois catégories de spores tout à fait différentes. Cela ne se produit jamais, toutefois, chez un même individu, c'est-à-dire à partir d'un même plasmode.

Chez *Paracalanus parvus* j'ai distingué des « spores à rostre », des « macrospores » et des « microspores », chacune des deux dernières catégories présentant elle-même des variantes secondaires. Mais chez d'autres copépodes (*Corycœus venustus*), il ne se forme qu'un seul type de spores.

J'ai posé la question, dans ma monographie, de la signification de ce polymorphisme sporal. Pluralité des espèces, différenciation sexuelle, polymorphisme non sexuel dans une même espèce, telles sont les trois hypothèses envisagées. De nouvelles recherches me permettent d'éluder la troisième. Chaque forme sporale correspond en effet à un plasmode de

(¹) Mayer, Magne et Plantefol, *Sur la toxicité des carbonates et chlorocarbonates de méthyle chlorés* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 136).

(²) Séance du 27 décembre 1921.

(³) *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 654-656; t. 170, 1920, p. 413-415; t. 173, 1921, p. 859-861.

structure bien caractérisée. La formation d'une seule catégorie de spores par les plasmodes du *Corycœus venustus* plaide aussi contre cette hypothèse, et même contre celle de la différenciation sexuelle.

Toutes les recherches en vue de vérifier cette dernière ont été négatives. J'ai mélangé nombre de fois des spores de différentes catégories issues des *Paracalanus*, en effectuant avec elles toutes les combinaisons possibles, sans jamais observer de copulations. Je n'ai jamais constaté non plus de copulations entre spores identiques, soit issues d'un même plasmode, soit issues de plasmodes différents. Toujours ces spores ont dégénéré purement et simplement, entre 24 et 48 heures. Chez *S. corycœi*, dont le cas est particulièrement instructif, les spores, après quelques heures de vie libre, se fixent sur la dépouille du copépode, ou au verre, et y passent à l'état quiescent. On peut les conserver plusieurs jours sous cette forme.

L'étude cytologique de la phase de maturation des spores de toutes catégories montre au surplus qu'elles ne sont point le siège de phénomènes de réduction, comme elles devraient en présenter si elles étaient des gamètes.

L'hypothèse qui subsiste donc est celle de la pluralité des espèces. Il convient dès lors de caractériser celles-ci, à la fois par leurs plasmodes et par leurs spores. Au cours de l'étude cytologique qui a été nécessaire pour ce faire, j'ai porté spécialement mon attention sur les phénomènes qui accompagnent la sporulation. Chez *Syndinium rostratum* (« spores à rostre » de *Paracalanus parvus*) la formation d'un appareil cinéto-flagellaire au pôle du demi-fuseau, constitué par un rhizoplaste ayant la valeur d'une centrodesmose et perdant secondairement toute connexion avec le noyau, la dissociation de la figure fusoriale en cinq chromosomes à individualité persistante, pelotonnés dans la vésicule nucléaire; chez *S. corycœi* (de *Corycœus venustus*), la réduction de l'appareil centrosomien flagellaire à un cône coiffant le noyau, la dislocation des chromosomes aboutissant dans la spore mûre et quiescente, sessile, à la constitution d'un noyau granuleux, condensé, enveloppé d'une forte membrane; chez *S. turbo* (« macrospores » de *Paracalanus parvus*) une structure et une évolution analogues, quoiqueici les spores restent mobiles; chez *S. minutum* (« microspores » de *Paracalanus parvus*), la persistance de deux demi-fuseaux dans les spores mûres.

D'une manière plus générale nous dégageons de cette étude les conclusions suivantes :

1° L'organisation et le mode de division nucléaires des *Syndinium* pré-

sente d'une espèce à l'autre une uniformité remarquable. Chez toutes, les chromosomes sont constamment au nombre de cinq, toujours courbés en V.

2° A la prophase et à la télophase mitotiques, comme en intercinèse, ces chromosomes sont toujours agencés en demi-fuseaux, qui n'ont pas ici de signification spéciale, comme dans le cas des ciliés où ils paraissent avoir la valeur d'un synapsis.

3° Quelle que soit la structure du noyau dans les spores mûres, c'est toujours à partir de ce stade en demi-fuseau qu'elle s'établit.

4° La maturation des spores n'est point accompagnée de méiose. Ceci, joint à leur évolution solitaire, interdit de les regarder comme des gamètes. Les véritables gamètes des *Syndinium* sont encore à découvrir.

5° A l'uniformité structurale relative des plasmodes s'oppose une grande diversité morphologique et cytologique dans les spores. Cette constatation est embarrassante, car si l'on considère, comme les faits nous l'imposent en général, et particulièrement dans le cas des Péridiniens parasites, la forme sporale comme originelle, on ne conçoit pas que des types sporaux aussi divers soient issus de stades végétatifs aussi semblables, jusqu'aux détails de constitution nucléaire.

5° L'appareil cinétoflagellaire des Dinoflagellés, jusqu'ici peu connu, se présente, selon la règle fondamentale pour les autres flagellés, comme un dérivé de l'appareil centrosomien nucléaire.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Emploi du bismuth dans la prophylaxie de la syphilis.* Note (¹) de MM. **R. Sazerac** et **C. Levaditi**, présentée par M. Roux.

Après avoir établi les propriétés curatives du bismuth dans la syphilis (²), nous avons recherché, avec M. Issaïcu, si les dérivés bismuthiques agissaient préventivement. Convaincus de l'importance du problème au point de vue de la prophylaxie de la syphilis, nous l'avons étudié expérimentalement sur le lapin, en utilisant les deux techniques que voici :

a. Nous avons administré les produits dont nous désirons connaître l'action prophylactique, à des lapins, auxquels nous inoculions le tréponème (*virus neurotrope*) par scarification préputiale (Metchnikoff et Roux).

(¹) Séance du 3 janvier 1922.

(²) Sazerac et Levaditi, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1391.

b. En outre, nous avons essayé de nous rapprocher le plus possible des conditions qui président à la transmission de la syphilis chez l'homme, en faisant agir l'agent prophylactique sur des lapins soumis à la contamination par contact sexuel, sans nulle lésion préalable.

I. *Méthode des scarifications*. — Des lapins mâles étaient infectés par scarifications préputiales abondantes; l'infection massive était de beaucoup supérieure à celle qui assure la contamination humaine. Nous nous sommes servis du *tartrobismuthate de sodium et de potassium* et aussi du *lactate de bismuth* soluble (en solution aqueuse). Le mode d'application a varié. *Persuadés que la prophylaxie de la syphilis pourrait être réalisée par simple ingestion d'un médicament spirillicide, nous avons utilisé le bismuth, non seulement en application locale, mais aussi par la voie digestive* (buccale et anale).

1. Injections préventives. — Lorsqu'on injecte dans le muscle du lapin 0g,05 de tartrobismuthate par kilogramme, *trois heures* après l'infection préputiale, on empêche définitivement l'apparition des lésions tréponémiques (absence de spirochètes le 60e et le 63e jour chez les animaux traités, lésions chez le témoin déjà le 16e jour).

Le tartrobismuthate, administré en injection intra-musculaire, agit préventivement.

2. Voie digestive. — A. *Voie buccale*. — Le lactate de bismuth, administré au lapin par la bouche, paraît être absorbé [action curative *per os* constatée par Sazerac et Levaditi [1]]. Cette absorption par la voie digestive semble cependant faible. C'est ce qui explique probablement les résultats imparfaits fournis par nos essais préventifs. Nous n'avons, en effet, observé que des retards, parfois considérables, dans l'éclosion des lésions et jamais d'empêchement définitif. Nos expériences sont au nombre de 15, dont 12 avec le tartrobismuthate de Na et K, et 3 avec le lactate. Le premier de ces sels a été administré par la bouche à la dose de 20cm³ à 40cm³, solution, bouillie ou suspension huileuse à 10 ou 20 pour 100, 1 *heure*, 3 *heures*, 4 *heures* et 24 *heures* après l'infection. *Sur 12 essais, 7 ont été complètement négatifs et 5 ont montré un retard de l'infection, qui a été de 14, 17, 18 et 21 jours, par rapport aux témoins.* Avec le *lactate* (mêmes doses), sur trois expériences, une seule a montré un retard de 45 jours. Dans l'ensemble, le *traitement préventif* per os *a retardé l'apparition des tréponèmes dans une proportion de 40 pour 100 des cas.*

Il y a donc lieu de conclure que, *malgré l'absence d'action préventive définitive, certains sels bismuthiques ne sont pas totalement inactifs au point de vue prophylactique, lorsqu'on les administre* per os.

---

(1) Sazerac et Levaditi, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1201.

B. *Voie anale.* — La voie anale se prête mieux que la voie buccale à essais. En effet, un lapin qui a reçu par le rectum 20$^{cm^3}$ de bouillie de tartrobismuthate à 20 pour 100 n'a pas montré de tréponèmes 76 jours après l'inoculation, tandis que le témoin s'est infecté le 20e jour.

3. Application locale. — Nous nous sommes servis de la *pommade* au tartrobismuthate (sel 30g, vaseline, lanoline, ââ 30g) et de la *poudre* du même sel.

a. Pommade. — Six expériences, dans lesquelles la pommade a été appliquée par frottement sur la région infectée, 1 heure, 4 heures et 24 heures après la scarification. *Quatre fois*, la pommade a empêché définitivement l'apparition des lésions spirochétiennes (50, 76, 93 et 94 jours d'observation), tandis que les témoins se sont infectés le 20e et le 22e jour. Une expérience fut négative, tandis que, dans une autre, il y eut un retard de 11 jours. *Les lapins qui ont été préservés par la pommade se sont montrés sensibles lors d'une inoculation ultérieure faite le 99e jour.*

Ces essais montrent que *la pommade bismuthique agit préventivement, même lorsqu'elle est appliquée de 1 heure à 4 heures après une infection massive* (1).

b. Poudre. — La poudre de tartrobismuthate, employée localement 3 heures après l'inoculation, n'a empêché l'infection que dans une expérience sur trois. Elle agit donc moins bien que la pommade, étant moins adhérente et aussi moins pénétrante.

II. *Méthode des accouplements.* — Cinq couples ont été constitués, un seul des générateurs étant infecté aux organes génitaux (lésions anciennes, riches en tréponèmes), et l'autre normal (2 mâles infectés, 3 femelles infectées). D'après les expériences de Levaditi, Marie et Issaïcu (2), l'infection se transmet ainsi dans la grande majorité des cas. Les animaux sont restés en contact durant 5 jours. Pendant les quatre premiers jours, nous avons appliqué, par frottement, la pommade bismuthique au niveau des organes génitaux du procréateur normal.

Résultat. — Trois de ces couples ont été féconds, ce qui prouve qu'il y eut accouplement au moins dans trois de nos expériences. Or, chez aucun des cinq pancréateurs normaux (3 mâles et 2 femelles), nous n'avons constaté de lésions tréponémiques, pendant les 82 jours d'observation.

La pommade bismuthique agit préventivement chez des animaux exposés à une infection certaine, par la voie de l'accouplement sexuel.

Conclusions. — Le tartrobismuthate de Na et de K jouit de propriétés préventives, lorsqu'il est appliqué sous forme de pommade sur la région infectée, de 1 heure à 4 heures après l'infection ; il empêche la maladie chez

(1) La pommade se montre inactive lorsqu'elle est appliquée pendant la période d'incubation : 5e, 10e et 15e jour.

(2) Levaditi, Marie et Issaïcu, *C. R. de la Soc. de Biol.*, t. 85, 1921, p. 342.

les animaux exposés à la contamination par contact sexuel; il agit préventivement, lorsqu'on l'injecte à petites doses dans le muscle. Ce sel, ainsi que le lactate de bismuth, administrés par la bouche, retardent manifestement l'éclosion de lésions spirochétiennes.

A 16 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 18 heures.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 19 décembre 1921.)

Note de MM. *G. Friedel* et *L. Royer*, Sur les mélanges de liquides anisotropes et l'identité des liquides stratifiés de Grandjean avec les liquides du type azoxyphénétol :

Page 1320, ligne 22, *au lieu de* gauche, *lire* droit; *au lieu de* droit, lire *gauche*.

(Séance du 27 décembre 1921.)

Note de M. *Kilian*, Sur un problème de la tectonique des chaînes subalpines dauphinoises :

Page 1437, ligne 9, *au lieu de* situés à l'est, *lire* situés à l'ouest.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE DÉCEMBRE 1921 (*suite et fin*).

Le Toarcien supérieur dans la région sud-est de l'Aveyron, par J. MONESTIER. Extrait du *Bulletin de la Société géologique de France*, t. XX; 1 fasc. 24cm.

Calcolo del titolo più economico di un gas misto di gas ricco e povero, par C. CANOVETTI. Extrait de l'*Industria del Gas e degli Acquedotti*, de septembre 1921; 1 fasc. 23cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Le turbine a gas motrici a propulsione, par C. CANOVETTI. Extrait de l'*Industria del Gas e degli Acquedotti*, de septembre 1921; 1 fasc. 23cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Recherches sur le mouvement des petites planètes, par H.-V. ZEIPEL. Extrait de *K. Svenska Vet. Akad : s Arkiv för matematik, astronomi och fysik*, Bd. 11, 12, 13; 1 vol. 21cm.

L'œuvre astronomique d'Henri Poincaré, par H.-V. ZEIPEL. Extrait des *Acta mathematica*, t. 38; 1 fasc. 30cm.

De la lumière au son ..., par P. VIVIER. Paris, Mendel, 1921; 1 vol. 25cm.

Nouveaux principes d'hydraulique générale et de mécanique, d'après une étude nouvelle de la contraction, par E.-E. MARCHAND BEY. Chez l'auteur, à Livry-sur-Seine (Seine-et-Marne), 1921; 1 vol. 25cm.

La loi de Newton est la loi unique. Théorie mécanique de l'Univers, par MAX FRANCK. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1921; 1 vol. 25cm.

La Physique théorique nouvelle, par JULIEN PACOTTE. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1921; 1 vol. 24cm.

Analogies mécaniques de l'électricité, par J.-B. POMEY. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1921; 1 vol. 24cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 JANVIER 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce le décès de M. **Ciamician**, Associé étranger, survenu à Bologne le 2 janvier.

M. A. **Haller** s'exprime en ces termes :

M. **Giacomo Ciamician**, sénateur du royaume d'Italie, professeur à l'Université de Bologne, comptait parmi nos plus illustres Associés étrangers.

L'œuvre de notre regretté confrère est aussi étendue qu'originale. Son activité scientifique a été consacrée pendant de longues années aux combinaisons appartenant au groupe du pyrrol, combinaisons dont il a élucidé la fonction et la constitution. M. Ciamician a attaché plus tard son nom aux réactions qui s'effectuent entre composés organiques à fonctions variées quand on les soumet à l'influence de la lumière solaire.

Ses dernières recherches ne sont pas moins originales. Considérant l'organisme des plantes comme un véritable laboratoire, il a essayé d'y réaliser des synthèses par l'injection de multiples produits, notamment d'alcaloïdes ou d'autres substances dans le but de se rendre compte de l'influence qu'ils exercent sur cet organisme. Une des expériences les plus brillantes est celle qui aboutit à la synthèse de la salicine par injection de la saligenine dans des plantes qui ne renfermaient point le glucoside précité. La Chimie organique perd en M. Ciamician un de ses représentants les plus distingués, l'Italie un de ses savants les plus justement renommés et la France un de ses amis les plus fidèles.

NAVIGATION. — *Relations entre : Les formes de carène d'un navire ; les déplacements relatifs de sa houle satellite ; son aptitude à la vitesse ; sa vitesse la plus économique ; et la résistance de l'eau à sa translation.* Note de M. **F.-E. Fournier.**

En fin d'analyse, j'ai été conduit par les observations et les considérations nouvelles, rectificatrices et complémentaires, résumées dans cette Note, aux conclusions suivantes sur la nature et l'enchaînement de ces relations.

I. La résistance, R, de l'eau à la translation, de vitesse v, en mer calme, d'une carène, de surface, Σ, en *fer neuf fraîchement peint*, à étrave droite, ayant, suivant l'usage, son maître-couple, de largeur, l, de profondeur, p, à peu près au milieu de la longueur, L, de son plan de flottaison, a pour expression générale

$$(1) \qquad R = 0,16 \Sigma v^2 \psi.$$

Dans cette expression : Σ peut être calculée par la formule d'interpolation

$$(2) \qquad \frac{\Sigma}{\sigma} = 1,2513 + 2,934\left(\frac{l^2}{Lp}\right) - 7,725\left(\frac{l^2}{Lp}\right)^2 + 8,860\left(\frac{l^2}{Lp}\right)^3$$

en fonction de la surface, σ, de son *plan vertical de dérive* mesurable directement.

Quant au facteur ψ, c'est une fonction de v que cette Note a pour objet de définir.

II. Soient : i, l'incidence latérale moyenne sous laquelle les *lignes d'eau* de la proue attaquent la masse liquide, à leurs extrémités rectilignes sur l'étrave ; et $i_0 = 10^\circ 39' 40''$, ou $\sin i_0 = 0,185$, une valeur critique, *constante générale*, dépendant de la viscosité de l'eau.

Enfin, représentons par $\mathfrak{v}$ une vitesse caractéristique que l'on calcule, pour chaque navire, par la formule d'interpolation

$$(3) \qquad \frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{L}} = 1,0232 - 3,989\left(\frac{l^2}{Lp}\right) + 15,67\left(\frac{l^2}{Lp}\right)^2 - 17,05\left(\frac{l^2}{Lp}\right)^3,$$

et qui joue, comme vitesse de comparaison, un rôle capital dans la question.

III. En utilisant les valeurs de R, que le service technique de nos constructions navales déduit de ses observations directes sur des modèles des

différents types de carènes actuelles, remarqués au moyen de mécanismes perfectionnés et enregistreurs des résistances, dans le bassin d'essai approprié à cet effet, dont ce service dispose à Paris, j'ai pu calculer les valeurs correspondantes du facteur ψ aux différentes vitesses v par la formule tirée de (1), $\psi = \frac{R}{0,16\Sigma v^2}$, et constater ainsi les particularités suivantes.

IV. *Sur chaque navire :* $\psi_w = 1$, à sa vitesse w; et ψ est > 1, à ses vitesses $v > w$; au contraire, ψ est < 1, à ses vitesses $v < w$, depuis celle v_0, à laquelle $\psi_{v_0} = 1$, et qui est liée à w par le rapport

$$(4) \qquad \frac{v_0}{w} = 1,5245\sqrt{\sin i - \sin i_0}\left[1 + 0,7414\left(0,52 - \frac{l^2}{Lp}\right)\right],$$

sur les carènes où $(i \geqq i_0)$ et se réduit à $v'_0 = 0$, sur celles où $(i < i_0)$.

V. La plus petite ψ_m, des valeurs de ψ moindres que 1, est donnée, pour chaque navire, par la formule d'interpolation

$$(6) \qquad \psi_m = 0,6465 - 0,6093\frac{\sin i}{\sin i_0}\left(1 - \frac{\sin i}{\sin i_0}\right) - 0,1975\left[\frac{\sin i}{\sin i_0}\left(1 - \frac{\sin i}{\sin i_0}\right)\right]^2.$$

Elle y est atteinte à la vitesse $v_m = \frac{1}{2}(v_0 + w)$, la *plus économique*, donc, des navires où $(i \geqq i_0)$, et qui se réduit à $v'_m = \frac{1}{2}w$, sur ceux où $(i < i_0)$.

L'expression (6) comporte un *minimum absolu* sur les carènes où la valeur de i est diminuée jusqu'à celle, i_m, qui satisfait à l'équation de condition de ce minimum,

$$\sin i_m = \frac{1}{2}\sin i_0 = 0,0925, \qquad \text{d'où} \qquad i_m = 5^\circ 18' 20''$$

et qui est donc la valeur *optima* de i, car elle donne à ces carènes *leur plus grande aptitude à la vitesse*, compatible avec la viscosité de l'eau.

VI. *Les carènes où* $(i \geqq i_0)$ sont les *moins aptes à la vitesse*, parce qu'elles entretiennent, aux dépens de la force motrice, une *houle satellite* formée, *aux vitesses* $v < w$, d'une *vague de translation d'étrave* se prolongeant extérieurement en *proue fluide* et, suivie de son train d'*ondes d'oscillations transversales ;* ce premier système y étant complété, *aux vitesses* $v > w$, par une *vague de translation d'étambot*, également suivie dans le sillage de son train d'ondes d'oscillations transversales.

VII. Les carènes où $(i < i_0)$ sont, au contraire, *les plus aptes à la vitesse*, parce qu'elles n'entretiennent : ni *proue fluide* aux vitesses $v > w$, ni *vague de translation d'étambot* aux vitesses $v > w$. Or, la suppression de

cette seconde vague permet à la vague d'étrave d'allonger librement son profil vertical, en tendant, à mesure que v croît, de o à ∞, vers sa limite asymptotique, qui est nécessairement le contour du *maître-couple*, à la distance, $\frac{L}{2}$, de l'étrave.

VIII. Soit : Δ, la distance à l'étrave de l'extrémité arrière du profil vertical du *premier creux*, le plus profond, de la houle satellite, *qui maintient l'horizontalité du plan de flottaison des navires, tant qu'il reste en avant de leur maître-couple.*

J'ai reconnu que cette distance varie avec v suivant les relations :

$$(7)\quad \Delta = \frac{L}{2}\left(\frac{\frac{v^2}{w^2}}{1+\frac{v^2}{w^2}}\right)\left[1-\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\sin i - \sin i_0}{\sin\frac{\pi}{4} - \sin i_0}}\right] \quad [\textit{sur les carènes où } (i \geqq i_0)];$$

$$(8)\quad \Delta' = \frac{L}{2}\left(\frac{\frac{v^2}{w'^2}}{1+\frac{v^2}{w'^2}}\right)\left[1+2\sqrt{\frac{\sin i}{\sin i_0}\left(1-\frac{\sin i}{\sin i_0}\right)}\right] \quad [\textit{sur les carènes où } (i < i_0)];$$

il en résulte que Δ étant moindre que $\frac{L}{2}$, à toutes leurs vitesses, de $v = 0$ à $v = \infty$, d'après la relation (7), le premier creux ondulatoire y *reste en avant du maître-couple, en y maintenant donc l'horizontalité du plan de flottaison.* Tandis que Δ' restant moindre que $\frac{L}{2}$, d'après la relation (8), *seulement* jusqu'à la vitesse w', qui satisfait à la relation

$$\left(\frac{w'}{w}\right)^2 = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\sin i}{\sin i_0}\left(1-\frac{\sin i}{\sin i_0}\right)}},$$

les carènes où $(i < i_0)$ conservent l'horizontalité de leur plan de flottaison, *seulement* jusqu'à cette vitesse w'. A mesure, en effet, que Δ' dépasse $\frac{L}{2}$, aux vitesses $v > w'$, une portion de plus en plus grande de ce premier creux s'allongeant au-dessous du plan de flottaison de la *poupe* lui permet alors de s'y abaisser davantage en donnant à ce plan une inclinaison θ, *favorable à la vitesse* et augmentant avec v suivant la relation, que j'ai déjà fait connaître à l'Académie,

$$(9)\qquad \sin\theta = \left(\sin\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)\sqrt{\sin i(\sin i_0 - \sin i)\left[1-\frac{w'^2}{v^2}\right]}.$$

IX. Pendant que v croît, de w' à ∞, $\sin\theta$ tend, on le voit, de zéro vers sa limite asymptotique

$$\sin\theta_\infty = \left(\sin\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)\sqrt{\sin i(\sin i_0 - \sin i)}$$

comportant un *maximum absolu*

$$\sin\Theta_\infty = \left(\sin\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)\frac{\sin i_0}{2},$$

sur les carènes où i se trouve réduit à sa valeur *optima* i_m qui satisfait à la condition $\sin i_m = \frac{1}{2}\sin i_0$. $\Theta_\infty = 4°45'15''$ est donc, sur ces carènes, *la plus grande inclinaison de leur plan de flottaison qui soit compatible avec la viscosité de l'eau.*

X. Le Tableau suivant indique les formules à employer, selon le cas, pour calculer les valeurs de ψ, afin d'en déduire ensuite celles de R par la formule (1) :

Navires où $i \geqq i_0$.

$$\psi = 1 - (1 - \psi_m)\,4\,\frac{\left(\frac{v}{w} - \frac{v_0}{w}\right)\left(1 - \frac{v}{w}\right)}{\left(1 - \frac{v_0}{w}\right)^2}$$

$$(v < w);$$

$$\psi_1 = 1 + 5{,}596\left(\frac{l^2}{\mathrm{L}p}\right)\left(\frac{v}{w} - 1\right)\left(\frac{v}{w}\right)^{2{,}867\sqrt{\frac{\sin i - \sin i_0}{0{,}0724}}}$$

$$(v > w).$$

Navires où $(i < i_0)$.

$$\psi' = 1 - (1 - \psi_m)\,4\,\frac{v}{w'}\left(1 - \frac{v}{w'}\right)$$

$$\times\left\{1 - \sqrt{\frac{\sin i_0 - \sin i}{0{,}002\,262}}\left[\left(1 - \sin\pi\frac{v}{w'}\right)\left(\sin\pi\frac{v}{w'} - 0{,}646\right)\right]\right\}$$

$$(v < w');$$

$$\psi'_1 = 1 + 2{,}504\left(\frac{l^2}{\mathrm{L}p}\right)\left[\sin\pi\frac{w'}{v}\right]^{a + b\sin\pi\frac{w'}{v}\left(1 - \sin\pi\frac{w'}{v}\right)}$$

$$(v > w'),$$

avec

$$a = 0{,}4375\left(\frac{\sin i_0 - \sin i}{0{,}0383}\right)^{1{,}816}, \qquad b = 5{,}176\left(\frac{\sin i_0 - \sin i}{0{,}0383}\right)^{2{,}037};$$

l'usage de ces formules présenterait le double avantage de suppléer, éven-

tuellement, aux opérations longues et coûteuses de la construction et du remorquage des modèles dans un bassin d'essai spécial, par de simples calculs faciles à renouveler, au gré de l'ingénieur, dans les tâtonnements qu'il peut être conduit à entreprendre en vue de diminuer la résistance R à prévoir par des modifications judicieuses dans le choix des valeurs de i, de $\left(\frac{l}{p}\right)$ et de $\left(\frac{l}{L}\right)$ dont les rapports, $\frac{\sin i}{\sin i_0}$ et $\left(\frac{l^2}{Lp}\right)$, s'en déduisant, sont les *caractéristiques par excellence* des formules d'interpolation, d'une carène à l'autre.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les réseaux* Ω_{00}.
Note de M. C. **Guichard**.

Soient $M(X_1, X_2, \ldots, X_{2n})$ un point qui décrit un réseau dans un espace d'ordre $2n$; $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{2n}$; $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_{2n}$ les paramètres normaux de ses tangentes. On a

$$(1)\qquad \left\{\begin{array}{lll} \frac{\partial X}{\partial u} = h\xi, & \frac{\partial h}{\partial v} = lm, & \frac{\partial \xi}{\partial v} = n\eta, \\ \frac{\partial X}{\partial v} = l\eta, & \frac{\partial l}{\partial u} = hn, & \frac{\partial \eta}{\partial u} = m\xi. \end{array}\right.$$

Le réseau M sera Ω_{00} (¹) si l'on a.

$$(2)\qquad [\xi, \eta] = -mU + uV.$$

Je pose alors

$$(3)\qquad q = [X, \xi] - hU, \qquad r = [X, \eta] - lV.$$

Pour que le réseau M soit Ω_{00}, il faut et il suffit que

$$(4)\qquad \frac{\partial q}{\partial U} = nr, \qquad \frac{\partial r}{\partial u} = mq.$$

Parmi les réseaux parallèles à un réseau Ω_{00} il y en a pour lesquels les fonctions q et r sont nulles. De tels réseaux seront appelés des *réseaux normaux*.

Si $A(Y_1, Y_2, \ldots, Y_{2n})$ et $B(Z_1, Z_2, \ldots, Z_{2n})$ décrivent des réseaux normaux parallèles et si l'on désigne par h_1 et l_1 les valeurs de h et l pour le réseau A; par h_2 et l_2 ces valeurs pour B. On aura

$$(5)\qquad \left\{\begin{array}{ll} [Y, \xi] = h_1 U, & [Z, \xi] = h_2 U, \\ [Y, \eta] = l_1 V, & [Z, \eta] = l_2 V. \end{array}\right.$$

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1145.

Le point C dont les coordonnées sont $\alpha Y_i + \beta Z_i$, α et β étant des constantes, décrit un réseau parallèle aux précédents, les valeurs de h et l étant $\alpha h_1 + \beta h_2$ et $\alpha l_1 + \beta l_2$. Je dis que ce réseau C est un réseau normal. En effet des équations (5) on déduit

$$(6) \qquad \begin{cases} [\alpha Y + \beta Z, \xi] = (\alpha h_1 + \beta h_2) U, \\ [\alpha Y + \beta Z, \eta] = (\alpha l_1 + \beta l_2) V. \end{cases}$$

D'une manière plus générale, si l'on combine linéairement des réseaux normaux parallèles, on obtient un réseau normal parallèle aux réseaux primitifs.

Je dis de plus que $[Y, Z]$ est une constante. En effet,

$$\frac{\partial}{\partial u}[Y, Z] = h_1[\xi, Z] + h_2[Y, \xi] = -h_1 h_2 U + h_2 h_1 U = 0;$$

de même la dérivée de $[Y, Z]$ par rapport à v est nulle.

Dans le cas de $n = 1$, on démontre directement que la recherche des réseaux normaux revient à la résolution d'un système complet. On trouve deux réseaux normaux linéairement distincts; en remontant de proche en proche aux espaces d'ordre supérieur, on arrive au résultat suivant :

Dans un espace d'ordre $2n$, il y a $2n$ réseaux normaux, linéairement distincts, parallèles à un réseau Ω_{00}.

En combinant linéairement ces réseaux, on arrive à une forme canonique; les coordonnées de ces réseaux forment un déterminant L,

$$L = \begin{vmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \dots & x_1^{2n-1} & x_1^{2n} \\ x_2^1 & x_2^2 & \dots & x_2^{2n-1} & x_2^{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{2n-1}^1 & x_{2n-1}^2 & \dots & x_{2n-1}^{2n-1} & x_{2n-1}^{2n-1} \\ x_{2n}^1 & x_{2n}^2 & \dots & x_{2n}^{2n-1} & x_{2n}^{2n} \end{vmatrix},$$

qui possède les propriétés suivantes :

1° Les éléments d'une même ligne sont les coordonnées d'un réseau Ω_{00} normal; si donc on désigne par a_k et b_k les valeurs de h et l qui correspondent à la ligne de rang k, on aura

$$(7) \qquad \frac{\partial x_k^l}{\partial u} = a_k \xi_l, \qquad \frac{\partial x_k^l}{\partial v} = b_k \eta_l;$$

$$(8) \qquad [x_k, \xi] = a_k U, \qquad [x_k, \eta] = b_k V;$$

2° Si l'on désigne par $[x_k, x_l]$ le crochet formé avec les éléments des

lignes de rangs k et l, tous ces crochets sont nuls sauf les suivants :

$$[x_1, x_2], \quad [x_3, x_4], \quad \ldots, \quad [x_{2n-1}, x_{2n}],$$

qui sont égaux à l'unité.

On sait que cette dernière propriété entraîne la suivante. Si l'on désigne par $[x^k, x^l]$ le crochet formé avec les éléments des colonnes de rangs k et l, tous ces crochets sont nuls sauf les suivants :

$$[x^1, x^2], \quad [x^3, x^4], \quad \ldots, \quad [x^{2n-1}, x^{2n}],$$

qui sont égaux à l'unité.

Si maintenant on prend les éléments de la première colonne, on a

$$(9) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial x_k^1}{\partial u} = a_k \xi_1, & \dfrac{\partial a_k}{\partial v} = b_k m, & \dfrac{\partial \xi_1}{\partial v} = \eta_1 n, \\ \dfrac{\partial x_k^1}{\partial v} = b_k \eta_1, & \dfrac{\partial b_k}{\partial u} = a_k n, & \dfrac{\partial \eta_1}{\partial u} = \xi_1 m. \end{cases}$$

Les formules (9) montrent que le point qui a pour coordonnées les quantités x_k^1 décrit un réseau; les paramètres normaux des tangentes à ce réseau sont les quantités a_k et b_k; les fonctions k et l sont ici ξ_1 et η_1; ce réseau est opposé au réseau M, c'est-à-dire que la fonction m de l'un des réseaux est égale à la fonction n de l'autre.

La même propriété existe pour les éléments des autres colonnes. Les $2n$ réseaux ainsi obtenus sont parallèles. Je dis, de plus, que ces réseaux sont des réseaux normaux. Il suffit, pour cela, de remarquer que le crochet formé avec les coordonnées de deux de ces réseaux est une constante.

On vérifie d'ailleurs facilement que

$$(10) \quad \begin{cases} [x^1, a] = -\dfrac{1}{U}\xi_1 \\ [x^1, b] = -\dfrac{1}{V}\eta_1 \end{cases} \qquad [a, b] = -\frac{m}{V} + \frac{n}{U}.$$

A chaque réseau Ω_{00} de l'espace d'ordre $2n$, on fait ainsi correspondre un autre réseau Ω_{00}. Les paramètres normaux des tangentes du premier réseau sont les quantités ξ et η; pour le second, les quantités a et b. Ces deux réseaux sont dit *conjugués*.

Soit maintenant P un point qui décrit un réseau parallèle au réseau donné. On sait qu'on obtient toutes les congruences (G) conjuguées au réseau P de la façon suivante : on prend un réseau M parallèle à P, on mène

par le point P une droite G parallèle à la droite OM qui joint l'origine au point M. Les paramètres de G sont donc les coordonnées $X_1, \ldots, X_{2n}$ de M. Ces paramètres satisfont à l'équation

$$\frac{\partial^2 X}{\partial u\, \partial v} = \frac{1}{h}\frac{\partial h}{\partial v}\frac{\partial X}{\partial u} + \frac{1}{l}\frac{\partial l}{\partial u}\frac{\partial X}{\partial v}. \tag{11}$$

Cela posé, deux cas peuvent se présenter : 1° M est un réseau normal, alors la congruence G est L_{00}. En effet, les conditions

$$[X, \xi] = hU, \qquad [X, \eta] = lV$$

sont équivalentes à

$$\left[X, \frac{\partial X}{\partial u}\right] = h^2 U, \qquad \left[X, \frac{\partial X}{\partial v}\right] = l^2 V$$

qui caractérisent une congruence L_{00}.

2° Le réseau M n'est pas un réseau normal. On détermine X_{2n+1} par les équations

$$\frac{\partial X_{2n+1}}{\partial u} = hq, \qquad \frac{\partial X_{2n+1}}{\partial v} = lr, \tag{12}$$

où q et r sont les valeurs fournies par les formules (3). Dans ce cas $X_1, \ldots, X_{2n}, X_{2n+1}$, 1, sont solutions de l'équation (11). On vérifie facilement que dans l'espace d'ordre $2n+2$ la droite G_1 qui a pour paramètres $X_1, \ldots, X_{2n}, X_{2n+1}, 1$, décrit une congruence L_{00}; il en résulte que la congruence (G) est $2L_{00}$.

Remarque. — Un réseau conjugué à G_1 est un réseau Ω_{00} de l'espace d'ordre $2n+2$. On a ainsi un moyen de passer des Ω_{00} dans l'espace d'ordre $2n$ à un réseau analogue de l'espace d'ordre $2n+2$.

M. **Costantin** présente un Ouvrage nouveau :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie, pour la Bibliothèque de l'Institut, l'Ouvrage que je suis en train de publier, avec la collaboration de M. Faideau, intitulé : *Histoire naturelle illustrée : les Plantes*. Sept fascicules ont actuellement paru et ce sont eux que j'offre aujourd'hui. Cette publication est ornée d'un grand nombre de photographies, de planches en couleurs, de cartes, etc.; elle constituera donc, quand les vingt-cinq fascicules auront paru, un ensemble important de documents sur la vie végétale. Elle permettra de se rendre compte de la place immense que tiennent les industries botaniques dans les civilisations humaines. Peut-être trouvera-t-on que

l'apparition d'un tel livre, qui s'adresse à tous, pourra rendre des services à l'heure présente, où la situation économique est si difficile, où chacun a besoin de se documenter. L'étude des richesses végétales du globe, surtout du monde tropical et de nos colonies, présente un véritable intérêt si ce sont elles, comme on l'a dit judicieusement, qui contribueront à tirer notre pays de la situation douloureuse et critique dans laquelle il se débat.

M. **L. Lindet**, en son nom et en celui de MM. **M. Beau** et **Ch. Porcher**, fait hommage à l'Académie de la première année (1921) de la Revue qu'ils publient sous le titre : *Le lait, revue générale des questions laitières.*

COMMISSIONS.

MM. **É. Picard**, **P. Appell**, pour la Division des Sciences mathématiques; **H. Le Chatelier**, **Ch. Moureu**, pour la Division des Sciences physiques; **A. de Gramont**, le Maréchal **Foch**, pour la Division des Académiciens libres, sont élus membres de la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la succession de M. *J. Carpentier*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° A. Fauchère. *Guide pratique d'Agriculture tropicale : II. Les grandes cultures. L'Arachide. Le Cacaoyer. Le Caféier. La Canne à sucre.*

2° R. Soreau. *Nomographie et Traité des Abaques:* Tomes I et II. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

3° *Carte géologique provisoire du Maroc*, par Louis Gentil. (Présenté par M. P. Termier.)

4° Charles Oberthür. *Études de Lépidoptérologie comparée.* Fascicule XIX, 1re Partie. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

5° Felix Vaney. *Sur les polynomes de Laguerre.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une extension d'un théorème de M. Landau.* Note de M. **Paul Montel.**

1. J'ai indiqué, dans une Note récente (¹), comment l'étude des familles quasi-normales permet d'étendre le théorème de M. Schottky aux fonctions qui ne prennent pas plus de p fois la valeur zéro ni la valeur un. Je me propose, dans la présente Note, de montrer que l'on peut aussi obtenir une extension à ces fonctions du théorème correspondant de M. Landau.

Soit $f(x)$ une fonction holomorphe autour de l'origine et représentée par le développement

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_p x^p + a_{p+1} x^{p+1} + \ldots,$$

dans lequel a_{p+1} n'est pas nul : il existe un nombre R, *ne dépendant que de $a_0, a_1, \ldots, a_{p+1}$, tel que, dans tout cercle de rayon supérieur à* R, *ou la fonction $f(x)$ cesse d'être holomorphe, ou cette fonction prend dans le cercle plus de p fois l'une au moins des valeurs zéro et un.*

Lorsque $p = 0$, nous retrouvons le théorème de M. Landau.

2. Supposons maintenant que l'on assujettisse la fonction $f(x)$ à prendre en $p+2$ points fixes, $x_0, x_1, \ldots, x_{p+1}$, $p+2$ valeurs données $u_0, u_1, \ldots, u_{p+1}$ et formons le déterminant

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_0^p & x_0^{p-1} & \ldots & x_0 & 1 & u_0 \\ x_1^p & x_1^{p-1} & \ldots & x_1 & 1 & u_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_{p+1}^p & x_{p+1}^{p-1} & \ldots & x_{p+1} & 1 & u_{p+1} \end{vmatrix}.$$

Si Δ est différent de zéro, il existe un nombre R, *ne dépendant que des x_i et des u_i, tel que toute fonction $f(x)$, holomorphe dans un cercle de rayon supérieur à* R *et, prenant au point x_i la valeur u_i, prenne nécessairement, dans ce cercle, plus de p fois l'une au moins des valeurs zéro et un.*

Si $p = 0$, on a $\Delta = u_1 - u_0$, et l'on retrouve ainsi une généralisation du théorème de M. Landau qui est due à M. P. Lévy.

On peut remplacer, dans l'énoncé précédent, les conditions que les u_i soient fixés et que Δ soit différent de zéro par les conditions que les u_i aient des modules bornés supérieurement et que Δ ait un module borné inférieurement.

(¹) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 22.

3. Les propositions ci-dessus sont des cas particuliers d'un théorème plus général. Fixons, en k points donnés, $x_0, x_1, \ldots, x_{k-1}$, les valeurs

$$\begin{array}{llll} f(x_0), & f'(x_0), & \ldots, & f^{(\alpha_0-1)}(x_0); \\ f(x_1), & f'(x_1), & \ldots, & f^{(\alpha_1-1)}(x_1); \\ \ldots\ldots, & \ldots\ldots, & \ldots, & \ldots\ldots\ldots; \\ f(x_{k-1}), & f'(x_{k-1}), & \ldots, & f^{(\alpha_{k-1}-1)}(x_{k-1}) \end{array}$$

de $f(x)$ et d'un certain nombre de ses dérivées et supposons

$$\alpha_0 + \alpha_1 + \ldots + \alpha_{k-1} = p + 2.$$

On peut former un déterminant Δ, dépendant linéairement des valeurs précédentes, tel que $\Delta = 0$ soit la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe un polynome entier de degré p prenant, ainsi que ses dérivées, les valeurs données aux points x_i. La proposition que j'ai en vue est alors la suivante :

Considérons les fonctions $f(x)$, holomorphes autour de l'origine et qui, en des points donnés, prennent, ainsi que leurs dérivées jusqu'à un certain ordre, des valeurs données. S'il n'existe pas de polynome de degré p parmi les fonctions $f(x)$, on peut affirmer qu'il existe un nombre R, *ne dépendant que des affixes des points donnés et des valeurs données, tel que, dans tout cercle de rayon supérieur à* R, *ou bien la fonction $f(x)$ cesse d'être holomorphe, ou bien cette fonction prend plus de p fois l'une au moins des valeurs zéro et un.*

Ici encore, il suffit de limiter supérieurement les modules des valeurs données et, inférieurement, le module de Δ.

Si $k = 1$, $\alpha_0 = p + 2$, nous retrouvons le résultat du paragraphe 1; si $k = p + 2$, $\alpha_0 = \alpha_1 = \ldots = \alpha_{k-1} = 1$, nous retrouvons le résultat du paragraphe 2.

Dans le cas où $p = 0$, on peut remarquer que les énoncés que l'on obtient, et qui fournissent le théorème de M. Landau ou une de ses généralisations, introduisent ainsi la condition qu'il n'existe pas de *constante* vérifiant les conditions imposées à $f(x)$.

On peut enfin remplacer les conditions que $f(x)$ doit remplir par des conditions plus générales, en introduisant des fonctionnelles de $f(x)$, comme l'a fait M. P. Lévy pour le théorème de M. Landau.

Les propositions précédentes permettent d'obtenir des précisions nouvelles sur la distribution des zéros de $f(x) - a$, a étant un nombre quelconque, dans le voisinage d'un point essentiel isolé de $f(x)$.

ALGÈBRE. — *Sur la généralisation des nombres entiers complexes.* Note (¹) de M. **Auric.**

Pour appliquer la théorie des nombres au domaine complexe $a+bi$, on porte les nombres réels a sur l'axe des abscisses, les nombres purement imaginaires bi sur un axe perpendiculaire et l'on décompose le plan en carrés dont les sommets ont des coordonnées entières; en d'autres termes, on prend comme maille fondamentale du réseau le carré construit sur les segments OA (unité réelle) et OB (unité complexe).

Un nombre complexe quelconque tombera à l'intérieur d'un de ces carrés et il sera très facile de déterminer l'entier complexe le plus rapproché de lui.

A un entier complexe près un nombre quelconque est équivalent, congru à un nombre $\alpha+\beta i$ avec

$$|\alpha| \leqq \frac{1}{2}, \quad |\beta| \leqq \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \sqrt{|\alpha|^2+|\beta|^2} \leqq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Comme ce module est inférieur à l'unité, on sait qu'il est possible, dans ce domaine, de réduire en fonction continue le quotient de deux nombres $\frac{a_0}{a_1}$ et d'obtenir une suite

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots \quad (\lim a_n = 0)$$

représentative de ce développement.

On aura des valeurs approchées de $\frac{a_0}{a_1}$ sous la forme $\frac{Q_n^0}{Q_n^1}$, Q_n^0 et Q_n^1 étant des entiers complexes.

Il est facile de généraliser et de remplacer le segment $OB = i$ par un nombre quelconque, algébrique ou transcendant ω.

Si le module de ce nombre est > 1, on prendra l'inverse changé de signe $-\frac{1}{\omega}$ qui, comme on sait, est équivalent à ω dans la théorie ordinaire des fractions continues; on peut donc, dans tous les cas, admettre que

$$OB \leqq 1.$$

L'angle AOB est quelconque, mais non nul, car alors il serait impossible de décomposer le plan en un réseau de parallélogrammes.

(¹) Séance du 9 janvier 1922.

Par suite, dans ce domaine $(1, \omega)$ généralisation de $(1, i)$, les sommets des parallélogrammes ont seuls des coordonnées entières; tout nombre de ce domaine sera équivalent à un nombre $\alpha + \beta\omega$ avec $|\alpha| \leqq \frac{1}{2}$, $|\beta| \leqq \frac{1}{2}$ et comme $|\omega| \leqq 1$ il en résulte que le module est toujours inférieur à 1; on peut donc dans ce domaine réduire en fraction continue le quotient de deux nombres $\frac{a_0}{a_1}$ et obtenir une suite

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots \qquad (\lim a_n = 0),$$

représentative de ce développement.

Les valeurs approchées $\frac{a}{a_1}$ seront également de la forme $\frac{Q_n^0}{Q_n^1}$, Q_n^0 et Q_n^1 étant des polynomes de ω à coefficients entiers réels; si ω est un nombre algébrique de degré k, il est clair qu'il en sera de même des valeurs approchées.

On peut encore généraliser et prendre deux segments OA et OB égaux à deux nombres quelconques algébriques ou transcendants ω, ω' à la seule condition d'avoir rendu leurs modules égaux ou inférieurs à l'unité.

Dans ce domaine on pourra encore réduire en fraction continue le quotient de deux nombres $\frac{a_1}{a_0}$ et obtenir une suite

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots \qquad (\lim a_n = 0),$$

représentative de ce développement

Les valeurs approchées de $\frac{a_0}{a_1}$ seront de la forme $\frac{Q_n^0}{Q_n^1}$, Q_n^0 et Q_n^1 étant des polynomes de ω et de ω' à coefficients entiers réels; si ω et ω' sont des nombres algébriques, il est évident qu'il en sera de même des valeurs approchées.

Il est inutile d'insister sur l'importance que présente l'étude de ce domaine en raison du lien intime qu'il possède avec les fonctions elliptiques de périodes ω et ω'.

NOMOGRAPHIE. — *Sur la réduction de la quatrième dimension à une représentation plane.* Note de M. D'OCAGNE, présentée par M. Appell.

J'ai fait voir, à diverses reprises [1], que les seules équations à plus de trois variables représentables par concours de lignes prises dans des systèmes

[1] En dernier lieu, dans la 2e édition, p. 137, de mon *Traité de Nomographie*, que je désignerai ici par *T. N.*

simplement infinis, ou ∞^1, sont celles qui, moyennant l'introduction appropriée de variables auxiliaires auxquelles correspondent d'autres systèmes ∞^1, dits *de liaison*, sont remplaçables par une suite d'équations ne renfermant pas chacune plus de trois variables, et qui peuvent, en conséquence, être dites *dissociables à la troisième dimension*. Leur représentation résulte simplement alors d'un *enchaînement de nomogrammes à trois dimensions*. C'est ce qui a lieu, notamment, à titre de cas très particulier, pour les équations représentables par abaques hexagonaux, plusieurs des systèmes de liaison pouvant s'y trouver réalisés par les diverses positions de chacun des index qui se déplacent en conservant leur direction.

Je reviendrai en détail sur le cas général dans une publication plus détaillée que j'ai en vue, m'en tenant pour l'instant au cas de quatre variables (¹). L'immense majorité des équations de ce genre se rencontrant dans la pratique sont de la forme (où je fais usage de mon ordinaire notation par indices pour mettre en évidence celles des variables z_1, z_2, z_3, z_4 sur lesquelles porte chaque signe fonctionnel)

$$f_1 g_{34} + f_2 h_{34} + f_{34} = 0, \tag{1}$$

dans laquelle, sans nuire à sa généralité, on peut remplacer une des fonctions binaires par 1. Toute équation de ce type est représentable *directement*, sans aucune dissociation à la troisième dimension, par la méthode des points alignés (²) qui, d'ailleurs, *peut s'appliquer encore à des équations d'une forme beaucoup plus générale* (³). Le nomogramme, qui est bien alors strictement à quatre dimensions (puisque non dissocié en d'autres à trois dimensions seulement), est constitué par deux échelles rectilignes parallèles (z_1) et (z_2) et un réseau de points à deux cotes (z_3, z_4), produit par l'entre-croisement de deux systèmes de lignes (z_3) et (z_4). Son mode d'emploi résulte simplement de l'alignement des points (z_1), (z_2) et (z_3, z_4).

Pour que l'équation (1) devienne représentable par abaque hexagonal, il faut et il suffit que les fonctions g_{34} et h_{34} soient identiques, auquel cas, les remplaçant toutes deux à la fois par 1 (suivant la remarque ci-dessus) on peut mettre l'équation sous la forme

$$f_1 + f_2 + f_{34} = 0; \tag{2}$$

(¹) Cas déjà abordé, mais sous une forme bien plus générale et avec moins de détails pratiques, dans une de mes précédentes Notes (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1244).

(²) *T. N.*, p. 296.

(³) *T. N.*, p. 295.

et c'est là le *type le plus général* à quatre variables auxquels puissent s'appliquer directement les abaques hexagonaux. Il suffit, pour en obtenir la représentation, de poser

$$(3) \qquad f_{34} = \zeta,$$

ce qui donne

$$(4) \qquad f_1 + f_2 + \zeta = 0.$$

Appliquant l'échelle binaire définie par (3) au troisième axe de l'abaque hexagonal représentatif de (4), on voit que la représentation est obtenue en réalité par l'accolement des nomogrammes à trois dimensions, correspondant l'un à (3), l'autre à (4), et non, comme précédemment, par un nomogramme à quatre dimensions non dissocié.

Si d'ailleurs f_{34} est de la forme $f_3 + f_4$, l'équation (3) est également représentable par un abaque hexagonal et l'on peut engendrer l'échelle binaire correspondante par un simple glissement de l'indicateur.

On peut tenter de représenter aussi le type (1) par abaque hexagonal en ayant recours à deux échelles binaires au lieu d'une. Il suffit pour cela, en remplaçant ici g_{34} par 1, de poser

$$\zeta_1 = f_{34}, \qquad \zeta_2 = h_{34}, \qquad \zeta_3 = f_2 \zeta_2, \qquad f_1 + \zeta_3 + \zeta_1 = 0,$$

ce qui, on le voit, revient à une dissociation en quatre nomogrammes à trois dimensions chacun, appliquée à une équation à six variables, parmi lesquelles deux couples d'identiques entre elles. On se trouve avoir ainsi deux systèmes cotés (z_3) et deux systèmes cotés (z_4) distincts, soit un système (z_3) et un système (z_4) *surabondants*, *ce qui ne permet plus de prendre pour inconnue l'une ou l'autre de ces variables*. Cette circonstance rend, dans bien des cas, le recours à l'abaque hexagonal absolument impossible. Mais, même dans les cas où les systèmes surabondants ne portent que sur des variables toujours comprises parmi les données, il est clair que c'est une inutile complication de les faire intervenir, alors qu'un autre mode de représentation n'en comporte point, et c'est justement le cas des points alignés pour les équations du type (1), qui, je le répète, comprend la plupart de celles à quatre variables qui se rencontrent dans la pratique.

Remarquons, en outre, qu'on ne saurait assimiler le rôle que joue l'index à travers le réseau (z_3, z_4), dans le cas des points à deux cotes et dans celui de l'échelle binaire, attendu que, dans le second cas, l'index a une *direction fixe*, alors que, dans le premier, il peut prendre *toutes les directions ;*

c'est précisément là la raison profonde pour laquelle on a affaire, dans le premier cas, à des systèmes ∞^2 d'éléments, et, dans le second, à des systèmes ∞^1 seulement, entraînant la nécessité d'une dissociation qui, sous une forme plus ou moins déguisée, donne naissance à des nomogrammes à trois dimensions.

Ce n'est que lorsqu'on veut appliquer les points alignés à une équation du type (2) que l'on peut envisager trois supports rectilignes (parallèles ici au lieu d'être mutuellement inclinés à 120°) dont deux sont munis d'échelles simples (z_1) et (z_2), alors qu'au troisième doit être accolée une échelle binaire (z_3, z_4); par suite, ce n'est que dans le cas des *points condensés* que la structure du nomogramme à points alignés devient exactement corrélative de celle de l'abaque hexagonal.

Nous tenons à ajouter, pour faire ressortir toute la portée de la méthode des points alignés dans le cas de quatre dimensions, que la presque totalité des équations à quatre variables qui ont dû être traitées pendant la guerre à la Section de Nomographie pour le tir de l'artillerie, à la Section technique de l'Aéronautique pour la construction et l'emploi des avions, aux établissements Schneider pour l'autofrettage des bouches à feu et le calcul des trajectoires, se sont trouvées appartenir au type (1) à l'exclusion du type (2).

Pour ce qui est du graphique construit en 1869 par les auteurs germaniques Kutter et Ganguillet dans la *Zeitschrift des Œsterr. Ing. und Arch. Vereins* (t. 21, p. 50), outre qu'il diffère totalement, comme disposition, de celui que donnerait l'application normale de la théorie actuelle, il ne saurait pas plus être regardé comme une pierre d'attente de celle-ci que la projection de Mercator ne l'a été pour l'anamorphose de Lalanne dont, à la vérité, elle se rapprocherait pourtant bien davantage. Au surplus, je renvoie sur ce point à la rectification qui, par rapport à l'édition allemande, parue d'abord, a été introduite dans l'édition française de l'*Encyclopédie des Sciences mathématiques* (t. 1, vol. 4, fasc. 3, p. 380). On voudra d'ailleurs bien remarquer que, si le graphique en question avait été de nature à faire soupçonner le principe général auquel on a voulu le rattacher après coup, il serait bien étonnant que, dans un intervalle de plus de vingt ans, personne ne s'en fût avisé.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les réseaux de points.*
Note de **M. G. Tzitzéica**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Considérons une suite double de points P_{ik} $(i, k = 0, 1, 2, \ldots)$ dans un espace projectif à n dimensions. Je suppose que les points voisins P_{ik}, $P_{i+1,k}$, $P_{i,k+1}$ et $P_{i+1,k+1}$ sont situés, quels que soient i et k, dans un même plan (variable avec i et k). Les $n+1$ coordonnées projectives de P_{ik}, dont je note une d'entre elles par x_{ik}, vérifient une équation aux différences finies de la forme

$$x_{i+1,k+1} + a_{ik}\, x_{i+1,k} + b_{ik}\, x_{i,k+1} + c_{ik}\, x_{i,k} = 0. \tag{1}$$

Je dirai alors que la suite des points P_{ik} forme un *réseau*. On constate l'analogie avec les réseaux continus; l'équation (1) est analogue à l'équation de Laplace.

2. Il est aisé de voir que le point $P_{ik}^{(1)}$, dont une des coordonnées est

$$x_{ik}^{(1)} = x_{i,k+1} + a_{i-1,k}\, x_{i,k},$$

de même que le point $P_{ik}^{(-1)}$, pour lequel on a

$$x_{ik}^{(-1)} = x_{i+1,k} + b_{i,k-1}\, x_{i,k},$$

décrivent aussi des réseaux; ce sont les premiers transformés de Laplace dans un sens et dans l'autre. Il convient de remarquer que le point $P_{i+1,k}^{(1)}$ est commun aux droites $P_{ik}P_{i,k+1}$ et $P_{i+1,k}P_{i+1,k+1}$, et que de même le point $P_{i,k+1}^{(-1)}$ est commun aux droites $P_{ik}P_{i+1,k}$ et $P_{i,k+1}P_{i+1,k+1}$.

3. Considérons actuellement deux suites doubles de points P_{ik} et Q_{ik} $(i, k = 0, 1, 2, \ldots)$, toujours dans un espace projectif à n dimensions, et dont une des coordonnées projectives pour chacun des points est x_{ik} et y_{ik}, qui soient telles que le point voisin $P_{i,k+1}$ de la seconde sorte de P_{ik} et le point voisin $Q_{i+1,k}$ de la première sorte de Q_{ik} soient situés, quels que soient i et k, sur la droite $P_{ik}Q_{ik}$. On aura alors, pour les coordonnées correspondantes,

$$\left\{\begin{aligned} x_{i,k+1} &= \alpha_{i,k}\, x_{ik} + \beta_{i,k}\, y_{ik}, \\ y_{i+1,k} &= \gamma_{ik}\, x_{i,k} + \delta_{i,k}\, y_{i,k}. \end{aligned}\right. \tag{2}$$

Je dirai alors que les droites $P_{ik}Q_{ik}$ forment *une congruence* et que, pour le rayon $P_{ik}Q_{ik}$, le point P_{ik} est le foyer de la seconde sorte, Q_{ik} le foyer de la première sorte. Les deux suites P_{ik} et Q_{ik} forment des réseaux, les réseaux focaux de la congruence.

4. Ces définitions étant posées, on peut traiter, d'une manière élémentaire, presque tous les problèmes étudiés sur les réseaux et les congruences habituelles.

Si l'on adopte la nomenclature de M. Guichard, on peut déterminer les congruences harmoniques à un réseau et les réseaux harmoniques à une congruence, les réseaux conjugués à une congruence et les congruences conjuguées à un réseau.

J'ai démontré que le théorème de Ribaucour subsiste pour les réseaux quadratiques, à savoir si l'on suppose que les points P_{ik} d'un espace quadratique à $n-1$ dimensions forment un réseau et que l'on considère une congruence $Q_{ik}R_{ik}$ conjuguée, alors le second point P'_{ik} où le rayon $Q_{ik}R_{ik}$ coupe l'espace quadratique, décrit un réseau.

5. Considérons les six points $P_{ik}^{(1)}$, $P_{i+1,k}^{(1)}$, $P_{i,k}^{(-1)}$, $P_{i,k+1}^{(-1)}$, $P_{i+2,k}^{(1)}$ et $P_{i,k+2}^{(-1)}$, qui sont tous situés dans le plan $P_{ik}P_{i+1,k}P_{i,k+1}$ si l'on suppose que les points P_{ik} forment un réseau. Par les quatre premiers points et par chacun des deux derniers passent deux coniques, qui sont en général distinctes. Pour qu'elles soient confondues, il est nécessaire et suffisant que l'on ait entre les coefficients de (1) la relation invariante

$$\frac{a_{i-1,k}\,b_{i+1,k}}{c_{i+1,k}} = \frac{a_{i,k+1}\,b_{i,k-1}}{c_{i,k+1}}.$$

C'est l'analogue d'un théorème bien connu de M. Kœnigs sur les réseaux à invariants égaux. Mais pour tout ce qui concerne la théorie des invariants de l'équation (1), je me propose d'y revenir dans une autre occasion.

ASTRONOMIE. — *Sur la pression des atmosphères des étoiles et du Soleil.* Note de M. **P. Salet**, présentée par M. B. Baillaud.

Les raies du fer des types *a*, *b*, *c*, *d* de Gale et Adams étant inégalement déplacées vers le rouge par l'effet de la pression, et ce déplacement semblant proportionnel à la pression, on peut, en mesurant seulement la différence de déplacement de raies de différents types, déterminer la pression du milieu où ces raies sont produites.

Pour les étoiles, dont la vitesse radiale n'est pas connue *a priori*, cette méthode nous a permis d'évaluer la pression de leurs atmosphères et, par suite, de trouver l'erreur introduite par l'effet de la pression dans la détermination des vitesses radiales. Nous avons comparé dans ce but les spectres

de Procyon et d'Arcturus au spectre solaire ([1]), et nous avons trouvé que les pressions des atmosphères de ces étoiles sont de très peu supérieures (1^{atm} ou 2^{atm}) à celle du Soleil. Les mesures de vitesses radiales, au moins pour les étoiles de ce type, ne sont donc pas faussées autant qu'on aurait pu le craindre par l'effet de la pression.

Pour le Soleil, on peut mesurer par la même méthode la pression de la couche renversante du fer en comparant le spectre solaire à celui de l'arc à la pression atmosphérique. Les résultats varient notablement avec les raies employées, et cela parce que, dans les spectres stellaires en général, beaucoup de raies sont légèrement déplacées, à droite ou à gauche, par des causes inconnues ([2]). On peut espérer toutefois que ces écarts se comportent comme des erreurs accidentelles et qu'on aura un résultat approché en prenant un assez grand nombre de raies. Nous avons donc mesuré une douzaine de raies solaires de différents types sur des clichés obtenus par M. Hamy avec une dispersion de $1^{mm} = 2$ U.A. et nous avons trouvé une pression de la couche renversante de $-0,2 \pm 0^{atm},4$, c'est-à-dire sensiblement nulle.

Mais on peut aussi se servir des Tables de Rowland en les comparant aux mesures interférentielles de l'arc au fer. Il suffit de calculer, pour chaque raie du type *c*, par exemple, la différence entre la position de la raie d'après Rowland et celle qu'elle devrait avoir à la pression atmosphérique d'après la moyenne des positions des raies *a* et *b* voisines. En faisant ce calcul pour toutes les raies des types *c* et *d* étudiées par Gale et Adams (sauf pour la région $\lambda 5300 - 5400$), je trouve pour la pression $+0,15 \pm 0^{atm},12$.

Toutes ces déterminations supposent que les chiffres donnés par Gale et Adams ([3]) sont exacts et que le déplacement des raies est bien proportionnel à la pression même quand celle-ci tend vers zéro. On peut dire pourtant que nos mesures confirment les résultats trouvés par M. Perot avec trois raies de magnésium ([4]).

La pression de la couche renversante du fer dans le Soleil ne paraît être que de quelques dixièmes d'atmosphère; et par suite le déplacement des raies solaires vers le rouge ne peut pas s'expliquer par la pression qui devrait être alors de 5 ou 6 atmosphères. Il est donc possible que ce déplacement soit dû à l'effet Einstein.

([1]) *Astrophysical Journal*, t. 53, p. 327.

([2]) Voir à ce sujet nos mesures du *Bulletin astronomique*, 1921, p. 273.

([3]) *Astroph. Journal*, t. 35, p. 10.

([4]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 578.

PHYSIQUE. — *Sur l'interprétation de l'expérience de Michelson.* Note de M. E. **Brylinski**, présentée par M. Daniel Berthelot.

La célèbre expérience de Michelson montre que le temps mis par un faisceau lumineux, issu d'une source placée à la surface de la Terre, à parcourir une longueur déterminée dans la proximité immédiate de la source, est indépendant de l'orientation de ce parcours, au moins à l'approximation, d'ailleurs très élevée, de l'expérience.

Si l'on énonce ce résultat en concluant que le temps mis par un faisceau lumineux, issu d'une source en mouvement uniforme, à parcourir une longueur déterminée, mesurée dans un système d'axes entraînée dans le mouvement de translation de la source, est indépendant de l'orientation de ce parcours, on formule implicitement une première hypothèse, qui est que l'action de la masse terrestre est négligeable.

Si l'on ajoute que ce résultat est indépendant de la vitesse de la source lumineuse, on formule une seconde hypothèse, car rien ne prouve que le résultat obtenu à la vitesse, relativement modérée, de translation du globe terrestre serait le même pour une vitesse très différente.

Si l'on allège encore l'énoncé, c'est toujours au prix de nouvelles hypothèses plus ou moins implicites.

La première de ces hypothèses paraît mériter une attention spéciale. L'éther a en effet une densité finie, sans quoi la vitesse de propagation de la lumière n'y serait pas finie; il paraît donc vraisemblable que la Terre, dont la masse est énorme par rapport aux objets isolés que nous manions à sa surface, exerce sur la portion d'éther qui l'avoisine immédiatement une attraction très importante, de nature à produire un entraînement total ou presque total de cette portion d'éther. L'expérience de Fizeau a d'ailleurs montré que la matière en mouvement, même en masse très petite par rapport à celle de la Terre, entraîne partiellement l'éther.

Si l'on admet que la portion d'éther voisine de la surface terrestre est entraînée totalement, ou même partiellement, mais d'une façon suffisante pour que l'effet restant soit inférieur à l'effet minimum que permet de déceler l'expérience, il va de soi que l'expérience de Michelson ne peut donner qu'un résultat négatif, et que ce résultat négatif ne saurait, dès lors, servir de base à aucune théorie.

Peut-être contestera-t-on l'existence de l'éther et dira-t-on que les astres

éloignés nous envoient leur énergie par des atomes lumineux. Mais s'il y a des atomes lumineux qui sillonnent constamment l'espace en tout sens, leur ensemble constitue un véritable milieu, auquel rien n'interdit de donner le nom d'*éther*. Il semble donc qu'il ne soit pas possible de contester l'existence de l'éther, mais seulement de disputer sur sa constitution.

On ne conçoit guère, d'ailleurs, en quoi ces atomes lumineux différeraient de ceux qu'avait imaginés Newton dans sa théorie de l'émission, que l'expérience a condamnée après une lutte très prolongée et des discussions très approfondies.

Mais, sans s'arrêter à ce résultat acquis, on ne voit pas bien quelle conception autre que celle de l'éther absolument immobile pourrait permettre de tirer de l'expérience de Michelson la conclusion qui est le fondement même des théories de M. Einstein.

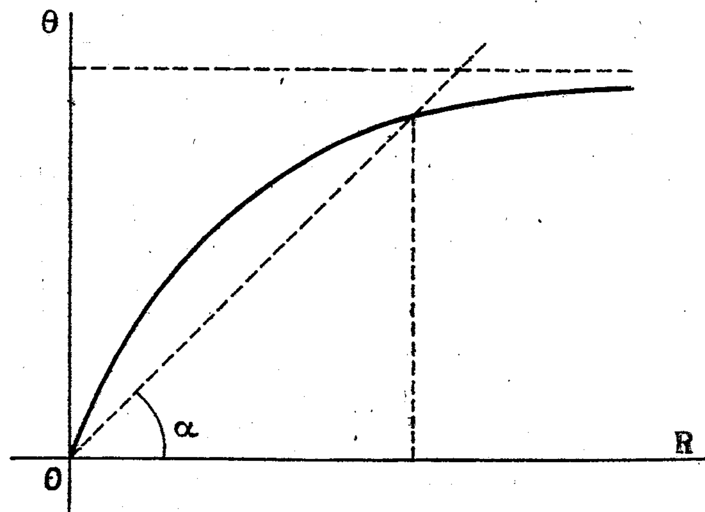
Le rayon lumineux n'est, en effet, pas transmis par la matière elle-même; cela résulte de nombreuses expériences déjà anciennes et, en outre, dans l'expérience de Michelson interprétée par M. Einstein, du fait que, s'il en était ainsi, l'expérience ne pourrait donner qu'un résultat négatif.

Mais s'il n'y a pas d'éther fixe, c'est-à-dire s'il n'y a rien en dehors de la matière et des atomes lumineux émis par la source de Michelson, le mouvement de la Terre dans l'espace devient un mouvement mathématique qui ne saurait avoir aucune répercussion physique sur les phénomènes qui se passent à sa surface. L'émission et le parcours des atomes lumineux se font au sein d'une masse de matière se transportant d'un bloc, sur laquelle il ne peut y avoir de réaction de quelque chose d'extérieur qui soit immobile ou en mouvement différent, puisqu'on admet qu'il n'y a rien, et dans ces conditions on se demande comment l'expérience de Michelson pourrait donner un résultat qui ne soit pas négatif. Le seul moyen qu'il y ait, dans l'hypothèse des atomes lumineux, possibilité d'un résultat positif serait de supposer l'univers rempli de pareils atomes échappant complètement à l'action de la matière et exerçant une influence sur le mouvement des atomes issus de la source de Michelson. Cela reviendrait à admettre un éther discontinu au lieu d'un éther continu.

La question de la continuité de l'éther n'est pas encore tranchée, mais son existence même ne paraît pas pouvoir être mise en doute. Par contre, la base des théories de M. Einstein peut apparaître un peu fragile lorsqu'on l'examine de près au lieu de l'admettre purement et simplement.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Sur l'application du galvanomètre balistique aux essais de fer.* Note de **M. H. Chaumat**, présentée par M. Paul Janet.

Dans une Note antérieure [1], nous avons établi que la courbe représentative de la fonction $\theta(R)$ qui lie l'élongation dans un galvanomètre balistique à la résistance totale R du circuit d'amortissement avait la forme générale ci-dessous, à vitesse initiale ω_0 constante.



Cette courbe ne peut être déterminée expérimentalement que pour des valeurs de R supérieures à la résistance propre du galvanomètre. Et pour des valeurs de R dépassant de peu celle du galvanomètre, les conditions de précision de la détermination sont très précaires.

Nous avons, à maintes reprises, tracé expérimentalement de telles courbes et les résultats obtenus confirment la théorie.

Or θ est proportionnel, toutes choses égales d'ailleurs, à la vitesse angulaire initiale ω_0.

On peut donc écrire

$$\theta = \omega_0 f(R), \tag{1}$$

la fonction $f(R)$ ayant l'allure représentée par la courbe ci-dessus.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 32.

D'autre part, dans un galvanomètre à cadre mobile, la vitesse angulaire initiale ω_0 est liée à la quantité d'électricité Q mise en œuvre dans la décharge par la relation

$$K\omega_0 = \Phi_0 Q. \tag{2}$$

De (1) et (2), on tire

$$\theta = \frac{\Phi_0}{K} Q f(R). \tag{3}$$

Si l'on emploie le galvanomètre balistique à la mesure d'une variation de flux $\Delta\Phi$, on sait que

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R} \quad \text{(R, résistance totale du circuit induit).} \tag{4}$$

La quantité d'électricité induite varie en raison inverse de R. Si R diminue, la quantité d'électricité induite augmente; mais, l'amortissement augmentant, on peut se demander s'il y a une valeur de R pour laquelle l'élongation serait maxima.

La réponse est immédiate.

Les équations (3) et (4) nous donnent

$$\theta = \frac{\Phi_0}{K} \Delta\Phi \frac{f(R)}{R}. \tag{5}$$

Or $\frac{f(R)}{R} = \tan\!g\,\alpha$, à l'échelle près, et l'on voit que, pour une valeur donnée de $\Delta\Phi$, tangα, et par suite θ, diminuent régulièrement quand R augmente.

On a donc toujours intérêt, pour accroître θ, *à diminuer* R *le plus possible* et, par exemple, à connecter le galvanomètre directement aux bornes de la bobine induite soumise à la variation de flux $\Delta\Phi$.

Ces résultats sont en contradiction avec ceux qui ont été annoncés par M. Germani [1] et je les ai vérifiés expérimentalement maintes fois.

Si, dans la pratique courante d'un essai de fer, on n'opère pas ainsi, c'est uniquement pour des raisons de facilité d'étalonnage. On met en série sur le circuit induit, entre la bobine induite et le galvanomètre, une résistance notable et connue r, par exemple de l'ordre de grandeur de la résistance propre du galvanomètre. Et l'on décharge aux bornes de r un condensateur de capacité connue chargé sous une différence de potentiels également

(1) *Revue générale de l'Électricité*, 26 juillet 1919.

connue. Ce procédé d'étalonnage dispense de la connaissance de la résistance totale du circuit et permet de déterminer la constante du balistique dans des conditions d'amortissement qui sont exactement celles de l'essai de fer.

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur des accidents observés dans la synthèse de l'ammoniaque par les hyperpressions et sur le moyen de les éviter.* Note de M. GEORGES CLAUDE, présentée par M. d'Arsonval.

A côté d'avantages dont les plus saillants ont été signalés dans de précédentes Notes (¹), la synthèse de l'ammoniaque par les hyperpressions a soulevé quelques difficultés, actuellement résolues.

L'une des plus essentielles est venue de la nécessité d'enlever très exactement, à mesure de leur production, les énormes quantités de chaleur produites par la réaction dans un espace très petit, afin de maintenir aussi exactement que possible la température, d'un bout à l'autre du catalyseur, à la valeur préférable pour concilier la bonne conservation des tubes catalyseurs et l'obtention d'une teneur en NH^3 élevée dans un courant de gaz le plus rapide possible. Cette température optimum est voisine de 500°-550° lorsqu'on emploie le fer comme catalyseur, et sous 1000^{atm}, les conditions de la synthèse sont telles que, si la chaleur de réaction restait dans le gaz, la dissociation étant supposée inexistante, elle élèverait leur température jusque vers 1000°.

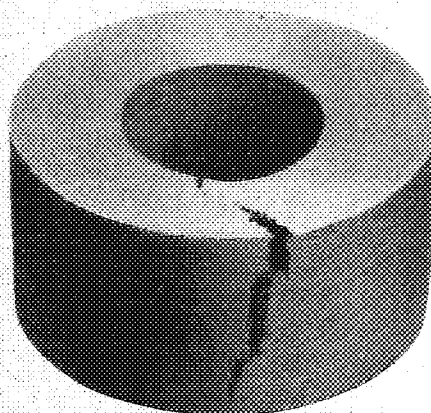
On jugera des difficultés que j'ai rencontrées par le fait, qu'après beaucoup d'échecs sur lesquels je passe, j'ai dû, à un moment donné, refroidir les tubes par un courant de *plomb fondu* circulant le long du tube de réaction vertical par un mécanisme analogue à celui du thermo-siphon. Le métal fondu, grâce à sa masse considérable, enlevait la chaleur à température presque constante d'un bout du tube à l'autre, et allait évacuer cette chaleur dans la seconde partie de son circuit, munie à cet effet d'un dispositif de refroidissement approprié.

C'est avec ce système que j'ai obtenu mes premiers résultats industriels, et que fonctionnait en particulier, avec une production de 6 à 7^t d'ammoniaque liquide par heure, l'appareil que j'ai montré le 9 janvier 1920 à de nombreux membres de l'Académie.

(¹) *Comptes rendus*, 13 octobre et 1er décembre 1919, 19 janvier 1920, 21 février, 18 avril et 17 octobre 1921.

Mais, dès que nous avons voulu forcer la production, des accidents étranges sont survenus, révélant une cause de destruction des tubes catalyseurs assez inattendue.

Des éclatements répétés de ces tubes se sont produits, en dehors de toute attaque chimique ou de tout ramollissement par la chaleur, et présentant le caractère commun de s'amorcer *par l'extérieur*, comme en témoigne la photographie (figure ci-dessous).



Le fait bien établi, il a été facile de l'expliquer.

Le métal spécial résistant mécaniquement et chimiquement à chaud qui constitue les tubes est naturellement très épais pour résister aux pressions employées : le rapport du diamètre extérieur au diamètre d'alésage n'y est pas moindre de 2. Or, alors que ce fait semble assurer la sécurité, c'est lui, tout au contraire, qui, dans les conditions réalisées, est le générateur du danger.

Ce métal en effet, à côté d'une dilatabilité normale, possède une conductibilité thermique médiocre, sous l'effet de laquelle le flux calorifique intense correspondant à la chaleur éliminée produit dans l'épaisseur de la paroi une chute de température élevée, pouvant atteindre 200° dans l'appareil en question. Les couches externes du métal sont donc, en fonctionnement, beaucoup plus froides que les couches internes.

A première vue, on peut penser que ce fait, comme la grande épaisseur, est excellent pour la sécurité, puisque le métal central très chaud est ainsi enveloppé d'une carapace qui peut bien mieux maintenir ses conditions de résistance mécanique. Mais l'importance de ce fait est de beaucoup dépassée par cette autre conséquence que les couches internes, plus chaudes, exercent sur les couches suivantes une compression énorme, qui s'ajoute à l'effet de

la pression de marche; les couches suivantes agissent dans le même sens, quoique d'une façon moins accentuée; au total, les couches externes subissent l'action d'une pression excessive qui détermine leur rupture, puis, de proche en proche, celle de toute la paroi.

Des calculs de M. Guillaume, auquel j'avais soumis cette explication, il résulte en effet que les pressions de fonctionnement de 1000^{atm} peuvent bien avoir été triplées.

Ces accidents révèlent donc un danger très spécial, puisqu'il résulte à la fois de l'épaisseur relative de la paroi et de l'importance des quantités de chaleur à évacuer, qui sont l'une et l'autre la conséquence des hyperpressions. Ils mettent en évidence une précaution d'ordre général à prendre dans cette technique et dans les cas analogues, et consistant à éviter toute circulation importante de chaleur du centre à la périphérie des appareils. Ce résultat est aisément atteint en entourant le tube de réaction tout entier d'un calorifuge approprié et, par exemple, en l'immergeant dans une masse de kieselghur. N'étant plus le siège d'aucune transmission de chaleur, la paroi est alors, en régime, dans toute son épaisseur à la température des couches internes, et les pressions parasites sont évitées.

Ainsi, au paradoxe de l'épaisseur cause de danger, succède cet autre paradoxe que, la température élevée étant évidemment une des difficultés de la question, on est pourtant amené, pour protéger les tubes, à les soumettre dans toute leur masse à la température *la plus élevée*. Ceci n'est possible, naturellement, que grâce aux qualités exceptionnelles du métal que j'emploie.

Mais comme on ne peut plus, dans ces conditions, évacuer la chaleur de réaction à travers la paroi, c'est désormais à des moyens tout autres qu'il faut avoir recours pour s'en débarrasser.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le recuit et les propriétés mécaniques du verre.* Note (¹) de M. TAFFIN, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans une Note précédente (²), nous avons établi expérimentalement la la loi de recuit des verres :

$$\operatorname{Log}\frac{\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\Delta_0}}{\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\Delta}}=\frac{t}{T},$$

(¹) Séance du 27 décembre 1921.

(²) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1347.

où Δ et Δ_0 mesurent respectivement la biréfringence du verre trempé aux instants t et $t=0$.

δ est une fonction exponentielle, et T, une fonction linéaire de la température.

Pour chaque température θ, il existe une valeur de δ qui représente une biréfringence limite que l'on n'atteindra qu'avec un recuit indéfiniment prolongé à cette température. Si Δ_0 est plus petit que δ, le verre ne pourra se recuire à la température θ, et sa biréfringence restera constante et égale à Δ_0.

Dans nos expériences, la biréfringence Δ est mesurée sur de petits prismes de verre dont les arêtes ont pour longueur : 1^{cm} dans le sens de propagation de la lumière; $1^{cm},8$ et $1^{cm},2$ dans le plan perpendiculaire.

Dans un verre moyen où un effort de 1 kg : cm² produit une biréfringence de $2,5\,\mu\mu$: cm, le retard Δ correspondrait à une tension, uniforme en grandeur et en direction, de $\frac{\Delta}{2,5}$ kg : cm². Étant données les dimensions de nos prismes de verre, si l'on admet en outre que les tensions principales au centre du prisme sont parallèles aux arêtes et proportionnelles à leur longueur, la biréfringence Δ correspondrait à une tension double ou triple de la tension uniforme calculée plus haut. De même, la biréfringence limite δ doit correspondre, elle aussi, à une tension limite φ, comprise entre 2 ou 3 fois $\frac{\delta}{2,5}$, soit à peu près δ kg : cm².

Pour un verre de laboratoire de composition centésimale :

$SiO^2 = 71,5$; $Al^2O^3 = 0,3$; $Fe^2O^3 = 0,2$; $Mn^3O^4 = 0,4$; $CaO = 6,8$; $MgO = 0,5$; $Na^2O = 20,5$;

les constantes δ et T de la loi du recuit ont été trouvées égales à

$$\delta = 22\,\mu\mu, \qquad T = 222 \text{ minutes} \qquad (\text{à } 410°).$$

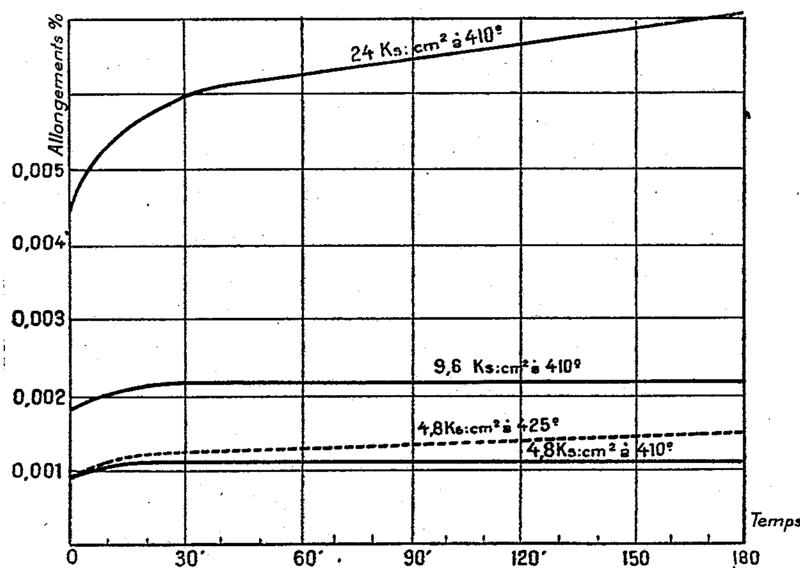
La tension limite φ aurait pour valeur approchée à 410° : 22 kg/cm². Il était intéressant de rechercher quelle sorte de déformation subit le verre sous des efforts de cet ordre.

Pour cela, on a pris un tube mince du verre de laboratoire analysé plus haut; ses diamètres extérieurs et intérieurs étaient respectivement de 11^{mm} et 12^{mm}. La déformation était produite par une torsion. Étant donnée la faible épaisseur, tous les points d'une même section droite supportaient un effort de traction très peu différent de l'effort tangentiel à la surface. Le tube était chauffé sur une partie de sa longueur dans un four électrique à résistance et la température était mesurée au milieu du tube au

point où elle pouvait être la plus élevée. La déformation était mesurée par le déplacement d'un spot lumineux produit par un miroir sur une règle divisée. On a calculé l'allongement pour 100 correspondant à la déformation observée, en admettant un module d'élasticité de $5,25 \times 10^5$ kg/cm². Les trois premières mesures ont été faites à 410°; la quatrième à 425°.

Temps en minutes.	I. Température : 410° couple moteur : 480 g/cm tension : 4,8 kg/cm² — Allongements pour 100.	II. Température : 410° couple moteur : 960 g/cm tension : 24 kg/cm² — Allongements pour 100.	III. Température : 410° couple moteur : 2400 g/cm tension : 24 kg/cm² — Allongements pour 100.	IV. Température : 425° couple moteur : 480 g/cm tension : 4,8 kg/cm² — Allongements pour 100.
0 { avant charge...	0	0	0	0
0 { après charge...	0,000914	0,001828	0,004569	0,000914
30...............	0,001066	0,002055	0,005940	0,001088
60...............	0,001066	0,002133	0,006170	0,00128
90...............	0,001066	0,002133	0,006500	0,001302
120...............	0,001066	0,002133	0,006700	0,001368
180...............			0,007010	0,001562

Ces résultats sont traduits par les courbes de la figure. La courbe en



pointillé correspond à la mesure effectuée à 425°. Il est bien net que les tensions de $4^{kg},800$ et de $9^{kg},6$ n'ont pas produit de déformation visqueuse à 410°.

Par contre, à cette même température, un effort de 24^{kg} a produit l'allongement à vitesse constante qui caractérise une telle déformation. Il

existe donc une limite élastique du verre, variable avec la température, comme le montre la mesure à 425°. Cette limite d'élasticité est comprise entre 10^{kg} et 24^{kg} par centimètre carré à 410°. Elle est du même ordre de grandeur que la tension limite φ que nous avons évaluée plus haut. Ce fait donne une valeur physique à la loi du recuit que nous avons rappelée au début de cette Note.

On doit rejeter la loi parabolique que nous avions indiquée dans une Note précédente, car elle ne tient pas compte de l'existence de la limite élastique.

Le phénomène de recuit d'un verre ne serait pas autre chose qu'une déformation visqueuse sous l'action des tensions internes. Le recuit ne peut plus se faire lorsque ces tensions deviennent égales ou inférieures à la limite élastique; il pourra toutefois se produire, à la longue, une légère diminution des tensions dues à la disparition des déformations subpermanentes analogues à celles qui amènent le déplacement du zéro des thermomètres.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la vitesse d'extension de couches minces d'huiles à la surface d'une nappe d'eau.* Note [1] de M. **Paul Woog**, présentée par M. M. Brillouin.

On sait que l'explication de la tension superficielle par la théorie de Langmuir [2] conduit à attribuer aux groupes d'atomes « actifs » la cause de l'extension des huiles sur une nappe d'eau.

Partant de ce fait, déjà signalé par Hardy [3], que les huiles telles que celles de paraffine, dont les molécules sont dénuées de toute « activité », ne s'étendent pas sur l'eau, nous nous sommes demandé si la vitesse d'extension des corps gras ne serait pas, dans une certaine mesure, dépendante du degré d'activité des molécules. Nos expériences ont confirmé cette hypothèse.

Les essais ont consisté à verser rapidement et en une fois un excès d'huile (3^{cm^3}) sur une surface d'eau parfaitement propre, contenue dans une cuve de 6^m de longueur et de 70^{mm} de large, puis à noter le temps employé par la tache contaminante pour parcourir dans des conditions identiques

---

(1) Séance du 9 janvier 1922.

(2) Irwing Langmuir, *Journ. of the American Chemical Society*, t. 39, 1917, p. 1848.

(3) W.-B. Hardy, *Proceedings of the Royal Society*, série A, t. 86, 1912, p. 610.

une même longueur de 5m,50. On observait le passage du front invisible de la tache grasse par l'entraînement d'un peu de poudre de lycopode que l'on répandait sur l'eau, avant chaque expérience, à la hauteur du repère terminal. Le Tableau ci-dessous montre les résultats obtenus pour une température d'eau de 8°, 25 et une température d'air de 9° environ :

Huiles.	Secondes employées pour parcourir 5m,50.	Viscosité absolue à 10°. (A).	Proportion de doubles liaisons par molécule. (B).	Acidité libre pour 100 en acide oléique.	Acidité rapportée au poids moléculaire.	Proportion de CO^2H par molécule. (C).	B + C. (D).	$\frac{D}{A}$.
Spermacéti........	70	0,522	1,533	7,614	44,465	0,1576	1,690	3,237
Arachide..........	80,5	1,15	2,747	1,776	15,309	0,0542	2,801	2,435
Colza............	82,8	1,245	3,494	2,002	18,258	0,0647	3,558	2,857
Olive............	89,25	1,075	2,484	3,496	28,142	0,0997	2,583	2,402
Lard.............	90	1,105	2,141	2,791	23,193	0,0822	2,223	2,011
Pied de mouton....	93,9	1,22	2,397	1,099	9,308	0,033	2,430	1,991
Pied de bœuf......	107,5	1,22	2,169	1,043	8,740	0,0309	2,199	1,802
Ricin............	128,6	20,8	2,822	1,959	17,435	0,0618	2,883	0,138
French Neutral....	81,25	0,1875	0,2069					
Solar Red.........	166	3,05	0,1052					
H. V. Pale........	170,25	2,34	0,0731					
885 Pale..........	171,3	0,64	0,0561					
Bayonne Engine...	186,5	4,27	0,0549					
Machinery n° 1....	313	1,61	0,0453					
F. F. F. Cylinder...	(1)	"	0,0117					
Kremlin n° 1......	175,75	6,52	0,0499					
K. R. 80..........	124,5	1,93	0,1207					
K. R. 60..........	135	7,6	0,1261					

Ces chiffres indiquent que, pour les huiles grasses, toutes les molécules interviennent, et les vitesses sont, en première approximation, parallèles au rapport :

$$\frac{\text{carboxyles des glycérides} + \text{liaisons multiples} + CO^2H \text{ libres}}{\text{viscosité}},$$

l'activité apportée par les carboxyles des glycérides pouvant être négligée, étant commune à toutes les molécules (2).

(1) Ne s'étale que très lentement.

(2) Noter qu'une source de divergence peut résulter de ce fait exceptionnel que certaines molécules contenant plusieurs doubles liaisons (ac. linoléique) n'occupent pas une surface d'eau supérieure à celle attribuée d'ordinaire à une seule double liaison.

Dans les huiles minérales, nettement séparées des premières, la vitesse d'extension ne dépend que des molécules non saturées qui sont en faible proportion, et par suite la viscosité ne joue qu'un rôle insignifiant.

Le déplacement de la pellicule se fait avec une vitesse à peu près régulièrement retardée. Les molécules actives arrivant au contact de l'eau s'orientent, en effet, et deviennent aussitôt inactives; leur progression continuelle résulte donc uniquement de la poussée qu'elles reçoivent du point où la masse d'huile a été déposée sur l'eau et d'où s'échappe d'une manière continue un flot de molécules que leur affinité entraîne et qui s'orientent à leur tour. Cette poussée est sensiblement constante : l'effort transmis va donc en s'affaiblissant au fur et à mesure que les frottements augmentent. La valeur de la dégression peut être indiquée, de façon approximative par l'expression

$$tn = nt_1 - K(n-1),$$

où tn est le temps employé pour parcourir 1 mètre à n mètres de l'origine; t_1 le temps nécessaire pour couvrir le premier mètre et K une constante qui est environ 8,3 pour le 885 Pale et 10,5 pour le Machinery n° 1.

Huiles.	Temps (en secondes) nécessaire pour parcourir les distances suivantes : De l'origine à 1m.	De 1m à 2m.	De 2m à 3m.	De 3m à 4m.	De 4m à 5m.
885 Pale	15,3	23,3	28,3	37	42,3
Machinery n° 1 ..	25	40	53	70	82

On peut encore constater l'influence des groupements actifs sur la vitesse d'extension d'une couche grasse, en mesurant la rapidité du déplacement d'une pellicule hétérogène formée par une huile minérale peu active (885 Pale) à laquelle on ajoute des quantités connues d'huiles riches en molécules actives (Colza ou French Neutral). Le Tableau ci-dessous montre que les centres actifs interviennent énergiquement en se précipitant vers l'eau pour augmenter la vitesse de translation de la tache contaminante :

Teneur des mélanges. 885 Pale.	Huile de Colza.	Temps (en secondes) employé par la tache contaminante pour parcourir 5m,50.
100	0	171,3
99	1	134,5
95	5	97
90	10	88,5
50	50	84
0	100	82,8

Teneur des mélanges.		Temps (en secondes) employé par la tache contaminante pour parcourir 5^{m},50.
885 Pale.	Machinery n° 1.	
100	0	171,3
95	5	150
90	10	108
0	100	81,25

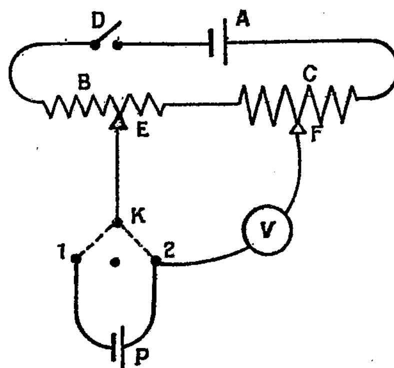
Ces phénomènes jouent un rôle important dans la lubrification et dans le filage de l'huile à la mer employé sur les navires pour atténuer l'effet des tempêtes.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Appareil pour la détermination de la concentration d'une solution en ions hydrogène. — Application à la recherche des acides minéraux dans le vinaigre.* Note de M. **André Kling** et de M. et M^{me} **A. Lassieur**, présentée par M. A. Haller.

La concentration d'une solution en ions hydrogène est une grandeur qui prend actuellement une importance considérable en Chimie. On sait que depuis d'assez nombreuses années déjà, les biologistes ont tiré un grand parti de sa mesure, et nous pensons que des services aussi grands pourront être rendus aux chimistes par la connaissance de cette valeur. La détermination revient à une mesure de différence de potentiel entre les bornes d'une pile, constituée par l'électrode d'hydrogène baignant dans le liquide d'expérience, une liaison liquide et une électrode auxiliaire (calomel).

On emploie toujours la méthode de compensation de Poggendorf, en utilisant l'électromètre capillaire comme instrument de zéro. Nous avons estimé que cette méthode excellente, d'ailleurs, pouvait être simplifiée, et l'appareil mis sous une forme robuste et pratique, convenant parfaitement à un laboratoire technique. Le montage est figuré ci-après. Un accumulateur ou pile sèche A débite sur l'ensemble des deux rhéostats B et C, par l'intermédiaire d'un interrupteur D. La résistance de B est de 5 ohms, celle de C étant de 195 ohms environ. Un commutateur K est relié comme l'indique la figure à la pile P, dont on veut mesurer la différence de potentiel aux bornes (électrode à hydrogène-liaison, électrode au calomel), aux curseurs E, F et au millivoltmètre V. Celui-ci permet de mesurer 1200 millivolts avec une approximation de 1 millivolt, il présente plusieurs sensibilités. Ce dispositif ne comporte aucun organe délicat, ni pile étalon, ni électromètre capillaire, dont le maniement est assez difficile. Pour effectuer une mesure, on oppose à la pile P une différence de potentiel prise entre les curseurs E et F que l'on fait mouvoir jusqu'à ce que le millivoltmètre revienne au zéro,

signe qu'aucun courant ne traverse le circuit E. F. V. P. E. et que la différence de potentiel entre les points E et F est précisément égale à celle qui existe entre les bornes de la pile. Pour cette opération, le commutateur est placé dans la position 1. L'équilibre obtenu, on met le commutateur en position 2 et on lit l'indication du



millivoltmètre qui fournit immédiatement la force électromotrice cherchée. Nous employons l'électrode d'hydrogène de Sörensen, qui donne toute satisfaction. Il est absolument inutile de purifier l'hydrogène de façon très complète, le gaz obtenu à l'aide du zinc pur renfermant un peu de cuivre, et l'acide sulfurique pur étendu peut être utilisé tel quel, après passage dans un laveur à eau ou à permanganate par surcroît de précaution.

On passe de la force électromotrice à l'exposant d'hydrogène à la manière habituelle, en retranchant de cette valeur celle afférente à l'électrode au calomel et divisant la différence par un facteur dépendant de la température. Tous les renseignements utiles pour l'application de la méthode et les calculs seront trouvés dans l'Ouvrage de Clark : *Détermination des ions hydrogène*, ou dans celui de Michaelis : *La concentration des ions hydrogène*.

Nous avons établi notre appareil en vue d'un certain nombre de travaux dont le premier est relatif à la recherche des acides minéraux dans le vinaigre. Comme on le verra dans le Tableau ci-contre le vinaigre présente un exposant d'hydrogène assez fixe, non en rapport d'ailleurs avec son acidité : l'exposant d'hydrogène de l'acide acétique normal, étant nettement plus faible : 2,36 à 18°. La présence de très petites quantités d'un acide minéral abaisse l'exposant d'hydrogène d'une façon frappante, ne laissant place à aucune indécision.

Vinaigres.

N°.	Origine.	Acidité (acide acétique pour 1000).	PH à 18°.	PH après addition d'acide sulfurique N (2g,4 SO^4H^2 par litre de vinaigre).
1.	Vin	53,7	2,67	1,96
2.	»	63,3	2,67	1,74
3.	»	68,1	2,84	2,02
4.	»	71,7	2,83	1,97
5.	Alcool	57,9	2,77	1,48
6.	»	61,5	2,68	1,43
7.	»	57,6	2,54	1,53
8.	»	59,1	2,67	1,50

Si l'on considère que les mesures ont une approximation de deux à trois unités de la deuxième décimale, on reconnaîtra que la présence de l'acide minéral se trouve nettement mise en évidence.

Il est possible également d'avoir recours à la méthode colorimétrique, qui a déjà été employée dans le même but par certains auteurs, mais surtout en vue d'un titrage de l'acide fort en présence d'acide acétique. Nous avons procédé à la détermination de l'indice d'hydrogène, après décoloration du vinaigre au moyen de noir animal, traité à l'acide chlorhydrique et lavé à fond. Un semblable noir ne modifie pas sensiblement l'exposant d'hydrogène du vinaigre.

L'indicateur employé est la tymolsulfophtaléine, et les liqueurs de comparaison sont des solutions tampons : acide chlorhydrique-chlorure de potassium, et phtalate acide de potassium-acide chlorhydrique. Ce sont les solutions de Clark et Lubs, dont les exposants d'hydrogène sont connus et varient de 0,2 en 0,2 en passant d'une liqueur à l'autre. Ces valeurs ont été contrôlées sur chaque solution par la méthode électrométrique. On prépare une série de types dont les exposants d'hydrogène varient de 1,2 à 2,8, en versant dans des tubes à essais 10^{cm^3} de chacune des solutions convenables et une certaine quantité de l'indicateur (10 gouttes de solution à 0,04 pour 100). On opère de même avec le vinaigre décoloré et l'on compare la teinte développée à celles de la gamme. Par analogie, on déduit l'exposant d'hydrogène du vinaigre. On peut situer nettement l'échantillon en expérience entre deux types différant de 0,2, c'est-à-dire que la mesure est approchée à peu près à 0,1. C'est un résultat moins précis que celui obtenu électrométriquement, mais qui est tout à fait suffisant. La présence de l'acide minéral est mise en évidence, même sans comparaison avec les types, car le vinaigre décoloré donne avec l'indicateur une colora-

tion jaune analogue à celle du vinaigre naturel, tandis que la présence de petites quantités d'un acide minéral amène une coloration cerise très différente.

La grande simplicité de ces méthodes, aussi bien de la méthode électrométrique que de la méthode colorimétrique, et l'intérêt des résultats qu'elles fournissent nous semblent dignes d'attirer l'attention des chimistes, non seulement pour le cas présent qui ne vise qu'un point particulier, mais surtout comme moyen d'investigation précieux dans un grand nombre de circonstances.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la sulfobenzide.* Note de M. **Eug. Grandmougin.**

La sulfobenzide ou diphénylsulfone, qui se forme comme sous-produit lors de la sulfonation du benzène, surtout quand on emploie à cet effet un acide fumant, a été obtenue au cours de la guerre en quantités assez importantes pour que la question de son utilisation ait pu se poser à nouveau.

L'étude suivante, faite en collaboration avec M. B.-M. Rivetti, a confirmé une fois de plus que cette matière première n'offrait qu'un intérêt limité au point de vue de son application dans le domaine des colorants synthétiques [1].

Si l'on nitre la sulfobenzide, on obtient un dérivé dinitré (p. f. 201°) qui, par réduction par le sulfure de sodium par exemple [2], fournit le dérivé diamidé correspondant (p. f. 168°). La constitution a été établie par transformation dans le diphénol de même position (p. f. 187°) [3]. Celui-ci se trouve être identique au produit obtenu par M. Tassinari [4] en oxydant un dioxythiobenzène formé par débromuration du produit de condensation résultant de l'action du chlorure de soufre sur le *p*-bromphénol en solution de sulfure de carbone. Comme les dérivés dioxys 2.2′ et 4.4′ sont connus avec certitude et fondent respectivement à 165° et à 239°, le dioxy 187° ne

(1) Cette constatation confirme celle faite par les brevets allemands 30598 et 61826; voir aussi Lauth, *Comptes rendus* t. 114, 1892, p. 1023.

(2) Ce réducteur est bien préférable à l'étain et à l'acide chlorhydrique employé par M. Lauth et qui nécessite la précipitation de l'étain comme sulfure.

(3) Déjà préparé par Hefelmann, *Journ. f. prakt. Chem.*, t. 1, 1885, p. 1591, avec le point de fusion 179°. Il est signalé par erreur comme étant le dérivé 2.4 dans Richter, *Lexikon der Kohlenstoffverbindungen*, t. 2, p. 2188.

(4) *Gazzetta Chim.*, t. 19, p. 345.

peut être que le dérivé diméta (3.3'). Cette constitution était du reste déjà très probable par le fait que le dérivé dinitré, obtenu par nitration directe de la sulfobenzide, peut être synthétisé également par action de l'acide fumant sur le nitrobenzène [1].

La 3.3'-diamidosulfobenzide est, comme l'a déjà signalé le brevet 61826, une base diazotable qui fournit un dérivé tétrazoïque pouvant être copulé normalement avec des naphtols et leurs dérivés sulfonés.

On peut considérer cette base comme constituée par deux molécules d'aniline réunies par le groupe SO^2, et il est particulièrement intéressant de noter que les colorants obtenus ne diffèrent pas sensiblement par la nuance de ceux préparés avec l'aniline même. L'influence du groupe SO^2 au point de vue chromophorique est donc à peu près nulle quand ce groupe se trouve en méta des deux groupes aminogènes. Les colorants dérivés de la 3.3'-diamidosulfobenzide ne tirent, en règle générale, que sur laine, et ne teignent pas le coton, malgré leur constitution symétrique. Seul fait exception, comme cela pouvait être prévu, le colorant dérivé de l'acide J, dont on connaît l'affinité prononcée pour les fibres végétales et, à un degré infime, les colorants obtenus avec les acides γ et H.

Il nous a paru, d'autre part, intéressant de comparer à ces colorants, déjà étudiés en partie par M. Lauth, ceux dérivés de la 4.4'-diaminosulfobenzide.

Cette base a été préparée en oxydant, par le bichromate et l'acide sulfurique, le dérivé diacétylé de la thioaniline (p. f. 215°), puis saponification du dérivé diacétylé formé (p. f. 280°). La base ainsi obtenue (p. f. 174°) se trouve être identique à celle obtenue par réduction de la 4.4'-dinitrodiphénylsulfone [2] préparée par oxydation du sulfure de phényle dinitré 4.4' [3].

Dans les colorants dérivés de cette base symétrique, l'influence chromophorique du groupe sulfone se fait notablement plus sentir que dans les dérivés diméta, où elle est à peu près nulle; mais il faut noter surtout que l'affinité des colorants dérivés de cette base pour le coton se trouve sensiblement accrue.

Néanmoins le pouvoir chromophorique de la 4.4'-diamidosulfobenzide est bien inférieur à celui de la 4.4'-diamidothioaniline et, bien entendu, de

---

(1) *Ber.*, t. 9, 1876, p. 79.

(2) Fromm et Wittmann, *Ber.*, t. 41, 1908, p. 2720.

(3) Nietzki et Bothof, *Ber.*, t. 27, 1894, p. 3362.

la benzidine. Ainsi, tandis que la 4.4'-diamidosulfobenzide donne avec deux molécules d'acide H (en solution alcaline) sur coton un violet rouge, le colorant correspondant de la 4.4'-diamidothioaniline est un bleu violet et celui de la benzidine un bleu verdâtre. Ce dernier seul a de l'intérêt au point de vue industriel.

Enfin, si l'on compare la 3.3'-diamidosulfobenzide avec la benzidinesulfone dans laquelle les groupes amidos occupent par rapport au groupe SO^2 la même position, la différence est plus considérable encore, et cet exemple est particulièrement caractéristique pour démontrer l'effet chromophorique intense provoqué par la liaison diphénylique.

Ainsi donc se trouve vérifié une fois de plus qu'au point de vue de la coloration l'arrangement des atomes dans la molécule est le facteur prédominant; il prime l'influence pouvant résulter de la grandeur de la molécule.

Nous résumons enfin, dans le Tableau suivant, les constantes des dérivés de la sulfobenzide, étudiés au cours de notre travail, et parmi lesquels les dérivés dihalogénés de la série 3.3' n'ont pas encore été décrits. Ceux de la série 4.4' étaient connus et nous nous sommes bornés à une vérification des constantes indiquées. Ce travail n'était pas absolument inutile, car il y a de nombreuses erreurs au sujet des dérivés de la sulfobenzide dans la littérature, même dans les Ouvrages classiques de Beilstein et Richter, notamment au sujet des positions.

	Points de fusion.	
Dérivés de la sulfobenzide.	Série 3.3'.	Série 4.4'.
Dinitrosulfobenzide	201°	282°
Diamidosulfobenzide	168	174
Diacétyldiamidosulfobenzide	211	280
Dioxysulfobenzide	186°-187°	239
Dichlorsulfobenzide	108 (1)	147
Dibromsulfobenzide	119	172
Diiodesulfobenzide	158	197

On constatera également par ce Tableau que les dérivés 3.3' fondent, d'une façon générale, plus bas que leurs isomères 4.4', mais toutefois plus haut que les dérivés 2.2'. Nous avons vérifié ce fait, déjà signalé pour les diphénols, dans la série des produits dinitrés et produit par synthèse à cet effet la 2.2'-dinitrosulfobenzide encore inconnue; elle fond en effet à 187°-189°.

(1) Le dérivé huileux de MM. Gruber et Otto (*Ann. Chem.*, t. **149**, p. 180), enregistré comme dérivé *m.m'* par Beilstein (t. **2**, p. 813), est sans doute un mélange.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur quelques propriétés oxydasiques du thorium X.* Note de MM. **Pierre Lemay** et **Léon Jaloustre**, présentée par M. Daniel Berthelot.

Continuant nos recherches sur les propriétés oxydantes des éléments radioactifs, signalées dans notre Note du 14 novembre 1921, nous avons constaté l'action oxydasique puissante du thorium X vis-à-vis de l'adrénaline et de la morphine. Au contraire, sur les alcools, nous n'avons pu mettre en évidence aucun phénomène d'oxydation notable.

Action sur l'adrénaline. — Si, à une solution d'adrénaline au millième, on ajoute 50 microgrammes de bromure de thorium X, on constate rapidement une teinte rosée, puis le brunissement complet, indice de l'oxydation de l'adrénaline. Avec une dose de 200 microgrammes, le brunissement est complet dans les 24 heures à la température du laboratoire.

Les mêmes essais faits avec les doses de 50 micros, 200 micros, 1^{mg} de chlorure et de lactate de manganèse, et, comme les précédents, en présence de tubes témoins, ont montré que les sels de manganèse ont une action oxydante beaucoup moins énergique; la différence d'oxydation entre le tube témoin et le tube expérimenté n'apparaissant qu'avec la dose de 1^{mg}, au bout de 48 heures, et par la teinte rosée seulement de ce dernier.

Il semble donc que le thorium X soit le plus puissant des catalysateurs d'oxydation introduits jusqu'à ce jour dans l'organisme ; et il y a lieu de rapprocher son action sur l'adrénaline, des phénomènes cliniques observés sur les malades ayant reçu de fortes injections de bromure de thorium X (1). On observe en effet chez ces malades la pigmentation mélanique, l'hypotension sanguine, la diarrhée, la dépression physique, qui sont les signes de la maladie d'Addison et l'on peut envisager l'hypothèse que dans ce cas il y a eu destruction de l'adrénaline dans l'organisme, destruction qui équivaudrait à une insuffisance des capsules surrénales.

Action sur la morphine. — Si, à une solution de $0^{g},10$ de chlorhydrate de morphine dans 10^{cm^3} d'eau distillée, on ajoute 50 micros de bromure de thorium X, on obtient déjà, au bout de 24 heures, une précipitation de cristaux d'oxymorphine et, dans le même temps, avec une dose de 400 micros de thorium X, la transformation est presque complète.

(1) Gabriel Petit, Léon Marchand et Léon Jaloustre, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1170.

Action sur les alcools, — Des recherches faites, par la même méthode, sur la série des alcools primaires de la série grasse, de l'alcool méthylique jusqu'à l'alcool amylique, n'ont pas permis de mettre en évidence une oxydation notable de ces alcools en présence du bromure de thorium X. Les activités employées ont été augmentées successivement jusqu'à 500 micros par centimètre cube. Les autres éléments radioactifs employés, bromure de radium, de mésothorium et de radiothorium, en quantités beaucoup plus faibles d'ailleurs (quelques micros par centimètre cube), n'ont pas permis davantage l'observation d'une oxydation des alcools primaires, même après plusieurs jours.

MINÉRALOGIE. — *Le plomb dans les minerais d'urane de Madagascar.* Note de M. **Muguet**.

Dans sa description du minéral de Madagascar qu'il a appelé *betafite* et qui constitue aujourd'hui un minerai exploité de radium, M. A. Lacroix y a signalé [1] des traces de plomb; la variété *samiésite* en renferme même jusqu'à 7,35 pour 100, mais en général la proportion de ce métal est faible et elle est passée inaperçue dans les analyses.

Le traitement industriel de plusieurs tonnes de betafite m'a permis d'isoler des quantités de plomb représentant environ 0,6 pour 100 du poids du minerai employé.

La betafite étant un minéral parfaitement cristallisé et livré à peu près sans matières étrangères, il faut rejeter l'hypothèse de la présence du plomb dans la gangue sous la forme habituelle des minerais de plomb, comme cela pourrait être le cas avec les minerais d'urane, d'origine filonienne, que l'on rencontre associés à des pyrites de cuivre et de fer, de la cassitérite, etc.

Ce plomb doit vraisemblablement se trouver dans la betafite sous la même forme chimique que l'uranium, et constituer un exemple démontrant l'exactitude de la théorie, représentant le plomb comme le terme ultime de la désintégration atomique de l'uranium. La quantité de plomb, déterminée exactement, pourrait servir, dans ce cas, à calculer l'âge du minéral.

(1) Cf. *Minéralogie de Madagascar*, t. 1, 1922, p. 384, Paris, Challamel, éditeur. En général, ces traces de plomb peuvent être mises en évidence au chalumeau.

Des disques de ce plomb, suivis depuis six mois, montrent une radioactivité augmentant régulièrement suivant une droite. Cette radioactivité, qui était en mai de o,5, est au 15 décembre de 6,o. Un échantillon a été remis à M^me^ Curie qui se propose d'en poursuivre l'étude.

GÉOLOGIE. — *Les vestiges du Lutétien, remaniés dans le Quaternaire du nord de la France.* Note (1) de M. **Maurice Leriche**, présentée par M. Ch. Barrois.

Il y a plus d'un siècle et demi que des fragments épars de grès à *Nummulites lævigatus* ont été signalés dans le Quaternaire du nord de la France, loin des gisements, en place, de *Nummulites lævigatus* du bassin de Paris et du bassin belge. Ils furent observés pour la première fois en Artois, et décrits, sous le nom de *pierres lenticulaires*, par l'auteur, resté anonyme, d'un opuscule sur les fossiles de cette province (2).

Dans la première moitié du siècle dernier, Élie de Beaumont, d'Archiac et Buteux firent des observations analogues, en divers points du nord de la France.

En 1873, Gosselet, étudiant la répartition des gisements de grès à *Nummulites lævigatus*, connus de lui, conclut à l'existence d'une communication directe entre les bassins parisien et belge, à l'époque où vivait *Nummulites lævigatus* (3). Quelques années plus tard, il montra cette communication se faisant par un étroit bras de mer, traversant, du Sud au Nord, le Vermandois et le Cambrésis (4).

Plus récemment, j'ai prouvé que cette communication avait été beaucoup plus vaste, qu'elle s'était faite à travers tout le nord de la France, et qu'elle avait ainsi réalisé l'unité des deux bassins (5).

(1) Séance du 9 janvier 1922.

(2) *Mémoires sur quelques fossiles d'Artois, pour servir à l'Histoire naturelle de cette province*, par un membre de la Société littéraire d'Arras, 1765, p. 89-92.

(3) J. Gosselet, *De l'extension des couches à Nummulites lævigata dans le nord de la France* (*Bull. Soc. géol. de France*, 3e série, t. 2, p. 51-58, pl. III).

(4) J. Gosselet, *Esquisse géologique du nord de la France et des contrées voisines*, pl. XIII (A); 1883.

(5) M. Leriche, *Sur l'extension des grès à Nummulites lævigatus dans le nord de la France et sur les relations des bassins parisien et belge à l'époque lutétienne* (*C. R. Assoc. franç. Avanc. des Sciences; Congrès de Cherbourg*, 1905, p. 394-399, pl. VII). — *L'Éocène des bassins parisien et belge* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, t. 12, 1912, p. 719-720, pl. XXV).

On sait que *Nummulites lævigatus* ne caractérise que l'une des assises qui ont été distinguées dans le Lutétien marin du bassin de Paris, et qui sont (¹) :

1. Assise à *Maretia Omaliusi*, *Gladius Baylei* et *Nummulites lævigatus*, var. *laudunensis* (nov. var.).
2. Assise à *Nummulites lævigatus*.
3. Assise à *Ditrupa strangulata*.
4. Assise à *Cerithium giganteum*, *Orbitolites complanatus* et *Miliolites*.

L'assise à *Maretia Omaliusi* est constituée par des calcaires sableux, parfois riches en *Nummulites lævigatus* var. *laudunensis*, et dans lesquels on constate une prédominance de la forme macrosphérique (*N. Lamarcki*) sur la forme microsphérique.

Les assises suivantes sont formées par des calcaires où l'élément siliceux est pour ainsi dire absent.

Dans l'assise à *Nummulites lævigatus*, les Nummulites macrosphériques et microsphériques sont en nombre sensiblement égal; la prépondérance tend même à passer de la forme macrosphérique à la forme microsphérique. Cette assise comprend deux niveaux : 1° un niveau inférieur, la « pierre à liards », qui est un agrégat de *Nummulites lævigatus;* 2° le « banc Saint-Jacques », qui est pétri de coquilles, à l'état de moules internes et externes, parmi lesquelles dominent : *Cardium porulosum* Sol., *Meretrix lævigata* Lamk., *Corbis lamellosa* Lamk., *Chama calcarata* Lamk. A ces fossiles se trouve souvent associé *Nummulites lævigatus*.

Les calcaires de l'assise à *Ditrupa strangulata* sont formés en grande partie par des tubes de cette Annélide. Dans les calcaires du sommet de l'assise apparaissent déjà l'*Orbitolites complanatus* et les Miliolites, qui sont si répandus dans l'assise suivante, à *Cerithium giganteum*.

Comme je l'ai montré, toutes ces assises sont transgressives du Nord vers le Sud; elles viennent reposer successivement sur des formations pré-lutétiennes.

Quelle que soit l'assise par laquelle débute le Lutétien, en un point donné, la base en est toujours marquée par un sable à gros grains de quartz et de glauconie, souvent chargé de dents de Squales roulées. C'est la « glauconie grossière » des anciens auteurs; elle représente les cordons littoraux successifs de la mer lutétienne envahissant le bassin de Paris.

L'étude détaillée des grès lutétiens remaniés dans le Quaternaire du nord de la France, et, en particulier, la détermination des fossiles qu'ils renferment, m'a permis de reconnaître, dans ces grès, les vestiges de la plupart des niveaux distingués dans le Lutétien marin du bassin de Paris.

A. L'immense majorité de ces grès provient de l'assise à *Nummulites lævigatus;* ce sont, ou bien des grès ayant l'aspect de la « pierre à liards »,

---

(¹) M. Leriche, *Sur l'extension des différentes assises du calcaire grossier marin dans le bassin de Paris* (Note préliminaire) (*C. R. Assoc. franç. Avanc. des Sciences; Congrès de Reims*, 1907, 1re Partie, p. 207). — *Observations sur les terrains tertiaires des environs de Reims et d'Épernay* (*Ann. Soc. géol. du Nord*, t. 36, 1907, p. 382).

ou bien des grès très riches en empreintes de *Cardium porulosum*, de *Meretrix lævigata*, etc., et analogues au « banc Saint-Jacques ». Ces grès furent pendant longtemps les seuls vestiges connus du Lutétien, dans le Quaternaire du nord de la France. Les cartes que j'ai dressées en 1905 et en 1912 indiquent leur extension.

B. J'ai déjà signalé, en 1905, la présence de *Maretia Omaliusi* et de *Gladius Baylei*, fossiles caractéristiques de l'assise inférieure du Lutétien marin, dans des grès provenant de différents points du Nord, de l'Aisne, du Pas-de-Calais (¹), et j'ai pu, depuis, multiplier leurs gisements : la plupart sont situés à la limite des départements du Nord et de l'Aisne. C'est encore à cette même assise inférieure du Lutétien que l'on doit rapporter des grès à *Nummulites lævigatus*, remarquables par la prépondérance de la forme microsphérique (*N. Lamarcki*).

C. Plus récemment, j'ai fait connaître la présence, à Aisonville (Aisne), d'un grès très riche en *Orbitolites complanatus* (²). J'ai retrouvé ce grès, en grande abondance, dans le bois d'Hannappes (Aisne), au sud-est de la forêt d'Andigny. Il y renferme, indépendamment d'*Orbitolites complanatus*, de nombreuses Miliolites, à l'exclusion de *Ditrupa strangulata*. Ces grès d'Aisonville et d'Hannappes sont des vestiges de l'assise à *Cerithium giganteum;* ils se distinguent, au premier abord, des autres grès lutétiens par leur disposition en plaquettes.

D. Enfin, j'ai recueilli à Bruay (Nord), dans les alluvions anciennes de l'Escaut, un fragment de grès roulé, dans lequel *Orbitolites complanatus* est associé à *Ditrupa strangulata*.

Ainsi se trouvent reconnues, dans le nord de la France, à l'état de vestiges remaniés dans le Quaternaire, toutes les assises du Lutétien marin du bassin de Paris. La « glauconie grossière » elle-même s'y trouve représentée par des grès à gros grains de quartz et de glauconie; elle y occupait la base de l'assise à *Maretia Omaliusi*.

On peut s'étonner de ne pas rencontrer, avec ces vestiges du Lutétien marin, des restes des calcaires lacustres du Lutétien continental, calcaires que l'on trouve souvent, meuliérisés, à la surface des plateaux du nord de l'Ile-de-France, et que leur dureté aurait dû préserver de la destruction totale. A la vérité, il y a peu de chance de rencontrer de pareils restes. En

---

(¹) M. Leriche, *Sur l'extension des grès à Nummulites lævigatus...* (*C. R. Assoc. franç. Avanc. des Sciences; Congrès de Cherbourg*, 1905, p. 400, 402).

(²) M. Leriche, *L'Eocène des bassins parisien et belge* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4ᵉ série, t. **12**, 1912, p. 720).

effet, dans la partie la plus septentrionale de l'Ile-de-France, dans le massif de Saint-Gobain, on assiste à un changement de facies du Lutétien continental : les calcaires lagunaires sont fort réduits et limités à la base; le reste de la formation est constitué par une argile, l'argile de Saint-Gobain. Celle-ci a dû s'étendre vers le Nord, où elle a pu représenter à elle seule le Lutétien continental.

GÉOLOGIE.— *La structure du Nord-Annam au nord de Thanh Hoa.* Note de M. **Charles Jacob**, présentée par M. Pierre Termier.

Par Nord-Annam j'entends la fraction de l'Annam politique actuel, située au nord-est de la partie de la Chaîne annamitique qui est accolée au Plateau du Tran Ninh et qui vient plonger dans la mer à la Porte d'Annam. Géographiquement, le Nord-Annam correspond vers la côte aux bassins inférieurs et aux deltas du Sông Ca et du Sọng Ma, tandis que vers le Nord-Ouest le pays s'éléve progressivement jusqu'à venir se raccorder, au moins pour les crêtes, avec la haute surface du Tran Ninh et de Sam Neua.

Cette partie de l'Indochine du Nord s'oppose, quant aux caractères géologiques, aux régions plus méridionales de l'Annam et du Laos; elle se rattache déjà au Tonkin, dont elle offre la structure compliquée.

Un bon départ pour l'analyse de cette structure peut être trouvé dans la province de Thanh Hoa, que j'ai parcourue en détail pendant la saison d'hiver 1919-1920. La coupe est différente dans le Nord et dans le Sud. Dans cette Note il sera question de la partie nord.

En partant de la côte, on rencontre tout d'abord, le long de celle-ci, des *terrains cristallins*, affleurant dans les collines dites Nui Truong et Nui Sam Son, formées de micaschistes, injectés de granite à deux micas et de pegmatite.

Puis, après un intervalle masqué par une plaine de rizières, on entre dans une région primaire, correspondant à ce que j'appelle la *Série primaire du Bas Thanh Hoa*.

Celle-ci peut s'étudier avec toute la netteté désirable dans les collines situées sur la rive droite du Song Ma, au nord-ouest du Pont d'Ham Rong. La succession comprend deux termes principaux, à la base des calcaires suivis de grès et de quartzites, au sommet des schistes, eux-mêmes suivis de calcaires massifs. Dans les grès subordonnés aux quartzites, j'ai trouvé près de Dong Son une intéressante faune ordovicienne à grands Asaphidés, qu'a étudiée M. Mansuy pour y établir la liste suivante : *Heliocrinus* ?,

Orthis cf. *retrorsistria* M. Coy, *O.* cf. *hirmantensis* M. Coy, *O. testudinaria* Dal., *Cypricardinia prisca* Mansuy, *Ogygites* ? *annamensis* Mans., *Asaphopsis Jacobi* Mans., *A. Reedi* Mans., *Isotelus stenocephalus* Mans., *Prosopiscus cheiruroides* Mans., *Annamitella asiatica* Mans. Les schistes subordonnés aux calcaires massifs m'ont fourni à Tho Phuong la faune eifélienne des *Schistes à Spirifer* de l'est du Tonkin, avec : *Combophyllum Brancai* Frech., *Spirifer speciosus* Schl., *Stropheodonta annamitica* Mans., *Proetus indosinensis* Mans. Dans les calcaires massifs eux-mêmes, j'ai recueilli à Tré Nua un petit ensemble zoogène du Dévonien moyen : *Cyathophyllum helianthoides* Goldf., *C. convolutum* Mans., *Heliolites porosa* ED. et H., *Actinostroma undulata* Mans., *Stromatopora radiata* Mans., *Rhipidocrinus* ?, *Holopea asiatica* Mans.

Les calcaires inférieurs et les quartzites de la Série primaire, avec des répétitions imbriquées donnant des lames dirigées Est-Ouest et plongeant au Nord, sont surtout représentés au nord de la ville de Thanh Hoa, le long d'un bras du Song Ma, dit Song Do Len. Les schistes et les calcaires dévoniens se rencontrent au voisinage immédiat de Thanh Hoa et plus au Sud. Je prolonge les calcaires massifs, à 50^{km} dans l'intérieur des terres, par une apophyse qui aboutit au rocher d'Ham Rong près de Bai Thuong.

Au-dessus de la Série primaire vient, en discordance tectonique, une épaisse série qui comporte secondairement des schistes, dits schistes rubannés, comparable à une formation liasique du Phu Nho Quan dans le sud du Tonkin, mais qui est surtout caractérisée par de *très abondantes intercalations de roches éruptives*, qualifiées globalement de *porphyrites*, avec des diabases, des ophites, des andésites, des pyroxénolites, des augitites; ces roches sont très souvent *écrasées*, transformées en brèches magnifiques, en schistes de brèches, en schistes verts, envahis par des produits secondaires, tels que chlorite, épidote, calcite.

La *Série des porphyrites* débute par un liséré mylonitique de base, formé de schistes, de calcaires étirés, de brèches de quartzite à ciment souvent ferrugineux. Le contact avec la Série primaire, parfois à angle droit sur les directions de celle-ci, peut s'observer en de nombreux points. La Série des porphyrites couvre une partie très importante de la province de Thanh Hoa : il lui correspond toute la région qui est située des deux côtés du Song Ma en aval de Phong Y jusqu'à la bifurcation du Song Do Len ; vers le Sud-Ouest, elle s'étend jusqu'au Song Am, affluent du Song Chu; elle déborde même, au sud de Bai Thuong, le rocher d'Ham Rong et le Song Chu.

Enfin, au-dessus des porphyrites viennent des masses principalement calcaires, avec schistes subordonnés. A la base des calcaires j'ai trouvé, à Phong Y, une mauvaise Ammonite, rapprochée par M. Patte de *Juvavites angulatus* Diener, par conséquent triasique; dans les schistes, au Doi Chua près des Tombeaux royaux, se rencontre une faunule naine de Bivalves, également triasiques, avec : *Daonella* cf. *indica* Bittner. *Les Masses calcaires supérieures* forment la chaîne dite parfois Chaîne de Thanh Hoa, qui sépare le Nord-Annam du Tonkin; elles couvrent aussi la région de Hoi Xuan sur le Song Ma; elles détachent enfin de grands lambeaux dans la zone des porphyrites. La superposition des masses calcaires aux porphyrites est constante à la fois pour les lambeaux détachés et sur toute la périphérie de la zone des porphyrites. Il faut ajouter que, sur cette périphérie, des lames synclinales de la série supérieure se rencontrent, déjà intercalées, imbriquées, dans les porphyrites laminées; c'est le cas vers le Song Am, à l'ouest du pays de Hoi Xuan, où les calcaires, souvent transformés en véritable pâte feuilletée, s'observent sous forme de lentilles étirées allant jusqu'à des témoins minuscules; c'est aussi le cas le long du Song Con sur le versant ouest de la Chaîne de Thanh Hoa.

En résumé, le nord du Thanh Hoa est un *pays de nappes* où je distingue quatre éléments tectoniques superposés, désignés ainsi : le Massif cristallin côtier, la Série primaire, la Série des schistes rubannés à porphyrites, les Masses calcaires supérieures.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge des dépôts de phosphate de chaux du Sud marocain, algérien et tunisien.* Note de M. **L. Joleaud**, présentée par M. Émile Haug.

M. Louis Gentil (¹) vient de montrer que les phosphates de chaux du Sud-Ouest marocain sont en partie crétacés, en partie éocènes. Dans la masse rocheuse que l'on se propose d'exploiter s'interstratifient des calcaires à *Baculites* et *Exogyra Overwegi* Buch, d'âge maestrichtien, qui se raccordent à ceux signalés précédemment par ce géologue (²) dans la région de Mogador. J'ai examiné les Vertébrés des phosphates marocains, qui comprennent, indépendamment d'un Crocodilien, *Dyrosaurus*, des Squales

---

(¹) *Sur l'âge des gisements de phosphates du Maroc* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 42-44).

(²) Louis Gentil, *Le Crétacé moyen et supérieur dans le Haut Atlas occidental* (Maroc) (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 171-174).

éocènes, *Otodus obliquus* Ag., *Odontaspis cuspidata Hopei* Ag., *Od. elegans* Ag., *Physodon secundus* Winkler, et des types crétacés, persistant jusque dans le Montien, *Scapanorhynchus raphiodon* Ag., *Lamna appendiculata* Ag. et *Corax pristodontus* Ag. La découverte de dents de cette dernière espèce vers le haut de la zone des phosphates et l'intercalation de calcaires à Baculites également assez élevés prouvent que les gîtes prospectés embrassent à la fois le Maestrichtien, le Danien et le Montien. Les calcaires à *Thersitea* (*Hemithersitea*) *maroccana* Sav., qui en forment le toit, sont peut-être londiniens.

Les phosphates de la région de Souk Ahras, dans le Tell constantinois, renferment des restes de Squales de deux faunes aussi très différentes. J. Blayac (¹) y indique la présence d'espèces crétacées ayant subsisté jusque dans le Montien, *Pseudocorax aff. lævis* Ler., et *Lamna appendiculata* Ag. J'ai moi-même, depuis longtemps (²), insisté sur la présence, dans cette localité, de *Galeocerdo latidens* Ag., qui ne descend pas au-dessous du Cuisien. L'horizon inférieur des phosphates, qui renferme déjà ici *Otodus obliquus* Ag., est évidemment montien. Les calcaires qui lui font suite renferment *Nummulites planulatus* Lam. (³) et sont sans doute londiniens, H. Douvillé (⁴) ayant montré récemment que ce Foraminifère existe dès la base de l'Éocène. D'autres calcaires à *Numm. irregularis* Desh. sont cuisiens, comme permet de le penser la récente découverte de cette espèce dans l'étage terminal de l'Éocène inférieur. L'horizon supérieur des phosphates, que caractérise *Galeocerdo latidens* Ag., est lutétien, ainsi que les calcaires du toit à *Thersitea* cf. *gracilis*.

Dans le Sud constantinois, aux environs de Tebessa, J. Blayac (⁵) a indiqué à Ain Kissa la présence d'une couche de phosphates *à la base* des marnes dites « suessoniennes ». Celles-ci se retrouvent plus à l'est, dans la Tunisie centrale (Kalaat es Senam, Draa Tebaga), où L. Pervinquière (⁶) y a découvert une faune d'Ammonites maestrichtiennes, *Baculites vertebralis* Lam., *Scaphites Cunliffei* Forbes. Le premier horizon des phosphates est donc à Tebessa, comme au Maroc, maestrichtien; mais à la différence de ce que l'on constate dans le Moghreb, il n'offre ici aucun intérêt industriel.

(¹) *Esquisse géologique du bassin de la Seybouse*, 1912, p. 403.

(²) L. Joleaud, *Sur les faunes de l'Éocène inférieur et moyen du Sud algérien et tunisien* (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 4ᵉ série, t. 8, 1908, p. 295).

(³) J. Dareste de la Chavanne, *La région de Guelma*, 1910, p. 135.

(⁴) *L'Éocène inférieur en Aquitaine et dans les Pyrénées* (*Mém. Serv. Carte géol. Fr.*, 1919, 84 pages, 7 planches).

(⁵) *Description géologique des régions à phosphate de chaux de Tebessa et de Bordj Reddir* (Algérie) (*Ann. Mines*, 9ᵉ série, t. 6, 1894, p. 324).

(⁶) *Étude géologique de la Tunisie centrale*, 1903, p. 128. — *Études de Paléontologie tunisienne : I. Céphalopodes des terrains secondaires*, 1907, p. 422.

Les marnes épaisses de 4^m à 5^m qui le surmontent sont encore maestrichtiennes, d'après les Ammonites qu'elles renferment en Tunisie. Immédiatement au-dessus et en concordance viennent les phosphates exploités : leur faune de Poissons est déjà éocène, mais le Crocodilien, *Dyrosaurus*, qu'on y trouve a des affinités nettement crétacées; je crois donc qu'il faut attribuer les phosphates de Tebessa au Montien. Ici encore les deux niveaux de calcaires à *Nummulites* que j'ai reconnus dès 1907 sont l'un londinien, niveau à *N. planulatus* Lam., l'autre cuisien, niveau à *N. irregularis;* dans celui-ci abonde *Thersitea ponderosa* Coq.

L'âge sénonien d'un horizon à phosphate des environs de Gafsa (Sud tunisien) à *Myliobatis* sp., *Scapanorhynchus* aff. *subulatus* Ag., *S. raphiodon* Ag., *Lamna appendiculata* Ag., *Corax pristodontus* Ag., avait été depuis longtemps indiqué par Philippe Thomas ([1]), qui le classait dans le Danien. J'attribue ce dépôt, qui fait partie du complexe marno-calcaire à *Roudaireia Drui* Mun.-Ch. et *Exogyra Overwegi* Buch., au Maestrichtien, étage qui renferme précisément en Égypte la même faune, et des couches phosphatées se retrouvant aussi en Palestine. Les phosphates inférieurs sont, à Gafsa comme à Tebessa, sans intérêt au point de vue industriel, à la différence de ceux des contrées riveraines de la mer Rouge et de la mer Morte. Les explorations futures révéleront sans doute la présence de semblables dépôts dans les régions intermédiaires du Sud de la Libye et de la Cynéraïque. Au-dessus des marno-calcaires à *Exogyra Overwegi* de Gafsa viennent des calcaires à *Cardita Coquandi* Loc. (forme très voisine de *C. libyca* Zitt. du Maestrichtien d'Égypte) à *Ostrea multicostata* Desh., *O. strictiplicata* R. et D., *Thersitea* (*Hemithersitea*?) *Coquandi* Loc. : ce mélange d'espèces crétacées et tertiaires indique déjà le Montien. Les phosphates exploités qui viennent ensuite offrent les types de Squales et le Reptile (*Dyrosaurus*) déjà indiqués à Tebessa; ils font donc encore partie du Montien. A leur toit s'étagent 50^m de calcaires à *Ostrea multicostata* Desh., qui sont sans doute londiniens, puis 150^m de gypses probablement cuisiens, enfin un troisième horizon à phosphate peu important, interstratifié dans des marno-calcaires, où la même Huître est associée à *Carolia placunoides*, qui indique le Lutétien.

Le dépôt des phosphates de chaux a donc commencé au Maestrichtien, *non seulement au Maroc*, *mais dans tout le Sud de la Berbérie*, *jusqu'à Tebessa*

([1]) *Sur un nouvel horizon phosphatifère du sud de la Tunisie* (*Bull. Soc. géol. France*, 4e série, t. 4, 1914, p. 494-497). — *Essai d'une description géologique de la Tunisie*, t. 3, 1913, p. 684-696.

(Algérie) et Gafsa (Tunisie), comme en Égypte et en Palestine. L'horizon intéressant pour l'exploitation date du Maestrichtien dans le Nord-Ouest et le Nord-Est de l'Afrique, Maroc, Égypte. Dans la région intermédiaire (Sud algérien et tunisien : Tebessa, Gafsa), il remonte seulement au Montien. Enfin, dans le Tell algérien, à Souk Ahras, des phosphates moins riches, dont l'extraction ne s'est pas montrée rémunératrice, existent à la fois dans le Montien et dans le Lutétien.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la faune des couches moyennes et supérieures de l'Aalénien du Grand-Duché de Luxembourg.* Note de MM. **Henri Joly** et **Nicolas Laux**, présentée par M. Émile Haug.

Nous avons fait connaître au début de l'année dernière [1], les résultats tirés d'une étude approfondie et de recherches minutieuses sur les couches inférieures de l'Aalénien du Grand-Duché de Luxembourg; à ce moment restaient posés les problèmes des limites de la zone à *Harpoceras opalinum*, de l'existence de la zone à *Harpoceras Murchisonæ*, et des limites de la zone à *Harpoceras concavum.*

Ces points semblent maintenant élucidés d'une façon claire, car les fossiles recueillis permettent de distinguer dans l'Aalénien les zones et horizons suivants en allant du sommet à la base, et de placer les assises en regard, ainsi que le montre le Tableau de la page suivante :

Il convient de signaler :

1° L'absence très fréquente, surtout aux niveaux supérieurs, de fossiles dans les couches de minerai de fer, les fossiles se trouvant plutôt au toit des couches, ou dans les couches intermédiaires appelées « stériles »;

2° L'ensablement progressif des sédiments vers le haut, la couche rouge sableuse étant même surmontée, du moins en quelques endroits (Esch, Galgenberg, mont du Chat), par un conglomérat de petits cailloux roulés et par un banc de grès très dur;

3° Enfin, le passage insensible de l'Aalénien au Bajocien.

Pour chacune des zones de l'Aalénien moyen et supérieur, on peut donner les caractères suivants :

Zone a *Harpoceras opalinum.* — Contrairement à ce qui était admis jusqu'à présent, la vraie caractéristique de la couche est donnée, non par

(1) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1163.

Harpoceras opalinum Rein., mais par les formes voisines : *Harpoceras plicatellum* Buckm. et *Harpoceras partitum* Buckm. Ce n'est que dans la couche jaune principale à Dudelange, dans la couche jaune secondaire et la couche rouge principale à Kayl que l'on rencontre la forme typique de *Harpoceras opalinum*. Cette constatation est d'autant plus intéressante qu'elle vient, par la stratigraphie, confirmer la séparation qui a été faite par Buckman entre les espèces parentes de *Harpoceras opalinum* et l'espèce type.

Bajocien.	Couches à *Sonninia*.	Calcaires marno-sableux à *Cancellophycus scoparius* Thioll. et *Belemnites gingensis* Opp.
Zone à *Harpoceras concavum*.	Horizon à *Hyperlioceras discites* et *Inoceramus polyplocus*.	Assise de marnes micacées, 10^m.
	Horizon à *Harpoceras concavum*.	Couche rouge marno-sableuse, 0^m,50.
Zone à *Harpoceras Murchisonæ*.	»	Assise de 20^m de puissance allant de la couche rouge sableuse, au sommet, à la couche rouge secondaire inférieure, à la base.
Zone à *Harpoceras opalinum*.	Horizon à *Harpoceras opalinum*.	Assise de 10^m de la couche rouge principale à la couche jaune principale.
	Horizon à *Harpoceras plicatellum*.	Couche grise et couche intermédiaire couvrante, 5^m de puissance totale.
Zone à *Dum. pseudo-radiosa* et *Dum. subundulata*.	Horizon à *Dumortiera* du groupe supérieur.	Grès marneux micacé; partie supérieure comprenant les couches brune et noire.
Zone à *Dum. Levesquei*.	Horizon à *Dumortieria* du groupe inférieur.	Grès marneux micacé : partie inférieure, et grès marno-sableux à la base.
Toarcien.	Zone à *Harpoceras fallaciosum*.	Marnes noires semi-schisteuses.

Zone a *Harpoceras Murchisonæ*. — C'est la zone pour laquelle les caractères sont les moins nets. Nous n'avons rencontré ni *Harpoceras Murchisonæ* Sow., ni aucune autre Ammonite dans cette assise de 20^m d'épaisseur. Ce caractère négatif ne permet pas toutefois de conclure que l'on ne se trouve pas en présence de la zone à *Harpoceras Murchisonæ*. A défaut d'Ammonites, il existe toute une faune de Bélemnites et de Lamellibranches qui, com-

parées à la faune de *Harpoceras Murchisonæ* en Souabe, en Bade, à Schaffhouse et en Alsace, à Gundershoffen, semble autoriser l'assimilation que nous faisons. Il faut citer : *Belemnites spinatus* Qu., *Pecten pumilus* Lam., *Pecten textorius* Schloth., *Pholadomya Voltzi* Ag., *Pholadomya reticulata* Ag.

Zone à *Harpoceras concavum*. — La couche marno-sableuse, banc de passage de $0^m,50$, tenant encore, par le fer et le sable, de la formation ferrugineuse, présente la faune suivante : *Harpoceras concavum* Sow., *Ludwigia rudis* Buckm., *Ludwigia Lucyi* Buckm., *Ludwigella carinata* Buckm., *Ludwigella rugosa* Buckm., *Lioceras ambiguum* Buckm., *Lioceras fallax* Buckm. C'est l'horizon à *Harpoceras concavum*. Puis vient l'horizon à *Hyperlioceras discites* et *Inoceramus polyplocus*, caractérisé par le changement de nature du sédiment, qui devient décisif dans les marnes micacées, niveau infaillible, qui détruit les derniers vestiges de la formation ferrugineuse. *Harpoceras concavum* et le groupe qui l'accompagne ont déjà disparu; on rencontre *Hyperlioceras discites* Waagen et *Inoceramus polyplocus* Roem., l'une des rares espèces de Lamellibranches qui se distinguent par une extension verticale restreinte et une propagation latérale des plus étendues. La place de cet horizon est bien indiquée entre les horizons à *Harpoceras concavum* d'une part et *Sonninia Sowerbyi* d'autre part, par les auteurs anglais, en Angleterre, par L. Brasil, en Normandie, et par Steuer, dans l'Allemagne septentrionale.

Maintenant que la constitution de l'étage Aalénien dans le Grand-Duché de Luxembourg, région de l'Est du bassin de Paris, où la série est la plus complète, semble nettement établie, il sera possible, en partant de ce point, d'en suivre les variations vers l'ouest, le long de l'Ardenne, et vers le sud.

ACTINOMÉTRIE. — *Sur le rayonnement diurne de l'atmosphère au mont Blanc.* Note de M. **A. Boutaric**, présentée par M. J. Violle.

1. *Rayonnement par temps clair.* — J'ai montré [1], par des expériences faites à Montpellier, qu'une surface noire, abritée des rayons solaires directs et tournée vers le zénith, se refroidit, même pendant le jour, lorsque le ciel est parfaitement pur : les échanges entre la surface noire et l'atmos-

[1] A. Boutaric, *Thèse*, Paris, 1918, p. 168, et *Annales de Physique*, 9e série, t. **10**, 1918, p. 82.

phère se traduisent par un rayonnement résultant dirigé de la surface noire vers l'atmosphère.

M. J. Vallot (¹) a fait la même constatation au mont Blanc et évalué ce qu'il appelle la *radiation* I_c *de la voûte céleste.*

Du 30 juillet au 7 août 1921, j'ai repris, à l'Observatoire Vallot du mont Blanc (4350ᵐ), les expériences que j'avais effectuées antérieurement à Montpellier au moyen d'une pile thermo-électrique de Melloni reliée, soit à un galvanomètre à cadre mobile du type Deprez-d'Arsonval, soit au galvanomètre inscripteur qui me servait à enregistrer le rayonnement nocturne. La pile était disposée verticalement, un groupe de soudures A étant dirigé vers le zénith (de manière à rayonner suivant les directions d'un cône d'axe vertical et de faible ouverture), l'autre B vers une lame brillante de métal, de faible pouvoir émissif, dont la température était celle de l'atmosphère au lieu de l'expérience (²).

Dans ces conditions, le galvanomètre accuse un refroidissement des soudures A; et les courbes enregistrées par le galvanomètre inscripteur montrent que le rayonnement résultant de ces soudures vers l'atmosphère est du même ordre de grandeur que pendant la nuit.

On peut étalonner la pile thermo-électrique en comparant, pendant la nuit, les déviations du galvanomètre avec les indications de l'actinomètre d'Angström : une déviation de 1^{mm} sur l'échelle du galvanomètre correspondait à un rayonnement de 0,0078 cal-g par minute et centimètre carré. La valeur moyenne des déviations observées pendant le jour, à 13^h35^m (temps solaire vrai) étant $22^{mm},5$, on en déduit, pour le rayonnement résultant d'une surface noire vers l'ensemble de l'atmosphère (la région située dans la direction du soleil exceptée) :

$$0,0078 \times 22,5 = 0,175 \text{ cal-g par centimètre carré et par minute } (^3).$$

Par une méthode indirecte, M. J. Vallot avait évalué ce rayonnement à

0,19 cal-g à 13^h,
0,16 cal-g à 14^h.

L'accord entre nos résultats est excellent.

2. *Rayonnement par temps couvert.* — Dès que des nuages apparaissent

(¹) J. Vallot, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1337.

(²) Un écran fixé sur la monture de la pile empêchait la lame de métal, placée sous les soudures B, de rayonner vers l'atmosphère.

(³) La température moyenne de l'air était 0° C. et l'état hygrométrique 0,55.

dans le ciel, ou qu'un brouillard se forme dans l'atmosphère, le rayonnement résultant entre la surface noire et l'atmosphère change de sens : la surface noire s'échauffe.

Ainsi, le 2 août, vers 15^h40^m, en plein brouillard, la surface noire recevait 0,340 cal-g par centimètre carré et par minute. Le 3 août, vers 15^h40, également en plein brouillard et quelques minutes avant une chute abondante de neige et de grêle, la chaleur reçue était 0,134 cal-g par centimètre carré et par minute.

3. *Rayonnement lumineux du ciel.* — En disposant, au-dessus de la pile thermo-électrique, une lame de verre, qui laisse seulement passer les radiations de courte longueur d'onde, les échanges entre les soudures A et l'atmosphère se traduisent par un gain de chaleur des soudures. Les quelques mesures faites fixent l'ordre de grandeur du rayonnement lumineux envoyé par l'ensemble de l'atmosphère (la région située dans la direction du soleil exceptée) à :

0,052	cal-g par minute	et par centimètre	carré à	$11^h.15^m$
0,019	»	»	»	14.25
0,000	»	»	»	16.15

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à la station du Val-Joyeux à Villepreux (Seine-et-Oise) au 1er janvier* 1922. Note de M. **Ch. Dufour**, présentée par M. Daniel Berthelot.

Les observations magnétiques ont été continuées en 1921 à la station du Val-Joyeux, rattachée actuellement à l'Institut de Physique du Globe de l'Université de Paris, dans les mêmes conditions que les années précédentes.

Les valeurs des éléments magnétiques au 1er janvier 1922 résultent de la moyenne des valeurs horaires relevées au magnétographe Mascart le 31 décembre et le 1er janvier et rapportées à des mesures absolues faites par M. J. Itié le 31 décembre et le 2 janvier.

La variation séculaire des différents éléments est déduite de la comparaison entre les valeurs actuelles et celles qui ont été données pour le 1er janvier 1921 [1].

[1] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 167.

Valeurs absolues et variation séculaire des éléments magnétiques à la station du Val-Joyeux.

(Latitude : 48°49′16″; longitude : 2°0′52″ E. Gr.)

	Valeurs absolues pour l'époque 1922, 0.	Variation séculaire.
Déclinaison	12°37′1	−11′4
Inclinaison	64°40′1	−1′7
Composante horizontale	0,19665	0,00000
» verticale	0,41541	−0,00054
» nord	0,19190	+0,00014
» ouest	0,04296	−0,00064
Force totale	0,45961	−0,00048

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence d'un glucoside à essence dans les tiges foliées et les racines du* Sedum Telephium *L.* Note de M. **Marc Bridel**, présentée par M. L. Guignard.

Le *Sedum Telephium* L. est une plante de la famille des Crassulacées que l'on rencontre communément à la lisière des bois humides. Dans les Vosges, il fleurit au mois d'août, et c'est à cette époque qu'on l'a récolté, en 1920, aux environs de Remiremont et, en 1921, aux environs de Belfort.

Le premier essai biochimique a été fait d'abord sur les racines récoltées en 1920, et c'est cet essai qui nous a indiqué la présence, dans ces racines, d'un glucoside en quantité suffisante pour que son extraction puisse être tentée.

En 1921, nous avons fait un essai sur les tiges foliées et un essai sur les racines, et ce sont ces deux essais dont nous donnons ici les résultats. Le *Sedum Telephium* L., comme toutes les Crassulacées, renferme, dans tous ses organes, une très forte proportion d'eau. Il ne fournit que 3^g environ d'extrait, soluble dans l'eau, pour 100^g. C'est pourquoi l'essai biochimique a été effectué sur un liquide dont 100$^{cm^3}$ correspondaient à 200^g d'organe frais, au lieu de 100^g comme on a l'habitude de le faire.

Tiges foliées.

Rotation initiale ($l=2$)	+15′
Sucre réducteur initial (pour 100$^{cm^3}$)	3^g,024

Remarquons la forte quantité de sucre réducteur initial qui représente près de 50 pour 100 de l'extrait. On a obtenu avec l'invertine les résultats suivants :

Rotation après action de l'invertine	−14′
Sucre réducteur après action de l'invertine	3^g,324

Soit la formation de 0g,300 de sucre réducteur pour un changement de déviation de 29′, ce qui concorde avec les chiffres que donne le sucre de canne, à l'hydrolyse.

L'action de l'émulsine a donné les résultats suivants :

	Rotation ($l=2$).	Sucre réducteur (pour 100cm³).
	′	g
Après 24 heures	+10	3,600
» 10 jours	+19	3,786
» 24 »	— 5	3,923
» 45 »	— 5	3,923

En 24 heures, on a constaté un retour de la déviation, vers la droite, de 24′ et la formation de 0g,276 de sucre réducteur, soit un indice de 690. En outre, le liquide dégageait alors une odeur très nette de rose qu'il ne présentait pas avant l'action du ferment. L'émulsine a donc hydrolysé un principe glucosidique donnant naissance à un produit odorant.

A partir du 10e jour, il y a eu un recul de la déviation vers la gauche qui a été de 24′ du 10e au 24e jour. Il s'était formé corrélativement 0g,137 de sucre réducteur. L'émulsine a donc agi ici sur un principe différent du premier principe glucosidique, puisque, dans les premiers jours, on a constaté un changement de déviation vers la droite et, à partir du 10e jour, un changement de déviation vers la gauche. Bourquelot et moi, nous avons déjà observé des faits semblables dans l'essai des graines d'*Entada scandens* Benth., qui renferment un glucoside et un sucre, le raffinose, tous deux hydrolysables par l'émulsine, mais à des vitesses différentes.

Racines.

Rotation initiale ($l=2$)	−14
Rotation après action de l'invertine	−57
Rotation après action de l'émulsine	+53
	g
Sucre réducteur initial (pour 100cm³)	1,166
Sucre réducteur après action de l'invertine	1,640
Sucre réducteur après action de l'émulsine	2,701

La déviation initiale est gauche, alors qu'elle était droite dans les tiges foliées et la quantité de sucre réducteur est près de trois fois moindre.

Sous l'action de l'émulsine, il s'est dégagé une odeur de rose plus forte qu'avec les tiges foliées, le glucoside existant ici en bien plus forte proportion.

Le retour sous l'action de l'émulsine a été de 1°50′ et il s'est formé 1g,535 de sucre réducteur.

On a essayé d'extraire ce glucoside à essence dont la présence venait

d'être signalée par l'essai biochimique. Jusqu'ici, on n'a pas pu obtenir de produit cristallisé; mais un extrait incolore, purifié au cours de manipulations très longues, présentait les propriétés suivantes :

Le produit amorphe que l'on peut considérer comme le glucoside à peu près pur, est soluble dans l'eau et soluble dans le chloroforme. Son pouvoir rotatoire est de $[\alpha]_D = -28°,57$ ($p = 0,2800$; $v = 10$; $l = 2$; $\alpha = -1°36'$). En solution aqueuse, 1^g réduit comme $0^g,103$ de glucose.

Il est hydrolysé par l'acide sulfurique à 3 pour 100, à $+105°$. Il se fait une huile rougeâtre qui se réunit à la partie supérieure du liquide. A l'ouverture du tube, il se dégage une odeur aromatique rappelant celle de l'eucalyptol ou du terpinéol.

Sous l'action de l'émulsine, il se fait très rapidement un précipité blanc nacré, en même temps qu'il se développe une odeur aromatique agréable rappelant celle du géraniol. Des gouttelettes huileuses se réunissent ensuite à la partie supérieure du liquide. Le principe odorant est soluble dans l'éther qui laisse, à l'évaporation, un produit huileux à odeur de géraniol.

Le sucre réducteur formé en même temps que l'essence a été caractérisé comme glucose : on l'a combiné, sous l'action de l'émulsine, à l'alcool méthylique et l'on a obtenu des cristaux sur amorce de méthylglucoside-β.

La différence d'odeur que l'on observe dans l'hydrolyse sulfurique et dans l'hydrolyse fermentaire permet de penser que le glucoside du *Sedum Telephium* L. fournit un principe odorant voisin du géraniol. On sait en effet que le géraniol et les corps de la même famille ont la propriété de s'isomériser très facilement, à chaud, en présence des acides, en donnant des produits terpéniques : eucalyptol, terpinéol, etc. Ici l'odeur d'eucalyptol que 'on observe dans l'hydrolyse sulfurique est due à l'action isomérisante de l'acide sur le principe fourni par le glucoside et qui possède une odeur de géraniol.

BIOLOGIE. — *Influence des radiations solaires sur la culture de la Belladone et la formation des alcaloïdes dans les feuilles.* Note de MM. **A. Goris** et **H. Deluard**, présentée par M. Guignard.

Nous nous sommes proposé d'étudier l'influence des radiations solaires sur le développement de la Belladone et la formation des alcaloïdes dans cette plante.

Pour éviter les causes d'erreur dans l'interprétation des résultats, nous nous sommes placés dans des conditions toujours identiques, ne faisant varier que l'exposition aux radiations lumineuses, de façon à rendre négli-

geables les modifications apportées par les autres facteurs (nature du terrain, humidité, etc.).

L'expérience a été faite sur des pieds développés en 1920 et sur des plants obtenus par semis en mars dernier. Une première partie des sujets a été exposée en plein soleil; une seconde partie, six semaines à l'ombre, puis six semaines au soleil; la troisième a été ombragée jusqu'à la récolte. Celle-ci a été faite, pour chaque lot, à l'apparition de deux ou trois fleurs sur chaque pied.

Trois récoltes ont été faites dans l'espace de trois mois sur les vieux plants, deux sur les jeunes plants exposés au soleil, une seule sur les lots restés à l'ombre.

La teneur en alcaloïdes et le rendement en extrait ont été déterminés sur des feuilles de la même année, séchées, pulvérisées et tamisées sans résidu. Le dosage des alcaloïdes a donné les résultats suivants rapportés à 100^g de feuilles sèches :

Pour les feuilles poussées au soleil, la moyenne a été de $0^g,65$ pour 100 d'alcaloïdes à la première récolte, de $0^g,52$ pour 100 à la deuxième;

Pour les feuilles mises à l'ombre, puis au soleil, la moyenne a été de $0^g,42$ pour 100 d'alcaloïdes;

Pour les feuilles restées à l'ombre, la moyenne a été de $0^g,39$ pour 100 d'alcaloïdes.

Il semble donc que l'insolation favorise la formation des alcaloïdes dans les feuilles de Belladone.

Son action est plus manifeste encore sur le développement de la plante.

Les lots des jeunes plants placés au soleil ont donné deux récoltes en trois mois; les lots ombragés n'en ont donné qu'une. Les vieux pieds exposés au soleil ont donné trois récoltes, de mai à septembre. Les lots restés six semaines à l'ombre et recevant ensuite la lumière solaire n'ont atteint leur maturité qu'en trois mois.

La quantité de feuilles sèches récoltées par pied de chaque lot est également plus forte pour les pieds placés au soleil. Ceux-ci fournissent en moyenne 15^g de feuilles sèches; les pieds ombragés en donnent seulement 9^g.

Si l'on considère la récolte totale, les récoltes faites au soleil sont le triple et même le quadruple de celles obtenues à l'ombre.

Comme, d'autre part, la teneur en alcaloïdes des feuilles ensoleillées est environ le double de la teneur en alcaloïdes des feuilles ombragées, il s'ensuit qu'une plante cultivée au soleil fournit une quantité d'alcaloïdes sept à huit fois supérieure à la quantité que fournit une plante ombragée.

Le rendement en extrait sec subit lui aussi des variations, qui semblent, au premier examen, moins directement soumises à l'action du soleil, un lot ombragé donnant parfois un pourcentage aussi fort que son voisin placé au soleil. Mais si l'on tient compte de la quantité de feuilles produites par les pieds de Belladone ensoleillés, on retrouve la même différence en faveur de l'influence solaire.

En résumé, l'action de la lumière solaire directe favorise la production des feuilles de Belladone. A poids égal, ces feuilles renferment sensiblement la même quantité d'extrait sec, mais la proportion d'alcaloïdes est plus élevée dans les feuilles développées au soleil que dans les feuilles poussées à l'ombre.

L'importance du rôle des radiations solaires est surtout mise en évidence par la comparaison des quantités de feuilles, d'extrait et d'alcaloïdes obtenus au cours d'une année.

ENTOMOLOGIE. — *Quelques vues nouvelles sur la Systématique des* Melanargia (*Lépidoptères :* SATYRIDÆ). Note de MM. **Ch. Oberthür** et **C. Houlbert**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les recherches que nous poursuivons depuis une dizaine d'années nous ont montré que, pour certaines familles de Rhopalocères, tout au moins, les caractères génériques les plus importants, les plus fixés, étaient fournis *par le dessin des ailes inférieures, en dessous.* Une importante application de cette règle a déjà été faite par l'un de nous pour la distinction des genres *Catagramma*, *Callicore* et *Perisama*. Avec le secours de l'expérience acquise, nous avons essayé d'appliquer les mêmes vues aux espèces du genre *Melanargia ;* nous exposons ainsi qu'il suit les résultats obtenus.

Le rapprochement méthodique des 40 et quelques espèces ou variétés, représentées dans la collection Ch. Oberthür par un nombre d'exemplaires qui n'est pas inférieur à 6800, nous a permis de former quatre groupements que nous considérons comme quatre excellentes unités systématiques.

I. Examinons tout d'abord *Mel. Halimede* Menétr.; nous trouvons, aux ailes inférieures, les nervures noires, auxquelles s'ajoute, pour toute ornementation, une petite moucheture de même couleur (*fig.* 1), perpendiculaire au bord antérieur de l'aile ; en avant de la frange, la ligne marginale est double.

II. Prenons maintenant *Mel. Arge;* l'aile inférieure nous montre, en plus des nervures, *un ensemble de lignes obliques* formant deux arcs irrégu-

liers (*fig.* 2), l'un en dehors, l'autre en dedans de la cellule discoïdale; ligne marginale double.

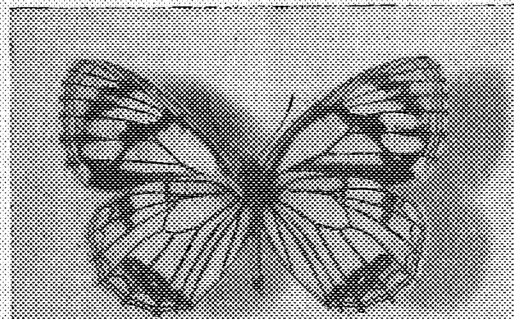


Fig. 1. Genre *Halimede.*

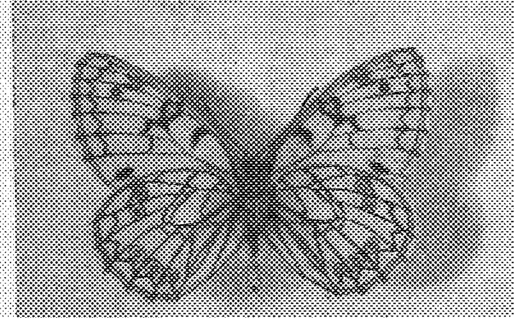


Fig. 2. Genre *Melanargia.*

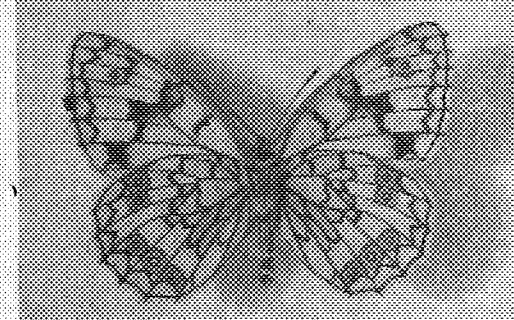


Fig. 3. Genre *Parce.*

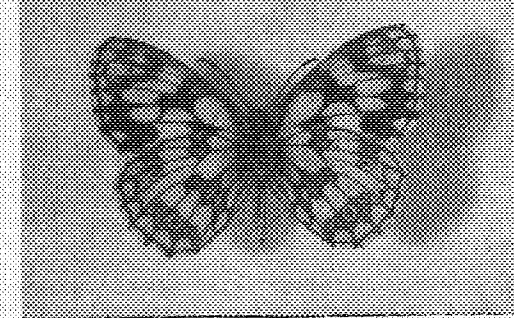


Fig. 4. Genre *Lachesis.*

A côté d'Argé, possédant le même dessin, nous devons placer *Pherusa Syllius* et *Ines.*

III. Avec *Mel. Parce*, nous trouvons, aux ailes inférieures, un troisième schéma décoratif (*fig.* 3); le champ discoïdal est recouvert par un système de compartiments polygonaux bordés de noir nettement allongés; ligne marginale simple. A côté de *Parce*, dans ce troisième groupement, nous devons placer *Titea*, *Japygia*, *Larissa* et *Lucasi*.

IV. Notre espèce française *Galathea*, avec sa congénère *Lachesis*, montre un dessin du même type que *Parce*; les compartiments sont peu allongés et recouverts d'écailles brunes (*fig.* 4).

Conclusions. — Ces quatre groupements présentent des caractères absolument constants; nous n'hésitons pas à les considérer, dans la nature actuelle, comme quatre unités génériques distinctes. Avec le nom collectif *Melanargia*, nous instituons une nouvelle tribu, la tribu des *Melanargiini*, équivalente à celle des *Satyrini*.

En attribuant, ainsi que ces modifications nous y obligent, un nom spécifique nouveau à chaque type, nous aurons :

Famille : SATYRIDÆ. Tribu : Melanargiini.	1er Genre : HALIMEDE Obthr.-Houlb. auquel nous attribuons le nom d'*Asiatica* : *Halimede asiatica* Obthr.-Houlb.
	2e Genre : MELANARGIA Obthr.-Houlb. (Type : *M. Arge* Sulz.).
	3e Genre : PARCE Obthr.-Houlb. (Type : *P. fergana* Obthr.-Houlb.)
	4e Genre : LACHESIS Obthr.-Houlb. (Type : *L. ruscinonensis* Obthr.-Houlb.)

La règle, relative au schéma décoratif de l'aile inférieure, qui nous permet de subdiviser l'actuel genre *Melanargia* en quatre coupes génériques nouvelles, n'est pas un cas particulier de la systématique; cette règle est d'une portée très générale et peut s'appliquer à un grand nombre de groupes parmi les Rhopalocères : notamment à beaucoup de *Nymphalidæ*, aux *Satyridæ*, aux *Lycænidæ*, etc.

PHYSIOLOGIE. — *Sur le déterminisme des caractères sexuels chez les Tritons.* Note de M. CH. CHAMPY, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans deux Notes récentes [1] M. Aron essaie de démontrer que les caractères sexuels des tritons sont déterminés par le tissu glandulaire du testicule. Ce tissu découvert par Pérez, et que j'ai étudié en détail en le comparant, à la légère d'ailleurs, à une glande endocrine, se développe ici temporairement d'avril à juillet environ. Les observations faites par Aron sur *T. cristatus* étant en contradiction avec mes observations sur

(1) *Comptes rendus*, t. 137, 1903, p. 57; *C. R. Soc. Biol.*, t. 85, p. 482.

T. alpestris (¹), je ne pense pas qu'il existe de telles variations spécifiques. Si je ne me suis servi que du *T. alpestris*, j'ai en effet étudié toutes les espèces indigènes, et s'il est entre elles des différences, la règle de l'indépendance entre le tissu adipeux et la parure de noces est générale.

Triton cristatus a spécialement retenu mon attention à cause de sa grande taille et de la beauté de ses caractères. Je l'ai rejeté, car sa parure est extrêmement sensible à des conditions dont on n'est pas maître, et d'ailleurs indépendantes du testicule, ce qui enlève beaucoup de valeur à toutes les expériences, notamment à celles comportant traumatisme (²). J'en dirai autant de *T. punctatus*.

Les raisons sur lesquelles Aron se base sont les suivantes :

1° *Avant la puberté* (?), *pas de crête et pas de tissu adipeux :* Cela ne prouve rien ; qu'est-ce d'ailleurs que la puberté des tritons ?

2° *Coïncidence entre l'apparition de la crête et celle du tissu glandulaire :* Ce serait une présomption non une preuve, mais c'est une erreur complète ; chez cette espèce comme chez les autres, la parure de noces apparaît au complet avant qu'il n'y ait de tissu glandulaire, et l'on peut la révéler expérimentalement bien plus tôt encore. Les faits que j'ai signalés et qui résultent d'une dizaine d'années d'observations sont basés sur plus de cent autopsies et *un seul suffirait* à anéantir l'explication de M. Aron.

3° *Coïncidence dans la régression du tissu adipeux et de la parure de noces :* Ceci est un fait exact en gros, bien qu'il y ait quelques variantes de détail. Je l'ai soigneusement examiné en conditions diverses ; il indique seul

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 482. Le travail détaillé paraîtra prochainement dans les *Archives de Morphologie*.

(²) On peut en 15 jours obtenir une régression de la crête de moitié par la simple captivité, pas même très étroite. Une alimentation un peu insuffisante peut donner une régression des trois quarts dans le même temps. La station terrestre influe grandement. Toutes ces influences sont d'ailleurs très irrégulières ; comment dans ces conditions expérimenter de façon convenable, même avec toutes les précautions ? Les expériences de Bresca sont de ce fait entachées de grosses causes d'erreur.

Il arrive que chez *T. cristatus* mal nourri la crête régresse à mesure que le tissu glandulaire se développe, ce qui est nettement contraire à la théorie d'Aron, mais très facile à interpréter : c'est parce que le jeûne entraîne résorption des spermatozoïdes et que cette résorption provoque la formation de graisse. (Pérez et moi-même.) La crête renferme d'ailleurs : 1° un élément stable persistant toute l'année ; 2° un élément variable : grand développement au printemps. L'élément stable est influencé par la castration, ce qui est contraire à la théorie d'Aron, car il se montre aussi dépendant du testicule, mais non du tissu adipeux qui est temporaire.

lement que l'hormone testiculaire qui apparaît avec les spermies mûres survit peut-être un certain temps à leur disparition et reste peut-être fixée dans ce tissu adipeux (encore ce n'est pas absolument sûr). Cela n'est pas très étonnant, pour peu qu'on ne raisonne pas exclusivement en morphologiste, car ce tissu adipeux provient de la transformation des spermies qui se montraient actives. Les expériences de galvano-puncture d'Aron confirment seulement là-dessus les faits d'évolution et ne montrent rien de plus.

On ne peut d'ailleurs plus, après les faits révélés par Pézard chez les Oiseaux notamment, considérer les caractères sexuels secondaires comme un bloc, car on sait qu'ils peuvent avoir des déterminismes différents. C'est précisément ce qui a lieu chez les tritons où des distinctions sont nécessaires et où la confusion créée par la classification ancienne des caractères sexuels ne peut qu'induire en des erreurs importantes ([1]).

L'expérience naturelle de l'évolution annuelle, qui est ici la meilleure, est en contradiction formelle et irréductible avec la théorie d'Aron, et ses expériences, d'ailleurs interprétées par lui avec une idée préconçue, ne peuvent prévaloir contre ce fait.

On ne peut contester que la théorie d'Ancel et Bouin est complètement en défaut ici. Ce n'est d'ailleurs pas le seul cas. Les Anoures ne lui obéissent pas davantage, ainsi que me l'ont montré l'évolution annuelle et l'expérimentation. Les Oiseaux y échappent également, car il est impossible de de faire cadrer les résultats très sûrs de Pézard avec cette théorie, bien que l'auteur ne le dise pas explicitement.

Ce qui est plus sérieux, c'est que beaucoup de Mammifères y sont également réfractaires comme l'a fort bien vu Forgeot ([2]) et comme j'ai pu le vérifier. Il est certain que Bouin et Ancel, et surtout leurs élèves, ont un peu trop généralisé, sur de simples présomptions, les faits d'ailleurs très intéressants qu'ils ont établis expérimentalement sur quelques espèces; c'est-à-dire que l'*action hormonique du testicule survit dans certains cas à la régression ou à la résorption des éléments de la spermatogénèse; cela seul est prouvé* et cela paraît, sinon constant, du moins assez général : les tritons en sont un exemple. Les nombreuses expériences de greffes l'ont amplement vérifié. *On n'a jamais prouvé que les cellules séminales n'aient aucune action* et mes expériences sur les tritons indiquent nettement qu'elles en ont une.

([1]) Il y a des caractères comme l'aplatissement vertical de la queue qui sont indépendants de la glande génitale.

([2]) *Journal de Médecine vétérinaire et de Zootechnie.*

MÉCANIQUE ANIMALE. — *Mesure de la surface cutanée du cheval.* Note de M. **B. Roussy**, présentée par M. Ch. Richet.

Dans plusieurs publications antérieures, j'ai montré comment se calcule exactement et rapidement la surface du corps de l'homme.

Bien que je fusse convaincu que cette méthode est générale, c'est-à-dire applicable à tous les corps mesurables, vivants ou non, ainsi qu'à l'homme, néanmoins je tenais à l'expérimenter sur les quadrupèdes et avant tout sur le cheval.

Mes recherches ont porté sur un petit cheval artificiel de 14^{dm^3}, très maniable, bien conformé et proportionné.

Sa surface, moins celle des oreilles, de la queue et des faces plantaires des quatre sabots, a été divisée en 54 figures géométriques (rectangles, triangles, trapèzes, etc.), dont les aires, mesurées et additionnées ont donné la somme (S) de $53^{dm^2},13$.

Les oreilles, considérées comme quatre triangles, la queue (sans ses crins) comme un cône droit, les faces plantaires des sabots comme quatre demi-cercles, mesurées séparément, chacune par le procédé classique correspondant, ont donné une surface totale (s) de 142^{cm^2}, qui, ajoutée à la surface (S), fait une surface totale (S^{totale}) de $54^{dm^2},55$.

Recherchée de nouveau, par ma méthode originale de contrôle, qui consiste à faire, sur l'animal, une peau artificielle que l'on détache et étale, par fragments numérotés, sans pli, sur un plan, puis à planimétrer ces fragments, photographiés ou non, cette même surface a été trouvée égale à $52^{dm^2},78$, et à $54^{dm^2},20$ avec les 142^{cm^2} (s).

La moyenne des deux grandes surfaces (S + S) est de $52^{dm^2},995$ et celle des quatre surfaces $(S+s)+(S+s)$ de $54^{dm^2},37$, surface totale (S^{totale}) considérée comme la plus rapprochée de la réalité, sinon comme la réalité même.

Ce fait paraissant suffisamment bien établi, j'ai mesuré la même surface en appliquant la *loi géométrique* $S = H^p_m \times P_m$, trouvée en mesurant la surface du corps de l'homme, *loi* qui, je le rappelle, consiste à *multiplier le périmètre moyen* (P_m) *de son corps par sa hauteur périphérique moyenne* (H^p_m)

Le simple examen de la figure ci-après permettra de bien comprendre les processus de la méthode qui a conduit à dégager cette *loi géométrique.*

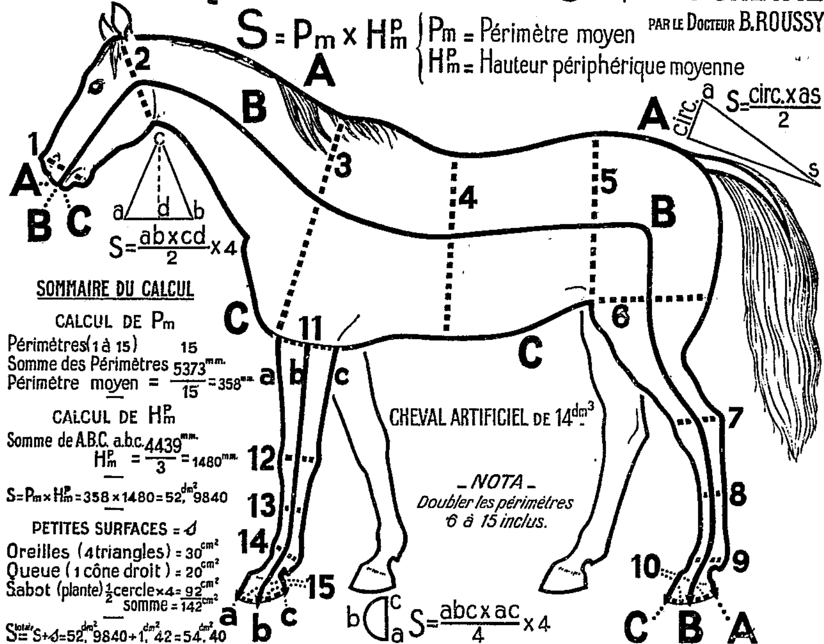
Détermination du périmètre moyen P_m. — Avec un ruban métrique souple de précision, convenablement appliqué, mesurer les périmètres des contours alternativement les plus rétrécis et les plus renflés de la tête, du cou, du tronc, d'un membre postérieur et d'un membre antérieur, comme l'indiquent les lignes pointillées.

On obtient 15 périmètres numérotés de 1 à 15.

Les périmètres 10 et 15 contournent le bord inférieur des deux sabots de gauche.

Pour tenir compte des deux autres membres, doubler les périmètres 6 à 15 inclus. La somme des 15 périmètres, 5373^{mm}, étant divisée par leur nombre (15), donne le périmètre moyen, P_m, égal à 358^{mm}.

Détermination de la hauteur périphérique moyenne H^p_m. — En suivant toutes les sinuosités de la peau, mesurer les grandes lignes de profil, A, C et la ligne B figurée sur le milieu de la face latérale de l'animal, puis les trois petites lignes *a*, *b*, *c* de la jambe antérieure gauche.



La somme de ces six lignes (4439^{mm}, dans le cas particulier), étant divisée par 3 (diviseur commun des deux séries de lignes), donne la *hauteur périphérique moyenne* H^p_m, égale à 1480^{mm}.

La surface, S, du cheval est égale à $P_m \times H^p_m = 358 \times 1480 = 52^{dm^2}, 98$.

Ce résultat étant très suffisant, on pourrait s'y tenir.

Mais, bien qu'elles soient négligeables, si l'on préfère, comme cela a, du reste, été fait plus haut, ajouter la somme 142^{cm^2} (*s*) des petites surfaces des oreilles, queue, plantes des sabots, on obtient la surface *totale* (S^{totale}) de $54^{dm^2}, 40$.

Tous les résultats sont donc parfaitement concordants. Ils ne diffèrent que de 3^{cm^2} seulement.

Je poursuis ces études de *métrostatique anatomique* afin d'établir un *canon* morphologique, anatomique et physiologique, qui serait très nécessaire, ainsi que de démontrer l'existence d'une *géométrie du corps de l'homme et des animaux*.

PHYSIOLOGIE. — *L'acuité auditive et l'aptitude au service militaire.* Note de M. **Marage**, présentée par M. R. Bourgeois.

Il est très important de pouvoir déterminer exactement la perte d'audition, soit que l'on ait affaire à des malades, soit que l'on se trouve en présence de soldats dont les rôles sont très divers suivant les fonctions et les grades qu'ils occupent dans l'armée.

Je vais d'abord déterminer ce que l'on peut appeler *oreille fine* et *oreille normale*.

Je me sers de l'appareil de synthèse des voyelles que j'ai fait construire en 1899; sa description se trouve dans le *Bulletin de la Société française de Physique* (1900).

Oreille fine. — On opère avec les voyelles fondamentales *ou*, *o*, *a*, *é*, *i*; la pression de l'air est mesurée avec un manomètre métallique gradué en $\frac{1}{10}$ de millimètre d'eau.

A un mètre de distance dans un espace clos de 18^{m^3} à l'abri des bruits extérieurs, une très bonne oreille commence à entendre les vibrations sous les pressions suivantes :

ou	*o*	*a*	*é*	*i*
1^{mm}	0,5	0,4	0,2	0,1

A 5^m dans une chambre plus grande les résultats sont :

	ou	*o*	*a*	*é*	*i*
	3,5	1	1	0,4	0,2
à 10^m :					
	ou	*o*	*a*	*é*	*i*
	20	8	6	5,5	3

Si l'on représentait graphiquement les résultats en prenant pour ordonnées les pressions d'air et pour abscisses les diverses voyelles, l'acuité auditive ne serait donc pas représentée par une ligne horizontale.

Oreille normale. — Mais on constate, en pratique, qu'une oreille quelconque non malade entend bien tous les sons voyelles lorsque placée dans une chambre close isolée de 18^{m^3} de volume dont les murs sont sans tenture et dans laquelle il n'y a que deux personnes (¹), ces sons voyelles sont émis sous une pression de 1^{mm} d'eau.

On peut donc convenir d'appeler *oreille normale* celle qui, placée

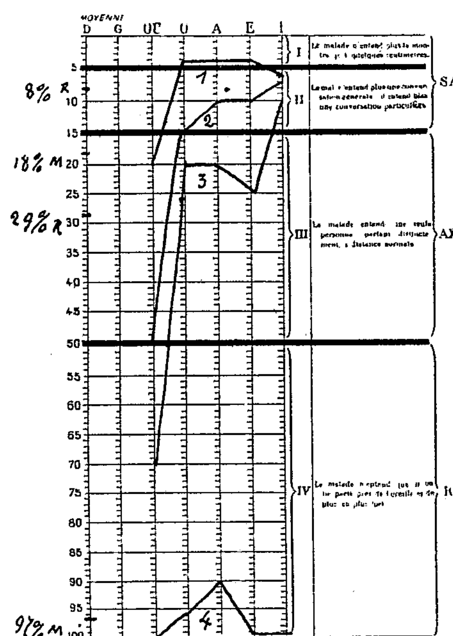
(¹) Une personne a un pouvoir absorbant de 0,75 par rapport à une fenêtre ouverte de 1^{m^2} prise pour unité.

à 1^{m} de distance de l'appareil producteur du son, entend les voyelles fondamentales synthétiques sous une pression de 1^{mm} d'eau.

Une expérience de plus de 20 ans m'a prouvé que cette définition pouvait être regardée comme bonne et suffisante en pratique.

Application à l'Armée. — Pendant la guerre il s'agissait de déterminer rapidement, au point de vue auditif, la place que chacun devait occuper : service armé, service auxiliaire, réforme.

Pour cela, le manomètre pouvait indiquer des pressions de 0^{mm} à 200^{mm} d'eau parce que la pression maxima de l'air sortant des poumons pendant la phonation est 200^{mm}. Mais l'appareil ne portait des divisions que de 2^{mm} en 2^{mm} de manière qu'il était gradué de 0 à 100, ce qui permettait de lire immédiatement la perte de l'audition en pour 100.



AX, service auxiliaire; M, maintenu au régiment; R, réforme; SA, service armé. Les sujets 1 et 3 ayant perdu 8 °/o et 29 °/o d'audition ont été réformés. Les sujets 2 et 4 ont été maintenus, l'un comme artilleur, l'autre comme secrétaire.

Une perte d'audition de 15 pour 100 était compatible avec le service armé, et de 50 pour 100 avec le service auxiliaire.

J'ai indiqué, de plus, dans une Note antérieure, combien il était facile de démasquer d'une façon rapide et certaine les simulateurs et les exagérateurs (1).

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916.

J'ai réuni ainsi pendant les hostilités plus de cinq cents observations.

Mais depuis la paix je me suis demandé si j'avais eu raison de proposer pour la réforme tous ceux ayant perdu plus de 50 pour 100 d'audition.

Si l'on se place au point de vue de la justice stricte, la méthode que j'emploie est à l'abri de toute critique et chacun est mis à la place qu'il doit remplir.

Mais au point de vue pratique j'ai changé d'opinion en suivant depuis la paix les réformés.

Ils sont tous arrivés à se tirer très bien d'affaire et à gagner même de gros salaires; évidemment beaucoup d'entre eux ont dû changer de métier, mais ces métiers ils auraient pu les faire dans l'armée et continuer à rendre des services comme tailleurs, cordonniers, menuisiers, forgerons, ajusteurs, cuisiniers, etc. Ceux qui avaient des positions libérales auraient pu servir de dactylographes, même de secrétaires.

Conclusion. — Actuellement il y a pénurie d'hommes et chacun doit être employé en temps de guerre suivant ses capacités. Je suis donc d'avis que la surdité ne devrait plus être une cause de réforme, un sourd étant tout à fait capable de rendre des services à l'armée.

Cette expérience a du reste souvent été faite de 1914 à 1918, car il n'était pas rare de voir garder comme secrétaire des hommes ayant perdu plus de 50 pour 100 d'audition (voir les tracés) et comme cuisiniers, ouvriers, menuisiers ou mécaniciens des soldats ayant perdu toute audition aérienne, c'est-à-dire 100 pour 100.

Ces décisions amenaient naturellement des protestations; elles étaient injustes en tant que ne traitant pas également les individus; elles étaient justes si l'on se plaçait au point de vue de la sécurité nationale.

Le meilleur moyen pour respecter la justice, tout en sauvegardant l'intérêt du pays, est donc de supprimer comme je le disais plus haut, la surdité comme cause de réforme.

CYTOLOGIE. — *Influence de la pression osmotique sur la division cellulaire.* Note (¹) de M. J. **Dragoiu**, présentée par M. F. Henneguy.

Nous avons décrit dans deux Notes précédentes (²) une série de phénomènes représentant des altérations cytologiques progressives que subissent

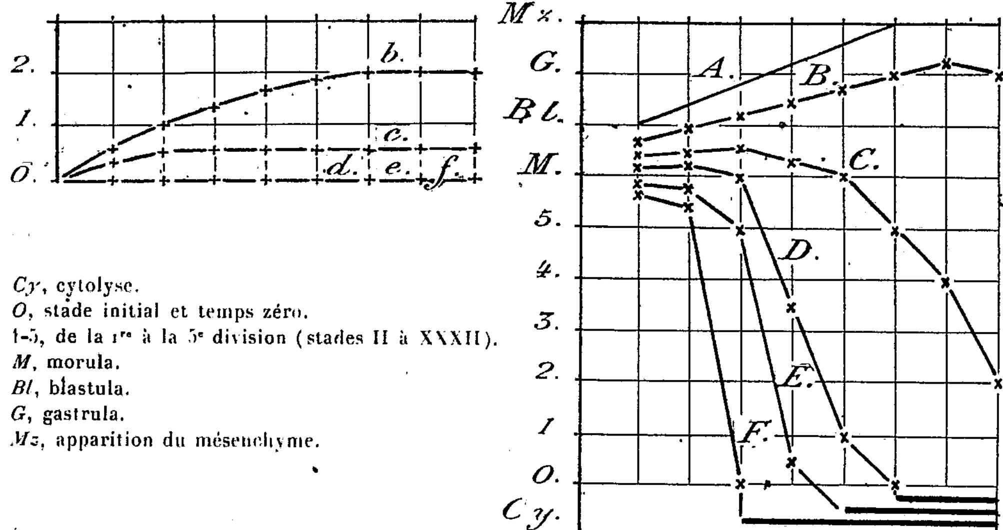
(¹) Séance du 9 janvier 1922.

(²) Vlès et Dragoiu, *Sur la pression osmotique d'arrêt de la division cellulaire* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1127). — Dragoiu et Vlès, *Les conséquences cyto-*

les ovules d'oursins, soumis, après fécondation, à des pressions osmotiques croissantes.

Répétant ces expériences, mais en remettant les ovules après des temps déterminés dans l'eau de mer normale, pour voir jusqu'à quel point les altérations obtenues ont pu influencer le cycle évolutif de l'œuf, nous avons obtenu des résultats qui précisent et complètent les expériences citées dans notre Note.

Les expériences ont été conduites de la manière suivante : Après fécondation, les œufs



sont suivis pendant 1 heure à 1 heure 10 minutes, jusqu'à l'apparition du diaster de la première division (anaphase). Ce point, considéré comme stade initial et comme temps zéro, constitue le point de départ de l'évolution de cinq lots d'œufs. A partir de ce moment, les œufs sont portés dans des solutions hypertoniques (solution isoélectrolytique d'eau de mer additionnée de saccharose) de concentrations différentes, correspondant à des pressions osmotiques de 30, 35, 40, 45 et 50 atm.

Sur chacun de ces lots, une certaine quantité d'œufs est prélevée avec une pipette, à intervalles réguliers : 30 minutes, 1 heure, 1 heure 30 minutes, 2 heures, 2 heures 30 minutes, 3 heures, 3 heures 30 minutes, et 4 heures. Chaque fois, la moitié des œufs prélevés est fixée immédiatement, tandis que l'autre moitié est remise dans l'eau de mer normale où ils continuent leur évolution.

---

logiques de l'arrêt osmotique de la division cellulaire (*Comptes rendus*, t. 172, 1921 p. 1210).

Les œufs fixés immédiatement au sortir de la solution hypertonique constituent les séries *b*, *c*, *d*, *e* et *f*, qui permettent de suivre les étapes évolutives de l'œuf dans la solution hypertonique et serviront de témoins, fixant le point de départ de l'évolution nouvelle des œufs remis dans l'eau de mer normale; ceux-ci constituent les séries B, C, D, E et F. Le lot d'ovules A est le témoin qui suit son évolution dans l'eau de mer normale ($\varpi = 25^{atm}$) entre 4 heures 30 minutes et 7 heures à partir du stade initial.

Dans les diagrammes ci-contre, nous avons pu échelonner les résultats obtenus sur ces deux catégories d'œufs et pour huit durées de temps.

Pour les séries qui ont séjourné dans les solutions hypertoniques $b = \varpi\, 30$, $c = \varpi\, 35$, $d = \varpi\, 40$, $e = \varpi\, 45$ et $f = \varpi\, 50$ atm, la ligne — indique la marche de l'évolution dans ces solutions, le signe + indique le point atteint après chaque durée de temps.

Pour les séries B, C, D, E et F (correspondant à *b*, *c*, *d*, *e* et *f*) qui ont été remis dans l'eau de mer normale, le signe × indique le stade atteint par ces ovules après chaque période de 4 heures de séjour dans l'eau de mer normale. Ces signes sont unis par une ligne qui facilite la lecture du diagramme.

Résultats. — 1° La pression osmotique de 30^{atm} est supportée jusqu'à 3 heures 30 minutes; l'évolution des œufs, après ce temps dans l'eau de mer normale, décroît un peu et subit un retard plus sensible par rapport au témoin A. L'anticipation de la division du noyau, par rapport au cytoplasma, est plus évidente après ce temps, quand la faculté de la division du cytoplasma commence à décroître.

2° L'évolution des œufs dans l'eau de mer normale, après une pression de 35^{atm} (30^m, 1^h, 1^h30^m), progresse. Le point atteint par les évolutions ultérieures (après traitement de 2 à 4 heures) descend jusqu'à la 2ᵉ division (stade IV). Bien que bloqué, dans les séries des œufs qui se trouvent dans la solution hypertonique, *le noyau reprend la faculté de se diviser* dans l'eau de mer normale, même après 3 heures 30 minutes de traitement hypertonique.

Il augmente de volume, devient vésiculeux, répartit régulièrement ses chromosomes entre les deux asters principaux, ou bien irrégulièrement entre ceux-ci et un ou deux asters accessoires voisins, si les irradiations de ces derniers contribuent à la formation des fuseaux nucléaires [1].

L'inégalité des blastomères, nucléés ou anucléés, semble être due à la présence des asters accessoires, qui influencent le plan de la segmentation.

3° La pression de 40^{atm} influe sur l'évolution après 1 heure de séjour dans

(1) Faits analogues ont été observés dans la parthénogenèse expérimentale par : WILSON, *Exp. studies in cytology* (*Arch. f. Ent. Mech.*, Bd 12 et 13). — HINDLÉ, *A cytological study of artificial parthenogenesis* (*Arch. f. Ent. Mech.*, Bd 31). — HERLANT : 1° *Sur la variation du volume du noyau de l'œuf activé* (*Comptes rendus*, t. 169, 1917) ; 2° *Mécanisme de la segmentation après le traitement par la solution hypertonique* (*Arch. Zool. Exp.*, t. 58, 1919).

la solution hypertonique. Le pouvoir de segmentation est plus réduit. Les chromosomes sont aglutinés après 3 heures ; les œufs restent bloqués au même stade que les témoins (*d*) malgré le séjour dans l'eau de mer normale. La surpression, continuée encore 30 minutes, détermine la cytolyse de l'ovule.

4° A la pression de 45^{atm}, les altérations sont plus précoces, les paquets chromatiques apparaissent 2 heures après le traitement hypertonique ; au delà survient la cytolyse.

5° A la pression de 50^{atm}, on voit les mêmes altérations dues au phénomène de blocage du noyau. Après 1 heure 30 minutes de traitement hypertonique, toujours suivi d'eau de mer normale, on observe la cytolyse immédiate de l'œuf.

Conclusions. — Comme nous l'avons vu dans un travail précédent et comme les expériences actuelles le confirment, le passage des œufs dans un milieu ayant une pression osmotique de $30\text{-}50^{atm}$ influence toujours leur division, et cela d'autant plus vite que la pression est plus forte.

Cette influence produit une série de dégradations en échelons réguliers, que nous avons décrits, touchant de plus en plus profondément la vie de la cellule. Si l'on remet dans l'eau de mer normale les œufs ayant été amenés par l'action de la pression osmotique à ces divers échelons de dégradations, on constate que, pour les premières, l'altération est réversible et que *l'œuf est capable de reprendre sa division normale*, tandis que, pour les derniers, le phénomène est irréversible et entraîne l'*incapacité de segmentation de l'œuf*.

Le début de l'irréversibilité du phénomène paraît placé entre le stade de concentration des asters et le stade de concentration des chromosomes en paquet, altération dont le résultat final est nécessairement la mort et la cytolyse.

Le paquet chromatique est un noyau définitivement mort.

MICROBIOLOGIE. — *La mort stérile des Chenilles infectées.*
Note de M. S. **Metalnikow**, présentée par M. F. Mesnil.

En étudiant l'action des différents microbes sur les chenilles de *Galleria mellonella*, j'ai observé souvent qu'un même microbe peut produire deux maladies différentes chez une chenille infectée. Si la chenille reçoit une petite dose ($\frac{1}{80}$ de centimètre cube d'une émulsion très diluée) de vibrion cholérique très virulent, elle meurt en 10-15 heures d'une septicémie très marquée. A partir de la quatrième heure, le sang de la chenille est rempli par des masses de vibrions cholériques qui envahissent tous les organes

internes. Quelques rares leucocytes et phagocytes sont vacuolisés et entourés par des amas de vibrions qui deviennent de plus en plus nombreux jusqu'à la mort.

L'évolution de la maladie est tout autre si la chenille est contaminée avec des cultures peu virulentes (culture *Choléra asiat.* S.). Il faut injecter des doses très considérables ($\frac{1}{40}$ de centimètre cube d'une émulsion épaisse) pour provoquer une maladie mortelle.

En examinant le sang des chenilles infectées, nous avons pu constater que la réaction phagocytaire est très faible et que la plus grande partie des vibrions restent libres, extra-cellulaires. Dès la deuxième-troisième heure, on observe un commencement d'altération de ces vibrions, tout au moins d'une partie d'entre eux. Les vibrions sont transformés en granules très typiques. C'est le phénomène de Pfeiffer que l'on trouve ordinairement chez les cobayes immunisés contre le choléra. Avec le temps, la bactériolyse devient de plus en plus intense. Vers la dix-douzième heure, on ne trouve plus de vibrions intacts. Tous les vibrions sont bactériolysés et digérés par les phagocytes. Mais la chenille n'est pas sauvée. Elle devient de plus en plus malade et meurt d'une intoxication, au moment où elle était sur le point d'être entièrement débarrassée des vibrions injectés dans son corps.

J'ai observé le même phénomène chez les chenilles ayant subi une injection de sarcines, qui sont peu virulentes pour les chenilles. Il faut en injecter une dose très considérable pour provoquer une maladie mortelle.

En étudiant les frottis du sang des chenilles infectées, j'ai observé que la réaction phagocytaire, qui est très faible au début, devient de plus en plus forte après quelques heures. Après 10 heures-15 heures, toutes les sarcines sont englobées par les phagocytes. Les phagocytes sont bourrés à tel point par les sarcines qu'ils sont devenus deux à trois fois plus grands que les phagocytes normaux. Il n'y a pas de bactériolyse ni de destruction des sarcines en dehors des cellules. Toutes les sarcines se trouvent englobées ou par les phagocytes isolés ou par des groupes de phagocytes. Beaucoup de sarcines sont digérées et transformées en un pigment brun. Mais cette phagocytose ne sauve pas la chenille infectée qui meurt 2 heures-3 heures après, stérilement, c'est-à-dire avec du sang qui ne contient plus de microbes libres.

J'ai obtenu des résultats analogues avec des staphylocoques que j'ai isolés d'un furoncle.

Ce staphylocoque était peu virulent pour les chenilles, mais des doses fortes ($\frac{1}{80}$ de centimètre cube d'une émulsion épaisse) les tuaient à coup sûr. 1 heure-2 heures après l'injection de ces staphylocoques, la phagocytose

n'est pas encore complète et il en reste beaucoup en dehors des cellules; mais il n'y a pas de destruction extracellulaire.

Cinq heures après l'injection, tous les staphylocoques sont englobés par les phagocytes. Il ne reste plus de microbes libres dans le sang. Mais il n'y a également plus de leucocytes intacts. Toutes les cellules sanguines sont vacuolisées et déformées. L'animal devient de plus en plus malade et meurt le lendemain. C'est une vraie victoire à la Pyrrhus. L'animal meurt au moment même où il a réussi à se débarrasser de tous les microbes introduits dans son corps. Il meurt, après la victoire, d'épuisement physiologique, auquel peuvent concourir les toxines des microbes.

Ces faits sont à rapprocher de ceux observés chez des Mammifères qui ont reçu dans le péritoine divers microbes tels que le vibrion cholérique, le bacille typhique.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *Dualité possible de la fièvre aphteuse (hypothèse de travail).* Note de M. **Schein**, présentée par M. Roux.

Ce que l'on appelle la « fièvre aphteuse » appartient au groupe des affections éruptives causées par virus filtrant, ainsi que peste bovine, peste porcine, clavelée, variole, rougeole, etc.

Les derniers travaux publiés montrent son étroite analogie avec la peste bovine et la peste porcine (incubation, virulence du sang, hyperthermie, puis accidents muqueux et cutanés, etc.), [Cosco et Aguzzi, Ferni, etc., rappelés par Moussu, *La Fièvre aphteuse* (*Recueil d'Alfort*, p. 198 et suiv.).]

Or il est bien admis actuellement que *toutes* les maladies que nous venons d'énumérer « vaccinent » contre elles-mêmes : une première atteinte confère une immunité plus ou moins complète, plus ou moins solide, de durée variable, mais toujours nette cependant.

La fièvre aphteuse constitue une exception, d'autant plus remarquable qu'elle est unique, dans ce groupe nombreux.

Tous les auteurs, à la suite d'observations précises et multiples, rapportées par nombre de praticiens, admettent que la fièvre aphteuse récidive fréquemment, parfois très peu de temps après la guérison. Une observation même avait paru suffisamment probante à Nocard pour qu'il la cite dans son cours : une récidive *trois semaines* après guérison d'une première atteinte. Mais ces récidives ne constituent pas une règle absolue. Nombre d'auteurs ont cité des cas d'immunité persistante. Et je viens de voir des sujets, ayant contracté la fièvre aphteuse l'an passé, résister cette année à des essais de

contamination de la même forme de maladie, de nombreux autres rester immuns, maintenus dans un troupeau infecté. M. Moussu rappelle encore des faits semblables dans le travail précité.

Des observations multiples, précises, concordantes, ont montré la contagiosité de la fièvre aphteuse à l'espèce humaine.

Nocard, dans son cours, rappelait la contamination, par du lait aphteux, de tout l'effectif d'un pensionnat, et les lésions buccales et interdigitées des sujets atteints.

Or, tout récemment, M. Lebailly [1] vient d'apporter la démonstration expérimentale que *la forme* de fièvre aphteuse à laquelle il a eu affaire n'était pas contagieuse à l'homme.

Il est également admis que le porc se contamine de fièvre aphteuse aussi aisément que les bovidés, moi-même l'ai constaté ici, en 1910, lors d'une épizootie *à forme* très contagieuse. Or, l'année dernière et cette année — mais avec une maladie à forme infiniment moins envahissante qu'en 1910 — je n'ai vu aucun cas de contagion naturelle au porc. M. Moussu rappelle aussi des faits analogues. De plus, j'ai essayé à trois reprises d'infecter deux jeunes porcelets avec de la salive de malades présentant des lésions buccales ouvertes, *et je n'ai pas réussi à les contaminer.*

Tous les praticiens ont pu constater la marche extraordinairement différente des épizooties aphteuses ; parfois, la maladie se montre d'une contagiosité extrême : à peine les premiers cas constatés, elle se répand comme le feu sur une traînée de poudre, en quelques jours un vaste territoire est envahi. Et dans un pays neuf, où n'existe pas de chemin de fer, où les transactions commerciales sont réduites, il est bien plus frappant de voir cette contagion se répandre comme un flot envahisseur, ainsi que je l'ai vu, ici, en 1910 : les premiers cas ont été amenés par mer, par des veaux venant de Saïgon ; huit jours après, toute la vallée était infectée sur 25^{km} de profondeur, et les mois suivants, les vallées, à 100^{km} au Sud et au Nord — séparées par les forêts inhabitées — étaient infectées entièrement. Et dans les forêts, les ruminants sauvages, atteints de la maladie, se laissaient prendre à la main, ne pouvaient s'échapper. En deux mois, quatre provinces du Sud-Annam étaient prises.

Combien plus lente, plus adoucie, est l'épizootie actuelle! Bien que le chemin de fer circule maintenant, que les transactions soient infiniment plus actives, l'an passé l'épizootie ne se répandit que comme à regret, en traî-

---

(1) *La contagion de la fièvre aphteuse* (*Recueil d'Alfort*, 1921, p. 332).

naillant et cette année, davantage encore, *car elle ne frappe guère* que les sujets — assez nombreux d'ailleurs — qui avaient échappé en 1920.

Et pourtant, cliniquement, les différences sont assez peu considérables; l'incubation, en 1910, ne dépassait pas 48 heures; cette année, elle est de 4, 5 jours.

En 1910, 48 heures après la contamination, les aphtes apparaissaient, l'éruption buccale, très intense, déterminant de la salivation, la première, et un jour ou deux après, les localisations digitées.

Cette année, l'éruption respecte souvent la muqueuse buccale, et quand elle la touche, elle le fait discrètement, par aphtes isolés.

La localisation digitée est la règle, et presque toujours au niveau du bourrelet des onglons, en talons, amenant un décollement assez étendu. L'hyperthermie est assez intense et peut aller à 40°.

Les deux formes diffèrent donc sensiblement.

Ces différences d'intensité des symptômes peuvent s'expliquer par des différences de virulence, la différence de contagiosité aussi, quoique à un degré moindre, mais deux phénomènes sont difficilement expliqués par cette hypothèse :

1° L'immunité parfois acquise par une première atteinte, et d'autres fois les récidives possibles, exception remarquable dans le groupe de maladies envisagé.

2° L'homme et le porc prenant une forme et ne prenant pas l'autre.

Au contraire, l'hypothèse de deux entités morbides encore confondues que l'on pourrait appeler « fièvre aphteuse » proprement dite et « fièvre aphtoïde », donnerait une explication bien plus satisfaisante : on pourrait dire la fièvre « aphtoïde » (?) immuniserait contre elle-même, mais ne vaccinerait pas contre la fièvre aphteuse, et inversement.

La fièvre aphteuse vraie serait contagieuse à l'homme et au porc, ou à l'un des deux seulement.

La « fièvre aphtoïde » ne le serait ni à l'un ni à l'autre, ou à celui auquel ne l'est pas la fièvre aphteuse.

Cette hypothèse mérite d'autant plus de considération que la pathologie humaine nous fournit un exemple très remarquable de semblable dualité : la rougeole et la rubéole.

La pluralité des affections aphteuses est donc parfaitement possible. Rien, jusqu'à présent, n'autorise à rejeter cette hypothèse comme absurde.

Nous n'avons que des données insuffisantes pour que l'on puisse affirmer cette dualité, mais si le fait était établi, il aurait une très grosse importance, théorique et pratique, en permettant de réaliser l'immunisation contre les

deux affections, d'intervenir en toute connaissance de cause, simplifier les mesures de police sanitaire en permettant de mieux les adopter à l'affection en cours, moins gêner les transactions commerciales, en n'appliquant pas aux sujets d'espèces réfractaires des prohibitions qui pourraient être reconnues inutiles.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *Sur l'immunité anti-aphteuse*. Note de MM. **H. Vallée** et **H. Carré**, présentée par M. E. Roux.

La précarité de l'immunité consécutive à la guérison d'une première atteinte de fièvre aphteuse est un fait bien connu. On peut lui opposer l'indiscutable résistance à la réinfection d'un très grand nombre de sujets depuis des mois guéris de la maladie.

L'étude expérimentale de constatations aussi contradictoires s'imposait. Nous l'avons entreprise en recherchant, notamment, la part qui revient, en l'espèce, à la *variation de qualité* du virus qui entre en jeu.

Des lots de jeunes bovidés guéris, les uns d'une fièvre aphteuse expérimentale, les autres de la maladie naturelle, toutes deux provoquées par un même virus de provenance française, sont ensuite éprouvés, soit expérimentalement, soit par contagion naturelle, et parallèlement, à la faveur d'un virus d'origine allemande récemment importé (virus A) et du virus français d'infection première (virus O). Ils résistent à la réinfection par le virus d'origine (virus O), mais contractent une fièvre aphteuse classique sous l'influence du virus A. Voici les faits.

I. Quatre génisses infectées par le virus O, deux par voie sous-cutanée, deux par cohabitation avec un malade et guéries depuis un mois, sont réinoculées avec ce même virus, soit sous la peau, soit dans la veine jugulaire, chacune avec 200^{cm^3} de sang virulent défibriné. Aucune d'elles ne se réinfecte. Mais trois sur quatre manifestent, de la 3e à la 6e heure consécutives à la réinoculation, de vives réactions thermiques qui ne s'observent point sur quatre génisses témoins, elles aussi guéries de fièvre aphteuse, mais réinjectées au sang normal [1].

II. Cinq génisses infectées par le virus O dont deux par contagion provoquée et trois par inoculation virulente, respectivement guéries depuis 86, 85, 84, 41, 35 jours, sont réinoculées avec du virus A. Les génisses guéries depuis 85 et 86 jours, l'une de la maladie naturelle, l'autre de l'infection expérimentale, reçoivent ainsi, chacune, 200^{cm^3} de sang virulent sous la peau. Aucune d'elles ne manifeste de réaction fébrile immédiate; mais toutes deux se réinfectent.

Les génisses guéries depuis 84 jours (maladie naturelle), 41 et 35 jours (maladie

[1] Donneurs et récepteurs des sangs utilisés étaient indemnes de tuberculose.

expérimentale) sont réinoculées sous la peau avec 10^{cm^3} de sang défibriné, virus A. Toutes trois aussi se réinfectent.

III. Deux génisses guéries toutes deux depuis 36 jours, l'une de l'inoculation expérimentale, l'autre de la contagion provoquée, par le virus O, sont placées au contact de deux sujets en pleine éruption aphteuse déterminée par le virus A. Toutes deux se réinfectent comme des sujets neufs.

IV. Une vache hyperimmunisée à l'aide du seul virus O, productrice de sérum anti-aphteux, se réinfecte, à la faveur de ce même virus O, par contagion naturelle provoquée six mois exactement après la fin du traitement hypervaccinant. Réinoculée 38 jours plus tard avec le virus A, elle se réinfecte de nouveau, fournissant ainsi trois évolutions aphteuses successives en huit mois et demi.

Dans tous les cas où la réinfection fut ainsi obtenue, nous avons régulièrement noté l'absence de toute réaction thermique immédiatement consécutive à la réinoculation du virus. De même nous avons toujours relevé, lors de la réinfection, un raccourcissement très marqué de la période d'incubation qui, de 3 à 5 et même 7 jours, lors de la première infection, s'abaissait à 48 ou même à 40 heures seulement à la suite de la réinfection.

L'ensemble de nos constatations éclaire de faits inédits la question de la fragilité de l'immunité anti-aphteuse et pose nettement le problème de la pluralité des virus aphteux. Outre qu'il précise à nos yeux quelques-unes des raisons des échecs par nous essuyés depuis de longues années en des essais de vaccination fondés sur la notion de l'unité du virus aphteux, il nous conduit à redouter que, pour longtemps encore, la médecine vétérinaire ne bénéficie point, dans la lutte contre la redoutable épizootie, de moyens préférables à l'hémovaccination des jeunes sujets et à l'aphtisation bénigne par voie sous-cutanée des adultes.

A 17 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et demie.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 JANVIER 1922.

PRÉSIDENCE DE M. Emile BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

La semaine nous a apporté un deuil cruel, la mort de **Camille Jordan**, élu membre de l'Académie en 1881, à la mort de Chasles.

Jordan a été un mathématicien de premier ordre, comme M. Picard nous le dira dans un moment. Son œuvre lui survit.

Jordan a été un honnête homme, un grand honnête homme dans toutes les acceptions du mot. Il a continué à Paris, dans le même quartier de Paris, la tradition des philosophes chrétiens et des penseurs, auxquels est due la renaissance du catholicisme parisien au commencement du siècle dernier.

Jordan était le chef d'une famille modèle. Il a été de ceux qui ont versé le plus cruel tribut pour le salut de la France.

Un de ses fils, Charles Jordan, ancien capitaine de zouaves, était, le 1er août 1914, prêtre sulpicien au séminaire d'Issy; ayant repris aussitôt les galons de capitaine, il fut tué en septembre. Pierre Jordan, capitaine d'artillerie, tomba à son tour, peu de temps après son frère. Un troisième fils, mobilisé comme sergent, fut gravement blessé à la même époque. Enfin un petit-fils, l'aîné des onze enfants du professeur Jordan de la Sorbonne, succomba à son tour. Vous avez vu avec quel courage Jordan, imposant silence à sa douleur, a toujours assisté ponctuellement aux séances de l'Académie.

Pour ma part, je perds à la fois un confrère et un vieil ami. Nos relations,

qui dataient du temps où j'étais élève à l'École du Génie maritime et où Jordan terminait son séjour à l'École des Mines, avaient été resserrées par des liens entre nos fils. Charles Jordan a été, à Saint-Cyr, camarade de promotion de mon fils aîné; Pierre Jordan a été, à l'École Polytechnique, camarade de mon second fils.

Vous voyez, mes chers Confrères, à combien de titres j'ai éprouvé, en apprenant hier la nouvelle de la mort de Jordan, la douloureuse émotion que vous partagez tous avec moi.

La séance publique est levée en signe de deuil.

M. Émile Picard présente, en les termes suivants, un résumé des travaux mathématiques de **Jordan** :

Les recherches de notre illustre confrère ont eu tout particulièrement pour but d'approfondir la *théorie de l'ordre* au point de vue de la Géométrie pure et de l'Analyse. Au début de sa carrière, il s'est occupé des polyèdres dans un beau Mémoire consacré, en fait, à la Géométrie de situation, et dans un autre travail, il a donné la condition pour que deux surfaces ou portions de surfaces, flexibles et extensibles à volonté, soient applicables l'une sur l'autre sans déchirure ni duplicature. Ses travaux sur la symétrie et sur les groupes de mouvement ont devancé les recherches modernes sur les groupes de transformations, et ont été utilisés par les théoriciens de la cristallographie. Ils portaient déjà la marque de la puissance d'esprit de leur auteur.

Mais c'est surtout dans la théorie des substitutions et des équations algébriques que Jordan laisse une trace profonde. Dans un Ouvrage considérable sur *les Substitutions*, il a fait une étude approfondie des idées de Galois, en y ajoutant des résultats fondamentaux sur les groupes primitifs, les groupes transitifs et les groupes composés, dont un des plus importants est relatif aux facteurs de composition d'un groupe. Ces études ont permis à Jordan de résoudre un problème posé par Abel, celui de rechercher les équations de degré donné résolubles par radicaux et de reconnaître si une équation rentre ou non dans cette classe. D'autres travaux de notre confrère se rapportent aux formes algébriques et aux groupes linéaires d'ordre fini, ce qui l'a amené à étudier les équations différentielles linéaires à intégrales algébriques.

Plus récemment, Jordan a été un précurseur dans la théorie des fonc-

tions de variables réelles. Il a introduit dans cette partie de l'Analyse la notion capitale de fonction à variation bornée. Non moins célèbres sont ses études sur les courbes, universellement désignées sous le nom de *courbes de Jordan*, qui séparent le plan en deux régions distinctes. On lui doit aussi d'importantes propositions sur la mesure des ensembles, qui ont ouvert la voie à bien des recherches modernes.

Tous les travaux de Jordan dénotent une rare profondeur d'esprit et une extraordinaire puissance d'abstraction. Il se jouait au milieu des discussions les plus subtiles sur des concepts comme ceux de *groupes* ou de *substitutions*, se plaisant à aborder les questions dans toute leur généralité, comme s'il craignait que quelque particularité l'empêchât de voir les vraies raisons des choses. Jordan a été vraiment un grand algébriste; les notions fondamentales qu'il a introduites en Analyse préserveront son nom de l'oubli.

M. Bigourdan présente le premier numéro d'un *Bulletin horaire* publié, sous sa direction, par le Bureau international de l'heure.

Ce nouveau périodique est principalement destiné à donner, plus rapidement que par le passé, les heures des signaux horaires observés dans ce Bureau, avec leurs corrections et les éléments qui ont servi à les déterminer.

L'utilité de ces signaux est bien connue pour les usages horlogers, maritimes, etc. Mais leurs corrections ne sont pas moins nécessaires pour l'Astronomie, la Géodésie, etc., car alors, par exemple, ces signaux peuvent alléger beaucoup d'Observatoires de leur service méridien. Pour les longitudes, dont les déterminations sont aujourd'hui particulièrement nombreuses, ils simplifient considérablement les opérations; et là une publication rapide est bien nécessaire, puisqu'on nous demande les résultats à mesure, semaine par semaine. Enfin l'usage de ces signaux ne tardera pas, sans doute, à se répandre davantage parmi les physiciens : même pour un modeste laboratoire, il y a là, actuellement, un moyen facile d'avoir à tout instant l'heure la plus exacte, ne fût-ce qu'avec une seule horloge, car on peut contrôler sa marche plusieurs fois par jour au moyen des signaux horaires.

CORRESPONDANCE.

M. **Jacques Zeiller** fait don d'un portrait de son père, M. *René Zeiller*, ancien Membre de l'Académie.

M. **Jules Garcon**, au nom de l'*Association de documentation bibliographique*, adresse un Rapport sur l'emploi de la subvention qui lui a été accordée en 1916 sur la *Fondation Loutreuil.*

HYDRODYNAMIQUE. — *Quelques considérations sur la forme du solide et l'énergie cinétique du fluide qui l'entoure.* Note (¹) de M. **D. Riabouchinski**, présentée par M. G. Kœnigs.

Comparons l'énergie cinétique T_1 du mouvement d'un liquide indéfini de densité ρ autour d'un corps solide de volume v_1 (corps $\mathcal{A}$), limité par une surface S_1, à l'énergie cinétique T_2 du mouvement du liquide autour d'un corps de volume v_2 (corps $\mathcal{B}$), limité par une surface S_2, en supposant que les deux corps se meuvent avec la même vitesse uniforme $\mathcal{V}$ de direction Ox, que la forme, les dimensions et l'orientation du corps $\mathcal{A}$ permettent de le considérer comme une partie du corps $\mathcal{B}$ et que le mouvement du fluide est irrotationnel et acyclique. Démontrons que

$$T_2 + T_0 > T_1, \tag{1}$$

où $T_0 = \frac{1}{2}\rho(v_2 - v_1)\mathcal{V}^2$ est l'énergie cinétique d'un volume fluide, animé de la vitesse $\mathcal{V}$, égale à la différence entre les volumes des corps $\mathcal{B}$ et $\mathcal{A}$.

Superposons mentalement les deux mouvements de façon que la surface S_2 du corps $\mathcal{B}$ enveloppe le corps $\mathcal{A}$. Si la surface S_2 se confond partiellement avec la surface S_1, on peut considérer une surface S'_2 enveloppant complètement le corps $\mathcal{A}$ et s'approchant indéfiniment de la surface S_2. Soient φ_1 et φ_2 les potentiels de vitesses, à l'extérieur des corps $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$, et $\varphi_0 = \mathcal{V}x$. En appliquant la formule de Green et en tenant compte

(¹) Séance du 16 janvier 1922.

des conditions qui définissent les fonctions φ_1 et φ_2, on trouve que

$$(2) \qquad T_2 + T_0 = T_1 + \frac{1}{2}\rho \int\int_{S_2} (\varphi_0 - \varphi_2)\frac{d}{dn}(\varphi_0 - \varphi_1)\, d\sigma.$$

La dérivée est prise suivant la normale extérieure à la surface S_2. $(\mathfrak{v}x - \varphi_2)$ et $(\mathfrak{v}x - \varphi_1)$ sont les potentiels des mouvements ayant à l'infini la vitesse $\mathfrak{v}$ et entourant respectivement les corps $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ supposés immobiles.

Soit S_{11} une portion de la surface S_2, disposée derrière le corps $\mathcal{A}$, en tous les points de laquelle $\frac{d}{dn}(\mathfrak{v}x - \varphi_1) > 0$ et qui est limitée par une courbe $\mathcal{L}_1$ où cette dérivée s'annule. Désignons par T_{11} l'énergie cinétique du fluide autour du système $\mathcal{A}_1$, composé du corps $\mathcal{A}$ et de la surface S_{11}, et par φ_{11} le potentiel qui définit ce mouvement. En appliquant au système $\mathcal{A}_1$ la formule (2), il faut étendre l'intégrale à toute la surface S_1 et aux deux faces de S_{11}. Sur la surface S_1 l'intégrale est évidemment nulle; sur la surface S_{11} elle est positive, car les valeurs du potentiel $(\mathfrak{v}x - \varphi_{11})$ sont plus grandes sur la face où $\frac{d}{dn}(\mathfrak{v}x - \varphi_1) > 0$ que sur la face où $\frac{d}{dn}(\mathfrak{v}x - \varphi_1) < 0$. En remarquant que, dans ce cas, $T_0 = 0$, on aura $T_{11} > T_1$.

Enveloppons le système $\mathcal{A}_1$ par la surface S_2 de façon que S_{11} se confonde avec la portion qui lui correspond sur cette surface. Nommons S_{12} une portion de la surface S_2 limitée d'une part par la courbe $\mathcal{L}_1$ et d'autre part par la courbe $\mathcal{L}_2$ le long de laquelle $\frac{d}{dn}(\mathfrak{v}x - \varphi_{11}) = 0$; en tous les points de S_{12} on a $\frac{d}{dn}(\mathfrak{v}x - \varphi_{11}) > 0$. Désignons par T_{12} l'énergie cinétique du fluide autour du système $\mathcal{A}_2$, composé du corps $\mathcal{A}$ et de la surface $S_{11} + S_{12}$. En raisonnant comme plus haut, on trouve que $T_{12} > T_{11}$ et, par conséquent, $T_{12} > T_1$.

En continuant ainsi, on trouve pour le système composé du corps $\mathcal{A}$ et de la surface $S_{11} + S_{12} + \ldots + S_{1n}$, que $T_{1n} > T_1$. En faisant croître n indéfiniment et en passant à la limite, on obtient le système composé du corps $\mathcal{A}$ et de la surface S_2 qui l'enveloppe. La valeur limite de T_{1n} exprime l'énergie cinétique du fluide qui entoure le corps $\mathcal{B}$ et de celui qui est compris entre les surfaces S_2 et S_1; ce dernier sera en repos relatif. Le théorème exprimé par l'inégalité (1) est ainsi démontré.

Corollaires. — 1° L'énergie cinétique d'un mouvement avec glissement,

y compris celle du fluide mort, est plus grande que l'énergie cinétique du mouvement non glissant correspondant; 2° si l'on obtient le corps $\mathcal{B}$ en ajoutant au corps $\mathcal{A}$ des surfaces infiniment minces, coupant les lignes de courant, l'énergie cinétique du liquide est plus grande pour le corps $\mathcal{B}$ que pour le corps $\mathcal{A}$. L'énergie cinétique du fluide autour d'un disque est, par exemple, plus grande que celle qui correspond au mouvement d'une surface, limitée par un contour arbitraire découpée dans ce disque.

Prenons un exemple parmi les mouvements à deux dimensions. La relation entre les variables complexes w et z pour un corps limité par un contour S, formé par deux axes de cercle concaves de rayon r et dont la corde commune de longueur $2l$ est parallèle à la vitesse du courant $\mathfrak{V}$, s'exprime comme suit :

$$\left(\frac{w+c}{w-c}\right)^{\frac{\beta}{\pi}} = \frac{z+l}{z-l}, \qquad c = \mathfrak{V}\, l\,\frac{\pi}{\beta}, \qquad \sin\beta = \frac{l}{r}.$$

Dans le cas limite où $l = 0$, le corps prend la forme d'un 8, et l'on obtient

$$w = \pi r \mathfrak{V} \operatorname{cotg h} \pi \frac{r}{z},$$

et, sur le contour du cercle supérieur,

$$\varphi = \pi r \mathfrak{V} \operatorname{tang h}\left(\frac{\pi}{2}\cot\alpha\right), \qquad y = 2r\sin^2\alpha,$$

α étant l'angle polaire du rayon vecteur issu du point O où les cercles se touchent. En faisant le changement de variables $\frac{\pi}{2}\cot\alpha = t$ et en appliquant la théorie des résidus, on trouve que l'énergie cinétique du fluide s'exprime dans ce cas comme suit :

$$(3)\quad \frac{2T}{(2\pi r^2)\rho\mathfrak{V}^2} = \frac{1}{2\pi r^2\mathfrak{V}}\int_S \varphi\,\frac{dy}{ds}\,ds - 1 = \frac{\pi^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dt}{\operatorname{ch}^2 t\left(t^2+\frac{\pi^2}{4}\right)} - 1 = \frac{\pi^2-3}{3}.$$

En comparant ce résultat à l'énergie cinétique du fluide correspondant au mouvement d'un cercle de rayon $2r$ et à celui d'un segment de droite, orthogonal à la vitesse $\mathfrak{V}$, de longueur $4r$, on trouve que l'inégalité (1) est confirmée.

Nous avions déjà obtenu [1] la valeur $\frac{\pi^2-3}{3}$ pour le rapport (3) en consi-

[1] *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 25 et 826.

dérant le cas limite de deux cercles se mouvant orthogonalement à la droite réunissant leurs centres et qu'on rapprocherait indéfiniment de l'axe de symétrie et, par conséquent, l'un de l'autre. Mais tandis que, dans le cas que nous étudions dans la présente Note, la vitesse du fluide au point O est nulle et les résultantes des pressions sur chacune des circonférences formant le 8 tâchent à les détacher l'une de l'autre, nous avions, dans le cas limite étudié précédemment, une vitesse infinie au point O et une attraction infinie entre les cercles. Lorsqu'on approche indéfiniment, de l'une ou de l'autre façon, du cas critique, les vitesses ne peuvent évidemment différer sensiblement que dans un domaine tendant vers zéro.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la variation de la longueur d'onde des raies telluriques.* Note (1) de M. A. **Perot**, présentée par M. Henri Deslandres.

Dans une Communication antérieure (2) j'ai indiqué à l'Académie les premiers résultats d'une étude sur les raies telluriques du groupe B; leur longueur d'onde a été trouvée variable avec la hauteur du Soleil au-dessus de l'horizon. Ces mesures faites en juin 1914 ont montré que la longueur d'onde croissait avec la hauteur du Soleil, à peu près proportionnellement au sinus de cet angle. Si l'on pose

$$\lambda = \lambda_0(1 + K \sin\theta) \quad \text{avec} \quad \frac{\partial\lambda}{\lambda} = K \sin\theta,$$

la valeur de K trouvée était voisine de 10^{-5}.

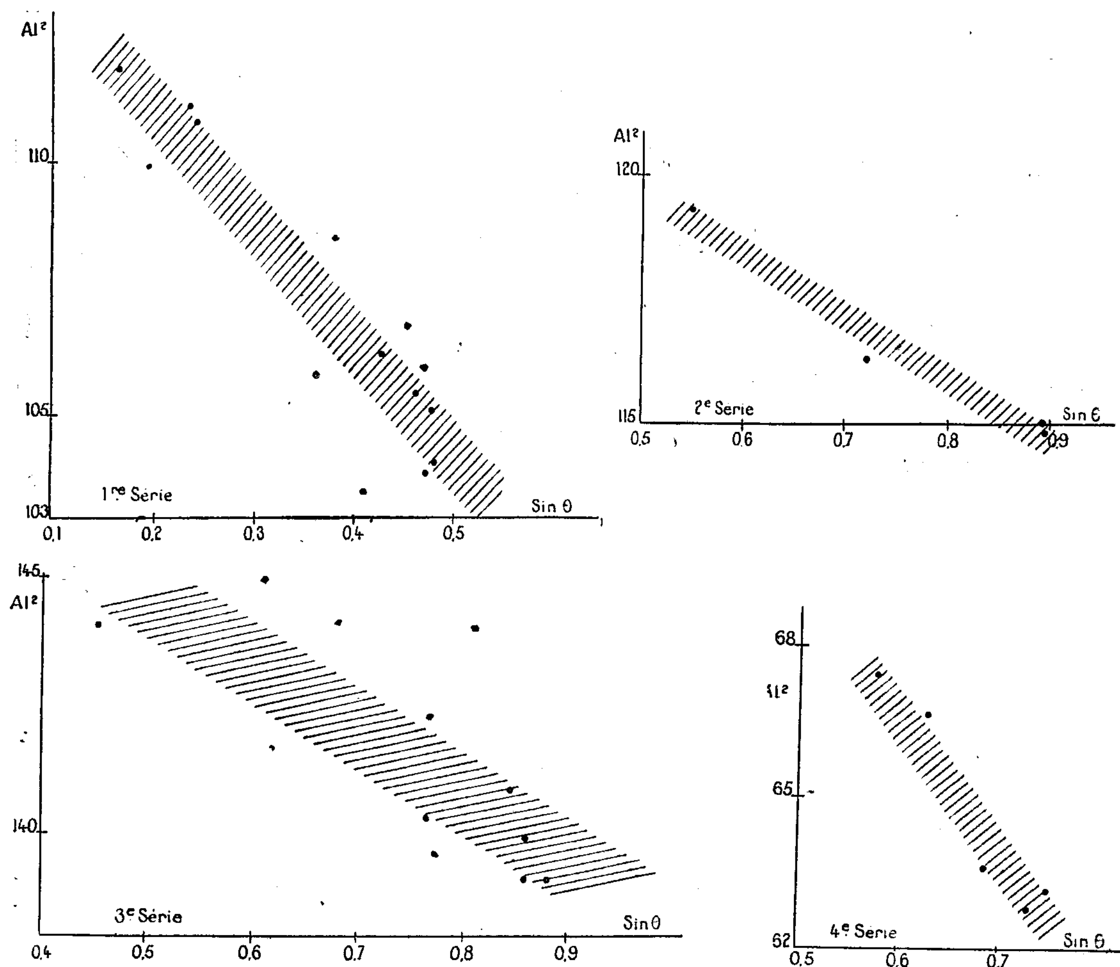
J'ai repris ces mesures, toujours sur le groupe B et par la méthode interférentielle, et ai fait quatre séries de déterminations, de la fin d'octobre 1920 au début de septembre 1921, comprenant 35 mesures de longueur d'onde; la première série s'étend du 23 octobre au 20 novembre 1920 avec 14 mesures, la seconde du 6 juillet 1921 en comprend 4, la troisième du 11 juillet au 2 août 1921 en comprend 12, et la quatrième du 6 septembre en comprend 5.

Pour déterminer la valeur du facteur K, j'ai opéré de la façon suivante : J'ai construit des diagrammes en portant en abscisses les sinus des hauteurs du Soleil et en ordonnées les carrés des diamètres des anneaux observés, corrigés des variations possibles de l'étalon suivant une méthode souvent

(1) Séance du 16 janvier 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 549.

décrite; chaque mesure est représentée par un point. Si les mesures ne sont entachées d'aucune erreur et si la formule ci-dessus est exacte, tous les points doivent se trouver sur une droite dont l'inclinaison donnera la valeur du facteur K. En réalité les points ne sont pas alignés. J'ai alors, dans



chaque série, combiné les points deux à deux de toutes les manières possibles, en donnant à chaque valeur du coefficient angulaire ainsi obtenu un poids égal à la différence des sinus. Les bandes tracées sur les figures ci-dessus ont les coefficients angulaires trouvés. On voit tout d'abord avec quelle précision la formule précédente est vérifiée; les deuxième et quatrième séries sont particulièrement intéressantes à cet égard et pour les

deux autres la variation avec le sinus de la hauteur du Soleil paraît bien se faire suivant la loi linéaire.

Mais pour les quatre séries le coefficient angulaire n'est pas le même; les valeurs correspondantes de K sont :

Première série (octobre-novembre 1920).....	$1,8\ .10^{-5}$
Deuxième série (juillet 1921)...............	$0,98.10^{-5}$
Troisième série (juillet-août 1921)..........	$1,3\ .10^{-5}$
Quatrième série (septembre 1921)...........	$2,3\ .10^{-5}$

Il faut rapprocher de ces valeurs celle de juin 1914 : 1.10^{-5}.

Faut-il voir dans ces variations du coefficient K le résultat d'erreurs expérimentales? L'examen des figures ci-contre semble bien indiquer des différences réelles dans les valeurs de K, d'autant que la valeur trouvée en juin 1914 est identique à celle du début de juillet 1921. On peut se demander si cette variation de la longueur d'onde ne peut pas venir d'un élargissement dissymétrique de la raie quand, la hauteur du Soleil diminuant, le rayon traverse des masses atmosphériques dans lesquelles les régions à forte pression sont de plus en plus prépondérantes. Si cela était la loi du sinus ne serait pas vraie et les valeurs de K devraient simplement traduire le résultat inexact d'expériences très inexactes faites sur une série de hauteurs du Soleil. Or les séries 2 et 3 d'une part, et 4 de l'autre correspondent à des hauteurs du Soleil comparables, puisque celles-ci ont varié de 33° à 64° pour la série 2, de 27° à 64° pour la série 3 et de 35° à 49° pour la série 4, et la valeur de K trouvée pour la série 4 est à peu près le double de celles des séries 2 et 3. S'il s'agissait d'un élargissement dissymétrique, le phénomène ne devrait varier qu'avec la hauteur du Soleil et les trois séries considérées devraient donner à peu près le même résultat.

D'ailleurs les expériences de 1914 dans lesquelles la hauteur du Soleil a varié de 14°30′ à 62°30′ ont vérifié la loi du sinus avec toute l'approximation possible.

Il semble bien que l'hypothèse d'un élargissement dissymétrique n'est pas à retenir. Si l'on adopte celle que j'avais émise d'un effet Doppler par suite du mouvement des centres absorbants, il résulterait des mesures faites que la vitesse de ces particules varierait avec les conditions météorologiques de la très haute atmosphère suivant une loi à déterminer.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la loi d'action de la sucrase : vitesse d'hydrolyse et réaction du milieu.* Note de M. H. COLIN et de M^lle A. CHAUDUN, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'activité des diastases hydrolysantes, de la sucrase en particulier, dépend essentiellement de la réaction du milieu : la vitesse d'hydrolyse croît généralement avec la proportion d'acide jusqu'à un maximum, puis elle décroît quand la dose d'acide continue à augmenter. Aucune interprétation satisfaisante n'a été donnée jusqu'alors. La formation transitoire d'un complexe sucre + enzyme, de stabilité variable avec la réaction, permet de comprendre que la vitesse d'inversion croisse avec le degré d'acidité, mais n'explique pas qu'elle puisse diminuer à partir d'une certaine dose d'acide.

Nous avons démontré [1] qu'il est légitime, en effet, de concevoir l'inversion diastasique du saccharose comme une réaction catalytique dans laquelle le catalyseur s'unit transitoirement au corps qu'il transforme, la vitesse de formation de la combinaison intermédiaire étant infiniment grande par rapport à sa vitesse de dédoublement. S'il en est ainsi, à une quantité donnée de diastase, mesurée par un volume n_1 d'une solution diastasique, correspond un poids a_1 de saccharose qu'on peut déterminer. Ce poids a_1 est-il une constante absolue ou, de même que la vitesse d'inversion, varie-t-il lorsque la réaction du milieu vient à changer?

Faisons agir une sucrase très active, employée à la dose de 2^{cm^3} pour 100, sur des solutions sucrées contenant $2^g,27$ de saccharose pour 100^{cm^3} et des quantités variables soit de *soude*, soit d'*acide acétique*. Le sucre étant en excès, la vitesse d'inversion v est d'abord constante, puis elle décroît à partir du temps T où la quantité de sucre cristallisable encore présente dans la liqueur est précisément égale à a_1. On peut déterminer, pour chaque cas, v et a_1, ou, du moins, une valeur approchée de a_1; nos moyens de mesure ne nous permettent pas, en effet, d'atteindre exactement a_1, mais il est facile de le comprendre entre une limite inférieure et une limite supérieure, égales respectivement aux poids de saccharose qui restent dans les solutions aux deux instants t_{n+1} et t_n entre lesquels est situé le temps T.

---

[1] H. COLIN et A. CHAUDUN, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 338. — A. CHAUDUN, *Ann. Ch.*, 9e série, t. 13, 1920, p. 301.

Conditions expérimentales.

Concentration initiale en saccharose........... $2^g,27$ pour 100^{cm^3}
Concentration en diastase..................... 2^{cm^3} pour 100^{cm^3}
Température................................. 16°,5

Réaction du milieu.	Vitesse d'inversion.	Poids de saccharose correspondant à la quantité de sucrase employée. Limite inférieure.	Limite supérieure.
Soude $\frac{N}{1571}$	18 mg	1,615 g	1,667 g
» $\frac{N}{3928}$	36	1,380	1,437
» $\frac{N}{7857}$	59	1,362	1,400
Sucrase seule	75	1,323	1,385
Acide acétique $\frac{N}{5500}$	97,5	1,317	1,378
» $\frac{N}{2750}$	105	1,278	1,342
» $\frac{N}{1833}$	116	1,209	1,285
» $\frac{N}{1100}$	110	1,094	1,170
» $\frac{N}{550}$	104	0,927	1,012
» $\frac{N}{275}$	98	0,904	0,964
» $\frac{N}{110}$	90	0,890	0,938
» $\frac{N}{55}$	85	0,872	0,934
» $\frac{N}{27,5}$	80	0,858	0,911
» $\frac{N}{2}$	68	0,849	0,904
» N	59	0,842	0,882

Ainsi que l'ont trouvé les auteurs, la vitesse augmente d'abord avec l'acidité et diminue ensuite. On voit de plus que *le poids a_1 de saccharose susceptible de fixer la quantité de sucrase présente dans la liqueur est d'autant plus faible que l'acidité est plus considérable.*

C'est là le fait nouveau : *l'addition d'acide se traduit par une diminution de la quantité d'enzyme qui entre en jeu.* La vitesse d'hydrolyse étant, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle à la quantité d'invertine, à une diminution de la dose d'enzyme, correspond nécessairement une diminution $-(\Delta v)_2$ de la vitesse; dès que $(\Delta v)_2$ est supérieur à l'accroissement de vitesse $(\Delta v)_1$ dû à l'instabilité plus grande du complexe, la variation totale de la vitesse $\Delta v = (\Delta v)_1 - (\Delta v)_2$ devient négative.

L'immobilisation apparente d'une partie de la diastase s'expliquerait aisément dans l'hypothèse d'un complexe sucre + enzyme *de nature physique.* Si, en effet, le saccharose se fixe transitoirement à la surface des particules de sucrase, le diamètre de celles-ci, donc leur nombre et la surface totale variant avec la réaction du milieu, le poids a_1 de sucre correspondant à une quantité n_1 de diastase doit être, lui aussi, fonction de la réaction.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Nouvelle méthode pour la recherche de la graisse de coco dans le beurre de vache.* Note de M. **C.-F. Muttelet**, présentée par M. Lindet.

J'ai montré précédemment ([1]) que l'on peut déceler dans une graisse animale la présence d'une graisse végétale en utilisant ce fait que le corps gras végétal introduit dans la graisse animale une substance étrangère : une phytostérine que l'on peut caractériser par le point de fusion de son acétate.

Je me propose de donner et d'interpréter les résultats obtenus en appliquant ce même principe à la recherche de la graisse de coco dans le beurre de vache.

La phytostérine extraite de la graisse de coco fournit un acétate fondant à 125°, tandis que la cholestérine caractéristique des matières grasses animales, possède un acétate fondant à 114°-114°,2, de telle sorte qu'en opérant comme je l'indique plus loin pour isoler les stérines, on obtient avec un beurre additionné de coco un mélange d'acétates de cholestérine et phytostérine dont le point de fusion est d'autant plus élevé que la quantité de graisse de coco est plus considérable.

Le mode opératoire que j'emploie repose sur cette propriété des stérines d'être précipitées par la digitonine sous forme d'une combinaison double : digitonide ou stéride.

([1]) *Annales des falsifications*, 1921, p. 327.

De préférence on effectue cette précipitation, non pas sur la matière grasse elle-même, mais sur les acides gras obtenus par saponification. De plus, lorsqu'il s'agit de beurre, il est nécessaire de fondre l'échantillon et de décanter la matière grasse sur un filtre pour la débarrasser de la partie aqueuse. C'est sur 50^g de filtrat clair qu'on procède à la recherche de la façon suivante :

Les acides gras fondus au bain-marie, à 70° environ, sont traités par 20^{cm^3} d'une solution de digitonine cristallisée à 1 pour 100 dans l'alcool à 95°. La précipitation du digitonide commence aussitôt; on la facilite en ajoutant 1^{cm^3} d'eau et en agitant fréquemment. Après 30 à 45 minutes de chauffe, on recueille le précipité sur un petit filtre sans plis placé dans l'étuve à eau.

On le lave avec du chloroforme chaud, puis à froid avec de l'éther, pour le débarrasser de toute trace d'acides gras. C'est après dessiccation, une masse brillante de follicules nacrées.

On l'introduit dans un gros tube à essais (22^{cm}) et on le chauffe avec 2^{cm^3} à 4^{cm^3} d'anhydride acétique en maintenant une douce ébullition pendant 5 minutes. L'acétate de stérine est ensuite précipité par addition de 5 volumes d'alcool à 50°; on le recueille en s'aidant du vide. Le produit est repris sur filtre par l'éther froid et le filtrat évaporé fournit l'acétate. On le redissout au bain-marie dans l'alcool absolu (1^{cm^3} à 2^{cm^3}) et par refroidissement on obtient une masse cristalline qu'on essore sur plaque poreuse.

C'est l'acétate de stérine dont on prend alors le point de fusion par la méthode des tubes capillaires, au moyen d'un thermomètre de précision marquant le cinquième de degré et en s'entourant de toutes les précautions d'usage.

A l'aide de ce procédé dénommé *Essai à l'acétate de phytostérine*, j'ai examiné des beurres purs d'origine française et leurs mélanges avec des proportions croissantes de graisse de coco. Les résultats obtenus sont rassemblés dans le Tableau ci-après.

En ce qui concerne les beurres purs, ces résultats montrent qu'on arrive facilement, dès la deuxième cristallisation dans l'alcool absolu, à préparer un acétate de cholestérine propre à la prise du point de fusion. Ils montrent également, et c'est là ce qu'il s'agissait d'établir tout d'abord, que le point de fusion de l'acétate de cholestérine n'oscille qu'entre des limites fort rapprochées (113°,6-114°,2) dans ces beurres purs d'origine française.

En ce qui concerne les beurres additionnés de graisse de coco, les chiffres qui figurent au même Tableau sous le titre « Beurre et Graisse de coco » montrent toute la sensibilité du procédé. On voit en effet que le point de fusion des mélanges d'acétates de cholestérine et de phytostérine s'élève progressivement avec la teneur en graisse de coco.

De l'ensemble de ces faits, il résulte que :

1° On obtient avec les beurres purs d'origine française, un acétate de cholestérine dont le point de fusion oscille entre des limites très voisines

(113°,6-114°,2), mais qui reste toujours sensiblement inférieur à 114°,5.

2° On obtient avec les beurres additionnés de graisse de coco des mélanges d'acétates de cholestérine et de phytostérine dont le point de fusion va en s'élevant de 114°,6 avec 5 pour 100 d'adultérant végétal, jusqu'à 118° pour une teneur de 30 pour 100 de ce dernier.

Nos des échantillons.	Nature des matières grasses.	Poids du digitonide en milligrammes.	Acétates de stérines. Poids en milligrammes.	Points de fusion en degrés centigrades. 1re cristallisation.	2e cristallisation.
			Acétate de cholestérine.		
	Beurres purs (50g) :				
1.	Seine-Inférieure	238	57	114,0	114,2
2.	Id.	227	51	113,4	113,6
3.	Manche	215	57	113,8	114,2
4.	Id.	226	53	113,8	114,0
5.	Orne	228	52	114,0	114,0
6.	Finistère	228	52	113,8	114,0
7.	Vienne	225	52	113,4	113,6
8.	Id.	225	51	113,5	113,8
9.	Deux-Sèvres	225	53	113,8	113,9
10.	Charente-Inférieure	230	55	113,8	113,8
11.	Id.	230	51	114,0	114,1
12.	Maine-et-Loire	235	53	113,8	114,0
13.	Indre-et-Loire	238	52	113,8	114,0
14.	Id.	237	52	113,6	113,7
15.	Lozère	245	53	113,6	113,8
			Mélanges d'acétates (1) de cholestérine et de phytostérine.		
	Beurre et graisse de coco (50g) :				
16.	Beurre pur (mélange des nos 1 à 15).	236	53	113,6	114,0
17.	Beurre n° 16 : 95 %+ coco : 5 %.	224	51	114,2	114,5
18.	Id. : 90 %+ Id. : 10 %.	224	51	114,8	115,5
19.	Id. : 80 %+ Id. : 20 %.	220	50	116,0	116,6
20.	Id. : 70 %+ Id. : 30 %.	215	46	117,0	118,0

En particulier la valeur 115°,5 qu'il prend pour une addition de 10 pour

(1) Pour le n° 16, qui est un beurre pur, les points de fusion sont ceux de l'acétate de cholestérine.

100 de graisse de coco, valeur si nettement supérieure au point de fusion 114°,2 de l'acétate de cholestérine, permet de conclure :

L'addition de graisse de coco à un beurre pur d'origine française, même à la dose réduite de 10 pour 100, peut être aisément décelée par l'essai à l'acétate de phytostérine, lorsqu'on isole les stérines par la digitonine comme je l'ai indiqué ci-dessus.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence du Crétacé supérieur dans la fosse centrale de la Manche d'après les dragages du « Pourquoi-Pas? »*. Note de MM. **Paul Lemoine** et **René Abrard**.

La nature des fonds sous-marins, en particulier celle des fonds de la Manche, est encore à peu près inconnue, malgré quelques dragages faits par les Laboratoires de Plymouth et de Roscoff.

Sur la demande de l'un de nous, le Dr Charcot a, lors de la dernière campagne du *Pourquoi-Pas?* fait procéder à des dragages permettant, grâce à un dispositif nouveau, de rapporter de gros blocs des fonds sous-marins.

L'étude sommaire des matériaux recueillis et leur report sur la carte a permis de constater que des silex tout à fait analogues aux silex de la craie du Bassin de Paris jonchent, en très grande quantité, tout le fond de la fosse centrale de la Manche. Ils sont généralement associés à des quartzites et à des roches paléozoïques; ils se trouveraient au-dessous d'un lit de gravier. Ces silex sont arrondis, mais non roulés; ils se montrent en très grande abondance : certains dragages en sont presque exclusivement composés, dans la grande fosse au nord-ouest de Cherbourg. Un échantillon trouvé au large de Flamanville (St. 50) est même constitué par une véritable craie à *Rosalina*, *Orbulina*, *Globigerina*, etc.

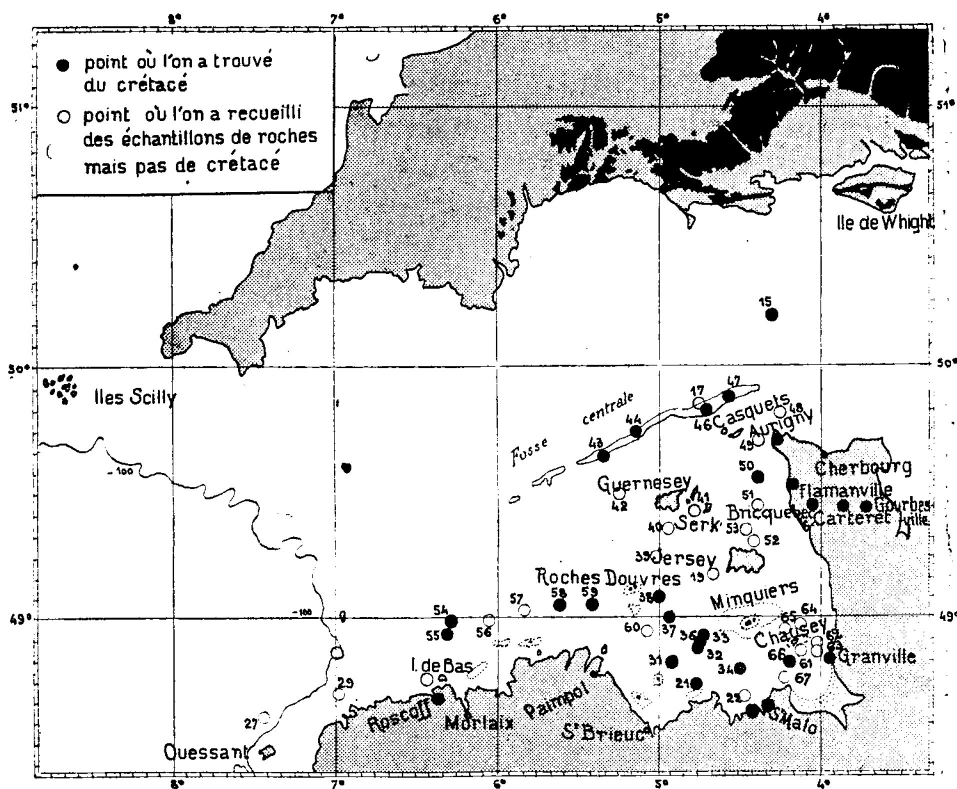
Cette campagne du *Pourquoi-Pas?* a montré également que, sur le bord de la péninsule armoricaine, on trouvait dans presque tous les dragages des silex identiques, mais beaucoup moins nombreux.

Ces silex du fond de la Manche ne paraissent pas avoir été transportés à de grandes distances; on peut les considérer comme trouvés à peu près *in situ*.

Leur existence doit être rapprochée de celle du lambeau d'argile à silex

signalé par M. Bigot, sur le granite de Flamanville, et de la présence d'*Ananchytes ovatus* dans les alluvions anciennes de Bricquebec.

Ils viennent confirmer l'opinion de Lebesconte qui, ayant trouvé des silex crétacés sur des plages bretonnes, n'admettait pas qu'ils fussent dus au lest de bateaux et pensait qu'ils provenaient de gisements situés au large.



Carte des gisements crétacés sous-marins de la Manche. Les points numérotés sont ceux étudiés par le D^r Charcot : les autres points ont été dragués par d'autres savants.

Les échantillons recueillis montrent qu'un affleurement important de Crétacé supérieur à faciès craie, se trouve dans l'axe de la Manche et prouvent que la « Trouée de la Manche » existait déjà à cette époque, faisant communiquer les mers crétacées du Bassin de Paris avec celles des Pyrénées et des régions méditerranéennes.

Un seul échantillon de Tertiaire, avec *Alveolina*, a été recueilli. Des sondages ultérieurs permettront certainement de multiplier ces trouvailles.

Mais, dès à présent, nous attirons l'attention sur l'intérêt qu'il y a, au point de vue géologique, à posséder des navires de recherches, comme le *Pourquoi-Pas?* La supériorité incontestable de ces Laboratoires maritimes mobiles sur les Laboratoires fixés à terre s'étend non seulement aux sciences biologiques, mais aussi aux sciences géologiques. Leur intérêt théorique et leur importance pratique s'en trouveront accrus d'autant.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie de la province de Sam Neua (Haut Laos oriental)*. Note de M. **Léon Dussault**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai consacré la saison d'hiver 1919-1920 à étudier la province de Sam Neua. Cette province correspond à l'ancien territoire des Hua Pan ; c'est une sorte de glacis, situé à l'est du prolongement de la Chaîne annamitique, qui, par les hauteurs, dépend bien des vrais plateaux laotiens du Tran Ninh et de Luang Prabang; mais tous les cours d'eau, bientôt progressivement encaissés en contrebas d'une pénéplaine ancienne, descendent au Song Ma, à son affluent le Nam Sam ou haut Song Chu, ainsi qu'au Song Ca, bref sont tous tributaires du Golfe du Tonkin ; à ce dernier titre, la province de Sam Neua peut être considérée comme une partie de l'arrière-pays géographique de Vinh et de Thanh Hoa, dans le Nord-Annam.

Au point de vue géologique, abstraction faite d'une étroite marge occidentale que je n'ai pas étudiée, la structure est homogène et la province de Sam Neua se présente comme un fragment d'un ensemble, qui se poursuit au Nord-Ouest et au Sud-Est et auquel je propose d'attribuer la désignation de *Zone du Nam Sam*, du nom de la rivière située suivant son axe dans Sam Neua.

Le substratum est formé par des terrains cristallins (granite, gneiss, micaschistes, schistes amphiboliques et calcaires cipolins) qui affleurent dans des massifs situés des deux côtés du Nam Sam, à savoir, au Sud-Ouest : la terminaison septentrionale du *Pou Huat* et le *Massif du Haut Song Ca ;* au Nord-Est : le *Plateau de Nong Kang* et le *Massif du Moyen Song Ma*.

Sur le substratum et principalement dans l'axe de la Zone le long du Nam Sam, mais débordant aussi sur les massifs cristallins, se rencontre une très épaisse série schisto-gréseuse, qui m'a fourni, dans une dizaine de

gisements, semés sporadiquement sur toute la longueur, des fossiles triasiques. Ces fossiles, étudiés par M. Mansuy, paraissent surtout correspondre à un niveau voisin de la Zone à *Ceratites trinodosus;* je cite, des gisements de Nong Kou, les Ammonites suivantes : *Ceratites Samneuaensis* Mansuy cf. *C. trinodosus*, *Ceratites* sp. aff. *C. Ravana* Diener, *Ceratites* cf. *Padma* Diener, *Pinacoceras* cf. *Damesi* Mojs., *Cuccoceras* cf. *C. Yoga* Diener, *Arpadites* sp. cf. *A. rimkinensis* Mojs. Seul le mauvais gisement du Houei Khé Dic, m'a fourni une Ammonite, *Anatibetites* sp. cf. *A. Kelvini* Mojs., qui fait songer à du Trias supérieur.

La série gréso-schisteuse triasique est envahie par des masses considérables et irrégulières d'une roche éruptive acide, dont le type moyen est une *Rhyolite à quartz globulaire*. En de nombreux points, notamment vers le Sud-Ouest contre le *Pou Huat* et contre le *Haut Song Ca*, ces roches sont *écrasées* jusqu'à prendre l'aspect de schistes cristallins. Les traces d'écrasement sont manifestes également dans la série gréso-schisteuse et elles conduisent à considérer que tout l'ensemble a glissé et flotte en contact anormal sur le substratum.

Au-dessus de la série triasique, suivant une bande étroite de direction Nord-Ouest, vient un paquet principalement calcaire que je désigne sous le nom de *Calcaires de Ban O*. Près de Ban O, à la partie supérieure du paquet, j'ai recueilli des Brachiopodes : *Holcothyris laosensis* Mansuy, *Aulacothyris Dussaulti* Mansuy, *Zeilleria pentagona* Mansuy, *Zeilleria intermedia* Mansuy, comparés à des formes calloviennes et des Bivalves, dont *Lima* sp. cf. *L. Phillipsi* d'Orb. de l'Oxfordien européen. Les calcaires de Ban O, où les brèches et les bancs laminés sont fréquents, semblent avoir à leur tour glissé sur la série triasique.

Sur un espace très limité, à Muong Peun, j'ai rencontré, en discordance sur le Trias, un lambeau de grès et de marnes à végétaux *miopliocènes*, du type des formations de Yen Bay au Tonkin.

Enfin, pour compléter ces données générales sur la structure de la province de Sam Neua, une *longue traînée de roches à pyroxène*, profondes, postérieures aux charriages de la région, se poursuit suivant la direction Nord-Ouest et sépare le Plateau de Nong Kang du massif du Moyen Song Ma. M. Ch. Jacob, qui a examiné mes échantillons, considère leur type moyen comme une diabase andésitique; tandis que les roches d'un petit massif, isolé de la traînée principale vers Muong Pao, offrent des feldspaths acides et peuvent être appelées syénites à pyroxène.

GÉOLOGIE. — *Les massifs autochtones du Nord-Est du Tonkin*. Note de M. RENÉ BOURRET, présentée par M. Pierre Termier.

Depuis le début de l'année 1919 j'ai été appelé à réviser, dans le Nord-Est du Tonkin, la vaste surface qui s'étend depuis la frontière de Chine, à l'est de la province de Lang-Son et du Territoire militaire de Cao Bang, jusqu'à la Rivière Claire aux environs de Ha Giang. Déjà considérée antérieurement à mes travaux, au moins en partie, comme un *pays de nappes*, cette région montre en effet des lambeaux charriés, qui reposent sur une série schisteuse recouvrant elle-même des massifs autochtones. Cette note se propose d'indiquer les principaux caractères de ces derniers.

Je les groupe suivant trois arcs, grossièrement concentriques entre eux et concentriques à un massif, également autochtone et formé exclusivement de terrains cristallins, le massif du Haut Song Chay.

Pour les arcs, envisagés de l'extérieur à l'intérieur, voici les éléments que j'y reconnais : 1° Massif du Bac Son, affleurements calcaires des régions de Diem Hé, de Lang Son, de Na Cham et de That Khé, massif calcaire de l'est de Cao Bang; 2° Fenêtre de Yen Lac, Fenêtre de Phien Dia, Anticlinal du Lung Xung; 3° Arc du Coc Xo, correspondant à l'Anticlinal du Coc Xo proprement dit, au Dôme de Ngan Son, au Dôme du Nui Tong Tinh et aux affleurements de la vallée du Song Niao; l'arc du Coc Xo peut-être prolongé, dans l'Extrême Nord du Tonkin, par le massif du Dong Quan.

Au point de vue stratigraphique et en excluant le Dong Quan, qui sort du domaine de mon étude, les terrains sédimentaires des éléments autochtones sont exclusivement, où je les ai étudiés, le Dévonien et l'Ouralo-permien.

Je vais considérer le Dévonien dans le Massif calcaire à l'est de Cao Bang, puis dans la Fenêtre de Yen Lac. — A l'est de Cao Bang, la série est la suivante, de bas en haut : 1° Schistes de Ban Gioc à *Spirifer crispus* His. et Grès du Bong Son; 2° Schistes à *Spirifer speciosus* Schl., avec calcaires dolomitiques subordonnés; les schistes, très généralement fossilifères et très constants à la base, ont fourni une riche faune, bien connue par les travaux antérieurs, et définitivement rangée dans l'Eifélien; 3° Calcaires dans lesquels j'ai rencontré *Stringocephalus Burtini* Defr.; 4° Série de Ha Lang, formée de calcaires siliceux à phtanites avec importantes intercalations de lydiennes; 5° Série de Ban Cra, composée de schistes en plaquettes et de calcaires griottes sans fossiles. — Les terrains de Yen Lac complètent les indications de la succession précédente; ils montrent à leur base la Série de Na Man, située sous le complexe schisto-calcaire à *Spirifer speciosus*, par conséquent au niveau des Schistes de Ban Gioc et des Grès du Bong Son. Cette série, très fossilifère, a fourni notamment, d'après les

déterminations de M. Mansuy : *Calceola sandalina* Lamarck; *Plectambonites yenlacensis* Mansuy, *Rafinesquina Douvillei* Mans., *Chonetes Lantenoisi* Mans., *Strophonella inversa* Mans., *Spirifer* aff. *speciosus* Schloth., *Sp.* cf. *crispus* His., *Proetus namanensis* Mans., toutes espèces rencontrées, sur un point ou sur un autre, avec la faune à *Spirifer speciosus*, sauf le *Spirifer* comparé à *Sp. crispus* His.; celui-ci considéré jusqu'ici en Indochine comme caractéristique du Gothlandien, apparaît maintenant comme moins probant. L'ensemble de la faune de Na Man est eifélien; il en est donc de même des Schistes de Ban Gioc et des Grès du Bong Son. A Yen Lac, sur les schistes à *Sp. speciosus*, vient une épaisseur considérable de lydiennes avec calcaires subordonnés, qui représente ici la série de Ha Lang; puis on trouve la série schisto-calcaire dite de *Pa Pé*, avec notamment : *Rhynchonella cuboides* Sow., *Rh. letiensis* Gosselet, mut. *orientalis* Mans. Ces deux espèces dont j'ai recueilli la dernière également à Phien Dia, témoignent de l'existence du Dévonien supérieur.

En résumé, pour le Dévonien, on ne peut parler avec certitude, dans les massifs envisagés, que d'Eifélien, de Givétien et de Dévonien supérieur (¹).

L'Ouralo-Permien, représenté exclusivement par des masses calcaires souvent importantes, n'a fourni comme fossiles déterminables que : *Spirifer Nikitini* Tschern. et *Schwagerina* cf. *Schw. princeps* Ehr.

Les terrains cristallins ne se rencontrent que dans l'arc du Coc Xo dont un des éléments, le Dôme de Ngan Son, présente, avec le Phan Ngame, des granites qui passent à des gneiss, passant eux-mêmes à des schistes et à des calcaires eiféliens fossilifères. Le granite du Phan Ngame est donc post-dévonien.

La disposition tectonique des terrains dans les éléments autochtones révèle des particularités intéressantes; je m'attache au plus complet, celui de l'est de Cao Bang.

Le fait le plus apparent, reconnu depuis les premières explorations, réside dans la discordance de la masse calcaire ouralo-permienne sur les terrains dévoniens; celle-ci débute presque toujours par des brèches, interprétées jusqu'ici comme étant l'indice d'une transgression; je leur attribue plutôt une origine tectonique.

L'allure des brèches, composées de morceaux très anguleux, de toutes dimensions, jamais roulés, montrant souvent au microscope des parties recristallisées, tordues; la nature des morceaux, surtout constitués par l'Ouralien qui est massif au-dessus de la brèche; la nature du ciment, formé de calcite avec grands rhomboèdres de clivage, sont autant de caractères d'une brèche de friction; à quoi s'ajoutent, pour témoigner

(¹) On connaît, au sud de la région que j'ai étudiée et sur le prolongement de la Fenêtre de Yen Lac, des schistes gothlandiens à *Climacograptus* cf. *scalaris* His.; ils forment un affleurement très restreint près de Na Yan, sous un complexe schisto-calcaire dévonien très écrasé, et ne se placent malheureusement pas dans une succession lithologique régulière.

du charriage, le laminage intense du Dévonien sous-jacent, dont les bancs au contact sont particulièrement froissés et tordus, ainsi que les suppressions fréquentes au sein même du Dévonien, surtout vers l'Ouest, près du domaine des schistes superposés à l'Ouralien.

Sous l'Ouralien discordant, on reconnaît, à l'est de Cao Bang, une disposition en dômes relativement tranquille dans la partie orientale du massif, où ces dômes séparent des dépressions synclinales ayant conservé des lambeaux importants des calcaires ouraliens. Dans l'ouest du massif, au contraire, la couverture ouralienne, à peu près horizontale, recoupe, par sa base, la tête des dômes écrasés des terrains dévoniens; c'est là que la discordance tectonique s'observe avec le plus de netteté à la faveur de fenêtres, par exemple au nord de Quang Uyen et en de nombreux points du Lu Khu. Bref, les choses semblent s'être passées comme si la couverture ouralienne avait été charriée sur une région plissée en dômes, un peu avant son arrivée.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure du Trias des régions de Meknès à l'Innaouen (Maroc septentrional).* Note de M. **P. Russo**, transmise par M. Ch. Depéret.

D'une série d'observations faites dans le Gharb et dans les régions de Meknès, de Fez et de l'Innaouen en 1921, je détacherai les faits suivants relatifs à l'allure tectonique du Trias :

1° Dans toute cette zone, des affleurements de Trias gypso-salin se montrent tantôt en série normale sous le Lias inférieur, tantôt hors de leur position primitive, les masses gypseuses s'élevant, grâce aux fentes du Lias jusqu'au Tertiaire, dans des conditions qui semblent analogues à celles indiquées par M. Savornin, dans le Hodna (Algérie).

2° Les couches gypso-salines ne semblent pas toutes triasiques. Une partie sont éocènes ou même miocènes et proviennent vraisemblablement de terrains triasiques remaniés.

3° Les points où le Trias gypso-salin se montre sous forme de masses remontant du dessous des couches liasiques jusqu'au contact des marnes vertes helvétiennes se voient notamment dans les collines qui, au nord de la Nzala el Oudaïa, bordent la route de Fez à Petitjean, sur les bords de l'Oued Mikkès. On y voit une masse de gypses, d'argiles rouges et de sel gemme, accompagnée de diabases, et située sous les calcaires bleus du Lias, s'étendre vers le Nord; puis les calcaires liasiques surmontés de termes plus élevés du Jurassique, d'Eocène et de Bardigalien, s'interrompent

brusquement, laissant le Trias monter verticalement jusqu'au contact des marnes vertes helvétiennes qui couvrent tout le pays.

4° En bien des points, le contact du Trias et des marnes miocènes existe, mais sans qu'on puisse suivre le passage du Trias à travers le Jurassique; dans ce cas le Trias forme une amygdale au milieu des marnes, et les masses de gypse et de sel forment constamment des anticlinaux peu étendus, à pendage voisin de la verticale, ayant les caractères d'*anticlinaux diapirs* de faible envergure.

5° Dans toute cette région, je n'ai observé aucune trace de mylonites, de brèches de friction, ni de roches écrasées, et la forme même des pointements de Trias exclut dans la région observée (pays entre Ouergha et Sebou; zone entre Petitjean, Meknès, Fès et vallée inférieure et moyenne de l'Innaouen), la présence de nappes de charriage et fait ressortir le caractère intrusif de Trias.

6° L'âge des terrains tertiaires en contact avec le Trias a été déterminé : pour l'Eocène, par la découverte de *Nummulites Gisehensis* et *aff. Gisehensis* (détermination L. Doncieux) et pour le Miocène, par l'abondance d'une grande *Turritella* voisine de *T. gradata*, Menke, sans être identique à cette espèce de Burdigalien d'Autriche.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur l'importance pratique et phylogénétique du talon antérieur* (T_a) *des molaires des mastodontes et des éléphants.* Note de M. **Sabba Stefanescu.**

De même que le T_p, le T_a des molaires des mastodontes et des éléphants, que j'ai étudié au point de vue pratique et phylogénétique, présente des caractères morphologiques utilisables à la détermination de droite ou de gauche des molaires, et des caractères morphophylogénétiques utilisables à la détermination du phylum des mastodontes bunolophodontes et des éléphants qui sont leurs descendants. Cette affirmation est basée sur les faits suivants :

I. D'après Vacek ([1]), le T_p et le T_a des molaires des mastodontes *angustidens*, *longirostris*, *arvernensis* n'ont pas la même valeur morphologique, car le T_p est une vraie colline, tandis que le T_a n'est que le produit du collet (cingulum) du bord antérieur de la couronne. Nous généralisons cette juste observation, qui convient aussi bien aux molaires des mastodontes précités qu'aux molaires d'*Elephas meridionalis* et de tous les éléphants.

([1]) *Ueber œsterreichische Mastodonten*, 1877, p. 15 et 34.

II. Vacek [1] a remarqué que le T_a des $m_{\overline{3}}$ et $M_{\overline{1}}$ de *Mastodon longirostris* est plus rapproché du côté externe que du côté interne de la couronne. Or, d'après mes observations, c'est un fait général que le T_a des molaires inférieures des mastodontes bunolophodontes et des éléphants est déplacé et penché vers l'extérieur de la couronne.

Le déplacement est dû au développement inégal des T_{tr} et T_{cr} de la première colline. En effet, le sommet du T_a est placé juste à l'endroit qui sépare le T_{tr} de T_{cr}, mais il est plus rapproché du côté externe que du côté interne de la couronne, parce que, transversalement, le T_{tr} est moins large que son congénère T_{cr}.

Le penchant est dû à la direction oblique, de l'extérieur à l'intérieur, de la racine antérieure (R_a) de la molaire; le T_a qu'elle porte est penché en sens inverse.

Puisque invariablement le T_a des molaires inférieures est déplacé et penché vers l'extérieur de la couronne, il s'ensuit qu'il nous indique le côté externe, et par conséquent la position de droite ou de gauche des molaires.

III. Chez la $m^{\underline{3}}$ de *Mastodon longirostris*, Falconer [2] a observé « an accessory crest in front » qui « de la pointe principale interne descend obliquement vers la base de la pointe la plus externe », et Vacek [3] a remarqué que derrière le collet du bord antérieur de la couronne de $M^{\underline{3}}_{\overline{3}}$ de *Mastodon angustidens* il y a une série de mamelons (en allemand *eine Hügelfolge*), qui « du sommet de la principale pointe prætrite, va au pied antérieur de la principale pointe posttrite ». Or, d'après mes observations, la série de mamelons en question n'est que le lobe antérieur (a) du T_{tr} de la première colline, et parce qu'il rappelle, en apparence, l'aspect d'une aile déployée, je l'appelle *lobe aliforme* (L_{al}).

a. Mais chez les $M_{\overline{3}}$ de *Mastodon arvernensis* de ma collection et chez les $M_{\overline{3}}$ de *Mastodon longirostris* figurées par Vacek [4], le L_{al} n'existe pas derrière le T_a. Nous nous trouvons donc en présence des deux bouts du phylum des mastodontes *angustidens*, *longirostris*, *arvernensis*, à savoir : le bout initial *angustidens*, dont les $M_{\overline{3}}$ ont L_{al}, et le bout final *longirostris*, *arvernensis*, dont les $M_{\overline{3}}$ n'en ont pas.

b. Si nous admettons que le phylum *Mastodon angustidens* → *longirostris* → *arvernensis* est réel, *ipso facto* nous admettons que l'évolution

(1) Pl. I, fig. 2-2*a*, 4-5, et p. 29-30.
(2) *Palæontological Memoirs*, t. 1, p. 107.
(3) *Op. cit.*, p. 16; pl. IV, fig. 3-3*a*, et pl. V, fig. 1-1*a*.
(4) Pl. III, fig. 1-1*a*.

du T_a et du L_{at} est en corrélation inverse; à mesure que le T_a s'accroît, le L_{at} se réduit.

c. Chez les molaires supérieures des mastondontes *angustidens*, *longirostris*, *arvernensis*, L_{at} existe toujours derrière le collet, car quelle que soit la différenciation qu'il a subie, soit en trèfle à quatre lobes ($<\!\!-\, e, a, p, m$), soit en trèfle à trois lobes ($< e, a, p$), ou à deux lobes ($/\ e, a$), le T_{tr} de la première colline a gardé le lobe *a*.

Chez les molaires inférieures des mêmes mastodontes, L_{at} existe aussi, mais seulement chez les espèces dont le T_{tr} en question, différencié en trèfle à quatre lobes, ou en trèfle à trois lobes, a gardé le lobe *a*. Chez les espèces dont le T_{tr} de la première colline, différencié en trèfle à deux lobes($\setminus e, p$), a perdu le lobe *a*, le L_{at} n'existe pas.

IV. D'après Vacek (¹), le T_a est une excroissance en forme de coussin, (en allemand *polsterartige Wulst* et *polsterartige Wucherung*), incapable de s'organiser en colline. Mais, d'après mes observations, le T_a est une lame triangulaire ou ovale, au sommet et aux bords libres mamelonnés ou digités, convexe en avant, concave en arrière, formée de deux moitiés asymétriques qui sont, en réalité, deux tubercules congénères différemment différentiés et inégalement développés, le plus gros situé du côté du T_{tr} de la première colline.

La base du T_a est oblique, élevée du côté du T_{cr} et abaissée du côté du T_{tr}.

V. Telle que je viens de l'exposer, l'organisation du T_a est plus facile à vérifier chez les $M_{\overline{3}}$ de *Mastodon arvernensis* que chez les mêmes molaires d'*Elephas meridionalis*. En effet, à première vue, le T_a des $M_{\overline{3}}$ de cette dernière espèce paraît être la plus antérieure vraie lame de la couronne. Mais, en observant attentivement, on peut s'assurer qu'il présente tous les caractères du T_a de *Mastodon arvernensis*, à savoir : il est déplacé et penché du côté externe de la couronne et sa base est oblique, élevée du côté du T_{cr} et abaissée du côté du T_{tr}.

En outre, le T_a est petit et, par sa petitesse et par sa situation, il correspond au collet du bord antérieur de la couronne. Il n'est pas une vraie lame, car les vraies lames antérieures de la couronne des $M_{\overline{3}}$ des éléphants, de même que les collines antérieures des $M_{\overline{3}}$ des mastodontes sont les plus grandes et les plus redressées; les suivantes décroissent, de manière que la force trituratrice de la couronne est inclinée d'avant en arrière.

(¹) P. 15, 29, 34.

Puisque le T_a *des molaires d'*Elephas meridionalis *et de* Mastodon arvernensis *présente les mêmes caractères morphologiques et puisqu'il est engendré de la même façon, par le collet du bord antérieur de la couronne, il s'ensuit que ces deux espèces sont liées phylogénétiquement et que les mastodontes bunolophodontes sont les ancêtres de l'*Elephas meridionalis *et de ses descendants.*

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Observations sur la sculpture du relief par les glaces.* Note de M. **André Allix**, présentée par M. Ch. Barrois.

Willard D. Johnson a observé dès 1883, au mont Lyell, que l'action érosive la plus puissante à laquelle les cirques glaciaires doivent la sculpture de leurs formes est l'alternance du dégel diurne et du regel nocturne, en été, à l'intérieur de la rimaye. Cette action a pour effet de déliter la paroi rocheuse, toujours humide, et d'en arracher les débris, qui passent sous la masse glaciaire et sont entraînés avec la moraine de fond. L'arrachement rocheux ainsi déterminé *au-dessous* de la surface de la glace par les variations de température est une des formes du phénomène encore trop vaguement défini qui a reçu le nom de *nivation* (¹). Johnson et, à sa suite Bernard Stracey, qui, en 1912, a refait les mêmes expériences au Blümlisalpstock, estiment que cette action joue un rôle morphologique plus considérable que la démolition subaérienne *au-dessus* de la surface de la glace; jusqu'ici, dans l'école française, on a été plutôt porté à en réduire l'importance.

La période actuelle d'enneigement décroissant met bien en valeur les résultats de ce processus, comme on a eu l'occasion de l'observer en 1921 dans l'Oisans. En effet la décrue, sensible jusque dans la partie haute de presque tous les glaciers, fait aujourd'hui émerger, autour des cirques et sur une hauteur de plusieurs mètres, la paroi rocheuse (amont) des rimayes; ces murailles, à peu près verticales, sont un obstacle nouveau, parfois fort gênant, à la circulation en haute montagne. Cette barrière périphérique est connue des géomorphologistes dans les anciens cirques glaciaires vidés de glace; c'est elle que Gilbert, en 1904, appelait *schrund-line*, et que nous proposons d'appeler en français, d'une manière plus expressive, le *mur de rimaye*.

Les observations de Johnson et Stracey ne portent que sur le cas particulier de la rimaye et du recul des parois du cirque. Nous avons cherché

(¹) Cf. Em. de Martonne, *Le rôle morphologique de la neige en montagne* (*La G.*, t. 34, 1920, II, p. 255-267).

à les étendre au cas général de la crevasse glaciaire, et par suite à la sculpture de toutes les formes de terrain corrélatives à la présence des glaciers, cherchant par là à compléter, d'un point de vue différent, la théorie générale formulée par Em. de Martonne (1).

Pour cela, il a été fait des observations directes, non plus dans des rimayes, mais dans les grandes crevasses de la zone d'ablation d'une langue glaciaire. Après un grand nombre d'observations rapides réparties sur plusieurs années, on a choisi pour des études précises, sur le versant est du Pelvoux, le gradin inférieur du Glacier Blanc, où de grandes crevasses transversales viennent s'ouvrir obliquement contre la paroi rocheuse de la rive gauche, de telle manière qu'il est possible d'y pénétrer et d'en explorer le fond sans trop de difficulté, sur quelques dizaines de mètres. La roche encaissante est ici formée de schistes cristallins gneissisés, très acides, de couleur presque blanche, et très durs, à grain très fin, résistant bien aux actions subériennes et conservant bien les empreintes. Sur le bord du glacier, cette roche est moutonnée, avec nombreuses gouttières étagées; l'ensemble présente un beau poli, avec quelques stries, et des placages de moraine dans les creux, l'outil dont le glacier s'est servi pour effectuer le polissage étant ainsi demeuré sur sa zone même de travail.

L'exploration de deux grandes crevasses a été faite les 10 et 11 août 1920. Les variations diurnes de température au cours de cette journée sont bien mises en évidence par les lectures suivantes, faites au thermomètre-fronde dans l'une d'elles (à 0° près) :

		Températures.	
	Heures.	Fond de la crevasse.	Surface du glacier (à l'ombre).
10 août 1920 :	9h	0°,3	5°,9
»	12	4,5	9,7
»	15	6,8	11,5
»	18	—0,1	8,2
»	21	—1,9	—0,1
11 août 1920 :	3	—2,7	—2,6
Altitude des points d'observation (2)		2463m	2485m

Or le fond des deux crevasses a montré nettement le processus décrit

(1) *Sur la formation des cirques* (*Ann. de G.*, t. **10**, 1901, p. 1-10); *L'érosion glaciaire et la formation des vallées alpines* (*Ibid.*, t. **19**, 1910, p. 289-397, et t. **20**, 1911, p. 1-29).

(2) Évaluée au baromètre par comparaison avec la cote Helbronner du refuge Tuckett.

par Johnson et Stracey : délitage, arrachement et décollement des blocs, entraînés seulement moins vite dans le cas de la crevasse parce que, le fond étant plus près de l'horizontale que de la verticale, la pesanteur du caillou n'agit guère; en revanche, les ruisseaux d'eaux de fonte sont des agents de transport efficaces restituant sans cesse une surface fraîche aux actions gélives. Il y a donc abrasion de la surface rocheuse du fond, et abrasion vigoureuse, enlevant sur la totalité du fond une épaisseur appréciable de masse rocheuse. Cette épaisseur, variant avec la grosseur des blocs (quelques centimètres de diamètre en moyenne), paraît être, aux points et à la date considérés, de l'ordre de grandeur d'au moins 1^{cm} par jour; c'est dire qu'elle paraît relativement *énorme* par rapport à toutes les autres actions érosives connues. Nous proposons d'appeler cette action spéciale la *corrosion sous-glaciaire*.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Modifications apportées à la plage de Sangatte à la suite des tempêtes de décembre* 1921. Note de M. **G. Dubois**, présentée par M. Ch. Barrois.

Des tempêtes se sont déchaînées en décembre dernier sur la côte de Calais et ont failli provoquer la rupture de la digue de Sangatte. Il s'en est fallu de peu que le Calaisis presque entier et une partie de la Plaine maritime flamande ne fussent envahis par la mer, catastrophe renouvelant celles qui se sont déjà produites au cours des âges et que l'histoire a consignées (1). On sait en effet que le niveau moyen de la Flandre maritime est inférieur à celui des hautes mers.

L'action destructive des vagues s'est exercée à trois reprises différentes en novembre et décembre (particulièrement les derniers jours de décembre), chaque fois qu'un vent violent soufflant de l'O-N-O a uni son action à celle du flux, et cela par des marées à coefficients très élevés.

Le grand pierré occidental de Sangatte a été dégagé du sable qui en masquait la base et montre maintenant son soubassement; différentes pierres en ont même été descellées.

A l'est du petit pierré oriental, la protection du pays n'est assurée que par une ligne unique de dunes qui, en certains points, ne dépassent guère 20^{m} de largeur à la base. Cette ligne de dunes a été attaquée sur 600^{m} de longueur et, dans l'ensemble, rongée sur la moitié de son épaisseur; par

(1) Blanchard, *La Flandre*, 1906, p. 213-215.

places, le sommet de la dune dépasse à peine de 1^m le niveau des marées de vive eau.

Le danger immédiat a été écarté grâce aux mesures de protection qui ont été prises (lignes de fascines et muraille de sacs de sable) sous l'active direction de M. l'Ingénieur des Ponts et Chaussées de Calais. La menace d'inondation du Calaisis subsistera cependant jusqu'au moment où l'on aura prolongé la digue empierrée de Sangatte d'abord jusqu'au niveau de la ferme Tournant (où la côte s'infléchit légèrement vers l'Ouest), puis jusqu'à la digue de Calais.

L'extrémité nord-est du pierré oriental de Sangatte s'appuie sur le cordon littoral ancien des Pierrettes dont la section par le littoral actuel était habituellement recouverte par la dune. Cette section, décapée par la vague, est actuellement visible.

La plage, dont le niveau s'est abaissé de plus de $0^m,50$ en certains endroits, a été nettoyée du cordon de galets qui la recouvrait au pied de la dune, et qui était constitué de galets de grès diestien, de silex et de craie. Le sable lui-même a été enlevé en partie de telle façon que le soubassement géologique de la plage est visible tant au sud-ouest qu'au nord-est du cordon des Pierrettes.

Au sud-ouest du cordon des Pierrettes, on peut suivre la tourbe presque sans interruption au pied des différents pierrés successifs et principalement à la base du grand pierré occidental jusqu'au « Chalet des Mouettes », non loin de l'église.

Au nord-est du cordon des Pierrettes, on ne voit affleurer que l'argile grise des polders à *Hydrobia ulvæ*, *Scrobicularia piperata* et coquilles terrestres.

Ces observations complètent les documents fournis par une série de sondages que j'ai effectués l'été dernier dans le Calaisis et confirment les conclusions que j'avais été amené à formuler par la seule interprétation de ces documents (1).

Le grand trait dominant de la structure géographique et géologique du Calaisis est fourni par le cordon des Pierrettes et ses ramifications : digitations du Virval, cordons sableux de Marck et de Petit-Courgain.

Au sud du cordon des Pierrettes, sur les sables et les argiles gris bleu, repose, de façon très constante, la tourbe affleurant au sol ou recouverte de sables blancs, d'argile des polders ou d'argile de marais.

---

(1) Séance de la Société Géologique du Nord du 9 novembre 1921; en cours de publication dans *Ann. Soc. Géol. Nord*, t. 46, 1921.

Au nord du cordon, le sol des polders ou des plages asséchées est composé essentiellement de sables et d'argiles gris bleu à la base, de sables variés, puis d'argile grise des polders au sommet. La tourbe y est très exceptionnelle; elle se rencontre sporadiquement en petits amas derrière la dune de Petit-Courgain et près du Cran à Sangatte, de part et d'autre de la digue Camyn.

Conclusions. — Les sondages et les affleurements de la plage de Sangatte montrent que la tourbe s'est formée à l'abri de la mer derrière le cordon littoral des Pierrettes ou derrière ses ramifications lorsque ce cordon possédait encore sa base d'attache, maintenant détruite par la mer à la suite du recul du Blanc-Nez.

La tourbe ayant commencé sa formation au Néolithique, il faut admettre que le cordon des Pierrettes était constitué, au moins dans ses grandes lignes, dès cette époque.

MÉTÉOROLOGIE. — *Le déplacement des hausses et des baisses barométriques et la direction des cirrus.* Note de MM. **L. Besson** et **H. Dutheil**, présentée par M. Bigourdan.

D'après une Note récente [1], on a vu que nous avions dressé des cartes représentant les variations moyennes de la pression atmosphérique dans les 24 heures en Europe, ayant accompagné un passage de cirrus à Paris, en distinguant 16 directions pour le mouvement des cirrus, en divisant l'année en deux semestres, et en séparant les cas où la hauteur barométrique à Paris avait été supérieure à 760^{mm} de ceux où elle avait été inférieure à cette valeur. Pour chacun de ces 64 groupes, nous avons construit deux cartes de variations moyennes, l'une de la veille au jour d'observation des cirrus, l'autre de ce jour au lendemain.

Le déplacement, en 24 heures, des lignes d'égale variation (isallobares), s'y montre en général assez nettement, malgré les déformations qu'elles subissent. Les domaines de hausse ou de baisse sont presque toujours allongés et ont souvent la forme de bandes traversant toute la carte. L'orientation de leur grand-axe a été prise comme représentant l'orientation des isallobares quand celles-ci avaient une forte courbure.

Indépendante de la saison et de la hauteur du baromètre, du moins en première approximation, l'orientation varie suivant la direction des cirrus comme le montre le Tableau ci-après :

---

(1) *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 1104.

Direction des cirrus.	Orientation des isallobares.	Direction du mouvement des isallobares.	Direction des cirrus.	Orientation des isallobares.	Direction du mouvement des isallobares.
WNW	N	W	ESE	NW	?
NW	N	WSW	SE	NNW	W
NNW	NNE	WNW	SSE	(NW)	WSW
N	NNE	WNW	S	NNW	SW
NNE	NE	WNW	SSW	N	WNW
NE	ENE	?	SW	N	W
ENE	?	?	WSW	NNE	W
E	?	?	W	(NE)	NW

On voit que les isallobares sont orientées en moyenne N-S, mais tendent à se mettre en croix avec la direction des cirrus quand ceux-ci viennent des régions Nord ou Sud.

Cette remarque, jointe à celle que les cirrus de la moitié Nord vont en général d'une zone de baisse à une zone de hausse, tandis que ceux de la moitié Sud vont d'une zone de hausse à une zone de baisse, fournit une interprétation de la loi énoncée à la fin de la Note précitée.

La direction du déplacement des isallobares est à peu près perpendiculaire à leur orientation. Comme celle-ci, elle paraît indépendante de la saison et de la hauteur du baromètre. La moyenne annuelle est W 8° N.

La vitesse ne peut être mesurée sur nos cartes qu'assez grossièrement, les isallobares ne restant pas parallèles à elles-mêmes. Elle semble plus grande en hiver qu'en été. Nous évaluons sa valeur moyenne à 960^{km} en 24 heures, soit 40^{km} à l'heure ou 11^{m} par seconde.

La distance entre les lignes de hausse et de baisse maximum est en moyenne de 1300^{km}, ce qui donne 2600^{km} pour la longueur d'onde et 2,7 jours pour la période [1].

Il est intéressant de comparer aux résultats que nous venons d'indiquer pour le mouvement des ondes barométriques, ceux que les dix mêmes

[1] Ce dernier chiffre s'accorde avec le résultat de l'étude des variations interdiurnes du baromètre dans une même station. Si l'on considère la série des moyennes diurnes de la pression atmosphérique, la fréquence pour 100 des divers intervalles séparant deux minima consécutifs dans cette série est, d'après 20 ans d'observations, la suivante :

	Intervalle en jours.											
	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	>12.
Paris....	12	22	20	16	12	8	5	2	2	1	0	0
Upsal...	13	21	19	15	11	7	5	3	2	2	1	1

Dans nos régions, les minima barométriques se succèdent donc le plus souvent à 3 jours d'intervalle.

années d'observations nous ont fournis sur le mouvement des cirrus à Paris.

	Octobre à mars.	Avril à septembre.	Année.
Direction	W	W 12° S	W 6° S
Vitesse relative $\frac{1000 V}{H}$	$3^{m},20$	$2^{m},54$	$2^{m},87$
Vitesse absolue	$24^{m},6$	$22^{m},4$	$24^{m},4$

La vitesse relative a été mesurée au néphoscope. La vitesse absolue a été calculée en multipliant la vitesse relative par la hauteur moyenne des cirrus (et cirro-stratus), qui est, d'après Teisserenc de Bort [1], de $7^{km},7$ en hiver, de $8^{km},8$ en été et de $8^{km},5$ pour l'ensemble de l'année (au-dessus de l'altitude de Montsouris, 77^{m}).

Cirrus du Nord-Ouest. — Ils présentent une singularité remarquable. Si, pour un quelconque des groupes de cas considérés (par exemple pour les cirrus de direction N, semestre d'octobre à mars, pression supérieure à 760 à Paris) on examine quelle est la fréquence des diverses valeurs de la variation de pression de la veille au jour des cirrus dans une station déterminée, on constate que cette fréquence passe par un maximum unique, correspondant à la valeur moyenne de la variation.

Les cirrus du Nord-Ouest font toutefois exception. En hiver, tant par haute que par basse pression, et en été par haute pression (les cas de basse pression en été sont trop peu nombreux pour une telle statistique), on remarque que la fréquence offre, sur la Mer du Nord et l'ouest de l'Europe, deux maxima, correspondant l'un à une hausse, l'autre à une baisse. On en conclut que les situations caractérisées par le fait que la direction des cirrus est NW à Paris répondent à deux types différents. Nous les avons séparés le mieux possible et avons dressé, pour l'un et l'autre type, des cartes moyennes.

Les cartes de variations qui sont relatives au type comportant une hausse dans la partie de l'Europe indiquée plus haut donnent une impression de continuité lorsqu'on les rapproche de celles qui concernent les directions voisines, WNW et NNW. Elles montrent un déplacement normal des isallobares de l'Ouest vers l'Est.

Dans le second type, au contraire, la baisse se déplace avec une direction Nord en hiver et même Nord-Est en été.

La carte isobarique au jour d'observation des cirrus est à peu près sem-

---

(1) *Travaux scientifiques de l'Observatoire de Météorologie dynamique de Trappes*, t. I, p. T.241.

blable pour les deux types. Rien dans l'aspect ou la vitesse des cirrus ne paraît fournir à l'observateur local le moyen de distinguer ces deux types l'un de l'autre.

Le type avec baisse est représenté par un peu moins de la moitié des cas de cirrus du NW. Afin de ne pas confondre dans la même moyenne deux réalités aussi différentes, nous avons laissé les cirrus du Nord-Ouest, type baisse, en dehors de nos statistiques, sauf pour la fréquence des diverses directions de cirrus donnée dans la première Note (1).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La formation des pigments anthocyaniques.* Note (2) de M. **Raoul Combes**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En 1913, j'ai isolé des feuilles vertes d'*Ampelopsis hederacea* un pigment jaune γ-pyronique à partir duquel, par réduction au moyen de l'amalgame de sodium, j'ai produit un pigment anthocyanique rouge que j'ai identifié avec celui qui se trouve dans les feuilles rouges de la même plante. En 1914, Everest obtenait également des pigments anthocyaniques en réduisant divers composés γ-pyroniques. Enfin, la même année, MM. Willstätter et Mallison produisaient une anthocyanidine, la cyanidine, en réduisant un dérivé γ-pyronique, la quercétine. Ces recherches ont amené MM. Everest et Willsätter à définir la constitution des pigments anthocyaniques et à déterminer leur formule.

Dans deux Communications récentes, M. St. Jonesco (3) expose, relativement à l'origine des pigments anthocyaniques, plusieurs faits qui le conduisent à infirmer ces résultats.

En traitant divers organes végétaux, et en particulier les feuilles vertes d'*Ampelopsis hederacea*, par une solution d'acide sulfurique à 7 pour 100, l'auteur a obtenu des extraits acides qui, agités avec de l'alcool amylique, cèdent à ce solvant des pigments jaunes. Ces solutions amyliques de pigments jaunes se colorent en rouge par chauffage en présence soit d'acide sulfurique et de bioxyde de manganèse, soit, dans certains cas, d'acide chlorhydrique seul; elles ne se colorent pas par réduction au moyen de l'amalgame de sodium (4).

(1) *Loc. cit.*, p. 1105, colonne 2.

(2) Séance du 16 janvier 1922.

(3) St. Jonesco, *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 850 et 1006.

(4) Dans la première de ces Communications, M. Jonesco fait connaître de plus les

M. Jonesco rappelle à ce propos que plusieurs auteurs, dont j'ai cité plus haut les noms, ont cru pouvoir affirmer que la transformation de pigments jaunes en pigments rouges avait pour cause des phénomènes de réduction; il considère que ces auteurs ont commis une erreur, attribuant à une réduction une coloration qui n'était provoquée selon lui que par la seule action de l'acide chlorhydrique à chaud. Enfin, il conclut de ses résultats que l'apparition des pigments rouges chez les plantes est due, non à des réductions, mais au contraire à des phénomènes d'oxydation.

J'ai préparé, comme l'a fait M. Jonesco, des extraits acides de feuilles vertes d'*Ampelopsis hederacea* en traitant ces organes par une solution aqueuse d'acide sulfurique à 7 pour 100. Le liquide obtenu a été agité à plusieurs reprises avec de l'alcool amylique. L'étude de la solution aqueuse et de la solution amylique m'a permis de constater que ni l'une ni l'autre ne renferme de pigments jaunes γ-pyroniques; il suffit d'ailleurs de connaître les caractères de ces pigments qui, en présence des acides, forment des sels d'oxonium insolubles dans l'eau, pour prévoir que l'épuisement des tissus par l'eau acidifiée ne peut les dissoudre.

Les substances jaunes prises par M. Jonesco pour les pigments γ-pyroniques étudiés par ses prédécesseurs n'étaient autres que des tannins, comme je vais le montrer ci-dessous. Les faits qu'il a constatés ne l'autorisaient donc pas à discuter les résultats antérieurs relatifs à ces pigments. D'autre part, M. Jonesco pense que les pigments rouges obtenus par les auteurs auxquels il fait allusion étaient dus simplement à l'action de l'acide chlorhydrique à chaud sur les pigments jaunes; il lui eût suffi de soumettre à cette action un pigment jaune γ-pyronique quelconque pour se convaincre

---

résultats qu'il a obtenus en reprenant les recherches de M. E. Rosé relatives à la variation des glucosides au cours de la pigmentation des corolles de *Cobæa scandens*.

On peut objecter aux conclusions de l'auteur qu'il a employé pour doser les glucosides une méthode basée sur la précipitation de ces corps par l'acétate neutre de plomb; or, cette propriété n'est pas commune à tous les glucosides, mais est au contraire tout à fait exceptionnelle dans ce groupe; un très petit nombre de ces substances précipitent dans les conditions indiquées; 2° il semble en outre exister une contradiction dans l'exposé même de l'auteur : après avoir formulé contre la technique de Rosé des critiques tendant à montrer que ce physiologiste a compté comme glucosides des corps non glucosidiques, et a ainsi obtenu des chiffres trop élevés, Jonesco, exposant ses propres résultats, indique, dans un cas (corolles pigmentées) des chiffres qui sont trois fois plus élevés que ceux de M. Rosé, dans l'autre (corolles non pigmentées) il va même jusqu'à trouver une quantité considérable de glucosides là où son prédécesseur n'avait pu en mettre en évidence.

qu'il ne se produit dans ces conditions aucun pigment rouge, la transformation du pigment jaune en pigment anthocyanique n'ayant lieu qu'en présence d'un agent réducteur.

J'ai étudié le tannin contenu dans les extraits aqueux et amyliques des feuilles d'*Ampelopsis hederacea;* ce corps appartient au groupe des phlobatannins; il précipite par l'eau bromée, par le formol en présence d'acide chlorhydrique, se colore en vert par les sels de fer et forme un précipité rouge de phlobaphène par ébullition de sa solution aqueuse acidifiée.

J'ai isolé ce phlobatannin en opérant comme je l'ai fait antérieurement pour celui des raisins ([1]). J'ai ainsi obtenu un corps amorphe donnant toutes les réactions que M. Jonesco attribue à son pigment jaune générateur d'anthocyanine. Il se dissout dans l'eau acidifiée; la solution obtenue, agitée avec de l'alcool amylique, cède à ce solvant une partie du phlobatannin, tandis qu'une autre partie reste en solution dans l'eau acidifiée; le liquide amylique, chauffé avec de l'acide chlorhydrique ou sulfurique, et sans qu'il soit nécessaire d'ajouter de bioxyde de manganèse, se colore en rouge par suite de la formation d'un composé phlobaphénique rouge que Jonesco a pris pour une anthocyanidine.

Les pigments anthocyaniques ne doivent plus être considérés comme suffisamment caractérisés simplement par leur coloration rouge virant en présence des alcalis; nos connaissances actuelles les font apparaître comme des espèces chimiques parfaitement définies appartenant au groupe du γ-pyrane. Il est indispensable, pour les caractériser, de les isoler à l'état pur et de déterminer qu'ils appartiennent bien au groupe des dérivés du γ-pyrane. Les résultats obtenus par Kurt Noack, et par M. Jonesco, sont dues à ce que ces auteurs n'ont pas tenu compte de ces considérations.

M. Jonesco ayant opéré sur des phlobatannins, et non sur des pigments γ-pyroniques, les conclusions critiques qu'il formule relativement à la production des anthocyanines par réduction de ces pigments ne peuvent donc être prises en considération. Les pigments rouges qu'il a obtenus, et qu'il a considérés comme des anthocyanidines, étant des composés phlobaphéniques, ses conclusions relatives à la production des pigments anthocyaniques par oxydation ne peuvent non plus être acceptées.

([1]) Raoul Combes, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 58-61.

BOTANIQUE. — *Sur la végétation algologique de Rockall.* Note de M. G. **Hamel**, présentée par M. L. Mangin.

Au mois de juin 1921, le commandant Charcot a conduit le *Pourquoi-Pas ?* au rocher de Rockall qui pointe dans l'Océan Atlantique à 240 milles marins de la côte nord-ouest de l'Irlande. M. Le Conte et trois matelots réussirent à sauter sur le rocher et en détachèrent des morceaux qui ont été étudiés par M. le Professeur Lacroix (1). Sur ces débris de roche étaient fixées des algues que j'ai préparées aussitôt.

Le rocher affecte la forme d'un demi-cercle; il a une hauteur de 21^m et un diamètre de 20^m dans sa plus grande largeur. Sa partie inférieure plonge à pic dans la mer, tandis que la partie supérieure s'effile pour se terminer en pointe.

Toute la base était revêtue d'une ceinture brune d'*Alaria esculenta* (Lyngb.) Grév. dont les frondes étaient continuellement baignées par les lames. Cette situation convient parfaitement à l'*Alaria*, car c'est l'algue caractéristique des endroits violemment battus et elle croît de préférence sur les parois verticales des rochers. C'est la seule algue brune que j'aie trouvée à Rockall; je n'ai observé ni Fucus, ni Laminaires et l'Alaria ne portait aucun parasite.

Le petit écueil d'Haselwood, qui se trouve à 200^m au nord de Rockall, est totalement recouvert d'une chevelure d'Alaria que la houle soulève sans cesse. Bien que le canot du *Pourquoi-Pas ?* en ait fait plusieurs fois le tour, il a été impossible de distinguer la couleur de la roche, tant était épaisse la couche d'Alaria.

Au-dessus de cette ceinture, la roche apparaît avec, par places, des taches verdâtres formées par les Chlorophycées et d'autres jaunâtres ou noirâtres qui ne sont que des Floridées maladives ou des algues calcaires. Tout le sommet du rocher est couvert du guano déposé par les innombrables colonies d'oiseaux qui s'y reposent et de longues traînées blanches s'écoulent le long des pentes. A la base d'un de ces sillons se trouvait le *Prasiola stipitata* Suhr. et les embruns, après avoir lavé le guano, lui apportaient les composés ammoniacaux pour lesquels les Prasiola ont une prédilection bien connue. Cette espèce de Prasiola est caractéristique des falaises à oiseaux, ainsi que l'ont observé MM. Börgesen et Cotton.

Parmi les Chlorophycées que j'ai recueillies abondait surtout une forme

(1) A. Lacroix, *La composition minéralogique de la rockallite* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 267).

naine d'*Enteromorpha compressa* (L.) Grév. dont les plus grands échantillons atteignaient 3cm.

Le *Rhizoclonium riparium* (Roth.) Harv. formait par endroits des coussinets veloutés. Enfin sur un fragment de roche se trouvaient plusieurs frondes d'*Ulva Lactuca* L. hautes de 2cm à 4cm.

J'ai trouvé également une fronde monostromatique, haute de 1cm, à cellules quaternées que je crois être une forme du *Porphyra leucosticta* Thuret.

Le *Rhodochorton Rothii* Naeg. croissait en abondance à la face supérieure d'une de ces crevasses qui ont fait croire à la stratification de la roche; et au-dessus de cette corniche se trouvaient de nombreux échantillons du *Bangia fusco-purpurea* Lyng. qui était particulièrement vigoureux.

Les Floridées avaient un aspect rabougri. Le *Ceramium rubrum* (Huds.) Ag. qui était l'algue la plus abondante, formait un revêtement jaune paille. Ses frondes étaient couchées sur la roche et se cachaient l'une l'autre pour préserver un peu leurs parties inférieures qui etaient d'un beau rouge. Le *Polysiphonia urceolata* (Lightf.) Grév. formait des touffes noirâtres, hautes de 1cm à 2cm. De nombreuses Corallinacées encroûtantes croissaient entre les crampons des Alaria et, plus haut, formaient un revêtement rose sur la roche.

Toutes ces algues sont caractéristiques des rochers exposés et elles ont déjà été signalées dans de semblables conditions aux Feroë par M. Börgesen et à Clare Island, en Irlande, par M. Cotton. Mais à Rockall toutes ces espèces, sauf l'Alaria, étaient représentées par des spécimens nains et chétifs et semblaient se trouver dans des conditions particulièrement dures. Il était intéressant de les retrouver sur ce rocher perdu dans l'Océan.

CRYPTOGAMIE. — *Sur le parasitisme de* Sphacelaria bipinnata *Sauvageau.* Note de M. E. Chemin, présentée par M. L. Mangin.

C. Sauvageau, dans ses remarques sur les Sphacélariacées [1], a séparé, de *Sphacelaria cirrhosa*, un certain nombre d'espèces parmi lesquelles le *Sphacelaria bipinnata*, caractérisé, en particulier, par sa pénétration dans les algues lui servant de support : *Halidrys siliquosa* principalement et quelquefois *Cystoseira fibrosa*.

Des dragages, effectués en août, au large de Luc-sur-Mer, ont ramené des fragments

[1] C. Sauvageau, *Remarques sur les Sphacélariacées* (*Journ. de Bot.*, t. 16, 1902, p. 381).

d'*Halidrys* porteurs de petites houppes de *Sphacelaria*. Les rameaux dressés n'atteignaient que 4^{mm} à 5^{mm} de hauteur; les uns portaient des sporanges uniloculaires; d'autres présentaient des sporanges pluriloculaires; aucun n'avait de propagules. Des rameaux rampants, sorte de stolons, se détachaient de la base, s'étendaient à la surface du support, et, de place en place, donnaient naissance à une nouvelle touffe en même temps qu'à un tissu de pénétration. L'ensemble rappelait l'extension d'un pied de fraisier ou de renoncule rampante.

Malgré sa pénétration évidente, le *Sphacelaria bipinnata* ne peut être considéré comme un vrai parasite; à son hôte prétendu, il ne demande qu'un support, et ne tire de lui aucun aliment où à peu près.

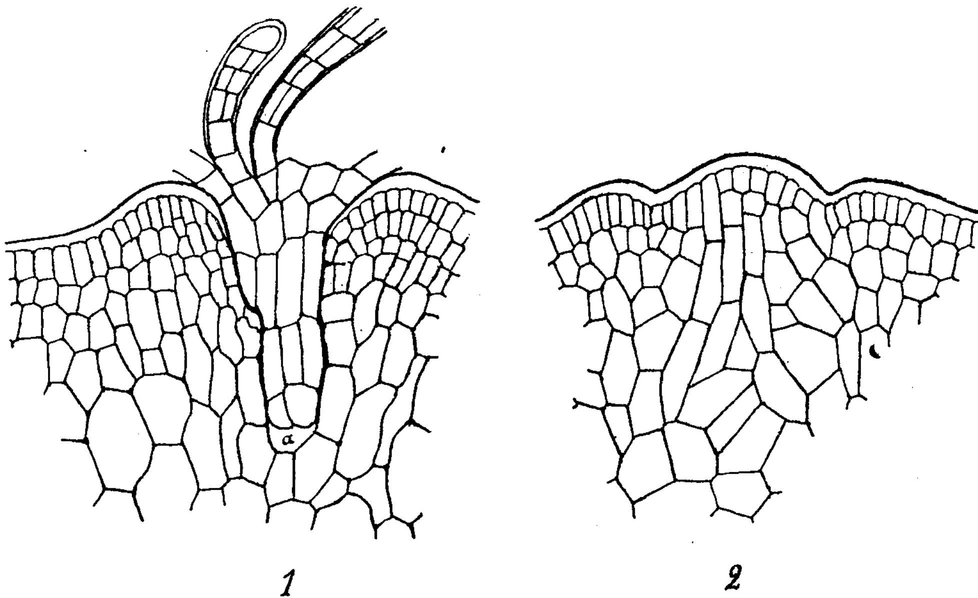


Fig. 1. — Pénétration de *Sphacelaria bipinnata* dans le tissu cortical d'*Halidrys siliquosa* × 220.
Fig. 2. — Régénération du tissu cortical d'*Halidrys siliquosa* après disparition du cône de pénétration de *Sphacelaria bipinnata* × 220.

La région interne (*fig.* 1) forme, comme le dit très bien Sauvageau, un « faisceau compact, bien limité »; c'est une sorte de pivot bordé par une ligne légèrement brunâtre, et dont les cellules présentent toutes des chromatophores. La pénétration débute par une petite pointe, développée sur un rameau rampant, qui transperce la cuticule et s'enfonce dans une cellule superficielle; elle n'est jamais très profonde et ne s'étend pas au delà de la région corticale. Elle entraîne la destruction de quelques cellules (dans la figure 1 la pointe du cône s'enfonce dans la cellule *a*), elle est vraisemblablement facilitée par l'action de certaines diastases, mais ces diastases n'agissent qu'au contact immédiat, pendant la période de pénétration et ne

font pas sentir leur action à distance. On n'observe, en effet, aucune altération ni au sommet ni sur les côtés, les chromatophores de l'*Halidrys* sont aussi nombreux et aussi colorés dans la région de contact qu'à une certaine distance. C. Sauvageau (¹) a signalé cependant que la matière des *Sphacelaria*, qui brunit sous l'action de l'eau de Javel, se montre dans la lamelle moyenne des cellules de la plante-support à une faible distance; il peut y avoir diffusion après la mort, et, en tout cas, comme cette matière s'observe dans tous les *Sphacelaria* pénétrants ou non pénétrants, on ne peut la considérer comme un agent de digestion.

Si l'action chimique n'est pas manifeste, l'action mécanique est très nette. Le pivot exerce une pression sur les tissus voisins, les cellules sont aplaties, leurs parois sont ondulées, quelquefois délaminées et il n'est pas toujours facile d'en suivre le contour avec précision; cette pression détermine de part et d'autre la formation d'un bourrelet. Le cône de pénétration se comporte moins comme un organe de succion que comme un organe qui, élaborant lui-même sa nourriture aux dépens de l'eau ambiante, se renfle pour assurer une adhérence suffisante.

Malgré cela, l'adhérence n'est jamais très forte, un simple grattage avec l'ongle peut provoquer l'arrachement, il ne reste alors qu'une cavité sans aucun débris du cône, il n'y a donc pas fusion intime. Cet arrachement doit se faire dans les conditions naturelles car, dans une série de coupes, on peut oberver des alvéoles rappelant par leur forme, leur taille, la présence de bourrelets latéraux, les perforations dues à un pivot de *Sphacelaria*. Quelquefois la cavité est entièrement comblée par un tissu de régénération (*fig*. 2); elle ne se remarque que par les bourrelets latéraux et, dans la profondeur, par la forme étroite et allongée des éléments régénérés, bien différente de la forme polyédrique des éléments normaux. On n'observe aucun tissu de cicatrisation, l'altération n'avait pas été profonde; ce sont les cellules de contact qui, reprenant leur activité, ont comblé la lacune.

Il n'y a donc aucune analogie entre la fixation de *Sphacelaria bipinnata* sur *Halydrys siliquosa* et la fixation d'une phanérogame parasite sur son hôte. Cette fixation n'entraîne d'ailleurs, contrairement à ce qui se produit chez les phanérogames, aucune modification dans les organes de multiplication et de reproduction, comme l'a déjà remarqué Sauvageau.

Sphacelaria bipinnata n'a été observé jusqu'ici que sur deux espèces d'algues, ne serait-ce pas la preuve d'une affinité entre les individus associés? Sans alléguer l'insuffisance des recherches, on peut répondre que le déve-

(¹) C. Sauvageau, *Le parasitisme des Algues* (*Comptes rendus*, t. 130, 1900, p. 343).

loppement nécessite une adhérence momentanée de la spore et une perforation facile de la cuticule : ces conditions, de nature mécanique plus que physiologique, peuvent ne pas se rencontrer chez toutes les algues.

C'est dans les algues parasites qu'Oltmanns (¹) range *Sphacelaria pulvinata*, *Sphacelaria cœspitula*, et il pense que beaucoup d'autres *Sphacelaria* se comportent d'une façon semblable. Il y a là au moins une exagération en ce qui concerne *Sphacelaria bipinnata* qu'on devrait considérer comme une algue *Epiphyte-perforante*.

PHYSIOLOGIE. — *L'action de l'histamine sur la sécrétion du suc gastrique chez les pigeons*. Note de M. **W. Koskowski**, présentée par M. Roux.

L'histamine obtenue par synthèse par Windaus et Vogt et comme produit de décomposition de l'histidine, par Ackermann, fut découverte par A. Berthelot et D.-M. Bertrand dans les bouillons de culture de certains microbes de la flore intestinale et surtout du *Bacillus aminophilus intestinalis*, cultivé sur l'histidine. Au point de vue de son action physiologique, cette substance a été étudiée surtout par Dale, Laidlow, Barger, Modrakowski, Steusing et autres.

Ces dernières années, Popielski, et ensuite Rothlin et Gundlach constatent que l'histamine exerce une action stimulante très énergique sur la sécrétion gastrique du chien, mais que cette action ne se produit qu'à la suite d'injections hypodermiques. Les injections intraveineuses, ainsi que l'introduction directe dans les différentes parties du tube digestif restaient sans effet. Rothlin et Gundlach en ont conclu que l'histamine agissait par l'excitation de pneumogastrique, comme un corps parasympathicomimétique, tandis que Popielski a montré que la section des nerfs vagues ainsi que l'injection préalable de scopolamine n'empêchaient pas la sécrétion du suc gastrique sous l'action de l'histamine.

Se basant sur le fait que l'histamine n'exerce aucune action sécrétoire après l'injection intraveineuse, il faut, nous croyons, admettre que cette substance inactive par elle-même, provoquait dans l'organisme la formation d'une autre substance qui agirait directement sur les cellules gastriques (Popielski).

J'ai repris ces expériences dans le but de préciser l'action sécrétoire de l'histamine dans les différentes conditions en mettant à profit une méthode très simple et très rapide que j'ai déjà eu l'occasion d'expérimenter avec Steusing, et qui consiste à prendre comme animaux d'expériences des oiseaux, qui n'éprouvent du fait de la gastrotomie qu'un choc opératoire minime et sur lesquels on peut expérimenter immédiatement après l'opération, sans aucune précaution spéciale.

J'ai opéré sur des pigeons et, après avoir établi les doses minima actives ($0^{mg},1$ à $0^{mg},2$ par kilogramme pour les injections sous-cutanées), j'ai con-

(¹) Oltmanns, *Morphologie and Biologie der Algen*, Bd 2, p. 319.

staté tout d'abord que l'histamine, inactive à toute dose par l'injection intraveineuse, ou introduite directement dans la bouche, dans le jabot ou l'estomac, exerçait son action spéciale sur la sécrétion gastrique non seulement quand on l'injectait sous la peau, mais aussi à la suite d'injections intramusculaires aux mêmes doses que pour les injections sous-cutanées et que son introduction dans une partie quelconque de l'intestin produit la même action, mais à des doses trente à quarante fois plus fortes.

Il est important de noter qu'une simple application d'histamine dissoute dans une goutte d'eau physiologique sur la peau déplumée et grattée produit le même effet que l'injection sous-cutanée de la même dose. La même quantité d'histamine appliquée en plusieurs endroits de la peau provoque une action beaucoup plus forte. L'atropine à des doses différentes n'empêche pas cette action.

La première goutte du suc acide (réaction au tournesol et Congo positif) paraît dans la canule exactement huit minutes après l'injection ou le dépôt.

Pour déterminer si l'histamine ne subit pas une destruction immédiate dans le sang, et, par conséquent, ne produit pas l'action succagogue, j'ai fait les expériences suivantes :

1° On laisse couler stérilement 10^{cm^3} de sang de lapin sur une solution de 10^{mg} d'histamine. On défibrine, on laisse en repos pendant 20 heures et l'on injecte 1^{cm^3} de sang sous la peau du pigeon muni d'une canule gastrique. On obtient en 7 heures la quantité énorme de $21^{cm^3},50$ de suc gastrique bien acide; 2° on injecte très lentement (13 minutes) à un pigeon $1^{mg},8$ d'histamine dans la veine, et 3 minutes après on lui prend dans le cœur 2^{cm^3} de sang que l'on injecte immédiatement à un autre pigeon sous la peau. On obtient en 12 heures $25^{cm^3},75$ de suc gastrique très acide. Dans les expériences de contrôle la même quantité de sang pris dans le cœur et injecté sous la peau ne provoque aucune sécrétion dans la première heure après l'injection, et donne 8^{cm^3} d'un liquide mélangé de bile après 21 heures; 3° on mouille la peau, préalablement isolée des tissus sous-jacents par un carton que l'on fait glisser entre la peau et la chair, d'une goutte d'eau physiologique contenant 1^{mg} d'histamine et l'on découpe immédiatement la partie de peau mouillée. On constate un écoulement de $3^{cm^3},5$ de suc gastrique en 1 heure. L'action de l'histamine à travers la peau est donc, pour ainsi dire, instantanée.

De l'ensemble de nos expériences, nous pouvons donc conclure que l'histamine n'est pas détruite dans le sang et qu'elle n'est pas transformée dans le sang en substance stimulante de la sécrétion gastrique, qu'elle subit cette transformation dans les autres tissus et principalement dans la peau.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Vaccine pure cérébrale. Virulence pour l'homme.* Note de MM. C. **Levaditi** et S. **Nicolau**, présentée par M. Roux.

Nous avons montré récemment (¹) que le virus vaccinal, cultivé à l'état pur dans le cerveau du lapin, conservait intactes ses affinités pour les segments cornéen et cutané de l'ectoderme, chez cette espèce animale. Malgré de nombreux passages exclusivement cérébraux (actuellement au nombre de 110), ce virus, inoculé sur la peau du lapin, après épilage et rasage préalables (procédé de Calmette et Guérin), engendre une belle éruption confluente de vésico-pustules; il en est de même de l'injection intra-veineuse (*vaccine généralisée*). Nous avons prouvé, d'autre part (²), que le singe réagit à l'égard du virus cérébral par une vésico-pustule typique, lui conférant l'immunité vis-à-vis de la vaccine habituelle. Quelle est la virulence de ce virus pour l'homme?

Grâce à l'obligeance de M. le professeur Brindeau et de M[lle] Deslandes, de M. Guérin (Institut Pasteur de Lille), de M. le D[r] Marie (Sainte-Anne) et de M. Banu (Service de M. le professeur Le Lorier), nous avons pu recueillir quelques données à ce sujet, que nous relatons dans la présente Note.

1. *Nouveau-nés.* — *Boiv.*, âgé de 5 jours, fut inoculé par M[lle] Deslandes, au bras, avec une émulsion glycérinée virulente de cerveau (14 novembre 1921). Le 4[e] jour, apparition d'une vésicule, entourée d'une aréole erythémateuse, qui grandit les jours suivants, devient ombiliquée et se transforme en pustule. Peu après, on constate une éruption de *vésicules secondaires*, s'étendant sur une circonférence de 3[cm] de diamètre. Le 13[e] jour, formation de croûtes qui se détachent dans la suite. Seule, la vésico-pustule mère laisse une cicatrice, relativement peu marquée; les vésicules secondaires guérissent sans traces visibles. Aucune réaction générale.

M. Banu a, de son côté, pratiqué 12 vaccinations chez des nouveau-nés âgés de quelques jours; 8 furent couronnées de succès (soit 66 pour 100); les pustules ont eu un aspect normal (³).

2. *Nourrissons.* — M[lle] Deslandes a vacciné pour nous 47 nourrissons âgés de 17 jours à 1 an (la plupart de 3 à 4 mois). Le vaccin dont elle s'est servie était l'émulsion glycérinée conservée pendant 3, 5, 6, 15 et 29 jours à la température ordinaire. De ces 47 nourrissons, 38 ont pu être suivis.

(¹) Levaditi et Nicolau, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 86, 1922, n° 2.

(²) Levaditi et Nicolau, *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 870.

(³) M. Banu publiera prochainement les détails de ses recherches.

Le résultat global a été : 27 *succès et* 11 *insuccès, soit* 71 *pour* 100 *vaccinations positives.*

Caractères des vésico-pustules. — Dans la grande majorité des cas (22), les vésico-pustules ont revêtu un aspect normal et ont évolué comme une vaccine de moyenne intensité. Trois fois (11 pour 100) nous avons constaté l'apparition de vésicules secondaires, du type de celles décrites plus haut (Obs. *Boiv.*). Enfin, dans *deux cas*, la réaction fut plus intense que d'habitude : érythème, confluence de pustules, œdème périphérique, sans tuméfaction ganglionnaire. Ces phénomènes réactionnels se sont amendés rapidement et n'ont été accompagnés d'aucun trouble dénotant une tendance à la généralisation.

Parmi ces 48 nourrissons, 12 avaient déjà été vaccinés *sans succès*, alors qu'ils étaient âgés de quelques jours, à savoir 10 avec la vaccine habituelle et 2 avec la vaccine cérébrale. De ces 12 enfants, 7 ont réagi positivement quelques mois plus tard avec notre vaccine : ce sont précisément ceux qui avaient été inoculés sans succès avec la vaccine habituelle. Enfin, 2 nourrissons se sont montrés totalement réfractaires à deux reprises vis-à-vis de la vaccine cérébrale (11 et 21 jours d'intervalle, *immunité naturelle*).

M. Guérin (Lille) a pratiqué avec la neurovaccine quatre primo-vaccinations et neuf revaccinations. Parmi les primo-vaccinés, 2 enfants ont montré trois pustules « larges, plates, entourées d'œdème périphérique »; un troisième a fait « trois bonnes pustules » ; un quatrième « trois pustules petites, médiocres ». Quant aux revaccinés, 5 ont été réfractaires; les autres ont présenté de toutes petites pustules.

3. *Adultes.* — Nous avons vacciné, dans le service de M. Marie, 40 sujets, adultes et vieillards, sans tenir compte des vaccinations antérieures. Les résultats positifs furent au nombre de 20, soit 50 pour 100.

Conclusions. — Le virus vaccinal cultivé dans le cerveau du lapin depuis 8 mois, n'a pas perdu son affinité cutanée pour l'homme. Inoculé à des nouveau-nés, des nourrissons et des adultes, il engendre des vésico-pustules semblables à celles de la vaccine habituelle, évoluant comme elle, sans nulle tendance à la généralisation et exemptes de toute complication. Il offre sur la vaccine ordinaire l'avantage d'être, sans nulle addition d'antiseptique, d'une pureté absolue. Sa virulence est quasi constante, ses propriétés vaccinales se conservent longtemps, tant à la glacière qu'à la température ordinaire.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *Encéphalite aiguë contagieuse du bœuf.* Note de MM. **A. Donatien** et **R. Bosselut**, présentée par M. Roux.

Pendant l'automne 1921 une maladie contagieuse a causé neuf morts dans l'effectif de 20 bœufs d'une ferme des environs d'Alger.

Des signes de fureur, une salivation abondante, l'absence de lésions nettes pouvant expliquer la mort faisaient penser à la rage, mais ce diagnostic ne pouvait être maintenu en raison de l'absence constante des paralysies locomotrices. En outre la glycosurie faisait défaut.

Pour préciser la nature de cette maladie, des veaux, des moutons, des lapins et des cobayes furent inoculés avec du bulbe et de la rate provenant d'un bœuf mort naturellement. Seuls les moutons ont résisté jusqu'à ce jour.

1. Un *veau*, inoculé sous la peau de l'encolure avec une émulsion de rate et une émulsion de bulbe, présentait un syndrome d'encéphalite 32 jours après l'inoculation et mourait en 24 heures. Une émulsion du bulbe de cet animal, inoculée dans les muscles de la fesse d'un deuxième veau, déterminait, 27 jours après, une contracture, puis une paralysie de ces muscles et, au bout de 6 jours, cet animal succombait en 12 heures avec des signes d'encéphalite aiguë (contracture tétaniforme des massé-ters, sialorrhée, contractions cloniques du diaphragme, respiration de Cheyne (Stokes). L'urine de ces veaux ne contenait pas de sucre.

2. Des observations sur des *lapins* inoculés à partir du bœuf primitif et à partir du veau du premier passage ont été faites en assez grand nombre pour que l'on puisse faire une description d'ensemble de la maladie expérimentale de cet animal. Le virus provenant du premier veau inoculé est passé déjà deux fois par le lapin, ce qui porte à 3 le nombre de passages réalisés depuis le bœuf atteint de la maladie naturelle.

Les matières virulentes pour le lapin sont : l'encéphale, la moelle et la rate.

L'infection a pu être réalisée par les voies sous-cutanée, intramusculaire, intrapéritonéale, intraoculaire et subdurale.

La période d'incubation, variable suivant la source et la voie d'introduction du virus, est en moyenne de 12-20 jours, avec un minimum de 4 jours (inoculation subdurale de virus conservé 14 jours en glycérine) et un maximum de 49 jours (inoculation sous-cutanée de rate).

L'évolution de la maladie dure moins de 12 heures dans la plupart des cas.

On peut noter d'emblée, ou bien des signes d'encéphalite (somnolence entrecoupée de phénomènes d'excitation, ialhorrée, hypothermie prononcée : 33°, 32° ou même 30° plusieurs heures avant la mort), ou bien des signes de myélite (contracture et paralysie) bientôt suivie d'une encéphalite qui emporte l'animal.

Les centres nerveux sont très congestionnés et l'histologie topographique a révélé a présence de manchons périvasculaires lymphocytaires dans les tubercules quadrijumeaux, les pédoncules cérébraux, la protubérance, le bulbe et les cornes antérieures de la moelle.

L'urine ne contient jamais de sucre.

3. Le *cobaye* peut être infecté par l'inoculation de centres nerveux et de rate sous la peau ou dans les muscles. Deux passages ont été effectués avec succès sur cette espèce.

Aucun microorganisme n'a pu être mis en évidence par l'examen microscopique des matières virulentes.

En outre le sang prélevé avant et après la mort, la rate et les centres nerveux ensemencés dans les milieux usuels n'ont donné naissance à aucune culture.

Des recherches sur la filtration du virus sont en cours.

L'étude expérimentale prouve donc qu'il s'agit d'une maladie infectieuse transmissible en série au bœuf, au lapin et au cobaye.

La courte durée de l'évolution chez le lapin écarte l'idée de rage (dans celle-ci toujours plus de 24 heures, dans l'encéphalite toujours moins). On ne peut pas incriminer davantage le virus de la maladie d'Aujesky, car le prurit, signe essentiel de cette maladie, fait toujours défaut.

On se trouve donc en présence d'un virus nouveau neurotrope. L'étude de ses caractéristiques, qui se poursuit actuellement, le placera vraisemblablement à côté des virus de l'encéphalite léthargique et de la poliomyélite antérieure aiguë de l'homme.

En raison des manifestations cliniques de la maladie naturelle, nous proposons pour celle-ci l'appellation d'encéphalite aiguë contagieuse du bœuf.

M. V. Njegovan adresse une Note intitulée : *Sur les variations de l'entropie dans les gaz réels*.

COMITÉ SECRET.

La Commission, chargée de dresser une liste de candidats à la place vacante, parmi les Académiciens libres, par le décès de M. *J. Carpentier*, présente, par l'organe de M. E. Bertin, Président de l'Académie, la liste suivante :

En première ligne	M. Maurice de Broglie
En deuxième ligne	M. Paul Séjourné
En troisième ligne ex æquo par ordre alphabétique.	MM. Jean Charcot Alexandre Desgrez Maurice d'Ocagne

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

A 15 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures trois quarts.

É. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 JANVIER 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

NOMOGRAPHIE. — *Sur les avantages comparés des abaques hexagonaux et des abaques à points alignés.* Note de M. **Ch. Lallemand.**

1. Dans une Note précédente (¹), j'ai brièvement indiqué comment est née et s'est développée, depuis un peu plus d'un siècle, la Science de la représentation plane des équations à plusieurs variables, au moyen d'abaques, savoir :

1° Pour les formules à trois variables : abaques à entre-croisements (Pouchet, 1795); abaques cartésiens anamorphosés (Lalanne, 1843); abaques à coordonnées parallèles (M. d'Ocagne, 1884);

2° Pour les formules renfermant un nombre quelconque de variables : abaques hexagonaux (Ch. Lallemand, 1885), applicables à toute relation du type

$$\Sigma f_{12} g_{34} h_{56} \ldots = 0, \tag{1}$$

qui embrasse la plupart des formules de la technique; abaques à points alignés (M. d'Ocagne, 1891).

Certaines appréciations, erronées à mon sens, ayant été publiées (²) au sujet des conditions respectives d'application de ces deux dernières catégories d'abaques, il me paraît utile de procéder à une comparaison détaillée de leurs avantages et de leurs inconvénients relatifs.

2. Tout d'abord, faisons une remarque générale, applicable à tous les genres d'abaques.

(¹) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 82.

(²) Voir, notamment, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 146.

Au point de vue philosophique, un abaque, quel qu'il soit, est essentiellement constitué par une mosaïque de points cotés. Or, un point, sur le plan, est déterminé par la rencontre de deux lignes. Cette condition étant, à la fois, nécessaire et suffisante, il en résulte que l'on ne saurait concevoir aucun type d'abaques dont les *éléments primordiaux* dépendraient, individuellement, de plus de deux variables. Dès lors, pour qu'une formule soit susceptible d'être traduite en abaques, il faut et il suffit qu'elle puisse être dissociée en éléments renfermant chacun deux variables au plus. Cette dissociation se fera tantôt par voie algébrique, préalablement à la création de l'abaque, tantôt graphiquement, par la construction même de celui-ci.

Un coup d'œil, jeté sur les multiples exemples d'abaques reproduits dans les *Traités de Nomographie*, suffit pour constater que cette règle ne souffre *aucune exception*.

Attribuer, dès lors, un moindre caractère de généralité à l'abaque hexagonal parce que, au delà de trois variables, il ne serait plus « qu'un enchaînement de nomogrammes à trois dimensions », c'est, basée sur un truisme, une critique sans portée.

3. Ceci dit, passons à l'examen comparatif des abaques hexagonaux et des abaques à points alignés.

Soit à représenter une formule du type (1) ci-dessus. Chacun des éléments, tels que f_{12}, g_{34}, etc., étant figuré par une échelle binaire (réduite à une échelle linéaire dans le cas d'une seule variable), les échelles multiples, traduisant chacun des produits tels que f_{12}, g_{34}, h_{56}, etc., sont réalisées, dans la méthode des points alignés, exactement comme dans celle des abaques hexagonaux. La seule différence réside dans le mode d'assemblage employé pour effectuer la sommation de ces produits.

Dans l'abaque hexagonal, les échelles, linéaires ou multiples, sont disposées perpendiculairement aux trois diamètres de l'hexagone régulier utilisé comme indicateur.

Dans l'abaque correspondant à points alignés, les échelles sont disposées parallèlement à trois supports rectilignes, eux-mêmes parallèles entre eux, et les trois index de l'abaque hexagonal sont remplacés par un *index* unique. Mais les points alignés sous cet index sont les projections respectives de points des échelles multiples sur les supports correspondants; aussi, pour les équations à plus de trois variables, l'abaque à points alignés est-il, en général, moins facile à consulter que l'abaque hexagonal.

Si l'abaque renferme plus de trois échelles, linéaires ou multiples, la sommation, dans le type hexagonal, exige, au delà de la troisième échelle,

autant de glissements successifs de l'indicateur. Mais, dans le cas des points alignés, ces glissements sont remplacés par un nombre égal de pivotements autour des points successifs de rencontre de l'index avec des droites auxiliaires servant de charnières; opération assez délicate lorsque le pivot n'est pas matérialisé par un coup de crayon ou, tout au moins, repéré sur la charnière, spécialement cotée à cet effet.

En fait, il n'existe pas de méthode générale universellement supérieure à toutes les autres; le choix à faire entre elles, dans chaque cas particulier, dépend de la forme de l'équation et des conditions du problème.

4. Voyons maintenant quelques exemples :

1° *Formules à trois variables.* — Le cas le plus général est représenté par l'équation

$$f_{123} = 0. \tag{2}$$

Si elle n'est pas anamorphosable, cette équation peut toujours être représentée, comme une surface topographique, par des courbes de niveau en z_3, recoupant un damier formé d'horizontales et de verticales respectivement cotées en z_1 et en z_2. La dissociation se trouve ainsi effectuée graphiquement; l'équation (2), finalement, étant représentée par une échelle binaire, cotée en z_1 et z_3, accolée à une échelle linéaire en z_2; ce qui constitue un cas très particulier des abaques hexagonaux. La méthode en points alignés n'y apporterait aucune simplification.

Considérons ensuite les équations (2) anamorphosables et classons-les d'après l'*ordre nomographique réel*, notion précieuse due à M. R. Soreau.

Les équations d'*ordre* 3 sont réductibles à la forme canonique

$$f_1 + f_2 + f_3 = 0, \tag{3}$$

cas particulier de la relation (1), représenté, en points alignés, par trois simples échelles parallèles [1]. Mais ces échelles étant coupées obliquement par l'index, l'estime des fractions de division y est moins précise que sur un abaque hexagonal, dont les échelles sont croisées orthogonalement par les index correspondants.

Par contre, avec la méthode des points alignés, la faculté de disposer à volonté du module de deux des échelles permet, en ce cas, de donner à l'abaque une disposition favorable. Enfin l'inégalité possible des dilatations

(1) La méthode des points alignés a été vulgarisée par les multiples applications qui en ont été faites pour ce cas particulier, très fréquemment rencontré dans la pratique courante.

du papier-support, dans deux directions rectangulaires, n'a, dans ce même cas, aucune influence sur l'exactitude des résultats [1].

Pour l'*ordre* 4, comme l'a montré Clark, l'équation proposée est réductible à l'une ou à l'autre des deux formes canoniques :

$$f_1 f_2 f_3 + (f_1 + f_2) g_3 + h_3 = 0, \tag{4}$$

$$f_1 g_3 + f_2 + f_3 = 0. \tag{5}$$

En abaques à points alignés, dans l'un et l'autre cas, chacune des trois variables est représentée par une seule échelle.

En abaques hexagonaux, par contre, l'équation (4) exigerait, pour sa représentation, deux échelles ternaires accolées, contenant chacune les trois variables, et l'inconnue, dès lors, ne pourrait s'obtenir que par tâtonnements; l'équation (5), d'autre part, se traduirait par une échelle binaire et une échelle linéaire accolées, c'est-à-dire, en somme, par un abaque à entrecroisement à trois cours de droites.

La supériorité de la méthode des points alignés est, ici, évidente.

En général, les équations d'*ordre* 5 et d'*ordre* 6 ne sont pas anamorphosables et, par suite, ne peuvent être représentées à l'aide de trois échelles simples seulement. Ainsi, malgré sa forme peu compliquée, l'équation, d'ordre 5,

$$f_1 = f_2 f_3 + g_2 g_3, \tag{6}$$

ne peut, en général, être figurée, soit en points alignés, soit en abaque hexagonal, autrement qu'avec une échelle simple en z_1 et deux échelles binaires cotées, l'une et l'autre, en z_2 et z_3.

La disposition hexagonale et, mieux encore, l'abaque cartésien à entrecroisements, sont alors plus avantageux.

2° *Formules à plus de trois variables.* — Nous avons montré que, pour les équations de la forme (1), l'abaque hexagonal est préférable en général.

Tel est le cas pour la formule, à quatre variables, de la déviation du compas [2], et aussi pour la formule, à sept variables, de l'erreur de réfrac-

---

[1] Avec l'abaque hexagonal, pour échapper à cet inconvénient, on remplace parfois l'indicateur mobile par un triple réseau de lignes-guides, tracées sur l'épure même et interrompues à la traversée des échelles, afin d'éviter la confusion. (A titre d'exemple, voir, dans *Nivellement de haute précision*, par Ch. Lallemand, p. 774, l'abaque du salaire des porte-mires.)

[2] Abaque hexagonal reproduit dans le *Traité* de M. Soreau (t. 2, p. 155, Abaque 126) et dans le *Traité de Nomographie* de M. d'Ocagne (2e édition, p. 153).

tion [1], équations qui, même, ne sauraient être mises sous forme explicite. Les *Traités de Nomographie* ne contiennent aucun exemple d'abaques en points alignés dont la complication dépasse celle de ces derniers, ou encore celle de l'abaque hexagonal, à quatre échelles binaires et huit variables, servant au calcul des salaires des porte-mires du Nivellement général de la France [2].

Par contre, les avantages et les inconvénients des deux méthodes se balancent dans un cas particulier, très fréquent, de l'équation-type $\sum f_n = 0$, pour lequel M. Soreau a donné une troisième solution très favorable, où les échelles sont placées, deux à deux, sur des cercles concentriques servant aussi de lignes de pivotement, de sorte que les points-pivots restent toujours dans les limites de l'épure.

Pour les équations du type

$$f_1 g_{34} + f_2 h_{34} + f_{34} = 0, \tag{7}$$

les points alignés présentent un avantage marqué, en ce qu'ils permettent de n'avoir qu'un système figuratif pour chacune des variables, alors que la méthode hexagonale exigerait deux échelles ternaires accolées, contenant, chacune, les trois variables, ce qui compliquerait la recherche de l'inconnue.

Dans ce cas particulier rentrent l'équation complète du troisième degré

$$z^3 + nz^2 + pz + q = 0 \ [3] \tag{8}$$

et la formule générale de résolution des triangles sphériques

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A. \tag{9}$$

Comme je l'ai déjà indiqué dans ma Note précédente, la méthode des points alignés doit alors être nettement préférée.

5. En fait, tant que la construction d'un abaque, qu'il soit hexagonal ou à points alignés, se réduit au tracé de trois échelles rectilignes, l'opération est à la portée du plus grand nombre des techniciens; mais dès que l'on est obligé de recourir à des échelles moins simples, elle devient une véritable

---

[1] Abaque hexagonal inséré dans *Nivellement de haute précision* par Ch. Lallemand (2ᵉ édition, p. 497) et reproduit dans le *Traité* de Soreau (t. 1, p. 425, Abaque 98) et dans le *Traité de Nomographie*, *op. cit.* (2ᵉ édition, p. 150).

[2] Voir *Nivellement de haute précision*, *op. cit.* (p. 774).

[3] Cette équation a été traduite par M. d'Ocagne (*T. N.*, 2ᵉ édition, p. 124) en un abaque à points alignés, comprenant un réseau de points à deux cotes, z et n, avec deux échelles simples, parallèles, en p et en q.

œuvre d'art, qu'il est préférable de confier à des spécialistes entraînés à ce genre de travaux. C'est grâce à la création d'un bureau *ad hoc* que M. d'Ocagne a pu, durant la guerre, établir, pour les besoins de l'Armée, les nombreux abaques qui ont rendu tant de services.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur l'autoxydation : les Antioxygènes.* Note (¹) de MM. CHARLES MOUREU et CHARLES DUFRAISSE.

Au cours de nos récentes recherches sur l'acroléine, un examen attentif des conditions de l'altération de cette matière éminemment instable nous a conduits, de proche en proche, à envisager des problèmes d'ordre très général, et, en particulier, celui de l'autoxydation (oxydation spontanée, par l'oxygène libre, dans les conditions ordinaires de température et de pression), dont on connaît toute l'importance en Chimie et en Biologie. Une découverte bien inattendue résulte de nos investigations : l'autoxydation d'un grand nombre de substances peut être entravée par la présence de traces de certains corps (²). Nous appelons ces corps des *antioxygènes*. Les faits rapportés ci-dessous établiront que la propriété antioxygène appartient, d'une manière générale, à la fonctiou phénol.

1. *Expérience fondamentale.* — Soit un tube barométrique terminé, à sa partie supérieure deux fois recourbée, par un petit réservoir contenant, par exemple, de l'aldéhyde benzoïque, corps qui, comme on sait, s'oxyde rapidement à l'air. Introduisons dans ce tube de l'oxygène pur jusqu'à ce que le mercure soit au même niveau à l'intérieur et à l'extérieur. On ne tarde pas à voir le mercure s'élever progressivement; en quelques heures, la colonne a atteint une hauteur correspondant à une pression intérieure de 5^{cm} à 6^{cm}; l'ascension est de plus en plus lente; et, après 24 heures, la pression est encore de 2^{cm} à 3^{cm}. Ce phénomène est dû à la transformation, par fixation d'oxygène, de l'aldéhyde benzoïque en peroxyde, puis en acide benzoïque.

Répétons la même expérience avec de l'aldéhyde benzoïque additionné d'une très faible proportion d'hydroquinone (de l'ordre de $\frac{1}{1000}$). Cette fois

(¹) Séance du 23 janvier 1922.

(²) Il convient de rappeler que l'on savait depuis longtemps, dans le même ordre de faits, que des traces de certains gaz ou vapeurs (hydrogène sulfuré, éthylène, alcool, éther, essence de térébenthine, pétrole, etc.) empêchaient la luminescence du phosphore.

on ne voit plus monter le mercure ; l'absorption de l'oxygène ne se fait plus. Des traces d'hydroquinone empêchent donc l'aldéhyde benzoïque de fixer l'oxygène. Tel est le fait fondamental nouveau qui est à la base de nos recherches.

Nous remarquerons, accessoirement, qu'une autre conclusion intéressante peut être tirée de la même expérience : l'aldéhyde benzoïque en vapeur ne subit pas l'autoxydation.

Ajoutons que, si l'on prolonge l'observation, un phénomène particulier se produit (nous y reviendrons plus loin), qui nous prive du moyen de reconnaître par cette simple expérience si la fixation d'oxygène est complètement supprimée ou si elle n'est que considérablement ralentie.

2. Nous avons constaté des résultats analogues en opérant avec différentes autres substances autoxydables et une série d'autres phénols, les corps des deux catégories étant conjugués deux à deux, à savoir : acétaldéhyde, chloral, aldéhyde propylique, acroléine, aldéhyde anisique, aldéhyde cinnamique, aldéhyde hydrocinnamique, furfurol, styrolène, essence de térébenthine, huile de lin, huile de noix, beurre, d'une part; phénol ordinaire, thymol, gaïacol, eugénol, naphtol α, naphtol β, pyrocatéchine, résorcine, pyrogallol, acide gallique, tannin, aldéhyde salicylique (aldéhyde à fonction phénol), vanilline (aldéhyde à fonction phénol), orthonitrophénol, orthoaminophénol, d'autre part.

Les effets observés peuvent varier dans des limites assez étendues suivant la nature et les proportions respectives des deux substances antagonistes, surtout en ce qui concerne le produit phénolique. L'hydroquinone (paradiphénol), la pyrocatéchine (orthodiphénol) et le pyrogallol (triphénol 1.2.3) se montrent tout particulièrement actifs; le phénol ordinaire et la résorcine le sont peu, le gaïacol et les naphtols le sont beaucoup plus (1).

3. Nous dirons d'ailleurs, dès maintenant, par raison d'analogie, qu'il nous paraît vraisemblable qu'il ne s'agit jamais, même quand la vitesse d'absorption de l'oxygène paraît être nulle, que d'un ralentissement et non d'une suppression totale de l'autoxydation.

---

(1) Parmi les phénols, nous devons réserver le cas de la phloroglucine (phénol 1.3.5). Ce corps, en effet, opposé à l'acroléine, non seulement n'a pas empêché l'autoxydation, mais il a paru même la favoriser. Il convient, du reste, de rappeler que la phloroglucine réagit souvent comme une tricétone.

Comme il était à prévoir, l'aldéhyde salicylique et la vanilline, à l'inverse des autres aldéhydes, ne s'autoxydent pas, la fonction phénol protégeant la fonction aldéhyde contre l'action de l'oxygène.

Il semblerait, *à priori*, qu'il est facile de s'assurer, d'une manière précise, si l'oxydation, lorsqu'elle paraît nulle, l'est réellement ou si elle est seulement très ralentie : il devrait suffire de prolonger assez longtemps les observations. Malheureusement, un phénomène parasite (celui annoncé ci-dessus) vient fausser les indications. Si nous continuons à observer les tubes barométriques où les substances autoxydables ont été additionnées de phénols, nous noterons toujours, au bout d'un temps variant, suivant les cas, de quelques jours à quelques semaines (voire même à quelques mois et quelques années), une ascension appréciable de la colonne mercurielle, qui prouve indubitablement une certaine absorption d'oxygène. En étudiant le phénomène de plus près, nous constaterons une condensation progressive du corps autoxydable sur les parois de la chambre barométrique et jusque sur la surface du mercure, où il se rassemble peu à peu. Et c'est cette fraction du corps ainsi soustraite à la protection de l'antioxygène qui a manifestement absorbé l'oxygène dont on a constaté la disparition. Comme on le voit, le phénomène limite la durée des observations et nous prive du moyen de savoir si la substance autoxydable additionnée d'antioxygène ne subit pas une oxydation d'allure très ralentie.

4. Il serait peut-être prématuré, dans l'état actuel de nos expériences, de chercher à exprimer les activités relatives par des valeurs numériques. Il est naturel de penser, toutefois, que l'on peut, en première approximation, considérer ces activités comme étant, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse des proportions de corps phénoliques produisant un effet déterminé. Ainsi envisagé, le pouvoir antioxygène peut atteindre parfois un degré très élevé. L'hydroquinone semble empêcher toute autoxydation de l'acroléine à la dose de $\frac{1}{200000}$, et l'on constate encore une certaine action retardatrice à la dose de $\frac{1}{1000000}$.

5. En outre des essais en tube barométrique, nous en avons exécuté aussi dans les conditions ordinaires de conservation des produits au laboratoire, c'est-à-dire en flacons bouchés sans précautions spéciales. Les résultats ont été trouvés semblables aux précédents, sauf toutefois qu'ici le phénomène parasite dont il a été question pouvait être négligé. C'est ainsi que de l'aldéhyde benzoïque, additionné de $\frac{1}{1000}$ d'hydroquinone et contenu dans un flacon à moitié rempli, qu'on débouchait de temps en temps, a été reconnu sensiblement inaltéré au bout de deux années, alors qu'un échantillon témoin était pris en masse (acide benzoïque).

6. Quelle peut être la durée de l'action protectrice ? Si aucun phénomène spécial ne se produit, si, en particulier, l'antioxygéne demeure intact,

elle devrait être illimitée. En fait, ayant soigneusement éliminé par distillation l'acroléine de 1 litre de solution d'hydroquinone au millième dans cet aldéhyde, nous avons, après six mois, retrouvé le poids presque intégral de l'antioxygène inaltéré, et deux observations analogues, cette fois portant sur deux ans et sur deux ans et demi, ont été faites également avec l'aldéhyde benzoïque et avec le styrolène. Il est possible qu'à la longue l'antioxygène se transforme, par réaction chimique sur la substance autoxydable, surtout si de nouvelles quantités d'oxygène sont fréquemment amenées au contact du système. En tout cas, la transformation, si elle s'effectue, doit être très lente. Si nous ajoutons, d'autre part, que nous avons des résultats positifs fournis par des observations pratiques qui durent depuis déjà trois années, nous sommes autorisés à conclure que l'on peut, dans beaucoup de cas, considérer la conservation comme étant pratiquement indéfinie.

7. *Les antioxygènes et les phénomènes secondaires de l'autoxydation.* — On sait que, très souvent, les réactions d'autoxydation sont accompagnées de phénomènes secondaires, généralement liés à des condensations moléculaires, qui se manifestent par des colorations, des précipités, des épaississements, du rancissement, etc. En même temps que nos antioxygènes entravent la fixation d'oxygène, nous avons constaté, ainsi qu'on pouvait le prévoir, qu'ils entravent aussi la production de ces divers phénomènes. Ainsi le furfurol, au lieu de se colorer fortement en noir, demeure presque incolore ; l'acroléine ne se trouble plus par la précipitation de disacryle ; le styrolène reste fluide et ne donne plus la résine soluble dite *métastyrolène ;* l'huile de lin peut être exposée à l'air en couches minces sans perdre de sa fluidité (trois ans d'observations) ; le beurre conserve ses propriétés organoleptiques, et, d'une manière générale, les corps gras ne rancissent pas, etc.

8. *Mécanisme de l'action antioxygène.* — Nous nous sommes naturellement préoccupés de pénétrer le mécanisme de l'action antioxygène. Diverses hypothèses ont été envisagées, qui sont actuellement soumises au contrôle expérimental. Dès maintenant, étant donné que, d'une part, les antioxygènes agissent à très faible dose, et que, d'autre part, ils paraissent rester sensiblement intacts, il nous semble hors de doute que le phénomène est de nature catalytique. Et cette catalyse peut atteindre un degré d'activité considérable, puisque, comme on l'a vu plus haut, 1 partie d'hydroquinone protège 20000 parties d'acroléine, soit, en gros, 1 molécule d'antioxygène préservant 40000 molécules de corps autoxydable.

Quant aux modalités de l'action catalytique, des expériences variées sont

en cours, qui nous ont déjà donné d'utiles indications. Ayant été amenés à supposer que des substances autres que les phénols pouvaient avoir également la propriété antioxygène, nous avons reconnu, notamment, que la quinone jouissait de cette propriété.

D'ailleurs, l'étude du mécanisme de l'action antioxygène appelle aussi et surtout des expériences sur la généralité des matières autoxydables, tant minérales qu'organiques. Déjà nous avons envisagé de ce point de vue des corps extrêmement autoxydables, tels les cétènes (nos premiers résultats, effectués sur le diphénylcétène, ont été négatifs; nous poursuivons les essais), le triphénylméthyle, les phosphines, etc. Déjà également nous sommes en mesure d'annoncer que des composés purement minéraux, comme le sulfite et même l'hydrosulfite de soude, sont sensibles à l'action des antioxygènes.

9. Une réflexion générale trouvera ici sa place. Les phénols, substances facilement autoxydables en liqueur alcaline, entravent, à des doses minimes et en l'absence d'alcalis, l'autoxydation d'autres substances, sans s'autoxyder sensiblement eux-mêmes. Et il est remarquable de voir ainsi des traces de pyrogallol, corps couramment employé comme réactif absorbant de l'oxygène, s'opposer à l'action de ce gaz.

C'est, en vérité, une catalyse bien curieuse que celle qui caractérise l'action antioxygène.

10. *Considérations biologiques.* — Étant donné l'intérêt primordial de l'autoxydation dans les phénomènes vitaux, nous avons de bonne heure envisagé la répercussion que pourraient avoir les faits et observations que nous venons de résumer sur quelques conceptions générales de la Biologie.

On remarquera, tout d'abord, que les êtres vivants contiennent des phénols. Mais, à ce point de vue, ils se séparent en deux catégories bien tranchées : ceux chez qui les phénols sont couramment répandus et ceux chez qui, au contraire, ils sont rares. Le premier groupe est constitué par les végétaux, où l'on rencontre, quelques-uns en abondance, les composés phénoliques les plus variés : mono- et polyphénols et leurs dérivés, parmi lesquels les tannins méritent une mention spéciale, en raison de leur dissémination très générale et de leurs proportions élevées. Les animaux constituent le second groupe : on y trouve, en effet, très peu de phénols, et toujours en minime proportion. Or, les végétaux sont précisément des êtres à vie ralentie, où les phénomènes d'autoxydation n'ont pas la même intensité que chez les animaux, et il est naturel de supposer que les phénols y jouent le rôle d'agents de protection contre une action trop vive de l'oxygène. Et

comment, au surplus, ne pas être frappé par le fait que les tannins, composés phénoliques très actifs, abondent de préférence dans les parties du végétal où la vie est le moins intense ?

Parmi les expériences que pouvait suggérer la considération du pouvoir antioxygène, la plus séduisante était, sans contredit, celle relative à l'autoxydation de l'hémoglobine, vecteur principal d'oxygène chez les animaux supérieurs. Nous avons effectué à ce propos de nombreux essais, d'abord sur le sang hémolysé, puis sur une liqueur résultant de l'hémolyse de globules rouges préalablement lavés avec une solution isotonique, et enfin sur des solutions d'hémoglobine purifiée par cristallisation. Les résultats ont été négatifs avec les divers phénols que nous avons mis en œuvre : phénol ordinaire, naphtols, pyrocatéchine, gaïacol, résorcine, hydroquinone, pyrogallol, acide gallique. L'hémoglobine, préalablement réduite par l'action du vide à 40°, a paru s'oxyder aussi facilement en présence qu'en l'absence de ces phénols. En répétant les alternatives de réduction et d'oxydation, nous avons constaté, en outre, qu'il y avait destruction mutuelle des phénols et de l'hémoglobine, les phénols semblant s'altérer beaucoup plus rapidement.

Faut-il conclure de ces essais que l'action des composés phénoliques sur l'autoxydation de l'hémoglobine est nulle? On ne saurait l'affirmer. En effet, la vitesse d'autoxydation de l'hémoglobine est vraiment prodigieuse; peut-être est-elle comparable à celle de la neutralisation d'un acide fort par une base forte; et il est dès lors possible que l'action antagoniste des phénols soit trop lente pour pouvoir être perçue dans les conditions actuelles de nos expériences.

Quoi qu'il en soit, il est vraisemblable que les phénols doivent agir énergiquement sur quelque stade des processus d'oxydation chez les animaux supérieurs. L'on peut en voir une preuve dans leur toxicité, les phénols les plus actifs comme antioxygènes se trouvant être en même temps les plus toxiques, et les symptômes de l'intoxication rappelant généralement ceux de l'asphyxie.

N'est-ce pas également à l'action antioxygène que doit être rapporté le pouvoir antiseptique des phénols, qui agiraient peut-être sur les microbes en entravant les processus d'oxydation?

Si l'on songe, d'autre part, aux doses extraordinairement faibles auxquelles peuvent agir parfois les antioxygènes (voir ci-dessus), on ne peut s'empêcher de rapprocher ces actions de celles des toxines et des venins, dont il en est qui causent la mort par asphyxie, ce qui laisse supposer qu'ils

agissent peut-être comme antioxygènes. Une telle manière de voir trouverait quelque appui dans le fait que la quinone, dont nous avons reconnu les propriétés antioxygènes, a été rencontrée dans certains venins.

Enfin, nous ne saurions omettre de souligner les conséquences qui peuvent résulter de la notion nouvelle d'antioxygène pour la Pharmacologie. Il est remarquable, en particulier, que les phénols sont des antithermiques, et sans doute le sont-ils parce qu'ils atténuent l'intensité des oxydations dans l'économie. N'y aurait-il pas là la clé de l'action physiologique des antithermiques en général? Il se trouve, en effet, que les antithermiques utilisés en thérapeutique sont des substances aromatiques, et l'on a constaté que les corps de cette série s'oxydaient dans l'organisme en donnant des composés phénoliques.

On voit ainsi que la connaissance de la propriété antioxygène des phénols sera peut-être de nature à modifier l'interprétation de certains effets thérapeutiques observés lors de l'administration des phénols. Dans cet ordre d'idées, l'on ne peut qu'être frappé des résultats favorables souvent obtenus par l'emploi de produits phénoliques (créosote, gaïacol et dérivés, etc.) dans le traitement d'une maladie qui touche précisément de très près aux processus d'oxydation de l'organisme, à savoir la forme pulmonaire de la tuberculose. Il appartiendra aux techniciens de rechercher si ces substances, en dehors de leur action antiseptique sur le bacille, n'agiraient pas en tempérant l'hyperactivité respiratoire.

PHYSIQUE. — *Sur la pression dans les fluides aimantés ou polarisés.* Note (¹) de M. G. Gouy.

1. Considérons, dans le vide, un certain volume d'un fluide, dans un champ magnétique. M. Liénard a établi la formule

$$P = 2\pi I^2\left(\frac{1}{\mu - 1} + \cos^2\theta\right) + \text{const.},$$

où P est la pression normale qu'exerce le fluide sur sa surface, I l'aimantation, θ l'angle qu'elle fait avec la normale et μ la perméabilité constante. L'hystérésis est supposée nulle, ainsi que la pesanteur (²).

(¹) Séance du 23 janvier 1922.

(²) A. Liénard, *Pression à l'intérieur des aimants et des diélectriques* (*La Lumière électrique*, 1894). Les calculs de Duhem aboutissent au même résultat (*American Journal of Mathematics*, 1895, et *Journal de Physique*, 1900).

L'existence d'une pression variable avec la direction de la surface était une anomalie en Hydrostatique. Cette formule paraît avoir été admise sans objections; mais la démonstration, assez longue (¹), est omise dans les ouvrages didactiques. Il est pourtant utile, dans un exposé rationnel de l'électrostatique, de se servir de l'expression analogue pour la polarisation diélectrique, qui, entre autres usages, permet de rendre compte des forces apparentes qui existent entre conducteurs électrisés, dans un milieu autre que le vide. J'ai donc cherché une démonstration qui, sans sacrifier la rigueur, fût assez facile pour être utilisée dans l'enseignement.

2. Soient un certain volume de liquide dans le champ, et A un point de sa surface. En un point éloigné de A, imaginons qu'un long tube capillaire relie cette masse à un réservoir R contenant le même liquide, et situé hors du champ. Si le tube est très fin, son aimantation induite ne trouble pas sensiblement l'aimantation de la masse liquide, sauf au voisinage du point d'attache.

Nous devons tenir compte de ce que la constitution et les propriétés des corps, aux distances de la surface inférieures à une très petite longueur λ, diffèrent plus ou moins de ce qu'elles sont dans la masse, et aussi du fait que les forces moléculaires sont sensibles dans ce petit intervalle.

Soient H et H′ les forces du champ à l'intérieur et à l'extérieur, à la distance λ de la surface; elles font avec la normale les angles θ et θ'. Imaginons que nous détachons de la surface un disque (²) de petit rayon r et d'épaisseur ε petite vis-à-vis de r, mais grande vis-à-vis de λ, de telle sorte que les propriétés moyennes de la matière de ce disque ne diffèrent pas sensiblement de ce qu'elles sont loin de la surface. On pourra admettre, par exemple, $\varepsilon = 10^{\mu}$ et $r = 1^{mm}$; il faut alors qu'on puisse regarder, sur une étendue de quelques millimètres, la surface comme sensiblement plane et le champ comme sensiblement uniforme, c'est-à-dire que toute la figure ne doit pas être à trop petite échelle.

Pour détacher le disque et l'éloigner de quelques millimètres, sans changer son orientation, nous fournissons un travail τ_1 :

$$\tau_1 = \pi r^2 \gamma,$$

(¹) Cela résulte surtout de la grande généralité des calculs, qui concernent les solides aussi bien que les fluides, et l'intérieur du corps comme sa surface.

(²) Comme dans tous les raisonnements analogues, on admet qu'on peut, à volonté, solidifier le liquide sans changer en rien les forces moléculaires et magnétiques.

γ étant un coefficient qui exprime l'action des forces moléculaires de tout genre.

Le champ extérieur H' n'est pas altéré; à l'intérieur du disque le champ a pour composantes normale et tangentielle $\frac{1}{\mu}H'\cos\theta'$ et $H'\sin\theta'$. Mais on a les relations connues :

$$(1) \qquad H'\cos\theta' = \mu H\cos\theta; \qquad H'\sin\theta' = H\sin\theta.$$

Par suite, le disque a conservé son aimantation primitive.

Laissons le disque s'orienter parallèlement à H'; en appelant α l'angle que fait à chaque instant H' avec la normale au disque, le couple qui agit sur lui est, en appelant $\varkappa$ la susceptibilité,

$$\varkappa\left(1-\frac{1}{\mu}\right)\pi r^2 \varepsilon H'^2 \sin\alpha\cos\alpha.$$

Nous fournissons ainsi le travail τ_2

$$\tau_2 = -\varkappa\left(1-\frac{1}{\mu}\right)\pi r^2\varepsilon H'^2\int_{\theta'}^{\frac{\pi}{2}}\sin\alpha\cos\alpha\,d\alpha = -\frac{\varkappa}{2}\left(1-\frac{1}{\mu}\right)\pi r^2\varepsilon H'^2\cos^2\theta'.$$

Nous éloignons ensuite le disque jusqu'au réservoir R, en le laissant à chaque instant s'orienter librement; nous fournissons le travail τ_3

$$\tau_3 = \frac{\varkappa}{2}\pi r^2\varepsilon H'^2.$$

Nous appliquons ensuite le disque sur la surface du liquide dans R, en fournissant le travail τ_4

$$\tau_4 = -\pi r^2\gamma',$$

γ' étant un coefficient que nous supposons provisoirement différent de γ, parce que la surface en R n'est pas aimantée.

Pour fermer le cycle, il ne reste plus qu'à faire avancer de ε l'élément de surface où nous avons détaché le disque; nous fournissons le travail τ_5

$$\tau_5 = -\pi r^2\varepsilon P.$$

Le cycle étant isotherme et réversible, on a

$$\tau_1+\tau_2+\tau_3+\tau_4+\tau_5 = 0,$$

d'où

$$P = \frac{\varkappa}{2}H'^2\left[1-\left(1-\frac{1}{\mu}\right)\cos^2\theta'\right]+\frac{\gamma-\gamma'}{\varepsilon}.$$

Comme P ne peut dépendre de ε (1), on a $\gamma = \gamma'$, et il vient, d'après (1),

$$P = \frac{\chi}{2} H^2[1 + (\mu - 1)\cos^2\theta] = 2\pi I^2\left(\frac{1}{\mu - 1} + \cos^2\theta\right), \tag{2}$$

à une constante près.

3. Pour un diélectrique, I est la polarisation, et le pouvoir inducteur K remplace la perméabilité μ.

Si nous remarquons que

$$I\cos\theta = \sigma',$$

σ' étant la densité de la couche électrique fictive qui équivaut à la polarisation pour le potentiel, l'expression de P devient

$$P = \frac{2\pi I^2}{K - 1} + 2\pi\sigma'^2 = \text{const.} \tag{3}$$

Le terme dépendant de l'orientation n'est autre que la *pression électrique* que produirait la couche fictive σ' sur un conducteur, ce qui explique le paradoxe hydrostatique.

Il en résulte donc que, pour un liquide incompressible, polarisé *uniformément*, ce terme seul rend compte des forces qui tendent à le déformer.

Si la polarisation n'est pas uniforme, il faut en outre tenir compte du terme $\frac{2\pi I^2}{K-1}$ pour calculer la déformation.

4. S'il s'agit d'un gaz, $K - 1$ est très petit, et I^2 du second ordre; l'expression de P se réduit à

$$P = \frac{K - 1}{8\pi} F^2 + \text{const.} \tag{4}$$

La pression exercée par le gaz étant plus grande dans le champ F qu'au dehors, et les forces intermoléculaires étant regardées comme négligeables dans les gaz peu comprimés, il faut que le nombre des molécules dans l'unité de volume s'augmente dans le même rapport; en d'autres termes, la densité du gaz doit varier avec la pression P suivant la loi de Mariotte. C'est le phénomène qui a reçu le nom impropre de *contraction électrique* des gaz, et qui est en réalité une *compression électrique* (2).

---

(1) Le raisonnement suppose que ε est toujours grand vis-à-vis de λ. Cela nous oblige à limiter la démonstration au cas où les rayons de courbure de la surface sont assez grands, et où le champ varie lentement d'un point à un autre. On peut diminuer beaucoup la portée de ces restrictions, mais les développements nécessaires ne peuvent trouver place dans cette Note.

(2) Le terme de *contraction* évoque l'idée d'une diminution de volume due à une

Il est facile, du reste, de montrer que les molécules gazeuses sont réellement attirées vers le champ. Considérons un récipient fermé qui contient deux gaz 1 et 2 superposés. Un condensateur à armatures verticales y est placé et reçoit une charge déterminée.

En écrivant que l'énergie totale (électrostatique et gravifique) est un minimum, on trouve que la surface de séparation des gaz n'a pas le même niveau entre les armatures et au dehors, et que la différence h est, en faisant usage des unités électrostatiques :

$$(5) \qquad h = \frac{1}{g}\frac{V^2}{8\pi e^2}\frac{K_1 - K_2}{\delta_1 - \delta_2} = \frac{F^2}{8\pi g}\frac{K_1 - K_2}{\delta_1 - \delta_2}.$$

Le niveau est plus élevé entre les armatures si le gaz le plus lourd possède le plus grand pouvoir inducteur, ce qui est le cas le plus fréquent.

Il faut donc nécessairement que les molécules gazeuses soient attirées vers le champ, suivant leur pouvoir diélectrique; cette attraction se produit dans la région où le champ n'est pas uniforme, et il en résulte l'accroissement de pression ([1]).

Admettons, au contraire, que cette attraction n'existe pas, et que l'effet appelé « contraction électrique des gaz » résulte de forces intermoléculaires créées par l'action du champ. Alors c'est le gaz qui possède à la fois la plus grande densité et le plus grand pouvoir inducteur qui subira le plus fort accroissement de densité, et le niveau devra s'abaisser entre les armatures, contrairement à la réalité énergétique ([2]).

5. L'application la plus importante de l'expression de P est le problème des forces apparentes agissant sur des conducteurs électrisés, placés dans un diélectrique autre que le vide. On s'est contenté souvent de prendre

---

action interne; c'est ainsi qu'on parle de la contraction d'un solide par le froid. C'est en effet cette idée qui s'est présentée tout d'abord, étant toute naturelle quand on ne songeait pas à l'accroissement de pression dans le champ.

Le calcul fondé sur la loi de Mariotte est bien d'accord avec l'expression connue de la diminution du volume.

([1]) Comme vérification, il résulte de la formule (4) que, à niveau constant, la pression entre les armatures est plus grande qu'au dehors de $\frac{K_1 - 1}{8\pi} F^2$ pour le gaz 1, et de $\frac{K_2 - 1}{8\pi} F^2$ pour le gaz 2; la dénivellation h de l'équation (5) en résulte immédiatement.

([2]) On voit de plus qu'avec un seul gaz l'équilibre serait impossible, puisque la densité serait plus grande entre les armatures qu'au dehors : d'où une circulation continue inadmissible.

comme définition du diélectrique la propriété que, à charges données, ces forces apparentes (regardées comme les forces électriques réelles), y sont K fois plus petites que dans le vide. Le crédit acquis par les hypothèses moléculaires et électroniques a rendu cette position intenable. Du moment qu'on admet l'existence réelle de particules électriques placées dans le vide, c'est à travers le vide que se transmettent les forces électriques, et l'on ne peut comprendre qu'elles n'aient pas partout la même valeur.

En effet, on rend bien compte des faits d'expérience en admettant qu'il en est ainsi. J'ai traité la question à l'apparition de la formule de Liénard [1]; la forme de cette solution peut être simplifiée de la manière suivante.

6. Considérons des conducteurs électrisés placés dans un diélectrique liquide illimité. Pour rendre le raisonnement plus clair, nous pouvons imaginer que chacun d'eux est séparé du diélectrique par un intervalle vide, très petit et invariable.

Dans le diélectrique polarisé, considérons la portion comprise entre deux surfaces équipotentielles voisines; c'est un feuillet diélectrique fermé, de puissance constante, qui, comme tel, ne produit de champ que dans son épaisseur. Il en résulte que la polarisation du diélectrique entier ne produit aucun champ sur les conducteurs. Par suite :

1° La distribution sur chacun des conducteurs est la même que dans le vide ;

2° Les forces électriques qui agissent sur les conducteurs sont les mêmes que dans le vide.

Ces forces électriques peuvent s'exprimer par la pression $2\pi\sigma^2$ à la surface de chaque conducteur, dirigée vers l'extérieur, σ étant la densité de la charge réelle. Il faut, de plus, tenir compte de la pression hydrostatique P, qui est normale à la surface et dirigée vers l'intérieur. Ici $\theta = 0$, et, par suite,

$$P = 2\pi I^2 \frac{K}{K-1}.$$

On a donc, appliquée à l'unité de surface du conducteur, une force normale φ,

$$\varphi = 2\pi\sigma^2 - 2\pi I^2 \frac{K}{K-1}.$$

(1) *Sur les attractions et répulsions apparentes des conducteurs électrisés dans un diélectrique fluide* (*Comptes rendus*, 1895); *Sur le rôle des milieux diélectriques en électrostatique* (*Journal de Physique*, 1896).

D'après un théorème connu, la force du champ dans le diélectrique, près du conducteur, est $\frac{4\pi\sigma}{K}$; par suite,

$$I = \varkappa \frac{4\pi\sigma}{K} = \frac{K-1}{K}\sigma, \qquad \varphi = \frac{2\pi\sigma^2}{K}.$$

Ainsi, en regardant les forces électriques réelles qui s'exercent entre les charges des conducteurs, comme les mêmes dans le diélectrique et dans le vide, on trouve que les forces apparentes sont K fois plus petites dans le diélectrique, comme l'indique l'expérience, l'écart étant dû à la pression hydrostatique exercée par le diélectrique.

M. **Charles Richet** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. **L. Bianchi**, intitulé : *La mécanique du cerveau et la fonction des lobes frontaux*, traduit par MM. André Collin et Sanguinetti et dont il a écrit la *Préface*.

M. **Paul Janet** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie du Tome II de la cinquième édition de mes *Leçons d'Électrotechnique générale*. Ce Volume est consacré à l'étude générale des courants alternatifs. Je me permets de signaler, en particulier, un certain nombre d'additions sur la propagation des ondes isolées dans les lignes et un Chapitre nouveau sur la propagation des courants alternatifs dans les conducteurs cylindriques.

ÉLECTIONS

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Division des Académiciens libres, en remplacement de M. *J. Carpentier*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 68,

M. Maurice d'Ocagne	obtient......	20 suffrages
M. Paul Séjourné	»	19 »
M. Alexandre Desgrez	»	18 »
M. Maurice de Broglie	»	9 »
M. Jean Charcot	»	2 »

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 68,

M. Maurice d'Ocagne	obtient	. . . . .	24 suffrages
M. Paul Séjourné	»	. . . . .	20 »
M. Alexandre Desgrez	»	. . . . .	19 »
M. Maurice de Broglie	»	. . . . .	3 »
M. Jean Charcot	»	. . . . .	2 »

Au troisième tour de scrutin, le nombre de votants étant 68,

M. Maurice d'Ocagne	obtient	. . . . . .	24 suffrages
M. Paul Séjourné	»	. . . . . .	24 »
M. Alexandre Desgrez	»	. . . . .	20 »

Au quatrième tour de scrutin, limité aux candidats qui n'en ont point deux autres supérieurs en suffrages, savoir : MM. Maurice d'Ocagne et Paul Séjourné, le nombre de votants étant 68,

M. Maurice d'Ocagne	obtient	. . . . . .	35 suffrages
M. Paul Séjourné	»	. . . . . .	32 »

Il y a un bulletin nul.

M. **Maurice d'Ocagne**, ayant réuni la majorité des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. **Edmond Bauer** (en son nom et en celui de M. **Marcel Moulin**), M. **G.-A. Hemsalech** adressent des Rapports relatifs à l'emploi qu'ils ont fait des subventions qui leur ont été accordées sur le *Fonds Bonaparte*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Travaux du Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences de Lyon*, publiés sous la direction de F. Roman. Fascicule I : *La montagne de Crussol, étude stratigraphique et paléontologique*, par Attale Riche et Frédéric Roman. (Présenté par M. Ch. Depéret.)

2° Le premier fascicule de la *Revue d'optique théorique et instrumentale*, publiée sous les auspices de l'INSTITUT D'OPTIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE et du SYNDICAT PATRONAL DES CONSTRUCTEURS D'INSTRUMENTS D'OPTIQUE ET DE PRÉCISION. (Présenté par M. H. Deslandres.)

3° *Ophidia taprobanica or the snakes of Ceylon*, by FRANK WALL.

4° *Précis de Muséologie pratique*, par A. LOIR et H. LEGANGNEUX.

M. **CH. HERVIEUX** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M. Montel.* Note de M. **TH. VAROPOULOS**.

1. Dans une Note récemment publiée (¹), M. Montel, en généralisant la proposition classique de M. Landau, a énoncé le théorème suivant :

Soit une fonction $f(x)$ homologue autour de l'origine $x = 0$

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_{p+1} x^{p+1} + \ldots,$$

où $a_{p+1} \neq 0$, il existe un nombre R ne dépendant que de $a_0, a_1, \ldots, a_{p+1}$ tel que dans tout cercle de rayon supérieur à R ou bien la fonction $f(x)$ cesse d'être holomorphe ou bien cette fonction prend dans le cercle plus que p fois l'une au moins des valeurs zéro et un.

2. J'ai cherché à étendre ce théorème aux fonctions qui sont multiformes dans le voisinage du point $x = 0$ et j'ai obtenu les résultats suivants :

THÉORÈME. — *Soit une fonction $f(x)$ définie par une équation de la forme*

$$u^n + A_1(x) u^{n-1} + \ldots + A_{n-1}(x) u + A_n(x) = 0.$$

Si la fonction

$$\mu(x) = -\frac{A_n(x)}{A_1(x) + A_2(x) + \ldots + A_{n-1}(x) + 1}$$

est régulière autour de l'origine $x = 0$ et si nous avons $\int \frac{\mu(x)\,dx}{x^{p+2}} \neq 0$ pour $x = 0$, il existe un nombre R, ne dépendant que de $p + 2$ nombres bien déterminés, tel que dans tout cercle de rayon supérieur à R ou bien la fonction $f(x)$ prend plus de p fois l'une au moins des valeurs zéro et un, ou bien il existe dans le cercle un zéro de la fonction $A_1(x) + A_2(x) + A_3(x) + \ldots + A_{n-1}(x) + 1$.

(¹) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 143.

Nous ne faisons aucune hypothèse particulière sur les fonctions $A_i(x)$ qui peuvent même ne pas être holomorphes autour de l'origine.

Il y a là une généralisation du théorème de M. Montel concernant une classe de fonctions non régulières en $x=0$.

3. Supposons maintenant que les coefficients $A_i(x)$ sont des fonctions entières, et soit

$$A_i(x)=a_i+b_i x+c_i x^2+\ldots,$$

si u_0 n'est pas une racine du polynome

$$u^{n-1}+a_1 u^{n-2}+\ldots+a_{n-1},$$

alors la fonction

$$\mu(x)=-\frac{A_n(x)}{u_0^n+A_1(x)u_0^{n-1}+\ldots+A_{n-1}u_0}$$

sera régulière en $x=0$, et si pour $x=0$ nous avons $\int\frac{\mu(x)\,dx}{x^{p+2}}\neq 0$, en vertu du théorème de M. Montel, il existe un nombre R dépendant de $n(p+2)+2$ nombres bien déterminés tel que dans tout cercle $|x|>R$ notre fonction $f(x)$ prend plus de p fois l'une au moins des valeurs zéro et u_0 ou bien la fonction définie par l'équation

$$u^{n-1}+A_1(x)u^{n-2}+\ldots+A_{n-1}(x)=0$$

prend la valeur u_0.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros de certaines fonctions.*
Note de M. A. **Angelesco**, présentée par M. Appell.

Dans cette Note nous nous proposons de généraliser la théorie des polynomes orthogonaux, en ce qui concerne leurs zéros.

Considérons une suite de nombres réels, tous différents,

$$(1)\qquad \mu_0,\ \mu_1,\ \mu_2,\ \ldots,$$

deux nombres *positifs* a et $b\,(a<b)$ et une fonction $K(x)$ positive pour x compris dans l'intervalle (a, b).

Théorème. — *Si une fonction $f(x)$, continue dans l'intervalle (a, b), satisfait aux n conditions*

$$(2)\qquad \int_a^b K(x)x^{\mu_i}f(x)\,dx=0\qquad (i=0,1,2,\ldots,n-1),$$

alors l'équation $f(x)=0$ a au moins n racines réelles et distinctes dans l'intervalle (a, b).

En effet, de la condition (2) pour $i=0$ il résulte que $f(x)$ change de signe dans l'intervalle d'intégration; $f(x)$ a donc une racine que nous désignons par r_1. Déterminons alors la constante C de manière que l'équation

$$x^{\mu_0}+Cx^{\mu_1}=0$$

ait pour racine r_1. Comme cette équation ne peut avoir d'autres racines positives et que son premier membre change de signe quand x passe par la valeur r_1, il résulte des conditions (2) pour $i=0$ et $i=1$ que l'équation $f(x)=0$ doit avoir une autre racine r_2 dans l'intervalle (a, b). De proche en proche, en remarquant toujours que l'équation

$$x^{\mu_0}+C_1x^{\mu_1}+\ldots+C_sx^{\mu_s}=0$$

qui a pour racines les s quantités $r_1, r_2, \ldots, r_s$ ne peut avoir d'autres racines positives (¹) et que son premier membre change de signe quand x traverse les valeurs $r_1, r_2, \ldots, r_s$, on établit le théorème énoncé.

Remarque. — Considérons l'équation intégrale de première espèce

$$\int_a^b K(x)\,x^y\,\varphi(x)\,dx=\psi(y).$$

Il résulte de notre théorème que si la fonction $\psi(y)$ a n zéros réels, la fonction $\varphi(x)$ aura n zéros dans l'intervalle (a, b).

Fonctions biorthogonales. — Soit encore la suite, analogue à la suite (1),

$$\lambda_0,\quad \lambda_1,\quad \lambda_2,\quad \ldots.$$

On peut déterminer les n constantes $a_1, a_2, \ldots, a_n$, et d'une seule manière, telles que si

$$P_{\lambda_n}=x^{\lambda_n}+a_1x^{\lambda_{n-1}}+\ldots+a_nx^{\lambda_0}, \tag{3}$$

on ait

$$\int_a^b K(x)\,x^{\mu_i}P_{\lambda_n}\,dx=0 \qquad (i=0, 1, \ldots, n-1). \tag{4}$$

Il ne peut y avoir indétermination, car si l'on avait deux fonctions P_{λ_n} de la forme (3) satisfaisant aux conditions (4), on en déduirait qu'une fonction de la forme

$$R_{\lambda_n}=c_1x^{\mu_{n-1}}+c_2x^{\mu_{n-1}}+\ldots+c_nx^{\mu_0}$$

y satisfait aussi. Donc, d'après le théorème précédent, l'équation $R_{\lambda_n}=0$

(¹) Voir Laguerre, *Sur la théorie des équations numériques* (*Œuvres*, t. 1, p. 4).

aurait n racines positives dans l'intervalle (a, b), ce qui est impossible [1].

Déterminons de même la fonction de la forme

$$P_{\mu n} = x^{\mu_n} + b_1 x^{\mu_{n-1}} + \ldots + b_n x^{\mu_0}$$

par les n conditions

$$\int_a^b K(x) x^{\lambda_i} P_{\mu n}\, dx = 0 \qquad (i = 0, 1, \ldots, n-1).$$

On voit alors immédiatement que

$$\int_a^b K(x) P_{\lambda n} P_{\mu m}\, dx = 0,$$

si m est différent de n, et que l'intégrale

$$\int_a^b K(x) P_{\lambda n} P_{\lambda n}\, dx$$

est différente de zéro.

Polynomes de Laguerre. — Considérons, pour faire une application simple, l'intégrale

$$I(y) = \int_0^\infty e^{-x} x^{y-1} A(x)\, dx,$$

où $y > 0$ et

$$A(x) = x^n + \alpha_1 x^{n-1} + \alpha_2 x^{n-2} + \ldots + \alpha_n.$$

A l'aide de l'intégrale qui définit la fonction Γ, on voit que

$$I(y) = \Gamma(y)[y(y+1)\ldots(y+n-1) + \alpha_1 y(y+1)\ldots(y+n-2) + \ldots + \alpha_n].$$

Désignons par $B(y)$ le polynome entre crochets du second membre. Comme $\Gamma(y)$ ne peut s'annuler, il résulte de notre théorème que si l'équation $B(x) = 0$ a p racines positives distinctes, l'équation $A(x) = 0$ aura au moins p racines positives distinctes. En particulier, si l'équation $B(x) = 0$ a pour racines les n nombres $\lambda + 1, \lambda + 2, \ldots, \lambda + n$, où $\lambda > 0$, donc

$$\begin{aligned}(x-\lambda-1)&(x-\lambda-2)\ldots(x-\lambda-n)\\ &= x(x+1)\ldots(x+n-1) + \alpha_1 x(x+1)\ldots(x+n-2) + \ldots + \alpha_n,\end{aligned}$$

l'équation $A(x) = 0$ aura toutes ses racines réelles, distinctes et positives.

---

(1) *Loc. cit.*

De l'identité $u^{\lambda+n-x} = u^{\lambda+n}u^{-x}$, par différentiations, on déduit l'identité

$$\begin{aligned}(x-\lambda-1)(x-\lambda-2)\dots(x-\lambda-n)\\ = x(x+1)\dots(x+n-1)-(\lambda+n)C_n^1 x(x+1)\dots(x+n-2)+\dots\\ +(-1)^n(\lambda+n)(\lambda+n-1)\dots(\lambda+1);\end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned}A(x) = x^n-(\lambda+n)C_n^1 x^{n-1}+(\lambda+n)(\lambda+n+1)C_n^2 x^{n-2}-\dots\\ +(-1)^n(\lambda+n-1)\dots(\lambda+1).\end{aligned}$$

Pour $\lambda = 0$ on a le polynome de Laguerre du degré n.

Nous nous proposons de revenir sur ces questions et d'autres analogues dans un travail plus étendu.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations différentielles du premier ordre à points critiques fixes.* Note de M. **Armand Cahen**, présentée par M. Appell.

Soit

$$F(y', y, x) \equiv y'^2 - 2M(y, x)y' + N(y, x) = 0 \tag{1}$$

une équation différentielle à points critiques fixes de *genre zéro*, où M et N désignent des polynomes en y de degrés 2 et 4 au plus, et $D(x, y) \equiv M^2 - N$ le discriminant. $D(x, y)$ est au plus du 4^e^ degré et admet toujours une racine multiple $y(x)$.

Premier cas. — Cette racine $y = k(x)$ est *double*. Les deux racines simples $y = g(x)$, $y = h(x)$ sont des intégrales *singulières*. On sait que, dans ces conditions, l'équation (1) se ramène *algébriquement* à une *équation de Riccati*, dont on ne connaît *a priori* aucune solution. Une forme canonique de l'équation (1) est donnée par

$$\frac{dY}{dX} = Y + \varphi(x)(Y-1)\sqrt{Y}. \tag{2}$$

J'ajouterai les deux remarques suivantes, faciles à établir :

1° $y = k(x)$ est effectivement un *lieu des contacts* des intégrales particulières, du moment que $y = k(x)$ n'est pas solution (ordinaire) de l'équation différentielle.

2° Il est impossible que les deux racines simples soient en même temps solutions ordinaires. Si cela a lieu pour l'une d'elles, on connaîtra *a priori* une solution de l'*équation de Riccati* et l'intégration s'achèvera à l'aide de *deux quadratures*.

Deuxième cas. — Supposons de plus que la racine double $y = k(x)$ soit intégrale de l'équation (1). Ce sera une intégrale *ordinaire*, qu'on pourra obtenir à l'aide de deux valeurs différentes de la constante arbitraire. Faisons la transformation

$$Y = \frac{\lambda(x)[y - g(x)]}{y - h(x)}. \tag{3}$$

On peut disposer de $\lambda(x)$ de façon que l'équation transformée s'écrive

$$\frac{dY}{dx} = \theta(x)(Y - 1)\sqrt{Y}. \tag{4}$$

Posons $Y = Z^2$ (¹), d'où

$$2\frac{dz}{dx} = \theta(x)(z^2 - 1). \tag{5}$$

On connaît ici deux solutions $z = +1$ et $z = -1$ de l'équation de Riccati. Elle s'intègre [et par suite aussi l'équation (1) donnée] *à l'aide d'une seule quadrature*. Son intégrale est donnée par

$$C\frac{z-1}{z+1} = e^{\int \theta(x)\,dx},$$

et en posant $e^{\int \theta(x)\,dx} = X$, on obtient

$$Y = \left(\frac{C+X}{C-X}\right)^2. \tag{6}$$

Ici, $Y = 0$, $Y = \infty$ sont les deux solutions singulières; $Y = 1$ (racine double du discriminant transformé) est une solution *particulière*, correspondant aux deux valeurs $C = 0$, $C = \infty$ de la constante arbitraire. Les courbes (6) passent par le point fixe ($X = \infty$, $Y = 1$). Elles sont tangentes en ce point. La tangente commune $Y = 1$ n'est pas un *lieu de contacts*.

Troisième cas. — $D = 0$ admet une racine *triple* $y = g(x)$ et une racine *simple* $y = h(x)$. A l'aide de la transformation (3), on obtient

$$\frac{dY}{dx} = b(x)Y + a(x)Y\sqrt{Y} \tag{7}$$

ou, en posant $Y = \frac{1}{z^2}$,

$$-2\frac{dz}{dx} = a(x) + b(x)z. \tag{8}$$

(¹) Cf. Painlevé, *Leçons de Stockholm*, p. 61-62.

L'équation de Riccati se réduit à une équation *linéaire* dont l'intégration (et par suite celle de l'équation donnée) s'obtient à l'aide de deux quadratures. Alors $Y = \infty$ est solution singulière de

$$Y = \left[\frac{1}{C\rho(x) + \rho_1(x)}\right]^2.$$

On peut disposer du coefficient $\lambda(x)$ de la substitution (3) de manière à annuler $b(x)$; puis du changement de variable indépendante $x = \varphi(X)$ pour ramener l'intégrale à la forme

$$Y = \left(\frac{1}{x + C}\right)^2$$

ou, en changeant C en $\frac{1}{C}$, à la forme

$$(9) \qquad Y = \left(\frac{C}{CX + 1}\right)^2 \qquad [\text{avec } Y'^2 = 4Y^3].$$

Cette dernière forme (9) est citée dans l'*Encyclopédie mathématique* (édition française) (II, 15, p. 32) comme exemple d'équation différentielle *algébrique* pour laquelle l'intégrale générale peut être *algébrique*, sans qu'il existe ni *lieux de rebroussement*, ni *enveloppe* (intégrale singulière). Cela est exact pour les rebroussements, mais non pour l'intégrale singulière, car une équation à points critiques fixes de genre zéro possède au moins une intégrale singulière.

Dans l'exemple (9) cette intégrale est $Y = \infty$; autrement dit, si l'on pose $Y = \frac{1}{Y_1}$, les relations (9) deviennent

$$(10) \qquad Y_1 = (X + C)^2 \qquad [Y_1'^2 = 4Y_1],$$

et $Y_1 = 0$ est solution singulière de (10) [enveloppe des courbes $Y_1 = (X + C)^2$].

D'autre part, $Y = 0$, solution particulière de (7), est racine triple du discriminant; comme dans le cas précédent, $Y = 0$ n'est pas un lieu de contacts. Toutes les courbes (9) sont tangentes au point fixe ($X = 0$, $Y = 0$). La tangente commune (asymptote) en ce point est $Y = 0$.

ALGÈBRE. — *Sur le développement en fraction continue des nombres algébriques.* Note [1] de M. **Auric.**

Considérons un nombre algébrique ω racine d'une équation du second degré à coefficients entiers

$$Ax^2 + Bx + C = 0.$$

Si l'on développe en fraction continue ordinaire en prenant pour les deux premiers termes initiaux

$$a_0 = 1, \qquad a_1 = \omega,$$

on obtiendra la suite représentative

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots, \quad a_i, \quad \ldots \qquad (\lim a_n = 0).$$

Si l'on a posé

$$a_{i-1} = \lambda_i a_i - a_{i+1},$$

on sait que la suite des λ_i deviendra périodique à partir d'un certain indice h et l'on aura, pour tout indice $m > h$,

$$\frac{a_m}{a_{m+k}} = \varepsilon,$$

k étant un indice fixe (nombre de termes de la période du développement ou multiple de ce nombre) et ε une unité algébrique dans le corps obtenu par l'adjonction du nombre ω.

On aura la relation

$$a_n = Q_n^0 a_1 - Q_n' a_0$$

et, comme a_n tend vers zéro, $\frac{Q_n^0}{Q_n'}$ sera évidemment une valeur approchée de $\frac{a_0}{a_1}$.

La généralisation de ces résultats dans le cas d'une équation du troisième degré s'obtient immédiatement en appliquant la méthode que nous avons indiquée dans une précédente Communication.

Soit l'équation à coefficients entiers

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$$

dont on considère les deux racines ω, ω'.

---

(1) Séance du 23 janvier 1922.

Effectuons le double développement en fraction continue en posant

$$a_0 = 1, \quad a_1 = \omega, \quad a_2 = \omega^2;$$
$$b_0 = 1, \quad b_1 = \omega', \quad b_2 = \omega'^2;$$

on obtiendra les deux suites représentatives

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots, \quad a_i, \quad a_{i+1}, \quad \ldots \qquad (\lim a_n = 0),$$
$$b_0, \quad b_1, \quad b_2, \quad b_3, \quad \ldots, \quad b_i, \quad b_{i+1}, \quad \ldots \qquad (\lim b_n = 0).$$

Si l'on a posé

$$a_i - \lambda_{i+1} a_{i+1} + \mu_{i+2} a_{i+2} - a_{i+3} = 0,$$
$$b_i - \lambda_{i+1} b_{i+1} + \mu_{i+2} b_{i+2} - b_{i+3} = 0,$$

les suites des entiers λ_i et μ_i deviendront respectivement périodiques à partir d'un certain indice h et l'on aura pour un indice fixe k (dépendant du nombre des termes de la période) et pour $m > h$

$$\frac{a_m}{a_{m+k}} = \varepsilon, \qquad \frac{b_m}{b_{m+k}} = \varepsilon',$$

ε et ε' étant des unités algébriques dans le corps obtenu par l'adjonction des deux racines ω et ω'.

On aura en outre les relations

$$a_n = Q_1^n a_0 + Q_2^n a_1 + Q_0^n a_2,$$
$$b_n = Q_1^n b_0 + Q_2^n b_1 + Q_0^n b_2,$$

qui constituent des solutions approchées des équations à coefficients entiers

$$p_0 + p_1 \omega + p_2 \omega^2 = 0,$$
$$p_0 + p_1 \omega' + p_2 \omega'^2 = 0.$$

C'est précisément parce qu'on a cherché le trinome

$$p_0 + p_1 x + p_2 x^2$$

dont la valeur devient minimum pour les deux racines ω et ω', qu'on a obtenu un développement périodique; il fallait l'introduction de deux racines daus le calcul pour réaliser ce résultat et, comme il existe une troisième racine ω'', on pourra de trois façons différentes obtenir des développements périodiques.

Rappelons que si ω est racine d'une équation du troisième degré, on aura en prenant quatre termes initiaux

$$a_0 = 1, \quad a_1 = \omega, \quad a_2 = \omega^2, \quad a_3 = \omega^3$$

un développement représentatif limité

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots, \quad a_{n-1}, \quad a_n = 0.$$

Ces résultats se généralisent sans aucune difficulté.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces telles que les axes des cercles osculateurs à une famille de lignes de courbure appartiennent à un complexe linéaire* (1). Note (2) de M. **R. Jacques**, présentée par M. G. Kœnigs.

Soit S une surface possédant la propriété indiquée. Les variables peuvent être choisies de façon que le réseau C_2 décrit par le deuxième centre de courbure soit caractérisé par le fait que sa première tangente décrive une congruence appartenant à un complexe linéaire et que sa deuxième tangente décrive une congruence de normales.

Nous projetterons le réseau C_2 sur un plan perpendiculaire à l'axe du complexe. La congruence formée par les premières tangentes au réseau C_2 ainsi obtenu est une congruence L_{00}, celle qui est formée par les deuxièmes tangentes est une congruence H. Par suite, un réseau O, plan conjugué à cette congruence se transformera par la méthode de Laplace, en allant de u vers v, en un réseau qui, conjugué à une congruence L_{00}, sera un réseau Ω_{00}.

Inversement, tout réseau O plan qui se transforme en un réseau Ω_{00} donne des solutions du problème.

En effet, désignons par M un tel réseau et par R le réseau dérivé correspondant. R étant Ω_{00} il existe une infinité simple de congruences L_{00} qui lui sont conjuguées. Soit g l'une d'elles, la congruence k qui en dérive par la méthode de Laplace, conjuguée au réseau M qui est O, est une congruence H.

A cette congruence k, on peut faire correspondre une infinité de congruences de normales dont elle est la projection. Si K est l'une de ces congruences, la congruence G qui en dérive est projetée suivant g qui est L_{00}.

M. Guichard a établi, dans son cours, que, dans ces conditions, il existe une congruence parallèle à G qui appartient à un complexe linéaire. La congruence dérivée par la méthode de Laplace est parallèle à la congruence de normales K. On obtient ainsi une solution du problème.

Il suffit donc d'exprimer qu'un réseau O plan se transforme par la méthode de Laplace en allant de u vers v en un réseau Ω_{00}.

(1) Voir Notes de M. Guichard, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1185, et t. 173, 1921, p. 1145.

(2) Séance du 23 janvier 1922.

A un réseau O plan, on peut faire correspondre les quantités

$$\xi_1 = \cos\varphi, \quad \xi_2 = \sin\varphi, \quad m = -\frac{\partial\varphi}{\partial u};$$

$$\eta_1 = -\sin\varphi, \quad \eta_2 = \cos\varphi, \quad n = \frac{\partial\varphi}{\partial v}.$$

Les quantités analogues sont, pour le réseau dérivé,

$$[\xi_1] = -\sin\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial u} - \frac{1}{\frac{\partial\varphi}{\partial v}}\frac{\partial^2\varphi}{\partial u\,\partial v}\cos\varphi, \qquad [\xi_2] = \cos\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial u} - \frac{1}{\frac{\partial\varphi}{\partial v}}\frac{\partial^2\varphi}{\partial u\,\partial v}\sin\varphi;$$

$$[\eta_1] = \frac{1}{\frac{\partial\varphi}{\partial v}}\cos\varphi, \qquad [\eta_2] = \frac{1}{\frac{\partial\varphi}{\partial v}}\sin\varphi;$$

$$[m] = \frac{1}{\frac{\partial\varphi}{\partial v}}, \qquad [n] = -\frac{\partial\varphi}{\partial v}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\varphi}{\partial v} + \frac{\partial^2 L\frac{\partial\varphi}{\partial v}}{\partial u\,\partial v}\right).$$

Ce réseau est Ω_{00}, si l'on a la relation

$$[\xi_1][\eta_2] - [\xi_2][\eta_1] = n - m$$

qui s'écrit

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2\left(\frac{\partial^2 L\frac{\partial\varphi}{\partial v}}{\partial u\,\partial v} + \frac{\partial\varphi}{\partial u}\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right) - \frac{\partial\varphi}{\partial u} + 1 = 0.$$

Nous avons remarqué qu'à toute solution φ de cette équation correspondait une double infinité de solutions du problème. Il existe, en effet, une infinité simple de congruences L_{00} conjuguées au réseau Ω_{00}. Chacune des congruences H qui en dérive est la projection d'une infinité de congruences O.

Si l'on connaît une congruence particulière L_{00}, toutes les autres congruences peuvent être déterminées par quadratures. La congruence particulière H correspondante admet une deuxième série de réseaux O qui lui sont conjugués qui déterminent une nouvelle solution φ de l'équation aux dérivées partielles.

Un réseau O particulier admet, pour réseau dérivé, un réseau Ω_{00} conjugué à la même congruence L_{00}. Les raisonnements précédents s'appliquent à ce nouveau réseau. On a ainsi une transformation du problème qui se peut poursuivre indéfiniment par quadratures.

Cette transformation, appliquée à quelques cas particuliers, nous a permis de déterminer des surfaces nouvelles.

ASTRONOMIE. — *La périodicité et le mouvement des taches du Soleil en latitude expliqués par la pulsation de son noyau.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

Dans une Note antérieure ([1]) j'ai pu démontrer la formule de Faye exprimant la loi de rotation du Soleil. Faye avait cherché à expliquer la loi de Carrington en supposant que le Soleil contenait un noyau ellipsoïdal; mais cette hypothèse était en contradiction avec la théorie de Clairaut : cette contradiction disparaît si l'on suppose que ce noyau en moyenne sphérique a, comme les Céphéides, une pulsation qui renfle alternativement l'Équateur et les pôles. La dissymétrie de la pulsation est due, comme je l'ai montré pour les Céphéides ([2]), au fait que le renflement équatorial est deux fois moindre que les renflements polaires. La période undécennable n'est alors que le résidu de la pulsation primitive du protosoleil après amortissement de la période.

Comment le Soleil peut-il être formé d'une enveloppe ou *périsphère* dont la surface est la photosphère et qui entoure un noyau dense ou *barosphère* S. Celui-ci participant seul à la pulsation ne se mélange pas à l'enveloppe plus légère? Dans le choc de toute Nova et en particulier de la Nova solaire, la pression de radiation repousse à grande distance les matériaux légers de la nébuleuse sous forme d'une enveloppe lumineuse qui a été photographiée pour les Novæ et qui dans le système solaire a produit la division des planètes en deux catégories différant par les masses et les densités ([3]). Après que le noyau pulsant a capté par son attraction les matériaux denses de la nébuleuse, les masses légères d'abord repoussées finissent par se précipiter sur lui et constituent une enveloppe de faible densité (calcium, sodium, hydrogène, etc.). D'après la loi des rotations, la masse de l'enveloppe serait de 1 : 11 de celle du Soleil, ce qui donnerait pour son épaisseur minima 22000^{km} et plus probablement le double.

Si l'on admet que les taches sont dues à la différence de vitesse linéaire de deux parallèles voisins, on trouve que le maximum du nombre de taches devrait être, d'après la loi de Faye, à la latitude de 37°38′ : or on sait que ce maximum est dans un cycle vers 17° de latitude. C'est qu'il faut tenir compte des courants créés dans l'enveloppe A par la pulsation du noyau.

([1]) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 270.

([2]) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1083.

([3]) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 704.

Considérons l'instant où il est renflé en E à l'Équateur et déprimé aux pôles P : la pulsation tendant à rapprocher l'ellipsoïde de la forme sphérique chasse un certain volume de l'enveloppe A des régions polaires vers l'Équateur créant des courants Nord-Sud C (déjà invoqués mais non expliqués par d'Oppolzer) dont la vitesse de rotation déjà faible est encore ralentie en vertu de la loi des aires : ces courants rencontreront vers 35° les masses de l'enveloppe dont la vitesse de rotation est beaucoup plus rapide. La différence de vitesse est alors suffisante pour produire des taches-tourbillons T qui seront entraînées vers l'Équateur, ce qui explique la loi de Spörer.

A la fin de la pulsation de E vers E', les courants C et C' opposés s'annulent et empêchent les taches d'arriver jusqu'à l'Équateur. Mais le mouvement des taches doit être toujours en retard sur la cause (pulsation) qui l'a fait naître; et comme la pulsation inverse (de E' vers E) se produit deux fois plus lentement (en 7,5 au lieu de 3,7 années) les masses de l'enveloppe ramenées par le contre-courant C'' resteront en profondeur tandis que les taches continueront dans les couches supérieures à descendre lentement vers l'Équateur. Le cycle suivant commencera par la rencontre du courant C'' et du courant C vers les latitudes ± 35°. Les protubérances existeront aussi bien aux pôles (protubérances quiescentes) par la poussée de pulsation P qu'à l'Équateur par l'antagonisme des courants C, C'. Les filaments noirs dans la couche extérieure de la chromosphère peuvent aussi être formés par ces mêmes courants Nord-Sud dont la vitesse de l'ordre de 10^m par seconde ne peut guère être révélée par le spectroscope. Par contre, il serait possible de mesurer l'augmentation par la poussée P' du rayon polaire vers l'époque du maximum des taches : cette augmentation a parfois été constatée à l'Observatoire de Meudon. L'excès du rayon polaire

sur le rayon équatorial a été mesuré de 1905 (après le maximum) à 1909 par le P. Chevalier : il a trouvé cet excès maximum (0″,31) en 1907.

Il reste à expliquer comment la durée de pulsation, par amortissement, a pu passer de quelques jours au début (comme dans une Nova) à 11 ans pour le Soleil.

En l'absence d'une théorie complète de la pulsation des sphères gazeuses, on peut essayer d'appliquer la théorie de l'amortissement des ressorts telle que l'a exposée M. Lecornu (pages 258 à 264 de sa *Dynamique appliquée*).

Assimilons les couches sphériques pulsantes entre une surface S et une sphère O à un ensemble élastique formé par des ressorts à boudin R, juxtaposés suivant les rayons et alternativement comprimés et allongés. L'amortissement de chaque ressort dépend de son poids P, et du poids p de la matière non pulsante qui se précipite en S à l'extrémité du rayon : l'amortissement se produit par transformation en chaleur des frottements internes et par l'augmentation de la viscosité avec le temps (coefficient λ) dû à l'accroissement de densité. On a alors, pour la période T,

$$T = \pi\sqrt{\frac{P+p}{g-(P+p)\lambda^2}} = \pi\sqrt{\frac{m+\mu}{1-(m+\mu)\lambda^2}} \qquad (m, \mu \text{ masses de P et } p).$$

Au début, la densité du protosoleil est très faible (10^{-5}), son diamètre équatorial étant 62 fois son diamètre actuel. La pulsation n'intéresse d'abord qu'une couche superficielle peu épaisse, et la masse μ est nulle; m et λ étant faibles, il en est de même de T. Mais la pulsation continuant atteint des couches de plus en plus profondes (m augmente) en même temps que la masse μ provenant de la nébuleuse se précipite de plus en plus abondante : T augmente. Avec le temps le Soleil se réduit beaucoup en diamètre et sa densité passe de 10^{-5} à 1,41 : alors $(m+\mu)$ étant constant, λ augmente beaucoup; la durée de pulsation qui, au début, était seulement de quelques jours, atteint alors 11 ans.

L'amplitude x de la $n^{\text{ième}}$ pulsation est

$$x = x_0 e^{-n\lambda\tau} \qquad (x_0 \text{ amplitude pour } n = 0);$$

x diffère peu de x_0 tant que λ est très faible pendant la période d'émission des nappes planétaires. A la fin de la condensation, x est à peu près nul parce que n et λ sont très grands. L'amortissement de la pulsation des Novæ de Persée (1901) et de l'Aigle (1918) a été mesuré : la durée de la période qui, au début, était de 5 à 9 jours, est actuellement d'environ 50 jours.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la mesure des isolements par la méthode dite d'accumulation.* Note de **M. H. Chaumat**, présentée par M. J. Violle.

On sait que la méthode de mesure des isolements, dite d'accumulatlon, consiste à charger un condensateur de capacité C à travers la résistance d'isolement à mesurer R, à l'aide d'une pile de force électromotrice E. Dans ces conditions, la différence de potentiels entre les armatures du condensateur V_1, acquise au bout du temps t_1, est définie par l'équation

$$t_1 = CR \operatorname{Log}_e \frac{E}{E - V_1}, \tag{1}$$

d'où l'on déduit immédiatement R, les grandeurs E, V_1, t_1 pouvant être facilement mesurées.

Cette méthode convient à la mesure des résistances d'isolement très élevées.

On est alors gêné par l'isolement propre ρ du condensateur qui se décharge à travers son propre diélectrique pendant qu'il se charge sous l'action de la pile E.

L'équation devient alors

$$t_1 = \frac{CR\rho}{R+\rho} \operatorname{Log}_e \frac{E\rho}{E\rho - (R+\rho)V_1}, \tag{2}$$

équation transcendante en R que l'on peut résoudre par approximations successives, ρ étant mesuré dans une expérience distincte.

On peut s'exposer alors à de graves erreurs.

De la formule (2) on tire en effet :

$$V_1 = \frac{E\rho}{R+\rho}\left(1 - e^{-\frac{R+\rho}{CR\rho} t_1}\right), \tag{3}$$

formule qui montre que la différence de potentiels V_1 atteint une limite

$$\frac{E\rho}{R+\rho},$$

qui peut être très inférieure à E. La quantité d'électricité reçue par le condensateur pendant un temps infiniment petit est alors égale à celle qu'il perd à travers son propre diélectrique.

Cette limite n'est atteinte qu'au bout d'un temps théoriquement infini.

Mais dans la pratique de la mesure, suivant les valeurs de C, de R et de ρ, la valeur de V_1 acquise au bout du temps t_1 fini, peut ne différer de la valeur limite que d'une quantité inappréciable, inférieure aux erreurs de lecture.

Dès lors, quelle que soit la durée de la charge, on obtiendra toujours la même valeur V_1 de la différence de potentiels finale aux bornes du condensateur. On peut alors, si l'on n'y prend garde, faire des erreurs considérables dans la mesure de R, par exemple de l'ordre de 50 pour 100 et plus.

Pour éviter les erreurs tenant à cette cause, on devra toujours faire deux mesures, au moins, l'une avec une durée de charge t_1, l'autre avec une durée de charge $t'_1 > t_1$. On doit trouver dans le second cas une différence de potentiels finale V'_1 *notablement* plus grande que V_1.

Si V'_1 et V_1 se confondent sensiblement, aux erreurs près des lectures, c'est que la limite de charge a été déjà pratiquement atteinte dans la première expérience. Et l'on devra recommencer l'expérience en faisant durer la charge pendant un intervalle de temps plus faible que t_1. On continuera jusqu'à ce que dans deux expériences faites pendant des durées inégales, t_1 et t'_1, on trouve, pour la valeur finale de la différence de potentiels entre les armatures du condensateur, deux valeurs notablement différentes V_1 et V'_1.

Dans les deux cas, l'isolement du condensateur, ρ, sera mesuré à part par la méthode de la perte de charge. Et comme l'on sait que l'isolement d'un diélectrique est fonction de la différence de potentiels à laquelle il est soumis, cet isolement du condensateur sera mesuré successivement de la façon suivante :

Pour déterminer la valeur de ρ correspondant à la première mesure, on chargera le condensateur à la différence de potentiels initiale V_1 et on le laissera se décharger à travers son propre diélectrique pendant un temps convenable fixé par les conditions optima de précision.

On opérera de même pour déterminer la valeur de ρ correspondant à la seconde mesure, mais en chargeant cette fois le condensateur à la différence de potentiels initiale V'_1.

Tous calculs faits, on obtiendra deux valeurs de R qui seront nécessairement différentes, la résistance d'isolement mesurée étant dans les deux cas placée dans des conditions électriques différentes. Elle est soumise en effet, dans le premier cas, à une différence de potentiels variable pendant la durée de l'expérience entre E et $E - V_1$, et dans le second cas à une différence de potentiels variable entre E et $E - V'_1$. Mais les résultats pourront toujours être interprétés pratiquement.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *Relation entre l'aberration et l'astigmatisme pour un point situé sur l'axe d'un système optique centré.* Note de M. **Marcel Dufour**, présentée par M. Appell.

Si l'on coupe un pinceau astigmate présentant un plan de symétrie par un plan perpendiculaire au plan de symétrie et contenant le rayon central du pinceau, la section de la caustique est symétrique par rapport au rayon central sur lequel elle présente un point de rebroussement. Aux environs immédiats de ce point de rebroussement, la caustique peut être confondue avec une développante de cercle, ou, ce qui revient au même, au degré d'approximation auquel nous nous plaçons, avec une parabole semi-cubique (1). Or on sait que la distance entre le point de contact et l'intersection de la tangente avec l'axe des x est pour la parabole semi-cubique double de la distance qui sépare les intersections respectives de la tangente avec l'axe des x et avec l'axe des y. Si nous supposons que φ est un infiniment petit du premier ordre, nous pouvons, au second ordre près, confondre cette dernière distance avec le tiers de l'abscisse du point de contact. Donc quand un pinceau astigmate présente un plan de symétrie, le point d'intersection du rayon central avec un rayon voisin situé dans le plan perpendiculaire au plan de symétrie est à une distance du point de rebroussement égale à la moitié de sa distance au point de contact avec la caustique.

S'il s'agit d'un pinceau de révolution, tous les méridiens de ce pinceau peuvent être considérés comme des plans de symétrie, et dans le voisinage du point de rebroussement, l'axe du pinceau constitue l'autre nappe de la caustique. Le point de rencontre d'un rayon du pinceau avec le rayon central est un point focal, et la distance de ce point focal au point de rebroussement est l'aberration longitudinale relative au rayon considéré. Nous pouvons donc dire : *dans un pinceau de révolution, la distance entre les deux points focaux situés sur un rayon est égale au double de l'aberration longitudinale relative à ce rayon.*

---

(1) Si, dans les équations de la développante de cercle, on développe, en fonction de l'angle φ que fait la tangente avec l'axe des x, $\sin\varphi$ et $\cos\varphi$, en négligeant les puissances de φ supérieures à la troisième, on obtient pour représenter la courbe au voisinage du sommet les relations $x = A\frac{\varphi^2}{2}$ et $y = A\frac{\varphi^3}{3}$, A désignant le rayon du cercle. L'élimination de φ entre ces deux valeurs de x et y nous donne $y^2 = \frac{8}{9A}x^3$.

Quand un point lumineux objet est placé sur l'axe d'un système optique centré, la proposition précédente s'applique au faisceau des rayons réfractés qui est de révolution par raison de symétrie ([1]).

OPTIQUE. — *Portée obtenue par un phare de grand atterrage avec optique à réflecteurs métalliques.* Note de M. **Jean Rey**, transmise par M. André Blondel.

Dans deux Notes précédente ([2]), j'ai donné la description du premier phare à réflecteurs métalliques tournants, de grand atterrage, qui ait été construit jusqu'ici et qui se trouve installé sur l'îlot du Galiton, au nord-ouest de Bizerte.

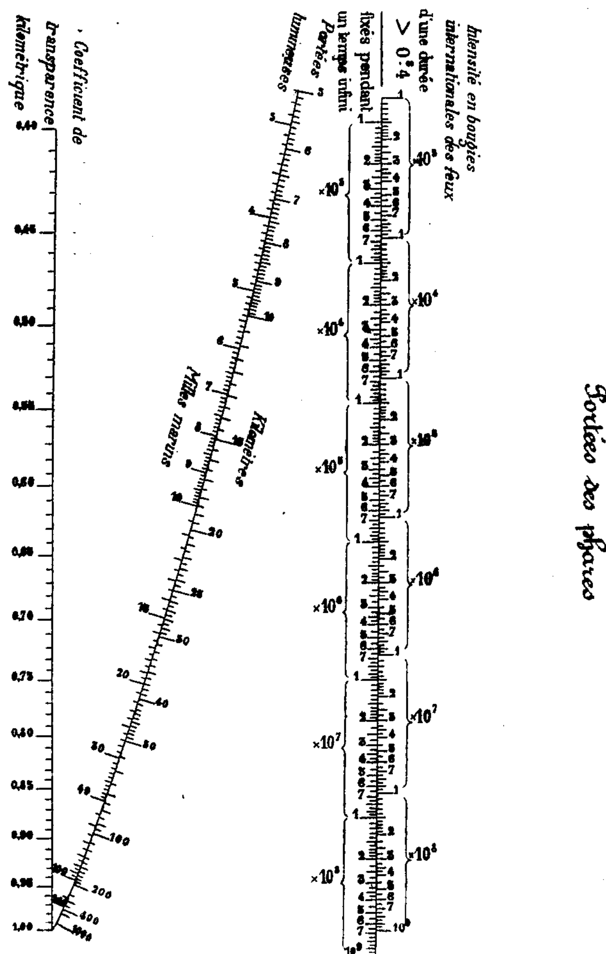
Ce phare, à groupes de quatre éclats, est en fonctionnement depuis le mois de mai 1919. Après une légère mise au point de la source lumineuse, la position ayant dû être modifiée pour tenir compte de l'altitude du feu au-dessus de la mer (165^m), altitude qui n'était pas connue au moment où les essais de l'appareil ont été faits en laboratoire, les résultats obtenus ont été tout à fait satisfaisants.

([1]) M. Tscherning a établi cette proposition pour les dioptres et les lentilles infiniment minces [cf. Tscherning, *La théorie de Gauss appliquée à la réfraction par incidence oblique* (*Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. Mathematisk-fysiske Meddelelser*, t. **1**, p. 15)].

Pour un rayon réfracté faisant avec l'axe de révolution un angle φ, l'aberration longitudinale est $\varepsilon = \frac{A\varphi^2}{5}$: il est intéressant d'en connaître la valeur en fonction de l'aberration longitudinale, telle qu'elle est ordinairement définie. Si le rayon réfracté coupe le plan principal image à une distance R' de l'axe de révolution, et si nous désignons par F la distance focale image, nous avons $\varphi = \frac{R'}{F-\varepsilon} = \frac{R'}{F}\cdot\frac{1}{1-\frac{\varepsilon}{F}}$ dont la partie principale est $\frac{R'}{F} = \frac{R}{S}$ en désignant par R la distance à l'axe de l'intersection du rayon réfracté avec le dernier dioptre du système et S la distance de ce dernier dioptre (dont nous négligeons la flèche) au foyer principal image. En remplaçant φ par sa valeur $\frac{R}{S}$ nous avons pour l'aberration longitudinale la valeur $\frac{AR^2}{6S^2}$ et la valeur de l'aberration transversale est $\frac{AR^3}{6S^3}$ [cf. Gullstrand, *Die Constitution des im Auge gebrochenen Strahlenbündels* (*Archiv für Ophth.*, 1901, p. 194)].

([2]) *Comptes rendus*, t. **169**, 1919, p. 471 et 611.

Il résulte des observations faites par l'Administration des Ponts et Chaussées de Tunisie que la portée de ce phare, qui avait été calculée de 30 milles, atteint 33 milles, car on l'aperçoit fréquemment de Tabarka à



cette distance ; on l'aperçoit assez souvent du Ras-Enhelah, à 41 milles, par temps clair ; enfin des pêcheurs, venant de Sardaigne à la Galite, ont même déclaré qu'avec un ciel pur, ils avaient aperçu la clarté du feu, alors qu'ils se trouvaient à une trentaine de milles des côtes de cette île, c'est-à-dire à environ 50 milles du Galiton.

Il est intéressant de chercher à se rendre compte du coefficient de transparence atmosphérique de la région qui entoure le Galiton, en prenant

pour base la portée de 33 milles relevée par l'Administration des Travaux publics de Tunisie.

Nous donnons, ci-contre, l'abaque à points alignés qui nous sert pour le calcul des portées des phares [1].

L'intensité pratique du feu, telle qu'elle a été déterminée en laboratoire [2], donne, comme valeur du feu équivalent perçu pendant une durée de 0,4 seconde, 163500 bougies.

L'abaque des portées indique immédiatement que, pour atteindre 33 milles de portée, il faut que la transparence soit de 0,916, c'est-à-dire que l'absorption de la lumière ne dépasse pas 8,4 pour 100 par kilomètre.

Pour une portée de 41 milles, atteinte fréquemment par le feu de la Galite, la transparence atmosphérique serait de 0,933, correspondant à une absorption de 6,7 pour 100 par kilomètre.

Si l'on compare les résultats obtenus par des optiques en verre donnant la même apparence (premier ordre à groupes de quatre éclats, feu de Camarat), on trouve que la portée indiquée par l'Administration des Phares ne dépasse pas, en moyenne, 29,5 milles. En attribuant au coefficient de transparence atmosphérique la même valeur 0,916 que ci-dessus, la puissance du feu fixe équivalent correspondrait à 70000 bougies environ.

Ce chiffre est le résultat pratique que l'on obtiendrait avec un feu qui serait fixé par l'observateur, pendant une durée supérieure à $\frac{4}{10}$ de seconde.

La valeur de l'optique du phare de premier ordre de Camarat ainsi calculée est de 43 pour 100 de celle du feu de la Galite pour des lentilles annulaires au $\frac{1}{8}$, la source lumineuse étant la même.

L'essai du nouveau système à réflecteurs métalliques, pour l'îlot du Galiton, qui a été fait par l'Administration des Phares de France, a donc été sanctionné par un succès complet, et il a permis de montrer que l'on peut obtenir des portées plus considérables avec des réflecteurs métalliques de mêmes dimensions que les optiques en verre de Fresnel.

---

(1) Cet abaque a été publié à la page 96 de mon volume *Sur la Portée des Projecteurs de lumière électrique* (Berger-Levrault, éd., 1915), avec un autre plus complet à la page 162. Antérieurement, j'en avais indiqué déjà un autre un peu différent dans mon ouvrage *Phares à réflecteurs métalliques* (Paris, 1913), p. 75.

(2) *Comptes rendus*, t. **169**, 1919, p. 611.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la température sur la vitesse d'interpénétration des solides.* Note de MM. **H. Weiss** et **P. Henry**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans des Notes précédentes (¹), l'un de nous a décrit qualitativement l'interpénétration de divers couples de métaux. Nous avons cherché à aborder quantitativement ce phénomène et commencé par l'étude de l'influence de la température; la répartition des concentrations et la vitesse absolue de diffusion, plus délicates à étudier, font l'objet d'expériences actuellement en cours d'exécution.

Nous avons utilisé le phénomène suivant : certains alliages, qui sont formés à l'état d'équilibre par un seul constituant (une solution solide homogène), peuvent être obtenus, dans des conditions convenables de refroidissement après fusion, à l'état de solutions solides hétérogènes à zones de composition variable, bordant des cristaux d'un deuxième constituant. Par recuit au-dessous du point de fusion minimum, le deuxième constituant se dissout dans la solution solide hétérogène, qui elle-même s'homogénise complètement.

Un alliage qui se prête très bien à ce genre d'expérience est celui Ag — 14 pour 100 Sb. C'est celui que nous avons employé dans cette étude. Les deux constituants sont très nettement différenciés par une attaque au perchlorure de fer acide. L'aspect micrographique de l'alliage est le suivant : un fond blanc de solution solide riche en argent sur lequel se détachent des dendrites rouges violacées de Ag^3Sb.

Dans ce genre d'expérience on observe la vitesse de dissolution de Ag^3Sb dans la solution solide de Ag; elle coïncide avec la vitesse de diffusion seulement si l'on admet que la vitesse d'entrée en solution de Ag^3Sb dans Ag est négligeable devant elle. Sans vouloir chercher à différencier dans nos résultats la part de ces deux phénomènes, nous nous sommes contentés d'observer globalement la variation de sa vitesse avec la température.

Pour cela, nous avons commencé par préparer un culot unique d'alliage Ag — 14 pour 100 Sb. Nous avons vérifié l'homogénéité de son aspect micrographique dans toute son étendue. Nous avons découpé ce culot en un grand nombre de petits échantillons. Ceux-ci étaient placés dans des tubes scellés en verre, vidés d'air jusqu'au vide non mesurable à la jauge de Mac Léod. Au moyen des divers thermostats précé-

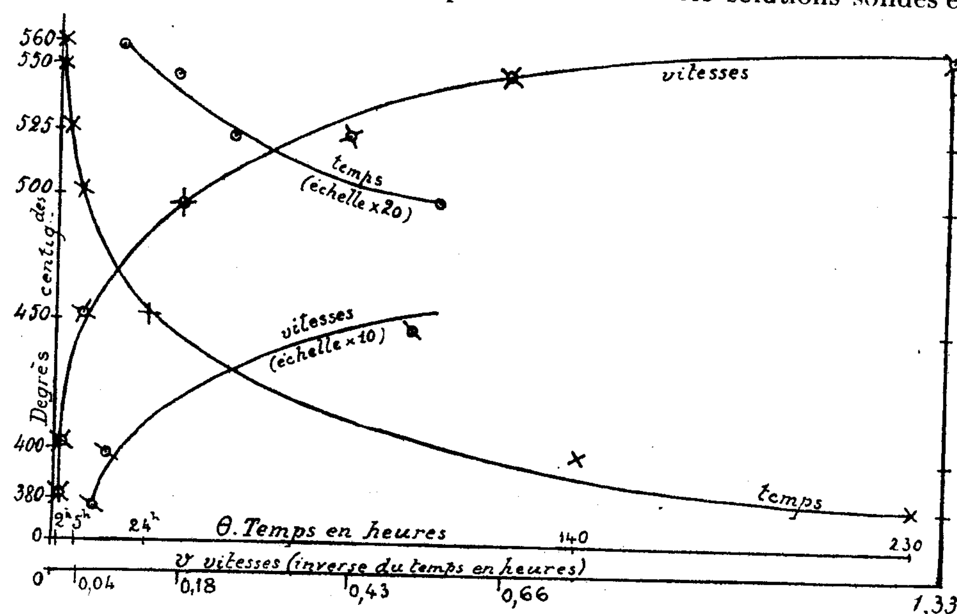
(¹) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 108, et t. 173, 1921, p. 146.

demment mis au point et indiqués dans nos dernières Notes, nous avons recuit ces tubes à diverses températures pendant des durées croissantes jusqu'à ce que nous obtenions des échantillons où le constituant Ag^3Sb ait juste disparu (phénomène qui s'observe avec précision). Nous avons noté les durées de recuit correspondant à ces disparitions aux diverses températures. Nous avons aussi classé ensemble les échantillons non complètement homogénéisés, qui, bien que traités à des températures différentes, avaient le même aspect micrographique; nous avons comparé leurs durées de recuit.

Durée de recuit de couples d'échantillons ayant même aspect.

Températures.				
545° C.	1^h	1^h45^m	2^h15^m	2^h20^m
500°.	2^h30^m	4^h15^m	4^h45^m	5^h10^m
Rapport des durées de recuit...	2,5	2,4	2,1	2,2

Discussion faite des causes d'erreur, nous sommes conduits à conclure que ce rapport reste constant pendant tout le recuit. Donc, dans la formule qui exprimerait la vitesse d'interpénétration dans les solutions solides en



Les points marqués sont les points observés.
Les courbes tracées sont celles déduites de la formule.

fonction des concentrations des deux métaux et de la température, la fonction contenant cette dernière grandeur entrerait en facteur.

Températures en degrés centigr...		560°.	550°.	525°.	500°.	450°.	400°.	380°.
Durée de complète homogénéisation	observée...	45^m	1^h30^m	2^h20^m	5^h	24^h	140^h	230^h
	calculée...	44^m	1^h10^m	2^h25^m	5^h	24^h30^m	120^h	230^h

Nous avons cherché la formule mathématique qui groupe le mieux les résultats de ce Tableau. La force exponentielle nous a donné les meilleurs résultats :

$$v(\text{vitesse}) = \frac{1}{\theta\left(\begin{smallmatrix}\text{temps}\\ \text{en heures}\end{smallmatrix}\right)} = K a^{T} \qquad \text{(T température absolue)}$$

avec

$$K = 4,17.10^{-12} \quad \text{et} \quad a = 1,0324.$$

Les causes d'erreur sont les suivantes :

1° Évaluation de la température;
2° Appréciation de l'aspect micrographique
3° Inhomogénéité accidentelle du culot
4° Durée d'échauffement à la température voulue

(2°–4° : erreur sur la durée).

La dernière cause d'erreur devient importante pour les expériences de relativement courte durée, c'est-à-dire aux plus hautes températures, car les échantillons sont pour ainsi dire placés dans des petits vases de Dewar. Ce sont d'ailleurs les expériences qui ont donné les résultats les plus irréguliers.

Reste la question de savoir s'il existe une température où la vitesse d'homogénéisation est nulle, autrement dit si elle est plutôt représentée par une expression de la forme

$$v = K(a^{T} - a^{T_0}).$$

Vu l'ordre de grandeur de nos erreurs d'expérience (10 pour 100 environ), tout ce que nous pouvons affirmer c'est que $T_0 \leqq 280°$ C. Si T_0 est aussi petit que possible, le zéro absolu, donc pratiquement si $v = K a^{T}$, la durée d'homogénéisation à cette température (la plus faible durée qu'on puisse envisager) serait de 3 mois; celle à la température ordinaire, 20°, serait de 1500 ans.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur deux nouveaux molybdo-malates d'ammonium.* Note de M. E. **Darmois**, présentée par M. Haller.

Gernez a découvert les variations considérables que présente le pouvoir rotatoire de l'acide malique, quand on lui ajoute en solution aqueuse des quantités croissantes de molybdate ordinaire d'ammoniaque.

La rotation, lévogyre et faible, augmente d'abord en valeur absolue, passe par un maximum égal à environ 25 fois la rotation de l'acide pur. Puis elle diminue, s'annule et prend finalement des valeurs dextrogyres considérables représentant 370 fois la rotation

de l'acide pur. J'ai montré récemment (1) qu'on pouvait retirer des solutions fortement dextrogyres un corps bien cristallisé. L'étude polarimétrique des mélanges en proportion variable de MoO^3, $C^4H^6O^5$ et NH^3 montrent nettement que le composé correspond à des proportions respectives 2, 1 et 2 des trois substances; il apparaît comme une combinaison de l'acide molybdique et du malate neutre d'ammoniaque dans les proportions 2 : 1.

J'ai étudié par les mêmes procédés le maximum lévogyre de la courbe de Gernez. On prévoit que, s'il correspond à un composé, celui-ci doit avoir une composition voisine de MoO^3, $2C^4H^6O^5$. On étudie alors des mélanges en proportion variable des deux acides, le rapport $r = \frac{C^4H^6O^5}{MoO^3}$ étant voisin de 2; à chacun des mélanges on ajoute des quantités variant de NH^3. On retrouve des résultats analogues à ceux obtenus pour le composé droit. Il est nécessaire d'opérer en solution concentrée pour avoir des résultats nets. On trouve dans ces conditions que la courbe des [α], en fonction de la quantité d'ammoniaque, pour un mélange donné des deux acides, se compose approximativement de trois segments de droite se coupant nettement en deux points anguleux. Le premier point correspond à une addition de $1NH^3$ pour 1 d'acide malique, le deuxième de $2NH^3$ pour 1 d'acide. On s'aperçoit ainsi de l'existence de deux composés résultant de l'action de MoO^3 respectivement sur les malates acide et neutre de NH^3. Le [α] correspondant à la première cassure est nettement maximum pour $r = 2$. Pour le deuxième composé le résultat est moins net, [α] dépend de la concentration, et c'est pour une valeur de r un peu supérieure à 2 qu'il est maximum aux environs de la concentration 30. On peut en déduire que MoO^3 forme avec $C^4H^6O^5$ et NH^3 deux composés lévogyres ayant les compositions suivantes :

(1) MoO^3, $2C^4H^6O^5$, $2NH^3$,

(2) MoO^3, $2C^4H^6O^5$, $4NH^3$,

le premier étant assez stable, le deuxième ne se formant qu'en présence d'un excès de malate neutre de NH^3.

Guidé par cette étude, j'ai pu isoler les deux composés en question.

Si l'on admet la formule $7MoO^3$, $3Am^2O$ pour le molybdate ordinaire, on voit qu'à 1^{mol} il faudra ajouter 14^{mol} d'acide malique et, pour le premier composé, $8NH^3$. Le mélange fait dans ces conditions se prend de suite en masse. Le composé, recristallisé et séché, donne $[\alpha] = -66°$ pour la raie

(1) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 348; t. 172, 1921, p. 1486.

jaune du mercure; la dispersion pour la raie indigo est 2,25. On peut préparer de même à froid les deux composés (1) correspondant à Na et K. Ils ont des [α] du même ordre.

On peut vérifier la composition du produit obtenu de la façon suivante: à une quantité fixe du sel, on ajoute des quantités variables de la base, on complète au même volume avec de l'eau et l'on polarise. Le [α] mesuré décroît d'abord lentement, puis la courbe présente une cassure brusque au delà de laquelle la variation est très rapide; la cassure a lieu exactement pour une addition de 2^{mol} de base pour 1^{mol} de composé, c'est-à-dire correspond à la formation du composé (2). J'ai isolé ainsi les trois composés (2) pour K, Na, Am. Ils sont lévogyres et un peu moins actifs que les composés (1). Les bases les décomposent. En présence de phtaléine, le virage se produit quand tout MoO^3 est repassé à l'état de molybdate neutre, l'acide malique à l'état de malate neutre. On dispose ainsi d'un procédé de dosage très simple du molybdène dans les composés de Na et K.

A ces deux composés correspond un acide ayant des pouvoirs rotatoires gauches plus faibles que ceux des sels. Les mélanges de Gernez renferment donc probablement au moins quatre corps différents; il est impossible de les faire cristalliser.

Les composés (1) semblent avoir été préparés par Henderson par dissolution de MoO^3 blanc dans les solutions bouillantes de malates acides. Il n'indique pas les [α]. Le procédé à froid semble préférable pour le sel de Am qui perd nettement de l'ammoniaque à chaud. Henderson considère ces composés comme des éthers de la fonction alcool du malate acide [1]. J'espère revenir sur cette question.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du sulfite de soude sur le nitrobenzène.* Note de MM. **Sévewetz** et **Vignat**, présentée par M. A. Haller.

L'emploi des sulfites alcalins pour la réduction des dérivés mononitrés aromatiques n'a été signalé jusqu'ici que pour la réduction du nitronaphtalène qui, d'après Piria, se transforme à sa température de fusion, en présence de sulfite d'ammonium, en acide naphtylamine sulfonique [2].

Nous avons étudié l'action des solutions de sulfite de soude neutre sur le nitrobenzène et reconnu que ces solutions, quels que soient leur degré de

(1) Henderson, Orr et Whitehead, *Chem. Soc.*, t. 75, 1899, p. 542.
(2) *Ann. Chemie*, t. 78, p. 31.

concentration et leur température (jusque vers la température de 90° environ) sont sans action appréciable sur le nitrobenzène mis à l'état de fine suspension par agitation mécanique énergique.

Par contre, si l'on maintient à l'ébullition une solution de sulfite de soude renfermant de 10 jusqu'à 20 pour 100 de SO^3Na^2 dans laquelle on met en suspension du nitrobenzène, en employant deux molécules de sulfite pour une de nitrobenzène, on observe que la couleur de la solution devient orangée, puis vire peu à peu au rouge brun, en même temps que les gouttes huileuses et l'odeur de nitrobenzène disparaissent. Après deux heures de chauffage à l'ébullition, la liqueur est complètement limpide et l'on ne perçoit plus l'odeur du nitrobenzène.

Dès que la solution commence à se colorer, on observe un dégagement d'ammoniaque qui se produit lentement au fur et à mesure que le nitrobenzène s'élimine. En employant deux molécules de sulfite de soude pour une molécule de nitrobenzène (proportions qui correspondent à la réduction en aniline), on constate qu'après disparition de la totalité du nitrobenzène, il reste encore une faible proportion de sulfite de soude non oxydé et la solution a une très forte réaction alcaline.

Les dissolvants organiques, n'extraient rien de la solution. Pour isoler le produit de la réduction, nous avons traité la liqueur par l'acide chlorhydrique jusqu'à faible acidité pour neutraliser la soude et décomposer l'excès de sulfite alcalin. La solution est ensuite concentrée jusqu'à formation d'une bouillie cristalline qui est séchée au bain-marie dans un courant de gaz sulfureux pour éviter son oxydation à l'air. On obtient ainsi un résidu brun cristallin qu'on épuise par l'alcool à 70 pour 100 bouillant. La liqueur rouge brun ainsi obtenue laisse déposer par concentration et refroidissement un produit rosé d'aspect cristallin. Ce produit peut être purifié par redissolution à chaud dans l'alcool à 70 pour 100 et décoloration par le noir animal.

On obtient ainsi de petites paillettes brillantes incolores, infusibles, peu solubles dans l'eau froide; plus solubles à chaud, insolubles dans l'alcool concentré et dans l'éther.

La solution aqueuse a une réaction acide, elle décompose les carbonates, elle a de fortes propriétés réductrices, elle réduit instantanément le nitrate d'argent ammoniacal à froid et en présence des alcalis, elle développe l'image latente photographique. Elle se colore en violet par le perchlorure de fer.

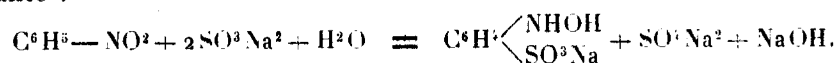
Hypothèses sur la nature de la réaction. — Le composé ainsi isolé renferme du carbone, du soufre à l'état sulfoné et de l'azote aminé. La caractérisation du groupe sulfonique, de la fonction amine el de la fonction phénolique permet de supposer qu'il s'est formé par l'action du sulfite de soude sur le nitrobenzène un amidophénol sulfonique.

Cette hypothèse paraît confirmée par la détermination de la composition centésimale. Voici les résultats de l'analyse :

	Trouvé pour 100.	Calculé pour : $C^6H^3 \begin{smallmatrix} SO^3H \\ OH \\ NH^2 \end{smallmatrix}$
C..................	37,88	38,09
H..................	3,73	3,70
N..................	7,40	7,40
S..................	16,90	16,93

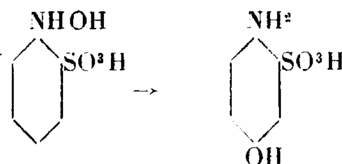
Le composé ayant des propriétés développatrices pour l'image latente photographique, la position des groupes OH et NH^2 doit être vraisemblablement en *ortho* ou en *para*. Cet amidophénol sulfonique a des propriétés identiques au paramidophénol (2) sulfonique décrit par Schultz et Stäble ([1]). On peut, croyons-nous, facilement expliquer la formation de cet amidophénol sulfonique, si l'on remarque que, dans l'action du sulfite de soude sur le nitrobenzène, il y a eu dégagement d'ammoniaque et que la réaction de la solution après élimination de l'ammoniaque est fortement alcaline.

On peut supposer que, dans une première phase, la réduction donne naissance à une phénylhydroxylamine sulfonique d'après l'équation suivante :

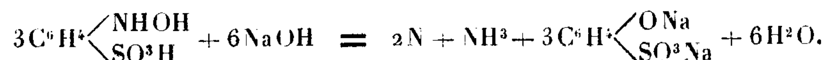


$$C^6H^5—NO^2 + 2SO^3Na^2 + H^2O = C^6H^4 \begin{cases} NHOH \\ SO^3Na \end{cases} + SO^4Na^2 + NaOH.$$

Cette hydroxylamine sulfonique instable se transposerait immédiatement en paramidophénol orthosulfonique :



On peut expliquer le dégagement d'ammoniaque qui se produit pendant l'ébullition du nitrobenzène avec la solution de sulfite alcalin par l'action de la soude, libérée au cours de la sulfonation sur la phénylhydrazine sulfonique. Celle-ci se décompose probablement sous l'influence de la soude d'après la réaction suivante :



$$3C^6H^4 \begin{cases} NHOH \\ SO^3H \end{cases} + 6NaOH = 2N + NH^3 + 3C^6H^4 \begin{cases} ONa \\ SO^3Na \end{cases} + 6H^2O.$$

En outre, la coloration rouge de plus en plus intense que prend la solu-

---

([1]) *Journ. für prakt. Chemie*, 1904, p. 336.

tion à mesure que l'ébullition se prolonge peut s'expliquer par la formation d'azoxybenzène qui a été signalée par Bamberger et Brady [1] quand on traite à froid par la soude, la phénylhydroxylamine.

Nous avons reconnu qu'il est possible de supprimer presque totalement le dégagement d'ammoniaque ainsi que la coloration rouge de la solution en additionnant la solution de sulfite, de bicarbonate de soude qui transforme en carbonate la soude, au fur et à mesure de sa formation.

Nous avons obtenu 70^g de paramidophénol sulfonique pour 100^g de nitrobenzène, soit 47,7 pour 100 du rendement théorique. Ce rendement augmente peu et atteint seulement 50 pour 100 du rendement théorique quand on opère en présence de bicarbonate de soude.

GÉOLOGIE. — *La structure du Nord-Annam au sud de Thanh Hoa.* Note de M. **Charles Jacob**, présentée par M. Pierre Termier.

Nous allons poursuivre vers le Sud l'étude, amorcée dans une Note précédente, de la structure du Nord-Annam.

Tout d'abord, entre le petit *massif cristallin côtier* de Sam Son et les calcaires dévoniens de la *Série primaire*, s'introduisent des *terrains secondaires* : grès rouges et poudingues, attribués au Trias inférieur et rencontrés en affleurements épars au milieu des rizières le long de la route mandarine au sud de Thanh Hoa, grès rhétiens à traces charbonneuses occupant de vastes surfaces dans le Phu de Tinh Gia. Les relations avec le granite de Sam Son, isolé dans les rizières, ne peuvent être reconnues par l'observation; mais, plus au Sud, les travaux antérieurs ont établi que les grès et poudingues attribués au Trias inférieur, équivalent probable de la base de l'immense manteau gréseux de toute l'Indo-Chine centrale et méridionale, s'étendaient *transgressivement* sur les petits massifs côtiers de Vinh et de Ha Tinh, analogues à celui de Sam Son. En revanche, on peut voir, dans le sud du Thanh Hoa, la *Série primaire reposer*, *en contact anormal*, *sur les grès et poudingues* : au nord-ouest de la station de Yen Thai, les calcaires dévoniens, débutant par un marbre rose laminé, sont poussés sur les poudingues. Plus au Sud, dans le Phu de Tinh Gia, le mouvement gagne même de l'importance vers l'avant : au nord-ouest de la gare de Thi Long, la base des porphyrites a dépassé la Série primaire; et les mylonites de

(1) *Berichte*, t. 33, p. 27.

quartzites à ciment ferrugineux, accompagnées de calcaires étirés, reposent directement sur les grès rhétiens.

Avec tous les éléments définis jusqu'ici, nous avons atteint une ligne, à peu près droite, dirigée Nord-Ouest-Sud Est, suivant le Song Am et se prolongeant vers la gare de Khoa Truong. A l'ouest de cette ligne et pour couvrir l'immense surface qui s'étend au Sud-Est jusqu'aux massifs côtiers de Vinh et de Ha Tinh, à l'Ouest jusqu'à la Porte d'Annam, à la Chaîne annamitique et au versant nord-est du Tran Ninh, se trouve un autre ensemble, correspondant à la prolongation de la *Zone de Nam Sam*, telle que l'a définie M. Dussault dans Sam Neua.

On en retrouve ici tous les caractères. Le substratum est représenté par les terrains cristallins de la Chaîne annamitique et du Tran Ninh auxquels succèdent des schistes et des calcaires, sans doute paléozoïques; il l'est aussi par les terrains cristallins du massif du Pou Huat, qui vient se terminer au sud de Ké Bon; il l'est enfin par le granite du Bou Ginh. Le principal élément de la Zone correspond toujours à une épaisse *série schisto-gréseuse*, au sein de laquelle s'ajoutent sur les confins de Vinh et du Thanh Hoa des lames calcaires, souvent étirées. Cette série gréso-schisteuse avec calcaires subordonnés a fourni des fossiles triasiques : aux gisements anciennement connus du Quan Moc et de Quan Son vers la côte d'Annam, j'en joins divers autres, notamment celui de Xom Nhuong, à mi-distance entre les précédents et San Neua; d'après M. Mansuy, il comporte, avec *Myophoria inæquicostata* Klip., les Ammonites suivantes : *Ceratites Phat* Mans. cf. *C. trinodosus* Mojs., *Ceratites* cf. *Abichi* Mojs., *Protrachyceras annamense* Mans. cf. *P. Curioni* Mojs., *Protrachyceras* cf. *Reitzi* Boeek in Mojs., c'est-à-dire des éléments de l'horizon à *C. trinodosus* ou d'horizons voisins. Ici encore se rencontrent des microgranites et des rhyolites souvent écrasés : des lambeaux en sont connus au nord de la Porte d'Annam dans Ha Tinh et au sud du Song Ca dans Vinh; j'en ai retrouvé à l'est de Muong Lam dans le haut de Vinh; j'ai délimité les énormes masses de rhyolites du Ta Léo dans l'ouest de Thanh Hoa, etc. Enfin, comme dernier caractère, il faut noter les écrasements fréquents dans cette partie du Nord-Annam; je puis notamment signaler des lambeaux de granite ou de schistes cristallins entraînés autour du Bou Ginh; et le repos de la Série schisto-gréseuse du Nam Sam se confirme comme anormal sur le substratum.

Nous nous demandons maintenant comment se place la Zone du Nam Sam par rapport aux éléments tectoniques distingués à l'est de la ligne du Song Am.

Au sud-ouest du Song Ma, la bordure occidentale du pays d'Hoi Xuan, dont nous avons indiqué dans une Note précédente les imbrications, formées des porphyrites et des masses calcaires supérieures, monte sur la couverture de Bou Ginh. *Les Porphyrites du Thanh Hoa reposent donc sur la zone du Nam Sam.* Du reste, en pleine zone des porphyrites, vers Van Am et Chan Man, au nord de Bai Thuong, je connais, dans des bas-fonds, deux affleurements de rhyolite sous les porphyrites. Ces deux affleurements se trouvent au nord, tectoniquement à l'intérieur, du rocher d'Ham Rong, apophyse ultime de la Série primaire. Je trouve là le seul argument que je possède pour admettre que la *Zone du Nam Sam doit s'intercaler entre la Série primaire et les Porphyrites.*

Dans le sud du Thanh Hoa, en dehors des faits exposés jusqu'ici, la structure ne laisse pas que d'être troublée par tout *un système de failles*, de direction Nord-Ouest, postérieures aux charriages, qui juxtaposent les éléments les plus divers; une de ces failles, en particulier, limite à l'Ouest le Rhétien du Phu de Tinh Gia et empêche de se rendre compte de la position initiale de celui-ci par rapport à la Zone du Nam Sam. Dans le sud et l'ouest du Thanh Hoa également, s'ajoutent, comme complications, celles dues à des *montées de roches basiques profondes* qui recoupent tous nos éléments suivant des tracés Nord-Ouest, depuis la mer jusqu'à la traînée déjà signalée dans Sam Neua par M. Dussault. Je mentionne, entre autres, les affleurements du Nui Na Son, de Luong Son, de Tri Nang, etc., dans lesquels on rencontre des diabases quartzifères, des gabbros et des péridotites à olivine passant à des serpentines, localement riches en fer chromé.

Pour conclure, il faut considérer le *Nord-Annam presque tout entier comme une région de nappes.* Vers la côte seulement, et sans doute aussi au sud-ouest de la Chaîne annamitique, il peut être question d'un *avant-pays*, qui serait caractérisé par une couverture transgressive de grès secondaires. Ailleurs, quand le substratum affleure, c'est le cas dans la Zone du Nam-Sam, il n'a pas ou n'a plus cette couverture transgressive. Au-dessus de l'avant-pays, vient, en contact anormal, une lame complexe, représentée seulement dans le nord du Thanh Hoa dont elle constitue la Série primaire. Puis c'est la Série schisto-gréseuse, triasique, à rhyolites et microgranites souvent écrasés, définie dans la Zone du Nam-Sam, suivie, elle-même, d'une lame individualisée dans le Thanh Hoa, qui est caractérisée par des porphyrites, lame qui a glissé jusque sur l'avant-pays. Enfin, culminant sur le tout, nous trouvons les masses principalement calcaires de la Chaîne de Thanh Hoa, entre l'Annam et le Tonkin, et celles du pays de Hoi Xuan.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations sur les dislocations de la Montagne de la Bastille, près de Grenoble.* Note [1] de MM. F. **Blanchet** et E. **Chagny**, transmise par M. Kilian.

Le promontoire de la Bastille, dont les assises tithoniques (Calcaires de la Porte de France) sont restées célèbres par les discussions stratigraphiques auxquelles elles ont donné lieu, a fait l'objet d'une étude détaillée de la part de M. Kilian [2].

Après avoir caractérisé la série des assises qui prennent part à la constitution de cette montagne, cet auteur y signale un système de cassures transversales découpant dans ces assises quatre « tranches » chavirées les unes par rapport aux autres et comprenant : le Mont-Jalla, la plate-forme de la Bastille, les assises où sont établies les fortifications de la Bastille, enfin celles qui supportent les fortifications de Rabot.

M. Paul Corbin a récemment mis gracieusement à la disposition de M. Kilian un plan au $\frac{1}{1000}$ de cette région, exécuté par le Service du Génie en 1827. Ce précieux et fort intéressant document nous a permis d'étudier avec une précision exceptionnelle la disposition de ces assises et de nous rendre compte d'une façon certaine que plusieurs de ces accidents se réduisent en réalité à des *torsions très brusques*, généralement fort accentuées.

Nous avons pu ainsi relever la présence de *quatre torsions* grossièrement parallèles, s'étageant sur le flanc ouest du promontoire de la Bastille et dont les axes, dirigés d'abord E-O dans le voisinage de la ligne de faîte, s'incurvent de façon sensible vers le N-O dans la direction de Saint-Martin-le-Vinoux. Ce sont du Nord au Sud :

1° La torsion n° 1 qui relie les couches très redressées de la Porte de France et du Jardin des Dauphins aux couches renversées très nettement visibles dans la carrière abandonnée située en haut du chemin de la Rochette (Carrière à *Pygope janitor* Pict. sp.). Des preuves remarquables de cette torsion nous ont été fournies : (*a*) au sud de cette carrière, où nous avons relevé dans l'assise supérieure du Tithonique une torsion de 40° sur une longueur de 5^m à 6^m ; (*b*) non loin de la poterne inférieure de l'ancienne route Rabot-Bastille ; (*c*) dans l'Enclos du couvent de Sainte-Marie.

---

[1] Séance du 16 janvier 1922.

[2] W. Kilian, *Les dislocations de la Montagne de la Bastille, près Grenoble* (*C. R. de l'Association française pour l'Avancement des Sciences*, 8 août 1904 avec carte, photographies, coupe et schémas).

2° La torsion n° 2, beaucoup plus brutale, raccorde, par un faible changement de direction et un brusque changement de pendage, les couches renversées de la carrière à *Pygope janitor* Pict. sp. aux assises peu inclinées supportant les deux échauguettes des fortifications ouest :

a. Contre le mur d'escarpe du fossé ouest, au-dessus de l'octroi de la route de Clémentières, les couches renversées de Tithonique se redressent à la verticale. En remontant le fossé, on passe peu à peu au pendage du paquet supérieur.

b. Derrière la poudrière A. M. de Rabot, nous avons trouvé du Kiméridgien en place qui raccorde parfaitement les deux pendages précédents.

c. La même disposition se retrouve au pied des remparts bordant le sommet de l'Enclos, dans le Séquanien, cette région marquant d'ailleurs la terminaison orientale de la torsion.

3° La torsion n° 3, orientée sensiblement NS, faible au Nord dans le Tithonique sur le bord occidental du plateau de la Bastille, plus brusque au Sud, près de la route militaire Rabot-Bastille, dans le Séquanien où elle se complique d'une cassure. Elle ne tarde pas à s'atténuer à l'Est, près de l'ancienne poterne de la route Rabot-Bastille.

4° La torsion n° 4 qui passe au pied des escarpements du Mont Jalla dans les couches du Tithonique redressées à la verticale, puis dans le Kiméridgien et vient s'achever dans le Séquanien vers les batteries, au nord du plateau de la Bastille.

Telles sont les torsions principales que nous avons relevées. Il en existe d'autres secondaires, et, dans le Séquanien notamment, nous avons constaté la présence d'un certain nombre de flexions très accentuées, accompagnées souvent de légères cassures intéressant un banc ou deux, mais qui ne sauraient être interprétées comme des failles véritables.

Il existe néanmoins dans la montagne de la Bastille deux cassures importantes. L'une d'elles (*Faille de la Saucisse*) sectionne nettement les assises du Kiméridgien, du Tithonique et du Berriasien de la route militaire Rabot-Bastille jusqu'aux environs de Saint-Martin-le-Vinoux. Sa projection horizontale a la forme d'un S retourné, orienté sensiblement NO dans son ensemble. Des observations souterraines faites dans les galeries de la Société des Ciments de la Porte de France nous ont donné comme caractéristiques du miroir de faille, à la hauteur du puits de décharge de la Saucisse, une direction de 28° NO et un pendage de 60° NE.

L'autre faille (*Faille du Jalla*) a son origine au sommet du Mont Jalla, où elle sectionne le Tithonique, fait apparaître le Kiméridgien vers la cheminée Saint-Martin (Société des Ciments de la Porte de France), contourne le grand banc rocheux au-dessus de Saint-Martin-le-Vinoux et disparaît au nord du restaurant de Bellevue, dans les marnes au-dessus de Tallières. Il existe également d'autres failles à rejet très faible, non observables en surface par suite des éboulis qui les recouvrent, mais que nous avons pu néanmoins relever dans les galeries d'exploitation des ciments de la Porte de France.

Ces failles, au nombre de trois, sont orientées l'une NO-SE; la moyenne des deux autres E-NE. Elles passent approximativement à 1100^m au nord des Combes et leur rejet varie de 3^m à 6^m.

En résumé (¹), nous pouvons distinguer dans le promontoire qui domine si pittoresquement Grenoble au Nord :

1° Une partie septentrionale constituée par les couches du mont Jalla, régulièrement disposées, qui se déploient en éventail à mesure qu'elles descendent et, d'une direction de 12° NE et un pendage de 55° ouest au sommet, passent, auprès des Combes, à une direction de 62° NE et à un pendage de 25° NO; à la hauteur de Bellevue elles sont ramenées à un pendage de 55° ouest par la *faille du Jalla*.

2° Une partie méridionale, constituant le promontoire de la Bastille, déplacée vers l'Est par rapport à la précédente d'environ 500^m à la base. En même temps, sur ces assises refoulées, se sont produits des plissements allant en s'accentuant vers le Sud jusqu'à provoquer une rupture diagonale des calcaires du Jurassique supérieur (*faille de la Saucisse*).

Le résultat de ces actions multiples (*torsions* et failles) est la formation dans le promontoire de la Bastille et le mont Jalla de *trois tranches* à peu près délimitées à la façon des touches d'un clavier.

Nous avons cru intéressant de relever en détail la position et la nature de ces accidents, car ils peuvent présenter un certain intérêt en vue d'une révision de la tectonique de la partie orientale des chaînes subalpines dauphinoises. Ces dislocations, si voisines de celles de la bordure orientale du Vercors, ont très probablement avec celles-ci une origine commune que seule une étude minutieuse de toute cette région pourra mettre en lumière.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur quelques Poissons néocomiens de la Haute-Marne et de la Meuse*. Note de M. G. **Corroy**, présentée par M. Pierre Termier.

1° Cornuel (²) et M. Leriche (³) rapportent au *Mesodon* cf. *gigas* Agassiz, deux dents du calcaire à Spatangues de la Haute-Marne ; dents de

(¹) Une étude très détaillée avec carte, photographies, coupes et stéréogramme, sera publiée prochainement.

(²) Cornuel, *Descriptions de Poissons fossiles provenant principalement du Calcaire néocomien de la Haute-Marne* (*B. S. G. F.*, 3^e série, t. **5**, 1877, p. 604); *Note sur de nouveaux débris de Pychodontes portlandiens et néocomiens de l'est du Bassin de Paris* (*B. S. G. F.*, 3^e série, t. **8**, 1879, p. 159).

(³) M. Leriche, *Sur quelques Poissons du Crétacé du Bassin de Paris* (*B. S. G. F.*, 4^e série, t. **10**, 1910, p. 455).

grande taille venant de la rangée principale de spléniaux, d'une forme très voisine en effet de *Mesodon gigas*, si abondant dans le Kiméridgien du Jura neufchâtelois. On peut voir, d'autre part, dans les galeries du Muséum national d'Histoire naturelle, cinq dents isolées, attribuées à cette espèce, venant de l'Hauterivien de Saint-Dizier. Je possède également plusieurs de ces dents énormes trouvées à Brillon et Bettancourt.

Enfin, j'ai eu le loisir d'étudier au Laboratoire de Zoologie de la Faculté des Sciences de Nancy une pièce fort belle, donnée par M. Thiéry, et qui fut découverte dans les carrières hauteriviennes de Ville-sur-Saulx. C'est la dentition d'un splénial droit comptant 49 dents et qui est bien celle d'un *Mesodon gigas*. Sans doute, ces dents ont appartenu à un individu non encore adulte, car elles n'ont ni la taille (28^{mm} pour les maxima au lieu de 35^{mm}), ni l'usure des types âgés. Elles se dénombrent ainsi :

Rangée principale	10 dents
Rangée intermédiaire adjacente	14 »
Première rangée externe	14 »
Seconde rangée externe	8 »
Rangée interne	3 »

Le *Mesodon gigas* Agassiz a donc bien vécu dans la mer hauterivienne du Bassin de Paris, Priem (¹) signalant déjà quelques dents à Vaux (Yonne).

2° La collection Moreau, conservée à Nancy au Laboratoire de Géologie, a attiré mon attention sur deux spléniaux de l'Hauterivien de Ville-sur-Saulx, que j'attribue au *Mesodon robustus* Cornuel. Or cette espèce n'a été signalée que dans le Barrémien de cette région (Saint-Dizier). Le splénial droit compte 35 dents dont six très fortes à la rangée principale et l'emplacement de trois. Le splénial gauche, 23 dents et l'emplacement de huit.

3° *Mesodon heterotypus* Cornuel est bien une espèce à maintenir dans le Néocomien du Bassin de Paris. La seule description que Cornuel en donne, sur un fragment de vomer des environs de Vassy, dénote la présence de dents très particulières, principalement celles de la rangée externe. Un fragment de vomer plus important (Hauterivien de Vassy, collection Moreau) montre précisément les dents externes si caractéristiques, hautes, à faces triangulaires, à sommet et angles émoussés.

4° M. Leriche regarde comme peu certaine la présence de *Cœlodus Mantelli* Agassiz dans le Néocomien du Bassin de Paris, d'après les restes insuf-

(¹) PRIEM, *Etude des Poissons fossiles du Bassin de Paris* (*Ann. de Paléontologie*, 1908).

fisants que Cornuel signale. Un vomer en excellent état (Hauterivien de Bettancourt) me permet de confirmer la détermination de Cornuel. Cet échantillon correspond à la taille des vomers de *Cœlodus Mantelli*, nombreux dans le Wealdien d'Angleterre ([1]) : 20^{mm} sur 10^{mm}. Il porte cinq rangées de dents se répartissant ainsi :

Cinq allongées et quatre ovalaires à la rangée pricipale;

Onze pour les rangées internes avec l'emplacement de cinq;

Dix pour les rangées externes avec l'emplacement de quatre.

Sur le côté droit on remarque en outre deux dents de remplacement, ce qui indique un individu d'un âge peu avancé. Cette espèce serait donc arrivée par le Nord dans le Bassin de Paris.

5° Enfin un Lamnidé : *Odontaspis macrorhiza* Cope, mut. *infracretacea* Leriche, est beaucoup moins rare qu'on ne le pensait. Je possède de nombreuses dents de cette espèce : Hauterivien de Vassy, Brillon, Saint-Dizier.

En résumé, ces observations permettent d'apporter plus de précision à nos connaissances sur la faune ichtyologique néocomienne du Bassin de Paris, notamment en ce qui concerne l'existence de plusieurs Pycnodontes.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur l'aire de dispersion de Dyrosaurus, Crocodilien fossile du Nord-Ouest africain.* Note de M. **L. Joleaud**, présentée par M. Émile Haug.

Dyrosaurus phosphaticus Thom. ([2]) est un Crocodilien longirostre des phosphates de Gafsa (Tunisie) : ses principaux caractères en font un Téléosaurien archaïque ayant persisté longtemps après la disparition, à la fin du Jurassique, de presque tous les genres de cette famille ([3]). Un autre Téléosaurien à cachet aussi très ancien, *Teleorhinus Browni* Osborn, a été décrit du Turonien de Fort-Benton (Montana, États-Unis) : les deux Reptiles

---

([1]) Smith-Woodward, *Catalogue of the fossil Fishes in the British Museum*, vol. 1, 1889.

([2]) Le nom de *D. thevestensis* Pomel me semble pouvoir être conservé pour désigner la variété de Tebessa, légèrement différente de celle de Gafsa, d'après le fragment de rostre que j'ai recueilli dans la première de ces localités [voir A. Thevenin, *Le* Dyrosaurus *des phosphates de Tunisie* (*Ann. de Paléont.*, t. 6, 1911, p. 95-106, pl. XIV-XVI, notamment p. 106, pl. XV, fig. 2)].

([3]) Il est très regrettable que deux noms presque homonymes et homophones, d'orthographe d'ailleurs à peine différente, *Dyrosaurus* Pomel et *Dryosaurus* Marsh, désignent l'un un Crocodilien, l'autre un Dinosaurien.

d'Amérique et de Berbérie sont, comme l'a fait remarquer A. Thevenin, assez voisins l'un de l'autre. Un troisième Téléosaurien postjurassique, *Congosaurus Bequærti* Dollo [1], vient d'être découvert à Cabinda (Landana) : ce Reptile, dont le squelette a été trouvé avec des dents de *Lamna appendiculata* Ag., *Odontaspis macrota striata* Winkl., *Myliobatis* sp. et des coquilles de *Thersitea*, remonte au Montien, comme l'indique l'association de ces fossiles crétacés et éocènes. Les analogies constatées par le paléontologiste belge entre le Crocodilien du Bas Congo et celui de Berbérie viennent donc à l'appui de l'attribution au Montien que j'ai récemment proposée [2] pour les phosphates d'Algérie et de Tunisie.

Des vertèbres de *Dyrosaurus* ont été indiquées de deux localités de l'Afrique occidentale : 1° Abadion, près de Tokpli, sur la rivière Monu, à la limite du Dahomey et du Togo [3]; 2° Anou Mellen, dans la vallée du Tilemsi, au nord de Gao (Soudan) [4]. Dans cette dernière localité, M. Cortier a trouvé une vertèbre de ce Crocodilien avec une Huître campanienne, *Ostrea Pomeli* Coq. Peut-être convient-il d'attribuer au même animal le fragment de rostre recueilli aussi à Anou Mellen avec des Échinides montiens, *Linthia sudanensis* Bath., *Plesiolampas* cf. *Paquieri* Lamb. [5]. A Abadion, *Dyrosaurus* est associé à diverses espèces de Poissons : *Pycnodus variabilis togoensis* Strom., *Hypolophites myliobatoides* Strom., *Myliobatis Dixoni* Ag., *Ginglymostoma* sp., *Odontaspis macrota striata* Winkl. Une faune presque identique caractérise le Montien de Landana [6] : *Hypolophites mayombensis* Ler., *Myliobatis dispar* Ler., *Ginglymostoma* sp., *Odontaspis macrota striata* Winkl., *Lamna appendiculata* Ag. Le genre le plus caractéristique, parmi ces Squales, *Hypolophites*, se rattache à *Rhombodus* de Maestricht et paraît être l'ancêtre de *Hypolophus* actuel. Le gisement de *Dyrosaurus* d'Abadion est sans doute montien et celui d'Anou Mellen peut être en partie sénonien, en partie montien.

Teleorhinus, *Congosaurus* et *Dyrosaurus* sont en somme trois Téléosauridés qui témoignent de la persistance de cette famille jurassique jusqu'au

---

(1) *Sur la découverte de Téléosauriens tertiaires au Congo* (*Bull. Acad. roy. Belgique*, Cl. Sc., 1914, p. 288-298).

(2) L. Joleaud, *Sur l'âge des dépôts de phosphate de chaux du Sud marocain, algérien et tunisien* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 178-181).

(3) E. Stromer, *Reptilien und Fischreste aus dem marinen Alttertiär von Südtogo* (*Westafrika*) (*Monatsb. deutsch. Geol. Ges.*, Bd. 62, 1910, p. 478).

(4) A. Thevenin, *loc. cit.*, p. 108, pl. III, fig. 4, 4*a*, 4*b*.

(5) Paul Lemoine, *Contributions à la connaissance géologique des colonies françaises;* VIII, *Sur quelques fossiles du Tilemsi* (*Soudan*) (*Bull. Soc. Philom.*, 1909, p. 102-104, pl. II, fig. 1*a*).

(6) M. Leriche, *Les Poissons paléocènes de Landana* (*Congo*) (*Ann. Mus. Congo belge : Géol. Pal. Min.*, III; *Bas et Moyen Congo*, I, II. 1913, p. 65-91, pl. VIII-X).

Turonien, dans l'Amérique du Nord, et jusqu'au Montien, en Afrique. Un autre Reptile de Gafsa a été aussi envisagé comme un type jurassique ayant subsisté au début du Tertiaire. G. de Stefano ([1]) l'a nommé *Plesiosaurus phosphaticus*, mais H. Douvillé et A. Thevenin tendraient plutôt à en faire un Crocodilien. Je ne connais d'aussi grands Reptiles, à dents mesurant au moins 120^{mm} de longueur, que parmi les Plésiosauriens et les Mosasauriens (*Hainosaurus*, *Mosasaurus giganteus*). *Les mers continentales d'Afrique abritaient donc encore, à l'aurore des temps éocènes, une faune résiduelle jurassico-crétacée se propageant de la Berbérie au Congo par l'Afrique occidentale.*

Avec ces animaux à physionomie archaïque vivaient alors en Afrique des précurseurs des éléments caractéristiques de milieux biologiques européens plus récents. Les Zeuglodontidés archaïques, *Pappocetus Lugardi* Andr., de l'Éocène inférieur d'Ombialla (Nigeria du Sud), *Protocetus atavus* Fraas et *Eocetus Schweinfurthi* Fraas, du Lutétien supérieur de Mokattam (Égypte), ont précédé *Zeuglodon*, qui apparaît seulement à l'Éocène supérieur en Angleterre et dans le Sud-Est des États-Unis. On peut noter aussi comme caractéristique de la sous-province marine africaine l'apparition précoce de certains types de Poissons qui ne se montrent que beaucoup plus tard en Europe : *Myliobatis* débute au Maestrichtien à Gafsa, au Montien au Congo, *Ginglymostoma* apparaît au Montien à Gafsa, alors que tous deux n'arrivent qu'au Thanétien en Europe; *Aëtobatis* et les Carcharidés reconnus dans le Montien de Berbérie ne pénètrent dans les mers d'Europe qu'au Cuisien.

Parmi les Chéloniens de l'Éocène inférieur africain figurent, à côté d'espèces marines : *Cosmochelys Dolloi* Andr., Dermochélyidé d'Ombialla, *Lytoloma Douvillei* Stef. et *Caretta phosphatica* Stef., Chélonidés de Gafsa, des types d'eau douce : un Chélydridé, *Gafsachelys phosphatica* Stef. de Gafsa et un Péloméduside, *Podocnemis congolensis* Dollo, de Landana. Les Chélydridés, représentés dans le Purbeck et le Weald par *Tetrosternum*, ne comptent plus aujourd'hui que quatre espèces appartenant à trois genres : *Chelydra*, dont l'aire disjointe embrasse les États-Unis, le Mexique et le Guatemala, d'une part, l'Équateur d'autre part; *Macroclemmys*, répandu du Missouri à la Floride et au Texas; *Devisia*, de la Nouvelle-Guinée. L'ensemble de ces dispersions géographiques, dissocié en trois tronçons, occupe les extrémités du grand géosynclinal transverse; il témoigne de la très ancienne adaptation des Chélydridés à la vie des eaux

---

([1]) *Nuovi Rettili degli strati a fosfato della Tunisia* (*Boll. Soc. Geol. Italiana*, t. 23, 1903, p. 51-80, pl. IV).

douces, comme le faisait présager leur découverte dans le Jurassique supérieur continental de nos pays. Le genre *Podocnemis*, qui offre, à son tour, une double localisation actuelle, dans les Guyanes et le Brésil (six espèces), d'une part, à Madagascar (une espèce), d'autre part, est connu, à l'état fossile, d'Angleterre (Éocène inférieur), de Malte (Miocène inférieur), d'Égypte (Éocène supérieur à Miocène inférieur) et de l'Inde (Éocène inférieur). *Les eaux douces présentent donc en Afrique, à l'aurore des temps éocènes, comme le milieu marin, l'association de types jurassico-crétacés persistant plus ou moins longtemps (Gafsachelys) et de genres précurseurs aes faunes éocènes (Podocnemis).*

POLARIMÉTRIE ET ACTINOMÉTRIE. — *Observations relevées au mont Blanc.* Note de M. A. **Boutaric**, présentée par M. J. Violle.

1. Du 31 juillet au 7 août 1921 j'ai effectué à l'Observatoire Vallot du mont Blanc (4350^{m}) une série de mesures actinométriques et polarimétriques.

Le Tableau suivant donne le relevé horaire [1] : 1° des polarisations P de la lumière diffusée par le ciel, dans le vertical du Soleil et dans la direction située à 90° du Soleil (mesurées par le photopolarimètre de Cornu); 2° des intensités *i* du rayonnement solaire en calories-grammes par centimètre carré et par minute (mesurées par le pyrhéliomètre à compensation électrique de Knut Angström).

Relevé horaire des observations polarimétriques et actinométriques.

	1er août.		2 août.		4 août.		6 août.	
	P.	*i.*	P.	*i.*	P.	*i.*	P.	*i.*
7h	0,62	1,358	»	»	0,35	»	0,61	1,386
8	0,62	1,464	»	»	0,35	1,404	0,58	1,486
9	0,62	1,514	»	1,514	0,34	1,460	0,65	»
10	0,62	1,544	0,61	1,544	»	1,493	»	»
11	0,63	1,558	»	1,558	»	1,512	»	»
12	»	1,560	»	»	»	»	»	»
13	0,62	1,550	»	»	»	»	0,64	1,540
14	0,62	1,538	»	»	0,52	1,512	0,64	1,520
15	0,60	1,501	»	»	»	1,480	0,66	1,484
16	0,59	1,448	»	»	0,61	1,436	0,65	1,440
17	0,61	1,366	»	»	»	1,349	0,68	1,349
18	»	1,198	»	»	»	»	0,68	1,145
18,45m	0,68	»	»	»	»	»	»	»

[1] Les heures sont évaluées en temps solaire vrai au mont Blanc.

1er *août.* — Belle journée, mais nuages en dessous de l'Observatoire, sur les plaines.

2 *août.* — Le matin, ciel clair, mais nuages et brume sur la vallée; vers 12h, les nuages montent et enveloppent l'Observatoire.

4 *août.* — Après une nuit de violente tempête, accompagnée d'une chute abondante de neige, le temps est clair; mais il y a partout de la neige fraîche, et, en dessous de l'Observatoire, des nuages.

6 *août.* — Belle journée; l'atmosphère est parfaitement transparente, tant au-dessus qu'en dessous de l'Observatoire (on distingue très nettement la vallée de Chamonix).

2. L'examen de ce Tableau permet de formuler quelques remarques :

a. Les valeurs horaires de *i* suivent d'assez près la moyenne publiée par M. J. Vallot et relative à des « journées exceptionnelles » (¹).

b. Bien qu'au mont Blanc l'atmosphère soit très pure (ce qu'indiquent les valeurs élevées du rayonnement solaire), la polarisation de la lumière diffusée par le ciel n'est pas exceptionnellement forte. Elle n'a pas dépassé 0,68, tandis que Cornu (²) signale avoir observé, en plaine, des polarisations de 0,80. Il faut, je crois, attribuer cet affaiblissement au pouvoir diffusif intense de la neige : la lumière diffusée par la neige, suivant toutes les directions, se superpose, dans l'atmosphère, à la lumière solaire directe et diminue notablement la proportion de lumière polarisée.

c. Pour cette raison, la polarisation du ciel ne révèle pas aussi nettement qu'en plaine la transparence de l'atmosphère (³). Ainsi, la polarisation était plus faible le 1er août que le 6 août, bien que l'atmosphère fût plus transparente (comme le montre la comparaison des intensités du rayonnement solaire dans l'après-midi) : c'est que le 1er août, il existait, en dessous de l'observatoire, sur la vallée, une mer de nuages très dense qui diffusait beaucoup de lumière. De même, dans la matinée du 4 août, la polarisation de l'atmosphère a été très faible, bien que la transparence ne fût pas particulièrement réduite : c'est qu'une chute abondante de neige s'était produite dans la nuit, recouvrant de neige fraîche les environs de l'observatoire, tandis que des nuages s'étendaient sur la vallée.

(¹) J. Vallot, *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 1337.

(²) A. Cornu, *Association française pour l'Avancement des Sciences*, Limoges, 1890, 2e partie, p. 268.

(³) A. Boutaric, *Thèse*, 1918, et *Annales de Physique*, 9e série, t. **9**, p. 113. — Voir également *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 1519.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la climatologie du Maroc.* Note de M. **Louis Gentil**, présentée par M. L. Mangin.

La climatologie du Maroc est encore peu connue. Du moins, si l'on compare la carte des pluies de la plus grande partie du Maghreb (le Maroc oriental excepté), publiée en 1900 par Theobald Fischer (¹), à celle que vient de faire paraître M. Augustin Bernard (²), on est frappé de leur ressemblance, malgré la gamme des isohyètes plus détaillée dans la seconde que dans la première. Or nous possédons maintenant une documentation bien plus riche, grâce au nombre des stations réparties sur toute l'étendue du Protectorat, dès l'année 1912, par l'initiative de M. Malet, directeur général de l'Agriculture à Rabat.

Th. Fischer n'avait à sa disposition que les mesures effectuées dans la zone du littoral atlantique et à Marrakech; il les a heureusement complétées par des faits observés, au cours de ses itinéraires, sur les régions naturelles qu'il a traversées.

J'ai exposé brièvement, au début de 1912, l'état de cette question (³), en y ajoutant quelques remarques personnelles sur les caractéristiques climatiques des diverses régions que j'avais parcourues.

Depuis, je me suis toujours attaché à observer le climat par ses influences, non seulement sur la morphologie du sol, mais encore sur la répartition des plantes et les associations florales. L'étude du tapis végétal est, en effet, de nature à jeter parfois une vive lumière sur le climat, en l'absence de toutes mesures météorologiques. Et il est possible, par la considération du régime des vents et de l'influence des reliefs, d'expliquer, en bien des cas, des caractères géobotaniques fort intéressants.

Une mission effectuée l'an dernier, avec la Société botanique de France, m'a permis de contrôler, par les déterminations de ses membres, notamment celles de MM. Braun et Lemaire, les données climatiques que j'avais établies. J'attirerai, à ce point de vue, l'attention sur deux régions du Maroc :

1° *Maroc oriental.* — On ne saurait adopter sans réserves la distribution

(¹) *Zeitsch. d. Gesel. f. Erdk. z. Berlin,* Bd 35, 1900, n° 6, p. 365-417. Taf. 10.

(²) *Le régime des pluies au Maroc* (*Mém. S. Sc. Nat. du Maroc*, Rabat, 1921).

(³) *Le Maroc physique.* Paris, Alcan, édit.; 1912, p. 244-271.

des zones de pluies figurées sur la carte de M. Augustin Bernard, dans le Maroc oriental.

Il me semble difficile d'admettre, en effet, que toute la région comprise entre Oujda et Taza, le pied sud-est du Moyen Atlas et la mer, reçoive annuellement de 300^{mm} à 400^{mm} d'eau.

J'ai fait remarquer, autrefois, que le climat relativement humide des environs d'Oujda (environ 300^{mm}) passait assez brusquement à l'ouest, dans la plaine d'Angad, à un climat de steppe bien caractérisé (1). Dans la moyenne Mlouya, entre El Aïoun Sidi Mellouk et Mçoun, on se trouve dans une région subdésertique où affleurent des terrains tertiaires et quaternaires qui caractérisent, dans le Tell, les régions les plus fertiles de l'Algérie. En se dirigeant de l'est vers l'ouest, on constate que l'alfa (*Stipa tenacissima*) recouvre les collines calcaires, en continuité avec la grande extension de cette plante dans les Hauts plateaux oranais. Puis, à partir de Mestigmer, on observe la végétation d'une steppe subdésertique : *Launeæ arborescens* du Sud-oranais, *Anabasis aphylla*, *Marrubium Alysson*, *Artemisia herba-alba*, etc., avec quelques formes spéciales à ces régions (2).

Il en résulte que les isohyètes de 200^{mm} et de 100^{mm} des régions désertiques doivent s'incurver fortement vers le nord et recouvrir la plus grande partie de la vallée de la haute et moyenne Mlouya. J'ai expliqué les caractères climatiques de ces régions par un régime de vents du sud et du sud-ouest, qui étendent la sécheresse désertique de l'Extrême Sud-marocain, jusqu'au contact des massifs des Beni Snassen et des Beni Bou Yahi (3).

Cette zone subdésertique s'arrête brusquement, à l'ouest de Mçoun, vers la ligne de partage du réseau méditerranéen de la Mlouya et du réseau atlantique du Sebou. On passe brusquement à la région très arrosée de Taza, caractérisée par des pluies de reliefs.

2° *Maroc sud-occidental.* — La zone de steppes indiquée par Th. Fischer sur sa carte (4) s'expliquerait difficilement si l'on attribuait les zones décroissantes de moyennes de pluies, depuis la côte de Mazagan jusqu'au pied de l'Atlas, à l'influence exclusive des vents marins.

Les isohyètes croissent, en effet, dans la plaine, au delà de la zone steppique, avant d'atteindre les contreforts de la grande chaîne où la détente adiabatique de l'air commence à s'exercer sur les vents maritimes, déjà dépouillés d'une partie de leur humidité. Aussi convient-il d'expliquer les chutes d'eau sur la grande chaîne, enveloppée

(1) *L'Amalat d'Oujda. Étude de géographie physique* (*La Géographie*, t. 23, 1911, p. 17 et 330).

(2) J'emprunte ces déterminations et les suivantes à M. Maire.

(3) *Notice sur les Travaux scientifiques*, 1918, p. 128; Paris, E. Larose, édit.

(4) Elle est caractérisée par : *Launeæ nudicaulis*, *Calendula ægyptiaca*, *Pennisetum ciliare, etc.*, parmi lesquelles de nombreuses espèces de steppes algériennes,

de l'isohyète 800, par l'influence des vents du nord-est en hiver, du nord et du nord-est en été.

Les caractères géobotaniques de ces régions viennent confirmer, de façon lumineuse, cette interprétation.

Je ferai abstraction de la présence de l'Arganier (*Argania syderoxylon*), qui est considéré comme représentant les vestiges d'une flore tropicale ancienne [1]. Je ferai seulement remarquer que cette essence se poursuit au delà d'Agadir et je pense que son extension vers Aoulouz, au pied méridional du Haut Atlas, est de nature à modifier sensiblement le tracé des isohyètes de la carte de M. A. Bernard; parce que je crois avoir montré que l'aire géographique de cet arbre de la famille du bois de fer est exclusivement fonction du climat [2].

Il est plus important de constater que les influences méditerranéennes se font sentir, parfois très manifestement, sur les associations florales du pied septentrional de l'Atlas. Les déterminations des membres de la Société Botanique de France sont des plus instructives à cet égard.

Dans la région de Mogador la végétation qui accompagne l'Arganier est très différente de celle des steppes sud-marocaines. La flore méditerranéenne y réapparaît avec des éléments endémiques : *Asparagus albus*, *Anagyris fœtida*, *Clematis cirrhoza*, *Asphodelus microcarpus*, *Scabiosa maritima*, etc. Plus au sud, au Dj. Amsiten, une flore sub-saharienne (*Rhus oxyacantha*, *Wariona Saharæ*, *Bupleurum rigidum*, etc.) contraste avec les affinités méditerranéennes de la forêt d'Arganiers située à ses pieds.

Mes compagnons de voyage ont été fort surpris de ces caractères géobotaniques du Sud-Ouest marocain, puisqu'il s'agit de la zone littorale *atlantique* située à plus de 600^{km} du point le plus proche du littoral *méditerranéen*. Mais j'ai toujours été frappé de l'influence des vents N. et N.-E. sur le climat de ces contrées.

Non seulement le Haut Atlas forme une barrière climatique qui sépare la zone maritime de la zone désertique du Sahara, mais la grande différence des chutes de neige, en hiver, sur les deux versants de la chaîne, est en partie due aux apports des vent N. et surtout N.-E. venus de la Méditerranée. L'influence de ces vents sur la croissance et dissémination d'espèces végétales méditerranéennes, dans la zone steppique et sur les premiers contreforts de l'Atlas, s'explique non moins aisément.

---

(1) Louis Gentil, *L'Arganier ou l'arbre du Sous* (*Maroc*) (*La Nature*, Paris, 10 février 1906, p. 171).

(2) *Explorations au Maroc*, 1906, p. 341-354; Paris, Masson, édit.

MÉTÉOROLOGIE. — *La signification des cirrus dans la prévision du temps.* Note (¹) de MM. **Ph. Schereschewsky** et **Ph. Wehrlé**, présentée par M. R. Bourgeois.

Position du problème. — L'observation systématique du ciel (Howard, Poëy,...) a montré que les formes nuageuses, du beau temps à la pluie, ne se succédaient pas dans un ordre arbitraire. Les cirrus, têtes de ces séries chronologiques, de ces « passages nuageux », ont été souvent considérés comme annonciateurs du mauvais temps. La signification ainsi attribuée à ces nuages a donné lieu à de nombreuses controverses.

Les essais tentés pour lier l'étude des cirrus à celle des dépressions ne pouvaient conduire à aucun résultat positif, parce que le rattachement du mauvais temps aux formes isobariques est injustifié.

La méthode rationnelle consiste à étudier les masses nuageuses indépendamment de la pression, mais en substituant le concept synoptique de *système nuageux* au concept local de passage nuageux.

La notion de marge. — En fait, la solution du problème des cirrus est donnée très simplement par les propriétés élémentaires des systèmes nuageux. On sait (²) que nous avons appelé ainsi les groupements des masses nuageuses dans l'atmosphère, groupements de vaste superficie, généralement mobiles, qui constituent de véritables individus doués de vie persistante, qu'on peut voir, sur les cartes synoptiques, naître, évoluer et mourir. Nous avons montré qu'ils étaient divisibles en trois secteurs principaux : à l'avant, une bande de ciel très nuageux par nuages élevés — *le front;* une masse centrale de plafond bas englobant les pluies — *le corps;* à l'arrière, une région où l'aspect du ciel est très varié, averses et ciels couverts voisinant avec des éclaircies — *la traîne* (cf. figure).

Il y a lieu de préciser cette structure et d'introduire un quatrième secteur constitué par les bordures latérales du corps où le ciel est nuageux par nuages élevés ou moyens. Nous les appelons *marges.* Ces marges peuvent s'étendre très loin du corps, parfois à une distance atteignant le diamètre de la France, les cirrus se raréfiant de plus en plus à mesure qu'on s'écarte de la masse centrale du système. Aussi dans la Note précitée n'avons-nous

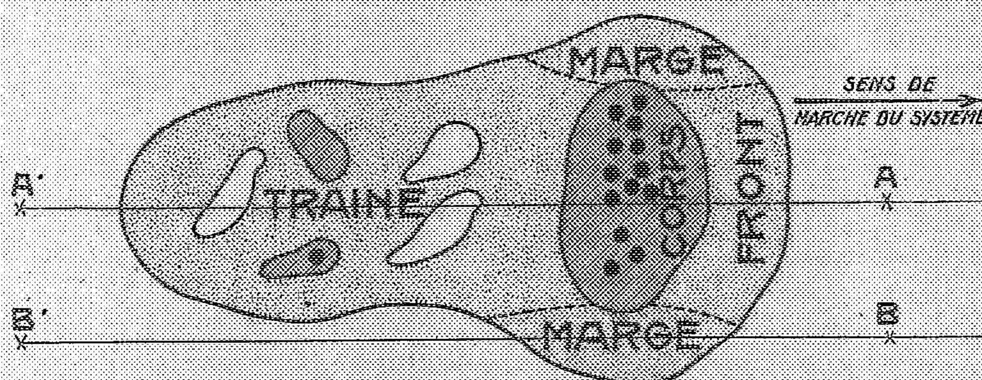
---

(¹) Séance du 23 janvier 1922.

(²) Ph. Schereschewsky, *Sur les systèmes nuageux* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1429).

pas jugé utile de considérer ces cirrus isolés, sur les confins extérieurs du front ou de la traîne, comme faisant partie du système nuageux; nous les avons classés, au même titre que les nuages locaux, dans l'« intervalle » qui sépare les systèmes nuageux. Mais il doit être entendu que cette simplification, commode dans la pratique, est artificielle. En fait, tout cirrus se rattache à un système nuageux. Ces nuages apparaissent dans tous les secteurs d'un système, sauf dans le corps; ils forment une vaste couronne qui déborde le système de tous côtés.

D'autre part ([1]), nous avons montré que le mouvement d'ensemble d'un système nuageux était celui des courants d'altitude moyenne, de sorte que sa direction et sa vitesse peuvent être différentes de celles de ses cirrus.



Application aux passages nuageux. — Un même système nuageux peut donner divers « passages » suivant la position de la station par rapport à son axe de marche (voir la figure).

Si la station se trouve en A, au voisinage de l'axe de marche, elle assistera successivement au passage du front, du corps et de la traîne. Mais si la station est désaxée en B, elle ne verra défiler que la marge; le passage nuageux avortera pour ainsi dire; le retour au ciel pur se fera sans même qu'il se soit formé un plafond continu et qu'on ait vu d'autres nuages que des cirrus et des alto-cumulus. Cette notion est d'ailleurs capitale en France, dont la moitié Nord se trouve très souvent en marge des systèmes nuageux très fréquents qui passent sur la Grande-Bretagne.

([1]) Ph. Schereschewsky et Ph. Wehrlé, *Sur le mouvement des noyaux de variations de pression* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1001).

La signification des cirrus. — Dans le premier cas l'apparition des cirrus annonce en effet la pluie et les coups de vent, mais dans le second cas elle signifie seulement qu'un système nuageux passe au large de la station. *En résumé, les cirrus sont toujours les indices de la proximité d'un système nuageux* (¹), *mais ils ne signifient pas nécessairement que le système passera sur la station, que le temps se gâtera.* Pour en décider, il est indispensable que le météorologiste possède des cartes synoptiques lui permettant de déterminer la position, par rapport à la station, du système nuageux auquel se rattachent les cirrus, et le sens et la vitesse de son déplacement, d'où il déduira (²) quels secteurs intéresseront le ciel de la station. C'est seulement par l'étude du système nuageux correspondant qu'il pourra savoir si les cirrus ont une signification redoutable.

On peut se demander si les cirrus de front ne diffèrent pas des cirrus de marge, ce qui permettrait à l'observateur isolé de se prononcer sur le temps à venir? Il semble que les formes de cirrus, si variées, ne soient pas caractéristiques d'un *secteur* du système nuageux, mais du *type* (dépressionnaire ou orageux...) de ce système. Ce n'est que dans le *voisinage immédiat du corps* que l'observation du ciel suffit à trancher la question : front ou marge? Dans le front, les cirrus s'épaississent tendant à passer au cirro-stratus ; dans la marge, des alto-cumulus lenticulaires s'ajoutent aux cirrus.

A supposer qu'un observateur sache d'une façon quelconque que c'est le front et non la marge qui débute au-dessus de lui, il ne pourra, de l'observation des cirrus, tirer avec certitude aucune conclusion supplémentaire. En particulier, des cirrus de front rapides ne prouvent pas que le mauvais temps arrivera vite, le mouvement de l'ensemble du système nuageux, comme nous l'avons vu, n'étant pas nécessairement celui de ses cirrus. Tout dépend de la vitesse des courants d'altitude moyenne et de la largeur du front. Là encore, il faut recourir à l'étude synoptique des systèmes nuageux.

(¹) Encore la marge pouvant être, comme nous l'avons vu, très profonde convient-il de ne pas discuter sur le mot proximité.

(²) Soit par la considération des courants d'altitude moyenne, soit par la détermination des éléments de marche du noyau de variations de pression lié au système nuageux.

CHIMIE AGRICOLE. — *Relation entre l'indice de chlore et la teneur en azote de la terre végétale.* Note de M[lle] C. **Veil**, présentée par M. J.-L. Breton.

L'hypochlorite de soude, mis en contact avec les terres arables, s'appauvrit en chlore actif; il a été démontré que la proportion de chlore ainsi disparu, étroitement liée à leur teneur en humus, classe les terres suivant leur fertilité apparente (¹).

Nous avons repris cette méthode pour examiner s'il y a une relation entre l'indice de chlore ainsi déterminé et la teneur en azote.

Nous dosons l'azote total par la méthode de Kjeldahl. Pour la recherche de l'indice de chlore, suivant les indications des auteurs de la méthode, nous opérons sur un volume déterminé de terre humide et non sur un poids sec. Nous avons vérifié par nous-même que la mesure faite toujours de la même manière donne une masse de terre sèche relativement indépendante de l'humidité. Nous nous sommes rendu compte qu'un volume de 10^{cm^3} de terre humide convenablement tassée, quelle que soit la nature de la terre, ramené à l'état sec donne toujours à peu de chose près un poids de 15^g. Il y a exception pour des terres essentiellement formées de matières organiques qui sont particulièrement légères et dont l'indice de chlore est très élevé. Il y a exception aussi pour des terres formées de sable presque exclusivement quartzeux, terres qui sont lourdes avec un indice de chlore très faible. Résultats qui ne nous étonnent point si nous nous rapportons au poids spécifique des différents minéraux constitutifs de la terre arable.

Comme nous continuons, pour la méthode de l'indice de chlore, à rapporter notre dosage à un volume, nous n'hésitons pas à mettre en regard pour une même terre des rapports $\frac{\text{chlore}}{\text{terre}}$ en volume et $\frac{\text{azote}}{\text{terre}}$ en poids sec.

Nous nous adressons, bien entendu, à des terres pour lesquelles on n'a pas, autant que nous pouvons savoir, employé d'engrais chimiques. Nous avons pris un certain nombre d'échantillons dans les environs de Paris; d'autres viennent de Bretagne, puis de Haute-Marne, et nous avons généralisé nos résultats en opérant sur des terres marocaines.

(¹) L. Lapicque et N.-E. Barbé, *Comptes rendus*, t. 163, 1919, p. 48.

	Rapport chlore/terre en cm³ par cm³.	Rapport azote/terre en grammes pour 100.
Bois de Meudon.		
Plateau (5cm) superficiel	45,50	>4
» (10cm) au-dessous	15,75	1,34
» (15cm) »	7,75	0,92
Fonds de ravin	17,25	1,54
Carrières sous bois.		
Verger (25cm) profondeur	15	1,70
» (40cm) »	9	0,85
Champ fumé au fumier	21,25	1,78
» »	18,75	1,25
Bretagne.		
Lande (20cm) profondeur	37	4,5
» (40cm) »	32,5	4,3
Haute-Marne.		
Alluvions	22,5	1,40
Verger	12	0,80
Potager	25	1,38
Maroc.		
R'Arb	26,5	1,42
R'Arb Camp de Sebou	22,5	1,99
Drà el Merja (R'Arb)	27,5	1,92
Souk el Arbâa du R'Arb	22,5	1,84
Marnes helvétiennes près de Taza. Le Camp d'Arbal.	12,5	0,99
Fond lacustre dans le Pliocène entre Mehdya et Kenitra	7,75	0,91
Grès argilo-sableux tortoniens Sidi Abd el Kader, près Oued Tine, Est de Mechra bel Ksiri	7	0,78

On voit que, d'une manière générale, une terre est d'autant plus riche en azote que son indice de chlore est plus grand. Nous pouvons établir nettement trois catégories :

1° La teneur en azote est supérieure à 4 pour 1000, l'indice de chlore est supérieur à 30, ce sont là des terres très riches.

2° La teneur en azote est inférieure à 1 pour 1000, l'indice de chlore oscille entre 7 et 12, chiffres qui nous indiquent nettement une faible teneur en humus.

3° Enfin nous avons une série de terres de richesse moyenne dont les indices de chlore s'étagent entre 15 et 27 parallèlement à des teneurs en azote supérieures à 1 pour 1000 et inférieures à 2 pour 1000.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'origine des vacuoles aux dépens de l'aleurone pendant la germination des Graminées.* Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Dans une Note précédente, nous indiquions que les vacuoles, dans une plantule de Pin maritime, dérivaient des grains d'aleurone préexistant dans la graine mûre (¹). Nous avons ensuite montré que l'aleurone du Ricin avait la même évolution (²). Depuis, nos résultats ont été confirmés chez d'autres graines (³). Une étude du type des Graminées s'imposait, alors que M. Mottier vient de signaler que les grains d'aleurone du Maïs dérivent de primordia comparables à ceux des leucoplastes et des chloroplastes, c'est-à-dire d'organites que plusieurs auteurs nomment des *chondriosomes* (⁴).

De l'ensemble des résultats obtenus par nous chez les Graminées, il ressort au contraire que les grains d'aleurone représentent, comme dans les cas précédemment étudiés, l'état particulier du vacuome dans la graine, et que par conséquent il n'y a pas lieu de les désigner sous le nom de *protéoplastides*, ni d'admettre leur dérivation à partir de primordia comparables à ceux des chloroplastes.

Nous avons observé l'albumen et les divers organes de l'embryon au cours de la germination chez le Maïs, le Blé, l'Orge et l'Avoine. Les colorations vitales montrent que, pendant la germination, les cellules profondes d'albumen sont mortes et que seule reste vivante la couche périphérique ou assise protéique, quelquefois double ou triple (Orge). Cette assise reste active pendant longtemps et jusqu'à ce que la digestion soit complète. On y colore des grains d'aleurone sans inclusions (Maïs, *fig.* E) ou renfermant des globoïdes (Orge, Blé, Avoine). Ces grains se modifient peu pendant la durée

(¹) Pierre Dangeard, *L'évolution des grains d'aleurone en vacuoles ordinaires et la formation des tannins* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 995).

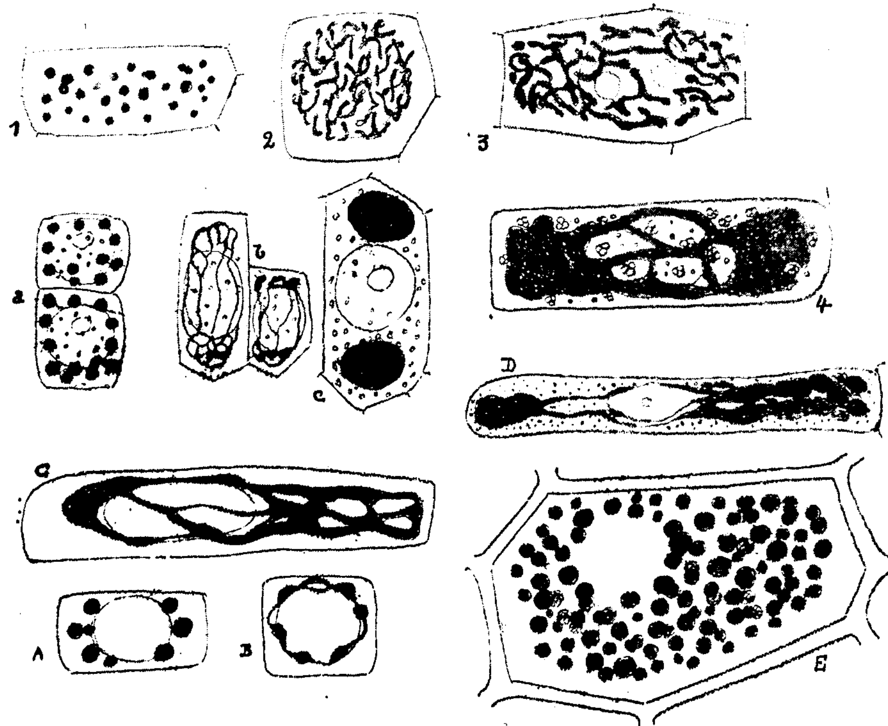
(²) Pierre Dangeard, *Sur la formation des grains d'aleurone dans l'albumen du Ricin* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 857).

(³) Guilliermond, *Origine et évolution des vacuoles dans les cellules végétales et grains d'aleurone* (*C. R. Soc. Biol.*, 3 déc. 1921).

(⁴) David M. Mottier, *On certain plastids, with special reference to the Protein bodies of Zea. Ricinus and Conopholis* (*Annals of Botany*, July 1921).

de la germination, mais à la fin de la période germinative, ils se transforment en vacuoles ordinaires et disparaissent.

On sait qu'il existe des grains d'aleurone dans les divers tissus de l'embryon. Ces grains donnent naissance aux vacuoles de la plantule. Cette évolution est particulièrement nette dans l'épiderme des jeunes racines où M. P.-A. Dangeard l'avait déjà



Cellules de Graminées colorées vitalement.

1, 2, 3, 4, cellules de l'épiderme de la jeune racine de Blé : 1, sur une germination de 5 heures (petits grains d'aleurone); 2, dans une germination de 48 heures (formes filamenteuses du vacuome); 3 et 4, deux stades plus évolués d'une plantule de même âge : *a*, *b*, *c*, cellules de l'épiderme de la jeune feuille d'Orge dans une germination de 24 heures, montrant trois stades successifs de l'évolution des grains d'aleurone (*a*) en vacuoles typiques (*c*); A, B, cellules d'endoderme, et C, cellule du méristème vasculaire dans le Blé germé de 48 heures; D, cellule de l'épiderme du cotyédon de l'Orge, plantule âgée; E, cellule de l'assise protéique du Maïs, plantule âgée.

signalée ([1]) dans le cas de l'Orge. Dans le Blé, l'Orge, l'Avoine, le Maïs, les grains d'aleurone d'une germination de quelques heures sont arrondis, très petits, nombreux et se colorent en rouge par le rouge neutre (*fig.* 1). Plus tard, ils subissent l'évolution en vacuoles et passent auparavant par des formes d'anastomose (filaments, réseaux) très remarquables dans le cas du Blé (*fig.* 2, 3 et 4).

([1]) P.-A. Dangeard, *Sur la distinction du chondriome des auteurs en vacuome, plastidome et sphérome* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1005).

Les mêmes faits s'observent dans les divers méristèmes. Ceux-ci dans l'embryon renferment un certain nombre de grains d'aleurone arrondis; ils possèdent plus tard dans la plantule un petit nombre de vacuoles sphériques à contenu épais (*fig.* A). Plus tard encore, dans les cellules de la coiffe, de l'écorce et de la moelle, il y a rapidement formation de vacuoles typiques par rapprochement et fusion des vacuoles aleuriques. Dans le méristème vasculaire au contraire, les cellules qui s'allongent renferment de beaux réseaux (*fig.* C). Il est à noter que le méristème vasculaire se distingue nettement des autres par le contenu de ses vacuoles à réaction basique.

Le même cas se présente pour l'épiderme des jeunes feuilles de la gemmule qui se colore en rouge brique par le rouge neutre. Elles renferment pendant les premières heures de la germination des grains petits et isolés assez nombreux (*fig. a*). Plus tard, leur anastomose peut donner naissance à des réseaux très remarquables comme dans l'Orge (*fig. b*) ou bien leur fusion s'opère par mise en contact des vacuoles aleuriques gonflées. Le résultat est toujours la formation de vacuoles typiques (*fig. c*).

Le cotylédon absorbant renferme dans son épiderme d'assez nombreux et petits grains d'aleurone; ceux-ci se réunissent ensuite en masses irrégulièrement lobées (*fig.* D). La réaction de ces vacuoles est basique.

En résumé, dans les Graminées, nous avons constaté que les grains d'aleurone n'étaient pas des plastes particuliers, mais qu'ils représentaient des éléments du vacuome, comme ceux du Pin et du Ricin. Ce que nous avons déjà observé chez les Légumineuses est en faveur de la même opinion, pour ce groupe. Il est certain que les vacuoles des plantules se forment aux dépens de l'aleurone des graines et qu'il n'existe pas d'autre système de vacuoles prenant naissance différemment au cours de la germination. C'est là un phénomène fondamental au point de vue de l'histoire du système vacuolaire et nous avons été le premier à le mettre en évidence en suivant les idées directrices de M. P.-A. Dangeard (*loc. cit.*).

PHYSIOLOGIE. — *La tension superficielle et la narcose.*

Note de M. **W. Kopaczewski**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans une Note précédente [1] nous avons établi que les principaux anesthésiques généraux et locaux diminuent la tension superficielle de l'eau et du sérum humain *in vitro;* que le chloroforme, l'éther et le chlorure d'éthyle pénètrent dans le sang pendant l'anesthésie et y provoquent un abaissement de la tension superficielle du sérum.

Tous ces résultats venaient directement à l'appui de l'hypothèse de

(1) W. Kopaczewski et A.-H. Roffo, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1409.

J. Traube et Czapek [1] concernant la corrélation entre la tension superficielle et la narcose. Toutefois les conclusions de ces auteurs ont été attaquées par différents auteurs et surtout par Viale [2]. Cet expérimentateur n'a pas constaté d'abaissement de la tension superficielle dans la narcose par le chloroforme ou l'éther. En analysant soigneusement la technique de cet auteur, on est frappé par l'oubli de la rapidité d'élimination des anesthésiques généraux; Viale effectuait ses mesures 24 heures après la saignée de l'animal.

C'est pour élucider ce point de la question que nous avons entrepris les recherches suivantes :

Nous avons, en premier lieu, déterminé la tension superficielle de la presque totalité des anesthésiques, généraux ou locaux, et des analgésiques différents ou réputés comme tels (38 en tout).

Toutes ces déterminations ont été exécutées à l'aide de notre tonomètre, toujours à 25° C. et en suivant toutes les précautions utiles [3].

De ces résultats la conclusion se dégage que les anesthésiques, analgésiques et hypnotiques diminuent la tension superficielle de l'eau; ils la diminuent d'autant plus fortement que leur pouvoir narcotique est plus grand; cet abaissement varie de 1,5 dynes (phényl-éthyl-malonylurée, presque insoluble dans l'eau) à 56,0 dynes (éther pur).

Nous avons tenté d'apporter la preuve que les anesthésiques généraux diminuent également la tension superficielle du sérum durant la narcose.

On anesthésie un lot de cobayes avec le chloroforme, l'éther ou le chlorure d'éthyle; une fois l'anesthésie confirmée, on les saigne à blanc en ponctionnant le cœur avec un tube effilé et après cautérisation. On prélève environ 10^{cm^3} du sang; on ferme l'orifice supérieure du tube avec un capuchon de caoutchouc; on place le tube dans une centrifugeuse et on le cale solidement en versant de la paraffine, liquide à 40° C.; on centrifuge; on prélève le sérum et l'on détermine tout d'abord sa tension superficielle puis sa densité; toute cette opération dure 15 à 20 minutes.

Voici quels résultats on obtient dans ces conditions :

Substances.	Densités.	Tension superficielle.
1. Sérum normal de cobaye	1,0229	68,26
2. Sérum de cobaye pendant l'anesthésie chloroformique	1,0130	59,69
3. » » » éther	1,0104	60,65
4. » » » chlorure d'éthyle	1,0173	59,85

(1) J. Traube et Czpek, *Pflüg. Arch.*, 1911-1915.

(2) Viale, *Archivio di Fisiol.*, t. 11, 1913, p. 535.

(3) W. Kopaczewski, *Arch. de Physique biol.*, t. 1, 1921.

La tension superficielle du sérum sanguin est donc abaissée du fait de la narcose, d'environ 10 dynes par centimètre.

Mais, effectivement, on n'observe aucun abaissement de la tension superficielle lorsqu'on néglige les précautions décrites.

L'examen attentif des chiffres obtenus soulève des questions importantes.

Le Tableau n'accuse que de faibles différences entre les tensions superficielles du sérum des animaux anesthésiés avec les trois anesthésiques généraux habituels. Le même fait a été constaté lors de la diffusion des vapeurs de ces anesthésiques dans le sérum à travers des membranes de collodion.

Et si l'on compare les quantités nécessaires pour provoquer l'anesthésie, les doses que les recherches de Nicloux ont fixé pour l'anesthésie confirmée et le degré d'abaissement de la tension superficielle du sérum *in vitro*, on ne peut pas ne pas y voir un certain parallélisme.

	Chloroforme.	Chlorure d'éthyle.	Éther.
Doses anesthésiques.................	5 à 10g	5 à 30g	15-25g
Quantité dans le sang...............	0g,051	0g,030-0g,200	0g,0150-0g,0180
Abaissement de la tension superficielle (1 pour 100 d'anesthésique)........	20,0 p. 100	12,0 p. 100	5,0 p. 100

Toutefois il serait plus intéressant de comparer les résultats obtenus avec un plus grand nombre de substances. Malheureusement ces chiffres manquent totalement et ils sont difficiles à obtenir, étant données les variations extrêmes de la sensibilité d'un organisme aux anesthésiques analgésiques, etc.

A cette difficulté s'ajoute une autre, celle de savoir si les doses qu'on retrouve dans le sang au moment de l'anesthésie confirmée, sont véritablement en rapport avec le degré de pouvoir anesthésique de ces substances.

Quelques expériences semblent indiquer qu'il n'en est rien.

En effet, lorsqu'on injecte aux animaux ces doses directement dans le sang, ou n'observe, ainsi que nous l'avons déjà relaté [1], que les signes d'un enivrement tout passager, sans abolition des reflexes et sans autres signes d'anesthésie.

La dernière idée qui se dégage de nos recherches cst celle d'un parallélisme entre la narcose et le gonflement.

Parmi toutes les substances qui provoquent la narcose, il en est une

[1] *Loc. cit.*

qui n'abaisse pas la tension superficielle : c'est la morphine. Or les recherches de Lapique et Legendre [1] ont établi que, dans ce cas, le gonflement du cylindraxe ne s'observe point.

Il y a également exception au sujet des sels de magnésium ; il sera donc intéressant de savoir si le gonflement du cylindraxe fait aussi défaut. Le mécanisme de la narcose semble, dans ce cas, être différent et reste à élucider.

Mais, d'une façon générale, les narcotiques et les anesthésiques abaissent la tension superficielle ; il y a un parallélisme entre ce degré d'abaissement et leur puissance narcotique.

Les recherches que nous poursuivons vont établir si, entre le degré d'abaissement de la tension superficielle et la modification du gonflement des tissus ou des colloïdes, le même parallélisme persiste. Dans l'affirmative, la question de la narcose trouvera une explication colloïdale.

ENTOMOLOGIE. — *La variation des pièces copulatrices chez les Coléoptères.* Note de M. **René Jeannel**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les recherches que je poursuis depuis 15 années sur diverses familles de Coléoptères représentées dans la faune des cavernes m'ont montré quel rôle important la variation des pièces copulatrices mâles a dû jouer dans la production des espèces. Mes observations ont porté d'abord sur les *Silphidæ Bathysciinæ*, puis sur les *Catopinæ* et surtout sur les *Carabidæ Trechinæ* et divers genres de *Pselaphidæ* et de *Staphylinidæ*, autant sur des groupes cavernicoles que sur des lucicoles. La constance parfaite des faits observés dans des familles aussi diverses permet de supposer que l'étude de tous les groupes de Coléoptères conduira à des résultats identiques.

L'organe copulateur mâle des Coléoptères, excessivement variable, comprend toujours une pièce impaire tubuleuse (lobe médian de l'œdéagus) entourée de sclérites accessoires (paramère) et de segments abdominaux spécialisés (segments génitaux). Le lobe médian renferme la partie terminale différenciée du conduit éjaculateur, constituant un très curieux organe évaginable, armé de pièces chitineuses compliquées, qui sont les véritables pièces copulatrices dont la forme s'adapte à celle des pièces chitineuses de

---

[1] Lapique et Legendre, Communication verbale.

l'appareil copulateur femelle (*annulus receptaculi*). L'existence de ce « sac interne » de l'œdéagus des Coléoptères était à peine connue avant ma « Revision des *Bathysciinæ* » (¹); personne en tout cas n'en avait décrit l'armature chitineuse, ni par conséquent soupçonné la grande importance taxonomique.

Chaque espèce possède une armature chitineuse spéciale du sac interne, absolument invariable; j'ai pu le constater en faisant systématiquement le plus grand nombre possible de préparations de l'œdéagus dans toutes les espèces des groupes étudiés et le nombre de ces préparations a atteint parfois la centaine pour certaines espèces à large dispersion géographique. Suivant les espèces le sac interne porte des pièces chitineuses de forme et de complication variables à l'infini; ces pièces se sont développées par suite de la spécialisation de dents ou d'épines élémentaires.

Dans le type le plus simple la surface interne du sac est couverte d'écailles chitineuses, ou d'épines en paquets, ou de dents crochues, qui se hérissent dans tous les sens lorsque le sac interne évaginé est retourné en doigt de gant; parfois on trouve un long stylet évaginable inséré vers la base du sac et libre dans sa cavité, stylet toujours formé par la soudure de quelques épines modifiées; très souvent ce sont des pièces compliquées, tordues, repliées, articulées les unes avec les autres, qui jouent pendant le retournement du sac et maintiennent sa rigidité une fois évaginé. La forme de ces pièces est toujours d'une fixité absolue dans chaque espèce.

D'autre part, le même type de pièces copulatrices du sac interne s'observe souvent dans des séries d'espèces diversement adaptées, mais possédant des caractères de filiation communs et occupant des aires géographiques continues, de sorte qu'il n'est pas possible de douter que ces espèces aient eu la même origine. Dans ces cas il est facile de suivre dans l'intérieur des groupes d'espèces l'évolution du type d'armature copulatrice. Jamais la variation des pièces du sac interne ne m'a montré d'exemples de séries orthogénétiques ; l'étude des groupes nombreux donne au contraire l'impression de variations brusques survenues en tous sens. Il en est tout autrement des variations dans la forme extérieure de l'œdéagus qui donnent de très beaux exemples d'orthogénèses. Quoi qu'il en soit les caractères des

---

(¹) R. Jeannel, *Revision des* Bathysciinæ. *Morphologie, Systématique, Distribution géographique* (*Biospeologica*, XIX); (*Arch. Zool. exp. et gén.*, 5ᵉ série, t. 7, 1911, p. 1-641; 24 planches).

pièces copulatrice du sac interne constituent toujours comme la signature de la série phylétique [1].

Il semble donc, en règle générale, que la variation de l'armature du sac interne ait été primitive. La cause de cette variation reste à chercher, mais il est certain qu'elle est liée à celle qui a produit la séparation des souches primitives des espèces actuelles. Secondairement se sont produites les variations dans la forme extérieure de l'œdéagus, en même temps que les variations spécifiques dans la forme du corps ou des appendices. Ce sont les différences dans l'armature du sac interne, peut-être apparues par variations brusques en tous sens, qui ont déterminé la ségrégation des lignées, dont l'évolution a produit ensuite des caractères de forme extérieure de l'œdéagus. On peut donc dire que si les caractères tirés de la forme extérieure de l'œdéagus donnent de bons caractères spécifiques, ceux tirés de l'armature du sac interne permettent de bien définir les genres.

Enfin, il est remarquable que parfois des variations dans la forme du paramère, c'est-à-dire des annexes de l'œdéagus, sont en corrélation avec des variations des caractères sexuels secondaires intéressant les pattes, les antennes, la forme du corps. Le fait est évident chez les espèces à variations pœcilandriques comme *Bathysciola asperula* Fairm., par exemple, où les mâles de forme large, à tarses antérieurs très larges, ont aussi les styles latéraux de l'œdéagus très épais (forme *talpa* Norm.). On peut alors constater que l'organe copulateur mâle présente des caractères « primaires » (caractères génériques du sac interne, spécifiques du lobe médian) et aussi de véritables caractères sexuels « secondaires » qui n'intéressent que le paramère.

Au point de vue systématique, les constatations qui précèdent sont grosses de conséquences. Les classifications des Coléoptères actuellement en vigueur ne tiennent absolument aucun compte des caractères sexuels; elles sont presque toujours basées sur des caractères adaptatifs, toujours faciles à décrire, et n'ont par conséquent pas la moindre valeur phylogénique, au moins en ce qui concerne les espèces et les subdivisions des genres. Les véritables caractères de filiation des espèces sont, la plupart du temps, totalement méconnus et, très fréquemment, des espèces bien sépa-

---

[1] R. Jeannel, *Sur la systématique des* Bathysciinæ. *Les séries phylétiques de Cavernicoles* (*Biospeologica*, XXXIV) (*Arch. Zool. exp. et gén.*, t. 54, 1914, p. 57-78).

rées par de grandes différences de structure des pièces copulatrices sont confondues à cause de ressemblances extérieures trompeuses.

On peut donc affirmer sans crainte que toutes les descriptions des genres et des espèces de Coléoptères sont à refaire ou, tout au moins, à compléter par l'addition des caractères sexuels. Tant qu'il n'aura pas été fait dans chaque groupe des révisions complètes de toutes les espèces, avec étude comparative des pièces copulatrices, tout ce qui sera dit sur les relations phylogéniques des espèces doit être tenu pour faux, toute généralisation biogéographique est d'avance fatalement condamnée à l'erreur.

PROTISTOLOGIE. — *Microsporidies bactériformes et essai de systématique du groupe.* Note de MM. **L. Léger** et **E. Hesse**, présentée par M. Henneguy.

On ne connaît actuellement qu'un petit nombre de Microsporidies bacilliformes, c'est-à-dire à spores en bâtonnet, réparties en deux genres : le genre *Octosporea* Flue, 1910 (précisé par Chatton et Krempf, 1911), avec deux espèces parasites des Mouches, et le genre *Mrazekia* Léger et Hesse, 1916, avec quatre espèces parasites d'animaux des eaux vaseuses (*Tubifex*, *Limnodrilus*, Chironomes et Azelles). Dans ces derniers temps nous avons rencontré chez diverses larves aquatiques de Diptères un certain nombre d'autres formes dont nous allons donner une brève description pour montrer la remarquable plasticité de leurs spores bactériformes qui simulent les types morphologiques caractéristiques des Bactéries.

G. *Mrazekia* Léger et Hesse, 1916. Spores tubuleuses rectilignes avec un manubrium axial. (Les deux espèces nouvelles que nous décrivons ici ont des spores bacilliformes qui, malgré leurs dimensions exiguës, nous ont paru avoir même structure que celles de *M. Argoisi*, forme géante de 23^{μ}.)

M. tetraspora n. sp. Spores en bâtonnet rectiligne ou à peine incurvé de $6^{\mu},5$ sur $0^{\mu},8$ avec un court prolongement hyalin de $1^{\mu},20$ (*fig.* 10) à l'extrémité postérieure. Provenant de pansporoblastes tétrasporés, elles sont d'abord groupées par bottes de quatre, puis s'éparpillent rapidement dans le tissu adipeux de l'hôte. Habitat : Tissu adipeux des larves de *Tanytarsus* sp. Dipt. Grenoble.

M. bacilliformis n. sp. Spores de 5^{μ} sur $0^{\mu},8$, sans prolongement caudal, provenant de pansporoblastes octosporés d'abord sphériques, puis découpés en rosace. Ces spores, droites ou à peine incurvées, se répandent par la suite dans tout le tissu adipeux de l'hôte qui semble envahi par des bacilles (*fig.* 3). Schizogonie avec stades

uninucléés en chapelet. Habitat: Tissu adipeux des larves d'*Orthocladius*, sp. Dipt. Grenoble.

G. *Spironema* n. g. Microsporidies à spores tubuleuses, tordues en hélice et aplaties du côté de l'axe d'enroulement. Appareil capsulaire occupant la plus grande partie de la spore, sans manubrium visible.

S. octospora n. sp. La spore spirilliforme (*fig.* 4 et 11) mesure 8µ à 8µ, 50 sur 1µ. A son extrémité postérieure se voit une vacuole ovalaire autour de laquelle certaines imprégnations réussies montrent le filament spiral. Celui-ci, dévaginé, atteint 100µ. Les spores naissent aux dépens de pansporoblastes octosporés souvent nombreux dans une même cellule hypertrophiée de l'hôte, et restent quelque temps groupées en faisceaux ovoïdes comprenant huit éléments tordus comme les carpelles d'un fruit de Spirée. Habitat : tissu adipeux des larves de *Ceratopogon* sp. Dipt. Montessaux (Haute-Saône).

G. *Toxonema* n. g. Microsporidies à spores minuscules en bâtonnet incurvé en demicercle.

T. vibrio n. sp. Spores en virgule ou en arc de cercle (*fig.* 2). La distance rectiligne qui sépare les deux extrémités est à peine de 2µ. La longueur totale de la spore supposée déroulée est d'environ 3µ, 5. La largeur n'excède guère 0µ,3. A l'une des extrémités légèrement renflée, se voit la vacuole. La spore semble quelque peu tordue, les deux extrémités n'étant pas tout à fait dans le même plan (*fig.* 12). Le plus souvent les spores s'observent en nombre immense, diffuses dans le tissu adipeux de l'hôte. Nous avons pu voir cependant quelques amas sphériques de huit spores indiquant qu'elles doivent se former aux dépens de pansporoblastes octosporés. Habitat : tissu adipeux des larves de *Ceratopogon* sp. Dipt. Montessaux.

Les Microsporidies que nous venons de décrire, de même que les *Cocconema* précédemment signalés [1], se rencontrent presque toujours, dans les tissus infestés, sous forme de spores éparses et innombrables qui, en raison de leur petitesse, montrent une curieuse convergence morphologique avec les Bactéries; et l'on conçoit dès lors qu'en l'absence de stades multiplicatifs caractéristiques et avec des dimensions ne permettant plus l'analyse structurale, on éprouve quelque hésitation à se prononcer sur leur véritable nature. Ainsi, en coloration intense et massive, les spores de *Cocconema* simulent des Staphylocoques, celles de *Mrazekia bacilliformis* des Bacilles, celles de *Spironema* des Spirilles et celles de *Toxonema* des Vibrions (*fig.* 1 à 4).

Par la diversité des formes maintenant connues dans les spores de Microsporidies, le groupe se trouve singulièrement élargi et il nous paraît nécessaire d'établir sur une nouvelle base sa systématique générale. A ce

---

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1419.

point de vue, nous pensons que la morphologie sporale, caractère le plus facile à constater et souvent le seul dont on puisse disposer, mérite d'être envisagée comme base d'une systématique pratique des Microsporidies que nous proposons d'ailleurs sans autre prétention que d'apporter un peu d'ordre et de faciliter les recherches dans un groupe que le nombre, la diversité et l'exiguïté des formes tendent à rendre de plus en plus confus.

Les Microsporidies se diviseraient d'abord en deux sous-groupes : les Dicapsulées ou *Dicnidea* et les Monocapsulées ou *Monocnidea*.

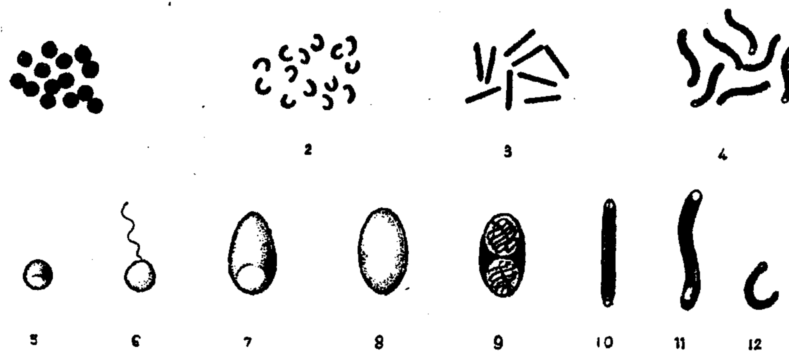


Fig. 1 à 4, spores de Microsporidies bactériformes en coloration massive × 1000 : 1, *Cocconema;* 2, *Toxonema vibrio;* 3, *Mrazekia bacilliformis;* 4, *Spironema.* — Fig. 5 à 10, types de spores de Microsporidies × 3000 : 5 et 6, *Cocconema* in vivo et avec filament dévaginé; 7, type classique de *Glugéidée;* 8 et 9, *Telomyxa* in vivo et avec filament imprégné; 10, *Mrazekia tetraspora;* 11, *Spironema octospora;* 12, *Toxonema vibrio.*

Les *Dicnidea* ne comprennent actuellement que le seul genre *Telomyxa* Léger et Hesse (1910) dont la spore ellipsoïde possède deux capsules polaires et qui, par tous ses autres caractères, est certainement une Microsporidie (*fig.* 8 et 9). Famille unique : Télomyxidées.

Les *Monocnidea* seraient alors réparties en trois familles, selon la forme fondamentale de la spore :

I. Spores piriformes (du type ovoïde au type piriforme plus ou moins acuminé) : Glugéidées (Thélohan) (*fig.* 7). G. *Glugea, Nosema, Pleistophora*, etc.

II. Spores sphériques : Cocconemidées (*fig.* 5 et 6), G. *Cocconema.*

III. Spores en bâtonnet droit, arqué ou spiralé ; Mrazekidées (*fig.* 10, 11, 12). G. *Mrazekia*, *Octospora*, *Toxonema*.

La première de ces familles de *Monocnidea*, de beaucoup la plus nombreuse, comprend toutes les Microsporidies des anciens auteurs. On

sait qu'elle a été subdivisée en prenant comme base soit les caractères des stades végétatifs (Stempell), soit le mode de sporulation (Doflein, Pérez). Nous n'essaierons pas pour le moment de pousser plus loin la subdivision de nos familles en suivant l'une ou l'autre de ces méthodes; car, d'une part, les stades végétatifs sont loin d'être suffisamment connus pour beaucoup de formes et, d'autre part, ainsi que Chatton et Krempf (1911) l'ont déjà fait remarquer avec juste raison, nous connaissons aujourd'hui nombre d'espèces qui sporulent suivant les modes numériques les plus variés, ce qui enlève à de tels systèmes une bonne partie de leur valeur pratique.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Sur des phénomènes d'auto-destruction et d'auto-agglutination chez les* Convoluta. Note de Mme **Anna Drzewina** et de M. **Georges Bohn**, présentée par M. Henneguy.

Nous avons cherché à montrer, sur divers animaux d'eau douce et marins, l'importance du facteur *masse* dans la résistance à la nocivité du milieu : masse d'animaux, masse du liquide ambiant. Certaines espèces, vis-à-vis de certaines substances, résistent d'autant mieux que les individus sont en plus grand nombre et dans un volume plus restreint de la solution toxique. Mais il y a des cas où, au contraire, la résistance se trouve accrue du fait que les individus sont peu nombreux, voire baignés dans une grande masse de liquide. Une hypothèse qui tiendrait compte de l'ensemble des faits que nous avons observés consisterait à dire que tout se passe comme si, en présence d'une solution nocive, les animaux émettaient rapidement une substance, ou des substances, qui aurait pour effet de les désensibiliser ou de les sensibiliser. On assiste de la sorte, suivant les espèces et suivant les solutions, à une auto-protection ou à une auto-destruction. Nous avons cité comme étant dans ce dernier cas les *Polycelis nigra* (1). Nous pouvons y ajouter aujourd'hui les *Convoluta*, traitées par le chlorure de potassium.

Nous avons effectué sur cette espèce, récoltée journellement, de juillet à octobre, sur la petite plage de Buguélès (Côtes-du-Nord), un grand nombre d'expériences. Nous nous servions généralement d'une solution mère de KCl préparée avec $74^{g},6$ de ce sel pour un litre d'eau de mer (en quelque

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 107.

sorte une solution normale de KCl dont l'eau de mer serait le solvant), et que l'on diluait au vingtième; des solutions au-dessus ou au-dessous de ce taux avaient une action trop brutale ou trop lente pour le but que nous nous proposions. Chaque série d'expériences portait comparativement sur deux lots qui ne différaient l'un de l'autre que soit par la masse des individus, soit par la masse du liquide. On avait, par exemple :

a. 2^{cm^3} de la solution de KCl + 25 *Convoluta;*

b. 2^{cm^3} de la solution de KCl + 250 *Convoluta* (environ);

ou bien :

a. 2^{cm^3} de la solution de KCl + 25 *Convoluta;*

b. 20^{cm^3} de la solution de KCl + 25 *Convoluta*.

L'effet de la solution toxique se manifeste rapidement en une cytolyse progressant d'arrière en avant et amenant la rupture du corps en deux ou trois ou plusieurs tronçons, la partie antérieure abandonnant successivement les portions en voie de cytolyse. Souvent les amputations commencent en moins d'une minute; suivant que l'attaque est plus ou moins brutale, elles portent sur une plus ou moins grande longueur du corps, rejetée d'emblée ou par déchirures répétées, tantôt après traction, tantôt sans effort apparent; dans les cas extrêmes, les « têtes », c'est-à-dire les parties antérieures restées indemnes et qui continuent à marcher sont réduites à peu de choses. Si le terme, qui est de Giard, n'était pas abusif, on serait tenté de dire qu'il y a là « autotomie protectrice »; nous avons, en effet, souvent observé que les lots peu sensibles où les ruptures se produisent à peine périssent avant les autres. Nous comptons revenir ailleurs sur le détail de ces expériences; le fait sur lequel nous insisterons aujourd'hui est celui-ci : quand les *Convoluta* sont réunies en grand nombre ou bien placées dans un petit volume de liquide, les effets de KCl sont beaucoup plus désastreux que dans le cas contraire, et se manifestent en particulier par le phénomène d'agglutination.

Soient deux verres de montre contenant respectivement dans 2^{cm^3} de la solution mère de KCl diluée au vingtième : *a*, 20 *Convoluta*; *b*, plusieurs centaines de *Convoluta*. Dans *a*, au bout de 1 à 2 minutes, ou plus tôt, ou plus tard, la sensibilité étant variable suivant les lots, les cytolyses et les ruptures commencent à se produire. Mais elles atteignent rarement la totalité des individus, et les « têtes », après s'être débarrassées des parties cytolysées, peuvent continuer à vivre et à se déplacer pendant 24 heures et davantage.

Dans *b*, le phénomène, plus brutal, n'a pas tout à fait la même allure. Aussitôt que les premiers individus se sont rompus et cytolysés — et c'est souvent presque instan-

tané, — ils s'agglomèrent et agissent sur les autres comme un centre d'agglutination. Toute *Convoluta* qui, dans sa course rapide et incessante, passe à proximité est comme happée par un piège : après quelques contorsions, elle s'immobilise et meurt, souvent même sans se cytolyser. Tant que l'amas est petit, il y a encore pas mal de *Convoluta* qui parviennent à se dégager, mais à mesure qu'il grandit l'action s'exalte, et tout individu qui arrive à son contact demeure fixé; souvent en moins de 5 minutes, la presque totalité des individus sont morts, agglutinés en un, deux ou plusieurs amas chevelus.

Ce phénomène d'agglutination des *Convoluta* nous paraît présenter une certaine analogie avec ceux décrits récemment par les bactériologistes au sujet de l'accolement des microbes aux leucocytes. On admet que ces derniers quand ils sont morts laissent échapper un « principe », une substance qui agit, en les agglutinant, sur les microbes sensibilisés par un immun-sérum. Dans le cas des *Convoluta* traitées par K Cl, une substance émise par les individus en voie de cytolyse agirait sur ceux encore indemnes en amenant leur agglutination. L'auto-destruction ainsi déterminée est, comme on l'a vu, fonction de la masse des individus et de la masse du liquide ambiant.

MORPHOLOGIE. — *Signification morphologique du tissu glandulaire endocrinien du testicule des Urodèles.* Note (1) de M. M. **Aron**, *présentée par* M. Widal.

En des communications antérieures (2), nous avons étudié le tissu glandulaire qui prend temporairement naissance dans le testicule, à l'époque des amours, chez les Brataciens Urodèles. Nous avons montré le caractère endocrinien de ce tissu et, par une série d'expériences, nous avons pu mettre nettement en évidence son rôle dans la détermination des caractères sexuels secondaires et des manifestations du rut. La présente Note a pour but d'appeler l'attention sur la signification morphologique de cette glande périodique.

Nous rappellerons d'abord brièvement sa genèse.

Le tissu glandulaire dont il s'agit apparaît dans la région du hile testiculaire à

(1) Séance du 23 janvier 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 57; *C. R. de la Soc. de Biol.*, t. 85, 1921, p. 482.

l'époque du rut, c'est-à-dire, pour l'espèce étudiée (Triton crêté), vers le mois d'avril. Il se forme aux dépens des cellules de Sertoli contenues dans les cystes à spermies. Ces cellules prolifèrent et se chargent d'abondantes enclaves lipoïdiques, cependant que disparaissent les spermatozoïdes. L'ancienne cavité du cyste finit par se trouver comblée par les éléments en question, et, par suite de la régression de sa paroi propre, elle fait place à un amas glanduliforme entouré de tissu vasculo-conjonctif. Un tel massif cellulaire a une existence passagère. Nous avons montré qu'après un court délai de fonctionnement, il subit une véritable et rapide atrophie, tandis que, par le même mécanisme, se forment dans son voisinage, tant que dure le rut, de nouveaux massifs identiques. En résumé, le tissu glandulaire du testicule des Urodèles résulte de la prolifération et de la transformation endocrine des éléments nourriciers des cellules séminales.

Si la signification physiologique de ce tissu endocrinien est, comme nous en avons apporté la preuve expérimentale, identique à celle de la glande interstitielle du testicule des Mammifères, on voit qu'au contraire sa signification morphologique apparaît toute particulière. C'est elle qu'il importe, dès à présent, d'éclairer.

La première question qui se pose à cet égard est celle de la cause qui détermine la prolifération, à une époque déterminée, des éléments nourriciers de certains cystes.

Champy (1913) [1] constatait la formation du tissu glandulaire, déjà signalé par Pérez dès 1904, en des cystes vidés de leur contenu. Dans une Note récente [2] cet auteur a émis l'hypothèse que la multiplication des cellules de Sertoli est en rapport avec l'abondante phagocytose de spermies qui se produit lors du rut. Les enclaves lipoïdiques représenteraient donc les produits d'une véritable activité macrophagique de la part des cellules nourricières. Il est incontestable que, dans les cystes où se forme le tissu glandulaire, se rencontrent parfois des spermatozoïdes dégénérés. Mais ce sont là des éléments retardataires étouffés par la prolifération sertolienne. On observe aussi, dans la zone en cours d'évolution endocrine, des cystes remplis de spermies en régression, où cette prolifération n'a pas lieu. Les phénomènes de dégénérescence des gamètes sont donc contingents. Nous estimons que c'est dans l'élimination physiologique des spermies, dans la vacuité des cystes qui en résulte, qu'il faut voir le stimulus à la multiplication des cellules de Sertoli. C'est la rupture de l'équilibre entre les éléments

---

(1) *Arch. de Zool. gén. et exp.*, t. 52, fasc. 2.
(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 482.

nourris et les éléments nourriciers qui provoque l'excitation réactionnelle de ces derniers. Il y a là un processus superposable à la formation du corps jaune de l'ovaire chez les Mammifères. Dans les deux cas les cellules nourricières se divisent rapidement par amitose à la suite de l'évacuation, en tout ou partie, du contenu folliculaire, et aboutissent à la constitution d'une glandule transitoire.

La deuxième question qui reste à envisager, et la plus délicate, est celle de la valeur morphologique de ces pseudo-corps jaunes. Pour donner naissance à ces formations de rôle endocrinien, les cellules exocrines nourricières des spermies augmentent purement et simplement de nombre et se chargent d'enclaves lipoïdiques plus abondantes, mais vraisemblablement identiques à celles qu'ils renferment habituellement. On est donc amené à se demander pourquoi, dans les conditions normales, les cellules de Sertoli n'exercent pas constamment une activité endocrine de même ordre. Mais cette difficulté d'interprétation n'est qu'apparente. Rappelons que la genèse du tissu glandulaire s'accompagne de la disparition de la paroi des cystes et que les massifs cellulaires formés dans leur cavité entrent alors, et seulement alors, en rapport direct avec le tissu conjonctif et les vaisseaux du voisinage. Au total il se produit en toute évidence, à ce stade, un *changement de polarité sécrétoire* des éléments sertoliens qui, peut-être, s'accompagne d'une émigration du centrosime analogue à celle que récemment Masson a montrée dans les cellules tumorales à polarité inversée. Nous avons pu d'ailleurs provoquer expérimentalement la multiplication des cellules de Sertoli et la genèse de formations voisines des pseudo-corps jaunes endocriniens sans qu'en résulte par contre aucune modification de la polarité de ces éléments, par suite aucune action générale sur l'organisme. L'ablation bilatérale, en dehors du rut, des corps adipeux qui coiffent les testicules, a pour effet la multiplication compensatrice des cellules de Sertoli qui se chargent de granulations osmio-réductrices plus abondantes qu'avant l'opération et tendent à envahir certains cystes. Le processus débute donc comme celui ci-dessus décrit, mais il n'a pour résultat, ni la rupture du cyste et l'organisation endocrine de son contenu, ni l'apparition des signes du rut.

Les considérations qui précèdent nous semblent de nature à suggérer le rapprochement des phénomènes observables chez les Urodèles avec ceux qui se manifestent chez les espèces à glande interstitielle périodique ou permanente. Nous venons de montrer que, chez les Urodèles, c'est le même produit de secrétion qui paraît utilisé, soit en vue de la nutrition des cel-

lules germinales, soit en vue de la détermination des caractères sexuels. On est en droit de se demander s'il n'en est pas de même dans toute la série des Vertébrés et si la glande interstitielle, là où on l'observe, n'a pas la valeur d'un perfectionnement dans le sens que nous indiquons.

On est ainsi entraîné à admettre qu'elle assume l'exercice simultané de la double polarité, exocrine et endocrine, que l'on voit chez les Urodèles mise en jeu alternativement, et qu'elle représente un tissu destiné à suppléer les cellules de Sertoli, désormais vouées, par le progrès de leur différenciation, au rôle purement exocrine d'intermédiaire entre le milieu nourricier et la lignée germinale. Quant à la cause déterminante du développement de la glande interstitielle au cours de la phylogénèse, il faudrait la rechercher dans l'influence que l'élimination physiologique, périodique ou permanente des spermies, exerce sur les cellules conjonctives de voisinage, dès que la cellule de Sertoli devient inapte à réagir aux changements d'équilibre entre éléments nourriciers et éléments nourris. S'il en est ainsi, on conçoit qu'outre la fonction endocrine, mise indéniablement en lumière par les travaux de Bouin et Ancel, la cellule interstitielle exerce également une fonction exocrine, en cédant une partie du produit de son activité aux éléments sertoliens. La notion de la double polarité fonctionnelle de la glande interstitielle du testicule, celle du couplage entre cette glande et les cellules de Sertoli, est apte à permettre l'interprétation logique de nombreux faits, apparemment disparates, relatifs au tissu glandulaire du testicule dans la série des Vertébrés.

A 17 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La **Section de Géographie et Navigation**, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Alfred Grandidier* :

En première ligne . . . . M. **Gustave Ferrié**

En seconde ligne, ex æquo et par ordre alphabétique . . . . MM. **Félix Arago**, **Eugène Fichot**, **Georges Perrier**, **Edouard Perrin**, **Jean Tilho**

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures et demie.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 3 janvier 1922.)

Ouvrages présentés :

Page 22, ligne 12, le nom de l'auteur Jean Delphy a été omis.

(Séance du 16 janvier 1922.)

Note de M. *F.-E. Fournier*, Relations entre les formes de carène d'un navire, les déplacements relatifs de sa houle satellite, etc. :

Page 136, formule (8), *au lieu de* w'^2, *lire* w^2.

Note de M. *Muguet*, Le plomb dans les minerais d'urane de Madagascar :

Page 172, ligne 15, *au lieu de* samiésite, *lire* samirésite.

Note de M. *Maurice Leriche*, Les vestiges du Lutétien, remaniés dans le Quaternaire du nord de la France :

Page 175, ligne 13, *au lieu de* microsphérique, *lire* macrosphérique.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 FÉVRIER 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le tome 169 (1919, second semestre) des *Comptes rendus* est en distribution au secrétariat.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 4 février 1922, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Maurice d'Ocagne** pour occuper la place d'Académicien libre vacante par le décès de M. *J. Carpentier*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Maurice d'Ocagne** prend place parmi ses Confrères.

MÉCANIQUE. — *Quelques remarques sur la relativité.* Note de M. **L. Lecornu**.

I. Le principe classique de relativité est parfois énoncé en ces termes : « Les lois de la nature sont les mêmes pour des observateurs qui sont en mouvement de translation uniforme l'un par rapport à l'autre. »

C'est là une formule inexacte, comme le montre l'exemple simple que voici. Soit un plan horizontal sur lequel on a tracé deux axes rectangulaires Ox, Oy, issus d'un point fixe O, et sur lequel se déplacent deux axes $O'x'$, $O'y'$, parallèles aux premiers, l'origine O' parcourant Ox avec une vitesse constante v. Si, à l'instant initial, O' coïncide avec O, la distance OO' est, au bout du temps t, égale à vt. Imaginons maintenant que l'en-

semble tourne autour de la verticale de O avec la vitesse angulaire constante ω. Un observateur lié au système xOy constate qu'une masse m susceptible de glisser sans frottement sur Ox et retenue par un fil de longueur r attaché en O exerce sur ce fil la traction constante $m\omega^2 r$. Un autre observateur, lié au système $x'O'y'$, trouve qu'un fil identique attaché en O' reçoit d'une masse m mobile sur $O'x'$ la traction croissante $m\omega^2(r+vt)$. Bien entendu, dans cette expérience, le point O' est lui-même sollicité par la force centrifuge $m\omega^2 vt$, égale et contraire à la partie variable de la tension du fil. Mais l'observateur mobile est censé ne pas s'en apercevoir; il peut être enfermé dans un véhicule parcourant la voie Ox et freiné extérieurement de façon à conserver la vitesse v; la variation de tension ne l'en avertit pas moins qu'il est en mouvement.

Le principe de relativité suppose, en somme, que les axes conservent une orientation invariable par rapport à la sphère céleste.

L'énoncé que je critique se trouve textuellement à la page 114 du récent Ouvrage de M. Gaston Moch sur *La relativité des phénomènes*. Si je nomme cet auteur, c'est parce que, à la page 251, il m'impute une « confusion étrange » que j'aurais commise à propos du même principe quand, dans mon Livre de 1918 *La mécanique : les idées et les faits*, j'ai exprimé une remarque équivalente, au fond, à celle que je viens de faire. Il ne s'aperçoit pas que lui-même, à cet endroit, confond le principe de relativité avec un autre tout différent, qui est celui de l'indépendance entre l'effet d'une force et la vitesse de son point d'application.

II. On lit dans le même Ouvrage de M. Moch (p. 230) à propos du déplacement séculaire du périhélie de Mercure : « Poincaré, suivi par Lecornu, le réduit à 38'', auquel cas Einstein donnerait une valeur calculée trop forte de 13 pour 100. Vérification faite à l'Observatoire, grâce à l'obligeance de M. Nordmann, Le Verrier a bien trouvé 43'', à un ou deux dixièmes de seconde près. »

A cela, M. Nordmann vient de répondre en ces termes [1] : « D'après les calculs récents de Grossmann, il résulte des observations astronomiques réunies par Newcomb que la valeur effectivement constatée du déplacement séculaire du périhélie de Mercure est non pas de 43'', comme le croyait Le Verrier, mais de 38'' tout au plus. »

Quoi qu'il en soit, M. D. Berthelot a indiqué en 1916 [2] que le dépla-

(1) *Einstein et l'Univers*, p. 168.

(2) *Bulletin de la Société internationale des Électriciens.*

cement du périhélie de Mercure pourrait fort bien s'expliquer par l'intervention d'une force agissant, dans le plan de l'orbite, perpendiculairement à la vitesse, et proportionnellement à cette vitesse. C'est là un genre de forces que nous sommes habitués à rencontrer en Mécanique, notamment dans la théorie de l'effet gyroscopique et dans celle des mouvements relatifs (force centrifuge composée). Elles jouent aussi un rôle dans la dynamique des électrons.

Il est naturel de se demander si la déviation einsteinienne des rayons lumineux au voisinage du Soleil ne pourrait pas, à son tour, être attribuée à l'action combinée d'une pareille force et de l'attraction newtonienne. Le calcul suivant a pour objet de répondre à cette question.

III. Soit un point matériel de masse *un* mobile dans un plan où il est sollicité simultanément par deux forces : l'une, F, dirigée vers un centre fixe O et fonction de la distance r à ce centre; l'autre, Φ, perpendiculaire à la vitesse v et ayant une expression de la forme $v f(r)$, dans laquelle $f(r)$ désigne une fonction donnée de r. Pour avoir le moment de Φ par rapport à O, il suffit d'observer que la projection de cette force sur la direction perpendiculaire au rayon est $f(r)\frac{dr}{dt}$, et que le moment s'obtient en multipliant par r cette projection. D'après cela, si l'on appelle θ l'angle polaire, le théorème des aires fournit l'équation

$$\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right)=f(r)\,r\frac{dr}{dt},$$

d'où, en appelant $r^2\psi(r)$ la fonction primitive de $r f(r)$,

$$r^2\left[\frac{d\theta}{dt}-\psi(r)\right]=\text{const.} \tag{1}$$

On voit que la vitesse aréolaire est constante par rapport à des axes tournant autour de O avec la vitesse variable $\psi(r)$.

D'autre part, le travail de Φ étant constamment nul, l'intégrale des forces vives donne, en appelant U le potentiel de F,

$$v^2+2\mathrm{U}=\text{const.} \tag{2}$$

Les équations (1) et (2) montrent que dans le cas de l'attraction newtonienne la trajectoire est une conique rapportée à des axes tournant avec une vitesse déterminée en fonction de r. Pour une planète, r oscille entre des limites assez rapprochées. Si l'on suppose alors négligeables les variations de $\psi(r)$, on peut dire que la trajectoire est une ellipse dont les axes

tournent uniformément. La condition pour que cette rotation soit de même sens que le mouvement sur l'ellipse est que $\psi(r)$ ait une valeur positive.

Dans le cas d'un rayon lumineux assimilé à une trajectoire képlérienne, celle-ci est une hyperbole et il devient nécessaire de tenir compte des variations de $\psi(r)$. Voici comment on peut alors calculer la déviation totale, égale à l'angle des asymptotes.

Soit $d\alpha$ l'angle de contingence, c'est-à-dire l'angle dont tourne la tangente pendant que r éprouve la variation dr. Soit p la distance de O à cette tangente. Le pied de la perpendiculaire abaissée de O se trouve à la distance $\sqrt{r^2-p^2}$ du point de contact de la tangente. La déviation $d\alpha$ fait donc éprouver à p une variation dp égale à $\sqrt{r^2-p^2}\,d\alpha$, d'où

$$d\alpha = \frac{dp}{\sqrt{r^2-p^2}}.$$

Comme $pv = r^2\frac{d\theta}{dt}$, l'équation (1) peut s'écrire

$$pv = r^2\psi(r) + \text{const.}$$

A l'infini, p prend une valeur limite ρ (distance de O à l'asymptote) et v devient la vitesse c de la lumière en dehors de tout champ de gravitation. Admettons que $r^2\psi(r)$ s'annule dans ces conditions et posons, d'une façon générale,

$$r^2\psi(r) = \varepsilon.$$

Il vient

$$pv = \rho c + \varepsilon.$$

D'autre part, U s'annulant à l'infini, la constante des forces vives est égale à c^2. On trouve ainsi

$$p = \frac{\rho c + \varepsilon}{\sqrt{c^2 - 2U}},$$

d'où

$$d\alpha = \frac{1}{\sqrt{r^2(c^2-2U)-(\rho c+\varepsilon)^2}}\left[d\varepsilon + \frac{(\rho c+\varepsilon)\,dU}{c^2-2U}\right].$$

Cette expression se simplifie si, vu la grandeur de c, on regarde comme négligeables $2U$ en présence de c^2 et ε en présence de ρc. Il reste alors

$$d\alpha = \frac{1}{c\sqrt{r^2-\rho^2}}\left[d\varepsilon + \frac{\rho}{c}\,dU\right].$$

La déviation totale δ s'obtient en intégrant cette expression, par rapport à r, depuis le minimum de r, égal sensiblement à ρ, jusqu'à l'infini, et doublant le résultat.

Soit $U = -\frac{\mu}{r}$ le potentiel newtonien. Si l'on commence par annuler ψ, et par conséquent ε, la déviation est

$$\delta = \frac{2\mu\rho}{c^2}\int_\rho^\infty \frac{dr}{r^2\sqrt{r^2-\rho^2}} = \frac{2\mu}{c^2\rho}.$$

On sait que, d'après Einstein, ce résultat serait deux fois trop faible. Mais il est clair que, d'une infinité de manières, on peut doubler δ en imposant à la fonction ε l'unique condition

$$(3) \qquad \int_\rho^\infty \frac{d\varepsilon}{\sqrt{r^2-\rho^2}} = \frac{\mu}{c\rho}.$$

Une solution particulièrement simple consiste à poser

$$\varepsilon = \frac{\rho}{c}U.$$

Si l'on adopte cette solution, il vient

$$(4) \qquad r^2\psi(r) = -\frac{\mu\rho}{cr} \quad \text{et} \quad rf(r) = \frac{\mu\rho}{cr^2},$$

d'où

$$f(r) = \frac{\mu\rho}{cr^3},$$

c'est-à-dire que la fonction f varie alors en raison inverse du cube de la distance au Soleil.

La loi à laquelle on parvient ainsi est semblable à celle de l'action d'un aimant sur une charge électrique mobile, comme si la force Φ était due à l'aimantation du Soleil. Cherchons si cette loi peut régir à la fois le déplacement du périhélie de Mercure et la déviation des rayons lumineux.

La théorie d'Einstein, à peu près vérifiée par l'observation, donne, pour le déplacement du périhélie à chaque révolution de la planète, la valeur $\frac{6\pi\mu}{c^2a(1-e^2)}$ dans laquelle a désigne le demi-grand axe et e l'excentricité égale, pour Mercure, à 0,20. Avec une erreur de 4 pour 100 seulement, nous pouvons remplacer $1-e^2$ par l'unité. La durée de la révolution est, d'après la troisième loi de Kepler, $2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$, en sorte que la vitesse de rotation du grand axe a pour valeur $\frac{3}{c^2}\sqrt{\frac{\mu^3}{a^5}}$.

Ici, nous admettons, pour cette même vitesse, l'expression $\psi(a)$ égale à $\frac{\mu\rho}{ca^3}$. Il faudrait donc que l'on eût $\rho = \frac{3}{c}\sqrt{a\mu}$ ou bien, en unités G.G.S., $\rho = 2{,}77.10^9$, tandis que le rayon du Soleil est réellement 7.10^{10}, c'est-à-dire 25 fois plus grand. Il y a une difficulté encore plus grave : le sens du déplacement du périhélie exige que la fonction ψ soit positive, alors que l'équation (4) donne une valeur négative. Cette divergence montre que, dans le voisinage immédiat du Soleil, les phénomènes sont plus compliqués que nous ne l'avons supposé en dernier lieu. Mais répétons que la formule (3) laisse subsister une grande latitude dans le choix de la fonction ε.

IV. On sait que, d'après Hertz, il n'existe pas d'actions à distance et la Mécanique se ramène entièrement à des mouvements de masses, visibles ou cachées, assujetties à des liaisons de contact, visibles ou cachées, mouvements qui vérifient le *principe de moindre contrainte* établi par Gauss. Sans doute, dans sa pensée, les masses cachées et les liaisons cachées concerneraient l'éther, envisagé dans ses relations avec la matière. Si l'on adoptait ce point de vue, les forces Φ devraient, au même titre que les forces de gravitation, être regardées comme des manifestations de la présence de l'éther, grâce auxquelles les phénomènes astronomiques s'expliqueraient par le principe de moindre contrainte, sans obliger l'intelligence humaine à sacrifier ses notions intuitives de l'espace et du temps.

ASTRONOMIE. — *Sur la détermination interférentielle des diamètres des étoiles dont l'éclat superficiel n'est pas uniforme.* Note de M. **Maurice Hamy**.

Mes recherches [1] sur la diffraction des images des astres circulaires, observées au foyer d'une lunette diaphragmée par une fente rectiligne, m'ont conduit à exprimer analytiquement l'éclat du disque, en un point quelconque, lorsqu'il diminue du centre au bord, par suite de l'absorption d'une atmosphère symétrique.

Soit ρ le rapport, au demi-diamètre de l'astre, de la distance angulaire d'un point du disque. On démontre que l'éclat, en ce point, s'exprime par la série convergente

$$(1) \qquad E = A_0 + A_1\sqrt{1-\rho^2} + A_2(1-\rho^2) + A_3(1-\rho^2)^{\frac{3}{2}} + A_4(1-\rho^2)^2 + \ldots,$$

(1) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1917 et 1920; *Bulletin astronomique*, 1920.

$A_0, A_1, A_2, \ldots$ étant des constantes dépendant de la constitution de l'atmosphère de l'astre.

La formule (1), même limitée à quelques termes, représente fort exactement les faits dans le cas du Soleil. Prenons, en effet, comme point de départ, les déterminations suivantes ([1]) de l'eclat de la surface, le long d'un rayon, pour les radiations de longueur d'onde $\lambda = 0^{\mu},5062$:

ρ......	0,00	0,20	0,40	0,55	0,65	0,75	0,825	0,875	0,92	0,95	0,97
E.....	1,0000	0,9891	0,9510	0,8998	0,8516	0,7871	0,7196	0,6605	0,5909	0,5289	0,4719.

Arrêtant le développement (1) au terme en $(1-\rho^2)^2$, la méthode des moindres carrés donne

$$A_0 = 0,257379,$$
$$A_1 = 0,941025,$$
$$A_2 = -0,255333,$$
$$A_3 = 0,076874,$$
$$A_4 = -0,019945.$$

Les éclats calculés par la formule sont les suivants :

ρ......	0,00	0,20	0,40	0,55	0,65	0,75	0,825	0,875	0,92	0,95	0,97
E.....	1,0000	0,9882	0,9505	0,9003	0,8521	0,7865	0,7195	0,6607	0,5911	0,5285	0,4721.

Ils diffèrent des données expérimentales, résumées dans le premier Tableau, de résidus très faibles qui ne dépassent pas l'ordre de grandeur de la précision des observations.

L'expression (1) de E se prête à une application intéressante, concernant les étoiles dont les diamètres peuvent être directement mesurés par la méthode interférentielle fondée sur une remarque énoncée par Fizeau ([2]).

Cette méthode ([3]) repose sur l'observation des franges d'Young qui se produisent au foyer d'une lunette, dirigée sur une source lumineuse lointaine, de faible diamètre angulaire ε, dont l'objectif est recouvert d'un écran percé de deux fentes égales et parallèles. La théorie et l'expérience montrent que la netteté des franges diminue, lorsqu'on augmente graduellement la distance l des centres des fentes; elles disparaissent totalement au

---

([1]) C.-G. Abbot, F.-E. Fowle and L.-B. Aldrich, *On the distribution of radiation over the sun's disk and new evidence of the solar variability* (*Smithsonian miscellaneous collections*, vol. 65).

([2]) *Comptes rendus*, Rapport sur le prix Bordin pour 1868.

([3]) Hamy, *Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'an* 1919 (notice B).

moment où l atteint une valeur telle que

$$\varepsilon = 1,22\,\frac{\lambda}{l}, \tag{2}$$

λ étant la longueur d'onde des radiations admises dans l'œil de l'observateur. Cette relation suppose d'ailleurs essentiellement que la source est uniformément éclairée. Dans cette hypothèse, la mesure de la distance des fentes qui correspond à l'évanouissement des franges, fait connaître la valeur du diamètre ε, si cette distance est suffisamment grande par rapport à la largeur commune des deux fentes. La relation (2) montre qu'il faudrait pouvoir éloigner les fentes à plus de 12^{m}, pour mesurer un diamètre voisin de $0'',01$. En conséquence, aucun instrument existant ne peut servir à étudier directement le diamètre de sources d'aussi faible étendue angulaire. Mais il y a un moyen détourné, d'application d'ailleurs difficile, de rendre une lunette utilisable, pour un pareil objet. Il consiste à ramener, par des réflexions sur des miroirs plans, deux faisceaux émanant de la source et primitivement très écartés à pénétrer parallèlement, dans l'instrument, avec une très faible différence de marche. L'écartement des faisceaux primitifs joue alors le rôle de la distance l, dans la formule (2). C'est par un dispositif de ce genre, organisé par A. Michelson, que le diamètre de l'étoile α Orion, supposée d'éclat uniforme, a été mesuré par Pease et Anderson, à l'Observatoire du mont Wilson.

L'application de la méthode interférentielle peut s'étendre aux étoiles entourées d'une atmosphère absorbante dont la surface n'est pas uniformément lumineuse. Il est même possible de déterminer à la fois la valeur du diamètre et les variations d'éclat superficiel de l'astre, le long d'un rayon, en prenant comme point de départ les valeurs, supposées observées, du rapport des intensités des maxima et minima des franges, correspondant à des valeurs connues de l'écartement des fentes. Appelons l la distance des fentes qui correspond à l'évanouissement des franges. Le rapport de l'intensité des maxima à celle des minima est alors égal à 1. Désignons par K_i le rapport de ces intensités, lorsque la distance des fentes a pour valeur l_i, et par α_i le rapport connu $\frac{l_i}{l}$. Si l'on pose $m = \pi\frac{l\varepsilon}{\lambda}$ et $m_i = \pi\frac{l_i\varepsilon}{\lambda}$, ε étant le diamètre de l'astre, on a $m_i = m\alpha_i$. Égalant à K_i l'expression analytique donnant, en fonctions des constantes A de la formule (1), le rapport de l'intensité des maxima à celle des minima, pour la distance des fentes l_i, on est conduit à une relation de la forme suivante, dans laquelle les fonctions f et F sont

connues,

(3) $$A_0[f_0(m_i) - K_i F_0(m_i)] + A_1[f_1(m_i) - K_i F_1(m_i)] + \ldots = 0$$

qui fournit autant d'équations linéaires auxquelles sont assujettis les A que l'on possède d'observations du rapport K. L'exemple donné ci-dessus, dans le cas du Soleil, montre d'ailleurs que l'on peut réduire à quelques termes seulement l'expression (1) de E. D'une façon générale, si l'on possède n observations du rapport K, on conservera A_0, $A_1, \ldots$, A_{n-1}, dans la formule générale. Ces n constantes qui ne sont pas toutes nulles devant vérifier n équations linéaires homogènes, le déterminant ayant pour éléments les coefficients des A est nécessairement nul. Soit $m = \mu$ la plus petite racine positive de l'équation en m ainsi obtenue, la relation $\mu = \pi \frac{l\varepsilon}{\lambda}$ fournit la valeur exacte du diamètre ε. Faisant $m = \mu$, dans les n équations linéaires, ces équations se réduisent à $n - 1$ distinctes qui permettent d'évaluer les rapports $\frac{A_1}{A_0}, \frac{A_2}{A_0}, \ldots, \frac{A_{n-1}}{A_0}$. Le problème est ainsi complètement résolu.

La solution de la question se ramène, en somme, à la discussion d'une équation transcendante en m. Cette équation ne peut fournir la valeur de μ que par des substitutions numériques suffisamment serrées et un calcul d'interpolation, μ prend d'ailleurs la valeur $1,22\pi$, dans le cas où la surface de l'astre est uniformément éclairée.

Les fonctions f et F, figurant dans l'équation en m, dépendent d'intégrales de la forme $\int_0^1 (1 - x^2)^{p+\frac{1}{2}} \cos qx\, dx$, où p est un entier positif ou nul et q un nombre peu élevé. Toutes les intégrales obtenues, en faisant varier p, s'expriment en fonction de celles qui correspondent à $p = 1$ et à $p = 0$. Cette dernière a d'ailleurs été mise en table; elle intervient dans la théorie de la diffraction par une ouverture circulaire.

L'application des considérations précédentes à l'étoile géante Beltégeuse serait particulièrement intéressante. Il est en effet difficile *a priori* de se faire une idée de ce que peut être l'atmosphère d'une étoile aussi immense et dans un état de condensation aussi peu avancé.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *L'accoutumance du ferment lactique aux poisons. (Spécificité, simultanéité et alternance).* Note de MM. **Charles Richet**, **Eudoxie Bachrach** et **Henry Cardot**.

Ayant établi ce fait fondamental, que le ferment lactique s'accoutume aux milieux toxiques dans lesquels on l'a ensemencé, nous avons étudié

cette accoutumance d'une manière plus approfondie, aux points de vue de la spécificité, de la simultanéité et de l'alternance.

I. *Spécificité.* — L'accoutumance est spécifique, en ce sens que le ferment accoutumé à tel poison déterminé n'est pas accoutumé à tel autre.

Voici, pris parmi beaucoup d'autres, des nombres qui le prouvent (¹) :

Spécificité de l'accoutumance (²).

	Teneur de la solution de culture en AsO^4K^3.		
	$0^g,05$.	$0^g,45$.	$0^g,85$.
Souche accoutumée à AsO^4K^3	86	50	37
Souche accoutumée à $TlNO^3$	68	0	0

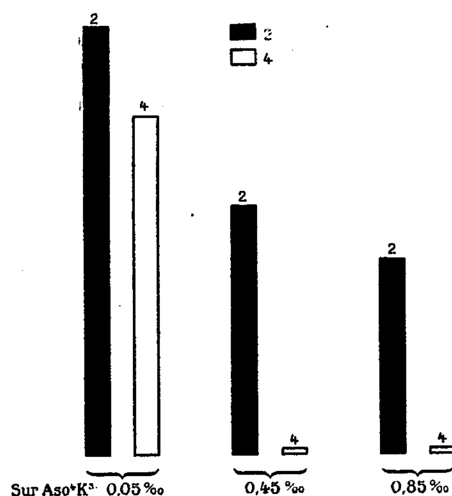


Fig. 1.

Ainsi les seuls ferments pouvant pousser sur les solutions arsénicales toxiques sont ceux qui sont accoutumés à l'arsenic, et il n'y a pour pousser

(¹) Si la lecture de ces chiffres paraît ardue, on se reportera aux nombreux graphiques que nous donnons ici, lesquels rendront extrêmement simple la compréhension.

(²) Les nombres indiquent l'acidité de la liqueur fermentée après 22 heures de fermentation. Ils sont toujours rapportés à 100, 100 étant la quantité d'acide produite dans le même temps par une souche normale ensemencée sur milieu normal. Les quantités pondérales indiquées pour le poison sont toujours rapportées à 1¹ de la solution.

sur les solutions cadmiques toxiques que les ferments accoutumés au chlorure de cadmium.

Spécificité de l'accoutumance.

	Teneur de la solution de culture				
	en $CdCl^2$.		ou en AsO^4K^3.		
	0g,25.	0g,50.	0g,25.	0g,50.	1g.
Souche normale	0	2,5	0	0	0
Souche arsenicale [1]	0	0	60	31	14
Souche cadmique	87	45	0	0	0

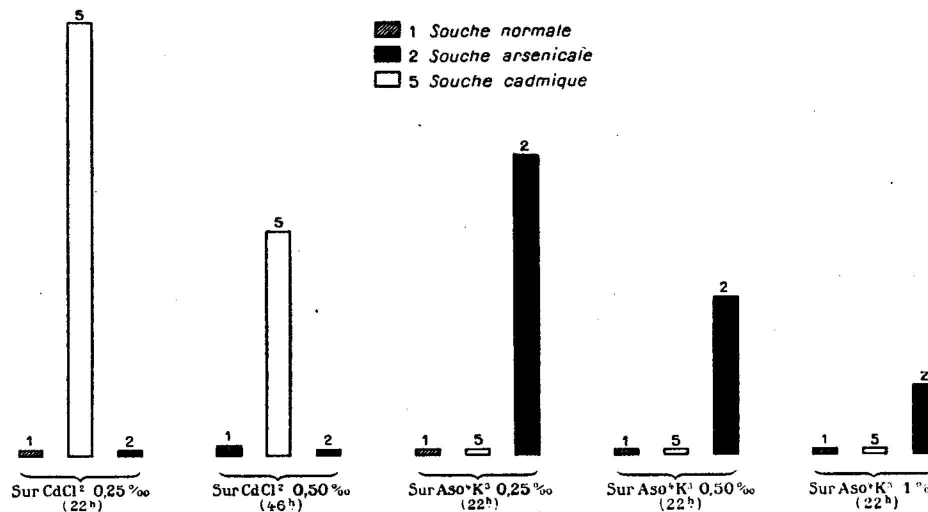


Fig. 2.

De même, la souche habituée au thallium n'est accoutumée ni à l'arsenic ni au cadmium. L'accoutumance est étroitement spécifique.

II. *Simultanéité.* — Il s'agissait de savoir si le ferment peut s'accoutumer simultanément à deux poisons. La réponse a été nettement positive.

---

(1) Nous appelons, pour simplifier, souche *arsenicale*, la souche qui a été, par une longue série de cultures, accoutumée à l'arséniate de K; souche *cadmique*, la souche qui a été, de même, accoutumée au $CdCl^2$, etc.

Simultanéité de l'accoutumance (*fig.* 3)

	sur AsO^4K^3.			sur $CdCl^2$.
	0g,25.	0g,50.	1g.	0g,25.
Souche normale	0	0	0	0
Souche arsenicale	60	31	14	»
Souche cadmique	»	»	»	87
Souche mixte, c'est-à-dire simultanément arsenicale et cadmique	59	33	12	68

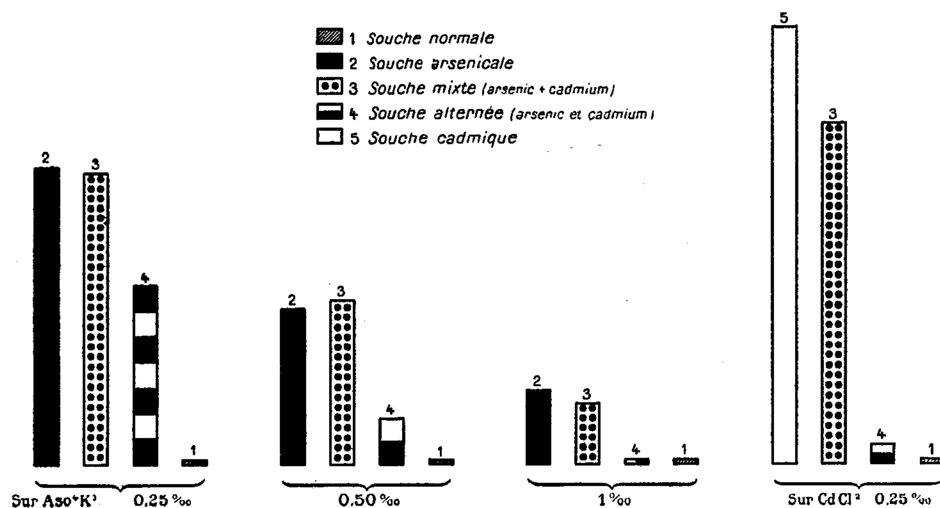


Fig. 3.

Donc la présence de l'arsenic ne gêne en rien l'accoutumance au cadmium, et le ferment est accoutumé simultanément à l'arsenic et au cadmium.

De même, si au lieu de $CdCl^2$ on ajoute à l'arsenic du nitrate de thallium, l'accoutumance à l'arsenic n'est nullement gênée.

Simultanéité de l'accoutumance (*fig.* 4) sur AsO^4K^3.

	0g,05.	0g,45.	0g,85.	1g,25.
Souche arsenicale	86	50	37	39
Souche mixte (As^3O^4 et $TlNO^3$)	86	55	38	36

Déjà l'adaptation héréditaire du protoplasma de la cellule microbienne à un poison était un fait très surprenant, mais l'adaptation à deux poisons agissant simultanément est plus extraordinaire encore.

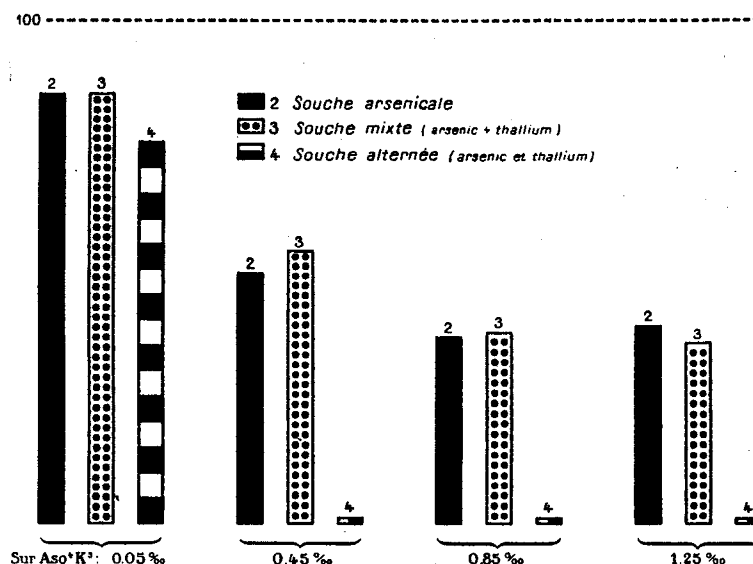


Fig. 4.

III. *Alternance de l'accoutumance.* — Après avoir prouvé l'accoutumance *simultanée* à deux poisons, nous avons étudié l'accoutumance *alternée*.

Voici comment fut instituée l'expérience :

Après que le ferment a végété pendant vingt-quatre heures sur de l'arséniate de K, on le fait végéter pendant le même temps sur $CdCl^2$; puis de nouveau sur AsO^4K^3, et l'on alterne ainsi toutes les vingt-quatre heures pendant plusieurs jours (onze jours).

Au bout de ce temps, on constate que le ferment est encore habitué aux deux toxiques, mais plus faiblement que lorsque l'accoutumance avait été simultanée, sans être interrompue par des alternances.

	Accoutumance alternée A (*fig.* 4) sur AsO^4K^3.			
	$0^g,05$.	$0^g,45$.	$0^g,85$.	$1^g,25$.
Souche mixte simultanée (arsenic et thallium)..	86	55	38	36
Souche alternée (arsenic et thallium).........	76	0	0	0

	B (*fig.* 3)			
	sur AsO^4K^3.			sur $CdCl^2$.
	0g,25.	0g,50.	1g.	0g,25.
Souche mixte simultanée (arsenic et $CdCl^2$)...	59	33	12	68
Souche alternée (arsenic et $CdCl^2$)...........	36	9	0	3
Souche normale..........................	0	0	0	0

	C (*fig.* 5)	
	sur AsO^4K^3 1 °/oo.	sur $CdCl^2$ 0g,50 °/oo.
Souche mixte simultanée (arsenic et $CdCl^2$)...	33	27
Souche alternée (arsenic et $CdCl^2$............	22	24
Souche normale..........................	0	2,5

100-------------------------------

3 *Souche mixte (arsenic + cadmium)*
4 *Souche alternée (arsenic et cadmium)*
1 *Souche normale*

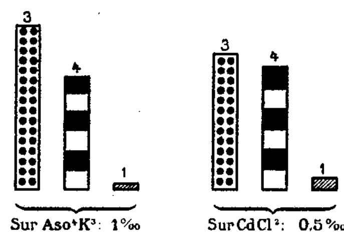


Fig. 5 (*).

(*) Les graphiques ci-joints se comprennent sans difficulté.

La hauteur des colonnes indique les proportions d'acide lactique formé.

La figure 1 montre la spécificité de l'accoutumance à l'arsenic, (2) représente la souche accoutumée à l'arsenic, (4) une souche accoutumée au thallium; on voit que cette dernière n'est pas accoutumée à l'arsenic.

La figure 2 montre à quel point l'accoutumance est forte pour $CdCl^2$ et AsO^4K^3. Elle montre aussi la spécificité, puisque les souches qui ont poussé sur AsO^4K^3 ne sont pas du tout accoutumées à $CdCl^2$, de même que les souches qui ont poussé sur $CdCl^2$ ne sont pas du tout accoutumées à AsO^4K^3.

Il est intéressant de constater que, même à des doses de 1g d'arséniate de K, le croît est encore plus fort pour le ferment accoutumé qu'aux doses de 0,25 pour le ferment non accoutumé.

La figure 3 montre que le mélange des deux poisons (souche mixte) n'empêche ni l'un ni l'autre d'amener l'accoutumance. Si la culture a été alternée (c'est-à-dire ayant poussé un jour sur $CdCl^2$, le lendemain sur AsO^4K^3, et ainsi de suite) il y a encore accoutumance — mais très légère accoutumance — à l'un et l'autre des deux poisons.

C'est aussi ce que montre très nettement la figure 4. On y voit très nettement que l'addition de nitrate de thallium n'a nullement modifié l'accoutumance à l'arsenic.

La figure 5 montre que l'alternance de deux poisons (arsenic et cadmium) est moins favorable à l'accoutumance que leur action simultanée continue.

La ligne en traits interrompus placée au haut des figures 3, 4, 5 indique graphiquement la proportion d'acide lactique formé par la souche normale sur milieu normal.

Ainsi l'alternance d'un antiseptique, sans détruire tout à fait l'accoutumance, la diminue notablement. C'est là un fait important au point de vue pratique, puisqu'il prouve que l'alternance des antiseptiques, laquelle empêche les microbes infectieux de s'accoutumer aux poisons, est un traitement antiseptique de choix, comme l'un de nous l'a d'ailleurs indiqué (¹).

IV. *Conclusions.* — 1° L'accoutumance des microbes à tel ou tel poison, transmise par hérédité, est *spécifique*, c'est-à-dire limitée au poison auquel ils ont été accoutumés.

2° La cellule microbienne peut s'accoutumer *simultanément* à deux poisons, et cette accoutumance à chacun de ces poisons est, dans certains cas au moins, aussi facile et aussi complète quand il y en a deux que quand il n'y en a qu'un seul.

3° Quand, au lieu de faire pousser simultanément les cultures sur les deux toxiques pour développer l'accoutumance, on alterne leurs cultures, l'accoutumance se produit encore, mais à un degré moindre que si l'action des toxiques était continue, au lieu d'être interrompue par des alternances (²).

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Recherches sur l'insuffisance protéopexique du foie dans l'hépatite dysentérique.* Note de MM. **F. Widal**, **P. Abrami** et **J. Hutinel**.

Après avoir fait connaître, par une série de recherches expérimentales dont les résultats ont été communiqués ici même, l'existence d'une fonction nouvelle du foie, à laquelle nous avons donné le nom de « fonction protéopexique », nous avons montré les services que pourrait rendre au médecin l'exploration de cette fonction, en lui permettant de dépister les moindres altérations de la glande hépatique. Grâce, en effet, à une épreuve des plus simples, celle de l'hémoclasie digestive, qui consiste, après avoir fait absorber au sujet, à jeun, un verre de 200^{g} de lait, à rechercher, par quelques numérations successives de ses globules blancs, l'existence ou l'absence

---

(¹) Charles Richet, *De l'emploi alternant des antiseptiques* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 589-591).

(²) Nos conclusions ne sont dues qu'à l'expérimentation sur le ferment lactique et sur quelques poisons. Mais il extrêmement probable que ces faits peuvent être généralisés, c'est-à-dire étendus à d'autres microbes et à d'autres toxiques. Il serait désirable que les nombreux expérimentateurs qui s'occupent de bactériologie entreprissent cette étude.

d'une crise hémoclasique, on apprécie si le foie exerce ou non sa fonction d'arrêt à l'égard des protéides incomplètement désintégrées que lui amène la veine porte à la suite de ce repas; en un mot, on décèle l'intégrité ou au contraire l'insuffisance de sa fonction protéopexique. Or, des recherches comparatives très nombreues nous ont permis d'établir que, de toutes les fonctions du foie, celle-ci, qui se prête le mieux à une exploration scientifique, est aussi la plus sensible à toutes les causes d'altération de l'organe hépatique. Nous avons fait voir que, non seulement l'insuffisance protéopexique se retrouve toutes les fois que d'autres fonctions du foie (la biliaire et l'uréogénique en particulier) sont atteintes, mais qu'elle apparaît dans bien des cas isolés, sans être accompagnée d'aucune des réactions qu'il est habituel de rencontrer au cours de l'insuffisance hépatique, et qu'elle constitue de la sorte le témoin le plus fidèle et le plus délicat de l'hépatisme latent.

Or il est une affection, dans laquelle la recherche de l'insuffisance protéopexique du foie présentait *a priori* un intérêt tout spécial : c'est l'amibiase hépatique. Alors même, en effet, que le parasite a déterminé les lésions massives de l'hépatite et provoqué un gros abcès, l'anatomie pathologique a montré depuis longtemps qu'il reste dans le foie des régions indemnes, où l'amibe n'a pas pénétré et qui conservent leur structure normale.

On pouvait donc supposer que la présence de ce tissu normal suffirait à contre-balancer l'action destructrice des foyers d'hépatite, et à assurer, au moins dans une certaine mesure, la persistance de la fonction protéopexique. Or c'est bien là ce qui se produit, en réalité.

Il était indiqué, tout d'abord, de rechercher l'influence que la dysenterie amibienne peut exercer elle-même, et en dehors de toute localisation apparente dans le foie, sur la fonction protéopexique. A cet égard, les résultats ont été constamment négatifs : chez *quatre* sujets, atteints d'entérite amibienne de date plus ou moins ancienne, et chez lesquels aucun symptôme d'hépatite n'avait jamais été constaté, l'épreuve de l'hémoclasie digestive, effectuée à différentes reprises, a donné les mêmes résultats que chez des sujets normaux. L'absorption des 200^{g} de lait n'a provoqué aucune crise hémoclasique.

Nous avons alors effectué la même recherche sur des sujets atteints d'amibiase non seulement intestinale, mais hépatique. L'un d'eux, porteur depuis plusieurs mois d'une colorectite dysentérique avec amibes nombreuses dans les selles, présente en outre tous les symptômes d'une *hépatite non encore suppurée :* le foie est gros, douloureux spontanément et à la pression, mais la fièvre est absente.

Les urines renferment des traces d'urobiline, pas de sels biliaires. L'épreuve de l'hémoclasie digestive est absolument négative; l'ingestion du lait provoque au contraire une hyperleucocytose nette, élevant le taux des globules blancs de 15400 à 18000.

Trois autres malades sont porteurs d'*abcès du foie* en évolution. Chez l'un d'eux, l'opération a permis d'évacuer 250^g de plus du lobe gauche; le foie dépassait de trois à quatre traces de doigt les fausses côtes. Les urines renfermaient de l'urobiline, sans sels biliaires. L'épreuve de l'hémoclasie digestive effectuée le matin même de l'intervention, a montré l'intégrité de la fonction protéopexique du foie.

Chez un second malade, l'abcès forme une tuméfaction volumineuse sur la face antérieure du lobe droit; les urines ne renferment que de l'urobiline. L'épreuve de l'hémoclasie digestive donne un résultat négatif : après absorption des 200^g de lait, on note au contraire de l'hyperleucocytose, de 18000 à 21000.

Enfin, chez un troisième malade, atteint lui aussi d'hépatite suppurée, le résultat est le même : la fonction protéopexique du foie est indemne.

Ainsi donc, non seulement l'hépatite amibienne non encore suppurée n'altère pas la fonction protéopexique du foie, mais celle-ci se montre normale, même lorsqu'une partie importante du parenchyme hépatique a été détruite par la suppuration. Sur quatre malades atteints de complication hépatique amibienne, quatre fois l'épreuve de l'hémoclasie digestive a fourni des résultats absolument normaux.

Ces faits tendent à établir, ainsi que nous l'avions indiqué précédemment, que, dans les altérations du foie dysentérique, on ne saurait mesurer le degré de l'adultération fonctionnelle à la gravité apparente des lésions; quelle que soit leur étendue, ces lésions restent en réalité locales. L'amibe dysentérique n'agit pas par des toxines qui diffusent au loin; elle exerce une action de nécrose qui se produit uniquement à son contact; au delà des foyers d'hépatite, même suppurée, des régions subsistent dont les cellules ont conservé leur pouvoir protéopexique. Elles suffisent à assurer la persistance de cette fonction importante du foie; et c'est pourquoi la crise d'hémoclasie digestive fait défaut dans ces conditions.

Un certain nombre de faits que nous avons observés chez ces sujets atteints de dysenterie amibienne sont en outre de nature à faire penser que non seulement, au cours de cette maladie, le foie conserve l'intégrité de sa fonction protéopexique, mais qu'il est même, fréquemment, plus résistant

qu'un foie normal aux causes qui, d'habitude, altèrent très rapidement cette fonction. Il en est ainsi de l'action des arsénobenzènes.

Nous avons fait voir en effet que, parmi toutes les causes capables de créer l'insuffisance protéopexique du foie, les arsénobenzènes, et en particulier le novarsénobenzol, occupaient la première place. Grâce à l'épreuve de l'hémoclasie digestive nous avons pu nous rendre compte que les altérations hépatiques sont constantes au cours du traitement par le 914; qu'elles apparaissent d'une façon très précoce et avec l'emploi de très faibles doses, et qu'elles sont susceptibles de persister plusieurs semaines après la cessation des injections. « Il semble même que de toutes les fonctions du foie, la fonction protéopexique soit une des plus fragiles à l'égard de l'intoxication par le novarsénobenzol; si, chez certains sujets, en effet, nous avons constaté, en même temps qu'une hémoclasie digestive, un certain degré d'urobilinurie, une réaction de Hay positive ou un abaissement du rapport azotémique, chez d'autres, par contre, ces derniers signes faisaient défaut, et, seule, l'existence de l'insuffisance protéopexique témoignait de l'altération hépatique. »

Or il est remarquable de constater que chez les sujets atteints de dysenterie amibienne que nous avons examinés, le foie supporte, au contraire, le plus souvent des doses parfois considérables de novarsénobenzol sans qu'apparaisse la moindre insuffisance protéopexique.

Ainsi, parmi nos quatre sujets atteints d'amibiase intestinale, deux ont été soumis à une cure novarsénicale, par injections intraveineuses. L'un a reçu $1^g,55$ de 914 en quatre fois, à huit jours d'intervalle; le second $1^g,30$, en trois fois. Or, chez l'un et l'autre, l'épreuve de l'hémoclasie digestive, recherchée à maintes reprises, pendant toute la durée du traitement et après sa cessation, n'a décelé aucune altération hépatique. Cependant le produit dont on se servait pour les injections (série E.2384) déterminait dans le même temps une insuffisance protéopexique manifeste chez quatre témoins, à la simple dose de $0^g,30$.

La même tolérance du foie à l'égard du 914 se retrouve chez notre malade atteint d'hépatite non suppurée et chez lequel l'hémoclasie digestive est également absente, bien que ce sujet vienne de subir tout récemment des cures intensives et prolongées de novarsénobenzol.

Ce n'est, semble-t-il, que lorsque l'on atteint, dans le traitement, une dose relativement élevée de 914, que l'insuffisance protéopexique fait son apparition. Ainsi, chez un de nos malades atteint d'abcès du foie et

opéré le 20 novembre 1920, l'hémoclasie digestive était absente le 8 janvier, alors qu'il venait de recevoir $1^g,65$ de novarsénobenzol; trois semaines plus tard, la dose totale étant montée à $2^g,55$, l'hémoclasie digestive devint positive.

Il semble donc bien que dans la dysenterie amibienne, non seulement le foie, même lorsqu'il est le siège de lésions métastatiques suppurées, conserve l'intégrité de sa fonction protéopexique, grâce, sans doute, à la persistance d'un grand nombre de cellules hépatiques normales, en dehors des foyers malades, mais que sa résistance même soit augmentée, puisqu'on le voit supporter, sans dommage, des doses de certains toxiques, comme les arsénobenzènes, qui, en quantité beaucoup plus faible, suffisent à rendre déficiente la fonction protéopexique d'un foie normal.

Les résultats ainsi observés au cours de l'hépatite amibienne s'opposent d'une manière frappante à ceux que l'on obtient dans les hépatites d'origine toxique, microbienne ou même circulatoire, où la fonction protéopexique de la cellule hépatique est au contraire, ainsi que nous l'avons montré, si facilement altérée. C'est ainsi que dans tous les cas d'ictères infectieux que nous avons étudiés, de même que dans l'asystolie hépatique ou à la suite de la narcose chloroformique, l'épreuve de l'hémoclasie digestive, recherchée chez le même sujet à différentes reprises, s'est montrée d'une constance, d'une précocité et d'une persistance remarquables. C'est qu'il s'agit là de lésions diffuses, dans lesquelles l'action des poisons, des toxines ou des troubles circulatoires, se fait sentir sans distinction et au même degré sur toutes les cellules du parenchyme hépatique. Au contraire, dans l'amibiase hépatique, les lésions nécrotiques, quelle que soit leur étendue, restent toujours des lésions locales, et il reste toujours dans le foie un nombre suffisant de cellules normales pour assurer, pour une quantité déterminée d'aliments azotés, la persistance de la fonction protéopexique. Tout semble même se passer, nous l'avons vu, comme si, par une sorte de vicariance, ces cellules restées intactes, acquéraient une résistance plus grande qu'à l'état normal.

NOMOGRAPHIE. — *Sur l'examen comparatif de diverses méthodes nomographiques.* Note de M. D'OCAGNE.

Il ne saurait me convenir de prolonger devant l'Académie un débat dont je n'ai, au reste, pas été l'initiateur, et qui porte sur une question d'un

caractère beaucoup trop spécial pour retenir plus longtemps son attention.

Je me contenterai donc pour l'instant, tout en maintenant expressément les termes de la Note que j'ai donnée récemment dans les *Comptes rendus* (t. 174, 1922, p. 146), de renvoyer, pour de plus amples développements sur le sujet, à la publication que j'ai annoncée dans cette Note et que j'aurai, dès qu'elle aura paru, l'honneur d'offrir à l'Académie.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'évolution du spectre du magnésium sous l'influence d'actions électriques croissantes. Applications à l'Astrophysique.* Note ([1]) de MM. **A. de Gramont** et **G.-A. Hemsalech.**

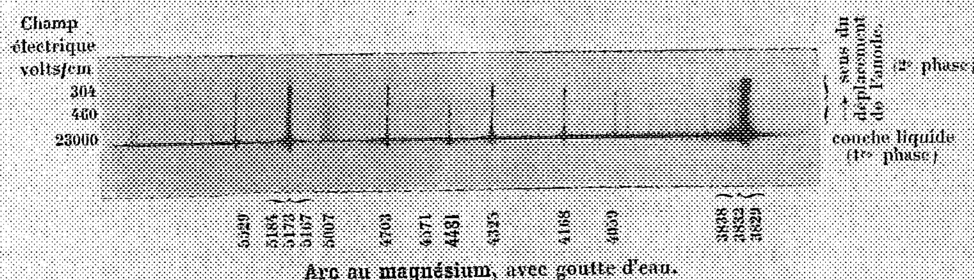
Deux raies indigo du magnésium, qui ont respectivement pour longueurs d'ondes internationales 4481,2 raie d'étincelle, et 4351,9 (6e terme de la série de Rydberg), raie de l'arc, jouent un rôle important dans la classification des étoiles et dans les hypothèses relatives aux températures de celles-ci. Le contraste de ces raies est frappant. La raie λ 4481 considérée par Scheiner et par Lockyer comme révélatrice des plus hautes températures stellaires, est, avec la raie [K] du calcium, une des premières lignes métalliques à apparaître dans les étoiles à hélium ayant des accointances avec les nébuleuses. Sa présence, comme raie brillante, dans les étoiles nouvelles, a été récemment confirmée, notamment dans la nova n° II des Gémeaux par M. F.-J.-M. Stratton. La forte intensité de cette raie persiste dans les étoiles à hydrogène, mais elle décroît dans les groupes suivants de la série évolutive, lorsque les spectres métalliques apparaissent et se développent. Elle finit par disparaître, au milieu d'eux, dans les étoiles du type solaire. La raie λ 4352 de l'arc est, au contraire, toujours considérée comme indiquant des températures stellaires relativement basses. Il nous semble que, comme terme de comparaison, la raie λ 4352 dont les variations sont peu sensibles, pourrait être avantageusement remplacée par la raie λ 4571,1 qui est une raie de flamme, puis d'arc, et enfin d'étincelle, où elle s'affaiblit notablement.

Ces deux lignes λ 4352 et λ 4571 s'accompagnent dans l'évolution stellaire. Elles apparaissent dans Procyon (groupe F5 de Harvard) étoile intermédiaire entre les étoiles à hydrogène, et celles du type solaire, où les raies renforcées des proto-métaux de Lockyer sont aussi développées que les raies de l'arc. On y trouve aussi les triplets [*b*] λ 5184 et λ 3838, qui ont

([1]) Séance du 23 janvier 1922.

d'ailleurs fait leur apparition dans les étoiles à hydrogène, de sorte que le spectre du magnésium, étudié dans le tableau qu'on trouvera plus loin, est au complet dans Procyon. Les deux raies λ 4571 et λ 4352 persistent dans les stades plus avancés de l'évolution stellaire et sont bien marquées dans les groupes M. Il serait particulièrement intéressant de tenir compte des faits que nous allons présenter ici, en comparant dans les spectres des groupes M ceux des étoiles géantes à ceux des étoiles naines, afin de chercher si les raies du magnésium ne se comportent pas différemment dans ces deux catégories opposées.

Dans une Note antérieure (1), nous avions attiré l'attention sur ce fait remarquable que la raie d'étincelle λ4481 s'arrête brusquement, ou tout au moins accuse une chute subite et très marquée d'intensité, à un certain moment, pendant la deuxième phase d'un arc à goutte liquide (voir figure ci-dessous), tandis que toutes les autres raies du même spectre (raies d'arc et raies de flamme) continuent, sans subir aucun changement dans leur émission. Nous avons démontré de plus que cet événement a toujours lieu quand l'intensité du champ électrique agissant est tombé à environ 500 volts : cm; nous en avons conclu que l'émission de la raie λ4481 est régie par des forces



Arc au magnésium, avec goutte d'eau.

électriques et qu'il existe une valeur critique de cette force au-dessous de laquelle cette raie n'est plus émise. Dans une autre série d'expériences faites avec des fours électriques, l'un de nous a mis en évidence un fait analogue pour les triplets λ3838 et λ5184 (2). Ces triplets sont fortement émis dans l'espace au-dessous de la lame de graphite jusqu'au bord inférieur de la frange rouge produite comme l'on sait par le courant thermo-électronique. A cet endroit ils subissent une chute brusque d'intensité et apparaissent comme raies faibles dans la partie inférieure de l'espace protégé. D'un autre

(1) A. de Gramont et G.-A. Hemsalech, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 505.

(2) G.-A. Hemsalech, *Philosophical Magazine*, t. 40, 1920, p. 296.

côté la raie de la flamme λ4571 ne subit aucun changement en passant de la surface inférieure de la lame vers le bas à travers la frange rouge. Le bord inférieur de la frange marque ainsi le lieu où la chute de potentiel atteint une valeur critique au-dessous de laquelle l'émission des triplets ne s'effectue plus au moyen d'actions électriques. La faible émission qui subsiste est provoquée, comme dans les enveloppes des flammes, par des actions thermochimiques. La résistance des vapeurs du magnésium n'étant pas évaluable à ces hautes températures, il n'a pas été possible de déterminer la valeur critique de la chute du potentiel. Cependant ces raies apparaissent déjà avec un champ de moins de 5 volts : cm. Dans les mêmes conditions les raies de la série nébuleuse de Rydberg sont absentes. Nous les avons obtenues dans l'arc direct avec un champ moyen de 70 volts : cm.

La valeur critique du champ pour l'excitation des raies de la série de Rydberg doit donc être comprise entre 5 et 70 volts : cm. Nous savons en outre, d'après les observations de M. de Watteville (1), que la distinction entre les raies de la flamme et les triplets du magnésium est aussi nettement mise en évidence, dans la flamme air-gaz d'éclairage. Les raies des triplets (raies d'arc) s'arrêtent brusquement à la hauteur du cône bleu, tandis que les raies de la flamme continuent, sans aucune modification appréciable, dans les parties chaudes de l'enveloppe au-dessus du cône. Les résultats donnés par le four concordent donc parfaitement, en ce qui concerne la différence d'origine des raies de flamme et des raies d'arc, avec ceux obtenus avec les flammes.

Nous croyons pouvoir conclure de ce qui précède, que les centres d'émission du magnésium peuvent exister dans cinq états différents, dont chacun est caractérisé par l'apparition unique, ou la prédominance dans le spectre, des types de raies suivants :

Premier état : raies de la flamme.
Deuxième état : raies d'arc (triplets de série).
Troisième état : raies d'arc (série nébuleuse de Rydberg).
Quatrième état : raies d'étincelle fines.
Cinquième état : raies d'étincelle élargies.

Le dernier état correspond au proto-magnésium de Lockyer. Comme nous venons de le voir dans deux cas, le passage d'un état à l'autre avec des forces électriques décroissantes s'accomplit brusquement, à savoir le passage du quatrième au troisième et celui du deuxième au premier état.

---

(1) C. de Watteville, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1904, p. 34.

	Raie de la flamme λ 4571.	Raies des triplets à λ 3838 et λ 5184 [*b*].	Série de Rydberg λ 5528; λ 4704 et λ 4352.	Raie d'étincelle λ 4481.
1. *Sans champ électrique externe.*				
Flamme air-gaz d'éclairage; temp. = 1850° C.	prédominante	absentes	absente	absente
Flamme oxygène-hydrogène; temp. = 2500° C.	assez forte	fortes	absente	absente
Flamme oxygène-acétylène; temp. = 2700° C.	assez forte	fortes	absente	absente
Cône bleu de la flamme air-gaz d'éclairage; température = env. 1700° C. (actions chimiques).	assez forte	fortes	absente	absente
2. *Champs électriques faibles.*				
Four électrique à tube de résistance; intensité du champ environ de 0,5 à 2 volts : cm.	forte	fortes	incertaine	absente
Frange rouge du four électrique à lame unique; champ de 6 à 8 volts : cm.	relativement faible	fortes	absente	absente
3. *Champs électriques modérés.*				
Arc électrique ordinaire dans l'air; champ de 70 à 200 volts : cm.	relativement faible	fortes	assez forte et nébuleuse	traces près des électrodes
Arc ordinaire dans l'azote; champ environ de 150 volts : cm (actions chimiques).	relativement faible	fortes	très marquée et raies assez bien définies	relativement faible mais bien définie
4. *Champs électriques assez forts.*				
Seconde phase de l'arc à goutte liquide; champ de 500 volts : cm et plus.	relativement faible	fortes	fortes, quelquefois diffuses et ailées	forte et assez étroite
5. *Champs électriques intenses.*				
Première phase de l'arc à goutte liquide; champ au-dessus de 10 000 volts : cm.	relativement faible	très fortes	fortes et ailées du côté rouge	très intense et élargie symétriquement
Phase des oscillations d'une étincelle de capacité; champ au-dessus de 10 000 volts : cm.	relativement faible	très fortes	fortes (4352 assez forte) et ailées du côté rouge	très intense et élargie symétriquement

Le passage du cinquième au quatrième état se fait généralement moins subitement que les précédents. Quant au changement du troisième au deuxième état, le point critique n'a pas encore pu être déterminé.

A l'aide de toutes ces données et de quelques observations de MM. Hartley et Ramage sur le spectre de la flamme oxhydrique ([1]) ainsi que de celles de M. King sur le spectre du four électrique ([2]) nous avons établi le Tableau ci-dessus, qui donne un aperçu général du développement du spectre du magnésium à travers les sources lumineuses de nos laboratoires. Nous y avons mis en évidence le rôle important joué par les forces électriques dans l'excitation des principaux types de raies.

On le voit, les seules raies du magnésium émises dans cette partie du spectre, en l'absence d'actions électriques ou chimiques spéciales, sont la raie de la flamme λ4571 et les triplets des séries. Mais, tandis que la première n'est pas sensiblement influencée par les actions électriques, les triplets, au contraire, croissent en intensité avec l'augmentation du champ électrique. On constate, en outre, que les actions chimiques spéciales du cône bleu de la flamme air-gaz d'éclairage provoquent déjà l'émission des triplets à une température à laquelle des actions thermiques seules seraient encore incapables de l'exciter. Si, dans le spectre d'une source de lumière, les triplets du magnésium apparaissent très intenses par rapport à la raie λ4571 on serait donc en droit de soupçonner la présence, dans cette source, d'actions chimiques spéciales (telles que la formation de nitrure de magnésium) ou d'actions électriques. Comme l'indique le second groupe du Tableau, les actions électriques, dans ce cas, peuvent être assez faibles, pourvu que la vapeur métallique soit à une haute température. Si la source émet, outre ces deux types de raies, également les raies de la série de Rydberg et la raie d'étincelle λ4481, il est évident, d'après le Tableau, que les actions électriques dans la source doivent être plus vigoureuses. Si la raie λ4481 est élargie symétriquement et si les raies de la série de Rydberg sont ailées du côté rouge, on pourra en conclure que la source est le siège de courants électriques à chutes de potentiel rapides, provoquées par la présence de champs électriques intenses. La température des vapeurs métalliques dans ces conditions doit être sans doute relativement basse. Si, d'un autre côté, λ4481 est une ligne fine et relativement

([1]) W. N. Hartley et H. Ramage, *Transactions Royal Dublin Society*, 2e série, vol. 7, 1898-1901, p. 343.

([2]) A. S. King, *Astrophysical Journal*, vol. 48, 1918, p. 79.

faible par rapport aux triplets et aux raies de la série de Rydberg, et si ces dernières sont sans ailes, et assez bien définies, il est probable que l'émission de ces radiations est causée par l'opération, conjointe et simultanée dans la source, de forces électriques modérées et d'actions chimiques spéciales. La température de la vapeur métallique dans cette source sera plus élevée que dans le cas précédent.

Ces considérations nous démontrent que, si nous désirons tirer des conclusions relatives aux forces qui agissent dans une source lumineuse quelconque, nous ne devrons pas nous laisser guider par le seul fait que certains types de raies sont présents ou prédominent dans le spectre de la source, mais que nous devrons toujours porter notre attention tout spécialement sur le caractère des raies. Il serait, de plus, également utile de tenir compte de la présence de certains gaz, tels que l'hydrogène et l'azote dans la source lumineuse, et de noter le *caractère* des raies ou bandes de ces gaz. Enfin, il sera important d'examiner si le phénomène lumineux qu'on observe est de nature permanente ou transitoire, avec des changements spectraux rapides.

Comme nous l'avons démontré, *les effets spectraux des champs électriques intenses sont surtout marqués dans l'étape initiale d'un phénomène lumineux* (arc ou étincelle) *quand la température et la conductibilité électrique des vapeurs sont encore peu élevées*. Au fur et à mesure que la température augmente, l'émission qui dépend de la présence de chutes de potentiels rapides, diminue ou même disparaît.

En conséquence, *il serait dangereux de conclure qu'une étoile possède une haute température parce que des raies d'étincelle prédominent dans son spectre*, et une telle conclusion serait particulièrement difficile à soutenir dans le cas des premières étapes du développement d'une étoile nouvelle ou nova.

Il nous semble pouvoir estimer, comme l'un de nous l'a déjà fait (¹) ailleurs, qu'il est possible de remplacer, en Astrophysique, les expressions *températures élevées* par *grandes différences de potentiel* et, étoiles chaudes par étoiles à puissantes décharges électriques, les raies des étoiles dites très chaudes étant, comme nous l'avons vu, produites par des décharges électriques à grandes différences de potentiel. Ces étoiles pourraient aussi être désignées comme *étoiles à hautes tensions*.

(¹) A. DE GRAMONT, *Sur les spectres stellaires* (*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1922).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les réseaux qui sont plusieurs fois* Ω_{00}. Note de M. C. GUICHARD.

Je désigne par $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{2n}; \eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_{2n}$ les paramètres normaux des tangentes à un réseau situé dans un espace d'ordre $2n$. On sait que l'on a

$$\frac{\partial\xi}{\partial v} = n\eta, \qquad \frac{\partial\eta}{\partial u} = m\xi.$$

Cela posé, le réseau sera Ω_{00} (voir ma Note du 16 janvier) si l'on a

$$[\xi, \eta] = -mU + nV.$$

Si le réseau est Ω_{00} d'une autre manière, on aura aussi

$$[\xi, \eta] = -mU_1 + nV_1.$$

En comparant, on voit que le rapport $\frac{m}{n}$ est le quotient d'une fonction de u par une fonction de v; par un choix convenable des variables indépendantes, on peut supposer $m = n$; c'est ce que je suppose désormais. Ces réseaux pour lesquels $m = n$ seront appelés des réseaux à *rotations égales*. On aura donc

$$(1) \qquad \frac{\partial\xi}{\partial v} = m\eta, \qquad \frac{\partial\eta}{\partial u} = m\xi,$$

$$(2) \qquad [\xi, \eta] = m[-U + V].$$

La formule (2) montre que l'on peut remplacer U et V par $U + \omega$ et $V + \omega$, ω étant une constante. D'où les conclusions :

Tout réseau plusieurs fois Ω_{00} est à rotations égales. Tout réseau Ω_{00} à rotations égales est d'une infinité de manières Ω_{00}.

A chaque valeur de ω, on peut faire correspondre (Note du 16 janvier) un déterminant L. Je désigne pour L_0 et L_ω les déterminants qui correspondent aux valeurs o et ω de ω; enfin pour simplifier l'écriture je suppose que les réseaux appartiennent à un espace d'ordre 4. Je pose

$$L_0 = \begin{vmatrix} x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & x_4^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 \\ x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 \\ x_1^4 & x_2^4 & x_3^4 & x_4^4 \end{vmatrix} \qquad L_\omega = \begin{vmatrix} y_1^1 & y_2^1 & y_3^1 & y_4^1 \\ y_1^2 & y_2^2 & y_3^2 & y_4^2 \\ y_1^3 & y_2^3 & y_3^3 & y_4^3 \\ y_1^4 & y_2^4 & y_3^4 & y_4^4 \end{vmatrix}$$

Je désigne par a_k, b_k les valeurs de h et l pour la ligne de rang k du premier déterminant; par e_k, f_k les éléments analogues pour le second. On

aura

(3) $$\begin{cases} \dfrac{\partial a_k}{\partial v} = m b_k, & \dfrac{\partial e_k}{\partial v} = m f_k, \\ \dfrac{\partial b_k}{\partial u} = m a_k, & \dfrac{\partial f_k}{\partial u} = m e_k; \end{cases}$$

(4) $$\begin{cases} [x^k, \xi] = a_k U, & [y^k, \xi] = e_k(U+\omega), \\ [x^k, \eta] = b_k V, & [y^k, \eta] = f_k(V+\omega); \end{cases}$$

(5) $$[e, f] = m\left[\frac{1}{U+\omega} - \frac{1}{V+\omega}\right].$$

L'équation (5) donne le résultat analytique suivant :

Si un système d'équations à relations égales

$$\frac{\partial \xi}{\partial v} = m\eta, \qquad \frac{\partial \eta}{\partial u} = m\xi$$

admet $2n$ *solutions* $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{2n}; \eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_{2n}$ *telles que*

$$[\xi, \eta] = m[-U+V],$$

elle admet une infinité de systèmes de $2n$ *solutions possédant la même propriété.*

Transformation. — Je détermine X par les équations compatibles

(6) $$\frac{\partial X}{\partial u} = a_1^2, \qquad \frac{\partial X}{\partial v} = b_1^2.$$

Le point N qui a pour coordonnées $\frac{x'_1}{X}, \frac{x'_2}{X}, \frac{x'_3}{X}, \frac{x'_4}{X}$ décrit un réseau; les valeurs de h et l pour ce réseau sont $\frac{a_1}{X}, \frac{b_1}{X}$. On trouve facilement pour les paramètres normaux $|\xi|, |\eta|$ de ce réseau les valeurs

(7) $$|\xi| = \xi - \frac{a_1}{X}x', \qquad |\eta| = \eta - \frac{b_1}{X}x'.$$

Je dis que ce réseau N est Ω_{00}, on a, en effet,

$$\left[\frac{x'}{X}, |\xi|\right] = \frac{1}{X}[x', \xi] = \frac{a_1}{X}U,$$
$$\left[\frac{x'}{X}, |\eta|\right] = \frac{1}{X}[x', \eta] = \frac{b_1}{X}V,$$

ce qui caractérise un réseau Ω_{00}. Les rotations $|m|$, $|n|$ de ce réseau se déduisent des équations (7). On trouve

(8) $$|m| = m - \frac{a_1 b_1}{X}, \qquad |n| = n - \frac{a_1 b_1}{X},$$

et, par conséquent,

$$|m| = |n|.$$

Le réseau N est donc plusieurs fois Ω_{00}.

On forme facilement les déterminants L_0 et L_ω qui correspondent à ce nouveau réseau. La première ligne de L_0 est formée par les coordonnées du point N. Les autres s'obtiennent à l'aide de quadratures que je ne développerai pas dans cette Note. Pour former la première ligne du nouveau déterminant L_ω je pose

$$\varphi = [x', y'].$$

On en déduit

$$(9)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial u} &= a_1[\xi, y^1] + e_1[x^1, \xi] = -\omega a_1 e_1,\\ \frac{\partial\varphi}{\partial v} &= b_1[\eta, y^1] + f_1[x^1, \eta] = -\omega b_1 f_1.\end{aligned}\right.$$

Les éléments $|y_1^1|, |y_2^1|, |y_3^1|, |y_4^1|$ du nouveau déterminant sont

$$(10)\qquad |y_k^1| = y_k^1 + \frac{1}{\omega}\frac{\varphi}{X}x_k^1.$$

En différentiant l'équation (10) on trouve, en effet,

$$\frac{\partial|y_k^1|}{\partial u} = \left(\xi_k - \frac{a_1}{X}x_k^1\right)\left(e_1 + \frac{1}{\omega}\frac{\varphi}{X}a_1\right) = \left(e_1 + \frac{1}{\omega}\frac{\varphi}{X}a_1\right)|\xi_k|,$$

$$\frac{\partial|y_k^1|}{\partial v} = \left(\eta_k - \frac{b_1}{X}x_k^1\right)\left(f_1 + \frac{1}{\omega}\frac{\varphi}{X}b_1\right) = \left(f_1 + \frac{1}{\omega}\frac{\varphi}{X}b_1\right)|\eta_k|,$$

ce qui montre déjà que le point qui a pour coordonnées $|y_k^1|$ décrit un réseau parallèle au réseau (N). On vérifie ensuite que l'on a

$$[|y^1|, |\xi|] = \left(e_1 + \frac{1}{\omega}\frac{\varphi}{X}a_1\right)(U + \omega),$$

$$[|y^1|, |\eta|] = \left(f_1 + \frac{1}{\omega}\frac{\varphi}{X}b_1\right)(V + \omega),$$

ce qui prouve que les $|y_k^1|$ forment une ligne du nouveau déterminant L_ω. On détermine les autres lignes en se servant des crochets

$$[x^1, y^2], \quad [x^1, y^3], \quad [x^1, y^4].$$

Application a l'espace ordinaire. — Je prends un système plusieurs fois Ω_ω dans un espace d'ordre 2. J'ai les deux déterminants

$$L_0 = \begin{vmatrix} x_1^1 & x_2^1 \\ x_1^2 & x_2^2 \end{vmatrix}, \qquad L_\omega = \begin{vmatrix} y_1^1 & y_2^1 \\ y_1^2 & y_2^2 \end{vmatrix}.$$

Le point A qui a pour coordonnées x_1^1, x_2^1, X décrit un réseau; les paramètres normaux des tangentes à ce réseau sont ξ_1, ξ_2, a_1 et η_1, η_2, b_1. Je pose maintenant

$$(11) \qquad y_3 = -\frac{1}{\omega}[x^1, y^1].$$

Le point B qui a pour coordonnées y_1^1, y_2^1, y_3 décrit un réseau parallèle à A. Il en résulte que si, par le point A, je mène une droite D parallèle à la droite qui joint l'origine au point B, cette droite D décrira une congruence conjuguée au réseau A. Je dis que cette congruence appartient à un complexe linéaire. On a, en effet, d'après l'équation (11),

$$x_1^1 y_2^1 - x_2^1 y_1^1 = -\omega y_3.$$

La droite D appartient à un complexe linéaire ayant pour axe le troisième axe de coordonnées et pour paramètre $-\omega$. A chaque valeur de ω on fait correspondre une série de congruences C, L conjuguées au réseau A. Les complexes qui contiennent ces congruences forment un faisceau.

Réciproquement, on obtient ainsi tous les réseaux conjugués à deux congruences C, L appartenant à des complexes différents.

Remarque. — Si la fonction U se réduit à une constante λ, la première tangente AR du réseau A appartient à un complexe linéaire. En effet, les paramètres directeurs de AR sont ξ_1, ξ_2, a_1 et l'on a (4)

$$x_1 \xi_2 - x_2 \xi_1 = a_1 \lambda.$$

Si les deux fonctions U et V se réduisent à des constantes, forcément distinctes, les deux tangentes du réseau A décrivent des congruences C, L. On obtient ainsi les réseaux de M. Wilkinsky.

PHYSIQUE. — *Les points de congélation de liquides organiques purs comme repères thermométriques aux températures inférieures à* 0° C. Note [1] de M. **Jean Timmermans**, M^lle **H. Van der Horst** et M. **H. Kamerlingh Onnes**.

La fixation d'un certain nombre de repères thermométriques, fournis par la fusion ou l'ébullition de substances pures, a souvent été recommandée dans le but d'améliorer la concordance des résultats obtenus par les divers observateurs pour des phénomènes variés. Le présent travail s'occupe de

[1] Séance du 30 janvier 1922.

la solution du problème ainsi posé, en ce qui concerne les températures de congélation inférieures à 0° C.

Neuf températures de fusion de liquides organiques purs ont été déterminées. Les mesures ont été faites dans le laboratoire cryogénique de Leyde dans un appareil cryostatique où l'équilibre thermodynamique entre phase liquide et phase cristalline pouvait être maintenu très longtemps à 0,01 de degré près; ce résultat a été obtenu grâce à un brassage énergique de la masse en voie de congélation et à l'usage d'une enceinte cryogénique dont la température pouvait être réglée à l'aide d'un courant d'air froid. Les températures *relatives* étaient déterminées au $\frac{1}{1000}$ de degré, à l'aide d'un thermomètre à résistance de platine, recalibré par rapport à un thermomètre à hélium, capable d'indiquer les températures *absolues* à 0,02 degré près.

Les corps étudiés ont été purifiés dans le Laboratoire de Chimie de l'Université de Bruxelles avec le plus grand soin; la possibilité d'en conserver indéfiniment des échantillons en tube scellé et de les reproduire, a été vérifiée.

Pendant les mesures ils étaient en communication libre avec l'air atmosphérique. La précision de nos déterminations dépasse le dixième de degré. Nous la considérons cependant comme nettement inférieure à celle qu'on sait obtenir dans les mesures avec le thermomètre à hélium (0,02 degré). Il s'agira donc d'améliorer encore les méthodes suivies pour arriver à connaître les points de repère avec la précision de ce thermomètre. De ce point de vue notre travail n'est qu'un premier pas vers le but proposé.

Voici les constantes physiques des corps que nous avons étudiés et la valeur définitive que nous proposons d'adopter pour leur température de congélation :

Substance.	Température d'ébullition (760^{mm}).	Densité 0°-4°	Température de congélation.
	o C.		o C.
Tétrachlorure de carbone........	76,75	1,63255	− 22,9
Chlorobenzène..................	132,00	1,12795	− 45,2
Chloroforme....................	61,20	1,52635	− 63,5
Acétate d'éthyle...............	77,15	0,92450	− 83,6
Toluène........................	110,70	0,88445	− 95,1
Sulfure de carbone.............	46,25	1,29270	−111,6
Éther éthylique (forme stable)..	34,60	0,73625	−116,3
» » (» instable).			−123,3
Méthylcyclohexane..............	100,30	0,78640	−126,4
Isopentane.....................	27,95	0,63950	−159,6

Nous espérons pouvoir bientôt, sous les auspices de la première Commission de l'Institut International du Froid, mettre à la disposition de nos Collègues, des échantillons garantis des repères thermométriques ainsi établis.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géographie et Navigation, en remplacement de M. *Alfred Grandidier*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 57,

M. Gustave Ferrié	obtient	52 suffrages
M. Eugène Fichot	»	2 »
M. Jean Tilho	»	2 »
M. Edouard Perrin	»	1 suffrage

M. **Gustave Ferrié**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la chaire d'Anatomie comparée du Muséum d'Histoire naturelle.

(Renvoi à la Section d'Anatomie et Zoologie.)

M. **B. Berloty** adresse des Rapports relatifs aux subventions accordées à l'Observatoire de Ksara sur la *Fondation Loutreuil* en 1919 et 1921.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Ludovic Gaurier. *Études glaciaires dans les Pyrénées françaises et espagnoles de* 1900 *à* 1909. Préface de Ch. Rabot. (Présenté par M. le Prince Bonaparte.)

2° Franck Duroquier, *La T. S. F. des amateurs*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur les fonctions quasi analytiques et les fonctions indéfiniment dérivables.* Note de M. **Maurice Gevrey.**

Dans deux Notes récentes du plus haut intérêt (¹), MM. Arnaud Denjoy et Émile Borel ont énoncé certaines propriétés des fonctions *quasi analytiques* de variables réelles, pour lesquelles la série de Taylor diverge en tout point de leur domaine d'existence, bien qu'elles soient entièrement déterminées par la connaissance des dérivées successives en un point. M. Denjoy a donné un très beau théorème fournissant un critère de quasi-analyticité par l'allure des dérivées successives d'une fonction donnée $\varphi(x)$ dans un intervalle (a, b) : la condition est vérifiée en particulier pour les les fonctions dont la dérivée $n^{\text{ième}}$ admet la limitation $(\mathrm{H}n\,\mathcal{L}n\ldots\mathcal{L}_p n)^n$ et que M. Borel appelle *fonctions quasi analytiques de catégorie p.* Ce type est intermédiaire entre les fonctions *de classe* 1, qui sont analytiques, et les fonctions *de classe* > 1, que j'ai envisagées dans un Mémoire antérieur (²); les fonctions quasi analytiques se rangent, en quelque sorte, parmi celles dont la classe est infiniment peu supérieure à *un.*

Nous allons faire entrer toutes les fonctions indéfiniment dérivables dans la classification suivante : si l'on a, dans l'intervalle (a, b),

$$\left|\frac{d^n\varphi}{dx^n}\right| < \mathrm{M}\left[\frac{n\,\omega(n)}{\mathrm{R}}\right]^n,$$

ω étant une *fonction positive monotone*, nous dirons que φ *est de type* $[\omega]$ dans (a, b). Les types $[\omega]$ et $[\Omega]$ seront considérés comme identiques si le rapport $\frac{\omega}{\Omega}$ reste compris entre deux limites finies; si, plus généralement, il reste borné supérieurement, nous dirons que Ω est *dominante* pour ω (³) et nous traduirons ceci par la notation $[\omega] \leqq [\Omega]$. *Nous envisagerons dans la suite des types de fonctions* ω *non décroissantes.* Les types $[1]$, $[\mathcal{L}n\ldots\mathcal{L}_p n]$, $[n^{\alpha-1}]$ donnent respectivement les fonctions analytiques, quasi analytiques, de classe α.

Plus généralement, si l'on a, en tout point d'un domaine D,

$$\left|\frac{d^{n_1+\ldots+n_p}\Phi}{dx_1^{n_1}\ldots dx_p^{n_p}}\right| < \mathrm{M}\left[\frac{n_1\,\omega_1(n_1)}{\mathrm{R}_1}\right]^{n_1}\ldots\left[\frac{n_p\,\omega_p(n_p)}{\mathrm{R}_p}\right]^{n_p},$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1329 et 1431.

(²) *Annales de l'École Normale*, 1918, p. 129.

(³) Cf. Goursat, *Analyse*, t. 3.

nous dirons que la fonction $\Phi(x_1, \ldots, x_p)$ est, *dans* D *et par rapport à l'ensemble des variables* x_i, *de type* $[\omega_i]$ *en* x_i $(i = 1, \ldots, p)$. Si les fonctions ω_i admettent Ω (par exemple l'une d'elles) comme dominante, on pourra dire que Φ est de type $[\Omega]$ en $(x_1, \ldots, x_p)$. Si enfin la fonction ω_1 admet les autres comme dominantes, on pourra prendre comme limitation de définition

$$M \frac{[n\omega_1(n)]^n}{R_1'^{n_1} \ldots R_p'^{n_p}} [\omega_2'(n_2)]^{n_2} \ldots [\omega_p'(n_p)]^{n_p},$$

en posant

$$n = n_1 + \ldots + n_p \quad \text{et} \quad \omega_i = \omega_i' \omega_1 \quad (i = 2, \ldots, p).$$

Cette seconde définition, équivalente à la première pour une classe étendue de fonctions ω croissantes, est celle que nous pourrons adopter pour les fonctions ω à croissance plus rapide.

Cela posé, les propriétés des fonctions *analytiques*, étendues par M. Borel aux fonctions *quasi analytiques* et antérieurement par nous-mêmes aux fonctions *de classe donnée*, sont vraies également *pour les fonctions que nous venons de définir*.

A. Dans une fonction $\Phi(u_1, \ldots, u_q)$ remplaçons les u par des fonctions de x_i $(i = 1, \ldots, p)$ qui, dans un domaine D, sont de type $[\omega_i]$ en x_i et prennent des valeurs constituant un champ de variation où Φ est de type $[\omega] \leqq [\omega_i]$ en $(u_1, \ldots, u_q)$: *la fonction composée* Φ *sera de même type que les* u *dans* D.

B. Soient q fonctions implicites u_h des x_i définies par $F_k(x_i, u_h) = 0$, avec $h, k = 1, \ldots, q$ et $i = 1, \ldots, p$, F_k étant de type $[\omega_i]$ en x_i et $[\omega] \leqq [\omega_i]$ en (u_h) : *les* u_h *sont de même type que les* F_k *par rapport aux* x_i.

C. Soit un système d'équations différentielles $F_k[x, y_h^{(i)}] = 0$, avec $h, k = 1, \ldots, q$ et $i = 1, \ldots, n$: si les F_k sont, dans un domaine D, de type $[\omega]$ par rapport à l'ensemble de leurs arguments, *tout système de solutions appartenant à* D *est constitué par des fonctions de type* $[\omega]$ *en* x.

Les démonstrations se font par les méthodes employées dans notre Mémoire, avec des modifications convenables. Les théorèmes B et C supposent les déterminants fonctionnels des F_k par rapport aux u_h ou aux $y_h^{(n)}$ différents de zéro.

Enfin les théorèmes que nous avons établis pour les solutions des équations aux dérivées partielles subsistent en remplaçant dans les énoncés (p. 131 du Mémoire) le mot *classe* par *type* Donnons-en un exemple :

D. Soient les deux équations *elliptique* et *parabolique*

$$(\mathcal{E}) \qquad F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0,$$
$$(\mathcal{P}) \qquad f(x, y, z, p, q, r) = 0,$$

avec $4F'_r F'_t - F'^2_s > 0$ et $f'_q f'_r \neq 0$, F ou f étant, dans un domaine de variation D de leurs arguments, ou de type $[\omega_1]$ en x et $[\omega_2]$ en y, ou de type $[\omega_1]$ en x et continues en y, ou de type $[\omega_2]$ en y et continues en x, mais dans tous les cas de type $[\omega] \leqq [\omega_i]$ en (z, p, q, r, s, t). *Dans ces conditions, toute solution régulière appartenant à* D *est de même nature que* F *ou* f. Toutefois, pour $(\mathcal{P})$, il faut ajouter la condition $[n] \leqq [\omega]$.

En particulier, *une équation du type elliptique* $(\mathcal{E})$ *quasi analytique a toutes ses solutions régulières quasi analytiques en* (x, y); une équation $(\mathcal{E})$ ou $(\mathcal{P})$ quasi analytique, *sauf en* y, a ses solutions *quasi analytiques en* x. Si enfin f est quasi analytique, *sauf en* x, et si la solution z de $(\mathcal{P})$ se réduit à deux fonctions quasi analytiques de y sur deux côtés AB, CD d'un rectangle, parallèles à Oy, z est *quasi analytique en* y dans le rectangle et même *prolongeable* au delà de AB et CD.

Ces résultats s'étendent au cas de m variables et aux équations d'ordre $2p$ *complètement elliptiques* (¹).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les séries de fractions rationnelles et l'intégration.* Note de M. **Gaston Julia**, présentée par M. Émile Borel.

1. Les fonctions monogènes non analytiques introduites par M. Borel n'ont guère été étudiées jusqu'ici qu'au point de vue de la dérivation et de la représentation par des séries de polynomes. Je voudrais montrer ici, sur un exemple particulièrement simple, qu'elles peuvent conduire, *par intégration*, à des conséquences en contradiction avec un théorème important de la théorie des fonctions selon Weierstrass : le théorème de Poincaré-Volterra. Ce théorème dit que toute fonction multiforme et analytique ne peut avoir en chaque point de son domaine d'existence W que des valeurs *formant un ensemble dénombrable.*

(¹) Cf. ma Note des *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1652. Cette Note devait faire l'objet d'un second Mémoire : j'ai différé sa publication pour pouvoir utiliser les résultats de mes recherches actuelles sur la fonction de Green, qui permettent de simplifier les démonstrations primitives.

Or considérons, pour simplifier, une série

$$f(z)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{z-a_n},$$

où *les* A_n *sont tous positifs* et les a_n partout denses sur le cercle trigonométrique. Moyennant certaines hypothèses sur la décroissance des A_n et la convergence de ΣA_n, la série $f(z)$ et toutes ses dérivées convergent uniformément sur une infinité de rayons traversant le cercle trigonométrique, par exemple sur les rayons $\mathcal{R}$ extérieurs à des intervalles d'exclusion pris sur le cercle, ayant pour centres les a_n et décroissant assez rapidement. Ces rayons forment un ensemble $(\mathcal{R})$ *ayant la puissance du continu*, puisque la somme des longueurs des intervalles d'exclusion peut être prise arbitrairement petite. D'ailleurs on peut choisir d'abord les a_n, puis les intervalles, puis les A_n, de façon que la série

$$f(z)=\sum_{1}^{\infty}\frac{A_n}{z-a_n}$$

ait les propriétés précédentes. On peut alors l'intégrer sur chacun des rayons $\mathcal{R}$ précédents à partir de l'origine, dépasser le cercle trigonométrique, puis aboutir à un point z fixé hors du cercle trigonométrique. L'intégration peut se faire terme à terme et

$$\varphi(z)=\int_0^z f(z)\,dz\varphi=\sum_{1}^{\infty}A_n\log\left(1-\frac{z}{a_n}\right);$$

$\varphi(z)$ est monogène aux mêmes points que $f(z)$.

Mais $\varphi(z)$ n'est pas uniforme et si C_1 et C_2 sont deux chemins suivis pour arriver en z, on aura

$$\varphi_{C_2}(z)-\varphi_{C_1}(z)=2i\pi\Sigma A_p,$$

la sommation étant étendue aux indices p correspondant aux a_p intérieurs au contour fermé composé de C_1 et C_2. Les A_p étant tous positifs on aura toujours $\varphi_{C_2}\neq\varphi_{C_1}$.

Donc *au point* z l'intégrale

$$\varphi(z)=\int_0^z f(z)\,dz$$

a autant de valeurs *distinctes* qu'il y a de *rayons distincts* issus de o permettant de traverser le cercle trigonométrique sur lesquels l'intégration

soit possible. Et comme tous les rayons $\mathcal{R}$ permettent cette intégration, *l'ensemble des valeurs de $\varphi(z)$ en chaque point extérieur au cercle trigonométrique a la puissance du continu.*

2. Le raisonnement précédent s'étend immédiatement aux fonctions monogènes non analytiques

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{z - a_n},$$

où les a_n sont denses dans une aire, les A_n étant assez rapidement croissants, pour que $f(z)$ ait, dans le domaine C défini à l'aide des a_n, toutes les propriétés de monogénéité relatives aux dérivées, que M. Borel indique, par exemple, au Chapitre V de son livre sur les fonctions monogènes. Si l'on a choisi les A_n positifs, ou même si on les a astreints à la condition

$$\sum_{n=p+1}^{\infty} |A_n| < \frac{1}{2} |A_p|,$$

quel que soit p, on reconnaîtra qu'aucune somme ΣA_k, composée d'une infinité de A_k, ne peut être nulle et cela suffit pour affirmer que deux valeurs de

$$\varphi(z) = \int_{z_0}^{z} f(z)\,dz$$

sont distinctes si les chemins [1] suivis pour aller de z_0 à z sont distincts. Chacun de ces chemins pourra être composé de deux segments de droite respectivement issus de z_0 et z, et l'on reconnaît aussitôt que l'ensemble des directions admissibles issues, par exemple, de z_0 a la *puissance du continu. L'ensemble des valeurs de $\varphi(z)$ en tout point z du domaine* C *aura donc la puissance du continu.*

3. L'intégration des fonctions monogènes uniformes non analytiques conduit de la manière la plus simple à des fonctions monogènes multiformes non analytiques pour lesquelles le théorème de Poincaré-Volterra n'est plus vrai. Avec ce théorème disparaît la notion de surface de Riemann à une infinité *dénombrable* de feuillets et toute une série de conséquences en particulier celle-ci : dans le domaine d'existence W d'une fonction analytique $f(z)$, l'ensemble des racines de l'équation $f(z) = a$ (quel que soit a) est toujours dénombrable. Notons en terminant la forme remarquable des

---

(1) Ces chemins sont, bien entendu, intérieurs au domaine C où $f(z)$ est monogène.

séries $\sum_{1}^{\infty} A_n \log\left(1-\frac{z}{a_n}\right)$ que nous a fournies l'intégration de la série de fonctions rationnelles, et celle des produits infinis associés $\prod_{1}^{\infty}\left(1-\frac{z}{a_n}\right)^{A_n}$ exemples simples de fonctions multiformes monogènes non analytiques dont l'ensemble des déterminations en chaque point n'est pas dénombrable.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M. Denjoy.* Note de M. **Torsten Carleman**, présentée par M. Émile Borel.

Dans une Note récente (¹), M. Denjoy vient de publier l'important théorème suivant :

« Si $f(x)$ est une fonction de variable réelle définie sur le segment (ab) et y possédant des dérivées de tous les ordres et si, M_n étant le maximum de $|f^{(n)}(x)|$ sur le segment (ab), la série $\sum \frac{1}{\sqrt[n]{M_n}} = \sum \frac{1}{\alpha(n)}$ est divergente et satisfait à certaines conditions de régularité, $f(x)$ est identiquement nulle si elle s'annule avec toutes ses dérivées en un seul point du segment. »

Bien que le cas de croissance régulière de la suite $\alpha(n)$ soit le plus important pour les applications (notamment dans la théorie des fonctions quasi analytiques de M. Borel), il ne sera peut-être pas inutile de faire voir que le théorème de M. Denjoy reste vrai *sans aucune réserve sur la régularité de la suite* $\sqrt[n]{M_n}$.

Pour arriver à ce résultat, il suffit de modifier la dernière partie de la démonstration de M. Denjoy en se servant du lemme suivant :

« Soit $\Phi(z)$ une fonction analytique de $z = z_1 + iz_2$, non identiquement nulle, qui est régulière pour $z_1 > 0$, $|z| > R_0$ et bornée dans le voisinage de chaque point de l'axe imaginaire à distance finie. Posons

$$z = re^{i\varphi}, \qquad \log|\Phi(z)| = \log M(r, \varphi) = U(r, \varphi),$$
$$\log M\left(r, \frac{\pi}{2}\right) M\left(r, -\frac{\pi}{2}\right) = g(r).$$

Si alors

$$\liminf_{r=\infty} \frac{1}{r}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [|U(r, \varphi)| + U(r, \varphi)] \cos\varphi \, d\varphi$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1329.

est finie et si l'intégrale

$$\int_{R_0}^{\infty} \frac{|g(r)| + g(r)}{r^2} dr$$

est convergente il en est de même de

$$\int_{R_0}^{\infty} \frac{|g(r)| - g(r)}{r^2} dr. »$$

Cette proposition s'obtient par la formule

$$\int \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) ds = 0,$$

en y posant $u = \log|\Phi(z)|$ et $v =$ fonction de Green du demi-cercle $-\frac{\pi}{2} \leqq \varphi \leqq \frac{\pi}{2}$, $r \leqq R$, et en faisant tendre R vers l'infini.

M. Denjoy a remarqué qu'il suffit de considérer des fonctions $f(x)$ qui s'annulent avec toutes leurs dérivées en même temps en a et en b. Dans ce qui suit nous allons utiliser une méthode un peu différente pour arriver à la même conclusion. En supposant

$$(1) \qquad 0 = f(a) = f'(a) = \ldots = f^{(n)}(a) = \ldots,$$

il est évident que la fonction

$$F(t) = f\left[b - 4(b-a)\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 \right]$$

s'annule avec toutes ses dérivées pour $t = 0$ et pour $t = 1$. On démontre sans difficulté qu'il existe une constante C telle que

$$(2) \qquad |F^{(n)}(t)| < C^n M_n.$$

Considérons maintenant, en reprenant la méthode de M. Denjoy, l'intégrale

$$(3) \qquad \Phi(z) = \int_0^1 e^{-zt} F(t)\, dt,$$

et introduisons les constantes

$$m_p^2 = \int_0^1 [F^{(p)}(t)]^2\, dt.$$

En se servant de l'égalité

$$F(s) = \frac{1}{\underline{|n-1}} \int_0^s (s-t)^{n-1} F^{(n)}(t)\, dt,$$

on trouve que $\frac{n}{\sqrt[n]{m_n}}$ reste borné (pourvu que $M_0 \neq 0$).

Par une intégration par parties et par l'application de l'inégalité de Schwarz il viendra

$$(4)\qquad m_p^2 = -\int_0^1 F^{(p-1)}(t)\,F^{(p+1)}(t)\,dt \leqq m_{p-1}\,m_{p+1}.$$

En supposant $m_0 = 1$ (ce qui ne restreint pas la généralité), il suit de là que $\sqrt[n]{m_n} = \beta(n)$ est une suite non décroissante. En effectuant dans l'intégrale (3) successivement n intégrations par parties, il viendra, pour $z_1 \geqq 0$,

$$(5)\qquad |\Phi(z)| < \left|\frac{1}{z^n}\int_0^1 |F^{(n)}(t)|\,dt\right| \leqq \frac{m_n}{|z|^n} = \left[\frac{\beta(n)}{r}\right]^n.$$

On peut compléter, pour n non entier, la définition de $\beta(n)$, de manière à obtenir une fonction admettant partout (pour $n > 0$) une dérivée continue non négative. Il existe évidemment une solution $n = \gamma(r)$ toujours croissante de l'équation $r = 2\beta(n)$. En posant, dans (5), $n = [\gamma(r)]$, on trouve, pour r suffisamment grand,

$$\log\frac{1}{|\Phi(z)|} > \frac{\log 2}{2}\gamma(r).$$

Il suffit, maintenant, d'appliquer le lemme énoncé plus haut pour conclure que $\Phi(z)$ est identiquement nulle si

$$(6)\qquad \int_{R_0}^{\infty} \frac{\gamma(r)}{r^2}\,dr$$

est divergente. En faisant ici le changement de variable $r = 2\beta(s)$, nous trouverons l'intégrale

$$\int_{n_0}^{\infty} \frac{s\beta'(s)}{\beta(s)^2}\,ds.$$

Par une intégration par parties il viendra

$$\int_{n_0}^{n} \frac{s\beta'(s)}{\beta(s)^2}\,ds = -\frac{n}{\beta(n)} + \frac{n_0}{\beta(n_0)} + \int_{n_0}^{n}\frac{ds}{\beta(s)},$$

d'où l'on conclut, $\frac{n}{\beta(n)}$ étant borné, que l'intégrale (6) est divergente si $\int_{n_0}^{\infty}\frac{ds}{\beta(s)}$ diverge, ce qui arrive [$\beta(s)$ étant monotone] si $\sum\frac{1}{\beta(n)}$ est divergente.

Comme l'on a, d'après (2), $\beta(n) < C\sqrt[n]{M_n}$, on voit que la divergence

de $\sum \frac{1}{\sqrt[n]{M_n}}$ entraîne celle de $\sum \frac{1}{\beta(n)}$, et, par conséquent, celle de l'intégrale (6).

$\Phi(z)$ est donc identiquement nulle si $\sum \frac{1}{\sqrt[n]{M_n}}$ diverge.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *La projection de la lumière des étoiles doubles périodiques et les oscillations des raies spectrales.* Note (1) de M. G. Sagnac, présentée par M. Daniel Berthelot.

La méthode de Fizeau révèle par le spectroscope associé au télescope la vitesse purement radiale, directement invisible dans le ciel, que possède un astre vers nous et la mesure par le déplacement $\Delta\lambda$ d'une raie vers le violet, et, inversement, mesure une vitesse opposée, par un déplacement vers le rouge. A 100 années de lumière de distance, par exemple, un astre nous avertit par la mesure directe du rapport $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$, de la grandeur de la vitesse radiale Δv, qui était à cette époque reculée, exactement identique à la fraction $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ dans son rapport $\frac{\Delta v}{C}$ à la vitesse normale C de la lumière. Cette vitesse C a été déterminée sur la directe traversée de l'orbite terrestre par Rœmer en utilisant les signaux périodiques très réguliers, éclipses ou émergences d'un des satellites de Jupiter.

Aujourd'hui le développement de la Physique céleste, appliquée avec de puissants instruments à l'étude des étoiles doubles, nous invite, comme théoricien de la lumière, à apporter notre collaboration à la recherche des clartés que les astronomes aiment à introduire dans les grandioses mécanismes qu'ils approfondissent dans l'Univers le plus éloigné de notre système solaire. Après des théories d'éclipses, peut-être trop généralisées dans l'étude de périodes symétriques d'éclat, ils ont essayé d'expliquer les périodiques variations d'éclat devenues très dissymétriques et anormales par rapport aux éclipses, que révèlent aujourd'hui les étoiles doubles Céphéides, Géminides, ou des amas d'étoiles. Le type de β Lyre a disparu avec le second maximum d'éclat identique au premier et caractéristique d'une période presque symétrique, et il n'y a plus guère dans ces étoiles, à la dissymétrie profonde, qu'une seule ascension vers un maximum M d'éclat

(1) Séance du 30 janvier 1922.

beaucoup plus rapidement atteint à partir du minimum m d'éclat antérieur que la durée, souvent double, de la descente lente terminant à un nouveau minimum m la période P de quelques jours.

Pour ces *Céphéides*, c'est un fait que le maximum d'éclat M coïncide à peu près avec la plus grande valeur du déplacement $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$, c'est-à-dire avec le maximum de la vitesse radiale totale dirigée soit vers nous (déplacement $\Delta\lambda$ au maximum vers le violet), soit à l'opposé (déplacement relativement faible vers le rouge).

Mais cette loi est souvent assez inexacte et je crois devoir attribuer la différence à ce que la concentration de l'énergie en un maximum d'éclat est un effet complexe de la projection de l'énergie issue de l'étoile à chaque instant avec la vitesse $C + \Delta v$ par rapport à la Terre. Les éléments d'énergie successivement émis avec des vitesses Δv par exemple, croissantes quand l'étoile vient vers nous, se resserrent en avant et peuvent se superposer ou se dépasser même. Cette interversion est cachée à l'observateur au photomètre. Elle est au contraire un fait observable au spectroscope. Dans le spectre, en effet, chaque raie isole et repère par sa position actuelle que précise $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ l'élément d'énergie qui est anciennement parti du point de l'orbite où la vitesse radiale totale Δv satisfait à l'identité de $\frac{\Delta v}{C}$ avec $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$.

Dès lors, il est d'une bonne méthode de rapporter la classification des étoiles Céphéides et analogues, non à la seule durée de l'ascension du minimum au maximum d'*éclat*, mais, en liaison avec cette utile méthode de Chandler, à la méthode d'observation de la durée de la variation complète de la vitesse radiale totale Δv entre son minimum et son maximum. Le minimum peut être la vitesse zéro et coïncider exactement avec la position de la raie normale λ correspondante d'une source de lumière terrestre. Le maximum est vers le violet ou le rouge et calculable dans la valeur maximum du rapport $\frac{\Delta v}{C}$ par celle du rapport maximum correspondant $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ mesurée par l'observation, ou sur la plaque photographique.

Un autre avantage de la méthode, qui est caractéristique de notre loi théorique de la projection, est que la dissymétrie de la phase peut *se calculer* pour $\Delta\lambda$ par un *glissement* z dont on déduira l'*ascension* f du zéro au maximum de la grandeur commune de $\frac{\Delta v}{C}$ et de $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$; z et f seront exprimés en fraction de période. Or le glissement, si Δv est dirigée vers nous, c'est-à-dire $\Delta\lambda$ vers le violet, est une avance par projection de vitesse maximum Δv_M qui

diminuerait le numéro des phases sur l'orbite que l'on peut dessiner sur une circonférence.

Les nombres successifs désignent sur cette orbite des phases équidistantes applicables aux positions réelles de l'étoile en fonction du temps au départ, si l'orbite n'a réellement aucune excentricité. Sur la Terre, le glissement de la phase a été en fraction de la période P, le rapport $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ identique à $\frac{\Delta v}{C}$ qu'on aurait à une distance de l'étoile réduite à P jours de lumière, multiplié évidemment par le nombre considérable des périodes P qui nous séparent de l'étoile dans le temps de lumière T. Alors $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\frac{T}{P}$ dans sa valeur maximum donne le glissement z calculé à partir du temps T de lumière, qu'on peut admettre d'après le Tableau qui fait correspondre T à l'éclat de l'étoile unique d'une Céphéide, calculé dans sa valeur moyenne d'après la mesure de l'aire totale d'une courbe d'éclat le long d'une période entière. Nous avons des exemples de ce calcul de z et de l'ascension correspondante f, qui s'accorde avec la valeur directement observée de f dans le spectroscope, à l'approximation modeste de la mesure de T.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la série L du spectre des rayons X.* Note de M. **D. Coster**, présentée par M. E. Bouty.

Dans des travaux précédents j'ai pu montrer qu'on peut réunir, dans un schéma très simple, presque toutes les lignes qui ont été mesurées avec certitude pour les éléments les plus lourds. Ce schéma est composé d'un niveau K, trois niveaux L, cinq niveaux M, sept niveaux N. Les « défauts de combinaison » introduits autrefois par Sommerfeld dans la théorie des spectres de rayons X n'ont pas d'existence réelle; ils ont seulement la signification que le nombre des transitions entre ces différents niveaux est limité par un « principe de sélection » très simple. Il était devenu désirable de vérifier ce même schéma pour les éléments plus légers et de constater pour quels éléments et de quelle manière il peut se modifier. C'est dans ce but que j'ai mesuré de nouveau dans le laboratoire de Lund les spectres d'un grand nombre d'éléments (Ta — Rb). En général les nouveaux résultats confirment les considérations des travaux précédents; en outre, ils donnent un appui à la théorie de la structure de l'atome de Bohr [1]. Une partie des résultats va paraître prochainement dans un autre Recueil.

[1] Voir *Nature*, mars et octobre 1921.

Les nouvelles mesures ont montré qu'on peut avoir une grande confiance dans les mesures de précision de Hjalmar pour cette région. Pourtant il existe plusieurs lignes moins fortes que Hjalmar n'a pas trouvées sur ses clichés, et il en a emprunté quelques-unes aux vieilles mesures de Friman. Comme l'a remarqué aussi M. Dauvillier, il y a quelques erreurs dans celles-ci.

Quelques-uns de mes résultats sont plus ou moins contraires aux résultats et aux considérations de M. Dauvillier [1]; il peut être intéressant de résumer ici nos divergences [2].

1. Les lignes β_6 et γ_5 non trouvées par M. Dauvillier pour Sb sont assez intenses dans cette région, je les ai mesurées jusqu'au Rb.

2. A partir de Te on ne peut plus séparer les lignes γ_2 (γ_7) et γ_3; donc la ligne 2694,6 de M. Dauvillier ne peut pas être γ_2 (γ_7) de Sb.

3. La ligne γ_{10} n'a pas été trouvée.

4. Il est très vraisemblable que les lignes γ_6 (γ_2) et β_5 n'existent plus pour Ce et il est certain qu'elles n'existent pas pour Sb. La ligne 2967,7 de M. Dauvillier a une plus courte longueur d'onde que la valeur interpolée de la longueur d'onde de la discontinuité L_1 de Sb. (J'ai mesuré la discontinuité L_1 de l'argent).

5. Les lignes 2985,5 et 2989 trouvées par M. Dauvillier pour Sb ne sont pas les lignes β_9 (β_8) et β_{10} (β_9) des éléments plus lourds. Ce sont des lignes qu'on trouve seulement pour quelques éléments plus légers.

6. Il n'est pas possible de séparer les lignes β_8 (β_2'') de β_2 pour Sb.

7. On ne peut pas séparer le satellite (α_3 chez Dauvillier) de α_1. C'est une bande d'émission qui accompagne la ligne α_1 du côté des plus courtes longueurs d'ondes. Pour les éléments plus légers que le cadmium, ce satellite a une structure plus compliquée [3].

8. Les lignes β_2 et γ_1 ont aussi été mesurées pour Zr, elles disparaissaient pour Y ou Sr.

9. La ligne β_1 est aussi accompagnée d'une bande d'émission du côté des plus courtes longueurs d'ondes. A quelque distance de cette bande il y a une ligne très faible pour Sb, mais qui devient assez intense pour Sr et Rb.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1458.

(2) La notation employée ici est celle du Laboratoire de Lund. Quand cette notation diffère de celle de M. Dauvillier, j'ai donné celle-ci entre parenthèses.

(3) Les satellites des lignes α_1 et β_1 ont été étudiés en détail dans un article qui paraîtra ailleurs.

ÉLECTRICITÉ. — *Mesure de la constante diélectrique des gaz et des vapeurs au moyen des circuits à ondes entretenues.* Note de M. **Bedeau**, présentée par M. E. Bouty.

Rohmann en 1911 utilisa les oscillations électriques amorties pour la détermination du pouvoir inducteur spécifique K des gaz. L'étalonnage absolu des condensateurs présenta des difficultés telles qu'il se borna à des mesures relatives. En effet, pour avoir K en valeur absolue, il faut mesurer deux capacités d'ordre de grandeur très différents; une capacité C dans le vide, puis la variation $\Delta C = (K - 1)C$ qu'elle éprouve lorsqu'on la plonge dans le gaz. Pour l'air, K étant de l'ordre de 1,0006, il vient

$$\Delta C = 6\,C.10^{-4}.$$

Cette difficulté avait déjà arrêté Bädeker (1901) qui avait rapporté ses mesures aux pouvoirs inducteurs spécifiques de l'air et de l'anhydride sulfureux. De même Tangl (1908) faisait l'étalonnage en faisant intervenir le pouvoir inducteur de la benzine, supposé très bien connu. Boltzmann (1874) avait tourné la difficulté en posant $K = 1 + bp$ (p étant la pression et b une constante). Il mesurait le rapport $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1 + bp_1}{1 + bp_2}$; ayant b il en déduisait la valeur de K pour $p = 1$ atmosphère.

La mesure directe peut être faite avec précision au moyen de circuits à ondes entretenues. Soient deux circuits A et B, ce dernier jouant le rôle d'hétérodyne; le téléphone d'un contrôleur d'ondes servant d'appareil de réception ne rendra aucun son si la fréquence N de A est très différente ou égale à celle de B, les fréquences de A et B étant séparément inaudibles (N est de l'ordre 5.10^5). Lorsque la capacité C du circuit A variera de ΔC on entendra un son de fréquence $\Delta N = \frac{N}{2}\frac{\Delta C}{C}$. Les deux circuits ayant été réglés pour la même longueur d'onde ($\lambda = 700^{m}$) lorsque C est dans le vide, l'introduction d'un gaz dans la cloche contenant C produira une variation $\Delta C = (K - 1)C$ et l'on entendra au téléphone le son de fréquence

$$\Delta N = \frac{N}{2}\frac{\Delta C}{C} = \frac{N}{2}(K - 1).$$

La formule précédente montre que si N est connu avec précision, la mesure ΔN donne $(K - 1)$. Au lieu d'utiliser cette méthode que je me propose d'employer ultérieurement, j'ai mesuré directement ΔC et C. La

mesure n'est possible que si ΔN est audible; il faut donc que N soit grand puisque $K - 1 = 0{,}0006$ environ. Il faut, d'autre part, que C soit assez grand pour que ΔC ait une valeur mesurable, une unité électrostatique par exemple. En mettant un voltage convenable (300 volts) à la plaque de la lampe génératrice du circuit A, les ondes s'amorcent pour une capacité

$$C = 2457$$

unités électrostatiques et une self $L = 5.10^{-5}$ henrys; ΔN est alors de l'ordre de 130 vibrations. Le circuit A comprend, outre la self L et la capacité C, une capacité cylindrique variable C′, telle que le déplacement de 1^{cm} de son armature interne produit une variation de capacité d'une unité électrostatique environ. Les deux circuits A et B étant réglés pour la même longueur d'onde, lorsque C est dans le vide, on laisse rentrer le gaz dans la cloche contenant C et l'on agit sur C′ jusqu'à rétablir le silence. Si C′ a été mesuré en fonction de C on aura ΔC, d'où $K - 1$. La capacité C étalonnée à l'établissement central de la radiotélégraphie militaire est constituée par un condensateur à air variable d'une valeur maxima, 2457 unités électrostatiques. Les positions de l'armature interne sont repérées par un index se déplaçant devant un cadran gradué de 0° à 180° La capacité C′ est calculable, mais il faut tenir compte de la variation de self résultant du déplacement de l'armature interne; il a paru préférable de l'évaluer directement en fonction de C. Pour faire cet étalonnage, C′ est monté en parallèle avec C, le curseur étant à 120°, et l'on règle le circuit B à la même longueur d'onde que A. On amène alors le curseur à 125°; pour rétablir le silence au téléphone il faut sortir l'armature interne de C′ d'une longueur L, correspondant à la variation de capacité de C entre 120° et 125°. On recommence l'expérience de 5° en 5° jusqu'à 180°. La somme des longueurs L dans une première série d'expériences a été 7717^{mm} et 7704^{mm} dans une deuxième série. La variation de capacité de C entre 120° et 180° étant connue (810 unités électrostatiques), il en résulte qu'un déplacement de 1^{cm} de l'armature interne de C′ vaut 1,05 unité électrostatique. L'expérience a été réalisée avec de l'air sec à la température de 15° et sous la pression de $75^{cm},5$ de mercure. La moyenne de déplacement de l'armature interne de C′ pour cinq expériences a été $13^{mm},7$, ce qui donne

$$K - 1 = 0{,}000586,$$

la précision étant de $\frac{1}{100}$. La sensibilité de l'appareil sera suffisante pour étudier l'influence d'une pression inférieure à 1 atmosphère.

PHYSIQUE. — *Nouveau mode de détermination des diamètres moléculaires par la rotation électromagnétique de la décharge dans les gaz.* Note [1] de MM. C.-E. Guye et R. Rüdy, transmise par M. Villard.

Si l'on applique au phénomène de la rotation de la décharge électrique dans les gaz la théorie si féconde de l'ionisation par chocs, on est conduit à exprimer cette vitesse de rotation par la formule

$$\text{(I)} \qquad V = \frac{\varepsilon H}{12\pi\sigma^2 m M}.$$

Comme on le voit, cette vitesse est inversement proportionnelle au nombre M de molécules par unité de volume, c'est-à-dire à la pression du gaz, si le gaz suit la loi de Mariotte. *A champ magnétique invariable et pour un même gaz, le produit de la pression par la vitesse observée doit donc demeurer constant.*

Démonstration de la formule (I). Nous reproduisons ci-après la démonstration de la formule (I) donnée par l'un de nous [2].

Soient ε et m la charge et la masse de l'ion positif soumis à l'action simultanée de deux champs uniformes, l'un électrique F parallèle à l'axe des y, l'autre magnétique H, parallèle à l'axe des z; ce dernier champ entraînera l'ion latéralement suivant l'axe des x et l'on aura

$$\text{(1)} \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} = \varepsilon H \frac{dy}{dt}.$$

En remplaçant $\frac{dy}{dt}$ par sa valeur $\frac{\varepsilon F t}{m}$ et en intégrant pour la durée θ qui sépare deux chocs, il vient, pour le chemin parcouru latéralement et pour la vitesse moyenne V d'entraînement,

$$x_\theta = \frac{\varepsilon^2 HF\theta^3}{6m^2}, \qquad V = \frac{\varepsilon^2 HF\theta^2}{6m^2}.$$

On a d'autre part

$$y_\theta = \int_0^\theta \frac{dy}{dt}\,dt = \frac{F\varepsilon\theta^2}{2m}.$$

En égalant cette expression au libre parcours entre deux chocs; soit $\lambda = \frac{1}{4\pi\sigma^2 M}$; M, nombre de molécules par unité de volume; σ, rayon d'une molécule supposé égal

---

[1] Séance du 30 janvier 1922.

[2] C.-E. Guye, *Arch. des Sc. phys. et nat.*, décembre 1917, p. 489. — C.-E. Guye et A. Rothen, *Arch. des Sc. phys. et nat.*, septembre-octobre 1921, p. 466.

à celui de l'ion positif, il vient en définitive

$$V = \frac{\varepsilon H}{12\pi\sigma^2 m M}. \qquad (1)$$

On remarquera que la rotation de la décharge, envisagée de la sorte, est plutôt une rotation de la conductibilité qui se déplace sous l'action du champ magnétique qu'une rotation effective d'une masse gazeuse toujours la même.

Des expériences antérieures [1], effectuées plus particulièrement sur l'azote et l'oxygène dans le but de vérifier la formule (1), avaient montré que les diamètres moléculaires obtenus par cette formule étaient bien *du même ordre de grandeur* que ceux déduits des expériences de viscosité; elles avaient fait ressortir en outre l'importance fondamentale qu'il y a d'opérer sur des gaz très purs si l'on veut obtenir des résultats concordants.

Nous avons donc repris récemment de nouvelles séries de mesures sur des gaz, très soigneusement purifiés, en utilisant l'appareil même qui avait servi aux expériences de MM. C.-E. Guye et A. Rothen.

La décharge jaillissait horizontalement entre deux électrodes concentriques dorées, placées à l'intérieur d'un tube de laiton, fermé à sa partie supérieure par une glace de façon à permettre l'observation des vitesses de rotation. Le champ magnétique vertical était produit par une bobine entourant tout l'appareil.

Résultats. — Lorsqu'on fait varier progressivement la pression du gaz à l'intérieur du tube, on constate d'abord que la décharge passe successivement par divers régimes. Si l'on prend alors comme abscisse la pression du gaz et comme ordonnée le produit de cette pression par la vitesse de rotation observée, on trouve que ce produit n'est constant que pour un régime déterminé et dans des limites généralement peu étendues de pression. La courbe obtenue présente ainsi un *palier*, très caractéristique, et c'est seulement pour le régime correspondant à ce palier que la formule (1) est applicable. Dans ces conditions, la vitesse de rotation est très exactement proportionnelle au champ magnétique, comme le veut cette formule, ce qui n'est pas toujours le cas pour d'autres régimes.

De même, si l'on emploie des gaz impurs, la vitesse de rotation ne correspond plus à la formule (1); elle n'est plus proportionnelle au champ magnétique et le produit de la pression par la vitesse cesse d'être constant; ainsi pour l'azote insuffisamment purifié, le palier tend à disparaître.

Les résultats des mesures sont réunis dans le Tableau suivant. Nous y

[1] C.-E. Guye et A. Rothen, *loc. cit.*

avons fait figurer d'une part les vitesses de rotation observées V_o, et d'autre part les vitesses calculées V_c en introduisant dans la formule (1) les rayons moléculaires, tels qu'ils résultent des expériences de viscosité (¹). Toutes ces vitesses, soit expérimentales, soit calculées, ont été ramenées à une pression de 1^{cm} et un champ magnétique de 1 gauss.

Les colonnes 3 et 4 donnent la comparaison entre les diamètres moléculaires déduits des vitesses de rotation et des expériences de viscosité.

	$V_o \times 10^2$.	$V_c \times 10^2$.	$(2\sigma) \times 10^8$ (rotation).	$(2\sigma') \times 10^8$ (viscosité).	$m V_o$.	$m (2\sigma')^2 V_o$.
O^2....	8,5	8,9	**3,25**	3,19	2,72	2,77
N^2....	9,6	9,6	**3,27**	3,27	2,69	2,87
CO^2...	4,0	3,9	**4,04**	4,1	1,76	2,96
H^2....	293,0	254,0	**2,21**	2,38	5,86	3,32
N^2O...	4,0	3,9	**4,04**	4,1	1,76	2,96
CH^4...	13,1	13,8	**3,70**	3,6	2,10	2,89
CO...	6,8	8,7	**3,88**	3,36	1,90	2,15
C^2H^4.		se décompose par la décharge				

Contrairement à l'opinion généralement admise, la vitesse de rotation observée n'est pas inversement proportionnelle à la densité du gaz (m), mais bien au produit du carré du diamètre moléculaire par cette densité (colonnes 5 et 6).

Les résultats qui précèdent ont été obtenus au moyen d'une machine électrostatique dont le débit ne pouvait varier que dans des limites très étroites; ce n'est qu'avec le débit maximum que nous avions une rotation régulière. Il serait désirable de reprendre dans des conditions plus variées d'intensité de courant l'étude de ces phénomènes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la variation des propriétés mécaniques des métaux et alliages aux basses températures.* Note de MM. **Léon Guillet** et **Jean Cournot**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons effectué un certain nombre d'essais en vue de déterminer l'influence des basses températures sur la dureté et la résilience des produits métallurgiques.

Les températures ont été : + 20° (température ambiante); — 20° (glace + chlorure de calcium); — 80° (neige carbonique); — 190° (air liquide).

(¹) *Recueil de constantes physiques de la Société française de Physique.*

Les éprouvettes étaient maintenues à température pendant 15 heures, avant essai.

Les résultats obtenus sont groupés dans le Tableau suivant :

Métaux et alliages essayés.	Duretés Brinnell.				Résiliences.			
	+20°.	−20°.	−80°.	Air liquide.	+20°.	−20°.	−80°.	Air liquide.
Fer électrolytique recuit	80	77	77	269	21,2	17,5	2,5	1,9
Acier doux (C 0,1) recuit	110	107	114	273	31,9	32,5	22,5	1,8
Acier demi-dur (C 0,33) recuit	176	174	190	286	13,1	11,2	10,0	3,7
Acier dur (C 0,79) recuit	230	230	231	330	14,4	11,2	10,0	3,7
Acier de cémentation au Ni (C 0,06; Ni 2,30) recuit	130	132	135	230	31,2	31,2	23,1	3,1
Acier Ni-Cr (C 0,25; Ni 4,25; Cr 1,2) trempé à l'air	460	466	444	578	11,2	10,0	11,2	10,0
Acier Ni-Cr (C 0,11; Ni 5,74; Cr 1,74) brut	261	269	282	388	11,8	7,5	3,1	1,9
Ferronickel à 36,8 $^0/_0$ de nickel	157	171	"	239	$41,2^{v}$	$36,2^{v}$	"	17,5
» 47 »	184	192	"	238	32,5	29,4	"	29,4
» 57,4 »	197	212	"	240	26,2	$35,0^{v}$	"	31,8
» 98,8 »	98	103	"	120	$47,5^{v}$	$46,2^{v}$	"	$40,6^{v}$
Cobalt	174	"	"	222	"	"	"	"
Cuivre pur (99,9 $^0/_0$)	51	52	53	66	20,6	18,7	20,6	20,1
Laiton de décolletage (Cu 60,4; Zn 39,3; Pb 0,2)	76	76	76	98	16,2	16,2	17,5	16,8
Laiton au nickel (Cu 52; Ni 4; Pb 1,3) recuit	118	114	118	148	8,1	7,5	8,8	6,9
Aluminium pur (Si 0,25; Fe 0,6)	24	25	24	53	11,2	10,6	11,2	13,1
Duralumin (Cu 3,6; Fe 0,6; Mn 0,5; Si 0,6; Mg 0,5)	101	96	101	129*	5,0	5,6	5,0	5,6
Alliage Al-Zn à 15 $^0/_0$ Zn	55	47	48	76	11,2	11,2	10,0	9,3
» 30 »	129	137	121	192	2,5	2,5	1,9	1,8
Alliage Al-Zn-Pb à 15 $^0/_0$ Zn et 1,5 $^0/_0$ Pb	55	51	49	83	10,0	10,0	10,0	8,1

Les conclusions suivantes ressortent de ces résultats :

1° Une augmentation générale de dureté est constatée au refroidissement, ce qui corrobore bien les résultats obtenus autrefois par Robin [1].

2° La fragilité aux basses températures est une caractéristique de la ferrite, la rapidité de la chute de résilience en fonction de la température étant d'autant plus grande que la teneur en ferrite est plus forte.

Le nickel et le cuivre, au contraire, n'amènent pas de fragilité; l'aluminium en grande proportion semble même produire une très légère augmentation de résilience.

---

[1] *Revue de Métallurgie* (Mémoires), 1909, p. 162.

L'austénite pure suffisamment riche en nickel ne présente pas de fragilité aux basses températures [1].

3° Les aciers spéciaux perlitiques au nickel présentent aussi une grande fragilité dans l'air liquide. On remarque cependant que les additions de nickel retardent l'abaissement de la fragilité avec la température.

D'autre part, des mesures de dureté et de résilience après séjour de 16 heures dans l'air liquide, puis revenu de 24 heures à + 20°, ont mis en évidence un retour normal aux propriétés à température ordinaire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Relations entre les différents oxydes d'uranium.* Note de MM. **Pierre Jolibois** et **Robert Bossuet**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les modes de préparation et les conditions de stabilité des différents oxydes d'uranium présentent un intérêt très grand pour les études dans lesquelles des radioactivités faibles doivent être mesurées. On sait, en effet, que la radioactivité de l'oxyde U^3O^8 a été prise pour étalon dans un grand nombre de mesures.

D'accord avec M. Paul Lebeau, qui a entrepris un travail sur les oxydes d'uranium dont les résultats sont décrits dans la Note suivante, nous avons appliqué la technique d'enregistrement photographique publiée antérieurement par l'un de nous, à la fixation des domaines de stabilité des différents oxydes d'uranium.

1° *Décomposition de* UO^3. — L'oxyde UO^3 que nous avons employé a été obtenu en calcinant le nitrate d'uranyle à 500° d'après le mode de préparation décrit par M. Lebeau. Nous l'avons chauffé dans le vide en enregistrant la température en fonction de la pression (*fig.* 1). On voit ainsi que la décomposition de UO^3 est irréversible, dans ces conditions, et donne naissance à l'oxyde U^3O^8 à la température de 502°, température à laquelle la vitesse de réaction prend une valeur sensible (poids de matière employé : 30^g).

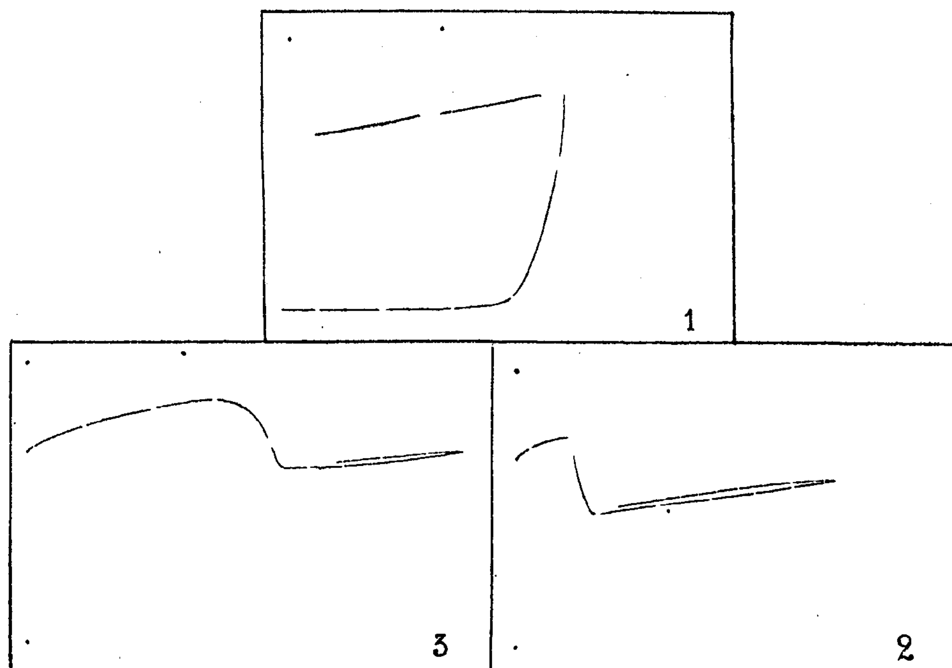
2° *Oxydation de* UO^2. — Nous avons préparé par la méthode classique UO^2 en réduisant U^3O^8 à haute température par un courant d'hydro-

---

[1] Ce résultat est confirmé par les essais, non encore publiés, effectués par Chevenard en 1912, relatifs à l'utilisation des ferronickels dans les appareils de fabrication d'air liquide.

gène pur et sec, dans lequel le composé obtenu a été laissé jusqu'à refroidissement complet. Nous l'avons chauffé dans l'oxygène en enregistrant la température en fonction de la pression (*fig.* 2).

La courbe obtenue nous montre que l'oxydation s'effectue rapidement dans un intervalle de température très restreint à partir de 185°. Le composé obtenu U^3O^8 se forme donc à basse température et l'oxydation a lieu sans aucune phase intermédiaire (poids de matière employé : 15g).



1. *Décomposition de* UO^3. — 2. *Oxydation de* UO^2. — 3. *Réduction de* U^3O^8 *par l'hydrogène.*

Les températures sont portées en abscisses, les pressions en ordonnées. Les points de gauche représentent la température de 20°. Le point central correspond à la température de 447°. Dans les figures 2 et 3 le point de départ de la courbe à gauche correspond à la pression atmosphérique 755mm. Interruptions de la courbe toutes les 10 minutes.

3° *Réduction de* U^3O^8. — L'oxyde que nous avons employé a été préparé en calcinant à 800° le nitrate d'uranyle pur. Nous l'avons placé dans une atmosphère d'hydrogène pur à l'intérieur d'un creuset de Gooch sur un lit de porcelaine concassée de manière que la vapeur d'eau formée puisse s'éliminer par son poids et venir s'absorber dans de l'anhydride phosphorique placé à la partie inférieure froide de l'appareil. Dans ces conditions la variation de la pression d'hydrogène donne une image de l'allure de la réduction. Il est facile de constater sur la courbe que la réduction commence d'une manière

sensible vers 625° et qu'elle est terminée à 650°. Comme jusqu'à 1000° aucune autre réaction ne se manifeste et que le produit recueilli est UO^2 on ne peut remarquer la formation d'aucun composé intermédiaire entre UO^2 et U^3O^8, conclusion à laquelle l'étude de l'oxydation de UO^2 nous avait déjà conduits (poids de matière employé : $7^g,5$).

4° *Dissociation de* U^3O^8. — Nous avons, en outre, étudié la dissociation de U^3O^8. Par chauffage de U^3O^8 les nombres que nous avons obtenus sont voisins de ceux publiés par Colani (1). Nous avons constaté dans ce cas un fait analogue à celui qui se produit dans la dissociation du carbonate de calcium. La réaction de réabsorption de l'oxygène dégagé se produit avec une lenteur telle que, pratiquement, les courbes de dégagement et d'absorption de l'oxygène sont éloignées l'une de l'autre. Nous avons fait le vide à 1000° sur ce corps pendant 3 heures en maintenant la pression à $\frac{1}{10}$ de millimètre de mercure environ. Après refroidissement, nous avons retiré un corps noir bleuté, dont la réduction par l'hydrogène nous donnait une perte de poids de 3,57 pour 100 (théorie pour U^3O^8 3,80 pour 100), c'est-à-dire U^3O^8 ayant perdu une faible fraction de son oxygène. Pour obtenir par simple dissociation sans intervention d'hydrogène le composé UO^2, nous avons dû calciner dans le vide, à une température voisine de 2000°, le composé U^3O^8 dans un four spécial.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les oxydes d'uranium.* Note de M. P. **Lebeau**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

De nombreux travaux ont déjà été publiés sur les combinaisons binaires oxygénées de l'uranium, et cependant il règne encore une assez grande incertitude sur la nature de certains d'entre eux. Nous résumons dans la présente Note les faits que nous avons observés au cours de nos recherches sur l'uranium, faits qui nous paraissent préciser quelques propriétés importantes de ces composés.

L'anhydride uranique UO^3 peut être obtenu pur, ainsi que nous l'avons établi antérieurement (2), lorsque l'on maintient jusqu'à poids constant dans un courant d'oxygène l'azotate d'uranyle ou l'hydrate uranique à la température de 500°. Nous avons reconnu depuis que l'emploi d'un courant

(1) Colani, *Ann. Ch. Ph.*, 8e série, t. **12**, 1907, p. 77.

(2) P. Lebeau, *Comptes rendus*, t. **154**, 1912, p. 1808.

d'oxygène n'est pas nécessaire et que l'on peut opérer au contact de l'air.

L'anhydride uranique chauffé à l'air n'est pas altéré jusqu'à 600°. La décomposition se produit nettement à 700° et devient assez rapidement complète à 800°. Toutes les fois que la durée de la chauffe est suffisante pour que toute la masse soit portée à cette température de 800°, on obtient des produits pulvérulents, possédant une couleur gris noir très foncé, et dont la composition correspond bien à celle d'un oxyde U^3O^8. Ils ne changent pas de poids, lorsqu'on les chauffe même vers 1000°, que leur refroidissement soit lent ou rapide.

Ces faits sont en contradiction avec ce qui est généralement admis, à savoir : que la calcination de l'anhydride uranique ou d'un sel d'uranyle à acide volatil donne déjà au-dessous du rouge sombre, de l'oxyde U^3O^8. En réalité on obtient dans ces conditions des mélanges ou, plus vraisemblablement, des solutions solides de UO^3 et U^3O^8, présentant des couleurs variant du vert olive clair au vert foncé presque noir.

En raison du poids atomique élevé de l'uranium, ces divers produits ont des teneurs en oxygène très voisines. Ils se comportent néanmoins de façon un peu différente vis-à-vis de certains réactifs. En particulier ils s'altèrent lentement au contact de l'air humide, mais cette altération est en relation avec la quantité d'anhydride uranique qu'ils renferment. On sait que l'anhydride uranique s'hydrate à la température ordinaire en donnant l'acide uranique hydraté $UO^2(OH)^2H^2O$. Des observations qui nous ont été communiquées dès 1919 par notre collaborateur M. Courtois nous ont permis de constater très nettement sur de nombreux échantillons cette action de l'humidité atmosphérique. M. Courtois ayant eu à analyser en 1914 un très grand nombre de sels organiques d'uranyle a dosé l'uranium par pesée de l'oxyde U^3O^8 provenant de la calcination de ces sels. Il chauffait ces composés dans un creuset de porcelaine, placé dans la flamme d'un brûleur de Bunsen. La température atteinte dans ces conditions dépasse rarement 650°.

Les oxydes résultant de ces calcinations présentaient tous sensiblement le même aspect au moment de leur préparation. Leur couleur était d'un noir verdâtre foncé. En 1919, quelques-uns ont nettement changé de couleur et sont devenus d'un vert beaucoup plus clair. Nous avons examiné de nouveau ces produits il y a quelques semaines, certains sont encore presque noirs, mais d'autres sont vert jaunâtre et ne paraissent plus homogènes. Au microscope l'altération se manifeste pour tous les échantillons par la présence sur leur surface d'efflorescences jaune pâle ayant bien la

couleur de l'hydrate uranique. Ces efflorescences disparaissent sous l'action d'une solution de carbonate d'ammonium.

Dans une récente Communication, M. Staehling [1] a indiqué que des préparations d'oxyde vert d'urane, même à un très grand état de pureté, s'hydratent lentement à l'air sans changer d'aspect extérieur.

Il est probable que ces observations sont du même ordre que celles que nous venons de décrire plus haut. La présence de l'anhydride uranique dans les produits résultant d'une décomposition incomplète permet d'expliquer ces phénomènes.

Une autre cause de l'existence de l'anhydride uranique dans ces mêmes corps qui s'ajoute à la précédente résulte du fait que l'oxyde U^3O^8 préparé à température peu élevée peut s'oxyder à l'air. En chauffant dans un creuset de platine muni de son couvercle environ 15^g d'oxalate d'uranyle à la température de 350°, il se forme non pas l'oxyde UO^2 mais un oxyde d'un gris noir très foncé dont la composition correspond à U^3O^8. Cet oxyde maintenu au contact de l'air pendant 12 heures à 350° s'est transformé en une poudre brun orange en augmentant de poids. Cette augmentation de poids correspond à la transformation à peu près totale du produit en anhydride uranique (trouvé 101,77 au lieu de 101,89).

Une solution de carbonate d'ammoniaque dissout cette substance en ne laissant qu'un résidu excessivement faible d'oxyde U^3O^8 très divisé restant facilement en suspension dans le liquide. Si la calcination de l'oxalate est faite à 800°, l'oxyde gris noir foncé qui en résulte ne varie pas de poids lorsqu'on le chauffe dans les mêmes conditions.

La réduction de l'oxyde U^3O^8 par l'hydrogène commence au voisinage de 500°, mais elle est encore incomplète après 10 heures de chauffe à cette température en opérant sur deux ou trois grammes de produit. Elle est au contraire assez rapidement totale si l'on chauffe à la température de 900° à 1000°. Nous n'avons pas observé, au cours de l'étude de cette réduction, la formation d'un oxyde intermédiaire. L'oxyde UO^2 que l'on obtient possède une couleur brun marron.

L'oxyde uraneux est décrit tantôt comme une poudre noire, tantôt comme une poudre rouge de cuivre ou brun cannelle. Quel que soit son mode de préparation, l'oxyde uraneux doit présenter, lorsqu'il est pur, une teinte brun marron; c'est une poudre de cet aspect que l'on obtient par pulvérisation de l'oxyde cristallisé.

---

(1) Ch. Staehling, *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 1468.

Parmi les procédés de préparation de l'oxyde cristallisé, il y a lieu d'éliminer tous ceux dans lesquels il peut y avoir intervention de l'oxygène. C'est ainsi que le procédé donné par Ditte (¹), consistant à chauffer dans un creuset de platine muni de son couvercle l'oxyde U^3O^8 additionné de quelques gouttes d'acide fluorhydrique, ne donne pas UO^2, mais bien U^3O^8 cristallisé.

Nous pouvons conclure de l'ensemble de ces faits :

1° Que seuls les composés oxygénés de l'uranium UO^3, U^3O^8 et UO^2 ont une existence certaine;

2° Que les oxydes de couleur gris foncé, désignés parfois sous le nom d'oxyde noir, correspondent à U^3O^8. Ils sont inaltérables à l'air et peuvent être chauffés jusqu'à 1000° sans décomposition sous la pression atmosphérique;

3° Que les oxydes vert olive plus ou moins foncés préparés à une température inférieure à 800° renferment des quantités variables d'anhydride uranique et sont susceptibles de s'altérer au contact de l'air humide.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du sélénium sur l'or.* Note de M. H. **Pélabon**, présentée par M. A. Haller.

Nous avons indiqué récemment (²) les variations que subit la résistivité du sélénium quand la température croît régulièrement jusqu'au point d'ébullition de ce métalloïde. Ces variations pouvaient s'expliquer par l'existence de deux modifications α et β, puisque les électrodes d'or employées ne variaient pas de poids.

Ayant examiné au microscope métallographique une lame d'or préalablement polie. puis maintenue plusieurs heures au contact du sélénium à une température voisine du point d'ébullition, nous avons pu constater une modification très nette de la surface de la lame. Celle-ci apparaît comme recouverte d'un réseau assez régulier à larges mailles dont les lignes courbes font saillie. Dans l'intérieur des mailles du réseau, l'or est souvent sillonné de lignes très fines parallèles; la direction de ces lignes est différente dans deux mailles voisines. Il n'y a pas de doute, l'or est attaqué et sa surface est recouverte de plages formées de cristaux parallèles. Il est probable que

(¹) A. Ditte, *Annales de Chimie et de Physique*, 6ᵉ série, t. **1**, 1884, p. 342.

(²) *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 1466.

le sélénium déposé à la surface du métal empêche l'attaque de continuer. En augmentant la surface d'attaque, on doit pouvoir constater beaucoup mieux le phénomène. Nous avons donc chauffé pendant plusieurs jours une large lame d'or dans du sélénium liquide (610° environ) et nous avons constaté, même après avoir chauffé la lame dans la flamme du chalumeau pour la débarrasser du sélénium libre, une très faible augmentation de poids.

Il nous a semblé ainsi que l'or fondait plus facilement après un tel traitement.

Comme généralement les électrodes d'or ne varient pas de poids, la fixation du sélénium sur la lame doit être compensée par une perte de métal. Après avoir dissous le sélénium dans l'acide azotique dans un vase de verre à parois très minces, nous avons placé celui-ci sur la platine du microscope métallographique. En utilisant le plus fort grossissement nous avons pu apercevoir par endroits de très petits cristaux d'or en forme de tétraèdres. Ces cristaux sont le plus souvent groupés pour former de magnifiques étoiles à six branches qui apparaissent vivement éclairées sur le fond sombre. L'or se dissout donc dans le sélénium en très faible quantité ou bien les deux éléments forment une combinaison instable. Dans tous les cas par refroidissement le métal se précipite en cristaux tétraédriques.

Mais en même temps qu'on aperçoit les cristaux d'or dont il s'agit on distingue de longues aiguilles excessivement fines plus blanches, qui traversent quelquefois tout le champ du microscope. Ces aiguilles sont probablement identiques à celles qui se groupent sur la surface du métal.

En résumé, contrairement à ce qu'on a cru jusqu'ici, *l'or est attaqué par le sélénium*, il y a échange partiel entre les deux éléments. Le métal fixe du sélénium qui s'élimine difficilement par élévation de température, le sélénium lui-même prend de l'or.

Le sélénium que nous avons appelé β n'est donc pas un corps pur. La faible résistivité s'explique par la présence de la poussière d'or qu'il tient en suspension et par les aiguilles de sélénium qui le traversent.

Il reste à expliquer pourquoi ce sélénium impur peut reprendre une résistivité très grande par une série d'oscillations de la température.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques nouveaux dérivés de la sulfobenzide.* Note (¹) de M. **Eug. Grandmougin.**

Dans une Note précédente (²) nous avons étudié la sulfobenzide (³), et en particulier ses dérivés diamidés 3.3′ et 4.4′, surtout au point de vue des applications possibles à l'industrie des colorants synthétiques. Incidemment nous avions signalé quelques nouveaux composés dérivés de cette matière première et préparés avec le concours de M. B. Rivetti.

Si nous revenons aujourd'hui sur ces nouveaux corps, dont l'intérêt est surtout documentaire, c'est plutôt pour préciser les méthodes générales de leur préparation. On verra, une fois de plus, la variété des procédés que peut employer la synthèse organique et qui rend ce domaine aussi attrayant et aussi fertile.

En principe, la sulfobenzide se prépare par action de l'acide fumant (chlorhydrine sulfurique, chlorure de sulfuryle) sur le benzène et l'on peut généraliser cette réaction pour obtenir des dérivés symétriques. Ainsi si, au lieu du benzène, on prend le phénol, on obtient une dioxysulfobenzide 4.4′ (⁴), et l'on prépare de même les dérivés dichloré, dibromé et diiodé, etc. en para (⁵).

L'action de l'acide fumant sur le nitrobenzène conduit par contre au dérivé dinitré 3.3′, identique à la dinitrosulfobenzide obtenue par nitration de la sulfobenzide (⁶).

Par réduction, on fait le dérivé diamidé qui, par application de la réaction de Sandmeyer, nous a donné les dérivés dihalogénés correspondants. La 3.3′-dichlorosulfobenzide distille inaltérée sous un vide de 8^{mm}; elle cris-

---

(¹) Séance du 30 janvier 1922.

(²) *Comptes rendus*, t. **174**, 1922, p. 168.

(³) La désignation de diphénylsulfone, parfaitement correcte du reste, peut cependant prêter à confusion avec la sulfone du diphényle (voir notamment brevets français n° **362140** et additions).

(⁴) Annaheim, *Ann. Chem.*, t. **172**, p. 28.

(⁵) Avec le dichlorobenzène on obtient une tétrachlorosulfobenzide (Friedel et Crafts, *Ann. Chim.*, 6ᵉ série, t. **10**, p. 414), sans doute 3.4.3′.4′, et décrite par erreur comme dérivé dichloré 2.2′ dans Richter (vol. **2**, p. 2313).

(⁶) Elle est décrite comme 2.2′ dans Richter (vol. **2**, p. 2315); nous avons démontré dans notre Note précédente que c'était un dérivé diméta, c'est-à-dire 3.3′. Voir aussi : MM. Martinet et Haehl, *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 775.

tallise de l'acide acétique en cristaux jaunâtres (p. f. 108°) ([1]) (chlore, calculé 24,73 pour 100, trouvé 24,57 pour 100). La 3.3'-diiodesulfobenzide se sépare de l'alcool en cristaux jaunâtres fusibles à 158° (iode, calculé 54,04 pour 100, trouvé 53,83 pour 100).

La préparation de ces composés avait été envisagée pour effectuer la synthèse de couleurs à cuve par condensation avec des aminoanthraquinones, analogues aux dérivés des brevets allemands 234518 et 230409, mais qui sont restés sans applications industrielles.

Pour obtenir le dérivé dinitré 4.4', il faut employer par contre un procédé indirect; on le prépare par oxydation du sulfure de phényle dinitré 4.4' formé lors de l'action du sulfure de sodium sur le *p*-chloronitrobenzène.

Le même procédé nous a permis de faire la synthèse du dérivé dinitré 2.2' à partir du sulfure de phényle dinitré en ortho. Ce produit déjà connu se fait, comme le dérivé para, par condensation du sulfure de sodium avec l'*o*-chlornitrobenzène ([2]). Par oxydation avec le bichromate et l'acide sulfurique, à froid, il donne la 2.2'-dinitrosulfobenzide qui cristallise de l'acide acétique en cristaux presque blancs (p. f. 189°) et dont la composition fut vérifiée par l'analyse (N pour 100 calculé 9,09, trouvé 9,00 pour 100) ([3]).

Le dérivé diamidé correspondant n'a pas été préparé; il est du reste à prévoir que, même s'il se diazotait normalement, ce qui n'est pas certain, les colorants obtenus n'offriraient sans doute qu'un intérêt assez médiocre ([4]). Du reste, le mode d'obtention de cette base rend peu probable son emploi industriel.

([1]) Le brevet français 423913 signale une dichlorosulfobenzide obtenue par l'action du chlorure de sulfuryle sur le benzène chloré, en présence du chlorure d'aluminium, différente du dérivé dipara (?) mais dont les constantes ne sont pas indiquées.

([2]) Nietzki et Bothof, *Ber.*, t. 29, 1896, p. 2274. — Comme le rendement est insuffisant, nous avons essayé d'employer l'ortho-iodonitrobenzène, mais sans amélioration sensible. Des essais faits d'autre part pour l'obtenir par action du diazo de l'*o*-nitraniline sur le sulfure de sodium ont dû être abandonnés par suite de la formation de dérivés diazoïques explosifs, même en milieu aqueux.

([3]) Le point de fusion correspond sensiblement à celui du dérivé dinitré de l'oxysulfure (?) de Lobry de Bruyn, p. f. 184° (voir aussi *Ber.*, t. 20, 1887, p. 198).

([4]) Le dérivé correspondant du disulfure de phényle se comporte, comme nous l'avons vérifié, d'une façon anormale lors de la diazotation. Cette base obtenue primitivement par Hofmann (*Ber.*, t. 13, 1880, p. 1230) d'une façon peu commode se prépare plus facilement par réduction du dérivé dinitré correspondant par l'hydrade d'hydrazine (*Ber.*, t. 45, 1912, p. 134) ou, comme nous l'avons constaté, par le bisulfure de sodium. Elle fond à 93°.

Tous les procédés énumérés jusqu'à présent donnent des dérivés symétriques de la sulfobenzide. Pour synthétiser les dérivés asymétriques, il existe diverses méthodes, à partir des acides sulfiniques, notamment. Nous signalerons en particulier celle qui consiste à condenser les acides sulfiniques avec des dérivés chloronitrés des carbures aromatiques [1].

Pour vérifier si cette réaction pouvait être généralisée nous avons préparé un dérivé d'une sulfone mixte : *o*-*p*-dinitrophényl-β-naphtylsulfone par condensation du 1.2.4-chlorodinitrobenzène avec l'acide β-naphtalinesulfinique, en milieu alcoolique ammoniacal, à chaud.

La sulfone, insoluble dans l'alcool, se sépare en cristaux jaune pâle; on l'obtient à l'état pur par cristallisation de l'acide acétique (p. f. 228°). La composition fut vérifiée par l'analyse (N calculé 7,82 pour 100, trouvé 8,00 pour 100). Ajoutons que les dérivés dinitrés 2.4, obtenus par ce procédé, fournissent par réduction des métadiamines qui, par l'action de l'acide nitreux, donnent lieu à la formation de colorants rouge brun.

En résumé, notre étude confirme à nouveau que la sulfobenzide n'offre, au point de vue des colorants synthétiques, qu'un intérêt limité, parce que les colorants qui en dérivent ne présentent pas d'avantages sur ceux qui sont préparés avec des bases plus accessibles et d'un prix de revient inférieur.

Si, par nitration directe, il avait été possible de préparer le dérivé hexanitré, ce produit aurait pu peut-être offrir de l'intérêt comme explosif. Mais comme nous avons démontré que la dinitration se fait en méta, on ne peut dépasser par nitration directe la phase du tétranitro (3.5.3'.5'). Le dérivé hexanitré, seul intéressant comme explosif, ne pourrait se faire que par la voie indirecte du sulfure de phényle hexanitré correspondant. Dans ce domaine encore les applications de la sulfobenzide sont donc sans intérêt pour les mêmes raisons qui empêchent son emploi daus le domaine des couleurs.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la composition de l'essence de térébenthine d'Alep.* Note de M. **Georges Dupont**, présentée par M. A. Haller.

M. Vèzes [2] a montré l'homogénéité de l'essence de térébenthine du pin d'Alep et conclu que la presque totalité de cette essence était constituée de

---

(1) Ullmann et Pasdermadjian, *Ber.*, t. 34, 1901, p. 1151.

(2) Vèzes, *Soc. des Sc. de Bordeaux*, 23 juin 1909, 21 mai 1912.

pinène. M. Darmois (1) arrive à la même conclusion mais signale qu'un dixième environ de l'essence ne distille qu'à une température notablement plus élevée. M. Pariselle (2) a montré que ce pinène α, extrait de l'essence d'Alep, pouvait être considéré comme du pinène droit à peu près exempt de racémique. D'autre part, Palazzo (3) a vérifié l'identité des essences d'Alep française, italienne et grecque qui donnent toutes des caractéristiques voisines de :

$$d_{25} = 0,855, \qquad n_{D.25} = 1,464, \qquad |\alpha|_{D.25} = +46^\circ \text{ à } +47^\circ.$$

Nous avons vérifié qu'en outre cette composition est indépendante de l'époque de la récolte. En effet des essences extraites des gemmes de pin d'Alep des amasses successives pendant l'année 1921 nous ont donné :

	α_J (4).	d_{25}.
1re amasse	+41,92	0,8550
2e »	+41,93	0,8550
3e »	+41,14	0,8560
4e »	+41,29	0,8580

Ces faits viennent donc confirmer que la composition d'une essence ne dépend que de la nature de l'arbre qui la fournit.

Il nous a paru intéressant de rechercher si les queues de distillation signalées par les divers auteurs sont simplement des produits d'oxydation de l'essence ou bien s'ils sont des produits normaux de la sécrétion résineuse.

Dans un essai préliminaire, nous sommes parti d'une gemme d'Alep d'origine sûre (5). L'essence obtenue nous a donné, à la distillation, un résidu de 5 pour 100 environ ne distillant qu'au-dessus de 165°.

Ce résidu est en presque totalité distillable et donne :

Température.	Volume.	d_{25}.	α_J.
	cm³		
156°-177°	55	0,8570	+42,79
177°-230°-250°	42	0,9247	+ 5,73
250°-255°	30	0,9093	− 7,43
Résidu	15		

(1) DARMOIS, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1910.

(2) PARISELLE, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1496.

(3) PALAZZO, *La trementine italiane*. Nota IV, Tip. Ricci, Firenze.

(4) α_J rotation sur 10cm pour la raie jaune de l'arc au mercure ($\lambda = 0^\mu,578$).

(5) M. Carme, à Auriol (Bouches-du-Rhône), avait bien voulu faire sélectionner lui même, en forêt, cette gemme en vue de nos expériences. Nous le remerçions vivement ici.

Ces produits de queue existent donc normalement dans l'essence d'Alep fraîche; ils se présentent comme un liquide jaunâtre à odeur très fine.

Pour étudier leur nature, nous avons pu nous procurer des essences enrichies en ces produits en faisant recueillir, à l'usine même, le dernier litre fourni par chaque distillation de térébenthine dans un appareil ordinaire à vapeur. Cette essence contient $\frac{1}{3}$ environ de produit de queues; elle donne à la distillation :

Numéros des fractions.	Volumes.	Températures déb.	$[\alpha_J]$	$d_{25°}$.
1 à 5	1000 cm³	154°	+42,52	0,8540
6 et 7	400	155	+42,28	0,8540
8 et 9	400	»	+41,75	0,8542
10 et 11	300	156	+39,50	0.8548
12	72	157-210°	+22,91	0,8622
13	37	210-220	+ 3,08	0,9043
14 et 15	198	220-235	+ 0,37	**0,9320** A
16 et 17	200	235-250	— 3,32	0,923
18	100	250-255	— 6,98	0,9114
19	100	255-258	— 8,75	**0,9092** B
20	100	258-265	—11,58	0,9141
21	36	265-285	— 1,02	0,9206
22	70	résidus		

Nous voyons nettement, en dehors des têtes constituées par du pinène, deux fractions, la première A à faible pouvoir rotatoire et à forte densité; la deuxième B lévogyre et à densité plus faible.

Étude des fractions B. — Les fractions 17, 18, 19, plusieurs fois distillées sur le sodium, passent finalement, en presque totalité, à 253°-254° et présentent les caractéristiques suivantes :

$$d_{15} = 0{,}9096, \qquad d_{20} = 0{,}9056, \qquad N_{D20} = 1{,}4977.$$

L'analyse, la cryoscopie, la réfraction moléculaire montrent que ce constituant est un sesquiterpène bicyclique.

Analyse : Trouvé 88,45 (calc. 88,23); H trouvé 12,09 (calc. 11,76).

Cryoscopie : Trouvé pour les concentrations limites M = 208 (calc. 203) R_M trouvé : 66,02; calculé : 66,14.

Ce sesquiterpène est assez semblable au caryophyllène par ses propriétés; toutefois, il s'en distingue par le point de fusion du nitrosite. Ce dérivé, obtenu avec un très faible rendement, fond à 148°-149°. Nous n'avons pu encore obtenir d'autre dérivé cristallisé de ce sesquiterpène. Nous signa-

lerons la réaction colorée que donne une goutte d'acide sulfurique dans la solution acétique de ce corps : coloration rose virant au violet.

Étude de la fraction A. — Cette fraction, qui attaque le sodium à chaud, ne contient ni alcool ni cétone; elle est riche en éther-sel.

$9^g,2$ de la fraction 14 ont été traités par 30^{cm^3} d'une solution de KOH alcoolique à 100^g par litre, pendant 4 heures, à 100°. Il a disparu $0^{mol},01853$ de KOH, ce qui correspond à 39,5 pour 100 d'éther, calculé en acétate de bornyle.

Pour déterminer la nature de cet éther, nous avons saponifié 90^g du produit. Dans la solution aqueuse, nous avons pu caractériser l'acide acétique. L'huile saponifiée a été chauffée, à 150°, 10 heures avec de l'anhydride phtalique, et les éthers phtaliques acides ont été extraits par une solution de carbonate de soude.

De cette solution, les éthers phtaliques ont été précipités par l'acide chlorhydrique, puis soumis à la saponification.

Nous avons obtenu ainsi du *bornéol inactif* très pur (cristaux hexagonaux fondant à 206°-207°, phtalate acide fondant à 155°-156°).

D'autre part, des fractions non éthérifiables par l'anhydride phtalique, nous avons retiré une huile dont la presque totalité bout entre 250° et 255° et qui s'identifie avec le sesquiterpène que nous avons isolé de la fraction B.

Nous pouvons donc dire que ces fractions de queue sont constituées en presque totalité *d'acétate de bornyle et d'un sesquiterpène*.

Dans l'essence de queue initiale, l'indice de saponification nous conduit à une teneur en *acétate de bornyle* de 6,30 pour 100 et, par suite, à une teneur en sesquiterpène voisine de 23 pour 100.

Dans les queues, débarrassées d'α-pinène, nous trouvons :

Acétate de bornyle	22,7 pour 100
Sesquiterpène	77 »

La composition de l'essence d'Alep fraîche totale est donc voisine de la suivante :

Pinène droit	95 pour 100
Acétate de bornyle inactif.......	1,14 »
Sesquiterpène	3,8 »

GÉOLOGIE. — *Sur la limite orientale du massif granitique de Millevaches.* Note de M. G. Mouret, présentée par M. Pierre Termier.

Le Plateau de Millevaches, qui forme la partie culminante de la région du Massif Central, située à l'ouest du grand chenal houiller, est occupé par un massif de granite à mica blanc, au sein duquel affleure le granite por-

phyroïde à mica noir sur une vaste étendue au nord de la haute vallée de la Vienne. Au Sud, ce massif granitique, qui n'atteint pas la localité d'Égletons (Corrèze), est limité par un massif de granite également porphyroïde, compris entre la région d'Égletons et Ussel. Au Nord, il est limité par le massif de granite à mica noir (granite de Guéret) qui couvre la plus grande partie de la Creuse. A l'Ouest, il domine le plateau gneissique de Limoges et d'Uzerche. Enfin, à l'Est, il est limité par les gneiss d'Aubusson associés à quelques gneiss normaux.

Nous avons autrefois fait connaître le caractère de la limite occidentale du massif et de ses annexes, limite formée par une fracture que jalonne une traînée continue de mylonites (*fracture d'Argentat*). Il y a deux ans, nous avons précisé le caractère de la limite septentrionale (région de Pontarion), formée par une bande schisteuse, déjà figurée sur la carte géologique de la Creuse par Mallard (1866). Nous avons montré que cette bande schisteuse comprend, là encore, une traînée presque continue de mylonites, et qu'elle est associée à des roches laminées, indices certains d'une autre ligne de fracture (fracture de Pontarion). L'objet de la Note présente est d'exposer les résultats de nos explorations le long de la limite orientale du Massif.

Dans une Note antérieure, nous avions indiqué que la ligne de fracture de Pontarion devait passer dans le voisinage du village de la Borne, au nord-ouest de Saint-Michel-de-Veisse, et que les mylonites étaient distribuées à plusieurs niveaux, au sein des couches schisteuses. Il résulte de nos nouvelles explorations qu'en réalité, les mylonites n'occupent qu'un seul niveau, et que la ligne de fracture de Pontarion, en partie masquée par des dépôts houillers, passe, non par la Borne, mais par Saint-Michel-de-Veisse. Elle se prolonge au delà, dans la direction du Sud-Est, jusqu'à la limite des feuilles *Aubusson* et *Ussel*, au village de Vilescot, et alors, là, elle change brusquement de direction, pour s'infléchir vers le Sud, amorçant ainsi la limite orientale du Massif. Si, dans cette partie, la bande schisteuse se maintient avec continuité, il n'en est pas de même des mylonites, dont on retrouve cependant des traces près de Treichazeix et qui apparaissent encore très nettes près du village de Chambroutière, à l'ouest de Felletin. De Janaillat, au nord-nord-ouest de Bourganeuf, jusqu'en ce point, la ligne de fracture peut donc se suivre avec certitude sur environ 40^{km} de longueur. Voilà un premier point établi.

Le second point concerne le prolongement de cette fracture vers le Sud, c'est-à-dire vers Meymac, sur une longueur également d'environ 40^{km}. La

feuille *Ussel* figure bien une faille formant la limite du massif de granite à mica blanc, mais d'après nos explorations, cette ligne de fracture doit être reportée quelque peu plus loin vers l'Est. Les caractères de la limite du Massif de Millevaches, entre Saint-Michel-de-Veisse et le hameau du Vert, au nord-nord-est, de Meymac, restent en effet les mêmes que dans la région septentrionale. La zone schisteuse persiste ; elle forme encore ceinture au massif de granite à mica blanc; elle s'étend à son pied, en occupe le talus, ou atteint parfois le rebord du plateau. Envahie plus ou moins par le granite à mica blanc qui y prend alors une structure gneissique, elle se présente avec une largeur variable. Cette ceinture n'est même pas continue ; entre la région de Clairavaul et le parallèle de Saint-Setier, les schistes sont entièrement résorbés et les gneiss d'Aubusson viennent au contact immédiat du granite de Millevaches. Les schistes ne reparaissent que plus au Sud, et se poursuivent au moins jusqu'au village du Vert, après quoi le granite porphyroïde d'Ussel et de Meymac vient au contact de celui du massif considéré.

Au sud de Chambroutière jusqu'au Vert, et au delà, nous n'avons pu observer de mylonites ou de roches apparemment laminées, à moins qu'il ne faille attribuer la structure schisteuse à un laminage; s'il existe une fracture, et il est difficile d'admettre que la fracture de Pontarion ne puisse pas se poursuivre, cette ligne de fracture ne peut être que la limite ou ligne séparative de la zone schisteuse et des gneiss situés plus à l'Est (gneiss d'Aubusson et autres).

Les caractères qui font présumer une fracture sont, à défaut d'une déformation ou d'un écrasement des roches, les suivants :

1° La netteté et la grande régularité du tracé de la limite du Massif de Millevaches, y compris la zone schisteuse intimement associée au granite, et l'absence, autant que nous avons pu en juger, de passage graduel des schistes de la bordure aux gneiss adjacents.

2° La direction du plongement des couches, qui n'est pas la même pour le granite à mica blanc gneissique et les schistes, ces deux terrains plongeant généralement vers l'Ouest, et pour les gneiss extérieurs, ceux-ci plongeant plutôt vers l'Est.

3° La constitution très différente du Massif de Millevaches et du plateau, de niveau inférieur, qui s'étend à l'Est, où les schistes font absolument défaut, qui ne se compose que de granite à mica noir et de gneiss de même composition. Il y a absence complète de filons de granulite dans le voisinage même du Massif de Millevaches, et les quelques filons de granulite (granulite à cordiérite et à grenat) que la feuille *Ussel* figure, sont à grande distance

du Massif; on peut même dire que la région en question est exceptionnelle par sa richesse en biotite et sa pauvreté en muscovite.

Dans la région de Meymac, la limite du Massif de Millevaches contourne ce bourg au Nord. Elle est très nette, et le filon de porphyre quartzifère figuré sur la feuille *Ussel* au sud-ouest du Vert, répond, sans doute, au passage de la ligne de fracture. Il est probable que cette ligne passe aussi dans le voisinage du petit bassin houiller de Lapleau, sinon même par ce bassin qui, par conséquent, se trouverait placé dans une position identique à celle des autres bassins houillers de cette partie du Massif Central : bassins d'Argentat, de Corrèze, de Mazurat, de Bourganeuf et de Saint-Michel-de-Veisse. Cette situation du bassin de Lapleau suggère des considérations nouvelles au sujet de son extension, car il est recouvert par le granite, et, à l'hypothèse du plissement, imaginée par Dufrénoy pour expliquer le recouvrement, on peut substituer celle du charriage.

GÉOLOGIE. — *Le bassin oligocène effondré Saint-Flour (Cantal)-Malzieu (Lozère). La Truyère miocène, affluent de l'Allier.* Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Lorsque des hauteurs de Saint-Flour (900^m) on regarde l'Est et le Sud-Est, on aperçoit, barrant l'horizon sur près de 60^{km}, la masse sombre de la Margeride, chaîne anticlinale archéogranitique, dissymétrique, dont l'altitude s'élève de 1300^m à 1584^m, et dont le rebord occidental retombe brusquement sur une fosse d'effondrement drainée par la Truyère.

Cette fosse ne représente qu'*une portion* d'une *importante dépression* oligocène qui s'étendait au delà ; au nord de la Margeride, sur le plateau surélevé de Lastic-Vieillespesse, et au nord de Saint-Flour, où elle rejoignait la dépression de Neussargues-Murat, *plus effondrée*, qui communiquait avec le sud de la Limagne sur l'emplacement de la vallée de l'Allagnon. Elle paraît bien s'être étendue aussi sur le territoire compris entre la Truyère et le Bès, entre Fournels, Saint-Chély, Aumont, territoire qui est le premier échelon montagneux vers l'Aubrac. La dépression fut remplie par 200^m de sédiments surtout détritiques, effondrés en échelons au pied de la Margeride, mais *relevés* du *Sud au Nord* et déblayés partiellement par la Truyère et ses affluents.

Rames avait étudié l'Oligocène des environs de Saint-Flour, dont Fouqué avait dressé la carte ; et M. Boule a publié deux Notes sur la même région.

Cette formation ne se présente plus que sous forme de lambeaux dont certains ont été figurés sur la feuille *Mende* par M. Boule, notamment ceux de Saint-Alban et de Saint-Chély (Lozère).

Les plus importants s'étendent entre Malzieu et Saint-Flour, car ils ont été les *plus effondrés*, ou ont été *protégés* par des coulées volcaniques pliocènes, tels, ceux de Julianges, d'Anglards, de Villedieu, du Foyet et de Faverolles, sous les coulées du mont Chanson, etc.; tels aussi ceux qui longent le pied de la *grande faille bordière de la Margeride*, vers Vasbres, Clavières, Ruines, Rentière, etc.

La *base* de ces dépôts *s'abaisse du Sud au Nord*. Elle est à 1040^m à Saint-Chély et à Javols, 950^m à Saint-Alban, 860^m au Malzieu, 830^m à Saint-Léger, puis se maintient de 830^m à 860^m à l'est et au nord de Saint-Flour, tandis qu'elle s'élève de nouveau à 1020^m sur le territoire surélevé au nord de la Margeride, à l'est de la faille bordière, où quelques îlots ont été conservés et où il existe une *pénéplaine antéoligocène* remarquable (notamment vers Montchamp), gauchie par places par les mouvements miocènes et accidentée par d'assez nombreux volcans.

L'Oligocène du bassin de Saint-Flour se prolongeait par celui du bassin plus effondré de Neussargues, où cette formation descend à 760^m sous Servières et à moins de 700^m sous Joursac, où elle est dénivelée par *deux failles* N-O *prolongeant les failles bordières de la Margeride*. La faille de Joursac avait été signalée par M. Boule. Une dizaine de volcans, *en relation avec ces failles*, sont situés sur le pourtour actuel de ce bassin effondré.

La coupe la plus complète de l'Oligocène peut être observée entre Saint-Léger et Laveyssière. Elle comprend la série suivante à partir de la Truyère :

6. Argiles sableuses un peu ferrugineuses avec nombreux blocs roulés des roches de la bordure Margeride (gneiss ou granite suivant les points) exploitées pour tuileries. Quelques lits de lignite intercalés.
5. Calcaires en gros bancs, à silex panachés, 4^m.
4. Argiles vertes feuilletées avec rognons de calcaire sublithographique, 16^m.
3. Argiles très ferrugineuses, bauxiteuses par places, 8^m.
2. Argiles sableuses fines exploitées pour tuileries, 10^m.
1. Poudingues, à galets de quartz.

L'ensemble mesure environ 160^m d'épaisseur. Il est surmonté au Malzieu et à Verdezun par des grès grossiers à stratification entre-croisée (avec coincements de grès fins kaoliniques) jadis exploités pour la fabrication des meules et dans lesquels M. Boule avait recueilli une flore oligocène comprenant des feuilles et troncs de *Palmiers silicifiés*, *Myrica*, *Cinnoma-*

num, *Platanus*, etc. Je rappellerai aussi que les argiles sableuses de Brons, près Saint-Flour, avaient fourni à Rames des restes de tortues (*Ptychogaster emyoides* et *Testudo*), d'*Acerotherium lemanense*, *A. Gaudryi* et *Enteledon*.

Des calcaires intercalés au milieu d'argiles sableuses avaient été exploités jadis à Saint-Alban. Ces dépôts correspondent vraisemblablement au Sannoisien et au Stampien.

Sables à chailles. — Sur cet ensemble j'ai observé au Malzieu (alt. 996^{m}-1005^{m}) et à Polageac, à l'est de Saint-Flour (alt. 870^{m}), une formation importante, *ravinant l'Oligocène*, constituée par des *sables quartzeux* ferrugineux, à galets de quartz filonien, de granite et de *chailles jurassiques* patinées de jaune brun. Les galets sont beaucoup plus roulés à Polageac, qui est à 25^{km} en aval de Saint-Flour, qu'au Malzieu. Leur épaisseur varie de l'une à l'autre des deux localités de 12^{m} à 6^{m}.

La présence de ces sables à chailles est des plus *intéressante*, car elle témoigne de l'existence, postérieurement à l'Oligocène fortement raviné, *d'un cours d'eau S-N*, suivant la base de la Margeride, descendant des hauteurs les plus élevées du rebord archéo-granitique, dominant le territoire des causses jurassiques Mende-Marvejols.

Or, ce territoire est encore occupé par de petits lambeaux de Lias, dont l'altitude monte à 1200^{m}. Il est donc logique de penser que les chailles proviennent de dépôts jurassiques décalcifiés de ce rebord sud des causses redressé au moment des grands mouvements alpins d'âge oligocène supérieur ou miocène inférieur, et qu'elles ont été charriées au Malzieu, à Polageac, etc., par la Truyère et ses affluents de cette époque.

Ce sont là des faits analogues à ceux constatés par G. Fabre, sur l'autre versant de la Margeride, près de Langogne, par M. Boule dans le Velay et à ceux de la Limagne et de Givreuil (Allier) sur lesquels j'ai attiré longuement l'attention.

Le cours de la Truyère de cette époque se continuait au nord de Saint-Flour, sous les coulées des volcans périphériques du Plomb du Cantal (volcans d'Alloux et de Talizat, etc.) et débouchait en face de Joursac à l'altitude 820^{m} environ dans la vallée de l'Allagnon, qui n'était alors qu'un émissaire peu important de la rive droite de la Truyère, tandis que cette dernière constituait un affluent direct de l'Allier. Les alluvions de Polageac, qui ont peut-être des rapports avec les graviers d'Andelat (étudiés par MM. Boule, Marty et Lauby), n'ont été conservées que grâce aux coulées du volcan de Mons.

Aujourd'hui la Truyère, qui possède un cours NNO jusqu'au célèbre viaduc de Garabit, *tourne brusquement à angle droit*, vers le SO et s'encaisse progressivement entre les massifs du Cantal et de l'Aubrac, car elle a été *capturée* à partir de Garabit par un affluent régressif du Lot.

Je mentionnerai sommairement ici qu'il existe une série de failles en échelon sur le bord ouest du bassin de Saint-Flour-Malzieu, avec regard vers la Margeride.

Plusieurs des failles de ce bassin sont jalonnées par des éruptions. Les volcans de Mons, de Talizat, de Julianges, etc., sont édifiés sur certaines d'entre elles, que jalonnent également de *nombreuses sources minérales* émergeant : d'une part, le long de la Truyère, sous Chauliat, Paladine, Garabit, Anglards et Faverolles; d'autre part, le long de la grande faille bordière de la Margeride, vers Corent, Vasbres, etc.

Le territoire synclinal oligocène Malzieu-Saint-Flour offre donc un ensemble d'événements sédimentaires, tectoniques, volcaniques et hydrologiques qui s'enchaînent et sont liés étroitement à l'histoire du Massif Central.

GÉOLOGIE. — *Phases glaciaires en Grèce; leur relation avec le morcellement de l'Égéis.* Note de M. **Ph. Négris**, présentée par M. Pierre Termier.

La découverte importante de vestiges de l'époque glaciaire en Grèce par M. Otto Maull (*Beiträge zur Morphologie des Pelopones und des sudöstlichen Mittelgriechenlands; Geogr. Abhandlungen von Prof. Dr Albrecht Penck*, Leipzig, 1921) nous a permis de tirer des conclusions intéressantes, concernant l'époque de la disparition de l'Égéis et de la formation de la mer Égée.

M. Maull a observé, sur les hautes montagnes de la Grèce, les vestiges de deux phases glaciaires, avec une distance verticale des limites correspondantes des neiges persistantes de 200^{m} environ (*loc. cit.*, p. 119, Tableau). Il est naturel de penser que ces deux phases répondent aux deux dernières époques glaciaires des Alpes, l'époque würmienne et l'époque rissienne, d'autant plus qu'aux Alpes, la distance des limites des neiges persistantes de ces deux époques est, d'après M. A. Penck, 100^{m}-200^{m} (*Die Alpen im Eiszeitalter*, p. 256).

M. Maull a encore constaté que, si l'on trace les lignes d'égale altitude pour les limites des neiges de la phase la plus basse, ces lignes sont parallèles

aux rivages occidentaux de la Grèce et vont en augmentant d'altitude d'occident en orient, en se recourbant légèrement vers l'Est par leur extrémité méridionale.

C'est ainsi que la ligne passant par le Taygète se trouve à 1950^m-1975^m, celle passant par le Chelmos à 2060^m-2080^m, celle passant par le Parnasse à 2125^m. A cette variation de la limite des neiges, de l'Ouest à l'Est, correspond une variation dans l'abondance des vestiges, pour chaque groupe montagneux pris isolément : à l'Ouest chaque groupe est plus fortement entaillé qu'à l'Est.

Cette disposition des vestiges a conduit M. Maull à admettre que la cause de cette variation d'occident en orient doit être attribuée à l'existence du Continent Egéen, lors de la phase glaciaire qui a donné les limites de neiges les plus basses : le climat aurait été ainsi à cette époque, continental à l'Est, maritime à l'Ouest, d'où la différence dans les limites de neiges.

Le Continent Egéen n'aurait donc disparu qu'après la phase la plus froide que j'attribue au Rissien. Les vestiges supérieurs qui appartiendraient au Würmien sont insuffisants et ne permettent pas malheureusement une comparaison entre l'occident et l'orient.

Les observations concernant la phase froide concordent avec la découverte faite par M. Cayeux de la molaire de l'*Elephas antiquus* (*Description physique de l'île de Délos*, p. 39), prouvant qu'à l'époque chelléenne, Délos appartenait encore au Continent Egéen, et pouvait être visitée par les grands herbivores de ce Continent.

Dans une Note précédente, nous avons fait mention des perforations de Siphnos qui existent jusqu'au sommet de l'île (700^m environ). Ces perforations datent nécessairement du morcellement de l'Égéis et seraient donc *post-chelléennes* et non *siciliennes*, comme j'ai avancé ailleurs (1). Il est vrai qu'à l'époque pliocène un bras de mer, probablement de faible largeur, ne pouvant pas modifier le caractère continental de la région, traversait le continent Égéen et arrivait jusqu'au Pirée, et l'on serait tenté de rapporter les perforations de Siphnos à cette époque. Cette conjecture n'est pas admissible, non seulement à cause de la fraîcheur des perforations, dont nous avons donné une photographie ailleurs (*Roches cristallophylliennes et Tectonique de la Grèce*, pl. XXI), mais parce qu'elles existent aussi bien sur les roches cristallophylliennes que sur un calcaire terrestre récent

(1) *Comptes rendus des séances de la Société géologique de France*, séance du 3 janvier 1919, p. 22.

avec *hélices*, que M. Depéret serait disposé à rapporter au sous-genre *Levantina*, de l'époque actuelle (*loc. cit.*, p. 185). *Ainsi donc, la mer, lors de la submersion de l'Égéis, avait encore un niveau de 700m et plus.*

Ce résultat paraît en désaccord avec ce qu'on observe dans d'autres contrées, mais ce désaccord s'explique facilement par les affaissements des côtes qui se sont produits un peu partout en prolongement des continents submergés. Comment, par exemple, comparer Siphnos aux côtes de l'Atlantique, soit en Europe, soit en Amérique, lorsque l'on sait que les lits des fleuves qui se jettent dans cet Océan se prolongent jusqu'à des profondeurs de milliers de mètres sous le niveau actuel, et qu'il n'y a aucune raison pour ne pas admettre qu'il s'agit d'un affaissement continu, dont il faut chercher l'origine bien avant dans le continent actuel correspondant, et l'on peut se demander si cette origine ne se trouverait pas, pour l'Europe, dans les Alpes même, où nous avons signalé, dans une Note précédente [1], un affaissement de plus de 600m depuis l'époque würmienne et de 750m à 850m depuis l'époque rissienne.

GÉOLOGIE. — *Les nappes dans le nord-est du Tonkin.* Note de M. **René Bourret**, présentée par M. Pierre Termier.

Au-dessus des divers massifs autochtones du nord-est du Tonkin, dont a parlé une Note précédente, sont conservés des éléments tectoniquement plus élevés : à la base, une série de schistes auxquels je donne le nom de *Schistes du Song Hiem*, et au-dessus, des lambeaux de nappes de charriage dites *Nappes du Song Gam*.

Les Schistes correspondent à des formations antérieurement reconnues dans le Nord sous le nom de *Nappe du Song Mien*, dans le Sud sous celui de *Système X;* j'ai rétabli la continuité entre les deux formations et l'on peut maintenant suivre les Schistes du Song Hiem, depuis la région de Yen Minh jusqu'au sud de That Khé, c'est-à-dire sur une longueur de plus de 250km.

Partout, les Schistes reposent par contact anormal sur les terrains sous-jacents. Dans la région de Cao Bang en particulier, ils entraînent des lambeaux des calcaires ouraliens qui débutent par des anticlinaux encore attenants au substratum, et qui s'en séparent ensuite pour ne plus former, entre les lames des Schistes, que des amandes étirées de plus en plus réduites; les phases progressives de ce phénomène

(1) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 728.

sont particulièrement visibles entre le petit plateau du Toc Lang et les environs de Cao Bang. A la périphérie des massifs autochtones et sur presque toute la longueur du contact de base des Schistes, on rencontre des massifs plus ou moins importants de roches éruptives andésitiques, très écrasées, de structure variée, correspondant à celles que M. Jacob, dans le Nord-Annam, désigne globalement sous le nom de *Porphyrites*. Exceptionnellement, ces roches sont injectées dans le substratum autochtone (Région du Quang Uyen et de Dong Khé) ou montent à la base des nappes (Binh Lang).

Les Schistes ne m'ont fourni aucun fossile; ils se prolongent au Sud jusqu'au voisinage de Lang Son, où l'on trouve du Trias qui repose, également par contact anormal, sur le pays autochtone, c'est-à-dire sur le Massif de Cao Bang, sur le Bac Son et sur les rochers calcaires établissant la jonction entre les deux. Malheureusement le Trias ne passe pas aux Schistes du Song Hiem et, suivant un arc formant hernie vers le Sud-Est entre les deux massifs précédents, on peut voir les Schistes glisser, par contact anormal, sur le Trias.

Indépendamment des roches basiques signalées ci-dessus, les schistes renferment, dans leur partie inférieure, des intercalations souvent très importantes de rhyolites, tantôt à quartz globulaire, tantôt pétrosiliceux, qui se rencontrent également en abondance dans le Trias de la région de Lang Son. Dans les deux formations, les rhyolites sont souvent écrasés. J'en trouve des galets dans un poudingue dépendant des Schistes du Song Hiem, et je conclus qu'ils sont antérieurs au dépôt de ceux-ci et peut-être d'âge triasique.

J'arrive maintenant aux lambeaux des nappes du Song Gam; ces lambeaux, au nombre de trois, sont d'étendues très inégales.

Le petit lambeau du Kim Hi, à l'ouest de Yen Lac, et celui, bien plus considérable du Binh Lang, au nord-ouest de Cao Bang, correspondent à une seule nappe et, dans leur ensemble, à une seule lame, celle du Col des Partisans, que nous allons définir dans le troisième lambeau, de beaucoup le plus important. Ce dernier est conservé suivant une grande dépression synclinale, à axe courbe, qui prend place entre l'arc Coc Xo-Dong Quan, et le massif du Haut Song Chay. Dans ce vaste lambeau, qui fournit, avec un entablement calcaire, un des traits géographiques majeurs du nord-est du Tonkin, j'arrive à distinguer deux nappes, dont chacune est constituée par plusieurs lames distinctes.

La nappe inférieure correspond à deux lames séparées encore par des schistes identiques aux Schistes du Song Hiem. Ce sont respectivement : la Lame dite de *Ha Giang* dont l'étendue est considérable et occupe un vaste pays à l'est de la rivière Claire, et la Lame du Col des Partisans qui forme la corniche principale de l'entablement dont il a été question plus haut. La première m'a fourni, à l'est de la feuille de Bao Lac, des *Favositidés* et un *Spirifer* cf. *cabedanus* Vern. et Arch., fossiles qui impliquent pour cette lame un âge dévonien. J'ai trouvé dans les lambeaux de la seconde, notamment à Pa Khao (Binh Lang), la fanule suivante, déterminée par M[lle] Colani : *Fusulina*

Japonica Gumb,; *Schwagerina Verbeecki* Geinitz; *Doliolina lepida* Schwag.; *Neoschwagerina craticulifera* Schwag., espèces du Permien inférieur du Japon.

La nappe supérieure comprend également deux lames, la Lame de Lang Ca Phu et la Lame du Pia Ya, dont l'ensemble est conservé dans la dépression formée par la Lame du Col des Partisans. Cette nappe se distingue de la précédente par la présence, à la base de chacune des deux lames, d'éléments cristallins, tandis que les lames elles-mêmes sont formées de schistes et de calcaires, qui, dans leur ensemble, rappellent par leur faciès le Dévonien de Ngan Son, sans qu'il soit possible toutefois de les dater d'une manière précise. Les terrains cristallins de la Lame inférieure, très écrasés, affleurent principalement dans la région au sud-ouest de Bac Me; ce sont des granites et gneiss amphiboliques. Pour la Lame du Pia Ya, c'est dans le splendide Pic du Pia Ya proprement dit, que se rencontre, avec une épaisseur de plus de 1000^{m}, un beau granite porphyroïde à mica noir, écrasé à la base et suivi de gneiss amphiboliques.

Après avoir parlé des terrains cristallins charriés des Nappes du Song Gam, je tiens à revenir sur ceux des massifs autochtones, parce que j'ai à indiquer des granites qui ne sont ni anciens et autochtones, ni charriés, et qui soulèvent une question délicate de la géologie indo-chinoise. Dans le Dôme autochtone de Ngan Son, nous connaissons, avec le granite du Phan Ngame, un élément du substratum qui est écrasé, aussi bien que les gneiss et les schistes ou les calcaires eiféliens qui l'accompagnent. Tout autrement se présente la granulite stannifère du Pia Oac; elle forme un batholite qui entame la bordure du Dôme du Nui Tong Tinh; elle n'est pas écrasée; elle est entourée presque partout d'une auréole de cornéennes, qui correspond au métamorphisme, aussi bien des schistes probablement dévoniens du substratum que des schistes charriés reposant sur les éléments autochtones envisagés ici. La granulite du Pia Oac aurait donc fait ascension postérieurement à la mise en place des nappes de la région.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie du Tonkin occidental.* Note de M. **Léon Dussault**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai consacré les premiers mois de la saison d'hiver 1920-1921 à revoir, au point de vue géologique, la partie du Tonkin qui s'étend du Fleuve Rouge à la frontière laotienne, au nord d'une ligne qui irait de Yen Bay à Sop Cop, région où, soit comme officier topographe au Service Géographique, soit comme Commandant du Territoire militaire de Lai Chau, j'avais eu antérieurement, depuis 1907, l'occasion de séjourner et de parcourir de nombreux itinéraires

Géographiquement, l'axe de cette partie du Tonkin est occupé par une

ligne de plateaux calcaires de direction Sud-Est, comprenant les Plateaux de Ta Phing, de Sin Tiai, de Son La, et encadrée par deux zones montagneuses d'un caractère différent : au Sud-Ouest, ce sont les crêtes de topographie assez molle du haut bassin du Song Ma et de la surface bordière du haut Laos où se trouve le partage des eaux entre le Mékong et la Rivière Noire; au Nord-Est, ce sont les massifs, pourvus d'une vigoureuse individualité, d'entre Rivière Noire et Fleuve Rouge : Sa Phin et Nam Kim, à l'Ouest et du côté de la Rivière Noire, Fan Si Pan et Aiguilles de Ta Yang Ping, au Nord et du côté du Fleuve Rouge. Ces traits géographiques trouvent leur explication dans la constitution géologique.

Le haut bassin du Song Ma et la surface bordière des plateaux du haut Laos correspondent à la prolongation vers le Nord-Ouest de la province de Sam Neua. On y rencontre le même substratum cristallin de granite et de gneiss, suivant certaines bandes anticlinales, sur lequel repose une épaisse série gréso-schisteuse à fossiles triasiques.

J'y ai recueilli, d'après les déterminations de M. Mansuy, près de Sop Cop : *Monotis aviculæformis* Mans., *Daonella* cf. *indica* Bittner, *Halobia* cf. *austriaca* Mojs., *Palæocardita* sp.; les mêmes fossiles se retrouvent près de Dien Bien et il s'y ajoute une Ammonite à cloisons conservées, attribuée au genre *Discotropites* du Trias supérieur par M. Patte. Dans la série schisto-gréseuse s'intercalent des rhyolites, à Sop Cop, à Dien Bien, à l'ouest de Lai Chau, auxquelles s'adjoignent dans le haut de la série, vers le plateau de Son La, des affleurements dispersés de porphyrites. La traînée basique profonde de Sam Neua atteint, avec de splendides diabases, la région de Sop Cop; mais ne la dépasse guère au Nord. Bref, avec les caractères qui viennent d'être indiqués, la *Zone du Nam Sam*, définie dans Sam Neua, se prolonge jusqu'à l'ouest de Lai Chau; si l'on y joint l'extension reconnue par M. Jacob jusqu'à la côte du golfe du Tonkin, cette zone est maintenant suivie sur une longueur de 450^{km}.

Au sud-ouest de Dien Bien, des calcaires reposent sur la zone du Nam Sam et semblent se poursuivre au Laos; peut-être faut-il les considérer comme un témoin des calcaires de Son La.

Les calcaires des plateaux reposent en effet sur la Zone du Nam Sam; la disposition est très nette sur la bordure; elle est confirmée par de nombreuses fenêtres entaillées dans les plateaux, où l'on trouve la série schisto-gréseuse, parfois accompagnée de porphyrites, parfois avec des fossiles; je cite des *Daonelles* écrasées sur le chemin de Pac Ma à Dien Bien, *Myophoria inæquicostata* Klips, au sud de Muong Bu. Or, les calcaires eux-mêmes m'ont

fourni en divers points des polypiers paléozoïques et des *Fusulines*, celles-ci à l'ouest de Son La, ou bien encore au nord de Muong Tham, où elles correspondent à *Doliolina lepida* Schwag, du Permien. La superposition de calcaires ouralopermiens à la série gréoschisteuse triasique prouve le *charriage des calcaires de Son La*. Ceux-ci se trouvent du reste dans le prolongement des masses calcaires supérieures, également charriées, du Moc et de la chaîne de Thanh Hoa, telles que les a définies M. Jacob; mais dans le Tonkin occidental elles sont paléozoïques, alors qu'au Sud-Est on n'y a signalé jusqu'ici que des fossiles triasiques.

A l'est des plateaux calcaires court une bande, longue et étroite, connue, depuis Van Sai et même plus au Sud, jusqu'au Pou Sam Cap à l'est de Lai Chau; elle est dite du *Terrain Rouge* et formée de schistes, de grès rouges, de poudingues calcaires très particuliers et de calcaires; ceux-ci à Pac Ma sur la Rivière Noire ont fourni des Térébratules, d'âge peut-être callovien, les mêmes que celles retrouvées à Ban O dans Sam Neua.

Nous dépassons la Rivière Noire et nous atteignons la *Zone* du Sa Phin. Le Sa Phin, de même que son prolongement au Nord, le Nam Kim, est formé de schistes triasiques, à *Megaphyllites* cf. *Lantenoisi* Mansuy, à *Halobies* et *Daonelles* dans la région de Than Huyen, à *Estheria minuta* à l'est de Ta Bu. Dans ces schistes se rencontrent des masses considérables de microgranite et de rhyolite, souvent écrasées, avec en divers points, notamment vers la Rivière Noire sur le versant ouest du Sa Phin, des porphyrites. Cette Zone du Sa Phin supporte les plateaux calcaires, sous lesquels elle se relie au Nam Sam, ainsi que le prouvent les fenêtres de Son La. M. Jacob a étudié sa naissance à l'est de Ta Khoa, sous les porphyrites de la Rivière Noire; il a retrouvé son prolongement au Nord sur le chemin de Cha Pa à Binh Lu. Nous la connaissons ainsi sur une longueur de 150^{km}.

Si enfin on pousse plus à l'Est encore, pour gagner le Fleuve Rouge, on trouve une nouvelle bande, qui sort sous le Sa Phin, dans la dépression de Nghia Lo; elle est formée de granites et de gneiss qui se relient à ceux de la rive gauche du Fleuve Rouge. Cette bande prolonge au Nord la région primaire de la Moyenne et Basse Rivière Noire, dont je n'ai plus trouvé qu'un témoin au sud-ouest de Yen Bay, sous la forme de schistes avec *Spirifer* certains pour M. Patte, mais indéterminables spécifiquement. Au Nord, c'est cette bande qui, en se surélevant, va donner le Fan Si Pan et les Aiguilles de Ta Yang Ping.

En somme l'étude de la structure du Tonkin occidental révèle une symétrie que traduisaient déjà les aspects géographiques. Dans l'axe,

correspondant à une dépression synclinale, dirigée Sud-Est, est conservé un vaste lambeau d'une nappe qui forme les plateaux calcaires, sous lesquels et de chaque côté desquels se rencontre une série gréso-schisteuse triasique avec de nombreuses intercalations éruptives; c'est, au Sud-Ouest, la zone du Nam Sam, au Nord-Est celle du Sa Phin; l'une et l'autre ont glissé sur un substratum profond, cristallin, qui, au Nord-Est, se relie avec les gneiss du Fleuve Rouge.

CHIMIE AGRICOLE. — *Composition des betteraves sauvages.* Note de M. E. Saillard, présentée par M. L. Maquenne.

Nous avons eu l'occasion d'analyser des betteraves sauvages qui ont été récoltées à Primel-Trégastel (Finistère).

Elles nous ont été adressées sur la demande de M. Schribaux.

Deux envois nous ont été faits : le premier le 26 octobre : il comprenait 46 betteraves divisées en 9 lots; le second le 14 décembre : il comprenait 4 lots; tous ont été analysés séparément.

Voici les résultats moyens que nous avons obtenus pour les lots envoyés le 26 octobre :

	Moyennes.	Maximum.	Minimum.
Poids des racines	17^{g}	56^{g}	10^{g},80
Matière sèche (pour 100)	32,18	35,22	29,64
Sucre	15,95	19,60	13,80
Cendres	1,73	1,98	1,32
Marc insoluble	9,12	10,48	7,24
Cendres carbonatées dans le marc	0,46	0,56	0,20
Azote	0,84	0,98	0,63
Eau + sucre	83,50	84,38	82,88

	Composition moyenne des cendres carbonatées pour 100	
	de cendres.	de betteraves.
Silice	12,45	0,22
Oxyde de fer et alumine (très peu)	1,78	0,03
Chaux (CaO)	3,80	0,07
Magnésie (MgO)	8,87	0,15
Potasse (K^2O)	32,00	0,55
Soude (Na^2O)	8,56	0,15
Chlore (Cl)	6,04	0,11
Acide sulfurique (SO^3)	3,15	0,05
Acide phosphorique (P^2O^5)	9,45	0,16
Acide carbonique (CO^2)	13,87	0,24

On peut comparer ces résultats à ceux que donnent les betteraves industrielles ([1]).

Les betteraves sauvages qui nous ont été envoyées du Finistère étaient plus petites, plus ligneuses que les betteraves industrielles.

Elles contenaient pour 100g plus de matière sèche (32,18 pour 100 contre 22 à 24); plus de marc insoluble (9,12 pour 100 contre 5); plus d'azote total (0,84 pour 100 contre 0,22); plus de matières minérales (environ 2,5 fois plus); plus de chlore (0,11 contre 0,02); plus de soude (0,15 contre 0,04); plus de magnésie (0,15 contre 0,06); plus d'acide phosphorique (0,16 contre 0,08 à 0,10).

Leur richesse saccharine (14 à 20 pour 100) était aussi élevée ou plus élevée que celle des betteraves industrielles; leurs jus étaient plus impurs (rapport du sucre à la matière sèche dans la partie soluble 69 pour 100 contre 86 à 88); la somme sucre + eau était plus faible (83,5 pour 100 contre 92 à 93).

Quant aux échantillons de betteraves sauvages qui nous ont été adressés le 14 décembre, ils ont donné les résultats suivants :

Sucre (pour 100)	13,00 à 15,56
Matière sèche	26,40 à 28,40
Cendres carbonatées	0,98 à 1,28
Azote total	0,33 à 0,49
Marc insoluble	9,00 à 9,90
Cendres carbonatées pour 100 de marc	0,34 à 0,40

Les betteraves des derniers lots contiennent donc un peu moins de sucre, de matière sèche, de marc, d'azote, de matières minérales que les betteraves des premiers lots.

Les résultats qui précèdent montrent qu'on trouve des betteraves aussi riches en sucre que les betteraves industrielles parmi les espèces sauvages, c'est-à-dire parmi des betteraves qui n'ont été soumises à aucune sélection par la main de l'homme.

Cela ne veut pas dire que les méthodes de sélection sont inutiles. Leur rôle est toujours de rechercher des racines répondant le mieux aux besoins industriels et pouvant transmettre leurs caractères à leurs descendants.

([1]) Émile Saillard, *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 697, et t. 170, 1920, p. 129.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Nouvelles observations sur le venin des fourmis.* Note [1] de M. ROBERT STUMPER, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Comme suite à nos premières recherches sur le venin des fourmis [2], nous avons tâché de déterminer la concentration de H.COOH dans le venin de ces insectes. A cet effet, nous avons recueilli du venin de *Formica rufa* dans du papier à filtrer dont le poids était connu. Après avoir titré l'acide formique y contenu, nous avons calculé la concentration.

Le Tableau I réunit les données expérimentales.

TABLEAU I. — *Concentration de l'acide formique* (Formica rufa).

Quantité de sécrétion recueillie.	Quantité de H.COOH titrée.	Concentration de H.COOH (en grammes pour 100g).
g	g	pour 100
0,1336	0,0966	72,80
0,0955	0,0667	69,87
0,1355	0,0930	68,43
0,2892	0,1667	55,80
0,2496	0,090	36,12
0,060	0,0128	21,35
0,0102	0,00598	58,63
0,0102	0,00576	56,39

On voit que la concentration de H.COOH n'est nullement constante : elle varie de 21 à 71 pour 100, c'est-à-dire des liqueurs $\frac{5}{N}$ à $\frac{17}{N}$. Quelle est la cause de ce phénomène? Il est fort probable que l'état de sécheresse et d'humidité y intervienne. D'autre part, la température joue également un certain rôle. Nous avons pu vérifier la *règle de van't Hoff* pour la formation de H.COOH et nos expériences nous ont fourni $Q_{10} = 2,16$. Ce qu'il y a de plus frappant dans la sécrétion si abondante d'acide formique, c'est que les parois de la vessie et du conduit éjaculateur résistent à l'action corrosive d'un acide si concentré. Nous devons bien avouer que l'explication de ce fait nous échappe pour le moment.

Dans une troisième série d'expériences, nous avons déterminé la teneur

---

(1) Séance du 30 janvier 1922.

(2) R. STUMPER, *Le venin des fourmis, en particulier l'acide formique* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 66).

en acide formique dans différentes fourmis. Le Tableau II résume les résultats obtenus par titration d'un extrait aqueux de ces insectes.

TABLEAU II.

Espèce.	Quantité de H.COOH par fourmi.	Poids d'une fourmi (moyenne).	Quantité de H.COOH contenue dans 100g de fourmis.
I. CAMPONOTINÆ :			
1. *Camponotus ligniperda* ☿	0,0017	g 0,025	g 7
2. *Formica rufa* ☿	0,002	0,011	18
3. » *pratensis* ☿	0,0012	0,01	12,5
4. » *truncicola* ☿	0,00042	0,011	3,8
5. » *sanguinea* ☿	0,00035	0,0095	3,6
6. » *rufibarbis* ☿	0,00017	0,0060	2,81
7. » *fusca* ☿	0,00014	0,0039	3,6
8. *Lasius flavus* ☿	0,00012	0,00154	7,8
9. » » ♀	0,00046	0,019	2,5
10. » *fuliginosus* ☿	0,0001	0,0043	2,3
11. *Cataglyphis bicolor* ☿	0,0007	0,0181	3,9
II. MYRMICINÆ :			
1. *Myrmica rubra* ☿	0		0
2. *Tetramorium in cæspitum*	0		0
3. *Messor barbarus*	0		0
4. *Acantholepis spec.?*	0		0
III. DOLICHODERINÆ :			
1. *Tapinoma erraticum*	0		0

L'inspection du Tableau II nous démontre que :

1° La présence de H.COOH est constante chez les *Camponotinæ*.

2° Les *Myrmicinæ* et les *Dolichoderinæ* ne sécrètent pratiquement pas de H.COOH.

3° Comme les *Camponotinæ* présentent un organe vénénifique à dard rudimentaire et à glandes bien développées, on est en droit de dire que la sécrétion d'acide formique n'est faite que par ce type d'appareil venimeux (glande à coussinets d'après Forel).

4° L'action toxique du venin des *Camponotinæ* est due à l'acide formique. On peut en distinguer deux actions nettement différentes :

a. L'*action corrosive* de l'acide concentré; cet effet est produit par les cations H^+ de H.COOH.

b. L'*action toxique* proprement dite, liée probablement à l'anion $HCOO^-$ qui exerce une influence nocive sur le système nerveux.

Quant au venin des autres sous-familles chez lesquelles la présence d'acide formique n'est pas constante ou fait défaut, notamment de ces espèces tropicales piquantes, dont le venin est capable de produire des troubles très graves chez l'homme, le chimisme nous reste inconnu. Ce sont probablement des toxines analogues à celles des serpents ou scorpions. Des recherches futures permettront seules de résoudre ce problème important.

PHYSIOLOGIE. — *Incoagulabilité du sang circulant provoquée chez la grenouille par les injections d'acides nucléiques. Durée de la phase. Comparaison avec divers anticoagulants.* Note de M. **Doyon**, présentée par M. Charles Richet.

L'injection d'une seule et faible dose d'acide nucléique provoque, chez la grenouille, l'incoagulabilité du sang circulant pendant plusieurs jours. L'acide nucléique n'est pas toxique ou du moins a une toxicité très faible. Son activité sur le sang circulant de la grenouille est plus sûre et plus complète que celle de l'oxalate de potasse, du fluorure de sodium, du citrate de soude.

1. On injecte à des grenouilles 1^{cg} à 4^{cg} d'acide nucléique [1] dans le sac lymphatique dorsal. Le sang circulant, recueilli par section d'une cuisse, devient incoagulable. La phase pendant laquelle le sang est incoagulable dure 4 jours, quelle que soit la dose injectée dans les limites indiquées. Si les grenouilles, au lieu d'être maintenues à la température du laboratoire, en hiver, sont placées à l'étuve à $+30°$-$38°$, la phase pendant laquelle le sang circulant est incoagulable ne dépasse pas 24 heures. Dans tous les cas les grenouilles survivent et restent vivaces.

2. J'ai injecté, à titre comparatif, dans les mêmes conditions et aux mêmes doses, des solutions d'oxalate de potasse, de fluorure de sodium, de citrate de soude, dont les propriétés anticoagulantes sur le sang, *in vitro*, sont bien connues.

Avec l'oxalate de potasse il est impossible de constater l'incoagulabilité

---

[1] J'emploie, le plus souvent, des solutions contenant 50^{cg} ou 1^{g} d'acide nucléique provenant des ganglions mésentériques dans 25^{cm^3} d'une solution alcaline faible (eau distillée, 1000; carbonate de soude, 5; chlorure de sodium, 4). Les solutions injectées sont faiblement, mais nettement acides au tournesol.

du sang, si même elle se produit. En moins d'une demi-heure les grenouilles deviennent inertes; après quelques heures le cœur ne bat plus. Je n'ai jamais pu obtenir de sang par section d'une cuisse, à aucun moment.

L'injection de fluorure est moins nocive. Les grenouilles résistent à la température ordinaire à 2^{cg}, mais le sang reste coagulable. Les grenouilles placées à l'étuve meurent en moins d'une demi-heure.

Le citrate de soude est très peu toxique, mais il est très sensiblement moins actif sur le sang circulant que l'acide nucléique. Les grenouilles résistent même aux plus fortes doses indiquées. Passagèrement elles peuvent devenir inertes, mais, après quelques heures, elles reprennent leur vivacité, même à l'étuve. On observe des trémulations fibrillaires, et des contractures, principalement lorsqu'on maintient les grenouilles injectées dans la main serrée. Dans les premières heures qui suivent l'injection, le sang, obtenu par section d'une cuisse, coagule généralement en masse; le sang recueilli le lendemain peut ne pas se prendre en masse, mais on constate toujours la présence de nombreux petits flocons de fibrine.

Au total, seules les injections d'acides nucléiques sont réellement efficaces.

ANATOMIE. — *De l'asymétrie du squelette des membres supérieurs.* Note de M. **A.-A. Mendes-Corrêa.**

Comme suite à une Note précédente sur quelques différences sexuelles dans le squelette des membres supérieurs ([1]), voici les résultats de quelques-unes de mes observations sur les différences entre les os des membres thoraciques des deux côtés du corps ([2]). Ces résultats s'appuient sur le matériel déjà utilisé dans l'étude antérieure (92 clavicules, 70 omoplates, 113 humérus, 100 radius et 88 cubitus).

J'ai distingué les moyennes déterminées sur les os identifiés (en ce cas, aussi sur les os couplés) de celles déterminées sur la totalité des séries. Je ne considère les différences obtenues dans celle-ci comme établies que lorsqu'elles sont d'accord avec celles obtenues en excluant les os dont le diagnostic du sexe a été fait par comparaison avec les os identifiés. Je ne considère pas non plus comme établies les différences qui ne sont pas assez grandes par rapport aux écarts-types (*standard deviations*).

([1]) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 817.
([2]) Les chiffres, trop nombreux, seront publiés dans un autre Recueil.

D'accord avec les constatations de Parsons sur les clavicules des Anglais modernes, j'ai trouvé dans la série portugaise que la clavicule gauche est, en moyenne, un peu plus longue que la droite. Mais ces différences n'ont pas une valeur suffisante (♂ : $\Delta = 2^{mm},18$; $\sigma = 0.85$. ♀ : $\Delta = -0^{mm},88$; $\sigma = 0,85$) (¹). Les différences des autres mesures linéaires et celles de l'indice total de l'os sont dans le même sens, mais elles n'ont pas non plus de valeur statistique parce qu'elles sont très petites par rapport aux écarts respectifs. L'indice de la diaphyse ne présente pas de différences concordantes et significatives entre les deux côtés dans les deux sexes. L'indice de la courbure ne donne pas non plus de différences importantes. Par contre, la supériorité du côté gauche est sensible dans l'indice clavio-huméral, mais elle n'y est pas non plus d'une valeur suffisante :

(♂ : $\Delta = -0,90$; $\sigma = 0,63$. ♀ : $= -1,77$; $\sigma = 0,63$).

Dans les mesures linéaires de l'omoplate j'ai trouvé aussi quelques différences en faveur du côté gauche.

L'humérus droit est, en moyenne, plus long que le gauche, mais la différence est à peine sensible, surtout chez l'homme (♂ : $\Delta = 1^{mm},50$; $\sigma = 0,99$. ♀ : $\Delta = 2^{mm},99$; $\sigma = 1,25$). Les différences ne sont pas toujours dans le même sens et pourvues de signification statistique pour les autres mesures linéaires de l'humérus. J'ai trouvé une proportion des cas de gauchisme huméral plus grande que celle enregistrée par E. Rollet dans une Note à l'Académie des Sciences (²). L'indice de robustesse, un peu plus grand à gauche chez l'homme, n'offre pas cependant de différences significatives des moyennes entre les deux côtés (♂ : $\Delta = -0,19$; $\sigma = 0,32$. ♀ : $\Delta = 0,88$; $\sigma = 0,41$). De même l'indice huméro-fémural et celui de la section de la tête. Les indices moyens diaphysaire et épicondylo-trochléaire sont un peu plus grands à gauche, mais ce résultat n'a pas de valeur statistique.

Pour le radius et le cubitus, la proportion de gauchers s'accroît encore dans ma série pour les deux sexes, et je ne trouve pas invariablement des moyennes supérieures du côté droit. La plupart des différences trouvées dans les mesures linéaires n'ont pas de signification statistique, et il n'y a pas souvent de la conformité entre les différences des moyennes fondées sur les os couplés et celles fondées sur la totalité de la série. C'est le cas, par exemple, de la longueur du cubitus :

♂ — Différence entre la gauche et la droite dans les os couplés .... $-0^{mm},61$

♂ — Différence entre la gauche et la droite dans tous les exemplaires .... $5^{mm},41$

La longueur moyenne du radius est plus grande à droite pour le sexe masculin et c'est le contraire chez la femme, mais la différence chez l'homme est très faible ($0^{mm},32$ pour la totalité des exemplaires). Les différences dans les indices de robus-

(¹) Δ, différence entre la moyenne gauche et la droite; σ, écart de la différence (*standard deviation*).

(²) *Comptes rendus*, t. 107, 1888, p. 257.

tesse du radius et du cubitus, favorables à la droite (sauf chez l'homme pour le radius), n'ont pas de valeur, ainsi que les différences, en des sens discordants, des indices de l'oleciane et de la diaphyse cubitale, et peut-être aussi de l'indice de la courbure radiale. Il faut cependant remarquer une supériorité légère de la moyenne droite de l'indice de la diaphyse cubitale, bien qu'elle soit dépourvue de signification nette. Plus nette est, chez la femme, la supériorité de l'indice ante-brachial gauche (♂ : $\Delta = -0,41$; $\sigma = 0,58$. ♀ : $\Delta = -1,99$; $\sigma = 0,63$). J'ai remarqué des différences importantes dans l'indice de la diaphyse radiale : elle est, en moyenne, plus épaisse et plus étroite à droite qu'à gauche (♂ : $\Delta = 2,23$; $\sigma = 0,61$. ♀ : $\Delta = 2,39$; $\sigma = 0,79$).

Dans la présente Note, je résume seulement quelques résultats de mes observations. Ils suffisent cependant à démontrer que le problème du dextrisme ou du sénestrisme morphologique dans le squelette des membres supérieurs n'aboutit pas à des conclusions aussi simples et aussi générales qu'on le supposait. Sauf dans quelques rares éléments métriques, tels que l'indice de la diaphyse radiale, je n'ai pas trouvé de différences concluantes entre les deux côtés : en contrôlant la plupart des différences des moyennes par l'application des méthodes statistiques, on conclut qu'elles n'ont pas de signification appréciable. Certes, en soumettant les résultats d'autres auteurs à une analyse critique semblable, on pourra conclure de même pour beaucoup de ces résultats.

Mes séries me permettront peut-être de remarquer une supériorité sensible de la clavicule et de la largeur scapulaire à gauche, et, tout en accordant, pour la plupart des mesures et des indices, une supériorité plus fréquente du côté droit sur le gauche, elles me permettent aussi de ne pas me conformer aux conclusions si catégoriques de Rollet et d'autres auteurs. La proportion de gauchers morphologiques du squelette du bras et de l'avant-bras (de celui-ci surtout) est bien plus forte dans la série portugaise que dans celle de l'auteur français. Doit-on conclure que la proportion des gauchers fonctionnels y est aussi plus forte? Je n'ose pas le supposer. Il faudrait établir d'avance une corrélation étroite et constante entre le développement morphologique de chacun des membres supérieurs et leur activité correspondante.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur l'histogenèse et l'origine des chordomes.* Note de MM. **Alezais** et **Peyron**, présentée par M. Quénu.

Les néoplasmes dérivés de la notochorde (dont Ribbert a apporté, en 1894, la première étude) siègent tantôt à l'occiput où ils sont ordinairement bénins, tantôt au coccyx où ils sont d'une malignité incontestable. Sur le nombre total (28) des cas de chordomes observés jusqu'ici, nous avons pu en reconnaître personnellement quatre [1] [dont un en collaboration avec MM. Bérard et Dunet [2]], ce qui établit que le type néoplasique est très souvent méconnu. Nous avons pu, d'autre part, étudier cinq cas anciens dont les préparations nous ont été communiquées.

1° La disposition histologique fondamentale, retrouvée en particulier à l'examen des neuf tumeurs, est la vacuolisation spéciale des éléments cellulaires, se traduisant parfois par l'aspect typique du physaliphore et affectant à la fois le cytoplasme et les espaces intercellulaires dérivés de l'exoplasme. Elle constitue un caractère spécifique du tissu chordal, et l'on doit tenir pour douteux tout cas dans lequel elle ferait complètement défaut.

La substance amorphe ou granuleuse contenue dans les vacuoles et qui constitue secondairement des plages ou des travées plus ou moins épaisses, présente un ensemble de réactions qui lui assigne une place intermédiaire entre le mucus et les substances fondamentales conjonctives. Du reste, certains aspects histologiques sont favorables à l'hypothèse de sa transformation directe en fibrilles de nature collagène, suivant un processus voisin de ceux décrits par Baitsell et Nageotte à propos des exsudats de fibrine.

A côté de ce type vacuolaire, il existe d'autres dispositions sans doute rares mais présentant un intérêt particulier pour la biologie générale du tissu chordal. Les unes expriment l'état de dédifférenciation de ce dernier, les autres une évolution cellulaire spéciale ou d'apparence anormale, mais qui s'explique par l'embryologie : ce sont les suivantes :

2° Cavités régulières bordées d'un épithélium prismatique ou cubique et, susceptibles d'être homologuées au canal chordal primitif de l'embryon, mais qui n'ont été observées jusqu'ici que dans notre cas de chordome occipital. De nonvelles observations sont donc nécessaires pour confirmer cette dérivation.

---

(1) Alezais et Peyron, *Chordome occipital* (*Bull. de l'Ass. franç. pour l'étude du cancer*, 1913).

(2) Bérard, Dunet, Peyron, *Les chordomes du coccyx* (*Ibid.*, décembre 1921, avec bibliographie).

3° Cordons cellulaires pleins de type épithélial, à cytoplasme dense, tantôt vacuolaire, tantôt entre lesquels s'interposent parfois régulièrement des endothéliums vasculaires; ce dernier caractère anormal dans le tissu chordal étant très important ici pour expliquer la prolifération. Cette variété assez rare du type néoplasique a été nettement reconnue par Argaud.

4° Présence d'éléments cellulaires de type fusiforme ou polymorphe analogues à ceux des sarcomes et en rapport génétique avec une substance fondamentale conjonctive vraie. Cette disposition, jusqu'ici très rare (deux cas) et que nous avons mise en évidence, a un intérêt particulier parce qu'elle nous paraît réaliser le passage du type chordal des chordomes à un type sarcomateux franc d'une malignité plus grande : elle devra être recherchée avec soin dans les observations à venir.

5° Développement d'un réseau de fibrilles d'une finesse remarquable rappelant l'histogenèse de la névroglie embryonnaire et du gliome. Sous son aspect typique il est d'observation rare (un cas). Il apparaît au niveau des zones vacuolisées et coïncide avec une évolution syncytiale qui fait disparaitre presque complètement les limites cellulaires. Ces fibrilles qui n'avaient pas été signalées jusqu'ici dans les tumeurs [1] représentent un dispositif de soutien : elles ne doivent pas être confondues avec les fibrilles de nature collagène qui s'individualisent parfois à leur voisinage ou à leur contact et qui correspondent à nne phase plus avancée du syncytium chordal.

En résumé, nos observations sur les chordomes ont permis de retrouver dans les tumeurs les stades classiques de l'évolution de l'ébauche chordale, d'abord creuse (canal chordal), ensuite pleine, mais encore indifférenciée, et enfin adaptée à un rôle de soutien (apparition des vacuoles et des fibrilles). La genèse d'élémeuts cartilagineux qui s'observe dans la chorde des Amphibiens et probablement aussi chez les Mammifères, ne se retrouve pas ici; elle correspond du reste à des nécessités fonctionnelles bien déterminées, qui font évidemment défaut dans les tumeurs, mais le développement d'éléments cellulaires identiques à ceux du sarcome et d'une substance fondamentale conjonctive, exprime un fait de même ordre.

Le mécanisme du développement du chordome et, en particulier, le rôle du traumatisme, appellent encore de nouvelles recherches. Le tissu notochordal ne paraît guère réagir aux états inflammatoires ou infectieux ; par contre, il se différencie rapidement à la suite des décompressions ou hernies traumatiques et peut présenter alors des néoformations étendues et prolongées. Il semble acquis, en particulier par l'absence des chordomes sur le trajet dorso-lombaire de la colonne vertébrale, que les tumeurs proviennent beaucoup moins des disques que des vestiges chordaux spéciaux

---

(1) Alezais et Peyron, *C. R. Soc. de Biol.*, 20 mars 1920.

persistant au niveau des segments occipital et coccygien. Pour le premier, la topographie des vestiges, déjà étudiée dans les travaux de Williams et de Tourneux, se superpose précisément à celles des tumeurs correspondantes; pour le second, nos propres recherches (faites sur une cinquantaine d'embryons et de fœtus humains et destinées à être exposées prochainement) montrent la fréquence, au niveau de la dernière vertèbre coccygienne, de vestiges chordaux multiples correspondant sans doute au segment terminal de la chorde primitivement contenu dans l'appendice caudal de l'embryon; mais nous n'avons pu établir encore avec certitude ni leur persistance chez l'adulte, ni le point de départ des tumeurs à leur niveau.

MÉDECINE. — *Sur un nouveau procédé de diagnostic de la fièvre méditerranéenne.* Note de M. E. **Burnet**, présentée par M. Roux.

On emploie actuellement dans les laboratoires deux procédés de diagnostic de la fièvre méditerranéenne : l'hémoculture et la séro-réaction. Ils ne sont applicables que si l'on dispose d'une installation convenable. Or dans beaucoup de pays à fièvre méditerranéenne les laboratoires font défaut, ou sont trop éloignés des malades.

Nous proposons un procédé qui peut être utilisé par tout médecin dans sa clientèle : l'intradermo-réaction faite avec une goutte de filtrat d'une culture en bouillon de *Micrococcus melitensis*.

A la suite de cette inoculation, on voit se produire dès la sixième heure une réaction locale caractérisée par de l'œdème et de la rougeur. L'œdème est le phénomène essentiel. La rougeur peut manquer.

Chez le cobaye, l'inoculation peut se faire dans la peau épilée de la patte ou du flanc, ou dans la peau de l'oreille. Une fois la réaction apparue, on sent facilement entre le pouce et l'index l'épaississement considérable du pli de la peau. Si l'inoculation a été faite à l'oreille, l'oreille qui a réagi est épaissie et chaude; l'oreille non inoculée, qui est restée mince et souple comme une feuille, fournit le meilleur témoin.

Le cobaye infecté réagit au filtrat dès le huitième jour après l'inoculation sous-cutanée de $0^{cm^3},5$ d'une suspension louche de *Micrococcus melitensis*. Sa sensibilité va ensuite en augmentant. On obtient de fortes réactions à partir du vingtième jour.

Nous avons cherché s'il se produisait chez le cobaye infecté une accou-

tumance à la réaction locale : il ne s'en produit pas. Nous avons pratiqué chez le même cobaye, en huit jours, six inoculations successives en divers points du corps : la sixième réaction valait la première. On peut même répéter avec succès l'inoculation dans un tissu qui a réagi une huitaine de jours auparavant, et il semble que le tissu soit devenu plus sensible.

D'autre part, nous avons constaté que l'inoculation intracardiaque ou intrapéritonéale d'une notable quantité de filtrat (4^{cm^3}), lorsqu'elle ne tue pas l'animal (car elle est toxique pour les cobayes infectés de *melitensis*), supprime ou atténue beaucoup l'intradermo-réaction faite le lendemain.

L'inoculation sous-cutanée cause un œdème local, avec rougeur au point d'inoculation : réaction tout à fait comparable à celle qui suit une inoculation sous-cutanée de tuberculine chez l'homme tuberculeux.

Chez l'homme atteint de fièvre méditerranéenne, la réaction positive apparaît, dès la septième heure après l'inoculation du filtrat, sous l'aspect d'un œdème local, accompagné de rougeur, et même d'une légère douleur. La zone de réaction, de 4^{cm} à 6^{cm} de diamètre environ, est à contour régulier et bien délimitée. Le médecin la trouvera très nette le lendemain de l'inoculation. Elle persiste plusieurs jours.

Nous l'avons observée chez tous les sujets (huit) chez lesquels la fièvre méditerranéenne était diagnostiquée par l'ensemble des symptômes cliniques, par la séro-réaction ou l'hémoculture, ou par ces deux réactions à la fois.

Ces réactions positives ont été obtenues du douzième au trente-cinquième jour de la maladie (autant qu'on pouvait en fixer le début) et, chez deux sujets guéris, trois et cinq mois après la fin de la fièvre. Chez un sujet guéri depuis dix-huit mois la réaction a été négative. Chez deux autres malades suspects de fièvre méditerranéenne et qui n'ont pas réagi, l'hémoculture, la séro-réaction et l'évolution clinique ont prouvé qu'il ne s'agissait pas de fièvre méditerranéenne.

Quarante-quatre sujets normaux, huit tuberculeux, deux typhoïdiques au troisième septénaire, sept paludéens n'ont pas réagi.

Le dépôt d'une goutte du même filtrat sur la peau légèrement scarifiée ne nous a pas donné de réaction.

L'inoculation sous-cutanée cause un œdème un peu douloureux.

Nous avons constaté que le bouillon filtré sur bougie Chamberland L est actif dès le huitième jour de la culture. Nous conseillons d'employer dans la pratique le filtrat de cultures d'un mois.

L'activité du filtrat résiste à l'ébullition (une minute) qui l'atténue seulement un peu. Le filtrat phéniqué à 0,5 pour 100 est actif comme le filtrat non phéniqué.

Nous continuons l'étude de cette réaction, en l'étendant à la chèvre, profitant des nombreux troupeanx de chèvres laitières que nous avons à notre disposition.

Il nous reste à fixer la durée de l'activité des cultures; la durée de la sensibilité des sujets infectés; les conditions de conservation du filtrat actif; les caractères anatomiques et physiologiques de la réaction; ses rapports avec la réaction tuberculinique.

Nous croyons dès maintenant que cette intradermo-réaction, sûre, simple et partout applicable, doit rendre service dans les pays où la fièvre méditerranéenne sévit et où, faute de laboratoire, elle risque d'être méconnue.

ÉPIDÉMIOLOGIE. — *La Musaraigne,* Crocidura Stampflii *et la peste au Sénégal.* Note de MM. **Marcel Léger** et **A. Baury**, présentée par M. F. Mesnil.

Il est établi de façon indiscutable, depuis les importantes constatations de Yersin à Hong-Kong (1894) et de Simond aux Indes (1897), que les Muridés, et en particulier *Mus decumanus, Mus rattus* et *Mus musculus,* sont des propagateurs attitrés [Simond ([1])] de la peste bubonique.

Les faits observés au cours de l'enzootie actuelle de Dakar nous ont convaincu qu'un Insectivore, le *Crocidura Stampflii* Jentink, joue, au Sénégal, un rôle différent de celui des Rongeurs, mais non sans importance. Cette musaraigne africaine ue propage pas à distance la maladie animale, et transmet sans doute moins facilement la peste à l'homme; mais elle constitue un réservoir local de virus, capable de créer de petites épidémies de cases.

La Crocidure est un hôte familier des habitations indigènes, généralement mal construites et mal entretenues. Elle y abonde, partageant avec les souris les recoins obscurs et sales, élevant des portées, tri ou quadriannuelles, de 5 à 10 petits. Quoique insectivore, elle s'accommode de

([1]) Simond, *La Peste in* Grall et Clarac, *Traité Pathologie exotique*, t. 6, p. 453-648. Baillière 1913.

débris alimentaires, et fouille volontiers dans les détritus divers, provenant d'agglomérations peu soucieuses de l'hygiène. L'animal n'est pas migrateur comme les Rats et, en particulier, *Mus decumanus;* il s'éloigne fort peu de l'endroit où il a élu domicile.

De fin septembre à fin décembre 1921, nous avons examiné 861 rats et 267 musaraignes, capturés dans la ville de Dakar par les soins du Service de Dératisation dirigé par notre ami, le Dr Javelly.

Le bacille pesteux a été décelé chez les Muridés 93 fois, soit un pourcentage de 10,8. La proportion de *Crocidura Stampflii* infectés est de 9,37 pour 100.

Les Musaraignes ont été trouvées pesteuses presque uniquement dans les maisons où il y avait eu récemment des cas humains de la maladie. Elles traînent une infection chronique, avec très peu de germes dans le sang circulant ; à l'autopsie, sur frottis d'organes, les bacilles sont toujours rares ou très rares. A quantité égale d'animaux, la transmission de la Peste de Crocidure à Homme doit donc être moins commune que celle de Rat à Homme.

Crocidura Stampflii héberge, dans son pelage, des puces en nombre aussi élevé (4 à 5 par animal, en cette saison) que les rats, et beaucoup plus élevé que les souris. Nous n'y avons jamais rencentré que *Xenopsylla (Pulex) cheopis*, qui est la puce la plus communément observée au Sénégal (André Leger, 92 pour 100 ; F. Noc, «pour la plupart»).

Signalons enfin que des souris ayant été placées à côté d'une Musaraigne, dans une même cage, séparées seulement par un treillis métallique, les puces ont quitté les premières pour se réfugier toutes sur la seconde, attirées sans doute par un pelage plus hospitalier ou par l'odeur fortement musquée exhalée.

Nos constatations ne cadrent pas avec la plupart de celles faites jusqu'ici.

Aux Indes par exemple, les savants anglais [1] qui se sont voués depuis 15 ans, sur l'initiative du *Lister Institute*, à l'étude de la peste, ont été frappés du nombre relativement élevé de Musaraignes, *Crocidura cærulea*, « Musk Rat », capturés par les différents procédés mis en œuvre contre les rats. Leur présence est signalée partout, aussi bien sur la Côte occidentale

---

(1) *Reports on Plague Investigations in India* (*Jl of Hygiene*, vol. **7**, n° **6**, décembre 1907, p. 724 ; vol. **10**, novembre 1910, p. 456 et 521 ; vol. **11**, décembre 1911, p. 173 et 207).

(Bombay : 294 musaraignes sur 13369 animaux examinés ; environs de Bombay : 1043 sur 5626 ; Poona, Belgaum), que sur la Côte orientale (Madras : 1253 « Musk Rats » sur 35744 ; Dacca : 2337 sur 9418). Le nombre de *Crocidura cærulea* examinés aurait dû être plus élevé, car les Hindous tiennent ces animaux en haute estime (in high esteem), et les relâchent généralement sans les porter au laboratoire.

Mais les divers Missionnaires qui se sont succédé aux Indes anglaises, affirment tous que la Crocidure n'a aucun rôle dans l'épidémie ou l'épizootie pesteuses. Quoique, remarquent-ils, cet Insectivore soit, par ses habitudes de vie, très exposé à l'infection, ils n'en ont jamais trouvé un parasite. *Crocidura cærulea* serait réfractaire, ou tout au moins très résistant à l'infection (highly resistant to Plague); l'inoculation sous-cutanée « de $\frac{1}{5}$ de tube de culture sur gélose » d'une race pesteuse virulente serait même restée sans effet.

Lamb et ses collaborateurs écrivent, en outre, n'avoir trouvé à Belgaum de *Pulex cheopis* que sur les rats, à l'exclusion des autres animaux. A Dacca, les musaraignes hébergeaient des *Pulex cheopis*, mais en très petit nombre (0,7 par animal), tandis que sur les rats ces puces étaient abondantes (4,2 par tête).

Les faits que nous apportons ne concordent pas non plus avec les observations relevées jusqu'ici au Sénégal par le prédécesseur immédiat de l'un de nous à la Direction de l'Institut de Biologie, F. Noc, ainsi que par Laveau (1); mais leur examen avait porté sur un très petit nombre de Musaraignes (2).

Par contre, nous nous trouvons d'accord avec Kerandel (3). Bien que n'ayant décelé le bacille pesteux que chez une seule Musaraigne du Cambodge (il ne dit pas le nombre de ces Insectivores examinés), notre distingué Camarade n'a pas hésité à conclure que *Crocidura murina* constitue « un réservoir de virus de la Peste ». Sa Musaraigne hébergeait des *Xenopsylla cheopis*.

De même Cadet (4), dans son étude de la Peste au Sud Annam,

---

(1) LAVEAU, *Bull. Soc. Path. exotique*, 1919, p. 291.

(2) Rappelons que A. Leger a découvert, chez la même musaraigne, un spirochète sanguicole; A. Leger et Le Gallen ont montré qu'il a les caractères des spirochètes des fièvres récurrentes humaines (*Soc. Path. exot.*, 1917 et 1918).

(3) KERANDEL, *Bull. Soc. Path. exotique*, 1915, p. 54.

(4) CADET, *Bull. Soc. Path. exotique*, 1917, p. 41.

remarque que *Crocidura murina* donne asile à de nombreux *X. cheopis*, et, par conséquent, doit être tenu pour dangereux.

En conclusion, la formule, que Simond a rendue classique : « Les Muridés et les Tarbaganes seuls paraissent jouer un rôle important dans la transmission et la conservation de la Peste », mérite d'être élargie. Les Musaraignes, *Crocidura murina* pour l'Indo-Chine, *Crocidura Stampflii* pour le Sénégal, deviennent facilement des porteurs chroniques de virus, et, par leurs puces (*Xenopsylla cheopis*) nombreuses, contaminent, sans conteste, d'une part l'Homme, créant dans certains cas de petites épidémies de cases, d'autre part les Muridés, qui disséminent la maladie. Leur destruction doit donc être poursuivie systématiquement, avec la même vigueur que celle des Rats.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 30 janvier 1922.)

Note de M. *H. Chaumat*, Sur la mesure des isolements par la méthode dite d'accumulation :

Page 286, formule (3), *au lieu de*

$$V_1 = \frac{E\rho}{R+\rho}\left(1 - e^{\frac{R+\rho}{CR\rho}t_1}\right),$$

lire

$$V_1 = \frac{E\rho}{R+\rho}\left(1 - e^{-\frac{R+\rho}{CR\rho}t_1}\right).$$

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de janvier 1922.

Études sur l'organisation et le développement des Lombriciens limicoles thalassophiles, par Jean Delphy. Paris, G. Doin, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. F. Mesnil.)

Cirripeden-Studien zur kenntnis der Biologie, Anatomie und Systematik dieser Gruppe, par Carl-Aug. Nilsson-Cantell. Uppsala, Almquist et Wiksells, 1921; 1 vol. 25cm.

Triassic fishes from spitzbergen, par Erik A : son Stensiö. Vienne, Adolf Holzhausen, 1921; 1 vol. 28cm.

Comptes rendus des séances de la sixième Conférence générale des Poids et Mesures, réunie à Paris en 1921 sous la présidence de M. Émile Picard. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 fasc. 32cm.

La théorie de la relativité et ses applications à l'Astronomie, par Émile Picard. Paris, Gauthier-Villars, 1922; 1 fasc. 18cm.

Comité international des Poids et Mesures. Procès-verbaux des séances. Deuxième série. Tome IX. Session de 1921. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. P. Appell.)

Les recents progrès du Système métrique. Rapport présenté à la sixième Conférence générale des Poids et Mesures, par Ch.-Ed. Guillaume. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 fasc. 33cm.

Détermination de l'équation séculaire de la Terre dans la théorie d'Arrhenius, par Émile Schwoerer. Extrait des *Comptes rendus du Congrès international des mathématiciens*. Strasbourg, 23-30 septembre 1920.

Physique élémentaire et théories modernes, par J. Villey. Première Partie : *Molécules et atomes.* Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 25cm.

Notice sur la vie et les travaux d'Émile Bourquelot, par J. Bougault et H. Hérissey, Paris, Société générale d'imprimerie et d'édition, 1921; 1 vol. 21cm.

Précis d'arithmétique, par J. Poirée. Paris, Gauthier-Villars, 1921; 1 vol. 25cm.

Animaux venimeux et venins, par Mme Phisalix. Tomes I et II. Paris, Masson et Cie, 1922; 2 vol. 25cm. (Présenté par M. L. Bouvier.)

Turbines à vapeur, par M. Poincet. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1922; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. L. Lecornu.)

Histoire naturelle. Les plantes, par J. Costantin et F. Faideau. Fasc. 7. Paris, Larousse, s. d.; 1 fasc. 33cm.

Le lait. Revue générale des questions laitières, publiée par L. Lindet, M. Beau

et CH. PORCHER. Première année, 1921. Lons-le-Saunier, Lucien Declume, 1921; 1 vol. 23cm.

Guide pratique d'agriculture tropicale. Tome II : *Les grandes cultures. L'Arachide, le Cacaoyer, le Caféier, la Canne à sucre*, par A. FAUCHÈRE. Paris, Augustin Challamel, 1922; 1 vol. 25cm.

Nomographie ou Traité des Abaques. Tome I : *Technique des Abaques.* Tome II : *Théories générales*, par R. SOREAU. Paris, Étienne Chiron, 1921; 1 vol. 27cm. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Carte géologique provisoire du Maroc, par LOUIS GENTIL. Paris, Émile Larose, 1920; 1 feuille 58cm-75cm. (Présenté par M. Termier.)

Études de Lépidoptérologie comparée, par CHARLES OBERTHÜR. Fasc. XIX, 1re Partie. Rennes, Oberthür, 1922; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

Sur les polynomes de Laguerre, par FÉLIX VANEY. Lausanne, imprimerie La Concorde, 1921; 1 vol. 23cm.

Alsnö Hus, par BENGT THORDEMAN. Stockholm, Norstedt, 1920; 1 vol. 25cm.

Die chinesischen Handschriften-und sonstigen Kleinfunde Sven Hedins in Lou-Lan, par AUGUST CONRADY. Stockholm, Generalstabens litografiska Anstalt, 1920; 1 vol. 32cm.

Leçons d'Électrotechnique générale, par PAUL JANET. Tome II : *Courants alternatifs sinusoïdaux et non sinusoïdaux alternateurs. Transformateurs.* Paris, Gauthier-Villars, 1922; 1 vol. 25cm.

La mécanique du cerveau et la fonction des lobes frontaux, par L. BIANCHI. Paris, Louis Arnette, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Charles Richet.)

Travaux du Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences de Lyon, publiés sous la direction de F. ROMAN. Fasc. I : *La montagne de Crussol, étude stratigraphique et paléontologique*, par ATTALE RICHE et FRÉDÉRIC ROMAN. Lyon, Faculté des Sciences, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Ch. Depéret.)

Ophidia taprobanica or the snakes of Ceylon, par FRANK WALL. Colombo, Cottle, 1921; 1 vol. 23cm.

Précis de Muséologie pratique, par A. LOIR et H. LEGANGNEUX. Le Havre, Muséum d'Histoire naturelle, s. d.; 1 vol. 19cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 FÉVRIER 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 9 février 1922, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Gustave Ferrié** pour occuper, dans la Section de Géographie et Navigation, la place vacante par le décès de M. *Alfred Grandidier*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Gustave Ferrié** prend place parmi ses Confrères.

M. **Charles Richet** présente son livre : *Traité de Métapsychique* (Paris, Alcan, 1922; in-8°, 814 pages).

« Cet Ouvrage est un exposé d'expériences et d'observations que j'ai essayé d'indiquer méthodiquement. Il m'a paru que les faits irréguliers et singuliers, constatés par beaucoup d'expérimentateurs probes et attentifs, — parfois illustres, comme sir William Crookes, sir Oliver Lodge, Zöllner, William James, — devaient être soumis à une étude approfondie, et non traités par les sarcasmes ou les dédaigneux silences.

» Le mot de *métapsychique* (1) que j'ai créé pour désigner cette science des choses occultes, mot qui semble aujourd'hui partout adopté, indique que les phénomènes sont d'ordre psychologique, mais qu'ils dépassent la psycho-

---

(1) Aristote avait appelé *métaphysique* la science des choses qui dépassent la physique, succédant à la science des choses physiques décrites dans le précédent Chapitre.

logie commune classique, en agrandissant énormément le champ de l'intelligence humaine.

» J'aurais pu me laisser entraîner à des théories aventureuses, à des hypothèses prématurées. Je m'en suis abstenu. J'ai cherché à rapporter scrupuleusement, presque servilement, avec commentaires très brefs, les faits dont j'ai été témoin, les expériences que j'ai instituées, en même temps que je donnais connaissance de la bibliographie, déjà très vaste, qui existe sur ces problèmes de métapsychique.

» Si étranges que paraissent les faits que je relate (cryptesthésies et ectoplasmies), ils ne sont en contradiction avec aucune des vérités scientifiques actuelles. Ils sont nouveaux; ils sont inhabituels; ils sont difficiles à classer; mais ils ne renversent rien de notre édifice classique si laborieusement construit. Si on les conteste *a priori*, c'est parce qu'on n'a pas suffisamment réfléchi à la différence profonde qui sépare l'*inhabituel* et le *contradictoire*.

» J'ai donc le droit de demander à n'être jugé qu'après qu'on m'aura lu.

» Il n'est pas douteux que mes conclusions seront vivement attaquées. C'est un destin commun aux tentatives nouvelles, comme le prouve surabondamment l'histoire de toutes les sciences. Mais il m'a semblé que le courage du savant n'est pas tant de s'exposer aux virus et aux explosifs que de dire tout haut, après une prolongée et vigilante étude, ce qu'il croit être la vérité. »

M. **Laveran**, par l'organe de M. **Mesnil**, fait hommage du Tome 14, 1921, du *Bulletin de la Société de Pathologie exotique*.

Le Prince **Bonaparte** fait hommage à l'Académie du fascicule 10 de ses *Notes ptéridologiques* qu'il vient de publier. Dans ce travail il donne les déterminations faites par lui d'environ 2000 spécimens de fougères provenant de l'Afrique occidentale française, du Cameroun, de l'Afrique équatoriale française, du Transvaal, du Cap, de Madagascar, de Sumatra et d'Australie. La collection la plus importante est celle d'Australie, 1030 spécimens, qui a été communiquée par la Direction de l'Herbier National de Victoria. Les espèces et variétés nouvelles créées par le Prince Bonaparte sont respectivement au nombre de 16 et de 6. Elles ont presque toutes été trouvées à Madagascar par M. H. Perrier de la Bâthie.

Sir **J.-J. Thomson**, par l'organe de M. **M. Brillouin**, fait hommage de la traduction, par M. Maurice Solovine, de son Ouvrage : *Électricité et Matière*, avec une Préface de M. Paul Langevin.

M. **Jules Andrade** fait hommage de son Ouvrage : *Les organes réglants des chronomètres*.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la chaire d'*Anatomie comparée*, vacante au Muséum d'Histoire naturelle, pour la désignation du candidat de première ligne, M. **Raoul Anthony** obtient 45 suffrages. Il y a 3 bulletins blancs.

Pour la désignation du candidat de seconde ligne, M. **Henri Neuville** obtient 30 suffrages contre 4 à M. Lamy.

Il y a 2 bulletins blancs.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne . . . . M. **Raoul Anthony**
En seconde ligne. . . . . M. **Henri Neuville**

CORRESPONDANCE.

L'**Académie des Sciences de Lisbonne** adresse l'expression de ses condoléances à l'occasion du décès de M. *C. Jordan*.

M. le **Ministre de la Guerre** invite l'Académie à lui désigner un de ses Membres qui fera partie du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique, en remplacement de M. *C. Jordan* décédé.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Théorie mathématique des Assurances, par P.-J. Richard. (Présenté par M. Maurice d'Ocagne.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les caractères des modules de formes et les systèmes d'équations aux dérivées partielles.* Note (1) de M. **Maurice Janet**, présentée par M. Goursat.

Je me suis proposé de rapprocher les résultats des théorèmes généraux relatifs aux systèmes d'équations aux dérivées partielles de ceux qui ont été obtenus par M. Cartan au sujet des systèmes d'équations de Pfaff (2). J'indiquerai ici certaines propositions de nature algébrique, qui peuvent avoir leur utilité propre, et j'en tirerai plusieurs conséquences relatives à la théorie des systèmes d'équations aux dérivées partielles ; le parallélisme des énoncés actuels et des énoncés de M. Cartan apparaîtra de lui-même.

1. Soit un système quelconque donné de formes (F), d'ordre p, à n variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Soit σ_1 le nombre dont augmente son *rang* (au sens de la théorie des équations linéaires, les monomes d'ordre p étant regardés comme autant de variables indépendantes) lorsqu'on lui adjoint les produits d'une forme linéaire déterminée à coefficients *arbitraires* par tous les monomes d'ordre $p - 1$. Soit de même $\sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_k$ le nombre dont augmente son *rang* lorsqu'on lui adjoint les produits respectifs de k formes linéaires déterminées à coefficients *arbitraires* par tous les monomes d'ordre $p - 1$. Nous obtenons ainsi un système de $n - 1$ entiers (3) bien déterminés

$$\sigma_1 \geqq \sigma_2 \geqq \ldots \geqq \sigma_k \geqq \ldots \geqq \sigma_{n-1}$$

attaché au système (F) d'une manière invariante dans un changement linéaire homogène *arbitraire* des variables indépendantes.

Soient (F′) toutes les formes obtenues en multipliant une forme (F) par une variable (x). Au système (F′), d'ordre $p + 1$, sont attachés par la définition précédente des nombres $\sigma'_1, \sigma'_2, \ldots, \sigma'_{n-1}$. *On a la relation*

$$(1) \qquad \sigma'_1 + \sigma'_2 + \ldots + \sigma'_{n-1} \leqq \sigma_1 + 2\sigma_2 + \ldots + (n-1)\sigma_{n-1}.$$

Désignons par (F″) les formes déduites de (F′) comme les (F′) l'ont été des (F), et par (σ'') les nombres attachés aux (F″).

Si l'*égalité* (1) a lieu, on a encore l'*égalité*

$$\sigma''_1 + \sigma''_2 + \ldots + \sigma''_{n+1} = \sigma'_1 + 2\sigma'_2 + \ldots + (n-1)\sigma'_{n-1}$$

(1) Séance du 6 février 1922.

(2) *Annales scientifiques de l'École Normale*, 1901 et 1904.

(3) Le nombre σ_n ne pourrait être différent de zéro que si toutes les formes (F) étaient identiquement nulles; nous excluons ce cas.

et, par suite,

$$\sigma_1''' + \sigma_2''' + \ldots + \sigma_{n-1}''' = \sigma_1'' + 2\sigma_2'' + \ldots + (n-1)\sigma_{n-1}'' \ldots$$

D'ailleurs, dans ce cas, les (σ') sont donnés en fonction des (σ) par les formules

$$\begin{aligned}
\sigma_1' &= \sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_{n-1},\\
\sigma_2' &= \ldots\ldots \sigma_2 + \ldots + \sigma_{n-1},\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\sigma_{n-1}' &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \sigma_{n-1}.
\end{aligned}$$

Les (σ'') se déduisent des (σ') par les mêmes formules, etc.

Le nombre des conditions indépendantes auxquelles on doit assujettir une forme d'ordre $P \geqq p$ *pour qu'elle fasse partie du module défini par les* (F) *est*

$$\sigma_1 + \sigma_2 \frac{P-p+1}{1} + \sigma_3 \frac{(P-p+1)(P-p+2)}{1.2} + \ldots + \sigma_{n-1} \frac{(P-p+1)(P-p+2)\ldots(P-p+n-2)}{1.2\ldots(n-2)}$$

ou encore

$$\sigma_1^{(\lambda)} + \sigma_2^{(\lambda)} \frac{(P-p-\lambda+1)}{1} + \sigma_3^{(\lambda)} \frac{(P-p-\lambda+1)(P-p-\lambda+2)}{1.2} + \ldots + \sigma_{n-1}^{(\lambda)} \frac{(P-p-\lambda+1)\ldots(P-p-\lambda+n+2)}{1.2\ldots(n-2)}.$$

Ce polynome en P est la *fonction caractéristique* d'Hilbert par le module (F). On voit son lien avec les systèmes de nombres $[\sigma_1^{(\lambda)}, \sigma_2^{(\lambda)}, \ldots, \sigma_{n-1}^{(\lambda)}]$ qu'on pourrait appeler les *caracteres* du module relativement à l'ordre

$$p + \lambda \qquad (\lambda = 0, 1, 2, \ldots).$$

2. Étant donné un système *quelconque* de formes (Φ), *on peut toujours trouver un entier* p_0 *tel que le système des formes d'ordre donné* p (p quelconque $\geqq p_0$) *qui font partie du module défini par les* (Φ) *ait précisément la propriété des* (F) supposée au n° 1 [*égalité* (1)].

3. Considérons les formes d'ordre inférieur ou égal à p du module (Φ); dans ces formes, substituons à chaque monome la dérivée correspondante d'*une* fonction inconnue u; égalons à zéro les expressions obtenues. Pour déterminer entièrement une solution régulière quelconque de ce système d'équations aux dérivées partielles, on pourra se donner les valeurs *en un point* O de σ dérivées de u d'ordre inférieur à p; et, *sur certaines multiplicités* linéaires *arbitraires* issues de O et se comprenant les unes les autres, de cer-

taines dérivées *d'ordre p* de u :

σ_1	dérivées fonctions arbitraires (régulières) de				1	variable
σ_2	»	»	»	»	2	variables
..	»	»	»	»	.	»
σ_{n-1}	»	»	»	»	$n-1$	»

On pourrait d'ailleurs tout aussi bien se donner les valeurs *en* O de

$$\sigma + \Sigma\sigma_i + \Sigma\sigma'_i + \ldots + \Sigma\sigma_i^{(\lambda-1)} \qquad (\text{dérivées d'ordre} < p+\lambda)$$

et, *sur certaines multiplicités linéaires arbitraires issues de* O *et se comprenant les unes les autres*, de

$\sigma_1^{(\lambda)}$	dérivées fonctions arbitraires de			1	variable
$\sigma_2^{(\lambda)}$	»	»	»	2	variables
...	»	»	»	.	»
$\sigma_{n-1}^{(\lambda)}$	»	»	»	$n-1$	»

Chacune des déterminations ainsi obtenues est de *forme invariante* dans un changement linéaire homogène *arbitraire* des variables indépendantes. Seul, il est vrai, le dernier des σ qui n'est pas nul est égal au σ', σ'', ... de même indice; les σ d'indices inférieurs ont pourtant eux aussi une signification effectivement intéressante en ce qui concerne le degré de généralité de la solution : ils sont, d'après ce qui précède, invariants dans un changement linéaire *arbitraire* des variables.

De plus, si le système envisagé est susceptible de se mettre par simple combinaison linéaire sous une quelconque des formes canoniques classiques, et si, ce que l'on peut alors toujours faire, on se donne arbitrairement *en un point* les valeurs des dérivées *paramétriques* d'ordre inférieur à $p+\lambda$ et les valeurs sur certaines multiplicités linéaires (spécifiées par les théorèmes d'existence) des dérivées paramétriques d'ordre $p+\lambda$, *les nombres respectifs de fonctions arbitraires de* 1, 2, ..., $n-1$ *variables sont encore les nombres précédemment trouvés* $\sigma_1^{(\lambda)}, \sigma_2^{(\lambda)}, \ldots, \sigma_{n-1}^{(\lambda)}$.

4. Un système quelconque d'équations aux dérivées partielles à une fonction inconnue u étant donné, on sait que le degré de généralité de la solution est déterminé par la connaissance d'un certain module de formes algébriques, le module des formes caractéristiques des équations du système. On voit dès lors que la solution d'un système quelconque pourra être déterminée sous la forme *invariante* qui vient d'être indiquée pour les systèmes étudiés au numéro précédent.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un point fondamental de la théorie du potentiel.* Note de M. **Witold Wilkosz**, présentée par M. Goursat.

Dans la théorie classique du potentiel, c'est-à-dire dans celle des intégrales d'une équation aux dérivées partielles de la forme

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} = 0, \tag{1}$$

on ne se borne pas à admettre qu'en tout point intérieur au domaine que l'on considère, la fonction est continue et qu'elle vérifie l'équation (1); pour légitimer les opérations que l'on a à effectuer, on adopte toujours quelque hypothèse additionnelle relative aux dérivées

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} \quad (i = 1, 2, \ldots, n); \tag{2}$$

on suppose le plus souvent que ces dérivées soient continues.

Je vais démontrer que toute hypothèse additionnelle de ce genre est superflue. A cet effet, supposons que la fonction u des variables $x_1, \ldots, x_n$ soit définie sans ambiguïté à l'intérieur d'un certain domaine (D) et bornons-nous à admettre qu'en tout point, intérieur à ce domaine, elle satisfasse seulement aux conditions suivantes :

1° Elle est continue;

2° Chacune des dérivées (2) a une valeur finie et bien déterminée;

3° L'équation (1) est vérifiée.

Je dis que, dans ces conditions, la fonction u sera régulièrement analytique dans le voisinage de tout point intérieur au domaine (D). Pour le démontrer, mettons en évidence les arguments de la fonction u en posant

$$u = f(x_1, \ldots, x_n)$$

et considérons l'expression

$$\Delta(u, h) = \frac{\sum_{i=1}^{n} [f(x_1, \ldots, x_i + h, \ldots, x_n) + f(x_1, \ldots, x_i - h, \ldots, x_n) - 2f(x_1, \ldots, x_n)]}{h^2}. \tag{3}$$

On doit à M. Peano la forme suivante du théorème de Taylor : « Soit $\varphi(x)$ une fonction de x définie sans ambiguïté pour les valeurs de x vérifiant

l'inégalité

$$(4) \qquad |x - a| < r$$

et admettant pour ces valeurs de x des dérivées déterminées jusqu'à un certain ordre p inclusivement; sans supposer que la dérivée $\varphi^{(p+1)}(x)$ existe pour toutes les valeurs de x vérifiant (4), admettons l'existence de cette dérivée pour $x = a$; dans ces conditions, on a

$$\varphi(a+h) = \varphi(a) + \sum_{k=1}^{p+1} \frac{h^k}{k!}\varphi^{(k)}(a) + h^{p+1}\varepsilon(h)$$

avec

$$\lim_{h=0} \varepsilon(h) = 0. \text{ »}$$

En s'appuyant sur ce théorème pour $p = 1$, on déduit de (3) et de l'existence des dérivées (2) qu'en tout point intérieur au domaine (D), on a

$$\lim_{h=0} \Delta(u, h) = \sum_{i}^{n} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}.$$

Donc, lorsque l'équation (1) est vérifiée à l'intérieur du domaine D, on a

$$\lim_{h=0} \Delta(u, h) = 0,$$

en tout point intérieur à ce domaine.

Or M. Zaremba [1] a démontré que cela suffit pour assurer l'analyticité régulière de la fonction u dans le voisinage de tout point intérieur au domaine (D). Il est donc prouvé que les trois conditions énoncées plus haut fournissent bien une base suffisante à toute la théorie du potentiel. On pourrait se demander si la première des trois conditions précédentes n'est pas superflue. Il est aisé de prouver qu'elle est au contraire essentielle. Posons pour cela [2] :

$$u = \text{partie réelle de } e^{-\frac{1}{z^4}} \quad \text{pour } x \neq 0,$$
$$u = 0 \qquad\qquad \text{pour } x = 0$$

ou

$$x + iy = z.$$

---

(1) S. Zaremba, *Contribution à la théorie d'une équation fonctionnelle de la Physique* (*Rendic. di Palermo*, t. **19**, 1905, p. 147).

(2) L'exemple que je cite m'a été indiqué par M. Zaremba.

La fonction u est discontinue pour $x=y=0$ et cependant $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ et $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ sont partout (même pour $x=y=0$) bien déterminées et elles vérifient la condition

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

dans tout le plan des variables x et y.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une définition géométrique du tenseur d'énergie d'Einstein.* Note de M. E. **Cartan**, présentée par M. Émile Borel.

On sait que, dans la théorie de la relativité généralisée d'Einstein, le tenseur qui caractérise complètement l'état de la matière au voisinage d'un point d'Univers est identifié à un tenseur faisant intervenir uniquement les propriétés *géométriques* de l'Univers au voisinage de ce point. Les dix composantes de ce tenseur sont données par des calculs plus ou moins compliqués qui sont loin d'en faire voir l'essence géométrique. Il m'a semblé qu'il y aurait intérêt à donner de ce tenseur une définition qui, tout en ayant toute la précision voulue, pût s'exprimer en langage purement géométrique.

I. Avant d'aborder le cas d'un Univers à quatre dimensions, considérons le cas beaucoup plus simple d'un Univers *statique* à trois dimensions, c'est-à-dire d'un milieu matériel continu en équilibre sous la seule action de ses forces élastiques. Un tel milieu est caractérisé physiquement par son état de tension, c'est-à-dire en somme par un vecteur appliqué à un élément de surface orienté arbitraire du milieu et indiquant la résultante des actions exercées à travers cet élément de surface par la partie du milieu située du côté négatif de cet élément sur la partie du milieu située du côté positif. En définitive, l'état du milieu est défini par un vecteur attaché à chaque élément de surface orienté de l'espace, vecteur dont les composantes sont des éléments d'intégrales de surface. Les composantes satisfont, comme on sait, à la loi de symétrie; de plus, la résultante des vecteurs attachés aux différents éléments de surface qui limitent un volume donné est nulle (loi de conservation).

Considérons alors un espace de Riemann à trois dimensions, défini par un ds^2 donné, forme différentielle quadratique de trois variables; l'*état de courbure* de cet espace, c'est-à-dire ce qui le différencie plus ou moins d'un

espace euclidien, peut se caractériser exactement de la même manière que l'état de tension d'un milieu élastique en équilibre. Si l'on décrit en effet un contour fermé infiniment petit, la divergence entre l'espace considéré et l'espace euclidien se manifeste sur ce contour par le fait qu'un système de trois directions rectangulaires issues d'un point du contour et transportées *parallèlement à elles-mêmes* au sens de Levi-Civita [1] ne revient pas coïncider avec lui-même lorsqu'on a parcouru tout le contour fermé; il faut, pour retrouver le système initial, effectuer une certaine rotation (infiniment petite). Cette rotation peut se représenter par un vecteur. L'état de divergence entre l'espace donné et l'espace euclidien peut donc être traduit par un vecteur attaché à chaque élément de surface orienté de l'espace. On montre facilement que ce vecteur, dont les composantes sont des éléments d'intégrale de surface, satisfait à la loi de symétrie et à la loi de conservation (la somme géométrique des vecteurs attachés aux éléments de surface qui limitent un volume *infiniment petit* est nulle).

Il résulte de ce qui précède qu'on peut expliquer l'état d'un milieu élastique en équilibre en admettant que l'espace qui le contient est déformé et que l'état de tension du milieu traduit physiquement cette déformation géométrique. Un fluide parfait en équilibre (et par suite de pression constante) correspondrait à un espace non euclidien de courbure constante, le vecteur qui manifeste la courbure de chaque élément de surface étant normal à cet élément.

II. J'arrive maintenant à l'Univers d'Einstein. La généralisation va être facile si nous définissons l'état physique de l'Univers par un vecteur (à quatre composantes) attaché à chaque élément de volume (à trois dimensions) de l'Univers et satisfaisant à la loi de symétrie : les 16 coefficients, qui se réduisent à 10 à cause de la loi de symétrie, peuvent être, comme on le fait d'habitude, regardés comme les coefficients d'une forme quadratique à quatre variables, de même que les 9 coefficients p_{xx}, p_{xy}, etc. qui se réduisent à 6, du vecteur qui définit la tension d'un milieu élastique, peuvent être regardés comme les coefficients d'une forme quadratique à trois variables.

Partons alors d'un ds^2 donné, forme différentielle quadratique à quatre variables. La différence entre l'Univers défini par ce ds^2 et l'Univers euclidien se manifeste sur tout contour fermé infiniment petit par le fait qu'un système de quatre directions issues d'un point du contour et transporté

---

[1] *Rend. Circ. Mat. di Palermo*, t. **42**, p. 173.

parallèlement à lui-même ne revient pas coïncider avec lui-même quand on a parcouru tout le contour fermé : il faut, pour retrouver le système initial, effectuer une certaine *rotation* (en appelant de ce nom un déplacement d'ensemble de l'Univers euclidien autour d'un point fixe). A chaque contour fermé infiniment petit, ou à chaque élément de surface orienté, est ainsi associée une rotation.

Cela posé, considérons un élément de volume de l'Univers, et prenons-le, pour simplifier, sous la forme d'un parallélépipède élémentaire; soient O un de ses sommets, OA_1, OA_2, OA_3 les trois arêtes issues de ce sommet. A la première face passant par O, ou plutôt à son contour parcouru dans le sens A_3OA_2, est associée une rotation infiniment petite; par l'effet de cette rotation, tout point de l'espace à trois dimensions perpendiculaire à OA_1 subit un déplacement; si l'on ne considère que la composante de ce déplacement qui se trouve dans l'espace à trois dimensions lui-même, elle pourrait être obtenue par l'effet d'une certaine rotation de cet espace sur lui-même, rotation qu'on pourrait appeler la *projection* de la rotation primitive sur cet espace. Cette projection peut être représentée géométriquement dans cet espace (perpendiculaire à OA_1) par un vecteur (R_1).

En définitive, à chacune des trois faces du parallélépipède élémentaire on peut faire correspondre trois vecteurs (R_1), (R_2), (R_3) représentant les projections, sur les espaces perpendiculaires à OA_1, OA_2, OA_3, des trois rotations associées aux trois faces. La somme géométrique de ces trois vecteurs, multipliés respectivement par les longueurs (ou intervalles) OA_1, OA_2, OA_3, définit le vecteur cherché, tenseur d'énergie d'Einstein. Ce tenseur est nul dans toute région vide de matière.

La définition géométrique de ce vecteur peut être mise sous une autre forme en partant de la notion de *rotations complémentaires* d'un espace euclidien à quatre dimensions ayant un point fixe.

ALGÈBRE. — *Sur la résolution d'une équation linéaire indéterminée.* Note de M. **Auric.**

Nous avons en vue la résolution en nombres entiers de l'équation

$$a_0x_0 + a_1x_1 = b \tag{1}$$

dans laquelle les coefficients a_0, a_1, b sont des nombres quelconques, réels ou complexes.

Lorsque b est nul, le développement en fraction continue du rapport $\frac{a_0}{a_1}$ permet de trouver des solutions de plus en plus approchées de l'équation donnée; mais, si $b \neq 0$, il n'en est plus de même, car nous ne connaissons pas de méthode générale et systématique de résolution de (1); le procédé indiqué par Lejeune-Dirichlet et perfectionné par Minkowski devient en pratique rapidement inapplicable.

Il serait pourtant très utile de posséder un moyen de résolution de (1) car des problèmes de ce genre se posent assez fréquemment dans les recherches scientifiques; si, par exemple, en physique, on connaît la partie décimale α d'une longueur représentant un multiple entier inconnu X d'une longueur d'onde donnée λ, on aura à résoudre l'équation du type (1)

$$X\lambda = Y + \alpha.$$

En prenant a_0 et a_1 comme éléments initiaux et en développant en fraction continue suivant la méthode ordinaire, on obtient la suite des éléments

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots, \quad a_{n-1}, \quad a_n, \quad a_{n+1} \qquad (\lim a_n = 0).$$

Il serait très avantageux de pouvoir modifier la loi de formation de cette suite, de manière que certains éléments continuent à tendre vers zéro, tandis que d'autres ont une autre limite, b par exemple; car, dans ce cas, la solution de (1) serait immédiate, puisque tout élément s'exprime avec des coefficients entiers en fonction linéaire des deux éléments initiaux.

Or, il est aisé de montrer qu'on peut faire tendre a_{3n} vers un nombre donné μ_n pouvant varier avec n, les autres éléments ayant zéro pour limite.

Écrivons en effet les équations successives de formation des éléments :

$$\begin{aligned} a_{3i-1} &= \lambda_{3i} \quad a_{3i} \quad - a_{3i+1}, \\ a_{3i} &= \lambda_{3i+1} a_{3i+1} - a_{3i+2}, \\ a_{3i+1} &= \lambda_{3i+2} a_{3i+2} - a_{3i+3}. \end{aligned}$$

Dans la première, a_{3i-1} et a_{3i+1} tendent vers zéro, tandis que α_{3i} tend vers μ_i; il en résulte qu'on devra prendre à partir d'un certain rang $\lambda_{3i} = 0$ et $a_{3i-1} = - a_{3i+1}$.

Dans la seconde, on procédera à la manière ordinaire et a_{3i+2} sera le reste, changé de signe, de la division de a_{3i} par a_{3i+1}; le quotient λ_{3i+1} augmentera indéfiniment et l'on aura

$$\left|\frac{a_{3i+2}}{a_{3i+1}}\right| < \frac{1}{2} \qquad \text{ou} \qquad < \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

suivant le domaine dans lequel on se trouve; d'autre part, cette inégalité prouve bien que a_{3i+2} tend vers zéro.

Dans la troisième équation, on prendra μ_{i+1} comme valeur approchée de a_{3i+3}, de sorte que λ_{3i+2} sera la valeur entière approchée de

$$\frac{a_{3i+1} + \mu_{i+1}}{a_{3i+2}} = \lambda_{3i+2} + \varepsilon_{i+1}.$$

Des deux égalités

$$a_{3i+1} + a_{3i+3} = \lambda_{3i+2} a_{3i+2},$$
$$a_{3i+1} + \mu_{i+1} = (\lambda_{3i+2} + \varepsilon_{i+1}) a_{3i+2},$$

on tire en retranchant

$$a_{3(i+1)} = \mu_{i+1} - \varepsilon_{i+1} a_{3i+2},$$

ce qui montre bien que $a_{3(i+1)}$ tend vers μ_{i+1}, puisque $|\varepsilon_{i+1}| < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $\frac{1}{2}$ et a_{3i+2} tend vers zéro.

Le reste du développement se poursuit d'une manière analogue.

Il est donc établi que les éléments a_{3n} peuvent tendre vers un nombre donné μ_n, les autres éléments tendant vers zéro : on peut donc faire tendre soit tous les a_{3n} vers b, soit les uns vers b, d'autres vers c, etc., ce qui permettrait de résoudre simultanément l'équation

$$a_0 x_0 + a_1 x_1 = c.$$

Comme d'ailleurs l'élément suivant a_{3n+1} tend vers zéro on aura la solution générale approchée de l'équation donnée en considérant l'expression

$$a_{3n} + \rho a_{3n+1},$$

ρ étant un entier indéterminé fini.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur les lignes* Kα *des éléments légers.* Note de M. V. **Dolejsek**, présentée par M. E. Bouty.

Pour les éléments lourds on n'a pas mesuré, en général, plus de deux lignes Kα. Elles sont dénotées le plus souvent par $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$. Pour les éléments S-Na, Hjalmar (¹) a trouvé cinq nouvelles composantes appelées par lui : α_3, α_4, α_5, α_6 et α'.

J'ai mesuré de nouveau les lignes Kα des éléments Zn-Cl et, pour

(¹) E. Hjalmar, *Zeits. für Phys.*, t. 1, 1920.

obtenir une plus grande dispersion, j'ai travaillé avec une fente de $0^{mm},02$ à $0^{mm},03$ de largeur, la tension étant d'environ 40-45 KV. J'ai alors trouvé pour les éléments susdits les lignes α_3 et α_4 que Hjalmar avait mesurées pour les éléments S-Na. Elles sont inséparables au-dessus du scandium.

La ligne α'_1 de Hjalmar a été aussi retrouvée pour les éléments Ca-Cl. En suivant la notation de M. Siegbahn, j'ai appelé cette ligne α_7. J'ai recherché cette même ligne pour les autres éléments, en particulier dans la région Cr-Zn, où j'obtenais de très bons clichés, cette ligne ne put être observée. Mes clichés du groupe Sc-V n'étant pas aussi bons (1), on ne peut pas encore dire pour lequel de ces éléments la ligne α_7 disparaît.

En outre, un nouveau satellite de α_1 de plus courte longueur d'onde a été trouvé. Pour les éléments Sc-Cl, ce satellite ne pouvait pas être séparé de la ligne α_1. Il paraît être une bande d'émission comme Coster (2) en a observé pour les lignes α_1 et β_1 de la série L. La plus courte longueur d'onde de cette bande a été dénotée α'_1.

Les résultats de mes nouvelles mesures sont réunis dans le Tableau suivant :

Lignes K *des éléments* Zn-Cl.U.X.

	α'_1.	α_7.	α_3.	$\alpha_{3,4}$.	α_4.
Zn...........				1428,8	
Cu...........				1530,75	
Ni...........				1647,6	
Co...........				1777,4	
Fe...........				1923,30	
Mn..........				2087,9	
Cr...........				2273,3	
V...........				2484,6	
Ti...........				2726,9	
Sc...........	3023			3006	
Ca...........	3349	3339,87 (3)	3332,3		3330,0
K...........	3730	3718,7 (3)	3711,0		3708,8
Cl...........	4712	4702,5	4688		4684

Je n'ai pu observer la ligne α_3 de Duane et Stenström (4) que ces auteurs ont

(1) Les quantités disponibles de ces éléments étaient très petites.
(2) Non encore publié.
(3) Ces deux valeurs ont été empruntées à HJALMAR, *Zeit. f. Ph.*, t. 7, 1921.
(4) DUANE et STENSTRÖM, *Phys. Rev.*, 1921.

trouvée pour le tungstène et qui devrait représenter un passage d'électrons du niveau L_3 au niveau K. La ligne α_3 de ces auteurs, qui doit être située du côté des grandes longueurs d'onde par rapport à α_1, n'a rien de commun avec la ligne dénotée par α_3 dans ce travail.

Les divergences avec les lignes α_{3-4} de cette région telle qu'elles ont été publiées autrefois par Stensson [1] sont dues à une erreur de la constante employée par M. Stensson. Il est très vraisemblable que les lignes α_5 et α_6 n'existent plus pour les éléments Zn-Cl.

Ces recherches vont être continuées pour les éléments S-Na. En particulier, j'étudierai l'influence éventuelle de la tension sur l'intensité relative des différents satellites.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la complexité de la série* K *des éléments légers et son interprétation théorique.* Note de M. **A. Dauvillier**, présentée par M. E. Bouty.

I. Dans une précédente Note [2] nous avons signalé que nous trouvions dix composantes dans la série K du cuivre, alors que quatre étaient seulement connues jusqu'ici pour cet élément. Leurs longueurs d'ondes, exprimées en 10^{-11}cm, en prenant comme référence une mesure de précision due à Siegbahn ($\alpha_1 = 1537,35$) sont réunies dans le Tableau suivant :

---

(1) N. Stensson, *Zeits. f. Phys.*, t. 3, 1920.

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 647. M. Coster (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 378) pense qu'il n'est pas possible de séparer les raies $L\gamma_3$ et $L\gamma_7$ de Sb. Ces deux lignes constituent cependant un doublet présentant une différence de longueur d'onde constante en fonction du nombre atomique, puisque les niveaux N_6 et N_7 forment un doublet régulier. Il en résulte qu'avec une dispersion constante, l'écart des deux composantes sur la plaque doit demeurer constant, ce que vérifie l'expérience (environ 1^{mm} sur nos clichés depuis U jusqu'à Sb).

De même, $L\alpha_3$ se distingue d'autant mieux de $L\alpha_1$ que le nombre atomique est plus petit, car les niveaux M_1 et M'_1 forment un doublet irrégulier. La différence entre les $\sqrt{\frac{\nu}{R}}$ des deux limites M_1 et M'_1 trouvées par Stenström pour l'uranium est exactement égale à celle que nous avons observée entre les niveaux correspondants de Sb. La raie $L\alpha_3$ peut en effet simuler une bande continue pour les éléments lourds lorsque la dispersion est faible, mais rien de semblable ne s'observe au voisinage de $L\beta_1$.

Raie...	γ_2.	γ_1.	β_1.	β'_1.	β_3.
Longueur d'onde...	1376,0	1377,7	1388,9	1389,8	1392,8
Intensité..........	faible	forte	tr. forte	moyenne	faible

Raie...	α_4.	α_3.	α_7.	α_1.	α_2.
Longueur d'onde...	1530,1	1531,3	1535,3	1537,35	1541,2
Intensité..........	ass. forte	ass. forte	ass. forte	tr. forte	tr. forte

Conformément à la notation de Siegbahn (1), nous adoptons la dénomination α_7 pour désigner la raie α'_1 trouvée par Hjalmar pour les éléments légers. Par contre, il nous paraît préférable d'appeler γ_1, comme le font les auteurs américains, la ligne β_2, les niveaux d'origine de cette ligne et des raies β étant de nature différente.

Nous avions déjà publié (2) les longueurs d'ondes moyennes des doublets $\alpha_3\alpha_4$ du nickel et du cuivre. C'est en opérant dans l'hydrogène avec une très grande dispersion ($1^{mm} = 3.10^{-11}$ cm) et une forte intensité que nous avons trouvé les nouvelles lignes α_7, α_3, α_4, β_3, β'_1 et γ_2. Les raies α_3 et α_4 n'étaient pas complètement séparées sur nos clichés mais juxtaposées, fait que nous avons reconnu en remarquant que la bande $\alpha_3\alpha_4$, d'opacité uniforme, était d'une opacité égale mais d'une largeur double de celle de la raie $L\alpha_1$ du tungstène. Cette remarque a permis la mesure des deux composantes.

L'existence de la raie α_7 est probablement la cause des divergences récemment trouvées par Siegbahn entre les mesures de précision de α_1 effectuées en premier ordre et dans les ordres suivants : l'apparition de α_7 déplaçait le « centre de gravité » de α_1 du côté des courtes longueurs d'ondes.

II. Nous avons étudié, dans les mêmes conditions expérimentales, la série K du molybdène, mais sans observer d'autres raies que celles trouvées par W. Duane. Les lignes α_7, α_3, α_4, β_3 et γ_2 n'existent plus pour cet élément. De plus, la ligne α_3 de Duane (pour W) n'existe ni pour le cuivre ni pour le molybdène et, comme son existence serait contraire aux exigences des principes de sélection, sa réalité apparaît de plus en plus douteuse.

Les lignes β_1 et β'_1 résultent, comme on le sait, des combinaisons M_3K

(1) Voir la Note de M. Dolejsek.

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 137.

et M_4K. Il semble que β_3 corresponde à M_5K. D'autre part, γ_1 répond plutôt à N_6K qu'à N_7K et γ_2 paraît provenir de N_1; mais ces combinaisons sembleraient exiger l'existence de β_3 et de γ_2 pour MO.

III. Nous avons cherché à relier nos mesures des raies α_7, α_3 et α_4 du cuivre à celles de Hjalmar pour les éléments Ca-Na. L'hypothèse la plus plausible, pour expliquer l'existence de ces satellites, consiste à admettre qu'ils proviennent de combinaisons entre de nouveaux niveaux L de basse fréquence et le niveau K. Si l'on désigne par $\mathcal{L}_7$, $\mathcal{L}_3$, $\mathcal{L}_4$ les niveaux correspondants, on remarque qu'ils forment avec L_2 et L_3 des *doublets irréguliers*, les nombres soustractifs (Abschirmungszahl de Sommerfeld) étant les mêmes entre $L_2 - \mathcal{L}_7$ et $\mathcal{L}_7 - \mathcal{L}_4$. Nous interprétons ce fait en imaginant que les lignes α_7 et α_4 sont excitées lorsque l'ionisation K a lieu dans un atome ayant déjà subi l'ionisation L_1 à un ou deux degrés, le niveau L_2 étant alors déplacé respectivement en $\mathcal{L}_7$ et $\mathcal{L}_4$. La ligne α_3 proviendrait soit d'un déplacement différent de L_2 correspondant à une ionisation L_2, soit d'un déplacement de L_3 consécutif d'une ionisation L_1 ou L_2. Le fait que ces lignes n'existent plus pour MO s'explique alors aisément en remarquant que, pour cet élément, les niveaux L sont protégés de l'ionisation due au faisceau cathodique par tous les niveaux N_3-N_8 et par plusieurs niveaux O. D'autre part, l'existence de ces niveaux $\mathcal{L}$ supplémentaires explique la complexité observée par Millikan pour les rayons L des éléments légers. Les lignes supplémentaires $\mathcal{K}$ ne devraient pas apparaître par fluorescence ni les niveaux $\mathcal{L}$ comme limites d'absorption dans les conditions normales.

Le spectre $\mathcal{K}$ correspondrait en quelque sorte aux « spectres d'étincelle » de l'optique, le spectre K normal étant l'équivalent du « spectre d'arc ». C'est le premier qui établirait la liaison entre le spectre X caractéristique, de nature simple à cause du petit nombre des niveaux stables dans l'atome, et le spectre lumineux, extrêmement complexe, par suite de la multiplicité des états possibles d'ionisation périphérique.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'extension de la loi de Paschen aux fluides polarisés.* Note de M. **C.-E. Guye**, présentée par M. Daniel Berthelot.

Mes expériences sur le potentiel explosif dans les gaz comprimés m'ont amené à envisager la loi de Paschen sous une forme plus générale.

Champ moléculaire (1). — Lorsqu'on soumet une masse gazeuse à un

(1) Voir C.-E. Guye, *Arch. des Sc. phys. et nat.*, novembre 1916.

champ électrique X_e, les molécules, de moment électrique μ, tendent à prendre une orientation sous l'action combinée de ce champ et de l'agitation thermique. Le moment de l'unité de volume a dans ce cas pour expression

$$\sigma = n_1 \mu \left[\coth \frac{\mu X_e}{rT} - \frac{rT}{\mu X_e} \right], \tag{1}$$

n_1, nombre de molécules dans l'unité de volume; r, constante des gaz parfaits rapportée à la masse d'une molécule; T, température absolue (1).

Cette relation suppose que les actions mutuelles entre les molécules du gaz sont négligeables; elle s'applique par conséquent aux gaz dilués. En outre, lorsqu'on est loin de la saturation, la valeur de σ est, comme on sait, voisine de

$$\sigma = \frac{n_1 \mu^2}{3rT} X_e \tag{2}$$

et tend vers $n_1 \mu$ à la saturation, c'est-à-dire lorsque toutes les molécules ont pris l'orientation du champ extérieur (champ intense, température basse).

Lorsque les molécules des gaz sont très rapprochées (gaz comprimés), on ne peut négliger leurs actions mutuelles, mais on pourra remplacer l'action de l'ensemble de toutes les molécules par un champ dit *moléculaire* analogue à celui dont M. Pierre Weiss a fait usage pour l'explication du ferromagnétisme. Au champ X_e dans la formule (1) se substituera un champ

$$X = X_e + X_m, \tag{3}$$

X_m étant le champ moléculaire résultant de la polarisation plus ou moins complète du milieu.

La valeur de ce champ moléculaire peut être évaluée approximativement de diverses façons.

Si on l'assimile au champ produit à l'intérieur d'une fente pratiquée dans le milieu polarisé, parallèlement aux armatures du condensateur, il a pour valeur $4\pi\sigma$; si, comme cela paraît plus rationnel, on l'identifie au champ au sein d'une cavité de forme sphérique, sa valeur est $\frac{4}{3}\pi\sigma$.

On peut d'ailleurs aisément établir la relation entre ce champ moléculaire et la constante diélectrique. Dans les deux hypothèses précédentes, il a pour

(1) Le problème est identique à celui traité par M. Langevin dans la théorie du paramagnétisme des gaz.

expression

$$(4)\qquad X_m = 4\pi\sigma = (K-1)X_e,$$

$$(5)\qquad X_m = \frac{4}{3}\pi\sigma = \frac{K-1}{3}X_e,$$

en désignant par K la constante diélectrique du milieu.

Jointes aux formules (1) ou (2), ces relations permettent de calculer l'ordre de grandeur du moment électrique μ de la molécule.

Champ intermoléculaire. — Mais les centres électrisés sont soumis à la somme des champs extérieur et moléculaire, somme que nous appelons champ intermoléculaire, soit (3).

Posons pour simplifier $X = [A]X_e$; on aura dans les deux hypothèses ci-dessus

$$(6)\qquad [A]_1 = K,$$

$$(7)\qquad [A]_2 = 1 + \frac{K-1}{3}.$$

Loi de Paschen généralisée. — On sait que le potentiel explosif dans un gaz peut être considéré comme une fonction du produit $n_1 a$, du nombre des molécules contenues dans l'unité de volume par la distance des plateaux (champ uniforme) :

$$(I)\qquad V = F(n_1 a).$$

Cette relation résulte de l'équation de condition du potentiel explosif, que l'on peut mettre sous la forme

$$a = \frac{\log N_0\varphi_0(\varepsilon\lambda_0 X) - \log N_1\varphi_1(\varepsilon\lambda_1 X)}{N_0\varphi_0(\varepsilon\lambda_0 X) - N_1\varphi_1(\varepsilon\lambda_1 X)}.$$

En remplaçant dans cette équation X par $[A]X_e = [A]\frac{V}{a}$ on obtient pour la loi de Paschen généralisée (1)

$$(II)\qquad [A]V = F(n_1 a),$$

$[A]$ est en réalité une fonction de la pression du gaz, c'est-à-dire de n_1,

(1) N_0 et N_1, nombre de chocs relatifs à chacun des centres électrisés pour un parcours de 1^{cm}; λ_0 et λ_1, libres parcours moyens des centres électrisés; $\varepsilon\lambda_0 X$ et $\varepsilon\lambda_1 X$, énergies moyennes de choc. En tenant compte de la condition : λ_0 et λ_1 inversement proportionnels à n_1; N_0 et N_1 proportionnels à n_1, on obtient finalement la relation (II).

mais sa valeur peut être déterminée dans chaque expérience par les relations (6) ou (7).

En résumé, pour vérifier la formule (II), il suffira, dans chaque cas particulier, de multiplier le potentiel explosif observé par [A]. Si les courbes ainsi obtenues pour diverses distances se superposent, la loi de Paschen généralisée sera vérifiée.

Pour CO^2, à la pression de 40^{atm}, on a $[A_1] = 1,06$, $[A]_2 = 1,02$. Les résultats corrigés se rapprochent alors davantage de ceux qu'exigerait la loi de Paschen ; la concordance n'est cependant pas complète, par suite, croyons-nous, de l'inégale répartition des ions, qui ne paraît pas être encore entièrement éliminée dans les expériences sur ce gaz et dont les formules précédentes ne tiennent pas compte.

Il serait digne d'intérêt de rechercher jusqu'à quel degré de condensation de la matière la relation (II) est applicable.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la synchronisation harmonique des oscillateurs électriques.* Note de M. **Mercier**, presentée par M. Brillouin.

1. *Synchronisation simple.* — Le phénomène de la synchronisation est une propriété très générale qui appartient à tout ensemble composé de deux systèmes oscillants de même nature, mais quelconques, ayant des fréquences voisines et entre lesquels il existe une liaison.

Il est caractérisé par les propriétés suivantes : quand on essaie d'amener les deux oscillateurs à l'accord parfait en faisant varier progressivement la fréquence propre de l'un d'entre eux, il se produit, à un moment donné, une disparition brusque des battements. Les oscillateurs sont synchronisés. Ils se sont accrochés. Il y a toute une *plage de synchronisation* dans laquelle ils sont rigoureusement à la même fréquence, cette fréquence commune variant d'ailleurs quand on modifie légèrement l'un d'eux. Puis les battements réapparaissent brusquement si la variation se poursuit dans le même sens. Mais si les oscillateurs s'accrochent pour une valeur déterminée de la fréquence propre de l'un des appareils, quand par exemple nous faisons croître celle-ci, ils ne se décrocheront plus, quand nous agirons en sens inverse, que pour une fréquence inférieure à celle trouvée précédemment. Les oscillateurs montrent ainsi une tendance très accusée à rester au synchronisme.

Nous avons pu mettre ces propriétés en évidence d'une façon particuliè-

rement nette en utilisant des oscillateurs à lampes amplificatrices à trois électrodes (audions) dont la stabilité est très grande lorsque le régime est établi. L'observation est commode et la facilité de réglage permet de suivre la marche des phénomènes pour des liaisons même très faibles, lorsque la synchronisation ne se produit que pour une égalité presque absolue des fréquences à quelques battements par seconde pour des fréquences de l'ordre de 100000 par exemple ($\lambda = 3^{km}$).

Il est notamment facile de faire varier la grandeur de la plage de synchronisation en agissant sur la réaction mutuelle des deux oscillateurs. Naturellement la fréquence du son de battements à la limite d'accrochage ou de décrochage varie dans le même sens que l'intensité de la réaction.

2. *Synchronisation harmonique.* — Cette tendance à la synchronisation existe aussi dans le cas moins simple où l'un des deux oscillateurs émet sur l'un des harmoniques de l'autre. Le phénomène présente exactement les mêmes caractéristiques que précédemment. Mais, comme il était à prévoir, cela nécessite pour l'oscillateur à grande longueur d'onde d'avoir des harmoniques suffisamment intenses; de plus, la réaction mutuelle doit être plus forte.

Les deux oscillateurs peuvent également s'accrocher sur un harmonique commun, qui sera d'ordre d'autant plus élevé que les oscillateurs auront des harmoniques plus intenses. Mais il devient souvent nécessaire d'avoir une très forte réaction mutuelle : tous les dispositifs du couplage par induction ou par lampe que nous avons utilisés donnent des résultats analogues. Le phénomène est général.

Il a lieu également quelles que soient les fréquences employées; pour des fréquences de quelques unités ou dizaines par seconde et pour des fréquences de l'ordre de 100000000^{e} ($\lambda = 3^{m}$). Dans le cas des oscillations de basse fréquence, le phénomène est aisé à analyser : il suffit d'inscrire sur du noir de fumée le courant de l'un des oscillateurs et, en agissant progressivement sur la capacité de l'autre, on voit les battements se former, diminuer de fréquence, pour disparaître brusquement et réapparaître plus loin d'une façon également brusque.

3. *Synchronisation multiple.* — Nous avons alors cherché à étendre cette propriété à plusieurs oscillateurs en cascade, chacun d'eux étant accroché sur un des harmoniques du précédent. Cela ne présente pas de difficultés particulières, mais demande naturellement plus de soin pour le réglage lorsque le rang des harmoniques employés et le nombre des oscillateurs croissent, car les plages de synchronisation deviennent plus étroites.

Le maximum de stabilité est atteint lorsque la plage de synchronisation de l'un des oscillateurs avec le précédent a même centre que la plage de synchronisation du même oscillateur avec celui qui le suit. On arrive très bien à se placer dans ces conditions par approximations successives en agissant sur les diverses capacités. Le contrôle se fait en recevant sur des ondemètres réglés sur les différentes longueurs d'ondes employées.

Nous sommes ainsi arrivés à avoir six oscillateurs en série synchronisés l'un sur l'autre, allant de 50 périodes environ à la seconde à 5000000 environ ($\lambda = 60^{m}$).

Nous réalisons ainsi un multivibrateur d'un nouveau genre, ayant un nombre immense d'harmoniques de rangs très élevés et qui sont tous très intenses, parce qu'ils se trouvent renforcés et créés à nouveau pour ainsi dire par chaque oscillateur particulier que l'on ajoute. Si l'on agit sur l'un quelconque des oscillateurs du système sans dépasser les limites de la plage de synchronisation correspondante, on modifie la période fondamentale de l'ensemble qui se trouve entraîné en bloc. Le dernier harmonique de l'oscillateur de plus haute fréquence est toujours un harmonique exact de l'oscillateur le moins rapide.

C'est ainsi que nous avons pu comparer le quinzième harmonique du dernier oscillateur avec un oscillateur de 4^{m} de longueur d'onde. D'autre part, les oscillations de l'oscillateur de plus basse fréquence sont inscrites et comparées à celles d'une horloge dont la période est de deux secondes.

Ces deux comparaisons se font avec une précision dépassant le $\frac{1}{1000000}$ et permettent d'obtenir avec une précision de l'ordre du $\frac{1}{100000}$ la période d'une onde de quelques mètres.

On passe ainsi d'une période de deux secondes à une onde de 4^{m} (fréquence 75000000), c'est-à-dire à une période 150000000 fois plus petite, et ceci par l'intermédiaire d'un système oscillant unique.

OPTIQUE. — *Calcul des éléments qui déterminent un système centré formé par un nombre quelconque de surfaces.* Note de M. **R. Boulouch**, présentée par M. M. Brillouin.

Ce problème, qui conduit à des expressions très compliquées, a été abordé, dans le cas des systèmes de lentilles infiniment minces, par Cotes, Euler, Lagrange, etc.

La solution suivante est rapide et complète; le calcul de la convergence

est seul nécessaire, mais cette dernière notion doit être un peu étendue; les milieux extrêmes d'un système ayant pour indices n, n', et l'équation, rapportée à deux origines conjuguées où le rapport de convergence est γ, étant mise sous la forme $\frac{\gamma}{nx} - \frac{1}{\gamma n' x'} = \frac{1}{k}$, la convergence C sera

$$C = \frac{nn'}{k} \qquad \text{ou encore} \qquad C = n : f = -n' : f';$$

la convergence d'un dioptre sera dès lors

$$c = \frac{n - n'}{R}.$$

Soient p surfaces dirimantes, $S_1, S_2, \ldots, S_p$ rencontrant leur axe de révolution commun en $A_1, A_2, \ldots, A_p$ et séparant des milieux d'indices $n_0, n_1, \ldots, n_p$; nous poserons

$$\overline{A_i A_{i+1}} = e_i, \qquad \eta_i = \frac{n_i}{e_i};$$

$c_i = \frac{n_{i-1} n_i}{k_i}$ est la convergence du dioptre S_i, et $C_i = \frac{n_0 n_i}{K_i}$, la convergence du système formé par les surfaces $S_1, S_2, \ldots, S_i$. Soit Γ_i la valeur du rapport de convergence, dans ce dernier système, au point A_i considéré comme point-image dans le milieu n_i; à la distance e_i de ce point et dans le milieu n_i le rapport de convergence a une valeur Γ telle que $n_i e_i = K_i\left(\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_i}\right)$; mais si en ce point A_{i+1} se trouve la surface S_{i+1}, suivie du milieu n_{i+1}, le rapport de convergence Γ_{i+1}, dans ce milieu, du point-image A_{i+1}, sera donné par $\Gamma_{i+1} = \Gamma \frac{n_i}{n_{i+1}}$.

On tire aisément de ces relations

$$\frac{1}{n_{i+1}\Gamma_{i+1}} = \frac{1}{n_i \Gamma_i} + \frac{e_i}{K_i} = \frac{1}{n_i \Gamma_i} + \frac{C_i}{\eta_i}\frac{1}{n_0};$$

de là on peut déduire

$$\frac{1}{n_p \Gamma_p} = \frac{1}{n_0}\left(1 + \frac{C_1}{\eta_1} + \frac{C_2}{\eta_2} + \ldots + \frac{C_{p-1}}{\eta_{p-1}}\right).$$

Calculons maintenant la convergence d'un système résultant de deux autres : le premier système étant limité à $p - 1$ surfaces, le deuxième en comportera q qui seront numérotées dans le sens du retour inverse de la lumière, avec des lettres accentuées; soient N, N' les deux points nodaux du système total, et Ω le centre optique des deux systèmes, c'est-à-dire le

point du milieu commun, d'indice n et d'épaisseur e, qui est image de N par rapport au premier système et objet de N' par rapport au deuxième; si γ est le rapport de convergence de (N, Ω), $\frac{1}{\gamma}$ est évidemment celui de (Ω, N'), dès lors

$$n\overline{A_{p-1}\Omega} = K_{p-1}\left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\Gamma_{p-1}}\right), \qquad n\overline{\Omega A'_q} = K'_q\left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\Gamma'_q}\right)$$

et

$$ne = \frac{1}{\gamma}(K_{p-1} + K'_q) - \frac{K_{p-1}}{\Gamma_{p-1}} - \frac{K'_q}{\Gamma'_q},$$

mais

$$\gamma = K_{p-1+q}\left(\frac{1}{K_{p-1}} + \frac{1}{K'_q}\right),$$

d'où

$$\frac{1}{K_{p-1+q}} = \frac{1}{\Gamma_{p-1}K'_q} + \frac{1}{\Gamma'_q K_{p-1}} + \frac{ne}{K_{p-1}K'_q},$$

et en introduisant les convergences

$$C_{p-1+q} = C'_q\left(1 + \frac{C_1}{n_1} + \ldots + \frac{C_{p-2}}{n_{p-2}} + \frac{C_{p-1}}{n}\right) + C_{p-1}\left(1 + \frac{C'_1}{n'_1} + \ldots + \frac{C'_{q-1}}{n'_{q-1}}\right).$$

Employons cette formule générale pour l'addition d'un seul dioptre S_p

$$C_p = C_{p-1} + c_p\left(1 + \frac{C_1}{n_1} + \frac{C_2}{n_2} + \ldots + \frac{C_{p-1}}{n_{p-1}}\right),$$

c_p ne figurant dans aucune convergence d'indice inférieur

$$\frac{\partial C_p}{\partial c_p} = 1 + \frac{C_1}{n_1} + \ldots + \frac{C_{p-1}}{n_{p-1}}; \qquad \frac{1}{n_p\Gamma_p} = \frac{1}{n_0}\frac{\partial C_p}{\partial c_p}.$$

On peut, d'ailleurs, en écrivant les convergences d'indice décroissant et faisant la somme, avoir une autre expression de

$$C_p = c_1 + c_2 + \ldots + c_p + \frac{C_1}{n_1}(c_2 + \ldots + c_p) + \ldots + \frac{C_{p-2}}{n_{p-2}}(c_{p-1} + c_p) + \frac{C_{p-1}}{n_{p-1}}c_p$$

qui permet d'écrire les convergences $c_1, c_2, \ldots, c_p$.

$$C_1 = c_1, \qquad C_2 = c_1 + c_2 + \frac{c_1 c_2}{n_1},$$

$$C_3 = c_1 + c_2 + c_3 + \frac{c_1(c_2 + c_3)}{n_1} + \frac{c_3(c_1 + c_2)}{n_2} + \frac{c_1 c_2 c_3}{n_1 n_2},$$

$C_4 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$

$$C_p = c_1 + c_2 + \ldots + c_p + \frac{c_1(c_2 + c_3 + \ldots + c_p)}{n_1} + \ldots + \frac{c_1 c_2 \ldots c_p}{n_1 n_2 n_3 \ldots n_{p-1}};$$

les termes intermédiaires de C_p peuvent être écrits séparément en remarquant qu'il figure dans C_p tous les termes en $\frac{1}{\eta_i}$, en $\frac{1}{\eta_i \eta_k} \dots$, c'est-à-dire toutes les combinaisons des η, 2 à 2, 3 à 3, ..., $p-2$ à $p-2$ et que les numérateurs de toutes ces combinaisons contiennent toutes les convergences associées de la manière suivante : on écrit la suite $\eta_1, \eta_2 \eta_3 \dots \eta_{p-1}$, on supprime dans cette suite les n qui figurent au dénominateur du terme considéré; puis on fait correspondre à chaque η isolé, la somme de deux convergences qui figurent de part et d'autre, et à chaque groupe de η contigus, au nombre de h, la somme des $h+1$ convergences qui les comprennent, on fait le produit de ces diverses sommes et l'on achève le produit complet avec les convergences qui ne figurent pas dans le produit partiel.

C_p étant calculé on a facilement $\frac{\partial C_p}{\partial c_p}$; la distance frontale du foyer image $\overline{A_p F_p} = \varphi_p$ sera

$$\varphi_p = -\frac{K_p}{n_p \Gamma_p} = -\frac{n_p}{C_p} \frac{\partial C_p}{\partial c_p}$$

et l'on aura

$$\varphi_0 = \frac{\eta_0}{C_p} \frac{\partial C_p}{\partial c_1}$$

pour celle du foyer-objet $\overline{A_1 F_0} = \varphi_0$.

Le système est donc complètement déterminé.

RADIOLOGIE. — *Influence de la température sur la sensibilité des émulsions en radiographie*. Note (¹) de M. A. ZIMMERN, présentée par M. d'Arsonval.

La variation de sensibilité des émulsions en fonction de la température est très notablement différente, selon qu'on impressionne la plaque avec la lumière ou avec les rayons X.

Si l'on fait abstraction des très basses températures (air liquide), pour lesquelles on sait que la sensibilité est annulée, les variations trouvées pour la lumière, notamment entre la température ordinaire et $+80°$ C., paraissent être assez faibles.

D'après Wallace, pour des impressions lumineuses faibles, la sensibilité croît légèrement avec la température, et ce serait le contraire pour les impressions lumineuses fortes.

(¹) Séance du 6 février 1922.

D'après Padoa et Mervini, le coefficient d'accroissement de sensibilité serait pour 10° d'augmentation de 1,05, ce qui donne 1,25 pour 60° et 1,37 pour 85°.

D'autres auteurs déclarent n'avoir pas constaté de différence sensible.

Dans quelques expériences de contrôle, nous n'avons pas observé non plus de différence très marquée entre une plaque impressionnée froide et une plaque impressionnée chaude.

Nous avons observé, par contre, que l'accroissement de température sensibilise beaucoup plus fortement la plaque vis-à-vis des rayons X. En exposant une série de bandes découpées dans une même plaque portée à des températures croissantes de 10° en 10°, pendant le même temps à une intensité identique de rayons X, on obtient une série de teintes dont la gradation d'abord faible, mais déjà très appréciable, s'accuse de plus en plus. On ne peut cependant que difficilement dépasser 85°, car au-dessus de cette température se surajoute un voile.

Le rapport des densités, comparées à l'échelle de Scheiner, donne en moyenne 2,5 entre 15° et 85°, et 2 entre 15° et 60°.

La comparaison photométrique de la densité peut se faire plus simplement en irradiant simultanément une plaque témoin laissée à la température ordinaire pendant un temps donné, et une plaque chaude pendant des fractions croissantes de ce temps. On observe alors que, vers 60°, l'égalité d'opacité correspond à un temps de pose inférieur de $\frac{1}{3}$ environ. C'est ainsi qu'à cette température une plaque posée 13 secondes donne un noircissement égal à une plaque froide posée 20 secondes.

Lorsqu'on se sert d'un écran renforçateur, le renforcement thermique ne se produit plus, ce qui est évident, puisque l'impression se fait presque exclusivement sous l'action des grandes longueurs d'onde du sel luminescent.

Le pouvoir renforçateur thermique nous a aussi semblé réduit dans une certaine mesure lorsqu'on utilise des écrans métalliques minces pour augmenter l'impression radiographique.

L'ordre de grandeur du phénomène ne nous a pas paru subir de variations importantes suivant qu'on utilise des faisceaux durs ou des faisceaux mous. Il s'accentue légèrement avec l'emploi d'émulsions épaisses en usage en radiographie. Il semble enfin, aux températures élevées, nettement plus marqué pour des impressions faibles voisines du seuil que pour des impressions fortes.

Il est donc intéressant de noter une différence aussi considérable dans les actions de la chaleur entre les rayons actiniques du spectre et les rayons X. Elle semble s'accorder avec la présomption d'une action dissemblable de la lumière et du rayonnement X sur l'édifice atomique de l'halogénure et qui s'accuserait sous l'influence de l'agitation thermique.

Enfin au point de vue pratique le renforcement thermique des émulsions peut être utilisé en radiographie lorsque l'usage des écrans luminescents est à éviter, par exemple lorsqu'il importe de ne pas modifier l'identité des rayonnements à enregistrer sur la plaque (spectrographie).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la transformation de l'ammoniaque en urée*. Note de MM. **C. Matignon** et **M. Fréjacques**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans une Note précédente [1], nous avons montré que la réaction de décomposition réversible du carbamate d'ammoniaque en urée constituait un système divariant à deux phases, une phase liquide et une phase gazeuse, et nous avons donné les pressions expérimentales de dissociation maxima correspondant à chaque température :

100°	9,03 at
122	20,95
135	33,14
150	55,10

Nous exposons aujourd'hui les résultats complémentaires de l'étude statique de la réaction ainsi que ceux de l'étude cinétique. Les rendements en urée à l'équilibre sont les suivants :

130°	39,2 %	39,4
134	39,92	»
140	41,4	»
145	43,3	43,1

Les nombres de la deuxième colonne ont été obtenus en partant du système eau et urée.

L'application de la loi d'action de masse au système en équilibre formé

---

(1) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1003.

par la phase liquide, nous conduit à la relation

$$\frac{1-2x}{x^2} = K$$

dans laquelle x représente la fraction de molécule urée formée à partir d'une molécule de carbamate. Les valeurs de la constante K aux différentes températures permettent de calculer la chaleur de réaction. Nous avons ainsi trouvé -6^{cal} alors que la valeur expérimentale peut être évaluée à $-7^{cal},7$ avec une erreur de 1^{cal} à 2^{cal}, erreur provenant de la non-connaissance des chaleurs de fusion de l'urée et du carbamate, chaleurs qui ont été remplacées dans l'évaluation de l'effet thermique par les chaleurs de dissolution.

L'étude progressive de la transformation nous a conduit aux résultats condensés dans le Tableau suivant, qui donne aux températures de 130°, 134°, 140° et 145° les pourcentages de transformation après des temps variables mesurés en heures :

130°.		134°.		140°.		145°.	
h		h		h		h	
5.....	1,62 %	3.....	3,01 %	1......	2,5 %	1......	14,3 %
8.....	2,3	5.....	8,12	2......	9,03	2......	25,2
16.....	13,7	40.....	39,7	3......	14,4	3......	36,9
24.....	33,56	19.....	38,2	5.30...	29,4	5......	42,3
39.....	39,20	13.....	27,6	9......	38,0	10......	42,7
12.....	6,27			16......	40,6	16......	42,8
21.....	25,1			24......	41,11	24......	43,3
26.....	36,6			39......	41,4		

Si l'on traduit ces résultats par des courbes, on constate que la vitesse est accélérée dans les premières heures pour diminuer ensuite. Cette marche accélérée est en contradiction avec la loi des masses actives qui règle la vitesse. Nous avons trouvé l'explication de cette anomalie dans le rôle catalytique joué par l'eau formée en proportions croissantes. Si l'on ajoute en effet au système la quantité d'eau qui correspond au point d'inflexion de la courbe, on obtient bien une vitesse maximum au début.

Les nombres précédents mettent en évidence le bénéfice des opérations réalisées à des températures de plus en plus élevées. C'est ainsi qu'après quatre heures de chauffe, on obtient les proportions suivantes en urée :

130°....................................	1 %
135°....................................	6
145°....................................	41

La transformation étudiée étant une réaction de déshydratation, nous

avons cherché à l'activer par l'emploi de catalyseurs hydratants, tels que la thorine, l'alumine Bayer, l'alumine précipitée, le kaolin naturel et le kaolin artificiel, la silice, etc. Nous avons obtenu des accélérations de vitesse fort intéressantes aux basses températures, mais qui deviennent sans bénéfice appréciable vers 150°.

Voici quelques résultats obtenus à 130° (¹) :

	4 heures	10 heures	16 heures
Sans catalyseur	1 %	4,2 %	13,6 %
Thorine	1,9	6,3	»
Alumine Bayer	2,8	9,8	»
Kaolin	3,1	11,8	»
Alumine précipitée	3,4	13,5	26
Silice	3,4	14,2	27,2
Kaolin	3,4	15,3	28,6
SO^4Ca	7,2	12,3	»

Nous avons vainement cherché à introduire, dans le système, des corps susceptibles de s'emparer de l'eau sans agir sur les autres constituants, en vue de supprimer l'équilibre et de réaliser une transformation complète. Le sulfate de magnésie, le chlorure de calcium anhydres, etc., intervenant soit dans la phase liquide, soit dans la phase gazeuse, n'ont pas conduit au résultat cherché, car ils donnent une double décomposition avec le carbonate d'ammoniaque et orientent par suite la marche de la réaction dans une direction opposée à la direction cherchée.

L'urée ainsi préparée est très pure, elle fond à 133°. On la sépare rigoureusement du carbamate et des sels ammoniacaux qui l'accompagnent par une simple évaporation au bain-marie : l'opération est quantitative.

La connaissance approfondie de toutes les conditions qui règlent la transformation de l'ammoniaque en urée nous a permis de déduire un mode opératoire logique pour la fabrication industrielle de l'urée, engrais azoté de grande concentration.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Recherche magnéto-chimique des constitutions en chimie minérale. Les acides du phosphore.* Note de M. **Paul Pascal**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'analyse magnétique, dont nous avons récemment fait l'application à l'étude des composés du soufre, a pu être utilement étendue aux dérivés du

(¹) L'exposé complet de ces recherches paraîtra dans un autre Recueil.

phosphore : phosphines, hypophosphites, phosphites, éthers phosphoreux; phosphates, phosphonates; oxydes de phosphines et de phosphamines dérivés de l'oxychlorure, etc.

Parmi les susceptibilités moléculaires relevées, nous citerons les valeurs suivantes, en face desquelles on a donné la part contributive, calculée par additivité, du phosphore ou des groupements oxyphosphorés :

Composés.	Susceptibilités.	Atomes ou radicaux.
$P(C^2H^5)^3$	-900.10^{-7}	$P = -100.10^{-7}$
$P(C^6H^5)^3$	-1668	$P = -103$
PO^2H^2Na	-335	$PO^2 = -185$
PO^3HNa^2	-465	$PO^3 = -242$
$P(OC^2H^5)^3$	-1049	$PO^3 = -240$
$P(OC^6H^5)^3$	-1836	$PO^3 = -232$
P blanc	-263.10^{-7}	$P = -263.10^{-7}$
$PO(C^2H^5)^3$	-916	$PO = -217$
$PO(NHC^6H^5)^3$	-2018	$PO = -229$
$CH^3PO(OC^6H^5)^2$	-1529	$PO^3 = -313$
$PO^4.Na^2H$	-566	$PO^4 = -353$
$PO^4H^2C^2H^5$	-680	$PO^4 = -355$
$PO^4(C^2H^5)^3$	-1153	$PO^4 = -353,5$

L'ensemble de nos déterminations permet quelques remarques très générales, indépendantes, une fois encore, de toute formule développée préalable et de toute théorie de la valence :

1° Dans tous les dérivés incomplètement saturés, le diamagnétisme du phosphore ou des groupements oxyphosphorés est fortement atténué, conformément à la règle très générale que nous avons formulée il y a longtemps.

2° Dans ces mêmes dérivés non saturés, le phosphore et les radicaux oxyphosphorés possèdent une individualité magnétique constante, savoir :

$$P = -100.10^{-7}, \quad PO^2 = -185.10^{-7}, \quad PO^3 = -237.10^{-7};$$

au degré de précision des mesures, ces nombres forment une progression arithmétique lacunaire, dont la raison est précisément la susceptibilité atomique (-46.10^{-7}) de l'oxygène des fonctions alcool ou éther-oxyde. Nous sommes donc fondés à admettre la présence d'un atome de phosphore au même degré de saturation dans les phosphines, les hypophosphites, les phosphites métalliques et les éthers phosphoreux neutres; l'oxygène n'y servirait qu'à faire la liaison entre cet atome et les métaux, l'hydrogène ou les radicaux hydrocarbonés du reste de la molécule.

De même que les phosphines sont notées PR^3, nous sommes donc conduits à formuler : $PH(OH)^2$, $P(OH)^3$, les acides hypophosphoreux et phosphoreux.

3° Si l'on rapproche du phosphore lui-même ses dérivés saturés, on remarque la constance des propriétés magnétiques des radicaux suivants :

$$P = -263.10^{-7}, \quad PO = -220.10^{-7}, \quad PO^3 = -313.10^{-7}, \quad PO^4 = -364.10^{-7}.$$

Les trois derniers termes forment une progression arithmétique lacunaire, de même raison que précédemment, et dont le phosphore est exclu.

Or, de ce dernier métalloïde au groupement PO, la chute de diamagnétisme est sensiblement égale à celle que produit l'introduction dans une molécule organique d'un oxygène cétonique, ou mieux encore de l'oxygène du groupe « nitroso » NO. Il y a donc dans les phosphates, les phosphonates et les oxydes de phosphines un oxygène qui joue le même rôle particulier. Ses relations avec le phosphore rappellent celles de l'oxygène avec le carbone dans les cétones, ou avec l'azote dans les dérivés nitrosés; les autres atomes d'oxygène de la molécule phosphorée sont intimement apparentés avec l'oxygène des fonctions alcooliques.

Ces résultats s'accordent parfaitement avec les formules rationnelles $PO(OH)^3$, $RPO(OH)^2$ des acides phosphoriques et phosphoniques.

L'analyse magnétique est donc en opposition absolue avec les formules $H^2PO(OH)$, $HPO(OH)^2$ que l'on propose parfois pour les acides hypophosphoreux et phosphoreux, en les assimilant malencontreusement aux dérivés saturés de l'oxychlorure, pour ne faire apparaître que les groupes OH correspondant aux seuls types de sels possibles.

La présence dans les dérivés oxygénés du phosphore d'un oxhydryle dépourvu de propriétés acides, comme dans les alcools, est cependant chose assez naturelle. On doit l'admettre dans les éthers phosphoreux acides, qui ne donnent pas de sels par les bases, mais un dérivé métallique, hydrolysable comme les alcoolates, par l'action d'un métal alcalin ; on doit l'admettre dans l'étude des composés du type $P(OH)(NHR)^4$, instables au même titre que l'hydrate d'ammonium, mais bien connus sous forme d'éthers-oxydes : $R'-O-P(NHR)^4$, d'où dérivent facilement les éthers-sels minéraux $X-P(NHR)^4$ ou les éthers-sels organiques $R''CO-O-P(NHR)^4$.

Si dans l'acide phosphorique ou les acides phosphoniques seulement, ce groupement fonctionnel OH prend un caractère faiblement acide, au même titre que dans les phénols, il le doit probablement au voisinage du groupement PO, dont nous avons montré l'analogie frappante avec les radicaux négatifs CO ou NO.

Quant au passage, par double décomposition, des phosphites aux phosphonates, dont on a tiré argument en faveur des formules que nous rejetons, il s'explique par la formation de produits d'addition intermédiaires, mieux encore que le passage des sulfites aux sulfonates, puisque dans le cas des dérivés du phosphore on a pu souvent isoler ces composés transitoires et en étudier la transformation en dérivés saturés.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le rôle des impuretés gazeuses dans l'oxydation catalytique du gaz ammoniac. Influence de l'hydrogène phosphoré.* Note de M. E. **Decarrière**, présentée par M. A. Haller.

Deux études précédemment parues [1] montrent quel est le mode d'action de l'acétylène et de l'hydrogène sulfuré dans les conditions suivantes : le catalyseur est constitué par $1^{g},95$ de platine en feuilles froissées et maintenu à 710° à l'intérieur d'un tube en quartz où il occupe une longueur de $1^{cm},5$, le mélange d'air et d'ammoniac à 8,5 pour 100 environ de ce dernier gaz en volume est envoyé dans le tube à la vitesse de 10^{l} en 12 minutes 30 secondes et les impuretés gazeuses sont introduites dans le mélange à l'aide de tubes capillaires étalonnés. Pour que le caractère nocif de ces deux gaz se manifeste au cours d'expériences de quelques heures, il faut les admettre à la dose d'au moins 0,1 pour 100 en volume, alors que le mélange gazeux industriel ne renferme guère plus de 0,02 pour 100 d'acétylène et 0,002 pour 100 d'hydrogène sulfuré dans le cas défavorable où l'on part de cyanamides non préalablement mouillées.

Mais ce mélange renferme en outre une proportion appréciable d'hydrogène phosphoré qui dépasse parfois celle de l'hydrogène sulfuré. Les résultats qui font l'objet de la présente Note ont été obtenus dans les conditions résumées ci-dessus avec des doses d'hydrogène phosphoré allant de 0,1 pour 100 à 0,00002 pour 100, chaque dose étant étudiée sur un nouvel échantillon de platine pris dans une même feuille.

Première dose : 0,1 *pour* 100. — De 93,8 pour 100 le rendement tombe immédiatement à 3,3 pour 100, valeur au-dessous de laquelle il ne s'est plus sensiblement abaissé après 1 heure 30 minutes d'action de l'hydrogène phosphoré. En supprimant PH^3 dans le mélange, la régénération s'opère lentement : le rendement atteint 28,3 en 24 heures, 34,2 en 27 heures, 74,5 en 67 heures.

Deuxième dose : 0,02 *pour* 100. — Le rendement tombe encore de suite et se maintient à 3,9 pour 100 pendant 1 heure 30 minutes, c'est-à-dire presque aussi bas que précédemment, mais la régénération est beaucoup plus rapide ; on trouve déjà :

(1) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 1663, et t. **173**, 1921, p. 148.

	Durée.... 2 heures 30 min.	7 heures.	20 heures.
Rendement.............	40,2	64,9	79,4

Troisième dose : **0,0002** *pour* **100**. — L'influence de PH^3 est cette fois notablement moins brutale et moins durable : on trouve 33,5 après 8 minutes d'action et 60,9, 2 minutes 30 secondes après la suppression du gaz nocif; 76,1 au bout de 1 heure 30 minutes.

En admettant de nouveau PH^3 à la même dose, on retombe à 32,0 en 5 minutes et l'action inverse, qui s'opère encore aussi facilement, donne 75,5 en 1 heure 30 minutes et 79,3 en 3 heures.

Quatrième dose : **0,00002** *pour* **100**. — Les résultats obtenus sont les suivants :

Pendant l'action nocive.

Durée....	5 minutes.	1 heure 30 min.	3 heures.	4 heures 30 min.
Rendement......	75,6	71,4	71,6	71,6

Pendant la régénération.

Durée....	5 minutes.	1 heure 30 min.	3 heures.	10 heures 30 min.
Rendement......	75,5	80,5	81,1	84,4

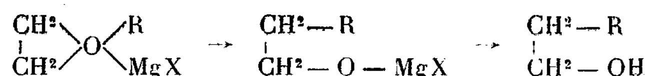
Donc, même à la dose infime de $\frac{1}{50000}$ pour 100, l'hydrogène phosphoré, figurant dans le mélange d'air et d'ammoniac comme unique impureté, se comporte comme un poison redoutable. Avec le dispositif employé et dans les conditions indiquées, PH^3 à la teneur infime de 0,00002 pour 100 se montre à peu près aussi toxique que H^2S à la dose de 2 pour 100. Mais, comme dans le cas de H^2S et contrairement à ce qui a été observé pour C^2H^2, la baisse de rendement, d'autant plus grande que la dose est plus forte, ne persiste que tant que l'impureté est présente. Toutefois le relèvement du rendement est ici plus lent, et les catalyseurs industriels du genre de celui d'Ostwald pourraient être éteints par la présence momentanée de traces d'hydrogène phosphoré sous certaines circonstances favorables.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxyde du cyclohexène et l'ortho-méthylcyclohexanol.* Note de MM. **Marcel Godchot** et **Pierre Bédos**, présentée par M. Haller.

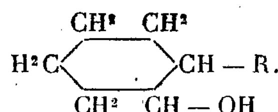
Les travaux de Blaise (¹), Grignard (²), Louis Henry (³), Tiffeneau et Fourneau (⁴), relatifs à l'action des organomagnésiens sur les oxydes

(¹) *Comptes rendus*, t. **134**, 1902, p. 552.
(²) *Bulletin de la Société chimique*, 3e série, t. **23**, 1903, p. 944.
(³) *Comptes rendus*, t. **145**, 1907, p. 154, 406, 453.
(⁴) *Comptes rendus*, t. **145**, 1907, p. 437.

d'éthylène ont démontré que la nature du principal composé obtenu dans la réaction était variable suivant l'oxyde d'éthylène mis en œuvre, ce dernier pouvant, suivant le cas, soit se transposer en aldéhyde ou acétone, soit réagir tel quel. Avec l'oxyde d'éthylène le plus simple $\genfrac{}{}{0pt}{}{CH^2}{CH^2}\!\!>O$, Grignard, puis Henry ont établi qu'il se formait tout d'abord un produit d'addition qui, sous l'influence de la chaleur, en l'absence d'éther, se transposait pour donner ensuite, par action de l'eau, un alcool primaire :



Il nous a paru intéressant d'étudier l'action des organomagnésiens sur certains éthers-oxydes hydrocycliques, en particulier tout d'abord sur l'éther-oxyde du cyclohexène $H^2C\langle{}^{CH^2-CH^2}_{CH^2-CH}\rangle CH\!\!>O$, découvert par Brunel (¹), ce composé pouvant, en effet, se comporter soit comme la cyclohexanone, soit comme l'oxyde d'éthylène lui-même. Dans le premier cas, on obtiendrait un alcool tertiaire, $H^2C\langle{}^{CH^2-CH^2}_{CH^2-CH^2}\rangle C\langle{}^{R}_{OH}$, et dans le second cas, on devrait isoler un homologue ortho-subtitué du cyclohexanol



La présente Note a pour but de démontrer que c'est cette deuxième hypothèse qui se réalise.

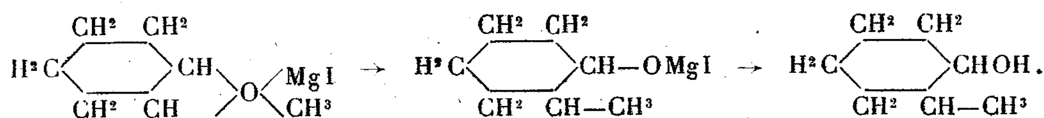
L'éther-oxyde du cyclohexène, mis en œuvre par nous dans ces recherches, a tout d'abord été préparé en suivant les indications données par Brunel : action de l'iode et de l'oxyde de mercure sur le cyclohexène et décomposition par la potasse de l'iodhydrine obtenue. Mais, dans la suite, nous avons aussi soumis le cyclohexène à l'action oxydante de l'acide perbenzoïque signalée par Prileschajen (²) et appliquée par lui à différents carbures éthyléniques :

(¹) *Bulletin de la Société chimique*, 3ᵉ série, t. **29**, 1903, p. 131.

(²) *Berichte der deutsch. chemis. Gesellschaft*, t. **42**, 1909, p. 4811.

Une solution chloroformique de cyclohexène ajoutée à une solution également chloroformique d'acide perbenzoïque, en quantité calculée et refroidie à 0°, fournit, avec un rendement théorique, l'éther oxyde du cyclohexène, bouillant à 131°-132°, identique à celui obtenu par Brunel.

Lorsqu'on fait réagir, à —10°, un organomagnésien, par exemple l'iodure de méthylmagnésium sur cet éther-oxyde, on constate, en suivant les indications données par M. Grignard [1] à propos de l'éther-oxyde ordinaire, les mêmes phénomènes signalés par ce savant chimiste. Lorsqu'on distille l'éther au bain-marie, avant de décomposer par l'eau la combinaison organomagnésienne, il se produit une violente réaction qu'il est nécessaire de modérer en refroidissant extérieurement; c'est à ce moment que se produit la transposition moléculaire mentionnée plus haut :



Par traitement à l'eau acidulée de la masse visqueuse restant dans le ballon, par extraction à l'éther et distillation fractionnée, on isole finalement un alcool, bouillant vers 163°-164°, constitué par de l'orthométhylcyclohexanol, déjà obtenu par hydrogénation du crésol [2]. Oxydé en effet par l'acide chromique, cet alcool fournit, comme l'ont indiqué MM. Sabatier et Mailhe, l'orthométhylcyclohexanone, bouillant à 162°-163°, et dont la semicarbazone fond à 191°.

Cependant l'orthométhylcyclohexanol préparé par nous, bien qu'il donne par oxydation la même cétone, est sensiblement différent de celui obtenu par hydrogénation de l'orthocrésol. Ce fait résulte des considérations suivantes : le phényluréthane de notre alcool fond à 81°-82°; son phtalate-acide est fusible vers 99°-100°. Or, le phényluréthane de l'orthométhylcyclohexanol, décrit par MM. Sabatier et Mailhe, est fusible à 104° [3]; de même son phtalate-acide, que nous avons préparé pour la première fois, fond à 117°-118°. De plus, ces combinaisons sont bien moins solubles que celles obtenues par nous avec l'orthométhylcyclohexanol préparé à l'aide de l'oxyde de cyclohexène.

Pour expliquer ces notables divergences dans les points de fusion et

---

(1) *Bulletin de la Société chimique*, t. 29, 1903, p. 946.
(2) *Comptes rendus*, t. 140, 1905, p. 350.
(3) MM. Sabatier et Mailhe ont indiqué 105°.

dans les solubilités de ces produits très bien cristallisés et caractéristiques, nous pensons qu'il est infiniment probable que nous avons obtenu un orthométhylcyclohexanol, isomère de celui préparé par hydrogénation de l'orthocrésol, et que cet isomère, qui ne peut être qu'un isomère de position, peut être regardé comme étant l'isomère cis; l'orthométhylcyclohexanol décrit par MM. Sabatier et Mailhe doit, à notre avis, être constitué soit par l'isomère (cis — trans), soit peut-être par la combinaison (cis + cis — trans).

Nous nous proposons de poursuivre nos recherches en vue de généraliser les faits que nous signalons aujourd'hui.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Composé organométallique mixte de l'aluminium.* Note de M. V. **Thomas**, présentée par M. A. Haller.

Une Note de M. Faillebin [1] m'engage à publier quelques observations remontant à une dizaine d'années, concernant l'action de l'aluminium sur l'iodure de méthylène. Ces observations ont été faites au cours d'un travail d'ensemble relatif à la chimie du méthylène, travail interrompu par suite de la guerre et dont l'étude a été reprise récemment dans mon laboratoire.

L'aluminium abandonné longtemps au contact de l'iodure de méthylène, en l'absence de tout solvant, est susceptible de réagir sans aucun dégagement gazeux appréciable. Cette réaction effectuée en présence d'une quantité suffisante d'aluminium détermine la prise en masse de tout le mélange; on obtient une matière blanche cristalline entrant très facilement en réaction avec la plupart des réactifs.

Je n'avais pu réussir autrefois à séparer les produits formés dans la réaction. L'emploi des solvants ne m'avait conduit à aucun résultat net. Une tentative de séparation effectuée à l'aide de nitrobenzène, à température relativement basse, a donné lieu à une décomposition extrêmement vive qui se manifestait par un dégagement tumultueux de vapeur d'iode.

Dans ces conditions, je tentai la réaction en présence d'éther anhydre. La quantité d'aluminium que j'arrivais ainsi à dissoudre correspondait très sensiblement à 1^{at} d'aluminium pour 1^{mol} d'iodure de méthylène. Dans un essai effectué en partant de $1^{g},5$ de métal et 12^{g} d'iodure, la réaction m'avait fourni environ 90^{cm^3} de gaz, absorbable par le brome et facilement attaquable par le permanganate. Ce gaz qui correspond à la for-

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 112.

mule $(CH^2)^n$, je n'avais pas cru pouvoir l'identifier avec l'éthylène, à la suite d'un essai de combustion à l'eudiomètre. Cet essai semblait indiquer pour n une valeur voisine de 3.

Le composé obtenu en présence d'éther est lui aussi doué d'une grande activité chimique et réagit en particulier avec un grand dégagement de chaleur sur le chlorure d'acétyle.

Je me propose d'étudier l'action de l'aluminium sur l'iodure de méthylène, en l'absence de tout solvant et celle des produits ainsi formés. Je tiens également à faire remarquer que d'autres métaux paraissent susceptibles eux aussi d'attaquer l'iodure de méthylène en l'absence de solvant sans donner lieu à dégagement sensible de gaz; c'est ainsi en particulier que se comporte le plomb. La réaction est en cours d'étude.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle préparation d'amines cycloforméniques.* Note [1] de M. **Alphonse Mailhe**, transmise par M. Paul Sabatier.

On sait que l'hydrogénation directe de l'aniline, réalisée sur le nickel divisé, conduit à un mélange de trois amines : la cyclohexylamine (b. 134°), la dicyclohexylamine (b. 250°) et la cyclohexylaniline (b. 275°) [2]. La transformation de la métatoluidine en amines cycloforméniques est plus pénible. On obtient trois produits distincts : l'un bouillant vers 150°, l'hexahydrométatoluidine, les autres distillant sous 20^{mm}, à 145° et 175° [3]. L'hydrogénation des toluidines ortho et para n'a pas été signalée.

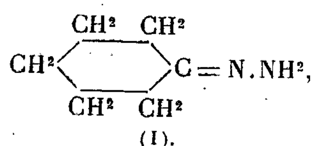
J'ai montré, avec M. Murat, que l'hydrogénation des trois méthylcyclohexanoneoximes, pratiquée sur le nickel à 180°-200°, fournit pour chacune d'elles un mélange d'amines primaire et secondaire, la méthylcyclohexylamine et la diméthocyclohexylamine [4]. Mais, par suite de réactions secondaires, le rendement en amines est peu élevé.

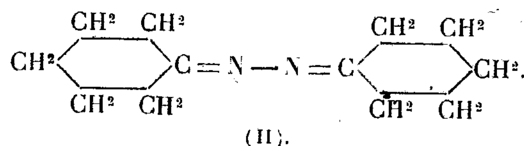
J'ai essayé de préparer les amines cycloforméniques par hydrogénation des cétazines, des cétones cycloforméniques, suivant la méthode que j'ai fait connaître antérieurement [5].

---

(1) Séance du 6 février 1922.
(2) Sabatier et Senderens, *Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 457.
(3) Sabatier et Senderens, *Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 1257.
(4) Mailhe et Murat, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 9, p. 467.
(5) Mailhe, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1120.

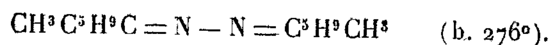
1° *Cyclohexylamines.* — La cyclohexanone s'échauffe assez fortement au contact d'hydrate d'hydrazine. 50g de cétone et 35g d'hydrate d'hydrazine, additionnés d'alcool pour faire un mélange homogène, sont maintenues à l'ébullition pendant six heures. Après séparation de l'alcool, on isole par distillation vers 195°, l'*hydrazone* de la cyclohexanone (I), puis à 270°, la *cétazine* de la cyclohexanone (II). Celle-ci cristallise par simple refroidissement en aiguilles fondant à 37°.





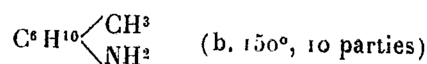
En entraînant le mélange de l'hydrazone et de la cétazine sur du nickel divisé chauffé à 180°, à l'aide d'un fort courant d'hydrogène, on le transforme totalement sans aucune perte en un liquide, d'où l'on isole par fractionnement 6 parties d'amine primaire, la *cyclohexylamine* $C^6H^{11}NH^2$ (b. 134°) et 2 parties d'*amine secondaire*, la *dicyclohexylamine* $(C^6H^{11})^2NH$ (b. 250°-252°), qui cristallise facilement dans l'eau glacée.

2° *Orthométhylcyclohexylamines.* — L'hydrate d'hydrazine forme, avec l'orthométhylcyclohexanone, l'hydrazone $CH^3C^5H^9C = NNH^2$ (b. 205°-210°) et la cétazine de l'orthométhylcyclohexanone



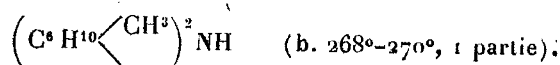
$$CH^3C^5H^9C = N - N = C^5H^9CH^3 \quad \text{(b. 276°)}.$$

Le mélange de ces deux composés est hydrogéné sur nickel à 180°. Il fournit deux amines, l'*orthométhylcyclohexylamine*



$$C^6H^{10}\begin{cases}CH^3\\NH^2\end{cases} \quad \text{(b. 150°, 10 parties)}$$

et la *di-(orthométhylcyclohexyl)-amine*



$$\left(C^6H^{10}\langle^{CH^3}\right)^2NH \quad \text{(b. 268°-270°, 1 partie)}.$$

La base primaire est un liquide incolore, à saveur amère, fortement alcaline au tournesol; elle se carbonate très rapidement à l'air : $D_4^{11} = 0,8836$. Sa solution éthérée fournit un chlorhydrate (f. 280°).

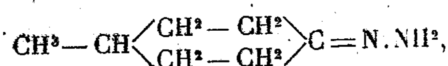
L'amine secondaire est également très alcaline. Son chlorhydrate fond à 226°. Elle précipite l'hydrate de cuivre et l'oxyde d'argent des solutions des sels de cuivre et d'argent.

3° *Métaméthylcyclohexylamines.* — L'action de l'hydrate d'hydrazine sur la métaméthylcyclohexanone n'a fourni qu'un seul produit, bouillant à 215°-220°, la *métacyclohexanonehydrazone*, avec une faible quantité de cétazine.

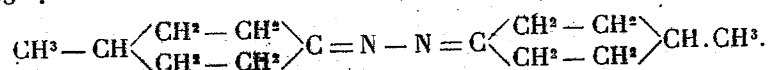
L'hydrazone est un liquide visqueux qui s'hydrogène facilement sur nickel à 180°, en donnant presque exclusivement l'amine primaire, la *métaméthylcyclohexamine;* elle bout à 152° sous 750^{mm} ($D_4^{11} = 0,8956$). Fortement alcaline au tournesol, elle se carbonate à l'air moins rapidement que son isomère ortho.

L'isocyanate de phényle fournit avec cette amine une *phénylurée* (f. 145°). Dans les queues de distillation de l'amine primaire, il reste des traces d'amine secondaire.

4° *Paraméthylcyclohexylamines.* — L'ébullition du mélange d'hydrate d'hydrazine et de paraméthylcyclohexanone, en solution alcoolique, fournit l'hydrazone



qui bout à 215°, et la cétazine de la paraméthylcyclohexanone, bouillant à 280°-285° :



Le mélange de ces deux corps est hydrogéné sur nickel à 180°. On obtient ainsi :

1° La *paraméthylcyclohexylamine*, bouillant à 153° sous 750^{mm};

$$D_4^8 = 0,9057.$$

Son chlorhydrate est en lamelles brillantes (f. 245°) :

	Trouvé.	Calculé.
Cl pour 100	23,83	23,74

Elle se carbonate facilement à l'air humide.

2° La *di-(paraméthylcyclohexyl)-amine*, distillant à 275°-278°, très alcaline, précipite l'hydrate des solutions de sulfate de cuivre et de nitrate d'argent. Le chlorhydrate fond à 198°.

On voit que les amines primaires cycloforméniques préparées par cette voie s'obtiennent avec de très forts rendements; au contraire, la quantité d'amines secondaires est faible.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Action d'acides minéraux sur les celluloses brutes; formation et destruction concomitantes de réducteurs. Utilisation de sous-produits de cette destruction.* Note de M. G. **Meunier**, présentée par M. L. Lindet.

1. On sait que les acides minéraux attaquent en partie les celluloses et les transforment en corps réduisant les liqueurs cupro-alcalines, et dont plusieurs sont fermentescibles. Si l'attaque a lieu à froid par HCl ou SO^4H^2, la quantité de réducteurs formée est maxima et correspond presque exactement avec le poids de cellulose disparu; mais il n'en est plus de même quand l'opération se fait à chaud, car ces acides détruisent les corps réducteurs formés. Les produits résultant de cette destruction sont notamment : les acides formique et acétique, du furfurol, de l'alcool méthylique, de l'acétone, des acides lévulique et ulmique, des résines et des matières colorantes brunes.

2. C'est lors de fabrications industrielles, conduites selon mes procédés, tant en France qu'à l'étranger, que j'ai entrepris des expériences sur le sujet; elles ont porté sur de grandes masses des matières les plus diverses qu'on traitait par portions de 1 à 3 tonnes. Ces celluloses brutes étaient énergiquement brassées en cours de réaction; un courant de vapeur de débit et de vitesse déterminés, de température réglable par tension et surchauffe, exportait du champ de la réaction les corps entraînables au fur et à mesure de leur production. Cette vapeur de lavage était, avant condensation, débarrassée des acides qu'elle avait entraînés; à cet effet, elle barbotait dans un lait de carbonate de chaux qui n'agissait pas sur le furfurol présent.

3. Les chiffres du Tableau ci-contre et relatifs au bois de sapin sont rapportés à 100^{kg} de matière calculée sèche.

4. Les résultats peuvent être traduits graphiquement en portant les temps en abscisses et les résultats $100 - I$ et $100 - I - R$ en ordonnées. On obtient ainsi deux courbes respectivement de formation et de destruction des réducteurs. Leur ensemble représente l'état d'équilibre entre les deux réactions. Le réducteur encore présent dans la masse est, à chaque instant, mesuré par la portion d'ordonnée comprise entre les deux courbes. Leur allure dépend, notamment, pour une même matière première dans le même état physique : de la nature de l'acide, du poids et de la concen-

Action d'acides minéraux sur une sciure de sapin fine.

Numéros des expériences	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9 (5).	10 (6).	11 (7).	12.	13.	14.	15.
Nature de la matière (M)		Sciure de sapin fine, très saine, non fermentée.													I_2 (8)
Insoluble limite °/₀ (3)	″	42													62
Réducteur maximum °/₀	″	56													32
Nature de l'acide	HCl	SO^4H^2										HFl			SO^4H^2
Concentration de la solution d'acide. Début	(9)			6			10	1,5	6	6	10		2,5		10
Concentration de la solution d'acide. Fin	(9)			5,5 à 5,7			6,8 à 7,7	1,5	5,5	12	3		1,2		8,1
Rapport : $\frac{\text{eau}}{\text{matière sèche}} \times 100$	5 à 5,5			100			85	500		90			120		95
Vapeur de chauffage. Débit (kg : h)	″			1000			1000	100		1000			400		1000
Vapeur de chauffage. Tension (kg : cm²)	″			6,5 à 7			6,5 à 7	1		7			3		7
Vapeur de chauffage. Surchauffe	″			350° 450°			350°-400°	0		400°			0		400°
Durée d'action (en minutes)	2880	30	60	90	120	90	120	180	30 + 30	30 + 30	30 + 30	30	60	90	30
Insoluble dosé I (1)	42	68	56	52	48	35 (4)	30 (4)	73	50	48	50	62	52	46	76
Réducteur dosé R	56	25	28	22	12	2	trace	25	trace	3	19	32	38	36	12
Valeurs déduites de I et de R. 100 — I	58	32	44	48	52	65	70	27	50	52	50	38	48	54	24
Valeurs déduites de I et de R. 100 — I — R	2	7	16	26	40	63	70	2	50	46	31	6	10	18	12
Alcool éthylique par fermentation. de 100kg (R)	41	40	45	50	55	″	″	30	″	″	55	40	50	50	55
Alcool éthylique par fermentation. de 100kg (M)	23	10	12,6	11,1	6,6	″	″	7,5	″	″	10,4	12,8	19	18	6,6
Acides (2) volatils. totaux	″	3 à 4	7	12	18	22	26	0,5	22	19	13	2	3	7	5
Acides (2) volatils. formique / acétique	″	0,3	0,5	0,9	1,5	1,8	2,4	″	3,8	1,9	0,8	″	″	″	″
Furfurol	trace	0,5	1	1,2	1,5	1,5	1,5	0,1	0,7	0,6	1,3	0,5	0,7	1,4	0,3
Alcool méthylique et acétone	″	0,1	0,2	0,5	1	1,25	1,25	″	″	″	″	″	″	″	0,5

Observations : (1) Pouvoir calorifique moyen 3300 calories. — (2) Acides totaux en acide acétique. — (3) Indices de réduction et de polarisation identiques à ceux du glucose. — (4) Carbonisé. — (5) Injection de solution de bichromate de potasse. — (6) Injection d'acide. — (7) Injection d'eau après 30 minutes de réaction. — (8) I_2 : insoluble de l'expérience n° 2. — (9) Sursaturée à froid.

tration de la solution d'acide et aussi de la loi suivant laquelle ont varié, en cours d'expérience, et la concentration et la température de la solution imprégnant la masse.

La variation de concentration était obtenue par injection dans les matières en cours de traitement de quantités données, dans un temps donné, de nouvelles solutions acides neutres ou saturantes qu'on pouvait additionner de corps influant sur les vitesses de réactions. Lors d'autres expériences, non citées ici, on augmentait la concentration par séchage à l'air ou sous vide avec ou sans emploi, dans ce dernier cas, d'injection de vapeur surchauffée.

5. Si l'on soumet à un nouveau traitement l'insoluble résiduaire lavé provenant d'un traitement antérieur, on obtient de nouveau des réducteurs. Le rendement total s'en trouve élevé, ainsi qu'il ressort de l'examen des résultats des expériences 15 et 2 comparées à l'expérience 3.

6. L'intérêt industriel de l'emploi des acides dilués à chaud réside dans le fait qu'ils peuvent dégrader les ligno-celluloses aussi profondément que les acides concentrés à froid, cela avec beaucoup moins d'acide, dans un temps plus court et avec la faculté de faire varier dans de larges limites les quantités absolues et relatives des réducteurs et de leurs produits de destruction. Ceux-ci ont autant d'intérêt que les réducteurs eux-mêmes et, dans le cas des acides acétique et formique, peuvent être obtenus à un rendement beaucoup plus élevé que par la distillation pyrogénée.

7. Le furfurol produit est susceptible d'emplois intéressants. J'avais antérieurement signalé que cette aldéhyde dissolvait la plupart des résines et des gommes ainsi que les éthers cellulosiques, qu'elle formait des résines spéciales et qu'en présence de polysulfures de sodium, elle fournissait des matières colorantes.

La furfuramide pourrait avantageusement être dissoute dans des alcools destinés aux moteurs à explosion : sous l'influence de traces d'acidité elle se décompose en ammoniaque et en furfurol, lequel est combustible et a un pouvoir calorifique voisin de celui de l'alcool.

8. La considération d'actions concomitantes de formation et de destruction de réducteurs pourrait servir de base à des expériences sur les matières amylacées lors de leur saccharification par les acides et sur la cuisson acide des mélasses lorsqu'elle a lieu en présence d'acide minéral libre.

GÉOLOGIE. — *La structure du Tonkin méridional.* Note de M. **Charles Jacob**, présentée par M. Pierre Termier.

Par Tonkin méridional, je comprends toute la région qui s'étend entre le Nord-Annam et la province de Sam Neua d'une part, le Fleuve Rouge dans le delta tonkinois en aval de Phu Tho d'autre part; cette région fait suite vers le Sud-Est au Tonkin occidental de M. Dussault. Géographiquement, on y distingue la prolongation des plateaux calcaires situés à l'ouest de la Rivière Noire; avec la Chaîne de Thanh Hoa, nous savons qu'ils arrivent à la mer entre l'Annam et le Tonkin; mais ils admettent aussi une dépendance qui enveloppe la boucle de la basse Rivière Noire; dans le centre de cette dépendance, ils sont crevés par un massif schisteux que j'appelle, du nom de son point culminant, le Doi Thoi; puis ils viennent se dissocier au Nord sur la région schisteuse du Ba Vi, équivalent du Doi Thoi. A l'intérieur de la boucle, enfin, et jusqu'au Fleuve Rouge, se trouve la région montagneuse dite de la moyenne et de la basse Rivière Noire. Ce Tonkin méridional a déjà fait l'objet d'importants travaux. Les révisions, auxquelles j'ai consacré la saison d'hiver 1920-1921, m'ont conduit à des constatations nouvelles et à des conclusions tectoniques fort différentes de celles qu'on a énoncées jusqu'ici.

Nous savons que, du côté de l'Annam, les calcaires des plateaux sont charriés sur les Schistes à porphyrites du Thanh Hoa et sur les formations triasiques à rhyolites de la zone de Nam Sam. Des terrains très analogues reparaissent dans la région schisteuse, dans la *fenêtre* du Doi Thoi, où ils sont connus sous le nom de terrains secondaires du Phu Nho Quan; ceux-ci renferment les *mêmes intercalations éruptives* que dans le Nord-Annam, avec des rhyolites et des porphyrites, à vrai dire moins séparées que dans le Thanh Hoa et alternant entre elles. En dessous de cette série, les vallées profondes de Vinh Dong et de Kim Boi montrent un granite à mica noir, dont les affleurements sont *tous localisés dans des bas-fonds* et forment, sans ambiguité, le substratum des porphyrites.

La région du Nui Vien Nam et du Ba Vi, au nord de la dépression du Col de Kem, montre la même série schisto-gréseuse et les mêmes roches éruptives que le Nui Doi Thoi, sans toutefois que l'érosion y ait atteint le substratum cristallin. Les masses calcaires supérieures, avec schistes intercalés où l'on trouve des fossiles triasiques, reposent toujours sur la série schisto-gréseuse; elles sont découpées en lambeaux irréguliers et conservées

à la faveur de petites dépressions synclinales, qui délimitent des bombements parfaitement nets; tel le Rocher Notre-Dame, près de la Rivière Noire, où l'on voit des brèches plaquées sur la retombée sud-ouest de l'anticlinal du Ba Vi.

Vers le delta tonkinois, la série à porphyrites, avec lames des calcaires supérieurs subordonnées, s'étend jusque dans les collines du Day, à 18^{km} d'Hanoï; mais, si l'on va vers le Sud, les calcaires, relevés le long du Day, reposent, par l'intermédiaire des collines schisto-gréseuses du Khé Son, sur les gneiss et micaschistes à grenats du sud-ouest de la province de Nam Dinh. De même au Nord, les schistes à porphyrites se relèvent vers Son Tay, mais n'atteignent pas cette localité, à 6^{km} à l'ouest de laquelle j'ai trouvé un affleurement de gneiss à pyroxène; c'est le premier témoin d'un massif profond qu'on peut suivre depuis Viétri jusqu'à Phu Thô, puis à Tuyen Quang; et c'est le début de la traînée des gneiss analogues qui sont connus, entre Song Chay et Fleuve Rouge, jusqu'à l'est de Lao Kay.

Revenons à la Rivière Noire. Les masses calcaires supérieures se relèvent vers elle tout comme vers le delta tonkinois et reposent sur une traînée bordière de la basse et de la moyenne Rivière Noire, formée de schistes envahis par des porphyrites, souvent bréchoïdes ou laminées, analogues à celles du Thanh Hoa. *Supportant les Masses calcaires supérieures, la Série à porphyrites repose à son tour sur la Série primaire de la basse et de la moyenne Rivière Noire;* cette position est très nette dans les environs de Hoa Binh et dans ceux de Van Yen. A Cho Bo, il y a suppression momentanée des roches vertes; mais les calcaires du Nui Chu, dont la base correspond aux brèches célèbres du Barrage de Cho Bo, se relèvent contre le Primaire de la Rivière Noire.

En amont de Van Sai, vers Ta Khoa, un petit bombement de gneiss ramène au jour le substratum sous les porphyrites. Dans cette région, sur la route de Ta Khoa à Quang Huy dans le Phu Yen, on voit entre gneiss et porphyrites s'intercaler des rhyolites et des microgranites; c'est la naissance de l'ensemble du Sa Phin que vient de réétudier M. Dussault. Dans le haut bassin du Phu Yen, les rhyolites du Sa Phin, situées sous les porphyrites qui arrivent de Van Yen et de la Rivière Noire, reposent sur la Série primaire de la Rivière Noire.

Relativement à celle-ci, j'apporte également des observations nouvelles. Les travaux antérieurs ont permis des identifications qui demeurent, avec de belles faunes pour le Dévonien, le Dinantien et l'Ouralien, auxquels se superposent un lambeau de Trias supérieur et des témoins du Rhétien

marin. Tous *ces dépôts sont en succession normale;* je veux dire qu'il n'y a nulle part d'inversion de série. Par contre j'y connais des suppressions de termes : par exemple, le Dinantien, bien représenté à l'est de la Rivière Noire, s'étire à l'Ouest, dans la région d'An Mieng, entre le Dévonien et l'Ouralien de la région du Cham Chit. La Série primaire repose sur des affleurements profonds, restreints en étendue, de terrains cristallins; et vers Don Van, à l'Est, on voit des schistes paléozoïques sur les gneiss de La Phu, au bord de la basse Rivière Noire; ceux-ci sont proches des gneiss de Phu Tho, c'est-à-dire de ceux du Fleuve Rouge et du Song Chay.

Pour conclure, *la Série primaire de la moyenne et de la basse Rivière Noire*, reposant sur un substratum cristallin qui prolonge les gneiss du Fleuve Rouge, *apparaît en fenêtre*, tout comme les gneiss de Nam Dinh, ceux de Son Tay, le granite du Doi Thoi et les gneiss de Ta Khoa. Tous ces éléments profonds sont recouverts par la série schisto-gréseuse, à rhyolites dans le Sa Phin, à porphyrites dans la Rivière Noire, qui supporte à son tour les masses calcaires charriées des plateaux d'entre Rivière Noire et Song Ma. Avec des modalités de détail un peu différentes, *la structure du Tonkin méridional est celle du Nord-Annam.*

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *L'érosion rissienne dans les hautes vallées de la Cère et du Goul (Cantal).* Note de M[lle] **Yvonne Boisse de Black**, présentée par M. Émile Haug.

L'érosion rissienne est caractérisée, dans la région que j'étudie, par une profonde modification des anciens axes hydrographiques. Au Günzien [1] formazien et au Mindélien ont été tracés des réseaux de plateau, sensiblement concordants entre eux, mais en grande partie discordants avec les réseaux des vallées actuelles. Le premier des deux réseaux de vallées, dont le second n'est qu'un approfondissement, sans autre modification sensible, est l'œuvre du Rissien.

Au Rissien, plusieurs vallées centripètes et régressives de la bordure du massif volcanique (Cère, Allagnon) ont poussé leur tête jusqu'au contact des vallées centrifuges, progressives, dont le tracé était préparé par des fosses structurales (Cère primitive, Allagnon primitif, Goul, Malbo), soit par les barrancos qui sillonnaient les pentes des volcans (vallées de Salilhes,

(1) Le Günzien correspond au Villafranchien de M. Haug.

de la Chevade, etc.), d'où coudes de capture (Vic, Murat), vallées décapitées (Curebourse, Pignou), migrations des embouchures d'un bassin hydrographique à l'autre (Allagnon du Lot à l'Allier, Cère du Lot à la Dordogne).

La tête de l'auge rissienne dessine, dans la vallée de la Cère, le cirque de Thiézac. De ce point, des lambeaux de niveau forment un gradin discontinu sur chacun des versants de la vallée, mais principalement sur son versant gauche. Les élargissements de ce plan constituent le gradin de Thiézac et celui du Pas-du-Luc, long de 8000^{m}, large, par places, de 1500^{m}, et qui s'étend d'un point situé en face de Vic à un point situé en face d'Yolet-le-Doux. Ces plate-formes, mince revêtement de conglomérat andésitique très perméable, reposant, là sur des trachy-phonolithes kaolinisées, ici sur des marnes à pendage accusé vers la vallée, ont été le siège d'une intense circulation souterraine des eaux, qui en a gauchi et dénivelé la surface, en y produisant parfois des effondrements.

Quelques lambeaux du niveau rissien sont visibles sur le versant droit de la vallée, entre Polminhac et Arpajon. A ce niveau appartiennent deux buttes isolées, celle d'Esmoulès et celle du vieux cimetière qui, à la hauteur de cette localité, surgissent de part et d'autre du fond de la vallée. Par ces deux témoins, le thalweg rissien de la Cère se raccorde manifestement, dans le bassin d'Aurillac, à la moyenne terrasse de 620^{m} ou du Bousquet.

C'est dans les graviers fluvio-glaciaires de cette terrasse, entre l'argile oligocène dans laquelle elle est entaillée et le manteau de limon de ruissellement quaternaire qui la recouvre, que M. Boule et M. Aymar ont trouvé un grand nombre d'amygdales chelléo-acheuléennes typiques. Or ces objets, quand ils sont parfaitement caractérisés, ont, à l'encontre de beaucoup d'autres silex taillés, la valeur d'un fossile caractéristique, en l'espèce celle de molaires d'*Elephas antiquus*. Ils ne laissent aucun doute sur l'âge pléistocène inférieur de la formation, conformément aux vues qu'a toujours soutenues l'éminent directeur de l'Institut de paléontologie humaine.

Tandis que la différence de niveau qui sépare le thalweg rissien du thalweg würmien ne dépasse pas 20^{m} dans le bassin d'Aurillac, elle en atteint 100^{m} dans celui de Thiézac. C'est un fait que je souligne dès à présent, me réservant d'en tirer les conclusions dans un travail ultérieur.

Observable dans toutes les vallées du Cantal, glaciaires ou non, le niveau rissien est particulièrement développé dans celle du Goul, entre Jou-sous-Monjou, Raulhac, le Mur-de-Barrez et Cros de Ronesque. Dans cette

région, on voit une vaste pénéplaine rissienne, dominée par quelques buttes-témoins de la surface mindélienne et toute disséquée par un chevelu de profonds ravins würmiens.

Nous savons peu de choses de la glaciation rissienne dans la région que j'étudie. Des placages de boue glaciaire à éléments moins altérés que ceux des moraines mindéliennes, plus altérés que ceux des moraines würmiennes, existent dans la vallée du Goul, sur la route de Vic à Raulhac, près du Mas, et dans la vallée de la Cère, sur cette même route, au grand lacet entre Vic et Curebourse. Les alluvions à silex chelléo-acheuléens de la terrasse du Bousquet ont nettement le caractère d'un cône de transition fluvio-glaciaire. Enfin il existe, au versant gauche de la vallée de la Cère (le Bruget, etc.) et sur les deux versants de la vallée du Goul (Capels, le Bos, Badailhac), des cirques glaciaires suspendus, à fond plat, avec palier, couloir de décharge en U, qui entaillent la plate-forme mindélienne et font aboutir leurs émissaires à la plate-forme rissienne, sans atteindre le niveau würmien.

Il semble donc, et ce sera ma remarque finale, que les glaciers rissiens des vallées de la Cère et du Goul aient été en partie des glaciers de cirques suspendus, de type pyrénéen.

SISMOLOGIE. — *Sur le tremblement de terre italien du 7 septembre 1920.* Note de M. **P. Monnet.**

Une période sismique intéressant la Garfagnana, la Lunigiana et l'Apennin adjacent aux Alpes Apuanes a débuté le 6 septembre 1920 par une secousse très sensible du VI^e-VII^e degré Mercalli à Villa Collemandina (haute Garfagnana), suivie d'un tremblement de terre désastreux le 7 septembre 1920, faisant de nombreuses victimes (250 personnes tuées).

Cette période sismique n'est pas encore terminée. L'étude des lieux éprouvés m'a permis de déterminer l'aire pléistoséiste. Cette zone, qui est circonscrite par l'isoséiste du IX^e degré Mercalli n'a pas de forme géométrique bien définie, cependant elle figure dans son ensemble un ovale dont le *grand axe est parallèle à la direction générale de l'Apennin septentrional* et est par conséquent SE-NO. Cet axe, d'une longueur de 50^{km} environ, passe près des monts Giovo, Prado et la Nuda, constitués par des roches d'âge Éocène inférieur (Macigno). Il est jalonné par le pli faible de l'Alpe de Mommio et de Corfino, celui de Sassalbo-Camporaghena-Passo dell'-

Ospedaleccio, ce dernier au nord de Fivizzano. Ces plis permettent de voir la nature du substratum qui appartient aux Alpes Apuanes. De plus l'axe en question se confond presque avec la ligne sismique : Molinatico, haute vallée de l'Enza, haute vallée de la Secchia, Monte Cimone déterminée par l'étude des tremblements de terre antérieurs. Il indique bien une zone de moindre résistance où se trouvent les accidents tectoniques qui ont joué lors de cette secousse désastreuse. Le centre de la surface pléistoséiste est sensiblement à égale distance des monts Tondo et Sillano. Fivizzano et Villa Collemandina, localités qui sont parmi les plus éprouvées, sont situées à une douzaine de kilomètres de ce point, la première à l'ouest et la seconde à l'est.

Les zones successives, d'intensité de plus en plus faible, devraient entourer complètement cette aire comme des auréoles plus ou moins dilatées dans certaines directions, plus ou moins resserrées dans d'autres. Or, s'il en est ainsi sur presque toute la périphérie de cette aire, au Sud, au contraire, l'intensité passe brusquement de l'intensité IX à l'intensité VI. Cette région épargnée, entourée de tous côtés par des territoires plus ou moins éprouvés, est celle des Alpes Apuanes proprement dites, comprenant le noyau permien et les affleurements successifs de terrains triasiques et rhétiens qui environnent ce dernier d'une façon assez continue. Cette puissante masse de roches anciennes, le plus souvent métamorphiques (micaschistes, gneiss, grezzoni, marbres, schistes et calcaires) a fait *pont*. Il est vrai que les points habités y sont rares, mais les localités d'Equi, d'Ajola, de Monzone, de Vinca, de Sagro, au nord, celles de Serravezza, de Stazzema, au sud du massif apuan, ont ressenti à peine la secousse. La faible intensité de celle-ci est attestée par le fait que des maisons à trois étages constituées par de simples pierres superposées n'ont souffert aucun dommage.

En tenant compte de la vieillesse et de la mauvaise construction des édifices situés dans les localités les plus touchées, on peut classer ainsi les roches formant la zone pléistoséiste suivant une instabilité croissante : calcaires et schistes sénoniens, calcaires liasiques, calcaire compact de l'Éocène inférieur, grès et pseudomacigno du Trias supérieur, macigno (Éocène moyen), schistes de l'Éocène supérieur, diabase d'âge Éocène, conglomérats pliocènes, anciennes moraines, alluvions anciennes et récentes. Les roches du Permien (micaschistes et gneiss), la grande masse triasique (grezzoni, marbres, calcaires dolomitiques) qui atteignent dans les Alpes Apuanes de grandes épaisseurs se sont montrées très stables.

Ce tremblement de terre a été ressenti sur une aire dont l'étendue n'est pas inférieure à 100 000$^{km^2}$ et a été enregistré par presque toutes les stations sismologiques du globe. Les ondes sensibles se sont propagées jusque dans le sud-est de la France où elles ont été observées dans quelques localités des départements des Alpes-Maritimes, du Var et des Basses-Alpes (1). Cependant leur intensité a été faible (degré III ou II Mercalli) : elles n'ont été remarquées que par les personnes situées à l'intérieur des habitations et principalement au deuxième étage. Le séisme a donc pu passer inaperçu en certains points, d'autant plus qu'au mois de septembre, à l'heure où il s'est produit (5^h55^m Gr.) beaucoup de personnes sont en plein air. Malgré le peu de données dont nous disposons, nous pouvons dire que la Corse n'a pas été touchée par les ondes sensibles ; au contraire, dans le sud-est de la France, ces ondes se sont propagées le long des plis formés de terrains secondaires qui occupent la dépression comprise entre les masses cristallophylliennes de l'Estérel et du Mercantour. La ligne où elles n'ont plus été sensibles commence près de la haute vallée de la Durance (ouest de la Motte du Caire), passe à l'ouest de Saint-Raphaël et à l'est de la Corse.

GÉOPHYSIQUE. — *Phénomènes électriques produits par les gisements métalliques.* Note de MM. C. et **M. Schlumberger**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans une Communication antérieure (1), l'un de nous a signalé que les gisements pyriteux produisent spontanément des différences de potentiel dans les terrains encaissants. Nous avons poursuivi l'étude de ce phénomène sur de nombreux types de gisements différents d'Europe et d'Amérique et constaté qu'il est plus général que cela n'était d'abord apparu.

La présence de pyrite n'est en effet pas indispensable. Nous avons trouvé des différences de potentiel dans beaucoup de cas où ce minéral n'était pas en jeu, notamment sur des gisements de galène, de mispickel, de sulfures de cuivre, de cuivre gris, de smaltine, de pyrolusite, d'anthracite, de schistes anthraciteux, et sur les canalisations d'eau et de gaz. L'ensemble

(1) Une enquête a été faite par MM. Labrouste et Monnet dans les départements des Alpes-Maritimes, du Var, des Basses-Alpes, des Hautes-Alpes, de la Savoie et de la Corse.

(1) C. Schlumberger, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 519.

de ces constatations et nos expériences de laboratoire nous conduisent à la conclusion suivante : *Toute masse minérale qui possède la conductibilité électrique métallique continue sur une hauteur suffisante et qui est enfouie dans le sol de telle façon que certaines de ses parties s'élèvent au-dessus du niveau hydrostatique, produit dans le terrain humide ambiant des courants électriques, observables par les différences de potentiel qu'ils entraînent.*

Pour qu'un gisement produise ce phénomène électrique, nous voyons d'abord qu'il doit être constitué par un minéral qui possède la conductibilité métallique, ainsi que cela est par exemple le cas de la majorité des sulfures (la blende exceptée), des arsénio et antimonio-sulfures, des oxydes de manganèse et de certains anthracites. Les carbonates, les silicates, l'hématite, la limonite sont donc exclus, parce que non conducteurs.

D'autre part, il faut que la minéralisation soit rigoureusement continue, ce qui peut d'ailleurs n'être réalisé que par des filaments microscopiques réunissant les divers cristaux. Cette propriété est très variable d'un type de minerai à l'autre. Ainsi les sulfures de cuivre sont généralement beaucoup plus continus que la galène. Les schistes anthraciteux jouissent souvent d'une belle conductibilité d'ensemble, due aux fines paillettes charbonneuses qui se touchent de proche en proche, bien que la teneur totale en carbone ne dépasse pas quelques centièmes.

Les différences de potentiel s'observent habituellement à la surface du sol, au-dessus du gisement. Leur valeur maxima dépend dans de larges limites de la nature de la masse métallique. Elle ne dépasse pas en général quelques centièmes de volt avec les minéraux peu oxydables et elle peut atteindre un volt pour les schistes anthraciteux. L'étendue du terrain affecté par le phénomène varie naturellement beaucoup avec les dimensions du gisement. Alors qu'un petit filon ne donne des différences de potentiel observables à la surface du sol qu'à une distance de 10^m à 20^m de part et d'autre de son affleurement, cette action peut s'étendre à 200^m ou 300^m avec les grands amas pyriteux et même atteindre plusieurs kilomètres dans le cas des larges bancs de schistes anthraciteux.

L'explication théorique de ces phénomènes paraît être la suivante. L'ensemble de la masse minérale, supposée sensiblement homogène sur toute sa hauteur, plonge dans l'électrolyte que constitue l'humidité des roches ambiantes. Dans les parties voisines de la surface, l'eau d'imbibition du sol est riche en oxygène. Elle en est à peu près dépourvue, lorsque l'on s'enfonce au-dessous du niveau hydrostatique, comme le montrent les analyses des gaz dissous dans l'eau des sources profondes. Cette dissymétrie

de l'électrolyte environnant le minerai produit un courant électrique, qui tend à rétablir la symétrie. En effet, nos observations montrent que le sens du courant est tel que celui-ci s'écoule de haut en bas dans le gisement pour se refermer de bas en haut par le sol. En profondeur, les filets de courant sortent du minerai. Ils y rentrent près du jour. L'action électrolytique contre les parois du gisement consiste donc dans la formation d'oxygène dans les régions profondes, où l'humidité n'en contient pas, et d'hydrogène dans les parties hautes, où le sol est largement aéré. Cet hydrogène naissant sort du circuit, en se combinant à l'oxygène dissous pour donner de l'eau.

En résumé, on est en présence d'une vaste pile à gaz, dont l'action revient en définitive à diffuser l'oxygène de l'atmosphère à l'intérieur de la croûte terrestre. Grâce à l'effet électrolytique, l'oxygène s'enfonce le long des parois du gisement et, à toute molécule qui apparaît ainsi en profondeur, correspond au jour une autre molécule qui disparaît par combinaison avec de l'hydrogène.

En ce qui concerne l'ordre de grandeur, il semble qu'un courant total d'un dixième d'ampère, convenablement réparti dans le sol, soit largement suffisant pour produire les différences de potentiel que l'on observe au-dessus d'un gisement de dimensions déjà notables. Ce dixième d'ampère ne transporte en profondeur que moins de 1^g d'oxygène par 24 heures, ce qui est une quantité relativement très faible.

Pour que la pile continue à fonctionner et ne se polarise pas, il est nécessaire que la dissymétrie originelle subsiste, c'est-à-dire que l'oxygène, libéré dans les parties profondes, s'élimine en même temps qu'il se forme. Il peut pour cela soit se diffuser lentement dans les terrains encaissants, soit mieux se combiner sur place en oxydant le minerai ou les corps immédiatement en contact avec lui. On voit donc que les minerais oxydables constituent eux-mêmes le dépolarisant de la pile et qu'ils sont particulièrement aptes à produire des phénomènes intenses, ainsi qu'on le constate effectivement pour les anthracites et les sulfures métalliques. Les gisements de manganèse, où de la pyrolusite superficielle se continue en profondeur par du carbonate de manganèse, représentent un exemple différent. La pyrolusite étant métalliquement conductrice, alors que le carbonate ne l'est pas, l'oxygène se dépose dans la zone de contact de ces deux minéraux et oxyde le carbonate, qu'il transforme peu à peu en bioxyde.

D'après nos essais, il semble que la différence de température entre le fond et le jour n'intervienne pas d'une manière importante. Par contre, la

pression, qui est considérable en profondeur, doit jouer un rôle en facilitant la dissolution de l'oxygène et sa combinaison.

Des expériences de laboratoire permettent très facilement de reproduire en petit l'essentiel de ces phénomènes. Il suffit de noyer un morceau de minerai au milieu de sable argileux humide dans un vase en verre, de chasser soigneusement l'oxygène libre par une ébullition prolongée, puis de laisser l'action de l'air s'exercer lentement. L'oxygène se dissout peu à peu dans l'humidité du sable à la partie supérieure, la dissymétrie de l'électrolyte se crée ainsi comme dans le sol naturel et la pile à gaz entre en fonctionnement. Les différences de potentiel que l'on constate entre les divers points du sable sont de l'ordre de grandeur de celles observées sur les gisements naturels et le sens du courant électrique y est le même.

BOTANIQUE. — *Le mucilage chez les Urticées.*
Note de M. **Paul Guérin**, présentée par M. L. Guignard.

Parmi les Urticacées, certaines Ulmacées sont connues depuis longtemps comme pourvues de principes mucilagineux. Quant aux Urticées proprement dites, elles n'ont, à cet égard, donné lieu jusqu'à présent qu'à un nombre très restreint d'observations.

Moeller ([1]) semble être le premier qui ait remarqué dans le parenchyme cortical de la tige du *Bœhmeria polystachya* Wedd. des cellules à contenu visqueux. Plus tard, Engler ([2]) signale dans la moelle et dans l'écorce des *Bœhmeria platyphylla* Don et Hamilt. et *Pipturus argenteus* Hort. la présence de conduits mucilagineux lysigènes. En 1903, Quanjer ([3]) mentionne de semblables éléments dans les grosses nervures foliaires du *Laportea stimulans* Miq. var. *costata*. Plus récemment, F. Schorn ([4]) constate l'existence de mucilage chez le *Pellionia Daveauana* N. E. Br., le *Girardinia palmata* Gaud., le *Splitgerbera japonica* Miq. (= *Bœhmeria biloba* Wedd.) et dans l'épiderme des écailles membraneuses des bourgeons de l'*Urtica dioica* L.

([1]) J. Moeller, *Anatomie der Baumrinden*, 1882, p. 85.

([2]) A. Engler, *Die natürl. Pflanzenf.*, III, 1, *Urticaceæ*, p. 101.

([3]) Quanjer, *Anat. Bouw.*, etc., in *Natuurkund. Verhandel. Haarlem*, III, 5, 1903 (*Artocarpus*, *Laportea*).

([4]) F. Schorn, *Ueber Schleimzellen bei Urticaceen und ueber Schleimcystolithen von* Girardinia palmata *Gaud.* (*Sitzb. d. mathem. naturw. Kl.;* 116, I, 1907, p. 393-410, 2 Taf.).

En 1910, nos recherches (¹) apportaient à cette étude une nouvelle contribution, en montrant que le mucilage était répandu non seulement chez plusieurs *Bœhmeria* dans lesquels il n'avait pas encore été signalé, mais aussi dans un grand nombre de représentants du genre *Urera*.

Le dernier travail sur cette question est, à notre connaissance, celui de N. Wille (²) qui, en 1911, décrit la formation de canaux mucilagineux chez le *Myriocarpa cordifolia* Liebm.

Des recherches plus approfondies nous ont permis d'établir que la répartition des cellules à mucilage chez les Urticées est beaucoup plus vaste encore qu'on ne l'a indiqué jusqu'ici. Sur une quarantaine de genres que comprennent les Urticées, 35 se trouvent actuellement étudiés, parmi lesquels 16 renferment des espèces pourvues de mucilage. Ces genres sont les suivants :

Urérées : *Urtica* (1) (³), *Nanocnide* (1), *Gyrotœnia* (1), *Urera* (7), *Laportea* (6), *Girardinia* (3).

Procridées : *Achudemia* (1), *Lecanthus* (1), *Pellionia* (6), *Elatostema* (8), *Procris* (3).

Bœhmériées : *Bœhmeria* (6), *Pouzolzia* (5), *Pipturus* (2), *Debregeasia* (1), *Myriocarpa* (4).

Le mucilage ne semble pas exister chez les Pariétariées et les Forskohléées.

Les *Urera*, *Laportea*, *Girardinia*, *Pellionia*, *Elatostema*, *Procris*, *Bœhmeria* et *Myriocarpa* sont les genres chez lesquels le mucilage se rencontre le plus fréquemment. Mais alors que chez les *Pellionia*, *Procris* et *Myriocarpa*, toutes les espèces semblent en être pourvues, dans les autres genres, au contraire, telles espèces sont riches en mucilage, tandis que d'autres en sont totalement privées.

Parfois le mucilage semble n'exister, dans un genre donné, que d'une façon tout à fait exceptionnelle. Le *Debregeasia Wallichiana* Wedd., par exemple, possède dans le parenchyme cortical et la moelle de la tige d'abondantes et énormes cellules à mucilage, à l'inverse des *D. velutina* Gaud., *D. hypoleuca* Wedd., *D. edulis* Wedd. et *D. longifolia* Wedd. qui n'en renferment aucune.

La répartition des cellules à mucilage dans les divers organes peut offrir, dans le même genre, d'une espèce à l'autre, de grandes variations. Tel est le cas, par exemple, du genre *Laportea*.

(¹) P. Guérin, *Bull. Soc. Bot. de France*, t. 57, p. 399-406, 4 figures.

(²) N. Wille, *Biol. Arb. tilegn. Eug. Warming*, 3 novembre 1911, p. 265-279, 12 figures.

(³) Le chiffre placé entre parenthèses, à la suite de chaque nom de genre, indique le nombre d'espèces chez lesquelles la présence de mucilage a été constatée jusqu'ici.

Chez les *L. platycarpa* Wedd. et *L. Schomburgkii versicolor* Hort., le parenchyme cortical de la tige est dépourvu de mucilage. Peu abondantes dans cette région, chez le *L. amolissima* Miq., les cellules à mucilage y sont, au contraire, très nombreuses, chez le *L. stimulans* Miq. La moelle de toutes ces espèces possède un très grand nombre de cellules mucilagineuses. Dans le *L. platycarpa* Wedd. seul, le parenchyme ligneux en est abondamment pourvu, aussi bien dans la tige que dans la racine.

La feuille du *L. platycarpa* Wedd. est complètement privée de mucilage. Chez les *L. amplissima* Miq. et *L. longifolia* Hemsl., au contraire, cette substance abonde dans le parenchyme des nervures et dans de grandes cellules de l'épiderme supérieur du limbe où elle se trouve isolée, par une cloison cellulosique, du reste de la cavité cellulaire.

D'ordinaire plus grandes que les cellules voisines, et parfois volumineuses, les cellules à mucilage sont le plus souvent isolées. Lorsqu'elles sont accolées, elles peuvent se fusionner et donner naissance à une poche lysigène plus ou moins grande. Mais cette transformation ne s'observe guère que lorsque les cellules à mucilage sont disposées en file. Dans ce cas, par suite de gélification de leur paroi transversale, il peut se produire, comme chez les *Elatostema sinuatum* Hassk. et *E. stipitatum* Wedd., de longs et énormes conduits mucilagineux, offrant même, chez les *Myriocarpa* (*M. cordifolia* Liebm., *M. longipes* Liebm., *M. stipitata* Benth., *M. heterostachya* J. Donnell), l'aspect de canaux à mucilage.

Les cellules à mucilage que l'on observe, en abondance, dans la moelle de la tige de certains *Pouzolzia* (*P. zeylanica* Benn., *P. arabica* Defl., *P. guineensis* Benth., etc.) n'affectent aucune forme distincte de celle des cellules voisines. Mais, au lieu d'apparaître sous forme de strates apposées par le protoplasme sur l'une des faces de la cellule, le mucilage paraît s'être déposé en couches successives autour d'un pied très court, de façon à simuler, dans l'ensemble, la disposition que F. Schorn a observée chez le *Girardinia palmata* Gaud. et qu'il a qualifiée de cystolithe mucilagineux.

Quoi qu'il en soit, le mucilage des Urticées offre, dans tous les cas, les réactions des mucilages pectosiques.

En résumé, le mucilage se trouve largement réparti chez les Urticées, et sa présence possible dans les divers organes de ces plantes constitue un caractère de réelle valeur, digne de s'ajouter aux particularités anatomiques (fibres, cystolithes) des représentants de cette tribu.

En se basant sur des caractères purement morphologiques, Weddell, cherchant à établir les affinités des Urticées et comparant ces plantes avec les Tiliacées, écrivait : « l'affinité des deux groupes ne me semble donc pas devoir être mise en doute ». L'existence, chez les Urticées, de cellules à mucilage analogues à celles des Tiliacées constitue un nouvel argument en faveur de cette opinion; nos recherches viennent confirmer la manière de voir du savant monographe des Urticées.

BOTANIQUE. — *Les* Neophloga, *Palmiers de Madagascar.* Note de M. **H. Jumelle**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les *Neophloga* constituent, avec les *Dypsis* et les *Chrysalidocarpus*, les trois genres de Palmiers qui sont le plus largement représentés à Madagascar. Si nous ajoutons aux espèces déjà signalées par d'autres auteurs, et notamment par Beccari, les espèces nouvelles que nous avons pu reconnaître en ces dernières années et que nous décrirons ultérieurement, nous pouvons citer actuellement dans notre colonie 19 espèces de *Dypsis*, 27 espèces de *Neophloga* et 14 espèces de *Chrysalidocarpus*.

Les trois genres sont d'ailleurs très voisins, et il n'y a même en réalité que les *Dypsis* qui puissent facilement être séparés des deux autres, grâce à leur androcée à trois étamines. Entre les *Neophloga* et les *Chrysalidocarpus*, dont l'androcée est à six étamines, il n'est pas de limite nette, puisque Beccari lui-même reconnaît que les deux genres se distinguent bien plus par leur port que par leurs caractères floraux. On conçoit que, dans ces conditions, il puisse y avoir — et il y a en effet — quelques espèces qui, intermédiaires entre les deux types, restent de place un peu douteuse.

Mais, ces deux ou trois espèces mises à part, et en ne retenant que l'ensemble des caractères qui correspondent respectivement aux deux groupes formés par des espèces qui sont nettement des *Neophloga* ou des *Chrysalidocarpus*, on peut réussir à définir comme il suit le genre *Neophloga*.

Ces *Neophloga* sont de très petits Palmiers poussant généralement en touffes. Par exception, le *N. Catatiana*, de la forêt orientale, est à tronc isolé et sans rejets. Les tiges, bien souvent, ne dépassent pas 1^m de hauteur. Les espèces les plus élevées sont le *N. lanceolata* de l'Analamazaotra (1^m à 2^m) et le *N. tsaratanensis* (2^m à 4^m). Le *N. procumbens*, du bassin du Matitana, à 1000^m d'altitude, a une tige de 4^m de longueur et de 2^{cm} au plus de diamètre, mais ordinairement couchée et appuyée sur les buissons des alentours. Le *N. mananjarensis* est à tronc de 1^m à 3^m. Le *N. Poivreana*, de la région de Fénérive, atteint 2^m.

Toutes ces tiges sont grêles et ont rarement plus de 2^{cm} d'épaisseur, comme dans ces *N. mananjarensis* et *Poivreana* (3^{cm}). Bien souvent, comme dans les *Neophloga lutea*, d'Ambatovola, *Thyriana*, de la baie d'Antongil, *concinna*, de l'Analamazaotra, *emirnensis*, *lucens*, de la baie d'Antongil, *rhodotricha*, de l'Analamazaotra, vers 800^m, elles ont, au plus, 1^{cm}.

Les feuilles sont fréquemment à limbe simple, exceptionnellement entier et à bords seulement dentés dans le *N. integra*, des rives du Simiane, à peu près toujours plus ou moins profondément échancré, comme dans les *N. simianensis*, *lucens*, *Poivreana*, *Bernieriana* et *lutea*.

Ces six espèces sont, du moins, celles chez lesquelles nous ne connaissons jusqu'ici que cette forme, sans pouvoir affirmer qu'elles ne possèdent pas, d'autre part, des feuilles penniséquées. Et c'est là, en effet, ce qui complique encore l'étude des *Neophloga*, comme des *Dypsis*. Rien ne permet de dire que ces Palmiers à feuilles simples soient toujours des formes jeunes de Palmiers à feuilles plus tard divisées, car ils fleurissent et fructifient normalement, et le *N. Poivreana*, une des plus hautes espèces du genre, semble toujours à limbe simple. Il est cependant des espèces chez lesquelles les deux formes foliaires sont connues, soit que ces deux formes se trouvent sur le même pied, comme chez le *N. heterophylla*, du Centre, et le *N. Majorana*, soit qu'elles soient portées par des pieds différents, comme chez le *N. concinna* et le *N. Catatiana*. Il est donc possible que des rapprochements ultérieurs soient à faire pour certains de ces Palmiers dont on ne connaît actuellement que la forme à limbe simple.

Une autre caractéristique de la feuille des *Neophloga* est la brièveté ordinaire du pétiole, qui manque dans les *N. lucens*, *occidentalis*, *lutea*, *Perrieri* et *procumbens*, et est excessivement court dans les *N. Pervillei*, du Nord-Ouest, *rhodotricha*, *Thyriana*, *concinna*, *heterophilla*, *emirnensis*, ainsi que dans le *N. linearis* du pays Tanala. Le pétiole ne devient plus long (7^{cm} à 8^{cm}) que dans les *N. Poivreana*, *Bernieriana*, *tsaratanensis*, *mananjarensis* et *lanceolata*. Très exceptionnel serait, à cet égard, le *N. digitata*, de Mananjary, pour lequel Beccari signale un pétiole de 30^{cm} à 40^{cm}.

Ce *N. digitata* est un très petit Palmier à spadice simple, et c'est ce qui le fait ramener par Beccari aux *Neophloga*, car les *Chrysalidocarpus* auraient toujours un spadice une ou deux fois ramifié. Au contraire, le spadice est ordinairement simple dans les *N. integra*, *simianensis*, *lucens*, *Poivreana*, *Bernieriana*, *digitata*, *Pervillei*, *occidentalis*, *Curtisii*, *tsaratanensis*, rarement bifurqué dans le *N. Catatiana*, ou trifurqué dans le *N. rhodotricha*. Il est toujours une fois ramifié dans les *N. lutea*, *Thyriana*, *Majorana*, *concinna*, *Perrieri*, *procumbens* et *mananjarensis*, qui sont pourvus de deux spathes, et dans les *N. heterophylla*, *emirnensis*, *linearis* et *lanceolata*, qui ne possèdent qu'une spathe. Le spadice est deux fois ramifié dans les *N. Scottiana*, *Commersoniana* et *corniculata*.

Chez les *Chrysalidocarpus*, ces inflorescences toujours ramifiées sont, en

outre, beaucoup plus fortes, à rameaux plus épais; et ce caractère est en rapport avec tous les autres caractères du genre, dont tous les représentants typiques sont des Palmiers beaucoup plus robustes que les *Neophloga*, à tronc de plusieurs mètres de hauteur, avec des feuilles à fortes gaines, auxquelles succèdent brusquement de longs pétioles; et le limbe est composé de très nombreux segments droits ou à peine falciformes.

BOTANIQUE. — *Sur la signification des canalicules de Holmgren.* Note de MM. **A. Guilliermond** et **G. Mangenot**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Sous le nom de *trophosponge*, Holmgren a décrit un réseau de canalicules creusés dans le cytoplasme de diverses cellules animales; selon cet auteur, ces canaux représenteraient des prolongements intracellulaires des espaces conjonctifs interstitiels, dans lesquels circuleraient les « sucs » du milieu intérieur. Ces formations, connues aujourd'hui sous le nom de *canalicules de Holmgren*, ont été retrouvées dans de nombreuses cellules animales, et diversement interprétées. L'hypothèse de Holmgren paraît abandonnée; certains cytologistes admettent que les « canaux du suc » sont des artefacts, tandis que d'autres les considèrent comme représentant des vacuoles; enfin, on a rapproché ces formations de l'appareil réticulaire de Golgi.

On sait que certains travaux modernes ont démontré que les vacuoles des cellules végétales renferment une substance colloïdale douée du pouvoir de fixer les colorants vitaux, et que, à certaines phases du développement cellulaire, en particulier dans les cellules embryonnaires, les vacuoles sont réparties dans le cytoplasme, à l'état d'inclusions fort petites, à contenu très condensé, semi-fluide, et offrant l'aspect caractéristique des chondriosomes. Les grosses vacuoles typiques existant dans les cellules adultes résultent de l'hydratation et de la fusion de ces petites vacuoles.

Les recherches de l'un de nous ont démontré que les formes mitochondriales revêtues à certaines phases par les éléments vacuolaires, ne correspondent pas à des chondriosomes : elles n'ont aucun des caractères microchimiques de ces organites, et s'en distinguent surtout parce qu'elles fixent les colorants vitaux et ne se colorent pas par les méthodes mitochondriales. Ces formations ne se retrouvent d'ailleurs pas dans toutes les cellules et,

dans de nombreux cas, les vacuoles des cellules embryonnaires se présentent sous forme de petits éléments ne rappelant en rien les chondriosomes. Par contre, quelles que soient leur forme, elles renferment toujours des substances de nature chimique d'ailleurs variable (protéine, composés phénoliques, métachromatine), susceptibles de fixer les colorants vitaux. Les formes mitochondriales des vacuoles seraient, d'après l'un de nous, à rapprocher des canalicules de Holmgren et de l'appareil réticulaire de Golgi.

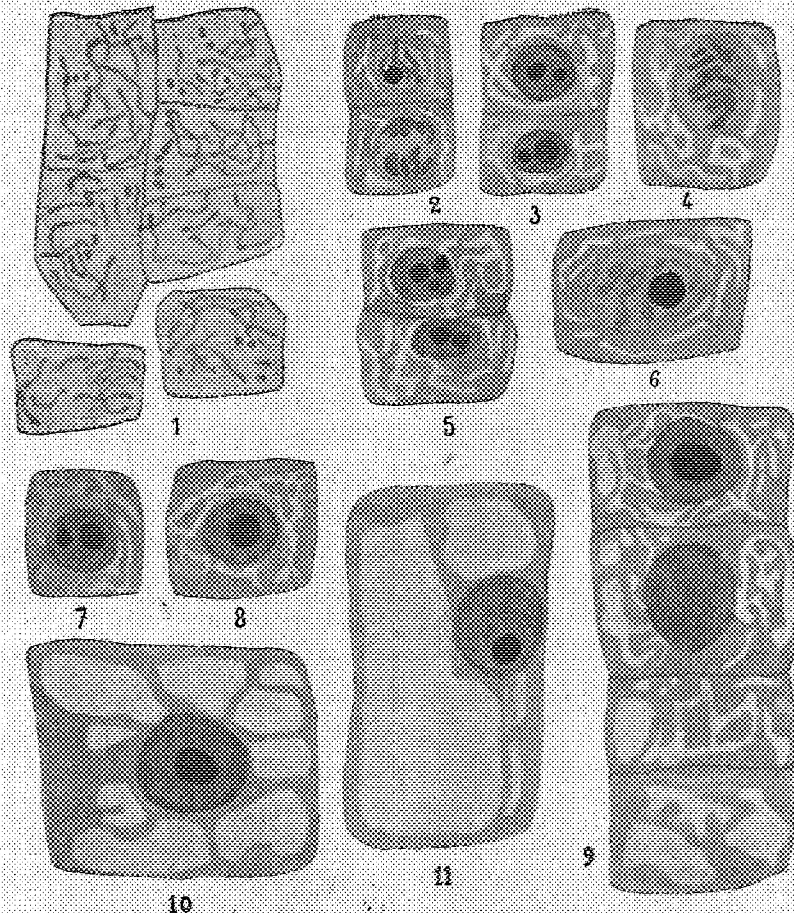
Nous signalerons ici un Mémoire déjà ancien de Bensley ([1]), à peine connu des botanistes; le savant américain arrive à des résultats auxquels se superposent parfaitement ceux obtenus par l'un de nous. A l'aide de méthodes spéciales, Bensley a suivi l'évolution du système vacuolaire dans la racine d'*Allium Cepa*. Il constate que les grosses vacuoles des cellules adultes résultent du gonflement et de la fusion de fins canalicules formant, dans ce cytoplasme des éléments du méristème, une sorte de réseau. Par les mêmes techniques, il met en évidence, dans certaines cellules animales, des formations analogues correspondant aux canalicules de Holmgren ; il n'hésite pas à assimiler les figures obtenues dans l'*Allium Cepa* à celles décrites par Holmgren et leur attribue la signification de jeunes vacuoles. Mais ces résultats demeurent un peu incertains, car Bensley n'a pu réussir à nettement contrôler sur le vivant les aspects produits par ses fixations.

Des recherches effectuées, soit par les méthodes de Holmgren, soit surtout par celle de Bensley, nous ont amenés à confirmer les résultats de ce dernier et l'hypothèse formulée par l'un de nous.

Etudions, pour résumer nos observations, la racine d'Orge. Dans les cellules les plus jeunes, le système vacuolaire se présente sous forme de minces filaments neutrophiles onduleux et souvent anastomosés (*fig.* 1), rappelaut un chondriome et, parfois, plus encore, un appareil de Golgi. On assiste, dans les régions plus différenciées, à l'hydratation et au gonflement de ces éléments qui, peu à peu, par fusion, constituent de grosses vacuoles fluides dont le contenu ne se colore plus que faiblement. Cet objet ne permet pas l'observation vitale du chondriome, mais, dans l'épiderme des très jeunes feuilles d'*Iris germanica*, où existent les mêmes formations, on peut voir simultanément le système vacuolaire teint par le rouge neutre et le chondriome, qui reste incolore.

([1]) *On the canalicular apparatus of the animal cells* (*Biological Bulletin*, vol. 19, 1910).

Par la méthode de Regaud, on obtient une belle coloration du chondriome des cellules méristématiques de la racine d'Orge; par contre, le système vacuolaire ne se teint pas, au moins dans les préparations réussies; mais il est visible, dans les régions les plus jeunes, sous forme d'un réseau de minces boyaux incolores, très semblables aux canalicules de Holmgren.



Système vacuolaire dans la racine d'orge.

La technique de Bensley reproduit les mêmes aspects, avec une extrême netteté. Dans les préparations obtenues par ce procédé, le chondriome reste invisible, mais on retrouve les formations filamenteuses que le rouge neutre teint sur le vivant : ce sont de minces canalicules, simples ou ramifiés, incolores et se détachant, comme découpés à l'emporte-pièce, sur le cyto-

plasme gris foncé (*fig.* 2 à 9). En s'éloignant du méristème, on voit que ceux-ci s'anastomosent et se gonflent, pour produire, dans les tissus adultes, de grandes cavités aussi nettement marquées, répondant aux vacuoles depuis longtemps connues (*fig.* 10 et 11).

Tous ces faits nous permettent de conclure que les canalicules de Holmgren ne sont pas des artefacts, mais représentent certaines phases du système vacuolaire, bien connues aujourd'hui dans la cellule végétale, encore ignorées dans la cellule animale.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action des sels solubles de plomb sur les plantes.* Note de M. EUGÈNE BONNET, présentée par M. Gaston Bonnier.

Des expériences faites en 1914 ont porté sur une série de plantes : Blé de Bordeaux, Sarrasin, Lupin, Cresson alénois, Radis, Lentille, Chou, etc. Les graines, préalablement désinfectées à l'alcool absolu, étaient mises à germer dans une assiette contenant de l'eau redistillée dans des appareils de verre ([1]). Elles étaient placées ensuite dans des solutions titrées des sels de plomb, lorsque la racine avait atteint quelques centimètres de long. On avait soin de choisir pour chaque expérience des plantules présentant entre elles des caractères extérieurs aussi semblables que possible. Les solutions employées étaient obtenues en dissolvant la molécule du sel (azotate de plomb = 331^{g}; acétate de plomb = 379^{g}), dans un nombre de litres d'eau redistillée variant de 1 à 5000. Le titre de la solution est indiqué par la notation suivante : N/1500, par exemple, qui signifie que 331^{g} d'azotate de plomb ont été dissous dans 1500^{l} d'eau. Les sels de plomb employés étaient purifiés au préalable par deux recristallisations successives dans de l'eau redistillée. Le matériel consistait en flacons, dits *cols droits* de 150^{cm^3} à 200^{cm^3}, fermés par du papier paraffiné, percé de trous pour le passage des racines. J'ai de plus employé de simples tubes à essais, dont la partie supérieure, étranglée, formait support pour une seule graine.

Des nombreuses expériences instituées à cette époque, il s'est dégagé les résultats généraux suivants :

([1]) H. COUPIN, *Sur la toxicité comparée des divers composés métalliques à l'égard des végétaux supérieurs* (*Ass. franç. pour l'Avancement des Sciences.* Congrès de Paris, 1900, p. 632).

1° Les plantes soumises à une dose forte de sel (solutions décinormales) absorbent le plomb, qu'on décèle facilement dans l'écorce de la racine, et là seulement. Ceci confirme les résultats obtenus par Jean de Rufz de Lavison ([1]).

2° Le plomb disparu dans les solutions se retrouve intégralement dans les cendres des racines de la plante en expérience. On n'en trouve pas trace dans les cendres des tiges ou des feuilles.

3° Les solutions décinormales d'acétate ou d'azotate de plomb sont toxiques pour le blé (tué en 20 jours), le sarrazin (tué en 7 jours), le lupin (tué en 4 jours), la balsamine (tuée en 2 jours). Les sels de magnésium, potassium ou de calcium ne se sont pas montrés des antitoxiques du plomb, aux doses employées.

4° L'acétate et l'azotate de plomb donnent des résultats identiques sur le blé et le cresson. Plus la plante est mise jeune en expérience, plus elle est sensible au poison, pris à la même dose.

5° Plus la dilution du sel est grande, moins l'absorption de ce sel est active.

6° La transpiration a été nettement diminuée dans les plantes soumises aux sels de plomb, comparativement aux plantes poussant dans l'eau pure.

7° Lorsque l'on place pendant un temps variable des graines de diverses plantes dans des solutions fortes de sels de plomb (N/10 à N/50) et qu'on les met à germer, on constate que certaines graines (lentilles) sont très sensibles au poison : après un jour d'action, toutes les graines sont tuées. D'autres (radis, chou) sont assez sensibles : elles sont toutes tuées après 2 jours d'action. D'autres enfin (blé) sont peu sensibles et peuvent germer même après 19 jours d'action du sel.

Les recherches de 1921 ont été faites dans les mêmes conditions expérimentales qu'en 1914. Bien qu'il ait été démontré récemment ([2]) que l'eau redistillée dans des appareils de verre n'était pas absolument pure, j'ai néanmoins continué à employer ce liquide pour toutes mes expériences; en effet, les plantes d'une même expérience se trouvant toutes dans des condi-

---

([1]) Jean de Rufz de Lavison, *Recherches sur la pénétration des sels dans le protoplasma et sur la nature de leur action toxique* (*Ann. Sc. nat. Botanique*, 9e série, t. 14, 1911).

([2]) J. Maquenne et Demoussy, *Influence des matières minérales sur la germination* (*Annales de la Société agronomique*, 6e série, mai-juin 1921, p. 113).

tions aussi identiques que possible, les résultats me semblent pouvoir être comparés.

Les expériences ont confirmé les résultats obtenus en 1914, concernant l'absorption de plomb par les racines et l'action du plomb sur la germination des graines. Elles ont aussi montré que les sels de plomb déterminent des modifications importantes dans la morphologie extérieure de l'appareil radiculaire (¹). Tandis que, dans l'eau pure, les racines sont longues et abondamment ramifiées, grêles et dépourvues de poils absorbants, dans les solutions de plomb elles sont courtes, épaisses et pourvues de poils absorbants nombreux (blé, orge). Les Tableaux suivants permettront de préciser ces résultats en ce qui concerne les allongements :

	Longueur des racines (en millimètres)				Longueur des tiges (en millimètres)			
Solutions employées.	au début.	après 7 j.	après 17 j.	après 30 j.	au début.	après 7 j.	après 17 j.	après 30 j.
	Blé (âgé de 5 jours).							
Eau	30	110-115			45	125		
Azotate de plomb de N/1000 à N/2000	30	30-50			45	90		
	Pois (âgé de 4 jours).							
Eau	40	108			10	112		
Azotate de plomb N/2000	40	46			10	90		
» N/1500	40	43			10	50		
» N/1000	40	47			10	95		
	Fèves.							
Eau	55	140	170	175	25	100	100	100
Azotate de plomb N/2000	30	30	30	(?)	20	(?)	20	20
» N/1700	5	5	20	20	29	30	30	
» N/1500	9	9	20	23	24	24	24	24
» N/1200	5	5	10	10	29	30	30	30
» N/1000	6	6	10	20	31	31	31	32

On peut constater, d'après ce dernier Tableau, que, tandis que la croissance de la tige est arrêtée par l'action du sel de plomb, la croissance de la

(¹) H. Coupin, *Action nocive du carbonate de magnésium sur les végétaux* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 1066).

racine continue à s'effectuer, plus lentement que dans l'eau pure, mais à peu près dans les mêmes proportions. On voit en effet que, dans l'eau pure, la racine a passé de 55^{mm} à 175^{mm} (c'est-à-dire a environ triplé), de même dans l'azotate à N/1500 et à N/1000, la racine triple à peu près de longueur puisqu'elle passe de 9 à 23 dans le premier cas, et de 6 à 20 dans le second.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les variations de la teneur en manganèse des feuilles avec l'âge*. Note de M. **Gabriel Bertrand** et de Mme **M. Rosenblatt**, présentée par M. Roux.

Les feuilles comptent parmi les organes végétaux les plus riches en manganèse, ainsi qu'il ressort des travaux de Pichard, de Passerini, de Jadin et Astruc, de ceux que nous avons nous-mêmes récemment publiés (1). Mais, tandis que Pichard semble admettre que les plus jeunes de ces organes sont ceux qui renferment le plus de métal, Jadin et Astruc émettent une opinion formellement opposée (2).

Or, si l'on se rappelle, d'une part, le rôle attribué au manganèse dans la constitution de la laccase et dans certains phénomènes oxydasiques, d'autre part, la richesse plus grande en laccase des jeunes feuilles que des vieilles (3), on est conduit à supposer que ce n'est pas chez ces dernières qu'il doit y avoir la plus haute teneur en manganèse, à moins qu'il intervienne dans l'enrichissement des feuilles en métal une raison physiologique nouvelle dont il serait alors intéressant de déterminer la nature.

Cette considération nous a engagés à examiner de très près les variations de la teneur en manganèse des feuilles avec l'âge. En dosant le métal, non plus dans deux lots extrêmes de feuilles, jeunes et vieilles, comme cela avait paru suffisant à nos devanciers, mais dans une série de feuilles, prises les unes à la suite des autres et au même moment sur les tiges d'une plante, depuis la plus jeune jusqu'à la plus âgée, puis en répétant ces déterminations sur des espèces assez nombreuses et bien différentes, nous avons trouvé que les variations de la teneur en manganèse des feuilles avec l'âge obéissaient à des règles plus compliquées que celles apparues d'abord, soit à Pichard, soit à Jadin et Astruc.

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1118.
(2) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 2023.
(3) Gabriel Bertrand, *Comptes rendus*, t. 121, 1895, p. 166.

En rapportant les résultats obtenus à la matière fraîche et à la matière sèche de leurs feuilles, les plantes que nous avons examinées se partagent, en effet, en quatre groupes.

Il y en a, comme la betterave, chez lesquelles la proportion de manganèse semble maxima dès le début du développement de la feuille; la proportion diminue ensuite peu à peu avec l'âge, presque jusqu'à la fin, où elle se relève légèrement.

Il y en a d'autres, telles que la rose trémière, le cytise, le lierre, le tabac des paysans, l'iris, le buis, l'if, qui se comportent à peu près comme la betterave, mais où le phénomène de relèvement final de la teneur en manganèse est plus rapide et peut devenir assez important (cytise, lierre, iris, buis) pour que les feuilles âgées arrivent à être plus riches que les jeunes.

Un troisième groupe comprend les plantes, comme le fusain du Japon, le lilas, le marronnier rouge, le sureau, le seringa, le troène, chez lesquelles la proportion du manganèse augmente d'abord rapidement, de telle sorte qu'elle est maxima chez des feuilles encore jeunes, puis va en diminuant d'une manière très nette, jusqu'à atteindre, dans certains cas, un chiffre inférieur à celui des plus jeunes feuilles. Chez le lilas, le seringa et le troène, la teneur reste cependant plus élevée à la fin qu'au début.

Enfin il y a un quatrième groupe, dans lequel figurent la clématite des bois et l'arbre de Judée, où la proportion de manganèse paraît aller sans cesse en augmentant.

Cette classification n'est toutefois pas absolue; certaines espèces sont, en quelque sorte, à cheval sur deux groupes. Ainsi, l'aucuba se range à côté de la betterave si l'on considère la teneur en manganèse par rapport à la matière sèche et rentre dans le groupe suivant si on la considère par rapport aux feuilles fraîches.

Les cendres donnent lieu à des observations analogues aux feuilles, mais les variations de la teneur en manganèse n'y sont pas toujours parallèles à celles qui se produisent dans les organes d'où elles proviennent. Cela tient évidemment à ce que les phénomènes d'absorption et de migration ne sont pas quantitativement les mêmes pour toutes les substances minérales. Un certain nombre de recherches auxquelles nos analyses apportent une importante contribution, tendent à établir l'indépendance qui existe à cet égard entre les divers métalloïdes et métaux qui entrent dans la composition des plantes. En ce qui concerne le manganèse, nous avons trouvé que les jeunes feuilles, récoltées dès le début ou peu après, laissent géné-

ralement des cendres plus riches que ne le font les feuilles âgées. Ainsi, parmi les 17 espèces de feuilles étudiées par nous, deux seulement, celles de cytise et de clématite, ont fait exception à cette règle (¹).

Il n'est pas impossible, il est même probable que les différences individuelles, la saison, le terrain, l'exposition même, modifient dans une certaine mesure la marche et l'intensité du phénomène d'accumulation du manganèse dans les organes des plantes, que ces causes puissent aller jusqu'à changer la place de telle ou telle espèce dans les groupes que nous avons distingués. Mais ce ne sont là que des questions de détail. Ce qui se dégage le plus nettement de l'ensemble des recherches que nous venons de présenter, c'est que la teneur en manganèse présente un maximum dans la première période de développement de la feuille, parfois dès l'apparition de celle-ci, d'autres fois peu de temps après. La teneur en métal subit dans la suite un fléchissement plus ou moins accentué et plus ou moins prolongé; souvent, enfin, on assiste à un relèvement final, tantôt faible, tantôt assez marqué pour que la proportion de métal contenue dans l'organe soit plus grande à la fin qu'au début. Il serait intéressant de déterminer dans quelle mesure le premier maximum est en rapport avec les fonctions de la feuille, par exemple, avec son activité respiratoire; de rechercher ensuite si le second maximum ne correspond pas seulement au dépôt d'un excès de métal devenu inutile, peut-être même nuisible.

CHIMIE AGRICOLE. — *La stérilisation partielle du sol.* Note de MM. GUSTAVE RIVIÈRE et GEORGES PICHARD, présentée par M. L. Maquenne.

Lorsqu'on incorpore de l'arséniate de soude à un sol on constate qu'il se produit une modification profonde de sa faune et de sa flore bactérienne.

Comme avec la plupart des antiseptiques déjà essayés, les protozoaires qui détruisent les bactéries utiles périssent en grand nombre sous l'influence de ce sel, sans que les végétaux supérieurs en souffrent, à la condition, bien entendu, que les doses d'arséniate employées n'atteignent point une certaine limite, qui est d'environ 10^g par mètre carré.

Il en résulte une action favorable sur la culture : c'est au moins ce qui ressort des expériences que nous avons organisées, avant et depuis la

(¹) D'autres détails et les données analytiques paraîtront dans un Mémoire ultérieur.

guerre, sur des surfaces relativement importantes (10 ares) et sur diverses plantes dans des sols de compositions variées.

Le Tableau suivant donne quelques-uns des résultats que nous avons ainsi obtenus dans deux séries d'expériences dont l'une, déjà ancienne, remonte à 1906.

Arséniate employé par hectare.	Rendement en grains par hectare.	Excédents de récolte sur le témoin.
I. *Blé d'hiver*, var. hybride inversable. Sol : limon des plateaux (1906).		
kg 0 (témoin)	kg 2050	kg »
100	2010	—40
II. *Blé de printemps*, var. Chiddam blanc de mars. Sol : sables de Fontainebleau (1920).		
0 (témoin)	1740	»
21	2180	440
42	2317	577
III. *Avoine*, var. blanche de Ligowo. Sol : sables de Fontainebleau (1906).		
0 (témoin)	3900	»
75	4300	400
IV. Même expérience répétée en 1920.		
0 (témoin)	2377	»
21	3630	1253
42	3770	1393
V. *Pommes de terre*, var. dite de Saint-Malo (Flück). Sol : sables de Fontainebleau (1920).		
0 (témoin)	14200 (tuberc.)	»
20	16200	2000
30	16740	2540

Ce Tableau montre qu'à la dose de 100^{kg} à l'hectare l'arséniate de soude, tout en détruisant les protozoaires, exerce une action nuisible sur la récolte (expérience I sur le blé); mais si l'on n'incorpore au sol que 21^{kg} à 42^{kg}

du même sel à l'hectare, soit 2g à 4g seulement au mètre carré, on constate qu'en faisant toujours périr les protozoaires il favorise la multiplication des bactéries utiles. Il exerce alors une action indirectement fertilisante qui se manifeste très nettement sur les rendements de récoltes des plantes de grande culture, qui peuvent être ainsi augmentés de 20 à 50 pour 100.

Aussi, étant donné son prix d'achat peu élevé, estimons-nous que l'arséniate de soude pourrait pratiquement servir pour stériliser partiellement un sol, afin d'en obtenir de meilleurs rendements, sans qu'il soit nécessaire, *temporairement*, d'y faire apport d'engrais azotés.

PHYSIOLOGIE. — *Résistance des femelles en gestation aux chocs anaphylactiques et anaphylactoïdes.* Note de MM. **Auguste Lumière** et **Henri Couturier**, présentée par M. Roux.

En étudiant les rapports de l'anaphylaxie avec la grossesse, Duran Reynals avait observé en 1920 (¹) que des femelles anaphylactisées à l'aide d'un antigène déterminé semblaient perdre leur sensibilité pendant la gestation.

Sans avoir connaissance de ces travaux, nous avions constaté l'année suivante (²) que des cobayes femelles pleines étaient incapables de réagir, non seulement à l'injection déchaînante d'antigène, mais aussi à toute autre injection de substance inerte floculée susceptible de provoquer invariablement des phénomènes de choc chez les animaux qui ne se trouvaient pas dans cet état.

Cette singulière immunité correspondait donc à une résistance particulière à tout choc, anaphylactique ou anaphylactoïde, et non à une désensibilisation comme le supposait Duran Reynals.

Nous avions constaté également que le sérum de certains malades atteints d'épilepsie capable de déterminer chez le cobaye mâle des crises rappelant le mal comitial, pouvait être administré aux femelles en gestation sans que le moindre trouble nerveux survienne, fait qui concorde avec la suppression

(¹) J. Duran Reynals, *Rapports de l'anaphylaxie avec la grossesse* (*Revue espagnole d'Obstétrique et de Gynécologie*, n° 58, octobre 1920, p. 458).

(²) Auguste Lumière et Henri Couturier, *Grossesse et phénomènes de choc anaphylactique* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 772).

des crises constatée quelquefois pendant la durée de la grossesse chez les femmes épileptiques.

Cet effet curieux de protection, aussi bien contre le choc anaphylactique que contre les chocs barytiques ou épileptiques, ne dépend pas, comme nous l'avons montré, d'une propriété spécifique transmissible du sérum et nous avions tout d'abord pensé que l'on pourrait en attribuer la cause à une diminution de l'aptitude aux phénomènes réflexes vaso-moteurs qui déterminent la chute de pression sanguine dans les chocs.

Les masses fœtales, en effet, par l'encombrement, les tiraillements et les compressions qu'elles créent dans la cavité abdominale, ne seraient-elles pas susceptibles d'émousser ces réflexes, de retarder ou d'empêcher la transmission aux capillaires viscéraux des excitations que les floculats provoquent en irritant les endothéliums des vaisseaux cérébraux ? Ne pouvait-on supposer encore que la compression des gros troncs vasculaires abdominaux par les sacs fœtaux était de nature à entraver la variation brusque de la pression sanguine qui se produit dans les chocs ?

Ces hypothèses ont été infirmées par des expériences dans lesquelles ces conditions ont été réalisées artificiellement en introduisant dans l'abdomen de cobayes mâles et femelles des ovules de caoutchouc stérilisés du volume des sacs utérins.

Ces essais n'ont donné aucun résultat, la sensibilité au choc a persisté chez ces animaux au même degré que chez les témoins.

La castration et l'injection d'extraits de glandes génitales se sont montrées tout aussi inopérantes.

Nous avons enfin découvert la raison de cette curieuse immunité vis-à-vis des chocs en considérant que, pendant la grossesse, le volume de la masse sanguine est notablement augmenté. Cette pléthore est une notion classique, confirmée en 1920 par Mahnert (¹), qui évalue l'accroissement du volume du sang pendant la grossesse à 8 pour 100 environ.

Prenant alors un lot de cobayes en gestation résistant à tout choc, nous avons pratiqué chez ces animaux une saignée préalable correspondant approximativement au dixième du volume de leur sang; ainsi traités, ces cobayes récupèrent toute leur sensibilité au choc, qu'il s'agisse d'injection déchaînante d'antigène spécifique chez des sujets anaphylactisés, d'injections barytique, oléique, cireuse ou de sérum d'épileptique.

(¹) Mahnert, *Arch. für Gynecol.*, n° 114, 1920, p. 168.

Par contre, les cobayes mâles auxquels on injecte préalablement du sérum physiologique dans les mêmes proportions acquièrent temporairement l'immunité des femelles en état de grossesse.

Ces constatations s'accordent avec ce fait que l'introduction dans la circulation de liquides atoxiques peuvent amener la guérison instantanée du choc.

Si les saignées sont plus abondantes, si elles portent, par exemple, sur $\frac{1}{5}$ du volume du sang, dans le cas des femelles pleines, et sur $\frac{1}{10}$ dans le cas des mâles, l'injection déchaînante devient de nouveau sans effet, pour une autre cause : les floculats n'arrivent plus alors brusquement au niveau des capillaires des centres nerveux et l'excitation initiale des endothéliums indispensable au déclenchement des phénomènes vaso-moteurs ne se produit plus.

Il faut donc de toute nécessité que l'arbre circulatoire renferme une quantité de sang normale pour que les chocs aient lieu quels qu'ils soient; lorsque cette quantité est augmentée ou diminuée ils ne peuvent plus être provoqués par les injections déchaînantes.

Ces nouvelles expériences viennent encore confirmer d'une façon particulièrement démonstrative notre théorie physique des chocs.

ZOOLOGIE. — *Sur les conditions de la genèse de l'harmozone sexuelle chez les Batraciens anoures.* Note de M. **Champy**, présentée par M. Bouvier.

Il est établi par les recherches de Nussbaum, Steinach, Busquet, Harms ([1]) que le développement des brosses copulatrices des membres antérieurs chez les Anoures est sous la dépendance du testicule. Etant donnés les faits que j'ai mis en évidence chez les Urodèles ([2]), il y a lieu de chercher si cette action de la glande génitale peut être localisée à une portion définie de l'organe. Cette tentative est d'autant plus légitime ici que l'action ne se manifeste qu'à un moment précis : les grenouilles n'ont pas cette brosse en été, et à cette époque leur testicule n'est pas moins volumineux qu'en hiver.

Les glandes génitales des Anoures évoluent comme je l'ai montré ([3])

([1]) Pour la biographie, voir Ch. Champy, *Archives de Morphologie*, 1922 (à l'impression).

([2]) *Comptes rendus*, 1921.

([3]) *Archives de Zoologie expérimentale*, 1913.

suivant deux types principaux représentés assez bien par *Rana temporaria* et *Rana esculenta*. Chez la première, l'évolution de la spermatogénèse est nettement temporaire et n'a lieu qu'en été; le reste du temps, le testicule ne renferme que des spermatogonies et des spermatozoïdes mûrs. Chez la deuxième, il y a au contraire tout l'hiver des poussées de spermatogénèse plus ou moins abortive et une poussée principale en été. L'hiver, les spermatozoïdes mûrs sont mêlés de divers éléments de la spermatogénèse. C'est une tendance vers l'évolution continue des Vertébrés supérieurs. Le tissu interstitiel est généralement abondant. Le premier type, où les phénomènes sont nettement successifs, est le plus favorable à l'analyse.

Chez *R. temporaria*, la brosse peut apparaître dès novembre. Souvent mal développée chez les animaux qui hivernent au fond de l'eau, elle se développe très vite si on les met à une température douce et persiste jusqu'à avril-mai chez les animaux bien nourris (¹).

Pendant cette période, il n'y a dans le testicule que les spermatozoïdes et les spermatogonies, plus les éléments sertoliens. Entre les tubes on trouve, çà et là, quelques rares cellules d'aspect plus conjonctif que glandulaire (²).

A l'accouplement, qui a lieu au tout premier printemps et dont on peut faire varier expérimentalement l'époque, les tubes séminifères se vident et le tissu interstitiel devient abondant; les cellnles se multiplient et se chargent d'enclaves (lécithines). Ce développement, très variable selon les individus, dure jusqu'à la poussée de spermatogénèse qui débute en juillet (grosse poussée des spermatocytes). La brosse copulatrice disparaît peu après l'accouplement, bien plus lentement chez les animaux tenus isolés et qui ne résorbent que lentement leurs spermatozoïdes.

Cette évolution montre : 1° qu'*il n'y a aucune relation entre l'apparition de la brosse et le tissu interstitiel;* elle apparaît avant lui, peut disparaître avant lui; 2° que *la brosse apparaît pendant qu'il y a des spermatozoïdes*

(¹) L'inanition entraîne une régression partielle, notamment une dépigmentation de la brosse, mais la structure histologique essentielle n'est pas touchée; au contraire, en été, la régression est histologiquement totale. Je ne m'étais pas rendu compte en 1913 qu'on pouvait faire apparaître la brosse aussi tôt en hiver.

(²) J'attire à ce propos l'attention sur ce qu'il y a d'arbitraire à caractériser une cellule comme glandulaire par le fait qu'elle renferme des mitochondries ou des enclaves dont on n'a pas démontré l'excrétion ni la nature spécifique. Quelle cellule n'est glandulaire à ce sens ?

mûrs. (Les cellules de Sertoli peuvent être éliminées, car elles se différencient dès les premières spermatides; les spermatogonies durent toute l'année.) Cela vérifie exactement, sur un animal à tubes séminifères bien nets, les faits observés sur les tritons.

Les espèces qui ont toute l'année les divers éléments de la spermatogénèse et du tissu interstitiel (Bufo, R. esculenta, Discoglosse) ou bien dont les périodes d'accouplement sont nombreuses ou variables (Alytes, Discoglosse, Bombinator), sont moins favorables à l'analyse. Cependant, les ayant examinées avec soin, j'ai observé que jamais les brosses *n'apparaissent* lorsqu'il n'y a pas de spermatozoïdes mûrs, et probablement lorsqu'une certaine quantité de ces éléments n'est pas atteinte.

C'est la nécessité de cette quantité minima, jointe à l'influence de conditions thermiques, qui paraît déterminer la période d'accouplement de R. esculenta, les périodes diverses d'Alytes et Bombinator, chez qui il y a des poussées de spermatogénèse efficaces en diverses saisons.

Chez le Discoglosse, j'ai suivi avec soin sur un lot d'animaux observés au laboratoire (1) les conditions de développement de cette brosse. L'accouplement s'est fait au premier printemps. Chez certains mâles, le pouce a régressé peu après; chez d'autres, et chez ceux qui ne s'étaient pas accouplés, la brosse a duré jusqu'à juillet et plus. Sa régression a coïncidé soit avec l'évacuation de la plus grande partie des spermatozoïdes, soit avec leur résorption qui précède la poussée de spermatogénèse principale (de juillet à septembre). Les écarts appréciables dans la date de cette spermatogénèse (causés peut-être par les conditions anormales) ont toujours coïncidé avec les écarts de date de régression de la brosse; celle-ci n'a jamais persisté tout l'été, mais elle peut reparaître fin octobre, lorsque la spermatogénèse est terminée. La régression histologique de la brosse en été est très complète dans cette espèce.

Ce qui fait l'intérêt spécial du Discoglosse, c'est qu'il n'a pas du tout de tissu interstitiel (2) en temps ordinaire, il se développe quelques éléments chargés de graisse entre l'extrémité des tubes séminifères au moment du début de la poussée de spermatogénèse, alors que la brosse a disparu.

---

(1) Je dois la plupart de ces animaux à M. le Dr Genevet.

(2) Les crapauds, *R. esculenta*, Alytes, en ont à peu près toute l'année, sans maximum aux époques d'accouplement, et avec régression lors de la poussée de spermatogénèse (cf. 1913, *loc. cit.*).

Le tissu interstitiel est ainsi éliminé comme élaborateur de l'harmozone testiculaire; celle-ci est en rapport ici avec la présence des spermatozoïdes. Est-elle élaborée par eux ? L'absence de caractères sécrétoires dans ces éléments n'est pas une objection sérieuse; cependant on peut admettre ou bien que la résorption de spermatozoïdes soit comme le prétendait Brown-Séquard la cause des phénomènes observés, ou bien que l'harmozone testiculaire soit un produit secondaire de la réaction chimique complexe qui aboutit à la genèse des spermatozoïdes, produit qui n'apparaîtrait qu'à la période terminale de cette réaction, lorsqu'elle tend vers l'équilibre. Rien ne permet de choisir encore entre ces explications.

MÉDECINE. — *Les gymnastiques respiratoires et les épreuves de Valsalva et de Muller.* Note de M. **Henri-Jean Frossard**, présentée par M. d'Arsonval.

On lit dans les *Nouveaux Éléments de Physiologie* de MM. Langlois et de Varigny, page 243 :

« L'épreuve de J. Muller que chacun peut faire sur soi, *mais qui n'est pas sans dangers*, montre bien l'influence de l'aspiration sur la circulation. Expirez profondément, bouchez-vous les narines (et la bouche) et faites un effort inspiratoire, le cœur se distend comme tous les vaisseaux de la poitrine du reste, mais tandis que l'accès du sang dans le cœur droit est facilité, son expulsion du cœur gauche est au contraire contrariée.

» L'expérience inverse, dite *de Valsalva* (effort expiratoire après inspiration profonde) détermine la compression du cœur et des vaisseaux thoraciques : le cœur et les organes thoraciques sont relativement exsangues.

» Dans les deux cas, mais par un mécanisme différent, le cœur s'arrête et le pouls disparaît. »

Mais MM. Billard et Merle viennent de montrer avec M. Dechambre (*Le Journal Médical français*, décembre 1921) qu'en réalité le cœur ne s'arrête pas, mais que, dans ces deux expériences, les réactions élastiques de l'aorte apparaissent abolies sous l'écran et que, par conséquent, le pouls qui en est l'expression palpatoire disparaît, pour n'être plus sensible qu'à l'oscillomètre.

Il n'en est pas moins certain que :

1° Ces épreuves diminuent la réaction élastique de l'aorte et très probablement aussi celles des autres artères;

2° L'énergie cinétique de la systole diminue singulièrement puisque le coup de bélier constituant le pouls que la rigidité des tubes artériels devrait augmenter, d'après les théories admises, est au contraire quasi annulé, sans que le rythme du cœur soit très sensiblement modifié.

Mais, au point de vue gymnastique respiratoire, le seul que je veuille traiter ici, les conséquences de ces constatations sont considérables.

En effet, on peut classer les gymnastiques respiratoires en *passives* et *actives* (1).

Les premières, où la ventilation pulmonaire est la conséquence d'un acte volontaire généralement violent tel que la marche, le saut, la course, etc., en somme tous les sports, ne peuvent guère être recommandées aux malades chez lesquels elles créeraient ou augmenteraient une dyspnée d'effort fâcheuse.

Les secondes sont celles où l'on produit *sans déplacement* d'autres muscles que les muscles respiratoires, la ventilation profonde désirée.

Nous pouvons y placer la Spirométrie avec ses variantes, les instruments de musique à vent, le chant et sa variante la Phonothérapie, etc., qui peuvent s'adresser à des malades même très atteints et impotents.

Elles ont toutes pour base consciente ou inconsciente les réflexes orbiculo-costo-diaphragmatiques ou buccinato-costo-diaphragmatiques que j'ai décrit ailleurs (2).

Si, dans la première classe, la dyspnée d'effort provoquée a justement pour caractéristique de créer un manque à l'inspiration, c'est-à-dire une dépression considérable dans la cavité pulmonaire, on a l'effet Muller avec tous ses inconvénients.

Si dans la deuxième classe, au contraire, l'inspiration se fait sous la pression atmosphérique ou presque, très calmement en général, l'expiration, au contraire, est provoquée et les constatations faites plus haut obligent à un choix.

Si l'expiration a lieu avec force, sous pression, comme dans la Spiro-

(1) *La santé par le chant.* Paris, Fischbacher, 1914-1919.

(2) *Congrès international d'Éducation physique*, Paris, 1913; *Congrès de Physiologie*, Paris, 1920.

métrie et ses variantes, les instruments à vent, le soufflage du verre, etc., l'effet Valsalva apparaît avec toutes ses conséquences.

Seule sera exempte de ces inconvénients une gymnastique à aspiration lente sans obstacles et à expiration sans pression sensible intrathoracique et sans vitesse à la sortie de la bouche.

Le chant seul réalise ces conditions, sous réserve que soient éliminés les sons que j'ai appelés *athlétiques* et que, par conséquent, il soit rudimentaire et gradué, comme dans la Phonothérapie, dont les caractéristiques sont de produire des sons suffisamment graves, faibles et prolongés.

Graves pour ne pas obliger à des contractions musculaires que j'ai montré indispensables à l'émission des sons aigus [1].

Faibles pour ne pas nécessiter de pressions intrathoraciques fortes.

Prolongés pour bénéficier d'une vidange maxima des poumons et, par conséquent, d'un remplissage également maximnm et aussi de l'action hyperoxydante des respirations profondes qu'a montré M. Amar.

Il est évident, en effet, que si l'effet Muller ou Valsalva annule ou modifie l'élasticité des vaisseaux dans le sens de l'immobilité, on ne saurait recommander à des artério-scléreux, par exemple, des gymnastiques qui impliquent ces effets même atténués.

De même aussi des emphysémateux dont les fibres élastiques sont détruites par le soufflage du verre ou l'usage des instruments de musique à vent ne peuvent être justiciables d'une gymnastique qui serait la continuation de leur blessure professionnelle due au soufflage sous pression, etc.

De même, l'aspiration brusque de la dyspnée d'effort qui distend le cœur exclut toute gymnastique respiratoire active (sportive) aux cardiaques, etc.

Il faut donc conclure que l'application d'une gymnastique respiratoire autre que le chant rudimentaire du genre de la Phonothérapie doit être le résultat d'un examen approfondi et avoir en vue un objet bien déterminé, car, n'étant pas naturelle comme l'émission de la voix ordinaire, elle introduit des facteurs nouveaux dans l'organisme, facteurs qui peuvent être nuisibles.

---

[1] *Théorie mécanique de quelques tuyaux sonores* (*Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 176.

MÉDECINE. — *La radiothérapie combinée du sein et des ovaires contre les tumeurs du sein*. Note [1] de M. **Foveau de Courmelles**, présentée par M. d'Arsonval.

Les tumeurs bénignes du sein cèdent facilement à la radiothérapie; les tumeurs malignes sont plus difficiles à fondre et exigent en général, souvent pour une action momentanée, des irradiations locales de la tumeur et des ganglions axillaires. Quand ceux-ci manquent, qu'il existe encore de la mobilité, bien que le sein rétracté indique déjà la nature squirrheuse, voire même dans des cas plus avancés, on peut, *en agissant à la fois sur le sein et les ovaires* (deux milliampères, 20^{cm} d'étincelle, 5 minutes, 23^{cm} de distance à l'anticathode, répétés en chacun de ces trois points), obtenir une amélioration rapide de l'état local et général : le mamelon se dégage, la tumeur régresse, les douleurs et les élancements cessent (5 à 20 séances).

Deux cas de ce genre, soignés il y a une quinzaine d'années et six cas récents, ont donné des résultats curatifs rapides identiques.

On peut ajouter que maints chirurgiens, même pour des cancers du sein inopérables, ont eu de longues et supportables survies en se bornant à enlever les ovaires. L'irradiation de ceux-ci et de la tumeur mamellaire est donc à ajouter aux procédés habituels.

La séance est levée à 17 heures trois quarts.

A. Lx.

---

(1) Séance du 6 février 1922.

ERRATA.

(Séance du 30 janvier 1922.)

Note de M. *G. Gouy*, Sur la pression dans les fluides aimantés ou polarisés :

Page 267, équation (3), *au lieu de*

$$P = \frac{2\pi I^2}{K - 1} + 2\pi\sigma'^2 = \text{const.},$$

lire

$$P = \frac{2\pi I^2}{K - 1} + 2\pi\sigma'^2 + \text{const.}$$

(Séance du 6 février 1922.)

Note de M. *L. Lecornu*, Quelques remarques sur la relativité :

Page 338, ligne 7, *au lieu de* sollicité par la force, *lire* sollicité à la fois par la force constante $m\omega^2 r$ et par la force....

Page 339, ligne 4 en remontant, *au lieu de* la trajectoire est une conique, *lire* quand $\psi(r)$ se réduit à une constante très petite, la trajectoire est une conique.

Page 340, ligne 4, *au lieu de* une hyperbole, *lire* une courbe de forme hyperbolique.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 FÉVRIER 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions d'une variable réelle indéfiniment dérivables.* Note de M. **ÉMILE BOREL.**

Il résulte du théorème de M. Denjoy, démontré d'une manière complète par M. Carleman, que si $f(x)$ est une fonction de variable réelle indéfiniment dérivable et non identiquement nulle dans un intervalle, cette fonction et toutes ses dérivées s'annulant en un point de l'intervalle et si l'on désigne par M''_n le maximum de la valeur absolue de la dérivée d'ordre n dans l'intervalle, la série

$$\sigma = \sum \frac{1}{M_n}$$

est convergente.

Considérons toutes les fonctions $f(x)$ indéfiniment dérivables pour $0 \leqq x \leqq 1$ et telles que l'on ait

$$f(0) = f'(0) = \ldots = f^{(n)}(0) = \ldots = 0, \qquad f(1) = 1.$$

Pour toutes ces fonctions, la série σ est convergente; il serait intéressant de déterminer la plus grande limite des sommes σ. Une des voies que l'on pourrait suivre pour obtenir ce résultat est la suivante. Supposons que, la fonction $f(x)$ admettant des dérivées continues jusqu'à l'ordre n inclusivement, on ait

$$f(0) = f'(0) = \ldots = f^{n}(0) = 0, \qquad f(1) = 1.$$

Les sommes

$$\sigma_n = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \ldots + \frac{1}{M_n},$$

considérées pour toutes les fonctions satisfaisant à ces conditions, ont une plus grande limite A_n; les A_n ne décroissant pas avec n tendent pour n infini vers une limite A; la plus grande limite des σ est égale à A. Je ne possède pas de démonstration rigoureuse du fait que A est fini, bien que cela me paraisse vraisemblable. En tous cas, la détermination asymptotique de $A - A_n$ (ou de A_n, si A est infini) est un problème dont la solution serait très importante pour la théorie des fonctions indéfiniment dérivables de variable réelle.

ASTRONOMIE. — *Sur le calcul de la précession.* Note de M. **H. Andoyer.**

L'usage des formules suivantes pour le calcul de la précession me paraît infiniment recommandable : leur application, toujours simple et facile, ne souffre aucune exception et ne comporte aucune incertitude.

Appelons, en suivant les notations de la *Connaissance des Temps*, A et A' les deux équateurs moyens des époques t et t'; γ et γ' les équinoxes moyens correspondants; M le nœud (ascendant ou descendant, suivant que t' est supérieur ou inférieur à t) de A' par rapport à A; μ la différence $\gamma'M - \gamma M$, ρ l'arc γM, j l'inclinaison de A' sur A. Remplaçons de plus ρ par $90^\circ - \sigma$: la quantité σ est extrêmement voisine de $\frac{\mu}{2}$, et peut presque toujours être prise égale à $\frac{\mu}{2}$.

Soient encore P, P' les pôles de A, A'; S un point de la sphère céleste dont l'ascension droite α, et la déclinaison δ, deviennent α', δ' à l'époque t'. La décomposition du triangle PP'S en deux triangles rectangles conduit immédiatement aux formules rigoureuses :

$$\begin{aligned}
\sin\omega &= \sin j \ \sin(\alpha+\sigma),\\
\operatorname{tang}\varphi &= \operatorname{tang} j \cos(\alpha+\sigma),\\
\operatorname{tang}\psi &= \sin\omega \ \operatorname{tang}(\delta+\varphi),\\
\operatorname{tang}\frac{\alpha'-\alpha-\mu-\psi}{2} &= -\operatorname{tang}\frac{\omega}{2}\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2},\\
\operatorname{tang}\frac{\delta'-\delta-\varphi}{2} &= -\operatorname{tang}\frac{\omega}{2}\operatorname{tang}\frac{\psi}{2};
\end{aligned}$$

on a désigné par ω, φ, ψ trois angles auxiliaires, et l'on peut ajouter, pour préciser, que le produit $\cos\omega\cos\varphi$ est égal à $\cos j$, et que l'angle ψ est compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$.

Dans l'immense majorité des cas, l'angle j est assez petit pour qu'on puisse le confondre avec son sinus ou sa tangente; il en est de même alors de ω, φ, $\frac{\alpha'-\alpha-\mu-\psi}{2}$, $\frac{\delta'-\delta-\varphi}{2}$, et l'on a plus simplement

$$\omega = j\sin(\alpha+\sigma), \qquad \varphi = j\cos(\alpha+\sigma),$$
$$\operatorname{tang}\psi = \omega\operatorname{tang}(\delta+\varphi),$$
$$\alpha' = \alpha+\mu+\psi-\frac{1}{2}\omega\varphi, \qquad \delta' = \delta+\varphi-\omega\operatorname{tang}\frac{\psi}{2};$$

et si le point S n'est pas rapproché de l'un des pôles, on pourra encore remplacer $\operatorname{tang}\psi$ et $\operatorname{tang}\frac{\psi}{2}$ par ψ et $\frac{\psi}{2}$.

Des Tables appropriées donnant les valeurs de j, μ, σ faciliteront l'application de cette méthode.

GÉOLOGIE. — *Le Nummulitique au sud des Pyrénées.* Note de M. **H. Douvillé**.

J'ai montré précédemment (¹) que l'Éocène inférieur était largement développé au nord des Pyrénées, mais avec des faciès différents : à l'Est, au fond du golfe aquitanien, il est représenté par des calcaires à petites Alvéolines et à Flosculines, surmontés par des marnes à Nummulites radiées (*globulus*, *atacicus*) et à *Assilina Leymeriei;* dans les Hautes-Pyrénées, à Gan (Bos d'Arros), ce sont des couches marno-gréseuses avec les mêmes Nummulites et Assilines, auxquelles viennent s'adjoindre des Nummulites granuleuses (*Lucasi*, *granifer*) et des méandriformes (*planulatus*, *distans*, *irregularis*, *Murchisoni*) avec des passages aux granuleuses (*aquitanicus*). Ici comme plus à l'Est, ces couches se relient régulièrement au poudingue de Palassou qui les surmonte et qui débute dans l'Éocène moyen : on sait qu'il présente des intercalations de couches d'eau douce.

Plus à l'Ouest, les couches de base de ce poudingue sont remplacées par la brèche marine d'Urcuit, dont la faune appartient au Lutétien inférieur. A Biarritz même, ces couches inférieures font défaut, et le Lutétien moyen à *N. aturicus* repose directement sur un dôme de Jura-Trias.

Immédiatement au Sud, à Fontarabie, l'Eocène inférieur reparaît avec le

(¹) *L'Éocène inférieur en Aquitaine et dans les Pyrénées* (*Mém. Carte géol. détaillée de la France*, 1919).

faciès de Flysch à petites Alvéolines; il se prolonge sur la côte jusqu'à Guétaria ([1]) et reparaît ensuite dans la région de Santander, où Mengaud a retrouvé la série complète des couches : à la base le Thanétien des Corbières avec Flosculines, petites Alvéolines, *Num. atacicus*, *N. globulus*, au-dessus le Cuisien de Bos d'Arros avec ces mêmes Nummulites puis *N. planulatus*, *N. irregularis*, *N. Lucasi*, *N. granifer*, *Ass. granulosa-Leymeriei*. Le Lutétien inférieur est représenté par des couches à grandes Assilines (*granulosa*, *exponens*) avec *N. uroniensis* et *Alveolina elongata;* c'est la faune d'Urcuit et de Saint-Barthélemy. Il est surmonté par les couches bien connues du Lutétien supérieur de Colombres à *N. aturicus* et *N. millecaput*.

On voit que sur tout ce rivage nord de la chaîne, la succession des couches est établie d'une manière bien complète. Il n'en est pas de même sur le rivage sud : les géologues qui l'ont étudié d'une manière spéciale (Carez, Dalloni) ont signalé principalement des couches à Alvéolines et des marnes à *N. perforatus-Lucasi*. Cette dernière détermination a été faite d'après les travaux de De La Harpe qui confondait sous cette désignation plusieurs couples de Nummulites d'âges différents : *N. Lucasi* A et B, qui, comme je l'ai fait voir, caractérise l'Eocène inférieur, — *N. uroniensis* A et B, Alb. Heim, que De La Harpe avait considéré comme une variété *uranensis* de *N. perforatus* et qui en Suisse est accompagnée d'une faune caractéristique du Lutétien inférieur, — *N. aturicus-Rouaulti* (*perforatus* auct.) qui apparaît seulement dans le Lutétien moyen.

Il était intéressant de rechercher quelles étaient parmi ces espèces celles qui avaient été rencontrées au sud de la chaîne. Pour éclaircir ce point, M. Dalloni a bien voulu me communiquer les récoltes qu'il avait faites dans son exploration de l'Aragon; j'ai pu ainsi suivre, pour ainsi dire pas à pas les descriptions si précises qu'il a données dans son important Mémoire ([2]).

La succession des couches est plus régulière que sur le versant Nord : partout en Aragon, l'Éocène débute par une couche de calcaire à *Flosculina globosa*, *Alveolina subpyrenaica*, *Orbitolites complanatus*, *Velates Schmiedeli*, c'est le faciès du Thanétien des Corbières.

Au-dessus à l'Est sur la Noguera Ribagorzana, à Aren, affleurent des marnes grises ou bleuâtres avec la faune habituelle, *N. atacicus*, *N. globulus-Guettardi*, *Ass. Leymeriei*, comprenant en outre *N. Lucasi*, *Orthophragmina Archiaci* et *Ostrea strictiplicata;* c'est encore de l'Éocène inférieur et à la

([1]) Kindelan, *Sobre el cretaceo y el eoceno de Guipuzcoa* (*Bol. d. Inst. geol. de España*, t. 40, 1919).

([2]) *Étude géologique des Pyrénées de l'Aragon*, 1910.

partie supérieure de ces couches commencent à s'intercaler des lits de conglomérats.

Dans la vallée de l'Esera, entre Campo et Graus, l'auteur signale à la base le conglomérat à Flosculines, puis les calcaires à *Velates Schmiedeli*, et au-dessus les marnes bleues à Turritelles, couronnées elles-mêmes par des poudingues. Vers la partie supérieure des marnes, on retrouve la faune de Bos d'Arros, *N. atacicus*, *N. Lucasi*, *N. planulatus*, *N. aquitanicus*, *N. granifer*, *Ass. granulosa-Leymeriei*. Au-dessus de Panillo des marnes sableuses sous la masse principale des conglomérats ont fourni *N. uroniensis* B et A, *N. Brongniarti*, *Ass. spira*. C'est le Lutétien inférieur de Saint-Barthélemy-Urcuit. Dans le Barranco Santa-Lucia on retrouve une faune analogue *N. lœvigatus*, *N. granifer*, *Ass. granulosa*, *Ass. spira*, *Ass. præspira*.

Au Mont Perdu, Dalloni signale les calcaires à Flosculines, puis les couches à *N. atacicus*, *N. globulus*, *N. Lucasi*, *Ass. granulosa-Leymeriei*, c'est la faune d'Aren.

Au Sud sur le rio Cinca apparaissent des couches plus récentes avec *N. uroniensis*, *N. lœvigatus*, *Ass. granulosa*, *Ass. exponens*.

Sur le rio Ara (Boltana, Janovas, Fiscal) on retrouve une faune analogue avec *N. uroniensis* et *Ass. granulosa*, dans des couches qui à leur partie supérieure alternent avec les poudingues.

A Biescas dans la vallée du Gallego, l'Éocène inférieur avec *N. atacicus*, *N. planulatus*, *N. Lucasi*, *Ass. granulosa*, commence à prendre le faciès de Flysch, tandis qu'à Sabinanigo on retrouve les marnes bleues avec la faune du Lutétien inférieur, *N. uroniensis*, *N. Brongniarti*, *N. atacicus*, *N. globulus*, *Ass. granulosa;* elles passent aux conglomérats à leur partie supérieure.

La même faune se développe à Jaca sur le rio Aragon, et au Sud dans la chaîne de Sierras (Sierra de Guara, Santa-Maria).

On voit que dans toute cette région, le Nummulitique se présente avec les mêmes caractères : à la base les deux niveaux de l'Éocène inférieur, Thanétien (couches à *Alveolina subpyrenaica*, *Flosculina globosa*, *N. atacicus*, *N. Lucasi*) et Cuisien (couches à faune de Bos d'Arros, *N. atacicus*, *N. Lucasi*, *N. planulatus*, *N. aquitanicus*), au sommet le Lutétien inférieur (*N. lœvigatus*, *N. uroniensis*) dont les couches passent par alternances au poudingue de Palassou. Celui-ci a donc commencé à se déposer à l'époque du Lutétien inférieur, comme sur le versant nord de la chaîne et la mer n'aurait plus pénétré en Aragon à partir du Lutétien moyen; c'est ce que démontre du reste l'absence du *N. aturicus* (*perforatus* auct.) et de la faune qui caractérise ce niveau.

Nous manquons de renseignements précis sur le prolongement de ces couches vers l'Ouest, nous savons d'après Larrazet, que les couches inférieures à Alvéolines et Flosculines se prolongent jusque dans la province de Burgos, et il est bien probable que les marnes bleues qui les surmontent dans la Navarre et l'Alava sont les mêmes que celles de l'Aragon. Il faudrait en conclure que dans toute cette région la communication avec la mer aurait été coupée avant le Lutétien moyen, précisément par les grands mouvements qui ont donné naissance au poudingue de Palassou et qui ont porté l'Éocène inférieur jusqu'au sommet du Mont Perdu.

Par où se faisait la communication avec la grande mer? Actuellement les dépôts du Nummulitique restent cantonnés au sud de la chaîne et sont séparés par celle-ci des dépôts de la côte Atlantique. Toutefois Dalloni a déjà signalé que l'Éocène inférieur de l'Aragon se présentait vers l'Ouest avec le faciès de Flysch, ce qui conduit à le rapprocher du Flysch de Fontarabie et du Guipazcoa. A l'époque de l'Éocène inférieur, le golfe de Biscaye se serait ainsi prolongé à la fois au Nord dans l'Aquitaine et au Sud dans ce qui est aujourd'hui le bassin de l'Èbre, des deux côtés du noyau ancien des Pyrénées déjà émergé. Les premiers grands mouvements de la chaîne, à l'Éocène moyen, auraient coupé la communication du côté du Sud. Je rappelle incidemment que vers cette même époque la mer avait pénétré jusqu'à Tolède, mais venant probablement de la Méditerranée à l'Est.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les tensions et pressions de Maxwell dans les aimants et les diélectriques.* Note (¹) de M. **G. Gouy.**

1. Dans une théorie célèbre, Maxwell, développant les idées de Faraday, a voulu renoncer aux actions à distance et expliquer les effets magnétiques et électriques par des tensions et des pressions, existant dans les milieux matériels comme dans le vide lui-même. Le milieu éthéré qui remplit tout l'espace et contient la matière subit, de proche en proche, des modifications de nature inconnue, qui font que les lignes de force tendent à se raccourcir et à se repousser mutuellement, et les forces qui en résultent sur la matière et l'électricité doivent être équivalentes aux forces à distance de la théorie classique.

(¹) Séance du 13 février 1922.

Maxwell a donné sur ce sujet deux énoncés différents, où H est le champ et B l'induction :

a. Il y a une tension $\frac{1}{4\pi}\mathrm{BH} - \frac{1}{8\pi}\mathrm{H}^2$ suivant les lignes de force, et une compression $\frac{1}{8\pi}\mathrm{H}^2$ suivant les directions perpendiculaires; ce qui équivaut à une tension $\frac{1}{4\pi}\mathrm{BH}$ suivant les lignes de force, et à une pression p valant en tous sens $\frac{1}{8\pi}\mathrm{H}^2$.

b. Il y a une tension $\frac{1}{8\pi}\mathrm{BH}$ suivant les lignes de force, et une compression égale suivant les directions perpendiculaires, ce qui équivaut à une tension $\frac{1}{4\pi}\mathrm{BH}$ suivant les lignes de force, et à une pression p valant en tous sens $\frac{1}{8\pi}\mathrm{BH}$ (¹).

Je me propose d'examiner si les énoncés de Maxwell conduisent aux résultats connus d'autre part, pour les fluides aimantés ou polarisés, sans hystérésis, de perméabilité ou de pouvoir inducteur constants.

Je m'occuperai d'abord de l'énoncé *a*, en le prenant sous sa seconde forme (tension et pression p). Tout ce qui suit s'appliquera aux diélectriques comme aux aimants.

2. Dans l'intérieur d'un fluide matériel, considérons un élément de volume dv. Un calcul direct montre que les forces de Maxwell produisent sur cet élément une résultante, qui a pour composantes

$$\mathrm{X} = \left[\frac{\mu - 1}{8\pi}\frac{\partial \mathrm{H}^2}{\partial x} + \frac{\mu}{4\pi}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial z^2}\right)\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}\right] dv \tag{1}$$

avec deux équations semblables. Même s'il n'y a ni magnétisme libre ni électricité libre, ce que nous supposerons (²), il existe donc une force pondéromotrice ; elle tend à déplacer l'élément dv suivant la direction où le champ augmente le plus vite, s'il est paramagnétique, ou en sens opposé, s'il est diamagnétique.

(¹) Dans son grand Traité, Maxwell donne l'énoncé *a* pour les aimants (t. 2, Chap. XI), et l'énoncé *b* pour les diélectriques (t. 1, Chap. V). Il semble que l'illustre physicien ait voulu ainsi proposer deux solutions différentes pour un même problème. Depuis lors, on a donné le plus souvent la préférence à l'énoncé *b*, pour les aimants comme pour les diélectriques.

(²) On a alors

$$\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial z^2} = 0.$$

Si cette force agissait seule, elle produirait dans le fluide une pression hydrostatique P', variable d'un point à un autre suivant l'équation

$$P' = \frac{\mu - 1}{8\pi} H^2 + \text{const.} \tag{2}$$

3. Considérons maintenant la surface de séparation de deux fluides 1 et 2. Appelons H_1 et H_2 les forces du champ près de la surface, θ_1 et θ_2 les anglesqu' elles font avec la normale.

Occupons-nous d'abord des tensions. Le tube de la force H_1, qui passe par le contour d'un élément ds de la surface, a pour section droite $ds \cos\theta_1$; la force de tension qu'il exerce sur ds est donc $\frac{\mu_1 ds}{4\pi} H_1^2 \cos\theta_1$, et sa composante normale est $-\frac{\mu_1 ds}{4\pi} H_1^2 \cos^2\theta_1$, en prenant positivement les composantes dirigées de 1 vers 2.

De même, la force de tension sur ds provenant de H_2 a pour composante normale $\frac{\mu_2 ds}{4\pi} H_2^2 \cos^2\theta_2$.

Les composantes tangentielles de ces deux forces sont parallèles et de sens opposés; leurs valeurs absolues sont

$$\frac{\mu_1 ds}{4\pi} H_1^2 \cos\theta_1 \sin\theta_1, \qquad \frac{\mu_2 ds}{4\pi} H_2^2 \cos\theta_2 \sin\theta_2;$$

elles se font équilibre, d'après les relations connues

$$\mu_1 H_1 \cos\theta_1 = \mu_2 H_2 \cos\theta_2, \qquad H_1 \sin\theta_1 = H_2 \sin\theta_2. \tag{3}$$

Aux composantes précédentes il faut ajouter celles qui résultent des pressions p, qui donnent respectivement les forces

$$\frac{ds}{8\pi} H_1^2; \quad -\frac{ds}{8\pi} H_2^2.$$

L'effet total est donc une force $P'' ds$ normale à la surface, comptée positivement en allant de 1 à 2 :

$$P'' = \frac{1}{8\pi}\left[H_1^2(1 - 2\mu_1 \cos^2\theta_1) - H_2^2(1 - 2\mu_2 \cos^2\theta_2)\right]. \tag{4}$$

4. Soient P'_1 et P'_2 les valeurs des pressions P' de l'équation (2) pour nos deux fluides. La pression P exercée par le fluide 1 sur le fluide 2 [1] sera,

[1] C'est la force normale, dirigée de 2 vers 1, qu'il faudrait appliquer à l'unité de surface pour maintenir l'équilibre.

à une constante près,

$$(5) \qquad P = P'' + P'_1 - P'_2 = \frac{1}{8\pi}[\mu_1 H_1^2(1 - 2\cos^2\theta_1) - \mu_2 H_2^2(1 - 2\cos^2\theta_2)],$$

c'est-à-dire, d'après (3),

$$(5\ bis) \qquad P = \frac{1}{8\pi} H_1^2 \left[\mu_1 - \mu_2 + \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{\mu_2} \cos^2\theta_1\right]$$

ou bien

$$(5\ ter) \quad P = \frac{1}{8\pi} H_1^2 [\mu_1 - 1 + (\mu_1 - 1)^2 \cos^2\theta_1] - \frac{1}{8\pi} H_2^2 [\mu_2 - 1 + (\mu_2 - 1)^2 \cos^2\theta_2].$$

Si le fluide 2 avait la perméabilité unité (vide par exemple), on aurait donc

$$(6) \qquad P = \frac{1}{8\pi} H_1^2 [\mu_1 - 1 + (\mu_1 - 1)^2 \cos^2\theta_1] = 2\pi I_1^2 \left(\frac{1}{\mu_1 - 1} + \cos^2\theta_1\right),$$

I_1 étant l'aimantation.

C'est bien la valeur de P, d'après la formule de M. Liénard, dont j'ai donné récemment une démonstration élémentaire [1].

Supposons maintenant que les fluides 1 et 2 soient séparés par une couche très mince et flexible d'un corps 3, de perméabilité quelconque. Les relations (3) subsistent. La pression exercée par 1 sur 3 sera, d'après (5 *ter*),

$$\frac{1}{8\pi} H_1^2 [\mu_1 - 1 + (\mu_1 - 1)^2 \cos^2\theta_1] - \frac{1}{8\pi} H_3 [\mu_3 - 1 + (\mu_3 - 1)^2 \cos^2\theta_3];$$

celle qu'exerce 3 sur 2 sera

$$\frac{1}{8\pi} H_3^2 [\mu_3 - 1 + (\mu_3 - 1)^2 \cos^2\theta_3] - \frac{1}{8\pi} H_2^2 [\mu_2 - 1 + (\mu_2 - 1)^2 \cos^2\theta_2].$$

La somme algébrique de ces deux pressions est le second membre de (5 *ter*). Ainsi la pression qu'exerce le fluide 1 sur le fluide 2 est la même, qu'ils soient en contact direct, ou séparés par une enveloppe mince et flexible.

Pour que ce qui précède soit applicable, il suffit qu'on puisse regarder μ comme sensiblement constant, ce qui est le cas des liquides, et même des gaz ordinaires, à cause de leur faible susceptibilité.

5. Considérons maintenant les changements de volume des fluides dans un champ magnétique. La pression P″ est une force superficielle, compa-

---

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 264. Le Mémoire de M. Liénard est dans *La Lumière électrique*, t. 52, 1894.

rable à la pression $2\pi\sigma^2$ sur un conducteur, et ne peut influer que par son action mécanique (¹). La pression P′, au contraire, est une pression hydrostatique interne qui doit produire les mêmes effets que toute autre. On pourra donc calculer la densité d'après elle en y joignant, bien entendu, les autres pressions internes résultant, par exemple, de la pesanteur et de la pression atmosphérique.

La loi de compressibilité peut dépendre de l'aimantation, si celle-ci modifie les forces moléculaires. La détermination peut en être faite en supposant le fluide enfermé dans une enveloppe mince, dans le vide, de telle sorte que le champ H_1 soit constant; on a alors $P' = \text{const}$. En un point de l'enveloppe où $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$, on a $P'' = 0$, et la pression exercée mesure la pression interne du fluide.

Pour les gaz, les forces moléculaires ne sont pas modifiées par l'aimantation; cela est démontré par ce fait que leur susceptibilité *massique* est constante. Considérons un électro-aimant, placé dans le vide, et de l'oxygène dans une enveloppe mince. Celle-ci, au début, était éloignée; on l'amène dans le champ uniforme, on fait varier son volume, on la ramène en son lieu primitif et à son premier état. Le travail dans ce cycle isotherme étant nul, il en résulte que le gaz, dans le champ, suit la même loi de compressibilité qu'au dehors (²).

Supposons maintenant que l'électro-aimant soit dans une atmosphère d'oxygène. La densité dans le champ, comparée avec celle du dehors, est plus grande dans le rapport $\frac{P'}{P_0} = 1 + \frac{\mu - 1}{8\pi}\frac{H^2}{P_0}$, en appelant P_0 la pression hors du champ.

D'autre part, si, dans le champ, on enferme un certain volume d'oxygène dans une enveloppe mince, qu'on l'amène hors du champ, et qu'on laisse le gaz se dilater jusqu'à la pression P_0, on trouve le résultat ci-dessus par un calcul énergétiqne très simple.

Ainsi *l'énoncé (a) donne toujours des résultats exacts, en tenant compte de la force pondéromotrice produisant la pression* P′.

Tout ce que nous avons dit s'applique aussi bien aux fluides diélectriques qu'aux fluides aimantés, en remplaçant la perméabilité μ par le pouvoir inducteur K.

(¹) Par exemple, elle peut équilibrer une partie de la pression atmosphérique.

(²) On se rappelle que, pour les gaz, $\mu - 1$ est très petit; P'' est du second ordre, et nous le négligeons.

6. L'énoncé (*b*), soumis au calcul comme plus haut, donne pour la pression P le résultat exact; mais, chaque élément de volume à l'intérieur étant en équilibre de lui-même, la pression hydrostatique P′ n'existe pas. Les seules forces pondéromotrices seraient donc aux surfaces. C'est là, évidemment, un point de vue trop artificiel, qui laisse inexpliqué, entre autres, ce fait que, dans une atmosphère indéfinie, le gaz se rapproche d'un corps électrisé, ou bien d'un aimant s'il est paramagnétique, et s'en éloigne s'il est diamagnétique.

Il paraît donc que *l'énoncé (a) de Maxwell doit être conservé*, bien qu'il faille sans doute renoncer à rattacher ces forces à la théorie de l'élasticité [1]. Elles restent comme un jalon pour la théorie qui pourra un jour rendre compte de l'électricité et du magnétisme par une action de milieu.

En attendant, elles peuvent avoir des applications intéressantes, permettant de traiter simplement bien des problèmes, notamment pour les corps de faible susceptibilité, où le champ intérieur H est immédiatement connu.

M. **Maurice Hamy** fait hommage à l'Académie de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1922.

M. **H. Andoyer** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un essai sur *l'Œuvre scientifique de Laplace*. Il serait superflu de rappeler ici tout ce que la Science doit à ce puissant génie : c'est dans les *Mémoires de l'Académie* que l'on trouve presque toutes ses recherches, depuis 1773 jusqu'en 1827. Je voudrais seulement rappeler d'un mot que, si Laplace a fait d'admirables découvertes mathématiques, son génie propre l'éloignait plutôt de la spéculation abstraite pour l'incliner vers les problèmes réels de la philosophie naturelle, entendue dans son sens le plus large : ses Mémoires sur la Physique comptent parmi ses plus beaux travaux; et c'est avec son illustre confrère et ami Berthollet qu'il avait fondé la célèbre Société d'Arcueil, pour s'entre-

[1] Les critiques dont la théorie de Maxwell a été l'objet, et qui lui ont valu un peu de discrédit, ont porté surtout sur l'assimilation de ces tensions et pressions à des forces élastiques, ce qui, semble-t-il, était bien en effet l'espoir (non réalisé) de l'auteur.

tenir librement avec un petit nombre de savants plus jeunes, choisis parmi les plus distingués, des plus hautes questions scientifiques, et tout particulièrement de celles qui relèvent de la Physique générale.

Le **Prince Bonaparte** fait hommage à l'Académie du 11[e] fascicule de ses *Notes ptéridologiques*, qu'il vient de publier. Ce fascicule contient un Mémoire de M. **Houard**, professeur à l'Université de Strasbourg, sur les Zoocécidies des Ptéridophytes de l'Ancien Continent, qui est accompagné de deux planches hors texte.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **H. Deslandres** est élu Membre du *Conseil de perfectionnement de l'École polytechnique.*

CORRESPONDANCE.

L'**Université royale de Padoue** invite l'Académie à se faire représenter aux fêtes du septième centenaire de sa fondation, qui auront lieu du 14 au 17 mai prochain.

Le **Département de l'Industrie et de l'Agriculture de la République et Canton de Neuchâtel** informe l'Académie de l'ouverture d'un concours de *réglage de chronomètres* qui aura lieu à l'occasion du centenaire d'Abram-Louis Breguet, en 1923, et communique les conditions du concours.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

J. Guiart. *Parasitologie*. (Présenté par M. Joubin.)

Jules Batuaud. *La stérilité féminine, ses causes, son traitement*. (Présenté par M. Branly.)

Th. Moreux. *Origine et formation des mondes*. (Présenté par M. B. Baillaud.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les équations fonctionnelles et la représentation conforme.* Note de M. GASTON JULIA.

1. Les progrès réalisés à la suite de l'introduction des fonctions modulaires et fuchsiennes en Analyse, notamment par la représentation paramétrique des courbes algébriques et l'uniformisation des fonctions multiformes, ont conduit la représentation conforme à un développement tel qu'il est possible de la faire servir à la démonstration de théorèmes d'existence variés.

Il faut, pour cela, prouver *directement* que, par exemple, toute surface de Riemann simplement connexe est représentable conformément sur un cercle ou sur un plan pointé ou sur un plan fermé. Ce résultat acquis permet ensuite d'établir à la fois l'existence des fonctions fuchsiennes, des groupes correspondants et la représentation paramétrique des courbes algébriques (une marche analogue donne les fonctions kleinéennes).

Les fonctions fuchsiennes satisfont à des équations fonctionnelles du type $f[S(z)] = f(z)$ ou $S(z) = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}$. La méthode qu'on vient de rappeler consiste à déterminer, *a priori*, le *domaine des valeurs* D(Z) que prend $Z = f(z)$ dans son domaine d'existence $d(z)$, d'où l'on déduit d par une représentation conforme. Ce domaine D est une surface de Riemann à une infinité de feuillets, composée d'une infinité de surfaces de Riemann algébriques identiques, empilées, et réunies par des lignes de croisement superposées, judicieusement choisies. Il est possible de faire correspondre à un point Z qui décrit D un point Z_1, *toujours projeté sur* Z, qui décrive aussi D de façon que $Z_1(Z)$ et $Z(Z_1)$ soient des fonctions uniformes analytiques *sur* D. La représentation, par $Z = f(z)$, de D sur un cercle ou sur un plan, pointé ou non, fera correspondre à Z et Z_1 des points z et z_1 liés par une relation *linéaire* $z_1 = S(z)$; $f[S(z)] = f(z)$. On a ainsi un groupe fuchsien correspondant à ce qu'on peut appeler *le groupe des transformations uniformes de* D *en elle-même, par superposition.*

2. Ce qui précède indique l'avantage qu'il y a à déterminer d'abord le *domaine des valeurs* D(Z), d'une fonction $Z = f(z)$ satisfaisant à certaines conditions, c'est-à-dire à déterminer le domaine d'existence de la fonction inverse $z = \varphi(Z)$. Ayant examiné dans cet esprit un certain nombre d'équations fonctionnelles étudiées jusqu'ici par des méthodes variées, j'ai été conduit à rattacher leur solution à un principe commun assez analogue

à celui que j'ai exposé ci-dessus. Il s'agit de déterminer une fonction $Z = f(z)$ satisfaisant à une relation $F[f(z), f(S(z))] = 0$, $z_1 = S(z)$ étant une certaine substitution *linéaire* donnée [1], ou à déterminer, et $F(Z, Z_1) = 0$ une relation *donnée*. On déterminera une surface de Riemann $D(Z)$ sur laquelle la relation $F(Z, Z_1) = 0$ définisse une correspondance $(Z|Z_1)$ qui soit analytique, et *biunivoque*, qui soit invariante par la transformation $Z_1(Z)$ ainsi définie et par son inverse. On choisira $D(Z)$ aussi étendue que possible et, par la représentation conforme $Z = f(z)$ de $D(Z)$ sur $d(z)$, on aura $f(z)$ dans le domaine d'existence $d(z)$. J'appliquerai cette méthode aux équations

$$f(sz) = R[f(z)]; \qquad f(z+a) = R[f(z)]; \qquad f[R_1(z)] = R_2[f(z)].$$

Puis, modifiant un peu l'idée précédente [2], je montrerai qu'on en peut tirer des transcendantes étudiées par M. Picard et montrer d'une façon intuitive leur grande variété; enfin on obtiendra des transcendantes nouvelles.

3. Voici comment se traite l'équation

$$f(sz) = R[f(z)] \qquad [R, \text{ rationnelle}].$$

On suppose que

$$R(0) = 0, \qquad |R'(0) = s| > 1,$$

et l'on cherche les solutions régulières à l'origine. Dans le plan Z, soit C_0 un cercle assez petit de centre O, (C_0) l'aire qu'il enclôt. La forme circulaire n'est utile que pour la simplicité de l'exposition.

Lorsque Z décrit (C_0), $Z_1 = R(Z)$ décrit une aire (C_1) contenant (C_0), $Z_2 = R(Z_1)$ décrit (C_2) contenant (C_1), etc. On a une suite d'aires (C_i) [itérées de (C_0)] dont *chacune contient toutes les précédentes* : A partir d'un certain moment, ce sont des surfaces de Riemann simplement connexes dont le nombre de feuillets augmente indéfiniment, le passage de (C_n) à (C_{n+1}) se faisant toujours par prolongement analytique à partir de (C_n).

Soit Σ la surface de Riemann simplement connexe, limite de C_n pour $n = \infty$, et $Z = f(z)$ la fonction qui la représente conformément sur un cercle du plan z, ou sur le plan z, pointé à l'infini, et, pour préciser, telle que

---

(1) $S(z)$ pourra n'être pas linéaire; alors le domaine d'existence de $f(z)$ sera lui-même une surface de Riemann, invariante par $z_1 = S(z)$, et $f(z)$ sera multiforme en général.

(2) En s'inspirant de la notion de groupe kleinéen (du type Schottky), au lieu de la notion de groupe fuchsien à cercle fondamental.

$f(0)=0, f'(0)=1$. Il résulte des théorèmes généraux de la représentation conforme que $f(z)$ est la limite, dans tout son domaine d'existence, de $\varphi_n(z)$, telle que $\varphi_n(0)=0$, $\varphi'_n(0)=1$, qui fournit la représentation conforme de (C_n) sur un cercle (γ_n) de centre O du plan z. On a, évidemment,

$$\varphi_0(z)=z, \quad \varphi_1(z)=R\left(\frac{z}{s}\right), \quad \varphi_2(z)=R_2\left(\frac{z}{s^2}\right), \quad \ldots, \quad \varphi_n(z)=R_n\left(\frac{z}{s^n}\right), \quad \ldots,$$

avec

$$\gamma_0=C_0 \quad \text{et} \quad \gamma_{n+1}=|s|\,\gamma_n.$$

Les cercles γ_n grandissent indéfiniment. Donc Σ est représentable *sur le plan pointé* (à l'infini) par $Z=f(z)$, qui sera une fonction *méromorphe dans tout le plan z* (sauf l'infini). *Sur* Σ, $Z_1=R(Z)$ transforme d'une façon biunivoque (C_n) en (C_{n+1}), le point O, du premier feuillet, étant *le seul point double :* $Z_1=R(Z)$ constitue une transformation biunivoque de Σ (1) en elle-même avec comme seul point double O, à distance finie. A deux points correspondants Z et Z_1 de Σ, sont associés z et z_1 par $Z=f(z)$, $Z_1=f(z_1)$ et la correspondance $(z\,|\,z_1)$ est une transformation biunivoque et analytique du plan pointé en lui-même avec $z=0$ et $z=\infty$ pour points doubles : c'est justement $z_1=sz$. $f(z)$ est la fonction fondamentale satisfaisant à

$$f(sz)=R[f(z)].$$

On aurait obtenu toutes les solutions de cette équation (régulières en O) en partant d'un élément circulaire de surface de Riemann (C'_0) possédant en O un point de ramification d'ordre quelconque.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le raccordement des lignes et la courbe élastique plane.* Note de M. **Georges J. Rémoundos**, présentée par M. Hadamard.

1. Tout récemment (2) M. P. Appell a publié une Note importante dans laquelle il cherche la courbe la plus avantageuse, au point de vue de la courbure et de la longueur, qui soit tangente à deux droites données

(1) Σ est un exemple simple de surface de Riemann transcendante, admettant un groupe infini de transformations analytiques et biunivoques en elle-même; $Z_1=R(Z)$, non biunivoque dans le plan Z, le devient sur Σ.

(2) P. Appell, *Courbe de raccordement et élastique plane* (*Bull. de la Soc. math. de France*, t. 49, 1921, fasc. I et II).

D_1 et D_2 en deux points donnés $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ sans avoir de points singuliers.

M. Appell, en appliquant une méthode qui rend minimum la courbure moyenne et conserve la longueur, a abouti à la conclusion que la courbe cherchée doit être une *élastique plane*.

Or, le fait que la *courbure moyenne* est rendue minimum n'est pas tout à fait satisfaisant pour le but du problème (qui intéresse surtout les ingénieurs), puisque cela n'empêche pas que, sur l'arc M_1M_2, la plus grande courbure soit trop grande. Il serait donc nécessaire de compléter à ce point de vue le résultat important de l'éminent géomètre en rendant aussi minimum la plus grande courbure.

Cette idée se justifie d'autre part par le fait que l'équation différentielle de l'ensemble des courbes élastiques planes est

$$\frac{d^2Y}{dX^2} = Y\left(1 + \frac{dY^2}{dX^2}\right)^{\frac{3}{2}}, \tag{1}$$

où

$$x = X\cos\omega - Y\sin\omega, \qquad y = X\sin\omega + Y\cos\omega + b,$$

les a, b, ω étant trois paramètres variables.

L'intégration de l'équation (1) donnera deux *nouveaux* paramètres c et c_1, et, par conséquent, l'ensemble des courbes élastiques planes dépend de *cinq* paramètres, tandis que le problème traité par M. Appell comporte *quatre* conditions. Il reste donc un paramètre disponible, que l'on peut utiliser pour le complément ci-dessus indiqué. Nous avons traité cela et le résultat de nos recherches est le suivant :

2. Soient λ_1 et λ_2 les coefficients angulaires des droites données D_1 et D_2 et considérons la fonction elliptique pu correspondant aux invariants

$$g_2 = \left(1 + \frac{c^2}{3}\right)\sqrt[3]{4}, \qquad g_3 = \frac{2c(g - c^2)}{27};$$

soient (X_1, Y_1) et (X_2, Y_2) les valeurs des X et Y correspondant aux points donnés $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ et posons

$$u_1 = \int_{z_1}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{4z^3 - g_2 z - g_3}}, \qquad u_2 = \int_{z_2}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{4z^3 - g_2 z - g_3}},$$

où les nombres z_1 et z_2 correspondent aux valeurs Y_1 et Y_2 moyennant la relation

$$z = -\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\left[2c + \frac{3Y^2}{2\alpha^2}\right].$$

Considérons aussi les déterminants fonctionnels (jacobiens) $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ des fonctions

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} \sqrt{1-\left(\frac{Y_1}{2\alpha^2}+c\right)^2}-\frac{\lambda_1+\operatorname{tang}\omega}{1-\lambda_1\operatorname{tang}\omega}\left(\frac{Y_1^2}{2\alpha^2}+c\right), \\ \sqrt{1-\left(\frac{Y_2}{2\alpha^2}+c\right)^2}-\frac{\lambda_2+\operatorname{tang}\omega}{1-\lambda_2\operatorname{tang}\omega}\left(\frac{Y_2^2}{2\alpha^2}+c\right), \\ Y_2^2+2\alpha^2\left(\sqrt[3]{4}\,pu_2+\frac{2c}{3}\right) \end{array}\right.$$

et de chacune des quatre quantités

$$\frac{1}{\alpha}\sqrt{-2\left(\sqrt[3]{4}\,pu_2+\frac{2c}{3}\right)},\quad \frac{1}{\alpha}\sqrt{-2\left(\sqrt[3]{4}\,pu_1+\frac{2c}{3}\right)},\quad \frac{1}{\alpha}\sqrt{-2c},\quad \frac{1}{\alpha}\sqrt{2(1-c)}$$

considérées comme fonctions des quatre paramètres a, b, c, ω.

Alors, notre théorème est le suivant :

Les meilleures élastiques planes, au point de vue de la courbure, sont parmi celles qui correspondent aux valeurs des paramètres a, b, c, ω qui annulent simultanément les trois fonctions (2) *et l'un au moins des jacobiens* $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$.

La seconde constante d'intégration c_1 est utilisée pour que la courbe cherchée passe par le point $M_1(x_1, y_1)$.

Il faut donc résoudre des systèmes de quatre équations à quatre inconnues pour trouver les meilleures solutions du problème. Il faudra seulement constater si elles donnent des courbes réelles. Il est clair qu'une discussion détaillée au point de vue réalité doit se faire dans un Mémoire étendu.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques applications du calcul différentiel absolu.* Note de M. **René Lagrange**, présentée par M. Émile Borel.

La méthode d'exposition du calcul différentiel absolu, que j'ai résumée dans une Note récente [1], m'a permis d'obtenir quelques résultats dont certains me paraissent nouveaux.

L'étude du déplacement d'un vecteur $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ le long d'une courbe (Γ) est aussi simple que dans un espace cartésien. En particulier, si t est le paramètre du point courant de (Γ), et si les ξ_i sont fonctions de t,

---

[1] *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1431.

on obtient la formule de Taylor généralisée,

$$\eta_i(t, t') = \xi_i(t) + (t' - t)\frac{\overline{d\xi_i}}{dt} + \frac{(t' - t)^2}{2}\frac{\overline{d^2\xi_i}}{dt^2} + \ldots,$$

qui représente, en chaque point (t), le vecteur obtenu en déplaçant $\xi_i(t)$ parallèlement à lui-même, au sens absolu, à partir du point (t'). Cette formule se généralise aussi bien sur une variété d'ordre quelconque plongée dans un espace d'ordre n.

Les rotations d'un système orthogonal fonction d'un ou de plusieurs paramètres, et les $n - 1$ courbures d'une courbe, dans un espace riemannien, ou même plus général (dans lequel les coefficients des formes de Pfaff $d\omega_i$ sont des intégrales curvilignes), s'obtiennent par les mêmes formules qu'en calcul ordinaire.

Ceci s'applique sans changement aux cônes, en appelant « cône » toute famille de vecteurs issus d'un point. Pour la détermination des courbures d'un cône, les différentielles absolues coïncident avec les différentielles ordinaires, car, dans l'expression

$$\overline{d\xi_i} = d\xi_i - \sum_{\alpha\beta} \tau_{i\alpha\beta}\,\xi_\alpha\, d\omega_\beta,$$

les $d\omega_\beta$ sont tous nuls.

Cela revient à considérer un vecteur comme un élément géométrique, tel qu'on le conçoit dans l'espace euclidien, plongé dans un espace euclidien infinitésimal entourant son origine M. Cet espace euclidien joue le rôle d'espace épreuve grâce auquel on explore l'espace étudié.

Quand M décrit une trajectoire quelconque de façon que tous les vecteurs issus de M restent parallèles à eux-mêmes, au sens absolu, cet espace épreuve subit un simple déplacement sans déformation (par exemple, les courbures d'un cône restent constantes).

Un vecteur unité (a_i) étant donné, fonction d'un point courant d'un espace E_n, appelons *directions principales* toutes les directions orthogonales à a_i, le long desquelles la vitesse absolue de a_i leur est parallèle. On démontre facilement qu'il y en a au moins $n - 1$, et que, si (a_i) est normal à une V_{n-1}, ces directions principales sont orthogonales deux à deux; si $u, v, w, \ldots$, sont les paramètres des lignes de courbure de la V_{n-1}, $\xi_i, \eta_i, \zeta_i, \ldots$, les directions principales, on a les formules suivantes :

$$\frac{\overline{\partial a_i}}{\partial u} = -\lambda_1 A \xi_i, \qquad \frac{\overline{\partial a_i}}{\partial v} = -\lambda_1 B \eta_i, \qquad \ldots,$$

avec, pour la V_{n-1},

$$ds^2 = d\omega_1^2 + d\omega_2^2 + \ldots + d\omega_n^2 = A^2 du^2 + B^2 dv^2 + C^2 dw^2 + \ldots;$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$ sont les courbures principales, de signification géométrique évidente, et l'on a encore le théorème d'Euler pour la courbure normale le long d'une courbe quelconque (C) de la V_{n-1}.

L'expression $C_e = \sum_{i,k} \lambda_i \lambda_k (i \neq k)$, que j'appellerai *courbure totale externe*, est liée à la courbure totale $C = -\sum_{i,k} \tau_{ik}^{ik}$ par la formule simple

$$C - C_e = -\sum_{ikhl} T_{hl}^{ik} (\xi_i \xi_h \eta_k \eta_l + \ldots),$$

où les T_{hl}^{ik} sont les symboles de Riemann de E_n.

On a le théorème : « Tous les espaces, dans lesquels les deux courbures totales d'une V_{n-1} quelconque sont égales, sont ceux dont les covariants doubles de Riemann

$$T_{ik} = \sum_{\alpha} T_{\alpha k}^{\alpha i}$$

sont identiquement nuls. »

Pour $n = 3$, un tel espace est euclidien.

Comme conséquences du même calcul, on obtient les théorèmes de Dupin généralisés, dans un espace d'ordre quelconque :

1° Si deux V_{n-1}, S et Σ, sont orthogonales le long d'une courbe (Γ), ligne de courbure de S, et si la normale de Σ est également direction principale pour S, (Γ) est aussi ligne de courbure sur (Σ), et la normale de S est direction principale pour Σ;

2° Si un système de n familles de V_{n-1} est n-orthogonal, les sections de ces variétés $n-1$ à $n-1$ sont lignes de courbure sur ces variétés.

Si ces lignes de courbure sont de plus des géodésiques de E_n, E_n est euclidien.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Correspondance ponctuelle entre deux surfaces avec échange des réseaux conjugués en réseaux orthogonaux et vice versa.* Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. On sait l'importance des trois formes quadratiques Σdx^2, $\Sigma dc\,dx$, Σdc^2 attachées à une surface S.

J'ai déjà signalé que certaines surfaces S convenablement choisies peuvent être mises en correspondance ponctuelle avec une autre surface S_1 de façon que le rapport des deux premières formes S et S_1 et aussi le rapport des deux dernières soient fonction uniquement de la position du point M étudié et non de l'orientation de l'élément d'arc issu de M; on a vu qu'il peut se produire alors deux hypothèses distinctes dont l'une P'_1, que nous retrouverons plus bas, signifie en langage ordinaire que les lignes de longueur nulle d'une part, les asymptotiques d'autre part se conservent [1].

2. Un problème analogue consiste à déterminer les couples S, S_1 tels que la correspondance ponctuelle transforme les lignes de longueur nulle en asymptotiques et vice versa. Un réseau soit orthogonal, soit conjugué sur l'une des surfaces devient sur l'autre un réseau soit conjugué, soit orthogonal; le réseau des lignes de courbure se conserve. Prenons ce réseau pour réseau de coordonnées et formons le Tableau :

	S	S_1
$\Sigma\, dc^2$	$a^2 du^2 + c^2 dv^2$	$a_1^2 du^2 + c_1^2 dv^2$
$\Sigma\, dc\, dx$	$a^2 R\, du^2 + c^2 R' dv^2$	$a_1^2 R_1 du^2 + c_1^2 R'_1 dv^2$
$\Sigma\, dx^2$	$a^2 R^2 du^2 + c^2 R'^2 dv^2$	$a_1^2 R_1^2 du^2 + c_1^2 R_1'^2 dv^2$.

Les fonctions a, c, R, R' sont liées par trois équations aux dérivées partielles bien connues; de même a_1, c_1, R_1, R'_1. Les conditions de notre problème reviennent aux deux équations complémentaires :

$$\frac{R'}{R} = \frac{R_1}{R'_1} = \left(\frac{ac_1}{ca_1}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Le système ainsi formé serait d'étude directe assez pénible, mais il montre immédiatement qu'à une surface S prise au hasard ne correspond en général aucune surface S_1; de plus, si diverses surfaces S_1 correspondent à une surface S, ces surfaces S_1 sont entre elles en correspondance P_1 et l'étude déjà faite pour P_1 nous donne ce résultat précis qu'à une surface S solution de notre problème actuel, autre toutefois qu'une sphère ou une surface minima, correspond une surface S_1 dépendant au plus de deux paramètres constants de forme (on néglige bien entendu une similitude). Si les surfaces correspondantes sont réelles et en correspondance réelle, les lignes asymptotiques sont imaginaires de part et d'autre.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 763.

3. Une solution presque banale s'obtient en prenant pour S une sphère : on a simplement une représentation conforme de deux sphères l'une sur l'autre.

A une surface minima S correspond une surface minima quelconque S_1 : le problème revient au fond dans ce cas à échanger entre elles les deux formes $du^2 + dv^2$ et $du^2 - dv^2$ et la solution est évidente; mais les transformations ainsi obtenues font correspondre à une nappe réelle une nappe imaginaire.

On peut obtenir *un* couple formé soit de deux hélicoïdes, soit de deux surfaces spirales, soit d'un hélicoïde ou d'une surface spirale.

A une surface de révolution S *quelconque* correspond, par trois quadratures, une surface S_1 aussi de révolution dépendant de deux paramètres; les méridiens se transforment en méridiens et les parallèles en parallèles.

Si la surface S est de révolution et de plus est caractérisée par la relation $R = mR'$, où m est constant et R désigne le rayon de courbure de la méridienne, on trouve d'abord la solution qui vient d'être signalée, S_1 étant la surface de révolution caractérisée par $R_1 = \frac{1}{m} R'_1$; mais on trouve une solution nouvelle, spéciale à ce cas, qui est S elle-même : cette surface possède en effet ∞^2 auto-correspondances du type actuel, où les méridiens s'échangent avec les parallèles et inversement.

4. J'indique rapidement, pour ces surfaces de révolution particulières, la démonstration de ces propriétés qui reviennent d'ailleurs à des propriétés de P_1 non signalées dans ma Note précédente. Je puis écrire, pour S,

$$\begin{aligned}
\operatorname{ch}^2 u(\Sigma\, dc^2) &= du^2 + dv^2,\\
\operatorname{ch}^2 u(\Sigma\, dc\, dx) &= (m\, du^2 + dv^2)R',\\
\operatorname{ch}^2 u(\Sigma\, dx^2) &= (m^2 du^2 + dv^2)R'^2,
\end{aligned}$$

où R' est une fonction de u que je n'ai pas besoin d'expliciter. On voit aussitôt que

$$u = \alpha u_1 + \beta, \qquad v = \alpha v_1$$

définissent ∞^2 auto-correspondances P_1 de S. Sur la surface de révolution $S_1 \left(\frac{R_1}{R'_1} = \frac{1}{m}\right)$ en appelant u_1, v_1, R_1, R'_1, $\frac{1}{m}$ les éléments analogues à u, v, R, R′, m de S, on voit aussitôt que les formules

$$u = \alpha v_1 + \beta, \qquad v = \alpha u_1$$

définissent ∞^2 correspondances P_1 entre S et S_1.

Or on voit, non moins immédiatement, que les formules

$$u_1 = v, \qquad v_1 = m^{\frac{3}{2}} u$$

appliquées aux points (u, v) et (u_1, v_1) de S réalisent *une* auto-correspondance du type actuel sur la surface S; par conséquent, la composition de cette auto-correspondance unique avec les ∞^2 correspondances P_1 de S avec soit elle-même, soit S_1, fournissent toutes les correspondances annoncées échangeant systèmes conjugués et systèmes orthogonaux.

5. Je montrerai, dans une prochaine Note, les résultats intéressants que l'on peut obtenir en combinant autrement les formes quadratiques attachées à deux surfaces S et S_1.

Je dois signaler que M. Ogura a effleuré le problème P_1 et le nouveau problème étudié dans cette Note; il a fourni l'exemple des surfaces minima sans remarquer qu'une nappe réelle se transforme en nappe imaginaire (voir *Tohoku mathematical Journal*, vol. 12, 1917).

MÉCANIQUE. — *Cycloïdes de glissement des terres.* Note [1] de M. **Frontard**, présentée par M. Mesnager.

Considérons un massif en terre cohérente de poids spécifique Δ, cohésion C, angle de frottement interne φ, limité par un talus rectiligne d'inclinaison i supérieure à φ. Supposons, conformément à l'hypothèse habituelle, que toutes les lignes de charge sont, au moins jusqu'à une certaine profondeur, parallèles à la surface libre du talus, cette hypothèse étant d'ailleurs rigoureuse au voisinage immédiat de la surface.

Prenons pour axes de coordonnées : Ox ascendant suivant la ligne de plus grande pente; Oy vertical descendant à partir du pied O du talus. Soient M un point, de coordonnées x, y, de la courbe de rupture par glissement; α l'angle de la tangente TM avec la direction Ox.

Admettons que le glissement ait déjà préludé sur une zone quelconque de la courbe, et se soit propagé jusqu'en M. Nous nous proposons de rechercher comment il se propagera au delà de M.

Soit s l'action moléculaire conjuguée en M à la direction MT; et soient n et t ses composantes suivant la normale à MT et suivant MT. Soient, d'autre part, $p = \Delta y \cos i$ l'action moléculaire (verticale) conjuguée en M à la

---

[1] Séance du 13 février 1922.

direction parallèle au talus Ox; et r l'action moléculaire (parallèle à Ox) conjuguée de la verticale. Les équations d'équilibre des trois forces pu, rv, sw, agissant sur le triangle élémentaire en M, de côtés u, v, w sont les suivantes :

$$nw = pu\cos(\alpha - i) + rv\sin\alpha,$$
$$tw = -pu\sin(\alpha - i) + rv\cos\alpha,$$
$$\frac{u}{\cos(\alpha - i)} = \frac{v}{\sin\alpha} = \frac{w}{\cos i}.$$

D'où l'on tire :

$$n = p\frac{\cos^2(\alpha - i)}{\cos i} + r\frac{\sin^2\alpha}{\cos i},$$
$$t = -p\frac{\sin(\alpha - i)\cos(\alpha - i)}{\cos i} + r\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cos i}.$$

D'autre part, la direction MT étant direction de glissement, l'action moléculaire conjuguée s, ou ses composantes n et t, répondent à la double condition :

1° De mettre la matière en état d'équilibre strict suivant la direction conjuguée, soit en admettant la légitimité de la loi de Coulomb

$$t - n\operatorname{tang}\varphi = C;$$

2° D'être la seule, autour de M, à mettre la matière dans ledit état d'équilibre strict; en d'autres termes, d'être celle qui réalise, autour de M, le maximum de la fonction $t - n\operatorname{tang}\varphi$; sans quoi, le glissement s'effectuerait suivant une autre direction que MT. D'où la condition

$$\frac{dt}{d\alpha} - \frac{dn}{d\alpha}\operatorname{tang}\varphi = 0.$$

Substituons à n et t leurs valeurs précédemment déterminées. On trouve, toutes simplifications faites :

$$-p\cos(\alpha - i)\sin(\alpha - i + \varphi) + r\sin\alpha\cos(\alpha + \varphi) = C\cos i\cos\varphi,$$
$$-p\cos(2\alpha - 2i + \varphi) + r\cos(2\alpha + \varphi) = 0.$$

On en déduit, par élimination de la variable inconnue r et en remplaçant p par sa valeur $\Delta y\cos i$, l'équation différentielle de la courbe de glissement, soit :

$$-\cos(\alpha - i)\sin(\alpha - i + \varphi)\cos(2\alpha + \varphi) +$$
$$+ \sin\alpha\cos(\alpha + \varphi)\cos(2\alpha - 2i + \varphi) = \frac{C}{\Delta y}\cos\varphi\cos(2\alpha + \varphi).$$

Cette équation figure, bien qu'entachée d'une erreur de signe, dans

l'Ouvrage de J. Résal sur les Terres cohérentes. [Contrairement à ce que croyait Résal, elle est intégrable. Elle peut, en effet, être simplifiée, et s'écrire

$$\frac{C}{\Delta y}\cos\varphi\cos(2\alpha+\varphi)=\cos i[\sin i-\sin\varphi\cos(2\alpha-i+\varphi)]$$

ou

$$(1)\qquad y=\frac{C\cos\varphi}{\Delta\cos i}\,\frac{\cos(2\alpha+\varphi)}{\sin i-\sin\varphi\cos(2\alpha-i+\varphi)}.$$

D'où l'on déduit

$$dy=-\frac{4C}{\Delta}\cos\varphi\,\mathrm{tang}\,i\frac{\sin\alpha\cos(\alpha+\varphi)}{[\sin i-\sin\varphi\cos(2\alpha-i+\varphi)]^2}\,d\alpha.$$

On a

$$dx=\frac{\cos(i-\alpha)}{\sin\alpha}\,dy,$$

$$(2)\qquad x=-\frac{2C}{\Delta}\cos\varphi\,\mathrm{tang}\,i\int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{\cos(i+\varphi)+\cos(2\alpha-i+\varphi)}{\sin i-\sin\varphi\cos(2\alpha-i+\varphi)^2}\,d\alpha.$$

Désignons par λ un angle auxiliaire variable, défini par la relation

$$\mathrm{tang}\frac{\lambda}{2}=\sqrt{\frac{\sin i+\sin\varphi}{\sin i-\sin\varphi}}\,\mathrm{tang}\left(\alpha-\frac{i-\varphi}{2}\right).$$

Et l'équation (2) prend la forme, immédiatement intégrable,

$$x=-\frac{c\cos\varphi\,\mathrm{tang}\,i}{\Delta\sin(i-\varphi)\sqrt{\sin(i-\varphi)\sin(i+\varphi)}}\int_{\lambda_0}^{\lambda}(\cos i+\cos\varphi\cos\lambda)\,d\lambda.$$

On a finalement

$$(3)\qquad x=\frac{c\cos\varphi\,\mathrm{tang}\,i(\lambda_0\cos i+\cos\varphi\sin\lambda_0-\lambda\cos i-\cos\varphi\sin\lambda)}{\Delta\sin(i-\varphi)\sqrt{\sin(i-\varphi)\sin(i+\varphi)}},$$

$$(4)\qquad y=\frac{c\cos\varphi\,\mathrm{tang}\,i}{\Delta\sin(i-\varphi)\sin(i+\varphi)}\left[\frac{\sin\varphi}{\mathrm{tang}\,i}-\sqrt{\sin(i-\varphi)\sin(i+\varphi)}\sin\lambda+\cos i\cos\lambda\right].$$

La valeur λ_0, correspondant à $x=y=0$, correspond d'ailleurs à une valeur de α égale à $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}$ (angle d'incidence de toute courbe de glissement avec une surface libre), et est, par suite, fournie par la relation

$$(5)\qquad \mathrm{tang}\frac{\lambda_0}{2}=\sqrt{\frac{\sin i+\sin\varphi}{\sin i-\sin\varphi}}\,\mathrm{tang}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{i}{2}\right).$$

Ces équations définissent complètement la courbe de glissement.

Cette courbe n'est autre, pour les matières parfaitement glissantes d'angle

$\varphi = 0$ (dont le beurre, le saindoux, la glace, l'argile donnent une idée) qu'un *arc de cycloïde*. Pour les matières d'angle $\varphi = 0$, cette cycloïde se déforme plus ou moins.

On a affaire, dans tous les cas, à une cycloïde déformée homologiquement.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Travail dépensé dans l'usinage mécanique du bois.* Note de M. **J. Petitpas**, présentée par M. Laubeuf.

I. *Sciures et copeaux.* — C'est généralement d'après des données très empiriques qu'est évalué le travail dépensé à l'outil.

Les données de la résistance des matériaux n'apprennent rien à ce sujet. Des bois ayant même résistance à la traction ou au cisaillement, par exemple, peuvent présenter des différences très notables dans le travail dépensé pour leur sciage.

La méthode qui se base sur le pesage des copeaux détachés est inexacte. Le travail dépensé n'est pas proportionnel au poids des copeaux. C'est ainsi que pour 60^{cm^3} de copeaux enlevés d'un bois blanc en une seconde, la dépense à l'outil est de 270^{kgm} si l'épaisseur de passe est de 6^{mm} et de 190^{kgm} seulement si l'épaisseur est de 3^{mm}.

Des recherches poursuivies pendant une douzaine d'années ont fait connaître que l'énergie requise par l'usinage du bois peut être évaluée d'une manière rationnelle et mise sous forme de formules et de barèmes applicables aux différents cas.

Les opérations secondaires (perçage, etc.) étant éliminées, tout le gros usinage peut se diviser en deux catégories :

1° Le sciage sous toutes ses formes;

2° Le rabotage et opérations similaires.

La variété des essences de bois se réduit à un petit nombre de cas-types.

II. *Sciage en long. Étalon.* — La puissance transmise à l'outil, ramenée à l'unité de surface de sciage, diminue d'autant plus qu'on force la rapidité du débit.

Désignons par T le travail total absorbé à l'outil, pour un débit de s cm² par seconde, par t celui réellement dépensé à la denture et par t_1 celui perdu en frottement :

$$T = t + t_1;$$

t est toujours fonction du débit. A égalité de débit, t_1 est beaucoup moins

grand pour les scies à ruban que pour les scies circulaires; t_1 a été évalué dans le premier cas en fonction de s, tandis que pour les scies circulaires il a fallu introduire des facteurs particuliers à ce genre de machine : coincement ou pression de fermeture du bois sur l'outil; coefficient de frottement.

On a donc, pour les scies à ruban : $T = t + t_1 =$ fonction de s; pour les scies circulaires : $t =$ fonction de s.

Or, dans un cas particulier dit *cas étalon*, c'est la même fonction de s qui, à de très petites différences près, représente d'une part le T des scies à ruban et le t des scies circulaires. Cette fonction de s a été désignée par θ.

Le cas étalon est le suivant : Sciage sur une grande machine à grumes, de bois dur de pays, droit, non tortillard et *à point*, c'est-à-dire abattu à la bonne époque, ayant reçu les soins communément exigés et dépouillé d'une partie de son humidité naturelle.

La valeur de θ a été représentée graphiquement en fonction des valeurs du débit s. La courbe obtenue est représentée avec une très grande approximation par l'équation du sciage :

$$\log\theta = 0,585 \log s + 1,6735,$$

où θ exprime des kilogrammètres par seconde et s des centimètres carrés de surface de sciage par seconde.

On peut, sur le même graphique, tracer, pour la scie à ruban et le cas étalon, la courbe des t_1 fonction de s et, pour ce cas, mesurer t en ordonnée, par différence entre les deux courbes.

Le T des scies à ruban peut être trouvé par simple lecture du barème des valeurs de θ que l'on adapte à la nature du bois, au moyen d'un coefficient.

Dans la somme $(t + t_1)$ relative aux scies circulaires, le terme t est égal à θ et celui t_1, travail de frottement, est évalué en fonction du coincement et du coefficient de frottement.

III. *Sciage en travers ou tronçonnage à la scie alternative.* — On constate que la production de toutes les machines de ce genre, dont les dimensions sont limitées par leur principe même, est toujours voisine d'un débit s cm² par seconde : s est fonction de D, diamètre de la bille à scier. Lorsque D diminue, s augmente très rapidement. Le travail à l'outil $(t + t_1)$ augmente avec D, mais très peu; il est presque constant. La production diminuant lorsque D augmente, le travail de frottement t_1 augmente rapidement et dans le même sens que D.

En portant D en abscisses et s en ordonnées, on obtient une courbe sinusoïdale qui représente une fonction de l'angle α dit *angle de prise.*

Pour que la scie soit *engagée* et que son débit soit normal, il faut que sa denture atteigne la corde d'un certain segment du cercle de la section à opérer, segment dont l'angle au centre est α. La valeur de α est donnée par la formule

$$\alpha = \frac{360}{0{,}7\sqrt[4]{S} - 1};$$

S, en centimètres carrés, est la section à tronçonner, de diamètre D. La valeur de s, débit par seconde en centimètres carrés, est fixée par la relation

$$\sqrt{s} = \frac{a \sin\alpha}{\sqrt{S} + 30};$$

a est un coefficient variable suivant la nature du bois. Il varie entre 500 pour les résineux et 680 pour les blancs non résineux. Pour bois dur de pays on a, en moyenne, $a = 625$.

Quand $(a \sin\alpha)$ est maximum, s est très voisin de son maximum. Alors, $\alpha = 90^\circ$ et $D = 575^{mm}$. Le *rendement maximum* est donc obtenu au tronçonnage d'un arbre dont le diamètre est compris entre 55^{cm} et 60^{cm}.

A débit égal, le travail utile t est, en tronçonnage, égal aux 0,62 de celui dépensé dans le sciage en long du même bois.

IV. *Rabotage.* — On entend par *rabotage* tout usinage ayant pour but la diminution du volume extérieur de la pièce à usiner, par enlèvement de copeaux.

La dépense utile à l'outil t est directement proportionnelle à la *section d'amenage* S

$$S = \sqrt{hv} \times e,$$

où e est l'épaisseur de passe en centimètres, h la largeur de la pièce à raboter, v la vitesse d'amenage, en centimètres par seconde.

La formule générale de la puissance utile à la coupe est

$$t = cS.$$

Le coefficient c est sensiblement proportionnel, pour chaque essence de bois, au coefficient de résistance à l'écrasement dans le sens des fibres. Par exemple, pour les blancs non résineux,

$$c = 45 \quad \text{et} \quad t = 45\,S.$$

Les bois très secs provoquent, dans le mécanisme d'amenage, une dépense moindre que les bois verts, mais ils absorbent par contre un plus important travail t à l'outil.

BALISTIQUE INTÉRIEURE. — *Au sujet de la vitesse de combustion des poudres colloïdales.* Note [1] de M. PAUL BOURGOIN, présentée par M. A. Rateau.

La discordance entre les résultats fournis par les formules de la balistique intérieure et ceux expérimentaux, notamment en ce qui concerne la position du maximum de pression, vient d'être signalée à nouveau par MM. Gossot et Liouville [2].

A mon avis, cette discordance tient au fait essentiel que l'expression adoptée pour la détermination de la vitesse de combustion ne tient pas compte de la température du milieu dans lequel s'effectue la combustion. Les expériences suivantes mettent en évidence le rôle capital que joue ce facteur.

I. Brûlons dans la bombe de Vieille deux charges de poudre composées : la première, de 15^g de nitroguanidine en poudre et de 17^g de poudre $BM_{17}D_2$ (Tracé I); la deuxième, de 15^g de balistite en copeaux très minces et de 17^g de poudre $BM_{17}D_2$ en lamelles de dimensions identiques à celles composant la première charge (Tracé II).

Les températures de combustion de ces trois corps sont :

Nitroguanidine	1000°C. env.
$BM_{17}D_2$	2000 »
Balistite	3000 »

Considérons maintenant les deux tracés des pressions en fonction du temps, afférents à la combustion des deux charges.

Étant donné que, par suite de leur extrême division, la durée de la combustion de la nitroguanidine et de la balistite est une fraction relativement courte de la durée de la combustion du mélange dont ils font partie, on peut délimiter de façon assez précise la partie du tracé afférente à la combustion de la poudre $BM_{17}D_2$. Soient a_1 et a_2 les points limitatifs de cette partie des deux tracés; coupons ceux-ci par une parallèle à Ot passant au-dessus de a; soient m_1, m_2 ses deux points d'intersection avec les tracés I et II.

A l'instant où la pression atteint la valeur $m_1P_1 = m_2P_2$, la combustion de la balistite et de la nitroguanidine ayant cessé, la poudre BM_{17} brûle

[1] Séance du 6 février 1922.

[2] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 27.

seule. Les surfaces d'émission ayant sensiblement la même valeur à cet instant et les pressions étant égales, les $\frac{dp}{dt}$ en m_1 et m_2 devraient être égaux si la pression était la seule variable du phénomène.

Si, au contraire, la vitesse de combustion est fonction croissante de la température, le $\frac{dp}{dt}$ en m_1 devra être plus grand que le $\frac{dp}{dt}$ en m_2. L'expérience montre qu'il en est bien ainsi, la différence entre les $\frac{dp}{dt}$ des deux tracés étant, en moyenne, de l'ordre de 20 pour 100 du plus petit d'entre eux.

La vérification ci-dessus paraîtra satisfaisante si l'on tient compte du fait que la poudre BM_{17} s'enflamme dès le début de la combustion.

II. Brûlons deux charges de poudre B composées de lamelles de poudre de mêmes dimensions. L'une de ces charges est constituée par de la poudre B pure, l'autre par de la poudre recouverte d'un vernis à l'acétate de cellulose, dont le poids est d'environ le $\frac{1}{5}$ de la charge totale.

Il est clair que la présence de ce vernis, qui d'ailleurs disparaît immédiatement, a pour effet d'abaisser la température du milieu gazeux engendré par la combustion.

Si, ayant établi les tracés de combustion, on les coupe comme précédemment par une même parallèle à l'axe des temps, on trouve que les $\frac{dp}{dt}$ aux points d'intersection diffèrent de quantités atteignant $\frac{80}{100}$ à $\frac{100}{100}$ de la valeur du plus petit d'entre eux, qui est relatif à la poudre recouverte de vernis.

III. Brûlons encore dans la bombe réglementaire de 150^{cm^3} de capacité intérieure, et sous la même densité de chargement, deux charges de poudre composées de lamelles de mêmes dimensions. Pour l'une des combustions, la bombe sera vide. Pour l'autre, elle contiendra une quantité notable de toile métallique en cuivre rouge destinée à refroidir les gaz de la charge.

La lecture des deux tracés montre que, bien que les durées des deux tracés soient du même ordre, les pressions maxima engendrées sont dans un rapport voisin de 2 : 1.

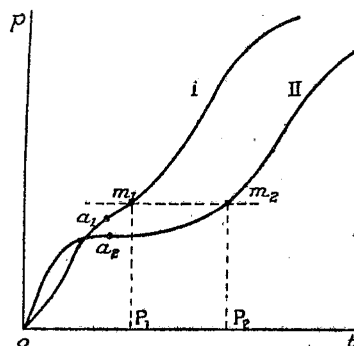
Une même poudre peut donc avoir une même vitesse de combustion sous des pressions différant du simple au double.

Toutes ces expériences mettent nettement en évidence le fait que la température est, au même titre que la pression, l'un des facteurs essentiels du phénomène de la combustion de la poudre. En fait, j'ai montré par

ailleurs [1], en me basant sur les résultats numériques des expériences de Noble, que la loi de combustion des poudres colloïdales est la suivante :

« La vitesse de combustion d'une poudre colloïdale est à chaque instant proportionnelle à la quantité de chaleur (supposée uniformément répartie) contenue dans l'unité de volume de la capacité à l'intérieur de laquelle s'effectue la combustion de la poudre. »

De cet énoncé et du fait que la mise en vitesse du projectile absorbe une



fraction importante de la quantité de chaleur dégagée par la combustion, on déduit qu'il est théoriquement impossible d'obtenir des résultats satisfaisants en faisant usage de formules balistiques basées sur une loi de combustion de la poudre dans laquelle il n'est pas tenu compte de l'abaissement de température dû à la détente adiabatique de la masse gazeuse dans le canon.

En particulier, si l'on considère la courbe des pressions sur le culot du projectile en fonction des espaces parcourus par celui-ci, courbe qui présente un maximum, il est visible que les vitesses de combustion aux points d'intersection de cette courbe avec une parallèle à l'axe des espaces ne sauraient être les mêmes, bien que les pressions en ces points soient identiques.

C'est dans ce fait essentiel qu'il convient de chercher la cause principale des discordances signalées par MM. Gossot et Liouville.

---

(1) *Les Poudres colloïdales*, Imprimerie nationale, 1914.

ASTRONOMIE. — *Sur une lunette coudée destinée à l'application de la méthode des hauteurs égales.* Note de M. **A. de La Baume Pluvinel**, présentée par M. B. Baillaud.

On sait que la méthode des hauteurs égales de Gauss présente le grand avantage de ne pas exiger la lecture de cercles divisés. Au lieu de lire sur un cercle la hauteur d'un astre à un certain instant, on note l'heure à laquelle l'astre atteint une hauteur arbitraire, mais qui doit rester rigoureusement constante pendant le cours d'une série d'observations et quel que soit l'azimut de l'astre considéré. Avec un instrument remplissant ces conditions, on peut résoudre deux ordres de problèmes : la détermination des coordonnées des astres et la détermination des coordonnées géographiques des points de la Terre.

L'instrument qui fait l'objet de cette Note remplit, avec toute la précision désirable, les conditions exigées pour l'application de la méthode des hauteurs égales.

Une lunette coudée est construite de manière que les deux bras de la lunette forment un V dont le plan est vertical et dont les deux branches sont également inclinées d'un angle Z sur la verticale. Au point de croisement des deux bras de la lunette se trouve la surface réfléchissante d'un bain de mercure. Soient N le point nodal arrière de l'objectif, M le point où les axes des deux bras se rencontrent sur le bain de mercure et F la croisée des fils du réticule. Supposons que l'appareil ait été construit de manière que les deux bras soient égaux, c'est-à-dire que $NM = MF$ et, qu'en outre, le point M se trouve au centre du bain de mercure. Il est facile de voir, par une simple construction géométrique, que la lunette coudée ainsi établie jouit de la propriété essentielle que doivent posséder les instruments destinés à l'application de la méthode des hauteurs égales, à savoir que l'image d'une étoile se maintient sur la croisée des fils quelles que soient les inclinaisons sur la verticale que peut prendre accidentellement l'appareil.

Si la longueur de l'un des bras de la lunette diffère de la longueur de l'autre bras de h, et si le point M est à une distance k du centre de la surface du bain de mercure, l'erreur maximum sur la distance zénithale d'une étoile qui peut en résulter, dans le cas où l'angle Z est de 30°, est $\varepsilon = \frac{\alpha}{f}(h + k)$; dans cette formule, α est l'angle dont l'appareil a tourné

et f est la distance focale de l'objectif. Etant donné que l'on peut toujours niveler l'instrument à 1′ près, on voit, qu'avec une lunette de $0^{m},75$ de foyer, le constructeur pourrait commettre, sur h et k, des erreurs de 1^{mm} sans entraîner, pour la distance zénithale, une erreur supérieure à $0'',15$. D'ailleurs, il est toujours facile de régler l'appareil de manière que les erreurs instrumentales restent bien inférieures aux erreurs d'observation : il suffit de disposer, en avant de l'objectif de la lunette coudée, un collimateur au foyer duquel se trouve une très petite ouverture éclairée, formant étoile artificielle. La lunette coudée peut être réglée de manière, qu'en lui donnant des inclinaisons de 10′ de part et d'autre de l'horizontale, on ne puisse constater aucun déplacement de l'image de l'étoile artificielle par rapport à la croisée des fils.

L'appareil doit être suffisamment rigide pour que la distance NF du point nodal arrière de l'objectif à la croisée des fils du réticule reste invariable. Afin de ne pas avoir à exercer une pression sur l'appareil pendant le cours d'une série d'observations, on laisse en place l'oculaire à fort grossissement. Il faut alors avoir recours à un chercheur pour amener l'image de l'étoile dans le champ de la lunette. L'observation à faire consiste à noter l'heure du passage des étoiles aux divers fils horizontaux du réticule ; on en déduit, par les méthodes ordinaires, l'instant du passage au fil central.

Le bain de mercure doit être monté sur des vis calantes qui permettent de l'élever ou de l'abaisser. On peut ainsi mettre au point l'image de l'étoile sans altérer les deux réglages essentiels de l'instrument. L'appareil peut être construit pour une distance zénithale quelconque ; on pourrait même imaginer une lunette coudée à angle variable.

Une première lunette coudée de $0^{m},04$ d'ouverture et de $0^{m},40$ de foyer, pour observer les astres à 30° du zénith, a été montée provisoirement afin de se rendre compte de la précision des résultats qu'on pouvait obtenir. Des observations ont été faites avec cet appareil à l'Observatoire de Paris par MM. Jules Baillaud et Pourteau. Les erreurs ont été de l'ordre de grandeur auquel on devait s'attendre étant donné le degré de précision de l'enregistrement de l'heure du passage des étoiles aux fils du réticule.

Un instrument plus important de $0^{m},075$ d'ouverture et de $0^{m},75$ de foyer est en construction.

ARCHÉOLOGIE. — *La représentation matérielle préhistorique des Pléïades à dix étoiles, dans un bassin de rocher des Epesses (Vendée).* Note de M. **Marcel Baudouin**, présentée par M. Bigourdan.

Il existe, sur un rocher fixe, dit *des Pierres folles*, à La Filouzière, commune des Epesses (Vendée), une série de cavités, en forme de *bassins*, creusées par l'homme de la pierre polie, sur ce pointement de granulite qui constitue une masse énorme.

Celui-ci présente *trois* de ces bassins dont l'un, assez profond, a plus de $0^{m},50$ de diamètre et se trouve au centre du bloc.

Or cette cavité, la plus centrale, montre, sculpté sur son fond, un ensemble de dix petits creux, ou *cupules*, gravés aussi par les Néolithiques à une époque plus ou moins contemporaine de la confection desdits bassins.

Étant supposé démontré, d'après ce que j'ai établi précédemment [1], qu'une cupule représente une étoile, on peut supposer qu'on a voulu représenter là une *constellation* à astérismes très rapprochés.

En l'espèce, on ne peut songer qu'à celle des *Pléïades*, qui, on le sait, constitue un amas ou groupement serré d'astres, dont *sept* sont très visibles à l'œil nu et connus depuis longtemps, mais dont au moins *treize* ou quatorze peuvent être distingués quand on jouit d'une excellente vue.

Cette hypothèse, que justifie le folklore mondial, si important, de cette constellation, et qui s'explique, si l'on veut bien admettre que les bassins sculptés par les Néolithiques sont des représentations matérielles du Soleil lui-même, peut, dans le cas particulier, se défendre, car les dix cupules semblent correspondre aux dix étoiles suivantes des Pléïades :

Bord nord de la figure : *Atlas*, *Alcyone*, *Astérope*, *Externe du Nord* (n° 18 de Flamsteed).

Bord sud : *Externe du Sud* (n° 26 de Flamsteed), *Mérope*, *Electre*, *Celæno*.

Centre : ouest, *Maïa ;* — est, *Taygète*.

L'orientation de l'ensemble, prise à la boussole, sur le pointement granulitique, donne une ligne nord-sud géographique passant par Mérope et Taygète, et une ligne équinoxiale qui unit Electre à Maïa. Or cela correspond presque exactement à l'orientation actuelle de la constellation indiquée par les cartes célestes.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 635.

De plus, on admet qu'en 1880 les douze Pléïades *les plus brillantes* étaient précisément les *dix* citées ci-dessus, plus *Pléione* et le n° 28 Bessel. Ces données concordent donc avec les faits, car les anciens ne pouvaient graver que les Pléïades réellement *visibles à l'œil nu*.

J'ai observé sur plusieurs rochers, soit en Vendée (Ile d'Yeu), soit en Bretagne, soit ailleurs, des représentations matérielles analogues, pour les Pléiades à *sept* étoiles; mais aucune sculpture ne m'a paru aussi démonstrative. Qui plus est, le fait des Epesses est unique en son genre, parce que les cupules se trouvent gravées dans un *bassin*, comme la *Grande Ourse* sur le *pied* humain de Clisson.

Dans ce cas, il y a certes quelques cupules un peu plus larges que les autres; mais les différences, qui ne dépassent pas 1^{cm} pour le rayon, sont trop minimes pour qu'on puisse tirer de ces données un renseignement quelconque sur *l'éclat* des divers astérismes à l'époque néolithique.

On ne trouve guère représentées sur les rochers que des constellations zodiacales ou boréales, mais je ne crois pas qu'on puisse reconnaître, dans le bassin des Epesses, l'image d'un ensemble stellaire voisin du pôle. Et c'est pour cela que j'ai conclu aux *Pléiades*, malgré le nombre des étoiles, qui reste réellement insolite.

GÉODÉSIE. — *Sur les différences d'altitude des stations de l'arc méridien de l'Équateur*. Note [1] de M. **Georges Perrier**, présentée par M. Bourgeois.

La présente Note est destinée à faire connaître quelques-uns des résultats obtenus, relatifs aux altitudes des stations du nouvel arc équatorial. Celles-ci acquièrent une grande importance dans notre triangulation. En effet, les stations sont d'altitude très variable : 54 d'entre elles, les plus au nord, sont, pour la plupart à 3500^{m}-4000^{m}, tandis qu'au sud, les triangles s'abaissent brusquement jusqu'au Pacifique. Toutes les fois qu'intervient la notion d'altitude, un soin particulier doit alors être apporté aux réductions et discussions.

Opérations exécutées. — 1° Un nivellement trigonométrique relie toutes les stations conjuguées de la chaîne; 2° Au centre de l'arc, les termes de la base de Riobamba (2786^{m}), au sud ceux de la base de Viviate (108^{m}) et la station astronomique de Payta (72^{m}) sont unis à la mer par des lignes de nivellement géométrique longues respectivement de 378^{km} et 30^{km}. Ainsi,

(1) Séance du 30 janvier 1922.

on pourra déterminer dans la région côtière du sud de l'arc, l'élévation ou l'abaissement du géoïde par rapport à l'ellipsoïde de référence ([1]).

Nivellement trigonométrique. — Les observateurs ont naturellement été dans l'impossibilité matérielle de procéder par distances zénithales réciproques rigoureusement simultanées. Du moins se sont-ils appliqués à observer autant que possible aux heures de réfraction minima (en principe à cinq réitérations au théodolite à microscopes). De plus, j'ai personnellement procédé entre deux des stations de l'arc (Pinllar, El Redondo, dans la province de l'Imbabura) à une étude de la réfraction. 391 couples de distances zénithales réciproques et rigoureusement simultanées réparties sur 12 jours m'ont permis de tracer avec exactitude la courbe des variations diurnes de la réfraction dans cette région ([2]).

Calcul des différences d'altitude. — Ces préliminaires indispensables posés, indiquons comment ont été calculées les différences d'altitude des stations conjuguées de la triangulation, par rapport à l'ellipsoïde de référence. J'ai conçu ce calcul comme il suit :

1° Réduction des distances zénithales observées à ce qu'elles auraient été si l'on avait observé de repère à repère. Il a été tenu compte pour toutes les stations et tous les signaux excentriques du terme correctif de la forme $\frac{s \cos z}{K \sin 1''}$ ou $\frac{t \cos z}{K \sin 1''}$ (s, t distances horizontales entre le centre et le signal ou théodolite excentriques, K distance des deux stations).

2° Pour 49 côtés (sur 194) il est permis, d'après les heures et dates des observations, de considérer celles-ci comme simultanées et exécutées aux heures de la réfraction minima ($11^h 0^m$ à $14^h 30^m$). Pour ces côtés, calcul des coefficients de la réfraction minima n et des différences d'altitude ΔH.

([1]) Voir la définition de cet ellipsoïde, t. 3, fasc. 2, p. 77.

La fixation des altitudes définitives des sommets de la triangulation principale doit permettre aussi, grâce à la triangulation secondaire dont la Mission a couvert la plus grande partie des régions parcourues, de donner des altitudes de départ pour la description topographique du pays et notamment de fixer avec précision les altitudes des sommets géants des Andes, Chimborazo, Cotopaxi, etc., dont on n'a le plus souvent que des hauteurs barométriques suspectes.

([2]) Les distances zénithales étaient accompagnées d'observations météorologiques. J'ai trouvé que le coefficient de réfraction peut, dans la région considérée, être représenté en fonction de la densité de l'air par la formule $n = -1,11309 + 1,81340 D$. Cette étude de la réfraction fera l'objet d'une Note spéciale.

Formules employées [1] :

$$\Delta H = \frac{K' \sin \frac{(z_2 - z_1)}{2}}{\cos \frac{(z_2 - z_1 + \varphi)}{2}}, \qquad n = 0{,}5 - \frac{(z_2 + z_1 - 200^{G.})}{2\varphi}$$

avec

$$K' = K\left(1 + \frac{H}{R_m}\right)\left(1 - \frac{K^2}{24 R_m^2}\right).$$

Le terme $\left(1 - \frac{K^2}{24 R_m^2}\right)$, négligé dans la pratique habituelle de la géodésie, ne pouvait l'être ici.

3° Sur les 145 autres côtés :

a. Détermination des coefficients de réfraction minima n;

b. Des coefficients de réfraction aux heures d'observation n_1;

c. Calcul des ΔH.

a. Si un ou plusieurs des 49 premiers côtés sont issus de la station considérée, on a adopté pour n à cette station la valeur moyenne fournie par ces côtés.

Dans le cas contraire, on a adopté pour n une valeur moyenne régionale déduite des 49 valeurs de n déjà obtenues : régions de Quito (10 côtés), 0,05347; d'Ambato (6 côtés), 0,6125; de Cuenca (5 côtés), 0,04541; du rio Quinoz (1 côté), 0,07092; de Viviate (16 côtés), 0,05622.

b. En chaque station, les zénithales ont été réparties par groupes réunissant les observations voisines les unes des autres dans le temps; ensuite on a formé pour chaque groupe les moyennes des zénithales et celles des heures.

Puis on a déduit les n_1 correspondants en supposant la courbe diurne donnant les n_1 (ordonnées) en fonction des heures (abscisses), déterminée avec une haute précision sur le côté (Pinllar-El Redondo), décalée dans le sens des ordonnées de la quantité $n - 0{,}0407$, 0,0407 étant l'ordonnée du point le plus bas de la courbe (réfraction minima en Imbabura).

c. Enfin on a calculé les ΔH correspondant à chaque groupe par la formule $\Delta H = K' \cot z + (n_1 - 0{,}5)\varphi$ et formé les moyennes des groupes

(1) K côté géodésique sur l'ellipsoïde de référence, K' corde de sa projection au niveau de la station la plus basse, z_2, z_1 distances zénithales réduites aux centres, φ angle des normales à l'ellipsoïde de référence aux deux stations, R_m rayon de courbure de l'ellipsoïde de référence à la latitude moyenne des stations et dans l'azimut du côté.

en leur attribuant à chacun un poids égal au nombre des zénithales composantes.

Avec la méthode suivie et les précautions indiquées, les résultats ont été remarquablement concordants, comme l'ont prouvé la compensation des altitudes et le calcul des erreurs.

PHYSIQUE. — *Sur les barovariomètres à écoulement capillaire.* Note (¹) de MM. **M. Courtines** et **Jean Villey**, présentée par M. E. Bouty.

Il s'agit du dispositif connu, constitué par une enceinte thermiquement isolante (Dewar), communiquant avec l'atmosphère extérieure par un tube capillaire, et munie d'un manomètre sensible qui décèle les variations de la pression extérieure.

Nous avons été amenés à étudier les conditions très diverses qui influent sur la sensibilité et la précision de cet appareil. La présente Note résume très succinctement les indications principales de cette étude, qui seront détaillées dans une autre publication.

Soient m la masse d'air contenue dans l'appareil, v son volume, $\mathfrak{P}$ et $\mathfrak{T}$ sa pression et sa température (échelle absolue), P et T la pression et la température de l'air extérieur; $p = \mathfrak{P} - P$ la différence de pression qui produit l'écoulement capillaire, et ε le rapport très petit $\frac{p}{P}$.

L'expérience montre que les échanges thermiques entre l'air intérieur et les parois internes du vase de Dewar (volume de l'ordre de 100^{cm^3}) sont assez rapides pour que leurs températures restent pratiquement égales entre elles (soit $\mathfrak{T}$) : si le capillaire de fuite est suspendu à l'intérieur du vase, sa température est donc aussi égale à $\mathfrak{T}$.

Les grandeurs qui interviennent sont :

1° En ce qui concerne le vase à fuite : son volume v, sa température $\mathfrak{T}$, et le coefficient de débit en volume $C_1(\mathfrak{T})$ du capillaire, ou plutôt son coefficient de débit en masse :

$$C(\mathfrak{T})\frac{P\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)}{\mathfrak{T}};$$

2° En ce qui concerne le manomètre : son coefficient s de variation de volume en fonction des déplacements x de l'index manométrique (soit $dv = s\,dx$), que nous suppo-

(¹) Séance du 13 février 1922.

sons indépendant de x; son coefficient de sensibilité statique $\frac{1}{k}$ $\left(\text{soit } dx = \frac{1}{k}dp\right)$, que nous supposons également indépendant de x, et qui définit par conséquent la force de rappel de l'index au zéro $f = kxs$; son coefficient d'amortissement (défini en supposant, pour une position quelconque x de l'index, la force de frottement proportionnelle à la vitesse $\frac{dx}{dt}$ de la colonne), qu'on doit écrire sous la forme $R(1+\rho x)$ quand les longueurs des colonnes liquides varient linéairement avec x; enfin son coefficient d'inertie qu'on doit écrire, pour la même raison que ci-dessus, sous la forme $M(1+\mu x)$.

Pour établir la relation générale entre $\frac{dP}{dt}$ et x, il suffit de différentier l'équation des gaz parfaits $\mathfrak{P}v = Am\varpi$ appliquée à l'air intérieur (supposé sec), et de lui adjoindre l'équation des mouvements du manomètre

$$(p - kx)s = R(1+\rho x)\frac{dx}{dt} + M(1+\mu x)\frac{d^2x}{dt^2}.$$

L'expérience montre d'ailleurs que la capacité calorifique des parois internes du Dewar est assez grande vis-à-vis de celle de l'air intérieur, pour que $m\,d\varpi$ soit négligeable devant $\varpi\,dm$; et l'on arrive facilement, en éliminant p, à l'équation

$$-v\frac{dP}{dt} = Bkx + \left[B\frac{R(1+\rho x)}{s} + vk + P(1+\varepsilon)s\right]\frac{dx}{dt} + \frac{vR}{s}\rho\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left[B\frac{M(1+\mu x)}{s} + v\frac{R(1+\rho x)}{s}\right]\frac{d^2x}{dt^2} + v\frac{M(1+\mu x)}{s}\frac{d^3x}{dt^3} + \frac{vM}{s}\mu\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2},$$

où B représente $AC(\varpi)P\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)$.

En régime permanent ($x = \text{const.}$), cette équation se réduit à

$$-x = \frac{1}{k}\frac{v}{B}\frac{dP}{dt};$$

elle définit la sensibilité globale de l'appareil en régime permanent comme le produit de la sensibilité $\frac{1}{k}$ du manomètre par le facteur $\frac{v}{B}$ qu'on peut appeler la sensibilité propre du vase à fuite. Quand on utilise l'appareil pour la mesure des vitesses ascensionnelles $\frac{dz}{dt}$ dans l'air, la relation aérostatique $-dP = D\frac{P}{T}dz$ donne

$$x = \left[\frac{1}{k}\frac{v}{A.C(\varpi).P\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)}D\frac{P}{T}\right]\frac{dz}{dt};$$

et la *sensibilité aux vitesses ascensionnelles* ainsi introduite devient indépendante de la pression extérieure P, mais reste fonction (à variation beaucoup plus lente) de l'altitude par l'intermédiaire de la température extérieure T.

Les deux facteurs $\frac{1}{k}$ et $\frac{v}{B}$ sur lesquels on peut agir séparément et très facilement permettent de réaliser des sensibilités extrêmement élevées; mais c'est au détriment des mesures en régimes variables (x variable), les trois derniers termes de l'équation générale prenant une importance relative notable.

Si l'on veut atteindre des sensibilités très grandes, le manomètre à tube incliné arrive à faire, avec le plan horizontal, un angle si faible, que la plus petite rotation accidentelle de l'appareil autour d'un axe horizontal perpendiculaire au tube modifierait sa sensibilité dans des proportions inadmissibles. Pour éviter ce défaut, il faut que la projection verticale du tube varie très peu, donc qu'il soit lui-même vertical : cette condition peut être réalisée en utilisant un manomètre différentiel à deux liquides. L'alcool éthylique (à 90 pour 100 pour que sa densité soit stable) et le pétrole (à proportion de composants denses convenablement dosée) permettent de réaliser des couples de liquides non miscibles, à différence de densités réglable à volonté, qui fournissent une surface de séparation bien mobile et très permanente.

Le manomètre différentiel permet aussi d'éliminer les déplacements de zéro dus aux mêmes changements accidentels d'orientation relative de la pesanteur (ou, plus exactement, de la pesanteur apparente) : pour que les distances *verticales* entre les centres de gravité géométrique des surfaces libres ne soient pas altérées par les petites rotations envisagées, il faut et il suffit, en effet, que ces divers centres géométriques soient placés sur une même verticale; or cette condition est réalisable en disposant les deux surfaces libres dans deux réservoirs cylindriques coaxiaux, et la surface de séparation des deux liquides dans un tube manométrique prolongeant leur axe commun.

Quel que soit le manomètre utilisé, sa sensibilité statique $\frac{1}{k}$ est facile à déterminer expérimentalement; le volume v du vase à fuite étant d'autre part connu géométriquement, une mesure de sensibilité globale de l'appareil en régime permanent permet de déterminer B. Le coefficient s est connu géométriquement; et l'étude des mouvements propres du manomètre isolé, écarté de sa position d'équilibre, permet de calculer ses coefficients d'amortissement et d'inertie.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Couches minces formées par des mélanges de glycérides.* Note de M^lle **Paule Collet**, présentée par M. Paul Janet.

On sait que les glycérides ont la propriété de s'étendre sur l'eau, soit directement, soit par l'intermédiaire de solutions, dans la benzine par exemple. Les couches obtenues sont monomoléculaires, ainsi que l'ont montré les travaux de MM. Devaux et Labrouste.

Les mélanges de glycérides peuvent aussi donner des couches minces à la surface de l'eau.

Pour les étudier, j'ai préparé des solutions benzéniques très étendues de ces glycérides, et des gammes de mélanges en proportions volumétriques connues. J'ai mesuré les surfaces couvertes par un volume constant de solution, afin d'établir les graphiques des variations de surface en fonction de la composition du mélange.

Les courbes obtenues *ne sont pas des droites*. Par conséquent, la loi d'association de deux glycérides en une même couche mince n'est pas purement additive ([1]). Les graphiques présentent soit un maximum, soit un minimum nettement caractérisé.

Lorsque les glycérides mélangés sont l'un solide, l'autre liquide, le changement d'état physique de la couche mince se produit au niveau du maximum ou du minimum.

L'écart entre l'ordonnée d'un de ces points et l'ordonnée qu'on mesurerait sur une droite joignant les points extrêmes de la courbe, peut atteindre 32 pour 100 de la surface initiale (mélange de trimyristine et de tribenzoïne). Dans l'ensemble, les écarts importants sont surtout positifs et se présentent plutôt avec des glycérides solides, tandis que les écarts moyens sont négatifs.

De plus, dans les mélanges correspondant à un maximum ou à un minimum de la surface couverte, les nombres de molécules des glycérides sont dans un *rapport simple*. Ce rapport est égal à 3 pour les mélanges tribenzoïne-trilaurine et trilaurine-trimyristine, qui donnent lieu tous deux à un minimum de surface. Pour le mélange trimyristine-tripalmitine, le rapport est voisin de 1; les deux mélanges tribenzoïne-tripalmitine et tri-

([1]) M. Labrouste avait déjà constaté ce fait sur quelques exemples.

benzoïne-trimyristine donnent un rapport égal à 4, lors du maximum de surface.

Lors de la solidification d'un glycéride en couche mince, il semble que des molécules identiques s'associent quatre par quatre. Les résultats précédents nous conduisent à penser que, de même, dans un mélange, des molécules chimiquement différentes se groupent de manière simple, leur association étant caractérisée par une extension maximum ou minimum sur l'eau.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Sur la mesure des puissances en courants alternatifs dans les cas anormaux.* Note [1] de M. **Henri Chaumat**, présentée par M. Paul Janet.

On sait que l'emploi du wattmètre pour la mesure des puissances en courant alternatif entraîne la nécessité d'un facteur de correction, de sorte que l'on doit généralement écrire

$$P_v = P_l \frac{1 + \text{tang}^2 \varphi}{1 + \text{tang}\varphi\,\text{tang}\Phi}, \tag{1}$$

formule dans laquelle P_v est la puissance vraie, P_l la puissance lue telle qu'elle résulte de l'étalonnage du wattmètre en courant continu, φ le déphasage du courant dans le circuit à fil fin par rapport à la différence de potentiels aux bornes de l'appareil d'utilisation, Φ le déphasage propre au circuit d'utilisation lui-même.

Cette formule ne tient pas compte de la consommation du circuit à fil fin, qui est approximativement proportionnelle à la différence de potentiels, et de l'ordre de 3 watts au plus, sous 110 volts, dans les bons wattmètres modernes.

On voit que ce facteur dépend de Φ, c'est-à-dire du facteur de puissance de l'appareil d'utilisation, lequel est déterminé à son tour par des lectures simultanées au wattmètre, au voltmètre et à l'ampèremètre.

On peut tourner la difficulté par une méthode d'approximations successives évidente, mais qui ne peut donner de résultats acceptables que pour des valeurs assez grandes du facteur de puissance.

En fait, dans la pratique courante, tangφ a une valeur tellement faible que l'on peut confondre la puissance vraie avec la puissance lue lorsque le

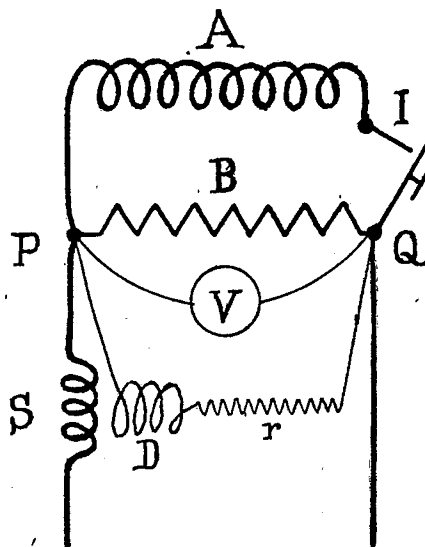
(1) Séance du 13 février 1922.

facteur de puissance est supérieur à 0,5 ou 0,6. Nous appellerons ces cas les *cas normaux*.

Quelle solution faut-il adopter dans les *cas anormaux,* c'est-à-dire lorsque le facteur de puissance, $\cos\Phi$, descend à des valeurs de l'ordre de 0,1 ou même 0,05 et moins?

Ces cas anormaux se présentent assez fréquemment (mesure de puissances dans des transformateurs à vide, essais de fer, mesure de la puissance absorbée par une ligne souterraine à vide, etc.). Dans ces cas anormaux, même si φ est très petit, la valeur de $\operatorname{tang}\Phi$ est assez élevée (voisine de 20 pour $\cos\Phi = 0,05$) pour que, si l'on peut toujours négliger $\operatorname{tang}^2\varphi$ devant l'unité au numérateur, on ne puisse plus négliger $\operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang}\Phi$ devant l'unité au dénominateur. P_v diffère alors assez notablement de P_l.

Voici comment on peut résoudre le problème. Entre les points P et Q se trouve en A le circuit anormal très inductif ou présentant de la capacité. On peut couper ce circuit anormal à l'aide de l'interrupteur I.



On double ce circuit par un circuit non inductif PBQ et l'on insère entre les points P et Q un bon voltmètre V et le fil fin du wattmètre D en série avec la résistance additionnelle r. Le circuit à gros fil du wattmètre est en S.

Dans ces conditions, le circuit total entre P et Q présente, grâce à la présence du circuit non inductif PBQ, un facteur de puissance accep-

table et l'on mesurera, d'une façon correcte, au wattmètre, la puissance totale qui se dépense entre P et Q, c'est-à-dire la puissance P qui se dépense dans le circuit A (l'interrupteur I étant alors fermé) augmentée de la puissance qui se dépense dans le circuit PBQ, de la puissance consommée par le voltmètre et de celle consommée par le fil fin du wattmètre.

Ceci fait, nous coupons le circuit A et, ramenant la différence de potentiels très exactement à la même valeur, nous mesurons encore, sans corrections (le circuit étant alors très peu inductif), la puissance qui se dépense dans les trois circuits PBQ, V et D.

La puissance n'étant fonction que de la différence de potentiels aux bornes, nous aurons la puissance P absorbée par A par différence. Mais il faut que la différence de potentiels entre les points P et D soit ramenée très exactement à la même valeur au cours des deux mesures successives.

On objectera que la puissance P étant mesurée par différence, on peut avoir une erreur relative assez élevée. Mais l'opérateur prévenu portera toute son attention sur ce point et cela vaut encore mieux que l'incertitude où l'on se trouverait en n'employant pas cet artifice.

D'ailleurs il est possible alors d'employer des wattmètres très sensibles, c'est-à-dire à grand couple et, par suite, à fil fin notablement plus inductif qu'à l'ordinaire. On aura alors des lectures suffisamment élevées.

On remarque qu'il n'y a pas lieu de tenir compte de la puissance dépensée dans le fil fin du wattmètre qui s'élimine, elle aussi, par différence.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Utilisation de la force thermo-électromotrice de contact pour identifier quelques aciers.* Note [1] de M. Galibourg, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'essai de dureté par bille Brinell, sur métal recuit, permet d'identifier, dans les ateliers, avec une approximation suffisante, les diverses catégories d'aciers ordinaires. Pour les aciers spéciaux, cet essai ne suffit plus, des aciers de nature différente présentant la même dureté. Cette considération m'a conduit à rechercher une méthode classant les aciers dans un ordre différent du classement par dureté, mais applicable, comme l'essai Brinell, à chaque pièce individuellement.

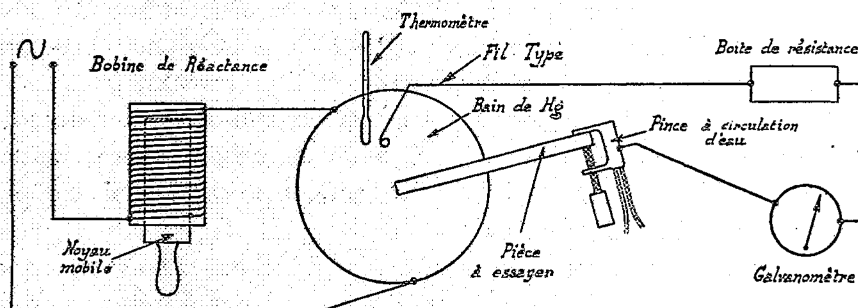
Le dispositif suivant (*fig.* 1), basé sur l'utilisation des forces électromo-

---

[1] Séance du 6 février 1922.

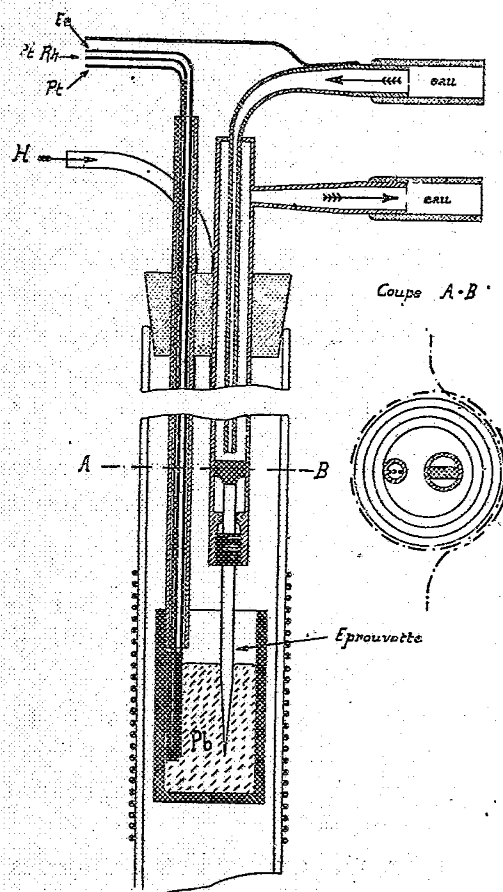
trices de contact, répond à cet objet. Un bain de mercure est chauffé à 120°

Fig. 1.



par une résistance électrique en nichrome. Un fil de fer électrolytique plonge

Fig. 2.



dans le bain et est relié à l'une des bornes d'un millivoltmètre. L'autre borne

est reliée à une pince métallique refroidie par circulation d'eau, laquelle serre la pièce à essayer. La pièce maintenue à une extrémité, dans la pince, est amenée à l'extrémité opposée, en contact avec le bain de mercure. Au bout de 4 à 5 secondes, l'aiguille du millivoltmètre se stabilise. Le mercure a pour seule fonction de fermer le circuit en assurant une liaison électrique et thermique parfaite entre le fil de métal type et la pièce à essayer.

Un très grand nombre d'essais a été effectué dans le but de déterminer la force thermo-électromotrice produite, dans ces conditions, par divers aciers ordinaires et spéciaux, pour les températures comprises entre 20° et 320°. Pour les températures les plus élevées, le mercure est remplacé par du plomb. Cette étude a été effectuée avec le montage représenté (*fig.* 2).

Aciers au carbone.

				Force thermo-électromotrice		
Nos.	C.	Mn.	Si.	à 120°.	à 200°.	à 300°.
1	0,03	0,18	0,06	0,10	0,25	0,30
2	0,29	0,47	0,19	0,60	0,90	1,20
3	0,55	0,26	0,28	0,65	0,95	1,25
4	1,10	0,43	0,43	0,90	1,30	1,80

Aciers au silicium.

				Force thermo-électromotrice		
Nos.	C.	Mn.	Si.	à 120°.	à 200°.	à 300°.
1	0,21	0	0,93	1,20	1,65	2,40
2	0,18	0,27	1,60	1,55	2,40	3,20
3	0,42	0,56	1,92	1,70	2,55	3,35

Aciers au nickel.

					Force thermo-électromotrice		
Nos.	C.	Mn.	Si.	Ni.	à 120°.	à 200°.	à 300°.
1	0,08	0,34	0,13	2,15	0,8	1,25	1,70
2	0,12	0,01	0,05	5,23	1,8	2,80	3,85
3	0,12	0,12	0,05	7,13	2,1	3,40	4,80

La figure 3 montre l'aspect des courbes obtenues avec les aciers au nickel.

Aciers au chrome tungstène.

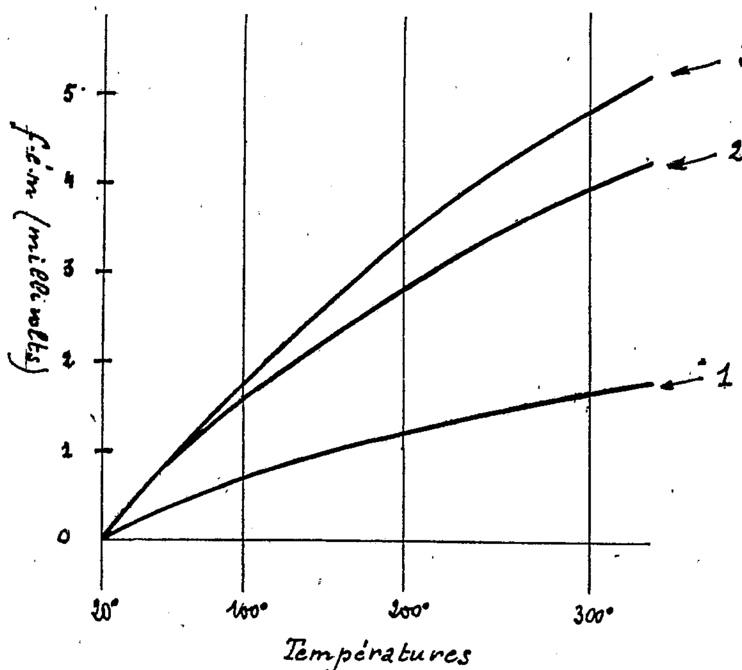
					Force thermo-électromotrice		
Nos.	C.	Cr.	W.	Va.	à 120°.	à 200°.	à 300°.
1	0,76	4,28	8,39	1,30	0,05	0,15	0,10
2	0,50	4,15	13,43	0,17	0,20	−0,15	−0,65

La trempe a peu d'influence sur l'allure de la courbe tracée avec un acier quelconque. Exemple :

	Recuit.		Trempé.	
	Force électromotrice		Force électromotrice	
	à 120°.	à 300°.	à 120°.	à 300°.
Acier au carbone	0,50	0,95	0,55	1,15
Acier au chrome tungstène	0,25	−0,25	0,25	−0,35

Cette particularité dispense de faire subir aux pièces examinées un traitement spécial.

Fig. 3.



Conclusion. — Les différences de force électromotrice entre les différents aciers sont suffisantes pour qu'à la température choisie pour l'essai (120°), la mesure de la force électromotrice dans les conditions indiquées permette de classer les aciers courants ordinaires et spéciaux dans un ordre différent de celui qui donne l'essai de dureté Brinell, et de donner par conséquent une deuxième équation (la première étant fournie par la dureté) pour présumer de la nature d'un acier dont on ne peut faire l'analyse.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Action des rayons rouges et infrarouges sur les sulfures phosphorescents.* Note (¹) de M. **Maurice Curie**, présentée par M. Georges Urbain.

Différentes théories ont été émises pour rendre compte de l'action extinctrice de la partie la moins réfrangible du spectre sur certaines substances

(¹) Séance du 13 février 1922.

phosphorescentes. Parmi les dernières en date est celle de MM. Ives et Lukiesh ([1]) basée sur une agitation supposée des atomes de soufre sous l'action des rayonnements lumineux de faibles fréquences; je n'ai pu mettre en évidence cette agitation ([2]). M. Perrin ([3]) a proposé une autre théorie qui n'explique pas cependant pourquoi l'action est surtout remarquable sur les composés sulfurés ([4]); de plus, cette théorie a dû être complétée pour expliquer que la quantité de lumière restituée sous l'action des rayons rouges est bien inférieure à celle restituée pendant une extinction normale.

L'explication suivante me paraît mieux rendre compte du phénomène : l'action des rayons extincteurs consisterait à rendre le milieu conducteur par détachement d'électrons des atomes de soufre.

Le Zn S phosphorescent, par exemple, renferme un petit nombre de groupements phosphorogènes contenant du Cu noyé dans un grand nombre de molécules de Zn S. Adoptant une hypothèse électronique, on peut supposer, avec Lénard, que pendant l'insolation, un électron e_1 du groupement phosphorogène s'est écarté du noyau positif; le retour de cet électron e_1 vers sa région d'équilibre sera accompagné de phosphorescence. Mais si, faisant agir un rayonnement de faible fréquence, on détache d'un atome de S un nouvel électron e_2 plus rapproché du centre positif du groupement phosphorogène que l'électron e_1, cet électron e_2 viendra remplacer e_1 dans sa région d'équilibre en émettant une radiation de fréquence moins élevée, infra-rouge par exemple.

La distance moyenne des centres des atomes de S dans le Zn S est de l'ordre de 3.10^{-8} cm, d'après les travaux de M. Bragg. D'autre part, même pour le cas relativement simple d'un atome du Cu phosphorogène conçu sur le modèle Rutherford-Bohr, on ne peut calculer la distance de l'électron détaché; toutefois, si l'on considère qu'il s'agit d'un électron superficiel, il semble bien que l'éloignement de e_1 de son centre positif puisse être

---

([1]) Ives et Lukiesh, *Astrophysical Journal*, 1911.

([2]) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 554.

([3]) J. Perrin, *Annales de Physique*, 1919.

([4]) Maurice Curie, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 272. J'ai depuis examiné, avec le dispositif décrit dans cette Note, différentes substances : un ZnO fluorescent à phosphorogène Cu, différents échantillons de fluorines et du tungstate de Ca. Je n'ai observé aucun effet sous l'action d'un faisceau concentré infrarouge. Cependant, le tungstate de Ca, préalablement excité aux rayons X, semble légèrement affaibli après avoir été soumis à l'action d'un faisceau lumineux très puissant; mais on ne peut dire si la quantité de lumière restituée a baissé.

supérieur à 3.10^{-8} cm et, à plus forte raison, supérieure à la distance de e_2 à ce centre.

L'augmentation de conductibilité du S sous l'action de la lumière a été signalée par Bates [1], qui a simplement observé une augmentation de la décharge spontanée d'un électroscope à isolant de S lorsqu'on le place dans une vive lumière solaire. Ne connaissant aucune autre publication à ce sujet, j'ai effectué quelques mesures pour voir l'ordre de grandeur de cette conductibilité et savoir si les radiations rouges pouvaient être actives.

Le S, finiment pulvérisé, était tamisé en une couche de $0^{mm},5$ d'épaisseur environ sur un plateau de métal porté à un potentiel élevé à l'aide d'une batterie de petits accumulateurs; un disque annulaire de métal relié au sol reposait sur le S et était maintenu par de petites cales isolantes; l'intérieur du disque était occupé par une grille circulaire métallique en relation avec un électromètre et portée par deux cales d'ambre vissées sur le disque annulaire formant anneau de garde; la grille, de 45^{mm} de diamètre, pouvait être appliquée fortement contre le S. L'éclairage se faisait à travers la grille au moyen d'une lampe tungstène-azote de 300 bougies à trois courtes spires très resserrées; on employait un condenseur optique et l'on plaçait une cuve à eau sur le trajet des rayons. Les mesures électrométriques se faisaient par une méthode de zéro, la compensation étant obtenue à l'aide d'un quartz piézo-électrique.

Je ne puis donner ici que les conclusions de ces mesures : l'augmentation de conductibilité est très grande sous l'action du rayonnement total de la source; elle est bien plus faible quand on interpose un écran rouge, mais très nette encore. J'ai ensuite étudié dans les mêmes conditions l'augmentation de conductibilité sous l'action de la lumière rouge du ZnS placé depuis plusieurs jours dans l'obscurité. Bien que le ZnS ne présente alors aucune phosphorescence, il y a un accroissement considérable de conductibilité, bien plus grand que pour le S soumis à l'action du même rayonnement. Il est cependant possible qu'il soit dû au détachement d'électrons des atomes de S qui, dans le cas de S pur, se déplaceraient avec une plus grande difficulté que dans le ZnS.

J'ai enfin cherché à comparer ces résultats à l'augmentation de conductibilité que présente le ZnS quand on le rend phosphorescent par une insolation préalable au moyen du rayonnement total de la source [2]. Les mesures, peu précises par suite de la conductibilité propre du ZnS, montrent que cet accroissement est de l'ordre de celui pris par le ZnS non insolé soumis à l'action de la lumière rouge.

Tous les courants mesurés se polarisent rapidement.

Ces mesures me paraissent établir la possibilité de l'explication proposée. Cette explication permet de rendre compte du fait que l'action extinctrice n'est pas limitée aux régions rouge et infrarouge; on peut aussi concevoir qu'il puisse exister au début de l'action des rayons extincteurs un faible

---

(1) BATES, *Journal « Le Radium »*, 1911.

(2) VAILLANT, *Comptes rendus*, 1911-1912. — GUDDEN et POHL, *Zeitsch. für Physik*, 1920-1921.

accroissement de luminosité. Enfin on peut chercher à expliquer parallèlement l'action extinctrice de certaines régions de l'ultraviolet sur divers composés comme le CaS par une action photo-électrique sur les atomes de Ca ou d'autres métaux.

GÉOLOGIE. — *Sur le prolongement de la fracture d'Argentat (Corrèze) dans la région du Dorat (Haute-Vienne et Vienne).* Note de M. G. **Mouret**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans deux Notes précédentes [1], nous avons fait connaître que la zone de roches écrasées qui, à partir d'Asprières (Lot), délimite le vaste plateau gneissique de Tulle et de Limoges, si riche en amphibolites, se poursuit jusque dans la Haute-Vienne, non seulement au sein du massif de granite à mica blanc de Château-Ponsac, mais encore à l'ouest de ce massif, où elle reparaît, toujours dans la même direction, en deux points isolés. L'un est au nord de Magnac-Laval (carrière de Lavaublois), l'autre est au sud d'Azat-le-Ris (ferme du Douhet). Nous avons, en outre, émis la supposition que la fracture devait se prolonger dans le département de la Vienne, jusqu'au moulin d'Ouzilly sur la Gartempe.

Cette supposition se trouve vérifiée par nos nouvelles explorations. Celles-ci nous ont, en effet, permis d'établir que si une lacune subsiste encore dans la zone des mylonites, entre la route de Château-Ponsac à Saint-Sornin-Leulac et la limite occidentale du massif granitique, cette zone reparaît plus à l'Ouest, et se suit d'une manière continue jusque dans la Vienne.

A l'Ouest, le massif granitique de Château-Ponsac est, au sud de Dompierre (Haute-Vienne), interrompu brusquement par une zone de micaschistes dirigée au NNE et qui, sur 1000^m à 1500^m de largeur, sépare le granite de Château-Ponsac des gneiss de Magnac-Laval, dont le type est identique à celui des gneiss d'Aubusson.

C'est seulement après cette zone schisteuse que, sur la route de Dompierre à Magnac-Laval, reparaît brusquement la traînée des mylonites, près du village de Grand-Roche. Cette traînée qui, visiblement, ne traverse pas la bande schisteuse, sépare le massif de granite à mica blanc du Nord des

---

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 822; t. 169, 1919, p. 862.

roches de Magnac-Laval, très gneissiques au voisinage du massif; elle se suit sans interruption dans la direction du Nord-Ouest et elle est particulièrement développée à la traversée de la vallée de la Semme; c'est dans cette traînée qu'est ouverte la carrière de Lavaublois, sur la route de Magnac-Laval à Lussac-les-Églises.

Au delà, sur le plateau granitique de Tersannes, dont les vallonnements sont peu profonds, les observations deviennent difficiles. Cependant, à la limite des gneiss et du granite à mica blanc, on observe encore des traces de roches écrasées ou froissées. Celles-ci, très nettes près de la ferme du Douhet, sont encore plus développées dans le fond de la vallée du Salbron, au sud de la ferme du Pin. On observe les dernières traces des mylonites au sud de la Lucasserie. Au delà, la surface du sol est parfaitement plate, le sous-sol n'est pas visible, et c'est à peine si l'on parvient à tracer la limite du granite et des gneiss appartenant encore au type d'Aubusson.

Cette limite, toujours rectiligne, et dirigée vers le Nord-Ouest, se poursuit jusqu'à la Gartempe, un peu au sud du Moulin d'Ouzilly, disparaissant sur la rive gauche sous le manteau des dépôts liasiques ou tertiaires. Avant de déboucher dans la vallée de la Gartempe, elle suit le thalweg du ravin très encaissé qui passe au nord du hameau du Peu-Peintureau. Là, les roches affleurent nettement, et l'on constate que, contrairement aux indications de la feuille géologique *Poitiers*, la séparation des gneiss et du granite coupe en ligne droite toutes les sinuosités du ravin, sans les contourner. Les schistes et gneiss, plongeant vers le Sud, sont juxtaposés, en concordance, au granite, lui-même lité, sans que, d'ailleurs, il y ait passage d'une roche à l'autre, mais aussi sans laminage apparent, sans vestige de mylonites, sauf à la naissance du ravin près de la Nouillère (sud-sud-ouest de Lathus). Seul un filon de porphyre quartzifère avoisine la limite, et un autre filon s'observe encore sur la rive gauche de la Gartempe. Il est difficile de croire que la fracture puisse cesser brusquement à la Nouillère; il faut admettre plutôt qu'elle s'étend bien jusqu'au moulin d'Ouzilly, formant toujours la limite Sud de ce vaste massif de granite à mica blanc qui, de Montluçon, s'étend vers l'Ouest jusqu'à Lathus (Vienne), et se prolonge peut-être jusqu'à Lussac-les-Châteaux ou même Ligugé.

La ligne de fracture traverse la vallée de la Gartempe, puis elle est masquée par le manteau sédimentaire du plateau. Elle ne reparaît pas dans le vallon de Mouillebec, dont les eaux se rendent à la Gartempe, et dont le fond est creusé dans un granite uniforme à petits grains. Peut-être est-elle noyée dans ce granite, peut-être est-elle déviée ou décrochée au Nord.

En résumé, à part une lacune de 8^{km} vers Château-Ponsac, dans le granite, et une autre entre le Célé et le Lot, sous le bassin tertiaire de Saint-Santin, la fracture d'Argentat se suit d'une manière continue, d'Asprières, dans le Lot, jusqu'au moulin d'Ouzilly sur la Gartempe, dans la Vienne. Elle limite tout un grand secteur du Massif Central, secteur dont la surface est environ le tiers de la surface totale du Massif.

Les probabilités sont pour qu'au sud d'Asprières la ligne de fracture se dirige vers le Guépie (Tarn); des études ultérieures pourront sans doute en décider. A l'ouest du moulin d'Ouzilly, on peut être porté à croire que la ligne de fracture se dirige sur la Vendée et la Bretagne. L'affleurement granitique de Ligugé se trouve exactement situé dans le prolongement géométrique de la fracture d'Argentat, et le granite à mica blanc y est accolé, au Nord, à des porphyroïdes, sortes de granite écrasé. Mais la distance de Ligugé au moulin d'Ouzilly est de 50^{km}, et il n'existe entre ces deux points aucun affleurement intermédiaire. On ne saurait donc tirer, de l'existence de cet affleurement de Ligugé, aucune conclusion. Comme le prouve le tracé d'ensemble de la fracture, celle-ci est susceptible de grands changements de direction.

GÉOLOGIE. — *Le Tam Dao et la région de la basse Rivière Claire (Tonkin).* Note de M. **Léon Dussault**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Tam Dao est la crête de direction Nord-Ouest, longue de 50^{km}, large à la base de 10^{km} en moyenne, qui s'enlève avec une altitude dépassant 1400^{m} entre les régions basses de l'origine du delta tonkinois et la partie inférieure du bassin du Song Cau. Ce Tam Dao n'est qu'une masse, qu'un bloc de rhyolites ou de microgranites laminés, dont il était intéressant de préciser les relations géologiques. C'est à quoi j'ai consacré les mois de février, mars et avril 1921, en étudiant la terminaison du Tam Dao au Nord-Ouest, dans la région située entre Tuyen Quang et Thai Nguyen. Plus récemment, en septembre et octobre, j'ai prolongé ma reconnaissance jusqu'à Ha Giang, en remontant la Rivière Claire.

Le substratum du Tam Dao, tant du côté du delta qu'au Nord-Est, est formé par des schistes cristallins, avec granite subordonné, comportant toute une gamme de gneiss, notamment des roches à pyroxène, fréquentes au nord de Phu Tho et vers l'amorce de la bande gneissique d'entre Fleuve Rouge et Song Chay.

Au nord du Tam Dao dans le bassin du Song Con, affluent du Song Cau, j'ai trouvé une épaisse série gréso-schisteuse avec poudingues, dans laquelle je n'ai pu recueillir aucun fossile, et que je nomme *Série de Luc Ra*. Cette série se trouve dans la même position que les rhyolites du Tam Dao, c'est-à-dire sur les gneiss; mais un intervalle la sépare de ceux-ci et les relations mutuelles ne peuvent s'établir.

Si maintenant on se déplace vers l'intérieur, vers le Nord-Ouest, on voit apparaître une nouvelle série, manifestement charriée sur tous les terrains précédents; je la désigne sous le nom de série, ou mieux de *Nappe du Nui Rao*. Elle est formée de terrains très laminés, dont le type dominant correspond à des schistes lustrés, à des schistes à séricite. Ces schistes englobent des lits calcaires étirés, souvent sériciteux, reployés et étirés avec les schistes. Localement, par exemple dans le canton de Dong-Luc, entre le Tam Dao et la Rivière Claire en amont du confluent du Song Chay, des masses calcaires plus importantes, entièrement recristallisées, s'intercalent dans les schistes a séricite. Ceux-ci peuvent aussi comporter à la base des lames de gneiss arrachées au substratum et entraînées avec eux.

Le repos de la Nappe du Nui Rao sur les rhyolites s'observe avec netteté vers la terminaison périclinale de ceux-ci, c'est-à-dire à la périphérie du Thanh Son, sommet terminal au nord-ouest de l'arête du Tam Dao. Le repos sur la série de Luc Ra est bien visible à l'ouest du Song Con, dans la région de Van Lang. Quant au repos sur le substratum, il est constant partout où les rhyolites ou bien la Série de Luc Ra ne sont point représentées, par exemple, dans la région de Tuyen Quang.

En somme, *les rhyolites du Tam Dao et la Série de Luc Ra*, prises entre le substratum cristallin et la Nappe du Nui Rao *ont une position tectonique analogue à celle des rhyolites et de la Série du Sa Phin, analogue aussi à celle de la Série du Nam Sam.*

Cette question étant résolue, j'ai recherché quelle était, vers le Nord et vers l'Ouest, l'extension du domaine de la Nappe du Nui Rao.

Vers le Nord, en remontant la Rivière Claire depuis Tuyen Quang jusqu'à Bac Quang, à part une réapparition du substratum cristallin au nord du Bac Muc, le trajet reste entièrement dans la Nappe du Nui Rao, avec les mêmes schistes à séricite et les mêmes calcaires étirés. Sur la droite, à l'Est, un énorme bastion calcaire correspondant au Nui Cao Duong et au Cham Chu domine à distance et de plus de 1000^m la Rivière Claire sur la rive gauche. Je n'y ai point accédé; peut-être faut-il y voir l'arrivée et la terminaison vers le Sud-Ouest de l'entablement calcaire des Nappes du Song

Gam de M. Bourret. Dans la région de Bac Quang, la série des schistes à séricite se relève sur le granite et les micaschistes du Pou Khao Ao, dépendance du massif cristallin autochtone du haut Song Chay.

Vers l'Ouest, on dispose des Cartes d'extensions rocheuses établies avec les récoltes des officiers du Service Géographique et déposées aux archives du Service Géologique, documents que j'ai moi-même, en 1907-1910, contribué à établir pour la feuille de Yen Bay. Les terrains du Nui Rao semblent pouvoir se relier aux schistes à séricite et aux calcaires de Bao Ngai, que MM. Jacob et Bourret raccordent, à l'ouest du haut Song Chay, avec la région de Pa Kha. Ces terrains viendraient aussi se coller contre les gneiss d'entre Fleuve Rouge et Song Chay; la limite passerait par Luc An Chau; formerait une pointe sur le Song Chay en amont de Phu Yen Binh; puis elle remonte au Nord vers Bac Muc, pour envelopper, en gagnant Tuyen Quang, le massif cristallin du Nui La, qui n'est autre qu'une digitation du substratum. Le long de cette limite, je connais, à 27^{km} en amont de Phu Yen Binh, un affleurement de rhyolite; tandis qu'en divers points sont signalées des roches basiques : diabases, gabbros, porphyrites.

GÉOLOGIE. — *Sur la formation du « Gouf de Cap-Breton ».* Note de M. Ch. Gorceix, présentée par M. Pierre Termier.

Diverses hypothèses ont été jusqu'ici émises pour expliquer l'origine de cette fosse sous-marine, perpendiculaire à la côte sablonneuse des Landes, où elle aboutit presque, à 15^{km} au nord de l'embouchure de l'Adour. Celle qui paraît le plus généralement admise, ou du moins enseignée, consiste à penser que cette dépression est un ancien estuaire de l'Adour, submergé en même temps que le plateau continental par un mouvement positif. La carte à laquelle on se reporte pour appuyer cette assertion est celle de France, du Dépôt des Fortifications à $\frac{1}{500000}$, sur laquelle les isobathes sont de 10 en 10 jusqu'à 150^m, puis de 100 en 100 au delà de 200^m, ce qui dénature les formes réelles pour qui ne le remarque pas. L'équidistance est même portée à 500^m dans le voisinage des grands fonds, où d'ailleurs les sondes sont rares. C'est un figuré tout à fait inexact.

Si l'on se reporte aux cartes du Service hydrographique de la Marine les

plus détaillées (1756 à environ $\frac{1}{50000}$ et 4991 à environ $\frac{1}{300000}$), et si, par interpolation des sondages, on trace les isobathes, on obtient la représentation approximative d'un terrain qui n'a pas été modelé par l'érosion suivant les règles connues. *Or cet aspect du « Gouf » n'est en rien celui d'une vallée, encore moins d'un estuaire.*

Il n'y a pas de thalweg; les parois sont escarpées; le fond présente une série de bosses séparant des trous très profonds semblables aux *abîmes* et aux *avens*, comme forme générale (sur les dix premiers kilomètres, il y en a trois principaux descendant de 150^m^ à 175^m^ au-dessous du fond qui est déjà aux mêmes distances du niveau de la mer); enfin, la pente *moyenne* est $\frac{1}{10}$ sur $13^{km},5$, soit 10 fois celle du cours inférieur du Rhône. On peut donc conclure sûrement de ce simple examen, que *le creusement n'est pas dû à une eau courante de surface.*

En poussant le même travail le long des côtes d'Espagne, où le plateau continental est fort réduit, on trouve que la Fosse se prolonge, dans les mêmes conditions, fort loin, en augmentant de largeur et de profondeur. J'ai pu la suivre ainsi jusqu'au cap Ortegal, par 10° de longitude Ouest. Là où les sondages sont assez serrés et s'éloignent de la côte, comme en face de Bilbao, où la pose d'un câble allant en Angleterre a nécessité une reconnaissance plus précise, on voit que ce terrain d'aspect karstique, à accidents amplifiés, s'étend sur une largeur d'au moins 22 milles au delà desquels les observations manquent. Le « Gouf » n'est donc qu'une infime partie d'une région bouleversée par un même phénomène, à peine $\frac{1}{200}$, et ce n'est pas à l'action d'un fleuve, dont il faudrait que le niveau de base ait varié de plus de 2000^m, qu'on peut attribuer son origine.

Une autre théorie qui, à la rigueur pourrait par analogie expliquer la formation de cañons sous-marins, suppose l'existence d'un fleuve d'eau chaude souterrain, puis sous-marin venant de la vallée du moyen Adour, aux environs de Dax, et suivant une profonde faille ou diaclase rectiligne, constatée à la limite de la Chalosse. Les abîmes n'auraient pu se former comme à terre par creusement de marmites, mais proviendraient d'effondrement des cavernes creusées par le fleuve. Il est inutile de réfuter cette théorie toute locale étant donnée l'ampleur du phénomène telle que je viens de la montrer. Des sondages de température et de salure faits avec précision peuvent d'ailleurs éclaircir la question.

Cependant il est difficile d'expliquer autrement que par des effondre-

ments ces séries d'entonnoirs, dont le kilomètre est l'ordre de grandeur et dont certains en ont 10 ou 15, mais il faut leur chercher une autre cause plus puissant e.

Dans son ensemble, cette région, dont l'axe est à peu près le parallèle 43°40′, est parallèle à la chaîne côtière d'Espagne; on peut donc penser qu'elle appartient à un même étage géologique. Or, parmi les couches particulièrement affouillables qu'on trouve sur le continent, à même latitude, se trouvent : les marnes de la côte des Basques, les argiles bariolées du terrain salifère, et surtout les couches de gypse et de sel gemme, le tout recoupé par des épanchements et des filons d'ophite. En 1893 j'ai montré à la Société géologique de France que, dans les environs de Bayonne, l'ophite et son cortège d'argiles colorées, de gypse et de sel jalonnaient xactement des cassures rayonnant autour d'un point correspondant à l'angle NO du massif granitique du Labourd (3°38′10″ — 43°25′30″). Sur le prolongement de ces alignements on rencontre des pitons sous-marins à pente raide qui ne peuvent être que de l'ophite et certains abîmes les plus rapprochés. On retrouve de ces pitons dans la fosse côtière d'Espagne, où l'un d'eux porte le nom typique de *Castro verde;* les sondages indiquent une argile verte.

Ne peut-on pas conclure de tout cela qu'on se trouve en présence d'une vaste bande gypso-salifère longeant la chaîne, dont les affleurements de Bayonne, Salies-de-Béarn, Saint-Pandelon, près Dax, seraient l'extrémité Est avec une série de cassures intéressant les couches protectrices du sel et du gypse, et permettant l'infiltration de l'eau de mer. Celle-ci, en dissolvant le sel et le gypse et délayant l'argile, aurait provoqué une série d'éboulements, en chapelet, de profondeur et d'étendue essentiellement variables, en donnant à toute cette région sous-marine l'aspect extraordinaire que révèle l'étude attentive des sondages (1).

Cela me paraît l'explication la plus probable des *faits observés* en dehors de toute théorie générale.

Ajoutons que cette fosse ne se comble pas à la suite des mouvements considérables de sable allant du Nord au Sud parce que, sans doute, les courants côtiers ne se font guère sentir au delà de 40^m ou 50^m de profondeur et qu'alors il reste une largeur de 700^m à 800^m entre la fosse et la côte pour permettre leur passage.

---

(1) Les « Cofias » de Cordona, près Mauresa (Catalogne), offrent en petit cet aspect et sont dus à la même cause.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie des environs d'A Mi Tchéou (Yunnan oriental).* Note de M. **Justin Fromaget**, présentée par M. Pierre Termier.

Résidant à A Mi Tchéou, j'ai employé mes loisirs à étudier les terrains traversés par la voie ferrée entre les kilomètres 144 et 257 de la ligne du Yunnan. Il s'agit d'une large bande schisto-gréseuse de Trias, dirigée Nord-Nord-Est et comprise entre des massifs primaires. Jusqu'à ce jour, le Trias d'A Mi Tchéou a été considéré comme un compartiment effondré entre deux môles de calcaires paléozoïques, suivant un système de failles parallèles.

Mon attention s'est portée principalement sur les trois régions, dont je vais indiquer les caractères :

1° *Boucle du Pa Ta Ho au nord d'A Mi Tchéou.* — Elle enveloppe un massif à relief peu accidenté, qui domine les cours d'eau de 400^{m} à 600^{m}, et dont le substratum, visible sur la périphérie et dans le lit des ravins, est constitué par une série presque verticale d'écailles, poussées vers l'Est et formées de calcaires en dalles, de schistes laminés et de grès, le tout d'âge triasique. J'y ai recueilli des fossiles. — A. Dans plusieurs gisements échelonnés sur une même bande calcaire entre Siun Kien S'seu et le Pont de Siao Long T'an, j'ai trouvé : *Myophoria inæquicostata* Klip.; *Avicula* cf. *venetianæ* Hauer. — B. Des schistes et grès, se répétant suivant un trajet transversal de Siao Long T'an à Kwei Tien, proviennent *Myophoria inæquicostata* Klip., *M. Goldfussi* Alb., *Palæoneilo* cf. *elliptica* Klip., *Hœrnesia* cf. *augusta* Mansuy, *Marmolatella profunda* Kittl., *Trachynerita* cf. *quadrata* Stopp., *Waldheimia* cf. *augustæformis* Rkh., *Spiriferina* cf. *Stracheyi* Salt., et *Trachyceras costulatum* Mans. Ces faunes avec des espèces du Trias moyen d'Europe, notamment des calcaires d'Esino, paraissent se ranger dans le Ladinien.

Au-dessus du Trias et en discordance très nette, vient un banc de poudingues à éléments calcaires, auquel succède une série puissante de calcaires massifs blancs ou gris clairs, présentant en de nombreux points des traces de broyage. Cet ensemble, peu plissé, décrit seulement quelques ondulations à larges courbures, sur la tranche redressée des sédiments triasiques. Ici, je n'y ai trouvé aucun fossile; mais plus au Nord, à 15^{km} environ de la région étudiée, le long de la voie ferrée, ces mêmes calcaires, qui font là déjà partie de la région primaire du Nord-Ouest, contiennent des Fusulinidés.

2° *Bordure orientale des plaines d'A Mi Tchéou et de Ta Tchouang.* — Les plaines d'A Mi Tchéou et de Ta Tchouang sont bordées à l'Est par plusieurs lignes de collines de Trias, presque toujours schisto-gréseux, avec, comme dans la boucle du Pa Ta Ho, des écailles laminées, redressées à la verticale. Sur ce Trias vient, en discordance, une série calcaire très puissante; elle débute par une brèche de friction, con-

tenant parfois des granites écrasés et toujours un grand nombre d'éléments arrachés au substratum triasique, quelquefois fossilifères; elle se continue par des brèches calcaires pour se terminer par une lame de calcaires massifs. En dessous de la série calcaire, j'ai noté dans les schistes, en divers points, des affleurements d'andésite.

La série triasique m'a fourni des fossiles répartis sur des bandes généralement parallèles. — A. Des gisements de Wan Kia Fang, je citerai : *Trachyceras costulatum* Mansuy, *Trachyceras Douvillei* Mans., *Trachyceras* cf. *sinense* Mans., *Orthoceras* cf. *politum* Klip., *Traumatocrinus* cf. *perforatus* Mans., *Halobia* cf. *rugosa* Gümb. — B. De trois gisements apparaissant en fenêtres dans l'axe de cette région et sur un même alignement longitudinal, proviennent : 1° Environs de Niou Ké : *Trachyceras costulatum* Mans. et *Paraceratites* cf. *Cricki* Smith.; 2° Ravin situé au nord du km 203 de la voie ferrée : *Halobia* cf. *rugosa* Gümb.; *Traumatocrinus* cf. *perforatus* Mans., *Trachyceras* aff. *costulatum* Mans. et *Ceratites* aff. *superbus* Mojs.; 3° Village de Tseng Hong Tchai sur les bords du lac de Ta Tchouang : *Nucula strigilata* Gold., *Balatonites* cf. *B. Carinthiacus* Mojs., *Trachyceras* cf. *Aon* Münst.; *Traumatocrinus* cf. *perforatus* Mans. Toutes ces faunes, avec des formes des zones à *Trachyceras archelaus* et à *T. Aon*, sont encore ladiniennes.

Quant aux calcaires, ils ne m'ont fourni aucun fossile déterminable; cependant leur raccordement direct avec les calcaires massifs du sud-est de Mongtzeu, reconnus comme ouralo-permiens, conduit à leur attribuer le même âge.

3° *Bordure sud-est du bassin de Mongtzeu.* — Les calcaires massifs de Ta Tchouang se suivent jusqu'à la bordure sud-orientale de la plaine de Mongtzeu, où ils couronnent le faîte orographique qui sépare cette plaine du bassin du haut Nam Ti. Des fenêtres, dont l'une de plusieurs kilomètres de longueur au nord de Dragon Noir, entaillées dans les calcaires massifs sur le versant de Mongtzeu, laissent voir une série calcaréo-schisto-gréseuse, verticale comme partout ailleurs, mais contenant ici des éléments plus laminés, lustrés et amygdalaires; c'est dans les calcaires de cette formation laminée, que Leclère a trouvé jadis sur la route de Kai Hoa Fou des fossiles d'Esino et de la Marmolata, c'est-à-dire toujours du Ladinien.

Au col de Mi La Ti et d'une façon générale dans le bassin supérieur du Nam Ti, apparaît, également en fenêtre sous les calcaires massifs, une autre série schisteuse, peut-être un peu plus calcaire, mais dont les faciès diffèrent peu dans l'ensemble de ceux du Trias. Trois gisements trouvés : le premier à l'est de Dragon Noir, dans la vallée du Nam Ti; le second au col de Mi La Ti; le troisième à Tché T'souen, m'ont fourni : *Alveolites*, cf. *A. vermicularis* M. Coy, *Cyathophyllum*, aff. *cæspitosum* Gold., *Cyathophyllum* sp., *Favosites* cf. *F. Goldfussi* d'Orb., ce qui fait attribuer ces schistes et calcaires au Dévonien. Ces formations, partout très plissées, se suivent vers le Sud-Est, sous le recouvrement calcaire, et viennent se raccorder aux schistes de Ko Kou (km 132 de la voie ferrée) à *Spirifer speciosus* Schl.

Le complexe calcaire attribué à l'Ouralo-permien qui recouvre en discordance, tantôt le Trias comme sur le versant de Mongtzeu, tantôt le Dévonien comme sur celui de Tche-Ts'ouen, est constitué comme à l'est d'A Mi Tchéou; près de la base, dans la région de Dragon Noir, s'y intercale un banc épais de poudingues calcaires, identiques à ceux de la Boucle du Pa Ta Ho.

De ce qui précède, on peut conclure que la région d'A Mi Tchéou correspond, non pas à un fossé tectonique ayant effondré le Trias entre les massifs calcaires, mais à une vaste fenêtre qui montre une série extrêmement complexe de Trias, redressée à la verticale. Ce Trias apparaît sous des calcaires massifs, probablement ouralo-permiens, et il semble disparaître sous eux vers sa bordure nord-ouest, c'est-à-dire vers la vaste région primaire du Yunnan, connue jusqu'au delà de Yunnan Fou; tandis qu'au Sud-Est il viendrait s'appuyer sur le Dévonien du Haut Nam Ti, lui aussi recouvert en discordance par les calcaires massifs.

Nous reconnaissons en somme, dans la région d'A Mi Tchéou, une nappe de recouvrement composée d'une masse calcaire, rigide, ayant glissé sur la surface du Trias qui, plus plastique, s'est énergiquement plissé, en se décollant de son substratum, dont le Dévonien du haut Nam Ti paraît représenter une partie.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence du Tortonien à Valence (Espagne).* Note (1) de M. **Gignoux**, transmise par M. Ch. Depéret.

La ville de Valence occupe le centre d'un *bassin néogène et quaternaire* qu'entoure un amphithéâtre de montagnes secondaires : Besori, Sierra Pelenchisa, Rodana, monts de Liria, Rebalsadores, monts de Sagunto. Les *alluvions* quaternaires du Rio Turia et des torrents affluents ou voisins recouvrent entièrement la surface de cette « huerta » richement cultivée.

La *base* de ce Néogène est constituée par des *mollasses* plus ou moins calcaires ou sableuses, formant des *collines* en bordure du bassin : ces formations paraissent monter jusqu'à l'*Helvétien*, car on y trouve de grandes *Ostrea crassissima* Lmk. Mais le sous-sol de la plaine quaternaire était jusqu'à présent inconnu. Or j'avais remarqué dans la collection Boscà à Valence des fossiles qui m'avaient paru *tortoniens*.

Les fossiles en question proviennent de la région dite *Valencia-la-Vella*, située sur la rive droite du Rio Turia, à 16^{km} de Valence sur la route de Pedralva; un « a » du mot « Ribarroja » sur la Carte géologique d'Espagne

(1) Séance du 13 février 1922.

au $\frac{1}{1000000}$ indique à peu près la position du gisement ([1]). Là tout est recouvert d'alluvions quaternaires, mais, vers 1892, des travaux d'adduction d'eau ont rencontré à 8^m de profondeur des *marnes bleues fossilifères*. M. Boscà vit immédiatement l'intérêt de cette découverte qu'il signala dans une brève Note ([2]); mais, faute de matériaux de comparaison, il ne put faire de déterminations spécifiques précises, ni reconnaître l'âge de cette formation (Mallada en fait du Pliocène dans sa Description de la Carte géologique d'Espagne).

J'ai reconnu dans cette faunule les éléments suivants :

1° Espèces *nouvelles*, et pour cela inutilisables en stratigraphie : *Fossarus Boscai*, *Nassa prænerilula*, *N. obliqua* Hilber, var. *valentinensis*. Elles seront décrites et figurées dans un travail ultérieur; notons seulement que le groupe auquel appartiennent ces deux Nasses est spécialement bien développé au *Tortonien*.

2° Espèces *banales*, communes au Miocène et au Pliocène : *Pleurotoma asperulata* Lmk. (d'ailleurs surtout fréquent au Tortonien), *Marginella miliaria* L., *Mitra* sp., *Nassa* cf. *recondita* Mayer, *Tritonium affine* Desh., *Cerithium tricinctum* Br., *Turritella subangulata* Br., *Turritella Archimedis* Brong. (surtout Tortonien), *Calyptræa chinensis* L., *Natica josephinia* Risso, *Trochus magus* L., *T. zizyphinus* L., *Arca barbata* L., *Cardium edule* L. var.

3° Espèces souvent citées comme caractéristiques du Miocène, mais si voisines de leurs descendants dans le Pliocène qu'on ne peut guère les utiliser en stratigraphie : *Nassa obliqua* Hilber, *Columbella Borsoni* Bell., *Murex dertonensis* Mayer, *M. inflexus* Dod., *M. Hörnesi* d'Anc., *Cerithium turonicum* Mayer, *Natica redempta* Michti, *Trochus Araonis* Bast., *Mytilus Haidingeri* Hörn.

4° Espèces spécialement *caractéristiques du Miocène*, car elles appartiennent à des rameaux qui, ou bien disparaissent de notre mer avant le Pliocène, ou bien y sont représentés par des formes nettement différentes : *Tritonidea Bredæ* Michti, var. *badensis*, H. et A. (existe encore dans le Pliocène, mais très rare), *Cerithium bidentatum* Defr., *C. lignitarum* Eichw., *C. disjunctum* Sow., *C. dertocostatum* Sacco, *Perna Rollei* Hörn., *Lucina incrassata* Dub., *L. columbella* Lmk.

Ces dernières suffisent à nous prouver que nous sommes bien dans le *Miocène* ([3]). Les caractères paléontologiques des *étages successifs* du Miocène

---

([1]) D'après M. Boscà la même couche aurait déjà été rencontrée en 1865, en forant un puits à 34^m de profondeur, sur la route de Liria, à 17^{km} de Valence et à 6^{km} au nord du gisement étudié ici.

([2]) *Un yacimiento de fósiles cerca de Valencia* (*Actas de la Soc. esp. de Hist. nat.*, 2^e série, t. 1, 1892).

([3]) Il ne serait d'ailleurs pas impossible qu'il n'y ait du Pliocène en d'autres points du bassin; mais nous n'en avons pour le moment point de preuves.

tiennent surtout à des différences de faciès, et il ne faut pas se faire trop d'illusions sur la valeur absolue de ces étages : ici, en tout cas, toutes nos espèces sont communes dans les gisements *tortoniens* typiques (bassin de Vienne, Cabrières d'Aigues, Italie du Nord). Comme nous avons vu que la *base du Miocène* de la région de Valence se terminait par des couches *sableuses* encore *helvétiennes*, on voit que nos *marnes bleues* de Valencia-la-Vella sont un représentant typique de l'étage *tortonien*.

Le seul trait un peu particulier de la faune est l'abondance de petits Cérithidés *saumâtres*, dont l'un, le *C. disjunctum*, ne semble même guère exister en dehors du faciès *sarmatien* de l'Europe orientale, et dont les autres, voisins du *C. rubiginosum* si abondant dans la même région, restent habituellement rares dans les faciès profonds typiques du Tortonien : cela nous indique déjà le commencement de la dessalure de la mer miocène, et des *affinités sarmatiques*. Il est intéressant de remarquer que ces affinités sarmatiques ont été signalées depuis longtemps par M. Depéret au sommet du Miocène marin de Catalogne, et que les petits Cérithidés saumâtres rappelés plus haut ont été retrouvés par le même auteur dans un Tortonien un peu saumâtre de la province d'Oran [1], où ils ont été découverts par M. Doumergue.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la circulation entéro-hépatique des acides biliaires.* Note de M. E. **Wertheimer**, présentée par M. Charles Richet.

Deux méthodes surtout ont été utilisées pour vérifier si les acides biliaires, comme l'a soutenu Schiff, sont résorbés dans l'intestin et repris par le foie pour reparaître de nouveau, en nature, dans la bile. La première consiste à faire ingérer à un chien une quantité déterminée d'acide taurocholique et à rechercher dans quelle mesure cet acide a augmenté dans la bile sécrétée par l'animal. Cette méthode a été employée avec succès par Stadelmann [2], plus récemment par Foster, Hooper et Whipple [3] et a fourni à ces expérimentateurs des résultats qui ne peuvent guère laisser de doutes sur la réalité de l'absorption des acides biliaires. Cependant ils ne prouvent pas

---

(1) Voir aussi Gentil, *Thèse*, 1903, et L. Joleaud, *Bull. Soc. géol. France*, 1908, p. 290. — M. Paul Fallot signale une faunule analogue aux Baléares (Thèse en cours d'impression).

(2) *Zeitschr. f. Biologie*, t. 34, 1896.

(3) *Jour. of Biologic. Chemistry*, t. 38, 1919, p. 379.

d'une façon décisive que ces acides sont éliminés tels qu'ils ont été absorbés. Il est possible que l'acide taurocholique, qui se décompose facilement, se dédouble dans son trajet de l'intestin au foie, et que celui-ci soit obligé de le reconstituer avec ses produits de dédoublement : ce qui impliquerait un nouveau travail de la glande et non une excrétion pure et simple de l'acide.

Aussi la deuxième méthode est-elle, à cet égard, plus démonstrative. On fait ingérer à un chien de l'acide glycocholique et l'on recherche ce composé dans la bile de l'animal où il n'existe pas naturellement (¹). Cette expérience a donné des résultats positifs aux uns, négatifs aux autres, Stadelmann le dernier qui, à ma connaissance, l'ait reprise croit pouvoir affirmer que le passage de l'acide glycocholique dans la bile du chien est indiscutable. Mais sa critique des recherches antérieures, l'exposé de celles qui lui sont propres, et même l'épreuve délicate sur laquelle il base sa conclusion sont bien faits pour montrer toutes les difficultés de cette détermination.

Il y a donc intérêt à signaler une expérience qui permet de démontrer d'une façon très simple, et en même temps très frappante, ce cycle de la bile qui va de l'intestin au foie pour retourner à l'intestin : si bien qu'elle peut servir d'expérience de cours. Elle repose sur cette donnée que le chlorure de baryum ne précipite pas la bile de chien et n'y provoque qu'un faible trouble, tandis qu'il produit dans la bile de porc un épais précipité d'hyoglycocholates. On conçoit facilement quelle sera la marche de l'expérience.

Chez un chien de 5^{kg} à 8^{kg}, chloralosé, on introduit une canule dans le cholédoque, après avoir lié le canal cystique. On place aussi dans le duodénum un tube de verre dont l'extrémité libre, munie d'un embout de caoutchouc, reste en dehors de l'abdomen, et par lequel se fera l'injection de bile de porc. On applique une ligature sur le pylore pour empêcher cette bile de refluer vers l'estomac. On referme la paroi abdominale, qui ne laissera passer que les deux canules. La solution de $BaCl^2$ dont on se servira contient 33^g de sel pour 100 d'eau.

On recueille la bile du cholédoque par périodes de dix minutes. Après qu'on a obtenu deux échantillons de bile normale, on injecte dans le duodénum 120^{cm^3} à 150^{cm^3} de bile de porc et l'on continue à recevoir chaque récolte dans un tube à essai distinct. Puis on verse dans chacun d'eux cinq ou six gouttes de la solution de $BaCl^2$. A cette dose, le réactif laisse ordinairement à la bile des deux premiers tubes témoins toute sa limpidité, sans même y produire, si ce n'est à la longue, le faible trouble dont j'ai parlé.

Il en est de même pour le troisième qui renferme la bile sécrétée dans les dix pre-

(¹) Cependant, d'après Stadelmann, la bile normale du chien renfermerait vraisemblablement de l'acide glycocholique.

mières minutes qui suivent l'injection. Mais, à peu près régulièrement, dans le quatrième tube, c'est-à-dire dans la bile recueillie entre la dixième et la vingtième minute après l'injection, la solution de $BaCl^2$ produit instantanément un précipité déjà épais qui ira encore s'accentuant dans les tubes suivants ; de sorte qu'il suffit alors d'une ou deux gouttes de réactif pour l'obtenir. Ce précipité donne la réaction de Pettenkofer.

On peut opérer de la même manière avec une solution saturée de chlorure de calcium. J'avais d'abord cherché à utiliser le sulfate de soude et le chlorure de sodium, et j'ai été surpris de n'obtenir avec le premier aucun résultat, et des résultats peu satisfaisants avec le second, bien que ces deux sels soient couramment employés pour la précipitation des hyoglycocholates. Mais il faut remarquer que la quantité de bile de porc qui est éliminée dans la bile du chien doit être relativement faible; je me suis assuré que, dans ces conditions, la bile de chien exerce une action empêchante sur la précipitation de la bile de porc par les deux sels de sodium et qu'elle redissout les précipités qu'ils ont formés.

Les résultats de l'expérience restent absolument les mêmes à la suite de la ligature de toutes les branches de l'artère hépatique. L'élimination des acides biliaires peut donc se faire exclusivement par l'intermédiaire de la veine-porte.

PHYSIOLOGIE. — *Recherches sur les propriétés physiologiques et thérapeutiques des diastases tissulaires. — De l'existence des diastases synthétisantes.* Note (¹) de M. F. **Maignon**, présentée par M. E. Leclainche.

Les diastases de synthèse existent-elles ?

En ce qui concerne la synthèse protéique, les expériences *in vitro* instituées en vue de démontrer leur existence ont toujours donné des résultats négatifs.

Nous sommes parti de cette idée que, si ces diastases synthétisantes existent, elles doivent avoir une importance considérable puisqu'elles président à la création des tissus nouveaux chez le jeune, à la reconstitution du protoplasme usé chez l'adulte et à l'élaboration de tous les produits de sécrétion, externe ou interne, qui ne préexistent pas dans le sang. Nous avons pensé que l'insuffisance fonctionnelle des organes devait être liée à une insuffisance nutritive qui serait elle-même la conséquence d'une déficience de ces diastases de synthèse, et que, dans ce cas, l'introduction dans l'organisme malade de ces agents, empruntés à l'organe similaire d'un sujet sain, devrait

(¹) Séance du 13 février 1922.

relever immédiatement l'activité nutritive et fonctionnelle de l'organe frappé d'insuffisance. C'est ce que nous nous sommes efforcé de vérifier et c'est ce que l'expérimentation clinique, chez les animaux et chez l'homme, a confirmé d'une façon évidente.

Nous avons extrait en bloc les diastases tissulaires, en adaptant aux organes animaux la méthode utilisée par A. Lebedeff pour l'extraction de la zymase alcoolique, par simple macération de la levure desséchée. Nous avons fait macérer dans de l'eau chloroformée les poudres d'organes, obtenues dans le vide sulfurique à basse température, et précipité le filtrat par l'alcool-éther. Un second traitement nous a permis de séparer les diastases des albumines coagulées. Les diastases ainsi isolées peuvent être purifiées par une nouvelle précipitation, suivie d'une dialyse contre l'eau distillée qui enlève tous les cristalloïdes précipitables par l'alcool. Les solutions de ces diastases sont stérilisées aux rayons ultra-violets et conservées dans des ampoules également stérilisées. Ces ampoules de 2^{cm^3}, contenant 1^{mg} de diastases, peuvent être administrées en injections intra-veineuses, intra-musculaires ou sous-cutanées, sans jamais provoquer de réaction, ni locale ni générale. Les résultats cliniques obtenus montrent d'ailleurs que l'ingestion produit les mêmes effets que l'injection et que ces diastases sont absorbées par la muqueuse intestinale.

Nous examinerons successivement les résultats cliniques obtenus en agissant sur des organes à sécrétion interne, externe, interne et externe, et enfin sur des organes dépourvus de toute sécrétion.

Organes à sécrétion interne. — Nous avons expérimenté avec les diastases de thyroïde, d'hypophyse, de surrénale, d'ovaire, administrées par injection ou ingestion. Les effets thérapeutiques sont ceux de l'opothérapie ordinaire, mais plus nets, plus constants, et avec les phénomènes toxiques ou hyperfonctionnels en moins. Au lieu d'introduire les hormones déficientes dans l'économie, on permet à l'organe insuffisant de les sécréter en lui apportant les agents diastasiques qui lui faisaient défaut. Dans ces conditions, la médication thyroïdienne, par exemple, peut être maintenue sans interruption pendant une année, sur des enfants, sans jamais occasionner ni amaigrissement, ni trouble cardiaque.

Organes à sécrétion externe. — Nous avons obtenu avec des diastases d'estomac (muqueuse et musculeuse réunies), par injection ou ingestion, des résultats rapides et très nets dans des cas d'atonie avec dilatation, de dyspepsie, d'hyperchlorhydrie. Il s'agit donc d'une véritable action régula-

trice sur la nutrition, puisque même les troubles hypersécrétoires peuvent être combattus avec succès.

Avec les diastases rénales, action très nette sur la nutrition de l'organe et sur sa perméabilité.

Organes à sécrétion externe et interne. — Sur un enfant de six ans, qui avait toujours eu, depuis l'âge de deux ans, des selles grumeleuses, mal digérées, à odeur aigrelette, l'injection sous-cutanée de diastases pancréatiques amena, dès le lendemain, des selles régulières et normales, avec amélioration du teint et de l'état général.

Dans un très grand nombre de cas, nous avons vu les diastases de foie, administrées indifféremment par injection ou ingestion, combattre avec succès des troubles hépatiques variés, souvent graves. Nous avons constaté maintes fois la diminution de volume de l'organe, avec disparition complète de sa sensibilité, la disparition des troubles digestifs et des malaises divers liés à l'insuffisance hépatique, le relèvement de la nutrition générale et des forces, le relèvement du coefficient d'oxydation $\left(\frac{\text{Az urée}}{\text{Az total}}\right)$ dans l'urine et le sang. Ces résultats sont obtenus en 15 à 20 jours et l'amélioration débute généralement vers le sixième jour.

Organes dépourvus de toute sécrétion. — Trois fois sur trois, nous avons vu la tension artérielle se relever de plusieurs centimètres, en même temps que l'énergie des systoles, sur des sujets en état de défaillance cardiaque (asystolie, coma urémique), sous l'influence d'injections sous-cutanées ou intra-veineuses de diastases de cœur. Enfin, par l'administration de diastases pulmonaires en ingestion, et à raison de 1^{mg} par jour, nous avons, dans de nombreux cas, sur des sujets atteints de bronchite aiguë ou chronique, obtenu en quelques jours la disparition ou la diminution très notable de la toux, des expectorations et de l'essoufflement, avec amélioration de l'état général.

Ces résultats nous permettent de comprendre l'organothérapie des anciens et posent les bases d'une méthode thérapeutique nouvelle, beaucoup plus précise, l'*organo-zymothérapie*.

L'action de ces diastases tissulaires est spécifique, en ce sens que celles du foie n'agissent que sur la fonction hépatique, celles de la thyroïde que sur la fonction thyroïdienne, etc. La spécificité d'organe de l'action thérapeutique ne peut s'expliquer que pour les diastases synthétisantes, auxquelles on est logiquement obligé d'attribuer les effets cliniques obtenus. La spéci-

ficité des diastases de la synthèse protéique résulte de la spécificité des albumines constitutives de chaque organe.

Ces diastases sont sans aucune action lorsqu'on les administre à des sujets sains, dont l'état fonctionnel des organes est normal. Nous avons injecté des doses massives de diastases cardiaques ou pancréatiques dans les veines de chiens sains, sans jamais produire aucune modification de la tension artérielle, des contractions du cœur ou de la sécrétion pancréatique.

L'intensité des phénomènes chimiques de la nutrition est liée non pas à l'abondance des matériaux ou agents nutritifs, mais uniquement aux besoins physiologiques de l'organisme. L'intensité des combustions respiratoires n'est pas augmentée lorsqu'on fait respirer à un sujet sain de l'oxygène pur.

ENTOMOLOGIE. — *La dispersion géographique des* Silphidæ Catopinæ *pendant le Tertiaire.* Note [1] de M. **René Jeannel**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Une révision des *Silphidœ Catopinœ* m'a permis d'établir que les genres de cette sous-famille habitant l'hémisphère Nord se groupent dans quatre séries. Les caractères de filiation fournis par l'appareil copulateur mâle m'ont permis de suivre la phylogénèse de ces quatre groupes et de reconstituer leur histoire à travers les temps géologiques.

C'est sur la série phylétique de *Ptomaphagus* que nous avons le plus de renseignements. Son centre de dispersion a été situé dans l'Amérique tropicale après le morcellement du continent africano-brésilien, c'est-à-dire après la fin du Crétacé, car aucune espèce n'a pu passer dans l'Afrique tropicale. C'est dans le nord de l'Amérique du Sud que le type *Ptomaphagus* présente le maximum de variations et ce protéisme des *Ptomaphagus* sud-américains contraste avec la parfaite homogénéité de ceux d'Europe.

Les *Ptomaphagus* d'Europe dérivent évidemment d'espèces existant encore dans l'Amérique du Sud comme le montre l'évolution de leur organe copulateur mâle. Leur passage de l'Amérique du Sud en Europe ne peut s'expliquer que par l'existence d'un pont continental transatlantique ayant uni l'Antillea aux massifs Tyrrhéniens par les Canaries et les Açores,

(1) Séance du 13 février 1922.

pont que M. R. Scharff (1) (p. 280, carte 14, et p. 294, carte 16) suppose avoir existé à l'Éocène, jusque vers le milieu de l'Oligocène.

Alors les *Ptomaphagus* ont dû se répandre d'abord dans l'Europe méditerranéenne et le nord de l'Afrique où on les trouve actuellement représentés par de nombreuses formes différenciées, lucicoles ou myrmécophiles (*Synaulus*). Puis ils se sont largement répandus dans toute la région paléarctique jusque dans le nord de l'Europe. Une espèce fossile est connue de l'ambre de la Baltique.

Mais ce n'est pas tout. Pendant le Miocène, la lignée très vigoureuse des *Ptomaphagus* d'Europe est passée dans l'Amérique du Nord en prenant possession des continents nord-atlantiques. Elle a atteint le nord-est et l'est de l'Amérique du Nord et y a fait souche de Cavernicoles (*Adelops hirtus* Tellk., du Kentucky) et aussi de Myrmécophiles (*Adelops brachyderus* Lec., *A. parasita* Lec.). L'identité absolue de l'œdeagus de l'*Adelops hirtus* avec celui des *Ptomaphagus* d'Europe est une preuve évidente de ce retour de la lignée en Amérique par le nord.

Au Pliocène enfin, lorsque les deux Amériques, jusque-là séparées par des mers, se sont trouvées réunies, beaucoup d'espèces sud-américaines sont passées dans l'Amérique du Nord. Les *Ptomaphagus* ont suivi ce courant d'immigration, car les espèces de Californie, du Texas, de Géorgie semblent appartenir au même type que celles du Vénézuéla et du Brésil.

On comprend ainsi pourquoi les *Ptomaphagus* font défaut dans le nord-ouest de l'Amérique du Nord, et comment il se fait que dans l'est des États-Unis se trouvent côte à côte des espèces à affinités sud-américaines et d'autres nettement apparentées aux formes européennes.

La série phylétique de *Catops* a eu certainement une toute autre histoire que celle des *Ptomaphagus*. Il n'existe aucun *Catops* connu de l'Amérique du Sud et d'autre part certains indices sembleraient indiquer que les *Catops* européens ont dû avoir, au Secondaire, une origine commune avec les *Catopinæ* peuplant actuellement l'Australie et la Tasmanie. En tous cas, la souche des *Catops* existait dans les massifs méditerranéens dès le début du Tertiaire, car ils ont pu se répandre également en Europe et dans le nord de l'Afrique et même dans les îles Canaries.

Partis de l'Europe méditerranéenne, les *Catops* se sont largement répandus

(1) R.-F. Scharff, *Distribution and origin of life in America* (London, Constable and C°, 1911; 497 pages).

dans la région paléarctique. Certaines espèces du nord-est de l'Amérique du Nord semblent être venues d'Europe comme la souche des *Adelops*, par la voie nord-atlantique; mais c'est surtout par l'Asie orientale que le groupe des *Catops* a colonisé l'Amérique du Nord, où il s'est largement répandu dans le nord-ouest et le centre, sans atteindre les régions tropicales. La preuve que c'est bien par l'Asie et non par les continents nord-atlantiques que la majorité des *Catops* américains sont venus d'Europe est fournie par la distribution actuelle du genre *Catoptrichus* (Japon, Alaska), du genre *Prionochaeta* (Japon, Sibérie orientale, Pensylvanie) et surtout du sous-genre *Lasiocatops* (Europe, Caucase, Mongolie, Japon, Alaska, États-Unis).

Ce n'est pas au Crétacé, comme les *Potamobius*, que les *Catops* se sont répandus de l'Asie vers l'Amérique du Nord, car nous devrions alors les trouver actuellement confinés, comme ces Écrevisses, dans la partie occidentale du continent nord-américain. C'est plus tard, pendant la fin du Tertiaire, qu'ils ont dû se disperser avec les nombreux groupes holarctiques de faune froide qui ont émigré d'Asie en Amérique et réciproquement, jusque pendant le Glaciaire.

Quant aux deux autres des quatre séries phylétiques des *Catopinæ* de l'hémisphère nord, elles ont eu la même histoire que celles dont il vient d'être question. Les *Anemadus* se sont développés parallèlement aux *Ptomaphagus*, mais n'ont pas dépassé, dans leurs migrations, la région méditerranéenne; le groupe du type *Nargus* (*Choleva*, *Nargus*, *Catopomorphus*) a eu le même centre de dispersion que les *Catops*, a effectué les mêmes migrations dans la région paléarctique, mais sans toutefois atteindre l'Asie orientale, ni passer en Amérique.

Un fait semble à première vue se trouver en contradiction avec cette reconstitution des migrations des *Catopinæ* de l'hémisphère nord, c'est que les îles Canaries et Madère abritent des espèces des groupes *Catops* et *Nargus* d'origine européenne et ne nous fournissent aucun représentant des groupes *Ptomaphagus* et *Anemadus*, supposés être venus de l'Amérique tropicale par le pont continental transatlantique de Scharff.

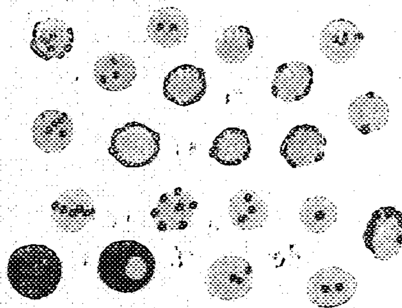
Mais la faune des îles Canaries et Madère ne montre guère de points communs avec les faunes américaines. En ce qui concerne les Insectes tout au moins, c'est toujours avec l'Afrique du Nord que les liens de parenté sont le plus étroits.

L'étude de plusieurs groupes de Coléoptères canariens me donne à penser

que les espèces diverses citées par Scharff, comme jalonnant les restes de son pont continental, mériteraient d'être révisées. En tout cas, je pense que l'hypothèse de Scharff doit être retenue, car elle est féconde et même nécessaire et semble bien fondée. Mais il faut admettre soit que le pont continental éocène unissant directement l'Amérique tropicale aux massifs méditerranéens ne passait pas par les îles Canaries et Madère, soit qu'après le morcellement du pont ces îles aient été submergées à l'Oligocène, puis de nouveau exondées au Miocène et alors encore rattachées à l'Afrique du Nord, d'où elles ont reçu leur faune actuelle.

CYTOLOGIE. — *Sur des phénomènes de condensation de corps gras à la surface des mitochondries.* Note de M. R. Noël, transmise par M. Henneguy.

Nous avons signalé récemment [1] que, sur des préparations de foie de Souris blanche traitées par les méthodes de Kull ou d'Altmann, après fixation par le mélange osmio-chromique de Mèves, on peut voir en certains points de minuscules granulations noires siégeant à la périphérie des mitochondries teintées en rouge.



Au stade initial de cette condensation, on ne voit qu'une seule granulation; puis ces éléments augmentent de nombre pour confluer enfin en une bande qui cercle plus ou moins complètement la périphérie du chondriosome. La

[1] Cf. Noël, *Sur un mode d'élaboration de graisse osmio-réductrice dans la cellule hépatique de la Souris blanche* (*Comptes rendus de la Société de Biologie*, 3 décembre 1921, p. 1030).

graisse apparaît ainsi d'une façon très nette, à la jonction de la mitochondrie et du cytoplasme ambiant.

Nous avons fait une étude systématique de ces dispositions; elles nous ont apparu constantes avec toutes les méthodes; elles ont même aspect quelles que soient les conditions histo-physiologiques; néanmoins elles sont observables avec une particulière facilité sur les foies peu chargés en graisse. On peut en conclure que, *morphologiquement*, la graisse apparaît d'abord à la périphérie de la mitochondrie sous la forme de granulations très petites, qui ultérieurement confluent en un anneau.

Ces faits nous semblent appeler les considérations suivantes, au point de vue du mécanisme physico-chimique de leur production. On sait que, au niveau des couches de passage (zone de surface) entre les divers colloïdes protoplasmiques, il y a condensation de certains des éléments de ces colloïdes, en particulier des lipoïdes. La plupart du temps, cette condensation est invisible à nos yeux et indécelable par nos réactifs histo-chimiques; c'est un phénomène d'ordre colloïdal portant sur des éléments placés au delà de la limite de visibilité pratique. Mais dans le cas présent, la condensation des corps gras semble si accentuée que le processus atteint cette limite de visibilité; et les corps gras apparaissent sous la forme des très petites granulations décrites plus haut.

Cette expression histologique du phénomène physico-chimique de la condensation des substances au niveau des surfaces de contact entre éléments de la cellule nous a paru mériter d'être signalée.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur quelques fonctions du mégacaryocyte tumoral, en particulier sur son rôle vasoformateur.* Note de M. **R. Argaud**, transmise par M. Henneguy.

Nous avons eu récemment l'occasion d'étudier, chez l'homme, deux myélomes spéciaux formés exclusivement de cellules à noyaux bourgeonnants et qui s'étaient développés, l'un, tout petit, sur l'aile du nez, l'autre, volumineux, de la grosseur d'une tête d'enfant, dans l'épaisseur de la glande mammaire. Ces tumeurs, auxquelles nous avons donné le nom de *mégacaryocytomes* (¹), nous ont permis, en raison même de leur activité génétique, de suivre, dans les meilleures conditions, l'évolution des méga-

(¹) *Annales de Dermatologie et de Syphiligraphie*, t. 2, n° 10, octobre 1921.

caryocytes et certaines de leurs fonctions, entre autre leur rôle vasoformateur depuis si longtemps controversé.

Nous avons d'abord constaté, dans ces éléments tumoraux, toutes les figures intermédiaires à l'état embryonnaire et à la cellule de Howel, avec les formes les plus diverses : noyaux lobés, incisés bourgeonnants, coronaires, sphérulaires, mûriformes, déroulés ou même égrenés. Par endroits, quelques noyaux paraissent entrer en caryolyse après avoir figuré une ébauche caryocinétique, la plupart du temps multipolaire, tandis que, par gemmation ou simple division directe, des cellules voisines donnent naissance à de nombreuses cellules filles qui s'individualisent dans différents sens.

Nos recherches nous ont en outre amené à émettre les conclusions suivantes au sujet de trois fonctions très importantes :

α, la fonction de soutènement;

β, la fonction vasoformative;

γ, la fonction sanguiformative.

α. *Fonction de soutènement.* — Le réticulum fibrillaire de la tumeur est entièrement dû à l'activité des cellules à noyau bourgeonnant. La surface des mégacaryocytes jeunes est dépourvue de prolongements, mais celle des adultes émet, au contraire, de longues expansions rameuses qui s'anastomosent d'une cellule à l'autre, constituant ainsi la trame fondamentale de la néoplasie.

β. *Fonction vasoformative.* — Les noyaux mûriformes ou multilobés se disloquent, tandis qu'une ou plusieurs cavités, creusées dans le protoplasma, se développent et se fusionnent. Les noyaux isolés viennent s'appliquer à la surface de la cavité, à la façon des noyaux endothéliaux; l'ébauche vasculaire est constituée.

Le processus vasoformatif peut s'effectuer avec quelques variantes : nous vîmes, parfois, de longues fissures se disposer d'une façon concentrique, autour d'une cavité centrale plus volumineuse, entraînant ainsi une disposition similaire des noyaux fragmentés. Il ne s'agit nullement d'éléments multinucléés si abondants dans les sarcomes angioplastiques, ni de plasmodes en pointes d'accroissement. Les cellules vasoformatrices sont ici complètement indépendantes, au début, de tout vaisseau. Ce sont des mégacaryocytes *créateurs de capillaires*, d'abord isolés, qui s'unissent ensuite aux capillaires voisins et suivent enfin l'évolution normale de toute formation vasculaire.

γ. *Fonction globuligène.* — Ces éléments sont, en même temps, sanguiformateurs. En effet, sans qu'il nous soit, dès maintenant, possible d'indiquer d'une façon précise toutes les phases de leur évolution, nous avons constaté la présence intramégacaryocytaire de globules rouges dont l'éloignement de toute autre formation vasculaire, la structure embryonnaire et les évidentes relations génétiques avec l'élément incorporant éloignaient toute idée de phagocytose. Nous avons parfaitement observé les phases suivantes :

1° Vésiculation du noyau d'un bourgeon mégacaryocytaire ;

2° Localisation exclusive de la chromatine à la membrane nucléaire ;

3° Dans certains cas, transformation de la vésicule en cupule ;

4° Disparition lente de la chromaticité habituelle de la substance nucléaire ;

5° Disparition du protoplasma périnucléaire et réalisation lente de la forme normale des hématies.

Cette évolution globuligène présente d'ailleurs d'autres modalités et c'est là, croyons-nous, une cause de divergence dans les interprétations qui furent émises.

En résumé :

1° Dans certains cas pathologiques, les cellules de Howel peuvent donner naissance à des tumeurs quelquefois volumineuses ;

2° Ces mégacaryocytes tumoraux constituent, par l'émission de nombreux prolongements protoplasmiques anastomotiques, la trame fondamentale de ces tumeurs ;

3° Enfin, par le morcellement du noyau végétant et répartition des fragments nucléaires parfaitement individualisés, autour d'une cavité intraprotoplasmique qui s'accroît progressivement, le mégacaryocyte devient vasoformateur. Il est aussi globuligène.

MICROBIOLOGIE. — *Nouvelles observations sur la culture du B. pyocyanique sur milieux artificiels définis.* Note de MM. **A. Goris** et **A. Liot**, présentée par M. Roux.

Nous avons fait connaître, dans une précédente Communication [1], que les sels ammoniacaux des acides bibasiques pouvaient servir d'aliment au

[1] *Observations sur la culture du B. pyocyanique sur milieux artificiels définis* par A. Goris et A. Liot (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1622).

B. pyocyanique. Depuis, nous avons entrepris de nombreux essais sur la culture de ce microbe sur milieux définis en faisant varier la nature des composés azotés (sels ammoniacaux, dérivés amidés ou aminés) qui pouvaient lui être offerts comme aliments.

Nous avons d'abord essayé les amides des acides bibasiques précédemment utilisés, puis les dérivés monoaminés de ces mêmes acides.

Comme précédemment, nous avons cultivé le B. pyocyanique sur milieux supports gélosés (gélose simple et gélose minéralisée) additionnés au moment de l'emploi d'une quantité déterminée de substance azotée.

Dans une première série d'essais, nous avons réuni les résultats obtenus avec les amides. Il ne s'est produit ni culture ni coloration avec les corps suivants : Acide carbamique, Urée, Oxamide, Acide oxamique, Malonamide, Succinamide, Succinimide.

L'acétamide, la benzamide, expérimentées par comparaison, ainsi que l'acide cyanurique et la guanidine, qui se rattachent à l'urée, nous montrent également que les dérivés amidés, en général, ne peuvent pas servir d'aliments au B. pyocyanique.

Dans une seconde série d'expériences, nous donnons les résultats obtenus avec les diacides monoaminés. Les acides aspartique et glutamique ont été des agents très défavorables au développement de la culture et à la production de coloration; l'asparagine, amide de l'acide aspartique, a donné, sur gélose simple, une culture très maigre avec légère coloration verte, et sur gélose minéralisée une culture légère avec coloration verte assez nette. Si l'on vient à neutraliser les fonctions acides de ce corps par une base, telle que la soude, le corps obtenu est cette fois utilisable par le microbe sur gélose simple et sur gélose minéralisée.

Ce sont ces résultats qui nous ont conduits à essayer les autres aminoacides : monoacides monoaminés et monoacides diaminés, à réaction neutre, ainsi que divers produits qui en dérivent.

Ces résultats sont consignés dans le Tableau suivant :

Monoacides monoaminés.

	Sur gélose simple.	Sur gélose minéralisée.
Glycocolle	Pas de développement ; pas de coloration.	Bon développement ; légère coloration verte.
Acide glycocholique	Id.	Pas de développement ; pas de coloration.
Alanine	Id.	Bon développement ; coloration verte intense.
Leucine	Très maigre développement ; légère coloration violacée.	Bon développement; coloration verte.
Cystine (dithiodialanine)	Pas de développement; pas de coloration.	Léger développement; coloration verte pâle.
Phénylalanine	Développement presque nul ; Teinte violacée noirâtre.	Très bon développement ; coloration verte intense.
Tyrosine (*p*-Oxyphénylalanine)	Pas de développement ; pas de coloration.	Pas de développement ; pas de coloration.
Histidine (β-Imidazolalanine)	Id.	Bon développement ; légère coloration verte.
Tryptophane (β-Indolalanine)	Léger développement ; Teinte violacée noirâtre.	Maigre développement ; coloration verte noirâtre.

Monoacides diaminés.

Arginine	Pas de développement ; pas de coloration.	Maigre développement ; légère coloration verte.
Lysine	Id.	Maigre développement ; peu de coloration.

On voit donc que les dérivés amidés mis en expérience ne peuvent servir d'aliment au B. pyocyanique. Au contraire, les acides aminés (monoacides monoaminés et diaminés et les diacides monoaminés employés après neutralisation) peuvent servir au développement de ce bacille, mais, en général, ils sont de moins bons aliments que les sels ammoniacaux dérivés des acides bibasiques, surtout lorsqu'on les emploie sans addition de substances minérales.

L'emploi des divers acides aminés comme source d'azote, pour la culture du B. pyocyanique n'est pas indifférent. Leur valeur nutritive dépend, non seulement de la présence d'une ou de plusieurs fonctions aminées dans la molécule, mais aussi de la structure de la chaîne qui supporte ces fonctions.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le procédé d'épuration par les « boues activées » est-il applicable au système séparatif?* Note de M. Lucien Cavel, présentée par M. A. Haller.

Les applications actuellement existantes du procédé d'épuration des eaux d'égout par les « boues activées » sont faites sur des eaux d'égout du *système unitaire*, qui est le mode d'assainissement des villes déjà âgées.

Les cités plus jeunes, ou celles dont l'assainissement est plus récent, recourent au *système séparatif*, qui écarte les eaux pluviales et d'arrosage. Celui-ci a sur son aîné de réels avantages : la constance du débit, une composition plus homogène, un volume d'eau beaucoup moindre, et, par conséquent, une construction plus économique. Mais les eaux d'un réseau séparatif n'étant pas diluées, sont très polluées, et, la conduite de leur épuration biologique est moins commode que celle d'un réseau unitaire. Aussi la règle qui consiste à épandre 1^{m^3} par mètre carré de lit bactérien, et par jour, ne leur est généralement pas applicable.

Je me suis préoccupé de savoir si le procédé d'épuration des eaux par les « boues activées » peut être employé par le système séparatif, et j'ai essayé d'activer des boues, puisées dans son sein même. Je me suis adressé pour cela, aux boues de la ville de Villeneuve-Saint-Georges, qui possède, depuis 8 ans, un réseau d'égout séparatif étudié d'après les plus heureuses conceptions.

L'activation de ces boues, a été obtenue au laboratoire, après 47 jours d'aération; puis on les a fait agir sur les eaux brutes de Villeneuve, dans la proportion de 33 pour 100 (mesurée après 2 heures de repos), du volume à traiter. Ces eaux, ainsi préparées, furent analysées avant et après épuration.

Le Tableau ci-dessous, pris parmi de nombreuses expériences, indique les résultats comparés avant et après 24 heures d'aération [1]. Ils sont exprimés en milligrammes par litre.

	Eau avant aération (eau brute).	Eau après épuration (eau épurée).
Aspect	très trouble	tout à fait limpide
Matières en suspension [2], totales	343	néant
» organiques	286,5	»
» minérales	56,5	»
Alcalinité (CO^3Ca)	646	0
Azote organique (Az) [3]	58,5	14
Azote ammoniacal (Az)	112	0
Azote nitrique (Az)	10,9 [4]	122,2
Azote nitreux	0	traces
Oxydabilité (acide, 10 min. ébullition)	147,2	40
Sulfures (H^2S)	24	0
Odeur	très putride	inodore
» après 7 jours d'étuve	»	inodore
Germes microbiens par centimètre cube	92000000	7000000

La lecture de ce Tableau montre que, l'alcalinité, l'ammoniaque, les sulfures disparaissent complètement; et que l'oxydabilité se trouve abaissée dans la proportion de 72,8 pour 100. Quant aux germes microbiens, 92,4 pour 100 sont éliminés. L'azote organique, qui représente un ensemble de composés très putrescibles, se trouve aussi diminué de 76 pour 100. Enfin, l'eau est claire et imputrescible.

---

(1) Cette période peut être écourtée.

(2) Avant le mélange avec les boues activées.

(3) C'est-à-dire l'azote obtenu par la méthode de Kjeldahl (après élimination des nitrates par $FeCl^2$), diminué de AzH^3 dosé à part par distillation.

(4) Provenant des nitrates dissous dans l'eau qui imprègne la boue.

Les doutes étaient permis au sujet de la réussite des essais entrepris, à cause de la concentration des eaux, de leur alcalinité atteignant parfois 900^{mg} par litre; à cause encore des sécrétions microbiennes d'un milieu aussi souillé, capables de paralyser la nitrification.

Il n'en a rien été, et, d'après les nombreuses expériences que j'ai faites, il m'est permis de dire qu'on peut envisager la possibilité d'appliquer au système préparatif le procédé d'épuration par les « boues activées ».

Dans la pratique, il ne sera pas nécessaire d'atteindre la disparition totale de l'ammoniaque. Cette ammoniaque, dans l'effluent épuré, n'est pas bien gênante. Elle disparaît d'elle-même par auto-épuration dans la rivière. Il suffira, par exemple, pour arrêter le traitement des eaux, de s'imposer une limite, qui pourra être l'instant où le chiffre de l'oxydabilité devient constant. Cette limite est généralement atteinte avant la disparition complète de l'ammoniaque. Il y aura ainsi une économie de temps et d'énergie.

PHYSIQUE MÉDICALE. — *L'auscultation électrique de la respiration au début de la tuberculose; nouvelle méthode d'auscultation pratiquée à l'aide de stéthoscopes microtéléphoniques amplificateurs.* Note de M. **J. Glover**, présentée par M. d'Arsonval.

Cette nouvelle méthode d'auscultation que j'ai innovée en clinique en 1915 [1] donne d'importants résultats et se précise dans son utilité pratique.

Les caractères propres et les avantages de l'auscultation électrique, pratiquée à l'aide de diverses variétés de stéthoscopes téléphoniques [2] qui ont été perfectionnés depuis, sont: *l'amplification sonore; l'auscultation rigoureusement localisatrice pour l'auscultation et l'exploration vasculaire, par exemple; l'auscultation topographique d'une région plus ou moins étendue; l'isolement vibratoire complet et nécessaire, entre le malade ausculté et le médecin qui ausculte;* enfin la *pluriauscultation*, c'est-à-dire l'auscultation simultanée d'une même région par plusieurs élèves à la fois, à l'occasion de l'enseignement à l'hôpital.

---

(1) Jules Glover, *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 685; *De l'auscultation de la voix solidienne à distance en clinique pour le diagnostic précoce du début de la tuberculose pulmonaire* (*Bulletin de l'Académie de Médecine*, 22 février 1916).

(2) Jules Glover, *Appareil électrique d'auscultation, d'exploration clinique et de physiologie expérimentale* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 795).

En ce qui touche *l'auscultation de la respiration* en particulier, on a généralement basé, par exemple, le diagnostic du début de la tuberculose pulmonaire entre autres signes stéthoscopiques, sur la diminution ou même l'absence du bruit normal de la respiration, ainsi que sur certains caractères et variations du rythme respiratoire.

Or l'emploi de mes stéthoscopes microtéléphoniques amplificateurs pour l'auscultation électrique permettent de reconnaître et d'établir :

1° Que les résultats de l'auscultation de la respiration, à l'état physiologique, semblent varier avec le type respiratoire adopté par le sujet observé, en raison de sa conformation thoracique ;

2° Qu'étant donnée l'existence d'une infinité des conformations squelettiques du thorax, intermédiaires entre les deux types extrêmes, de thorax à taille et de thorax sans taille, certains de mes stéthoscopes microtéléphoniques spéciaux, permettent de constater qu'aux principales variétés de conformations squelettiques du thorax, paraissent s'adapter par l'accoutumance, des variétés spéciales de types respiratoires.

Or, à l'observation, on remarque que les sujets à thorax à taille nettement définis ou de conformations approchantes, ont tendance à adopter le type respiratoire costo-claviculaire, supérieur, lequel fournit avec un maximum d'efforts, un minimum d'effets; on constate aussi que les sujets à thorax sans taille ou d'une venue, ou de conformations approchantes, sont portés à adopter le type respiratoire costo-latéral inférieur, lequel fournit avec un minimum d'efforts, un maximum d'effets.

Mais ce que l'emploi des stéthoscopes microtéléphoniques, par leurs propriétés amplificatrices et rigoureusement localisatrices, démontre de plus important encore, c'est qu'il semble, qu'à l'occasion de ces observations, le médecin peut ne plus être induit en erreur, en ce qui touche l'auscultation des caractères de la respiration des sommets des poumons, au début de la tuberculose.

Il s'ensuit en effet qu'un sujet à thorax sans taille peut présenter, entre autres signes stéthoscopiques, une diminution relative ou une imperceptibilité presque totale du bruit normal de la respiration au sommet des poumons, sans être tuberculeux.

De même encore, un sujet à thorax à taille, gêné en quelque sorte par cette conformation, pour l'adoption du type costo-latéral inférieur et obligé à une suppléance respiratoire à type costo-claviculaire supérieur, parfois assez accentuée, peut n'avoir pas de diminution du murmure vésiculaire au sommet des poumons, tout en étant tuberculeux.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Les stomoxes, propagateurs de la trypanosomiase des dromadaires.* Note de MM. **Edm. Sergent** et **A. Donatien**, présentée par M. Roux.

La trypanosomiase des dromadaires de l'Afrique du Nord est transmise par plusieurs espèces de taons. Les nomades le savent; nous avons pu jadis le vérifier expérimentalement et préciser le mécanisme de cette transmission [1]. Mais des constatations récentes nous ont montré que les taons ne sont pas les seuls agents vecteurs.

Nous avons observé, chez des dromadaires en stabulation, une épizootie propagée uniquement par des stomoxes. C'est l'histoire de cette épizootie et des recherches expérimentales qu'elle a suggérées que nous rapportons.

Un troupeau de 9 dromadaires, parqué en automne 1920 dans un paddock, comptait 8 animaux indemnes et 1 infecté chronique qui fit seulement 9 rechutes, de 1 ou 2 jours de durée, dans le cours d'une année. Au voisinage de ce porteur de germes, et 9 jours après l'une de ces rechutes, un dromadaire sain présenta un accès typique de première invasion, caractérisé par une fièvre subcontinue et la présence presque constante de trypanosomes dans le sang.

Le dromadaire atteint d'un accès aigu fut placé dans une case avec cinq dromadaires indemnes; ceux-ci furent tous contaminés successivement dans l'espace d'un mois et succombèrent.

Plus tard on réunit dans le paddock 1 dromadaire en pleine phase aiguë de trypanosomiase inoculée expérimentalement et deux dromadaires neufs : une chamelle et son petit. Ces deux derniers se contaminèrent tous deux et leur infection fut mortelle.

Si l'on étudie les conditions de la contamination, on voit que le *réservoir de virus* a été constitué dans chaque cas par des dromadaires fortement parasités. On constate aussi que l'infection a dû s'opérer à courte distance dans l'espace et dans le temps : la contagion en effet est localisée à la case du paddock où se trouvait le porteur de germes. La comparaison des dates exclut la possibilité d'une évolution des trypanosomes en dehors de l'organisme du dromadaire. La contagion a été immédiate.

---

[1] *Ann. Inst. Pasteur*, t. 19, janvier 1905, p. 17-48; t. 20, août 1906, p. 674-681. *Annals of trop. Med. and Paras.*, t. 2, 3 février 1909, p. 331.

La recherche de *l'agent transmetteur* conduit à accuser les stomoxes. En effet, on ne peut pas incriminer le contact direct, car des troupeaux de dromadaires comprenant également animaux sains et porteurs de germes ont vécu pendant plusieurs années dans ce paddock sans qu'aucune contamination se produisit. La seule différence entre les années précédentes et 1920 est que, cette année-là, le paddock était infesté par de très nombreux stomoxes dont les larves vivaient dans la litière laissée pour empêcher les dromadaires de glisser sur le sol cimenté. A cause de la saison, il n'y avait ni taons, ni moustiques, ni phlébotomes, ni cératopogoniées. Les animaux étant nettoyés, ils n'avaient ni hyppobosques, ni tiques, ni poux. Le seul vecteur animé présent était le stomoxe.

Si l'on observe la façon dont les stomoxes attaquent les dromadaires, on voit qu'ils réussissent très rarement à se gorger de sang dès leur première piqûre : ils sont obligés de multiplier des essais de piqûres, qui font sourdre des gouttelettes de sang (¹), avant de pouvoir déjouer les défenses de l'animal, et d'arriver à se fixer. Ces piqûres successives atteignent souvent, dans un troupeau, des bêtes différentes. On comprend ainsi comment le stomoxe peut transporter le virus en piquant coup sur coup un dromadaire malade, puis un dromadaire sain.

L'expérimentation a confirmé et précisé ces données de l'observation.

Dans 14 expériences, 25 cobayes reçoivent, sans être infectés, les piqûres de stomoxes nourris antérieurement sur des cobayes trypanosomés, à une date remontant à 1 jour au minimum et à 66 jours au maximum (2842 piqûres au total). On n'a pu observer aucune évolution des trypanosomes dans l'organisme des stomoxes.

Par contre, 6 cobayes neufs sur 12 sont infectés par des piqûres de stomoxes venant de piquer, immédiatement avant, un cobaye infecté.

L'expérience suivante montre que ce sont les trypanosomes adhérent à la surface externe de la trompe des stomoxes qui transmettent l'infection et non ceux qui sont contenus à l'intérieur de la trompe. Nous avons fait piquer des stomoxes à travers une mousseline fine dont les mailles serrées essuient la trompe au passage; dans ces conditions, nous n'avons eu que 1 cobaye contaminé sur 11 (670 piqûres). Les mêmes stomoxes, piquant à travers un tulle à larges mailles, ont contaminé, avec un nombre moindre de piqûres (557), 6 cobayes sur 12.

(¹) 82 fois sur 1227 piqûres observées, soit une goutte pour 14 piqûres!

En conclusion, la trypanosomiase des dromadaires est transmise, dans la nature, de deux façons :

1° En pleine campagne, dans le bled, par les taons dont les larves foisonnent dans le sable humide du fond des vallées;

2° Dans les lieux habités, dans les fondouks (caravansérails), par les stomoxes, dont les larves vivent sur le fumier pailleux des écuries (¹). Le transport des germes par taons et stomoxes est mécanique; on ne constate aucune évolution des trypanosomes chez les insectes, qui ne sont que des porte-virus, véhiculant les trypanosomes sur la surface externe de leur trompe comme sur une lancette. Pour être infectante, la piqûre de l'animal trypanosomé doit saigner et précéder immédiatement la piqûre de l'animal sain. La longue durée de la trypanosomiase chez le dromadaire fait de cet animal le réservoir de virus.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 6 février 1922.)

Note de MM. *A. de Gramont* et *G.-A. Hemsalech*, Sur l'évolution du spectre du magnésium sous l'influence d'actions électriques croissantes :

Page 357, figure, *au lieu de* 5529 et 4325, *lire* 5528 et 4352.

Page 359, ligne 4, *au lieu de* λ3838 et λ5184 [*b*], *lire* [*b*] λ5184 et λ3838; *au lieu de* λ4704, *lire* λ4703.

(¹) Nous avons trouvé des stomoxes dans toutes les régions de l'Afrique du Nord : le littoral, les hauts-plateaux, le Sahara.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 FÉVRIER 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Bigourdan** communique les publications suivantes qu'il vient de faire paraître :

Corrections des signaux horaires *déterminées au Bureau international de l'Heure en* 1920 (1re année). Cette publication est formée essentiellement par les six Tableaux suivants :

1° Corrections C_p de la pendule directrice. Ce sont les données de départ, fournies par l'Observatoire de Paris.

2° Comparaisons mutuelles des quatre pendules garde-temps.

3° Valeurs adoptées pour les corrections C'_p des pendules garde-temps, pour chaque jour où l'on a effectué des observations méridiennes. Ces valeurs sont réduites au méridien de Greenwich et à 21^h36^m, heure choisie parce qu'elle est généralement voisine de celle pour laquelle on obtient la correction de la pendule directrice.

En outre, on donne ici les corrections $\Delta C'_p$ que les marches comparées des garde-temps ont indiquées pour les corrections de pendule, avec *la méthode de discussion adoptée*.

4° Valeurs conclues des mêmes $\Delta C'_p$ pour chaque jour et corrections journalières conclues de la pendule directrice.

5° Corrections des signaux demi-automatiques de 10^h45^m et de 23^h45^m; qui sont ceux que reçoivent le plus généralement les marins, les horlogers, etc.

6° Signaux rythmés *normaux* de 10^h30^m, de 23^h0^m et de 23^h30^m, avec divers signaux rythmés *occasionnels*, qui avaient été demandés de plusieurs côtés, pour la détermination précise de Longitudes.

Pour tous ces signaux rythmés on donne les heures provisoires des 1er

et 300e signaux telles qu'elles ont été radiotélégraphiées, et leur correction. Il est évidemment utile de fournir les éléments qui permettent de contrôler nos calculs; mais, notamment pour les signaux rythmés, cela n'a pas été possible pour 1920, à cause de divers intermédiaires qui ont été supprimés en 1921.

RAPPORT ANNUEL *sur les travaux effectués par le Bureau international de l'Heure en* 1921 (2e année).

Ce Rapport indique la marche générale du service et les tentatives faites pour l'améliorer. Il mentionne notamment quelques recherches entreprises pour relier l'origine de chaque seconde directement au balancier lui-même en évitant ainsi les erreurs causées par les irrégularités des rouages.

L'enregistrement a été bien amélioré en employant un dispositif de MM. H. Abraham et R. Planiol; il a permis, entre les pendules garde-temps, une comparaison directe contrôlant la comparaison faite par coïncidences.

BULLETIN HORAIRE, n° 2. — Ce numéro donne les corrections des signaux horaires de janvier 1922. A partir du 1er janvier dernier, le *temps sidéral à midi moyen* de la *Connaissance des Temps* a été diminué de $0^s,06$ afin qu'à l'avenir nos résultats donnés en temps moyen soient comparables à ceux qu'on obtient au moyen des Éphémérides qui emploient les Tables solaires de Newcomb.

On y trouve aussi, pour les signaux rythmés de 10^h, les heures comparées obtenues à Greenwich, Paris et Uccle.

M. L. LECORNU s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un Ouvrage dont j'ai écrit la préface, et qui est intitulé : *L'éther actuel et ses précurseurs*. L'auteur, M. E.-M. Lémeray, retrace d'une façon attachante la succession des idées et des croyances relatives à une substance invisible répandue dans l'espace : d'abord le souffle (*pneuma*) des premiers âges; puis l'air et le feu; ensuite, dans les temps modernes, le phlogistique de Stahl; le calorique sensible ou latent; le fluide électrique; l'éther de Huyghens, celui de Fresnel, celui de Lorentz; celui d'Einstein.

Je signale en particulier le passage où M. Lémeray revendique pour Laplace l'honneur d'avoir, le premier peut-être, affirmé l'équivalence de la

chaleur et du travail; Laplace dit en effet, dans un Mémoire lu le 18 juin 1783 devant l'Académie des Sciences : « *la chaleur est la force vive qui résulte des mouvements insensibles des molécules d'un corps.* » Ce texte précis méritait bien d'être rappelé.

M. A. **Haller** s'exprime en ces termes :

Le volume des *Actualités de Chimie contemporaine* que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie comprend une série de neuf conférences faites à la Sorbonne par différents auteurs sur des sujets à l'ordre du jour. Deux d'entre elles, consacrées à la guerre des gaz, permettent d'avoir un aperçu des produits nocifs employés dès le 22 avril 1915 par l'Allemagne, puis, réciproquement, par les Alliés quelques mois plus tard.

Les conférences suivantes ont trait à la micro-analyse quantitative, à la synthèse biochimique, à la solidité des liaisons dans les molécules organiques, à la naphtaline au point de vue scientifique et industriel, aux cétènes, nouvelle fonction organique, et enfin à quelques complexes de l'iridium.

Le bon accueil réservé à ces conférences qui ont été publiées dans la *Revue des Sciences pures et appliquées*, en 1920 et 1921, nous a conduit à les réunir en un volume qui fera suite à trois autres séries parues de 1906 à 1908.

NOMINATIONS.

MM. L. **Guignard**, le Prince **Bonaparte**, M. **d'Ocagne** sont adjoints à la délégation qui représentera l'Académie aux fêtes du cent-cinquantième anniversaire de la fondation de l'*Académie royale de Belgique*.

M. **Emile Borel** est désigné pour représenter l'Académie aux fêtes du septième centenaire de la fondation de l'*Université royale de Padoue*.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des 48 votants, M. E. I. **Fredholm** est élu Correspondant de l'Académie pour la Section de Géométrie.

Par 42 voix contre 8 à M. *A. Guilliermond*, M. **Henri Jumelle** est élu Correspondant de l'Académie pour la Section de Botanique.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la chaire d'*Histoire naturelle des corps organisés* déclarée vacante au Collège de France.

(Renvoi aux Sections de Botanique et d'Anatomie et Zoologie.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

The Wheat plant, a Monograph by John Percival.

M. le **Directeur de l'École supérieure d'Aéronautique et de Construction mécanique** adresse un Rapport relatif à l'emploi qui a été fait d'une subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1921.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries* $\sum \frac{A_\nu}{z-\alpha_\nu}$.

Note [1] de M. **Torsten Carleman**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \ldots$ les affixes d'une suite de points (dans le plan des z) qui peut être partout dense dans une partie du plan (ou dans le plan entier). Considérons la série

$$f(z) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{A_\nu}{z-\alpha_\nu} \tag{1}$$

et supposons d'abord $M = \sum |A_\nu| \nu^\alpha$ $(\alpha > 1)$ convergente. Décrivons autour de chaque point α_ν comme centre des cercles avec des rayons

(1) Séance du 13 février 1922.

$lr_\nu = l\nu^{-\alpha}$. Appelons $C_\alpha^{(l)}$ l'ensemble des points qui restent après exclusion de ces cercles. Soit C_α l'ensemble-limite de $C_\alpha^{(l)}$ lorsque l tend vers zéro. On sait que C_α comprend tous les points du plan sauf un ensemble de mesure nulle, et que la série (1) converge partout dans C_α.

D'après les recherches de M. Borel, les points $z = \alpha_\nu$ sont certainement des véritables singularités pour la fonction $f(z)$ si la suite $|A_n|$ décroît plus rapidement que $e^{-e^{n^2}}$. Nous verrons dans ce qui suit qu'il suffit de supposer $|A_n| < e^{-(\alpha+\varepsilon)n\log n}$ (1). Dans sa Note (2) : *Remarques sur la Note de M. J. Wolff*, M. Borel vient de poser d'une manière explicite la question dont nous nous occuperons ici. La Note de M. Wolff (2) contient un exemple intéressant de série de la forme (1) $\left(\sum \frac{A_\nu}{z-\alpha_\nu}\right)$ avec $\sum |A_\nu|$ convergente, qui converge en chaque point $z \neq \alpha_\nu$. $f(z)$ étant, dans ce cas, uniformément bornée pour $z \neq \alpha_\nu$, on peut en conclure qu'il n'existe pas de série $\sum r_\nu$ à termes positifs telle que $\sum \frac{A_\nu}{r_\nu}$ converge $\Big($cette condition est équivalente à $\sum \sqrt{A_\nu}$ divergente$\Big)$. On peut, en effet, démontrer que le terme $\frac{A_n}{z-\alpha_n}$ est le terme dominant de (1) sur presque tous les vecteurs qui passent par α_n, pourvu qu'il existe une série à termes positifs convergente $\sum r_n$ telle que $\sum \frac{A_n}{r_n}$ converge. On déduit de là : Si $f(z)$ est uniformément bornée sur un ensemble de points obtenu par exclusion d'un ensemble de mesure nulle, tous les A_n sont égaux à zéro.

Nous allons démontrer le théorème suivant :

Si $f(z)$ s'annule sur un arc de courbe Γ (arbitrairement petit) situé dans un domaine $C_\alpha^{(l)}$, et si

$$|A_n| < e^{-(\alpha+\varepsilon)n\log n} \quad (\varepsilon = \textit{nombre positif arbitraire}),$$

les coefficients A_ν sont tous nuls.

Soit OABO un contour simple fermé composé de deux lignes droites OA et OB dans $C_\alpha^{(l)}$ et d'une partie AB de Γ. On voit qu'il est toujours possible d'enfermer un point quelconque ζ de $C_\alpha^{(l)}$ dans un tel contour, pourvu que Γ ne soit pas rectiligne et ζ situé sur le prolongement de Γ. Partageons la suite $\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots$ en deux groupes $\beta_1\beta_2\ldots\beta_n\ldots$, $\gamma_1\gamma_2\ldots\gamma_n\ldots$ suivant

(1) M. Denjoy a démontré dans une Communication récente (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 95) qu'il ne suffit pas de supposer $|A_n| < e^{-\sqrt{n}n^{-1}}$.

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1056 et 1057.

que α_ν est à l'intérieur ou à l'extérieur de OABO et écrivons

$$f(z)=\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{B_\nu}{z-\beta_\nu}+\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{C_\nu}{z-\gamma_\nu}.$$

Il existe évidemment une fonction $N(\nu)$ croissante telle que $\beta_\nu=\alpha_{N(\nu)}$. Soient ζ_0 l'affixe du point O et θ_0 l'angle que fait la bissectrice de AOB avec l'axe réel et positif. En désignant par $k\pi$ la valeur de l'angle AOB, on voit que la fonction

$$e^{\sigma[(z-\zeta_0)e^{-i\theta_0}]^{\frac{1}{k}}}$$

a sa valeur absolue égale à 1 sur OA et OB (et cela quel que soit σ). Posons

$$f_m(z)=\sum_{\nu=1}^{m}\frac{B_\nu}{z-\beta_\nu}+\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{C_\nu}{z-\gamma_\nu}$$

et considérons la fonction (régulière dans OABO)

$$F_m(z)=e^{\sigma[(z-\zeta_0)e^{-i\theta_0}]^{\frac{1}{k}}}f_m(z)\prod_{\nu=1}^{m}(z-\beta_\nu).$$

On a sur OA et OB, à cause de l'inégalité

$$|f_m(z)|<\frac{1}{l}\sum|A_\nu|\nu^\alpha=\frac{M}{l},$$

en désignant par L le diamètre de OABO

$$|F_m(z)|<\frac{M}{l}L^m.$$

D'autre part, on trouve en tous les points de AB, $f(z)$ étant nul sur Γ,

$$|f_m(z)|=\left|\sum_{\nu=m+1}^{\infty}\frac{B_\nu}{z-\beta_\nu}\right|<\frac{R_{N(m)}}{l},$$

où l'on a posé

$$R_N=\sum_{\nu=N+1}^{\infty}\nu^\alpha|A_\nu|.$$

Finalement, on voit que l'inégalité

$$|F_m(z)|<\frac{M}{l}L^m+\frac{e^{\sigma L^{\frac{1}{k}}}R_N}{l}L^m,$$

où l'on a posé $N = N(m)$, est valable en tous les points du contour OABO, et, par conséquent, à son intérieur. Il s'ensuit, de là,

$$(2) \qquad |f_m(\zeta)| < \frac{e^{-\sigma a}}{l}\left(\frac{L}{l}\right)^{N}(\underline{|N})^{\alpha}[M + e^{\sigma b} R_N],$$

a étant une constante positive

$$\left\{ a = \text{partie réelle de } [(\zeta - \zeta_0)e^{-i\theta_0}]^{\frac{1}{k}} \quad \text{et} \quad b = L^{\frac{1}{k}} \right\}.$$

En attribuant à σ, qui est une quantité positive arbitraire, la valeur donnée par l'équation

$$e^{\sigma a} = N\left(\frac{L}{l}\right)^{N}(\underline{|N})^{\alpha},$$

et en supposant que R_N décroît assez rapidement pour que

$$(3) \qquad e^{\sigma b} R_N = \left[N\left(\frac{L}{l}\right)^{N}(\underline{|N})^{\alpha}\right]^{\frac{b}{a}} R_N < K \qquad (K = \text{const.}),$$

on aura, d'après (2),

$$f(\zeta) = \lim_{m=\infty} f_m(\zeta) = 0.$$

(3) est vérifié si

$$|A_n| < e^{-(\alpha+\varepsilon)\frac{b}{a} n \log n}.$$

En calculant la valeur de $\frac{b}{a}$ on voit qu'il suffit de supposer

$$|A_n| < e^{-(\alpha+\varepsilon) n \log n},$$

en démontrant, d'abord, que $f(z)$ est nulle dans certains domaines dans le voisinage de Γ et puis, de proche en proche, qu'elle s'annule partout dans C_α (1).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M. Landau.* Note de M. **Spiridion Sarantopoulos**, présentée par M. Émile Borel.

1. Dans son travail paru en 1906, M. Landau (2) a démontré, comme cas particulier d'un théorème à lui, la proposition suivante :

---

(1) Il est possible d'obtenir par la même méthode des résultats analogues pour les fonctions quasi analytiques de M. Borel.

(2) *Ueber den Picardschen Satz* (*Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich*, t. 51, p. 252-318).

« Toute équation trinome

$$1 + x + ax^m = 0$$

a au moins une racine dans un cercle ayant pour centre o et un rayon constant (indépendant de a et de m). »

Une démonstration de ce théorème très simple et purement algébrique a été donnée par M. Hurwitz que M. Landau cite dans son travail ci-dessus mentionné. Dans le même travail, il a démontré aussi que l'équation quatrinome

$$1 + x + bx^\mu + ax^\nu = 0$$

(où $1 < \mu < \nu$) a au moins une racine dans un cercle de rayon constant et a trouvé comme limite supérieure du rayon le nombre 8.

En proposant la généralisation de ce théorème pour une équation k-nome, il dit qu'il ne possède pas en ce qui concerne l'équation quatrinome une démonstration algébrique simple telle que celle de M. Hurwitz pour l'équation trinome, il réussit cependant à abaisser la limite supérieure de 8 à $5\frac{2}{3}$.

2. Le manque d'une démonstration purement algébrique m'a été indiqué par M. Georges Remoundos qui m'a proposé d'en chercher une.

J'ai donc démontré d'une manière algébrique:

a. La proposition suivante :

L'équation

$$ax^\nu + ax^\mu + x + 1 = 0$$

a au moins une racine dans un cercle de rayon constant (indépendant de a, b, μ, ν) et j'ai trouvé comme limite supérieure le nombre 8;

b. J'ai fait la généralisation proposée par M. Landau en démontrant que toute équation de la forme

$$ax^\nu + a_r x^{\nu_r} + a_{r-1} x^{\nu_{r-1}} + \ldots + a_1 x^{\nu_1} + x + 1 = 0,$$

dans laquelle les $a_1, a_2, \ldots, a_r$ sont quelconques et $\nu > \nu_r > \nu_{r-1} > \ldots \nu_1 > 1$ aussi quelconques, a au moins une racine dont le module ne dépasse pas un nombre constant (indépendant de $a, a_r, \ldots, a_1$ et $\nu, \nu_r, \ldots, \nu_1$, et dépendant seulement du nombre des termes de l'équation).

GÉOMÉTRIE. — *Sur une généralisation de la notion de courbure de Riemann et les espaces à torsion.* Note de M. E. **Cartan**, présentée par M. Emile Borel.

Dans une Note récente (¹), j'ai indiqué comment, dans un Univers d'Einstein à ds^2 donné, on pouvait définir géométriquement le tenseur d'énergie attaché à chaque élément de volume de cet Univers; c'est ce tenseur qui, égalé à zéro, donne les lois de la gravitation dans toute région vide de matière. La définition que j'ai donnée fait intervenir la courbure de l'Univers par une certaine rotation associée à tout contour fermé infiniment petit, et cette rotation était introduite en s'appuyant sur la notion de transport par parallélisme de Levi-Civita.

Cette dernière notion elle-même, bien qu'elle se soit présentée à son auteur par des considérations géométriques, est assez difficile à définir d'une manière précise sans calcul. Or il est possible, me semble-t-il, d'en montrer la signification profonde en généralisant la notion même d'espace; cela nous conduira en même temps à des images géométriques d'Univers matériels plus riches physiquement que notre Univers, au moins tel qu'on le considère d'habitude; cela nous montrera aussi la vraie raison des lois fondamentales auxquelles obéit le tenseur d'énergie (loi de symétrie, loi de conservation).

Bornons-nous au cas de trois dimensions, la généralisation à quatre dimensions étant facile. Imaginons un espace qui, au voisinage immédiat de chaque point, ait tous les caractères de l'espace euclidien. Les habitants de cet espace sauront, par exemple, repérer les points infiniment voisins d'un point A au moyen d'un trièdre trirectangle ayant ce point A pour origine; mais nous supposerons en outre qu'ils ont une loi leur permettant de repérer, par rapport au trièdre d'origine A, tout trièdre de référence ayant son origine A′ voisine de A; en particulier cela aura un sens pour eux de dire que deux directions issues l'une de A, l'autre de A′, sont parallèles. En définitive, *un tel espace sera défini par la loi de repérage mutuel* (de nature euclidienne) *de deux trièdres d'origines infiniment voisines*.

Un espace de la nature précédente *n'est pas complètement défini par son* ds^2. Le ds^2, en effet, ne détermine qu'une partie de l'opération qui permet de passer d'un trièdre d'origine A à un trièdre d'origine infiniment voisine A′, à savoir la *translation* $\overrightarrow{AA'}$; il s'y ajoute, comme on sait, une

(¹) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 437.

rotation qui, le ds^2 étant donné, peut encore être définie suivant une loi arbitraire.

Cela posé, quand on décrira un contour fermé infiniment petit partant d'un point A et y revenant, la divergence entre l'espace considéré et l'espace euclidien se manifestera de la façon suivante. Attachons à chaque point M du contour un trièdre de référence; pour passer du trièdre attaché à M au trièdre attaché au point infiniment voisin M', il faut effectuer une translation et une rotation infiniment petites dont on connaît les composantes par rapport au trièdre mobile d'origine M. Imaginons alors que cette suite de déplacements infiniment petits soit effectuée *dans un espace euclidien* en partant d'un trièdre initial choisi d'une manière quelconque. Lorsque le point M de l'espace non euclidien partira de A et y reviendra après avoir décrit le contour fermé, *on ne retrouvera pas dans l'espace euclidien le trièdre initial*, mais il faudra, pour l'obtenir, effectuer un déplacement complémentaire dont les composantes seront bien définies par rapport au trièdre initial. Ce déplacement complémentaire est du reste indépendant de la loi suivant laquelle on a attaché un trièdre à chaque point M du contour.

En définitive, à tout contour fermé infiniment petit de l'espace donné sont associées une translation et une rotation infiniment petites (de l'ordre de grandeur de l'aire limitée par ce contour) et qui manifestent la divergence entre cet espace et l'espace euclidien. La rotation peut être représentée par un vecteur d'origine A et la translation par un couple. On peut alors démontrer la *loi de conservation* suivante : Si l'on considère un volume infiniment petit, *les vecteurs et les couples associés aux différents éléments de surface qui limitent le volume se font équilibre.*

On a ainsi une image géométrique d'un milieu matériel continu en équilibre sous la seule action de ses forces élastiques, mais dans le cas où ces forces se manifesteraient sur chaque élément de surface, non seulement par une force unique (tension ou pression), mais par un couple (torsion).

Revenons maintenant au cas où l'on se donne simplement un ds^2. Un calcul facile montre que, parmi toutes les lois de repérage mutuel de deux trièdres d'origines infiniment voisines compatibles avec le ds^2 donné, *il y en a une et une seule pour laquelle la translation associée à un contour fermé infiniment petit quelconque est nulle*. C'est cette loi qui conduit à la notion de déplacement par parallélisme de Levi-Civita. Si on l'adopte, le couple dont il est question plus haut disparaît, *et c'est la raison pour laquelle le tenseur élastique satisfait à la loi de symétrie.*

Dans le cas général où il y a une translation associée à tout contour fermé

infiniment petit, on peut dire que l'espace donné se différencie de l'espace euclidien de deux manières : 1° par une *courbure* au sens de Riemann, qui se traduit par la rotation ; 2° par une *torsion*, qui se traduit par la translation.

Dans un espace à courbure et torsion, la méthode du trièdre mobile permet, comme dans l'espace euclidien, d'édifier une théorie de la courbure des courbes (et même des surfaces). Une *ligne droite* sera caractérisée par la propriété d'avoir en tous ses points une courbure (relative) nulle, c'est-à-dire de conserver de proche en proche la même direction. *La ligne droite n'est plus alors nécessairement le plus court chemin d'un point à un autre ;* elle l'est dans les espaces dépourvus de torsion ; elle peut l'être aussi exceptionnellement dans certains espaces doués de torsion.

Un exemple très simple de ce dernier cas est le suivant. Imaginons un espace $\mathcal{E}$ qui corresponde point par point avec un espace euclidien E, la correspondance conservant les distances. La différence entre les deux espaces sera la suivante : deux trièdres trirectangles issus de deux points infiniment voisins A et A′ de $\mathcal{E}$ seront parallèles lorsque les trièdres correspondants de E pourront se déduire l'un de l'autre par un déplacement hélicoïdal de pas donné, de sens donné (dextrorsum, par exemple) ayant pour axe la droite qui joint leurs origines. Les droites de $\mathcal{E}$ correspondent alors aux droites de E : ce sont encore des géodésiques. L'espace $\mathcal{E}$ ainsi défini admet un groupe de transformations à 6 paramètres ; ce serait notre espace ordinaire vu par des observateurs dont toutes les perceptions seraient tordues. Mécaniquement il correspondrait à un milieu à pression constante et torsion constante.

J'ajouterai que les considérations précédentes qui, du point de vue mécanique, s'apparentent aux beaux travaux de MM. E. et F. Cosserat sur l'action euclidienne, s'apparentent également à la théorie des espaces généralisés de H. Weyl et peuvent elles-mêmes se généraliser.

ASTRONOMIE. — *Mesures de parallaxes stellaires à l'Observatoire de Deadborn (Etats-Unis).* Note (1) de M. **Philippe Fox**, présentée par M. H. Deslandres.

Le Tableau suivant présente les mesures de parallaxe, faites récemment à l'Observatoire de Deadborn par une méthode déjà décrite, et est la suite

(1) Séance du 20 février 1922.

Parallaxes stellaires déterminées à l'Observatoire de Deadborn.

Étoile.	α.	δ.	Grandeur.	Spectre.	π.	μ_α.	P.	C. S.	Mesures.	Remarques.
1. B. D. 33° (99)...	0.38 (h m)	33.19 (° ′)	8,5	»	0,079±0,010	—0,208±0,004	20	4	Hill	»
2. » —8° (88) A..	0.38	— 1.26	8,0	G 5	0,039±0,009	—0,123±0,004	17	5	Hill	Σ 53 rej.
» B..	»	»	8,7	»	—0,011±0,016	+0,010±0,007	»	»	»	»
3. » —9° (256)....	1.14	— 9.27	8,5	G 0	0,007±0,010	—0,228±0,003	15	4	Hill	Lal. 2387
4. » 0° (659)....	3.44	1.04	8,3	G 5	0,016±0,010	+0,270±0,004	15	6	Hill	W_1 3h 811
5. » 21° (607)....	4.08	22.06	8,9	»	0,017±0,009	+0,429±0,004	16	5	Hill	Corlin. Courant de la Licorne
6. » 34° (927)....	4.51	34.07	8,0	G 5	0,033±0,010	+0,582±0,005	19	6	Gingrich	W_2 4h 1081
7. Étoile près de Capella.	5.10	45.44	10,6	»	0,055±0,011	+0,056±0,004	18	4	Tibbles	Compagnon de Furuhjelm
8. » 27° (1124)....	6.23	27.05	9,0	»	—0,043±0,010	—0,243±0,005	13	4	Fox	Lal. 12348
» (1122)....	»	»	7,0	F 5	0,060±0,013	+0,072±0,007	»	»	»	H. G. Cambr. 3263
9. » 73° (407)....	8.09	73.44	8,2	G 5	0,026±0,006	—0,292±0,003	14	7	Wilson	Frd. 1266
10. » 12° (1888)....	8.34	11.53	8,1	G 5	0,081±0,009	—0,174±0,010	22	4	Tibbles	Lal. 17046
11. » 71° (482) A..	8.46	71.12	7,5	K 2	0,067±0,011	—1,337±0,004	22	5	Hill	Σ 1280
» B..	»	»	7,6	»	0,125±0,016	—1,306±0,006	»	»	»	»
12. » 69° (558)....	10.01	68.56	8,8	G 5	0,039±0,008	—0,233±0,000	25	4	Hill	Lal. 19627
13. » 12° (2200)....	10.17	11.49	8,0	G 5	0,065±0,007	+0,024±0,006	15	6	Dickson et Bannister	Lal. 20100
14. Étoile près de Wolf..	11.22	8.19	9,7	»	0,067±0,015	+0,188±0,012	14	5	Tibbles	A. N. 4101
15. » —0° (2510) A..	11.50	— 0.53	8,0	G 5	0,063±0,018	+0,151±0,006	17	3	Hill	Deux déterminat. p^r la même étoile
» A..	»	»	8,0	»	0,079±0,016	+0,151±0,005	»	5	»	
» (2512) B..	11.52	— 0.54	8,5	F 5	0,053±0,024	+0,017±0,008	»	5	»	»
16. » —8° (3423)....	12.41	— 8.46	8,0	»	0,037±0,019	+0,382±0,007	17	4	Hill	Lal. 23791
17. Oxford 26° (34278)....	13.55	25.44	10,9	»	0,085±0,021	—0,506±0,014	15	4	Wylir	»
18. B. D. 24° (2733) A..	14.21	24.06	9,0	»	0,057±0,011	+0,800±0,005	19	4	Hill	β G. C. 6869
» B..	»	»	9,0	»	0,050±0,010	+0,793±0,004	»	»	»	»

Parallaxes stellaires déterminées à l'Observatoire de Deadborn (suite).

Étoile.	α.	δ.	Grandeur.	Spectre.	π.	μ_α.	P.	C. S.	Mesures.	Remarques.
19. B. D. 45° (2247)....	h m 14.57	° ′ 45.49	9,0	»	0,083±0,007	+0,237±0,011	18	4	Hill	A. Oe. 15026
20. » —15° (4041)....	15.05	—15.55	9,3	G 5	0,027±0,010	—1,036±0,005	15	4	Hill	»
» (4042)....	»	»	9,0	G 4	0,067±0,008	—1,031±0,004	»	5	»	»
21. » 59° (1783) A..	17.02	59.43	8,0	K o	0,091±0,010	—0,341±0,006	17	5	Hill	Σ 2128
» B..	»	»	9,2	»	0,028±0,010	—0,355±0,006	17	»	»	»
» A..	»	»	»	»	0,065±0,008	—0,345±0,005	13	»	Fox	»
» B..	»	»	»	»	0,021±0,010	—0,359±0,007	13	»	»	»
22. Étoile *p* de Barnard..	17.53	4.27	11,0	»	0,569±0,014	—0,697±0,006	15	4	Wilson et Sayer	»
23. » 28° (3039)....	18.34	28.51	8,2	»	0,039±0,007	—0,039±0,008	18	5	Tibbles	W_2 18h 979
24. » 7° (4124)....	19.27	7.12	9,0	»	0,041±0,008	+0,077±0,006	21	6	Bannister	»
25. » 35° (4001)....	20.06	35.53	8,5	O *b*	0,006±0,010	—0,002±0,005	19	9	Hill	Étoile Wolf-Rayet
26. » (4013)....	20.08	»	8,0	O *b*	0,052±0,012	+0,008±0,006	»	»	»	Étoile Wolf-Rayet
27. » 36° (3956)....	20.11	36.21	7,8	O *b*	0,025±0,010	+0,005±0,005	16	8	Hill	Étoile Wolf-Rayet
28. » 49° (3245)....	20.14	49.58	8,0	»	0,032±0,011	—0,202±0,011	19	5	Hill	Groom 3127
29. » —21° (5839)....	20.43	—21.05	9,5	»	0,018±0,009	+0,085±0,003	20	5	Hill	H 2998
	»	»	9,6	»	0,058±0,011	+0,074±0,004	»	»	»	»
» —21° (5840)....	»	»	8,0	»	0,050±0,012	+0,205±0,004	»	»	»	Corlin. Courant de la Licorne
30. » — 0° (4195)....	21.13	— 0.15	8,5	»	0,047±0,007	+0,440±0,009	15	5	Fox	Lal. 41348
31. » 18° (4505) A..	20.24	18.26	7,8	»	0,097±0,012	+0,360±0,010	17	5	Gingrich	Ho 131
» B..	»	»	11,2	»	0,107±0,054	+0,361±0,000	9	5	»	Très faible. Visible sur un petit nombre de plaques
32. » 45° (3561)....	21.26	45.27	8,0	G o	0,025±0,009	+0,420±0,013	15	»	Tibbles	W_2 21h 594
33. » 29° (4550)....	21.54	29.21	7,4	»	0,104±0,014	—0,380±0,012	20	5	Hill	Lal. 42883
34. » 13° (5006)....	22.46	13.26	8,0	»	0,020±0,015	+0,367±0,009	18	4	Tibbles	Lal. 44708

des listes similaires publiées dans les *Comptes rendus*, en 1919, t. 168, p. 1095, et en 1921, t. 172, p. 1016.

Quelques étoiles de ce Tableau méritent une mention spéciale. D'après la suggestion de Corlin, les étoiles n° 5 et n° 25 feraient partie du courant de la Licorne. Le n° 7 est une étoile faible à laquelle Furuhjelm a reconnu un mouvement propre égal à celui de Capella. Avec l'étoile n° 22 nous avons une nouvelle détermination du mouvement propre qui a été signalé par Barnard, et qui est basé sur une série de plaques plus importante que dans nos publications précédentes. Le n° 21 donne les mesures de deux étoiles de Σ 2128. Les plaques correspondantes ont été mesurées par deux observateurs Hill et Fox, qui ont trouvé des parallaxes différentes, mais des mouvements propres identiques.

Si cette différence des parallaxes n'est pas réelle, la divergence des mesures ne peut être expliquée que par un déplacement anormal dû à la proximité des images photographiques.

ASTRONOMIE. — *Sur une nouvelle théorie de la formation des nébuleuses spirales et du système solaire*. Note [1] de M. Th. Moreux, présentée par M. B. Baillaud.

Pour expliquer le fait que les *Novæ* s'entourent généralement de nébulosités rappelant les branches spirales des nébuleuses, on a émis l'idée qu'une étoile peut rencontrer des amas de gaz à basse température ; mais on se heurte ainsi à de graves objections et en particulier à celles formulées par Maxwell. Il m'a semblé qu'on pourrait tourner la difficulté, en supposant que la pénétration s'effectue au sein d'un nuage composé de météores, c'est-à-dire de petites masses solides, non élastiques.

Dès lors, ces parties constituantes restent soumises aux lois de la gravitation et le problème relève de la Mécanique céleste.

Les conditions ne changent pas si nous considérons une masse attirante M (soleil ou étoile) immobile au sein de météores animés par rapport à elle d'un mouvement *relatif* à vitesse constante v et qui décrivent des trajectoires parallèles.

On voit immédiatement que les météores peuvent être répartis en deux groupes : 1° ceux qui abordent directement la masse stellaire ; soit mM

---

[1] Séance du 20 février 1922.

leur trajectoire, axe du faisceau capté ; 2° ceux qui, passant autour de la masse M, pénétreront dans sa sphère d'action de rayon r. Tous seront déviés et décriront des trajectoires hyperboliques plus ou moins tendues ; mais il est à remarquer que les météores formant un même angle λ avec certains vecteurs r (rayon de la sphère d'action), décriront des courbes symétriques par rapport à m M et se rejoindront sur cette même droite prolongée en arrière de la masse attirante, à l'extrémité d'un même vecteur ρ où des chocs auront lieu. Si nous posons $r = n\mathrm{R}$ (R étant le rayon qui donnerait le mouvement circulaire), le vecteur ρ aura pour valeur : $\rho = n^2 \mathrm{R}(1 - \cos\lambda)$ et il est facile de montrer que la variation des vitesses V_ρ à l'extrémité des différents vecteurs ρ, ρ', ρ'' correspondant aux divers λ, sera fonction de $\frac{1}{1 - \cos\lambda}$. Ces formules, ainsi que les valeurs des angles φ, sous lesquels les amas aborderont l'axe de symétrie aux extrémités des vecteurs, permettent de calculer la vitesse résultante V_r après les chocs engendrés par les rencontres et l'on arrive à la conclusion que cette vitesse est constante pour tous les amas ; elle répond à l'expression simple :

$$\mathrm{V}_r = v\left(\frac{n-1}{n}\right).$$

Dès lors, chaque amas se trouvera dans le cas d'un corps s'éloignant en ligne droite (d'un mouvement uniformément retardé) à partir d'une distance ρ fonction de λ. Si l'on a $\mathrm{V}_r > 0$, au moment où un amas arrive à une distance r de M, celui-ci est définitivement perdu pour la future nébuleuse et s'éloignera indéfiniment de la masse centrale ; tous les autres, par contre, retomberont sur elle après avoir parcouru un trajet h, sous la seule condition qu'on ait $\rho + h \leqq r$: ce sera la capture *indirecte* pour ces météores et la chute de ces derniers sera diamétralement opposée à celle du premier groupe capté *directement*.

Supposons maintenant la masse M animée d'un mouvement de rotation se communiquant de proche en proche, nous assistons à la formation de deux branches spirales opposées, caractéristique de la plupart des nébuleuses. L'examen des conditions auxquelles furent soumis les amas assez éloignés de la masse centrale pour être plongés dans un milieu à faible résistance, conduit pour chaque branche spirale à la forme observée dans les nébuleuses ; elle répond à l'équation suivante : $r^2\theta = a^2$ (const.), qui n'est autre que celle de la spirale *lituus* étudiée par Cotes dès 1722.

Plus près de la masse centrale, la résistance croissant, la même équation

nous ramène à la forme classique bien connue $\delta\alpha = 4\pi\rho a^2$ qui exprime la variation du grand axe des orbites après chaque révolution.

Maintenant, dans l'hypothèse envisagée, deux cas peuvent se présenter :

1° Si la direction relative générale des météores est perpendiculaire à l'axe de rotation de la masse M, les deux spires s'enrouleront autour de l'équateur de cette même masse. Dès lors, la condensation se continuera régulièrement et la totalité des amas sera précipitée vers le centre; il n'y aura donc aucune cause de formation de planètes. C'est l'explication des étoiles simples, parfois géantes.

2° Mais les conditions changent du tout au tout lorsque le plan de circulation des amas aborde l'axe de rotation sous un angle quelconque. Les premiers météores captés s'enrouleront bien encore autour des régions équatoriales, en raison de l'entraînement rapide, mais, la vitesse communiquée diminuant avec l'éloignement, les amas auront de plus en plus la tendance à rester dans le plan de leurs trajectoires primitives. De là, formation de deux ellipsoïdes de condensation, emboîtés pour ainsi dire; le plus petit, intérieur, tournant suivant la même orientation que la masse centrale; le plus grand, extérieur, ayant son grand axe en coïncidence assez approchée avec la direction générale du nuage cosmique. Les spires marquant les régions de forte densité affecteront donc la forme de courbes gauches, rappelant un ressort de montre dont on écarterait la partie extérieure du plan dans lequel a lieu l'enroulement normal.

Tel fut le cas qui se présenta sans doute pour notre système solaire où nous constatons une déviation de 5°48′ du plan équatorial actuel du Soleil par rapport au plan du maximum des aires. Mercure circule à très peu près dans ce même plan et Vénus s'en éloigne peu, alors que les planètes extérieures sont, par contre, restées au voisinage du plan principal du grand ellipsoïde extérieur.

Dans de telles conditions, la formation des planètes s'explique très naturellement. La concentration, en précipitant les particules extérieures vers le centre, a dû, dès l'origine, et en vertu du théorème de la composition des rotations, relever sans cesse l'axe du Soleil ; les mouvements de bascule de l'équateur solaire se sont ainsi communiqués peu à peu aux branches spirales et y ont déterminé des cassures successives où les matériaux se sont de préférence accumulés. De plus, ces cassures ont été forcément diamétralement opposées et symétriques dans chaque branche; et c'est ce que confirme l'emplacement actuel des planètes par rapport au plan du maximum des aires.

La discussion des circonstances dans lesquelles les cassures se sont produites au sein des deux ellipsoïdes, explique l'existence des grosses planètes loin du Soleil, les particularités des orbites des astéroïdes, ainsi que la présence de ces mondicules aux confins de l'ellipsoïde intérieur. Elle fournit pour la première fois une raison plausible des intervalles planétaires, en montrant que la série de Bode, taxée jusqu'ici d'empirique, n'est qu'une conséquence obligée des lois de la gravitation newtonienne; elle laisse enfin entrevoir dans les accroissements successifs du Soleil la véritable cause des excentricités variées des orbites planétaires.

Quant aux comètes, elles proviendraient, d'après ma théorie, d'amas ayant échappé à la concentration générale et dont les rencontres ou les chocs auraient eu lieu en dehors de l'axe de symétrie mM précédemment défini (1).

GÉODÉSIE. — *Compensation des différences d'altitude d'une chaîne de triangles de premier ordre. Application à la triangulation de l'arc méridien de l'équateur.* Note (2) de M. **Georges Perrier**, présentée par M. R. Bourgeois.

Une compensation des différences d'altitude de la triangulation de l'arc de méridien équatorial (3) s'imposait afin 1° d'obtenir toujours la même altitude pour chaque point de premier ordre quel que soit le cheminement suivi pour la calculer et de posséder ainsi un réseau d'altitudes primordiales de départ concordantes pour le calcul des altitudes des triangulations secondaires; 2° d'avoir une idée des erreurs du nivellement trigonométrique.

Une compensation d'ensemble eût été, à cause du nombre des inconnues et des équations de condition, un travail hors de proportion avec le résultat à atteindre. Aussi la compensation a-t-elle été faite par figures successives accolées le long d'un côté commun.

Le poids de chaque différence d'altitude a été pris égal à $\frac{N}{K'^2}$, N étant le nombre total de distances zénithales réciproques observées, K′ la longueur de la corde du côté géodésique projeté au niveau de la station la plus basse.

(1) Les détails de cette nouvelle hypothèse cosmogonique sont exposés dans mon Ouvrage : *Origine et Formation des Mondes.*

(2) Séance du 20 février 1922.

(3) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 538.

L'unité de poids adoptée est donc le poids d'une différence d'altitude obtenue par une seule zénithale sur un côté d'un kilomètre.

En partant de l'altitude de la station astronomique de départ, Loma de Quito, par rapport à l'ellipsoïde de référence $-17^{m},789$ altitude qui résulte de la définition même de l'ellipsoïde, on obtient les altitudes définitives des 78 points de la triangulation primordiale par rapport à cet ellipsoïde.

Pour chaque figure les erreurs moyennes M^* de l'unité de poids ont été calculées par la formule $M^* = \pm \frac{\sqrt{\Sigma pc^2}}{r}$, c représente la correction calculée pour une différence d'altitude, p le poids de celle-ci, r le nombre des équations de condition. Ces erreurs, dans la chaîne primordiale, varient de $0^{m},010$ à $0^{m},380$ (valeur anormale). Leur moyenne est de $0^{m},101$.

Ainsi, en moyenne, les différences d'altitude observées sont affectées des erreurs moyennes suivantes :

1 zénithale à	1^{km}	$\pm 0^{m},10$	10 zénithales à	1^{km}	$\pm 0^{m},10 \times \frac{1}{\sqrt{10}} = 0^{m},03$
1 »	10	$\pm 1,00$	10 »	10	$\pm 1,00 \times \frac{1}{\sqrt{10}} = 0,32$
1 »	50	$\pm 5,00$	10 »	50	$\pm 5,00 \times \frac{1}{\sqrt{10}} = 1,58$

Les erreurs moyennes M de chacune des 194 différences d'altitude obtenues ont été calculées par la formule $M = M^* \frac{K'}{\sqrt{N}}$.

L'objet essentiel de ces calculs d'erreurs était de déterminer l'erreur moyenne à craindre sur les altitudes des termes extrêmes de chaque base pour avoir une idée des erreurs à craindre sur les longueurs des bases réduites à l'ellipsoïde, par suite sur les longueurs des côtés de la triangulation déduits de la base centrale de Riobamba et sur les fermetures des bases de vérification nord (de San Gabriel) et sud (de Viviate).

Indiquons par exemple comment le calcul a été conduit pour le terme nord de la base de San Gabriel.

Il a été fait choix d'un itinéraire aussi court que possible pour se rendre de la station origine, Loma de Quito, à ce terme nord. Cet itinéraire comporte dix côtés et traverse six figures. L'altitude du terme est donnée par une expression de la forme

$$H = -17^{m},789 + \Delta_1 + \Delta_2 + \ldots + \Delta_{10}.$$

Chaque différence d'altitude Δ compensée est une fonction φ de tous

les Δ observés dans la figure traversée. Soient e l'erreur moyenne de l'altitude du terme, η_K l'erreur moyenne d'une fonction φ_K. On a

$$e^2 = \Sigma \eta_K^2.$$

Les η ont été calculés par la méthode qui fournit dans chaque figure l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées (¹).

Le calcul de e a été fait non seulement pour les six termes des trois bases, mais pour les stations astronomiques de Quito (Observatoire), Tulcan (station extrême Nord), Machala (sur le littoral), Payta (station extrême Sud). On a obtenu :

	e.	Moyennes.
Base de San Gabriel, terme Sud	±1,462 m	1,489 m
» » Nord	1,517	
Base de Riobamba, terme Est	0,117	0,175
» » Ouest	0,233	
Base de Viviate, terme Est	3,023	3,329
» » Ouest	3,635	
Quito (Observatoire)	1,216	
Tulcan	1,513	
Machala	2,566	
Payta	3,161	

Il est aisé de voir qu'une erreur de 1^{m} sur l'altitude moyenne des portées des bases de San Gabriel, Riobamba et Payta cause des erreurs respectives de $1^{mm},04$ — $1^{mm},47$ — $1^{mm},29$ sur les longueurs de ces bases réduites à l'ellipsoïde, et de $6,58.10^{-8}$ — $4,63.10^{-8}$ — $5,28.10^{-8}$ sur leurs logarithmes (²). En admettant dans une approximation suffisante, pour erreur moyenne de l'altitude moyenne des portées, la moyenne des valeurs de e pour chaque terme, on en déduit pour l'erreur moyenne à craindre sur les bases réduites :

San Gabriel	$\pm 1^{mm},55$	$\left(\frac{\pm 1}{4261177}\right)$
Riobamba	$\pm 0,26$	$\left(\frac{\pm 1}{36079952}\right)$
Payta	$\pm 4,29$	$\left(\frac{\pm 1}{1916099}\right)$

La base de Riobamba ayant servi de base fondamentale pour le calcul de

(¹) Tome III, fasc. 2, p. 37 et suiv.

(²) Tome III, fasc. 2, p. 84. Les bases réduites ont respectivement $6604^{m},82350$ — $9380^{m},78751$ — $8220^{m},06355$.

toute la triangulation, on voit qu'il règne sur tous les côtés, du fait de l'erreur commise sur son altitude, une incertitude de $\frac{\pm 1}{36\,079\,952}$. Pour des raisons analogues, les fermetures sur les bases de vérification de San Gabriel et Viviate qui sont de $-0^{m},07358$ et $+0^{m},02565$, ou $\frac{-1}{89\,764}$ et $\frac{+1}{320\,470}$ [1], sont affectées des erreurs moyennes $\pm 1^{mm},55$ et $\pm 4^{mm},29$, ou $\frac{\pm 1}{4\,261\,177}$ et $\frac{\pm 1}{1\,916\,099}$.

La discussion ci-dessus est le premier exemple, dans la géodésie française tout au moins, d'une compensation des altitudes trigonométriques suivie d'une analyse complète des erreurs. Pour la réaliser, MM. Hasse et Reneaume, calculateurs au Service Géographique, ont assumé la tâche d'exécuter sous ma direction une longue suite de laborieux calculs.

PHYSIQUE. — *Mesure du pouvoir moyen de pénétration d'un faisceau de rayons X par un nouveau procédé radiochromométrique.* Note [2] de M. **Miramond de Laroquette**, transmise par M. Laveran.

La mesure du pouvoir de pénétration du rayonnement d'une ampoule est utile pour tout travail radiologique et indispensable en radiothérapie, surtout avec les rayonnements très différents et de plus en plus pénétrants que l'on emploie aujourd'hui.

Le procédé radiochromométrique de M. Benoist si simple et si commode, et dont l'emploi s'est généralisé, fournit d'utiles indications, et son échelle de pénétration moyenne en degré B. a été partout adoptée. Cependant l'expérience montre que les données du radiochromomètre manquent de précision, qu'elles ne s'appliquent pas aux rayonnements très pénétrants, et qu'elles ne constituent pas une mesure réelle de la pénétration.

Nous avons constaté notamment les faits suivants :

1° Les divers radiochromomètres livrés dans le commerce ne donnent pas tous les mêmes indications : cinq radiochromomètres pris au hasard et placés sur une même plaque, sous un même rayonnement, ont donné sur le cliché : un VI B., deux VII B. et deux VIII B.

2° Au delà d'une certaine tension, environ 70000 volts, le radiochro-

---

[1] Tome III, fasc. 2, p. G.8.
[2] Séance du 20 février 1922.

momètre ne donne plus de renseignements. On ne peut guère obtenir sans filtration plus de VIII B., quelle que soit l'élévation de la tension du courant et de la puissance du rayonnement (fait déjà signalé, notamment par M. Riquard).

3° L'appréciation radioscopique du degré B. est incertaine et varie d'un observateur à l'autre, d'un degré en plus ou en moins. L'appréciation de l'image radiographique prête aussi à discussion, mais devient plus nette et plus facile si l'on se sert d'un cache-fennêtré qui limite l'observation à un seul secteur du radiochromomètre.

4° Pour un même rayonnement, l'image radioscopique et l'image radiographique ne sont pas identiques; on trouve généralement un degré en plus sur l'image radioscopique; on a par exemple VII B. à l'écran et VI B. sur le cliché ou sur le papier sensible.

5° La même différence s'observe entre deux épreuves radiographiques, prises l'une avec écran renforçateur, et l'autre sans écran; il y a donc à distinguer, dans l'emploi du radiochromomètre, un degré B. radiographique et un degré B. radioscopique ou de fluorescence, celui-ci supérieur environ d'une unité.

Ces constatations nous ont amené d'abord à écarter comme moyen de mesure toute épreuve radioscopique, trop fugace, incertaine et variable; puis à remplacer la plage d'argent du radiochromomètre par un terme de comparaison plus constant, aussi simple à réaliser, qui soit valable pour tous les rayonnements, et qui permette une mesure réelle milli ou centimétrique de leur pénétration.

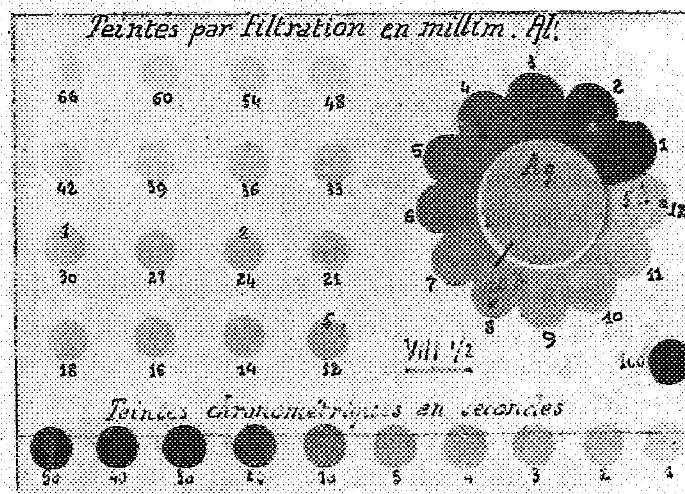
Nous avons pour cela recours à deux séries de teintes radiographiques obtenues simultanément sous le rayonnement à mesurer, les unes en surface, sans filtration, en des temps de pose progressifs et exactement chronométrés, les autres avec un même temps de pose total, mais sous diverses épaisseurs de filtre dont la progression va de 0^{mm} à 66^{mm} d'aluminium.

Les teintes chromométriques correspondent, par exemple, à 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50 pour 100 du temps total d'irradiation, c'est-à-dire à 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50 pour 100 de la quantité incidente totale du rayonnement. La comparaison avec les teintes obtenues par filtration montre à quelles épaisseurs de filtre correspondent le 20 pour 100, le 10 pour 100, le 5 pour 100, etc., du temps total, et par suite à quelles profondeurs parviennent des quantités de rayonnement égales à 20, 10, 5 pour 100 de la quantité totale incidente à la surface.

Le dispositif qui réalise ce procédé est essentiellement formé par une

plaque de plomb percée de trous, d'où le nom de *grille sclérométrique* que nous lui avons donné.

Sur un trou dessiné en rosace est fixé le radiochromomètre de Benoist avec sa plage centrale d'argent et ses douze degrés d'aluminium bien délimités. Seize autres trous plus petits sont recouverts par des lames de métal en nombre croissant, dont le pouvoir de filtration se mesure en millimètres d'aluminium et va jusqu'à 66^{mm}.



Grille sclérométrique.
Épreuve radiographique sur papier au gélatino-bromure d'argent, 2 millis.
Étincelle, 10^{cm}; hauteur de l'anticathode 30^{cm}; pose totale, 100 secondes.

Sur un côté est l'échelle chromométrique dont les trous restent libres, mais seront recouverts successivement par une lame de plomb pendant l'épreuve radiographique.

Pour l'opération, on place la grille sur une feuille de papier sensible, sous enveloppe noire, anticathode à 20^{cm} ou 30^{cm}, intensité 2^{mm} à 4^{mm}, temps de pose 100 à 200 secondes; les trous de l'échelle chromométrique sont recouverts après 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50 pour 100 du temps total.

Après développement, on détache l'échelle chromométrique d'un coup de ciseaux et on les superpose à l'échelle de teintes par filtration.

La grille peut être simplifiée et comprendre seulement un radiochromomètre sur une plaque de plomb en rosace, avec 3 trous pour 3 teintes chromométriques principales, par exemple 20, 10 et 5 pour 100. On peut même se contenter d'un seul trou pour le 10 pour 100, dont la profondeur suffit à caractériser le pouvoir de pénétration moyen d'un rayonnement.

Nous avons établi avec ce procédé une échelle de degrés de pénétration en correspondance approximative avec les degrés Benoist, mais qui peut aller au delà de XII B. et s'appliquer à tous les rayonnements.

Degrés sclérométriques ou de pénétration moyenne.	Correspondance approximative avec les degrés Benoist (¹).	Profondeur en millimètres d'aluminium			
		du 20 °/₀.	du 10 °/₀.	du 5 °/₀.	du 1 °/₀.
IV.	3- 5...........	0,7	1,5	3	5
V.	4- 5...........	1,3	2,5	5	8,5
VI.	5- 7...........	2	4	7,5	13
VII.	6- 7...........	3	5,5	10	17
VIII.	7- 8...........	4	7	12,5	21
IX.	8- 9...........	5	8,5	15	26
X.	8- 9...........	6	10,5	18	31
XI.	9-10...........	7	12,5	21	38
XII.	10-11...........	9	15	25	46
XIII.	10-11...........	11	17	29	54
XIV.	11-12...........	13	19	33	62

La grille sclérométrique n'a pas seulement pour but d'indiquer le degré de pénétration moyen; elle permet de suivre de millimètre en millimètre d'aluminium, ou approximativement de centimètre en centimètre dans les tissus, l'absorption du rayonnement, ce qui est particulièrement important en radiothérapie, où l'effet dépend moins de la quantité incidente que de la quantité absorbée au point considéré.

Enfin la comparaison entre elles ou avec une épreuve étalon de diverses radiographies de la grille, obtenue sous divers rayonnements, dans des conditions identiques de temps, de distance, d'intensité et de développement donne une mesure à la fois qualitative et quantitative de ces rayonnements et par conséquent du débit des tubes et des appareillages.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *La mesure des puissances par l'électrodynamomètre différentiel.* Note (²) de M. **Paul de la Gorce**, présentée par M. Paul Janet.

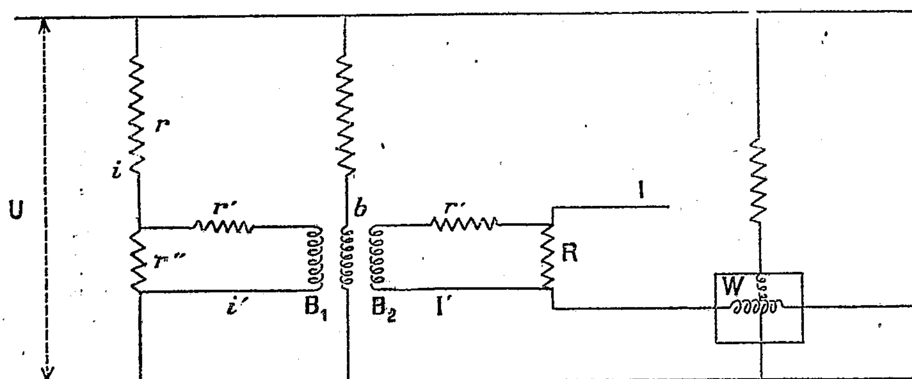
La méthode décrite ici (³) sert au Laboratoire central d'Électricité pour l'étalonnement des wattmètres en courant alternatif. Elle consiste essentiel-

(¹) Obtenus par filtration

(²) Séance du 20 février 1922.

(³) Le principe de la méthode de l'électrodynamomètre différentiel a été indiqué par Potier dès 1902 (voir A. Potier, *Mémoires sur l'Électricité et l'Optique*, p. 89). Mais nous l'avons appliqué dans des conditions différentes de celles qu'avait suggérées l'illustre physicien.

lement à équilibrer la puissance à déterminer, ou une fraction connue de celle-ci, par une autre puissance aisément accessible aux mesures (puissance dissipée dans un circuit non inductif convenablement réalisé). A cet effet on utilise un électrodynamomètre à miroir de grande sensibilité comportant deux bobines inductrices fixes B_1 et B_2, aussi identiques que possible, et une bobine b mobile. Le montage réalisé est celui de la figure ci-dessous :



Soient U la tension du réseau, I le courant dans le circuit d'utilisation. La puissance à mesurer a pour expression $UI\cos\varphi$. Dans le cas de la figure, qui correspond à l'étalonnement d'un wattmètre W, cette puissance est une puissance fictive.

Supposons d'abord négligeables les inductances des circuits des bobines b, B_1 et B_2. Les bobines b et B_1 sont alors parcourues par des courants en phase avec la tension U et la bobine B_2 par une dérivation du courant I en phase avec celui-ci. Admettons aussi que l'appareil soit parfaitement symétrique. Quand l'équilibre est obtenu, on a, avec les notations de la figure, les relations suivantes :

$$i' = I'\cos\varphi = I\cos\varphi\,\frac{R}{R+r'}$$

ou sensiblement

$$i' = I\cos\varphi\,\frac{R}{R+r'},$$

R étant toujours très faible vis-à-vis de r'. D'autre part :

$$i' = \frac{ir''}{r'+r''} = \frac{U}{r+\dfrac{r'r''}{r'+r''}} \times \frac{r''}{r'+r''}.$$

Donc

$$\frac{U}{r + \frac{r' r''}{r' + r''}} \times \frac{r''}{r' + r''} = I \cos\varphi \frac{R}{r'},$$

d'où

$$UI \cos\varphi = \frac{U^2}{r + \frac{r' r''}{r' + r''}} \times \frac{r' r''}{r' + r''} \times \frac{1}{R}.$$

En définitive, si l'on suppose connues les résistances r, r', r'' et R, la mesure de la puissance se trouve ramenée à une simple mesure de tension qu'on peut effectuer avec toute la précision et toute la sensibilité désirable à l'aide d'un électromètre.

Nous avons admis que les circuits des bobines ne sont pas inductifs. Il est évident que cette hypothèse est inexacte. Mais la méthode reste valable dans tous ses détails pourvu que les trois circuits considérés possèdent la même constante de temps. On aura donc soin de monter en série avec les bobines inductrices et induite des résistances et des inductances appropriées de manière à réaliser très exactement cette condition. Les vecteurs qui représentent les intensités dans les enroulements de l'électrodynamomètre tournent alors du même angle sans changement de leur position relative. Les équations gardent la forme indiquée sous réserve de substituer à la résistance r' l'impédance z'. Moyennant ces précautions, la méthode s'applique en toute correction quelle que soit la fréquence et quel que soit le déphasage entre la tension et le courant.

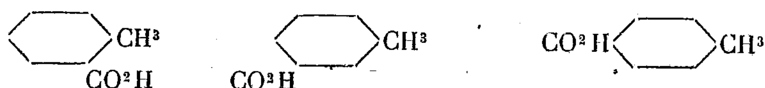
Quant à la symétrie de l'appareil il est possible de l'obtenir d'une manière complète avec l'électrodynamomètre dont nous disposons. Il suffit pour cela d'agir très légèrement sur les vis calantes de manière à rapprocher la bobine mobile de l'une des deux bobines fixes. D'ailleurs, si le réglage n'est pas absolument parfait, on peut éliminer les erreurs de dissymétrie en interchangeant les circuits des inducteurs et en prenant la moyenne des résultats ainsi obtenus.

La méthode est extrêmement souple puisqu'elle permet de mesurer avec le même appareil les puissances les plus diverses par le simple changement de la résistance R. Elle présente de plus une grande sensibilité qui n'est limitée pratiquement que par l'approximation avec laquelle seront connues la tension U et les résistances (ou les impédances) des circuits. Enfin elle offre tous les avantages des méthodes de zéro, qui suppriment les erreurs et les difficultés inhérentes à l'étalonnement d'un appareil à déviation.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Solubilité des acides toluiques isomères dans les trois xylènes.* Note de M. **Chapas**, présentée par M. G. Lemoine.

Dans une première Note [1], nous avons fait connaître la valeur des coefficients de solubilité des nitranilines isomères dans le *m*-xylène.

Nous avons ensuite abordé l'étude de la solubilité des acides toluiques,



dans le même solvant et dans ses deux isomères, l'*o*-xylène et le *p*-xylène, dont nous avons pu nous procurer, assez difficilement, il est vrai, des échantillons suffisamment purs. Ce travail nous a permis d'avoir une vue d'ensemble sur les relations entre la solubilité et la constitution des dérivés benzéniques bisubstitués, fonctionnant simultanément comme solvants et comme corps dissous.

Dosage des solutions xyléniques. — Le solvant est saturé à la température du bain-marie avec l'acide étudié, puis abandonné au refroidissement dans un bain d'eau à la température ordinaire, en agitant de temps en temps.

Lorsque l'équilibre thermique est réalisé, on filtre rapidement le liquide, en recevant le filtrat dans un récipient taré; une pesée donne alors le poids de solution employée. La prise d'essai est versée dans un entonnoir à décantation dans lequel on l'agite avec un volume connu d'une lessive de soude $\frac{N}{10}$; après repos, on décante la couche aqueuse et on lave l'entonnoir à l'eau distillée; puis on titre l'excès de soude dans les liquides séparés avec une solution chlorhydrique $\frac{N}{10}$, en employant le phénolphtaléine comme indicateur. On réitère l'extraction du xylène jusqu'à ce que l'on ne constate plus, au titrage, d'abaissement du titre de la soude. On obtient ainsi la quantité d'acide toluique dissous dans la prise d'essai et l'on en déduit le coefficient de solubilité.

Ce mode opératoire, très simple, a été vérifié pour les neuf solutions en mettant en présence des xylènes un poids connu d'acide toluique.

Résultats. — Quantité d'acide toluique dissous dans 100 de xylène, à la température de 14° C. :

---

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 538.

	Orthoxylène.	Métaxylène.	Paraxylène.
Acide *o*-toluique...........	7,11	5,78	7,39
Acide *m*-toluique...........	8,63	8,57	10,32
Acide *p*-toluique...........	1,05	0,91	1,47

La comparaison de ces coefficients conduit aux observations suivantes :

1° L'acide *p*-toluique est très peu soluble dans les trois xylènes. Nous avons déjà indiqué que la solubilité de la *p*-nitraniline dans le *m*-xylène est très faible, vis-à-vis de celle de ses isomères. Ces faits sont à rapprocher de la volatilité moindre des dérivés parabisubstitués du benzène.

2° L'acide *m*-toluique possède les coefficients de solubilité les plus grands, mais néanmoins assez peu écartés des coefficients correspondants de l'acide *o*-toluique.

3° En rapprochant maintenant les solubilités d'un même acide dans les trois solvants, on voit que le *p*-xylène a le plus grand pouvoir dissolvant, tandis que celui du *m*-xylène est minimum; mais il ne semble pas que l'isomérie produise chez les solvants une variation notable de ce pouvoir.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude de la trempe.*
Note (1) de M. A. **Poucholle**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Introduction. — Les expériences qui suivent ont été faites à l'aide d'un enregistreur réalisé pour les besoins de mon enseignement, par mon préparateur M. Guéugnon (2). Elles ont porté sur des fils d'acier au carbone (0,9 pour 100 environ) de 1^m de longueur et de 1^{mm} de diamètre. Les graphiques ci-joints se rapportent à la loi de variation de la longueur du fil en fonction du temps au cours du refroidissement à l'air. Les allongements ou contractions sont multipliés par 5. Un certain nombre de résultats, récemment obtenus par MM. Portevin et Garvin, par M. Chevenard, ont d'abord été recherchés à titre de contrôle de la méthode. J'ai cru devoir en faire figurer quelques-uns en raison de l'intérêt pédagogique qu'ils présentent et de la netteté remarquable des graphiques qui les traduisent.

Notations. — Les points de transformation à haute température (650°-700°)

(1) Séance du 30 janvier 1922.

(2) Cet appareil a été réalisé par une transformation très simple de la machine d'Atwood ordinaire. Pour sa description, voir le *Bulletin de l'Union des Physiciens* (février-mars 1919-1920 et décembre 1921).

et à basse température (environ 200°) sont désignés respectivement par Ar_1 et Ar_2, les courbes où le point Ar_1 apparaît seul sont désignées sous le nom de courbes de recuit, celles où le point Ar_2 apparaît seul sont appelées courbes de trempe (Chevenard).

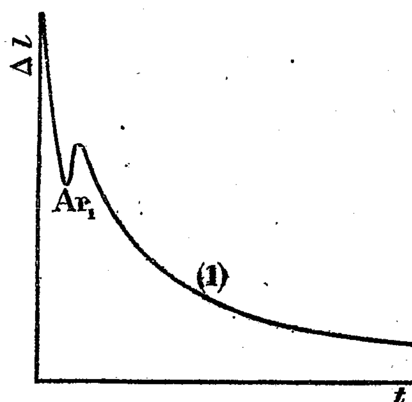


Fig. 1. Recuit

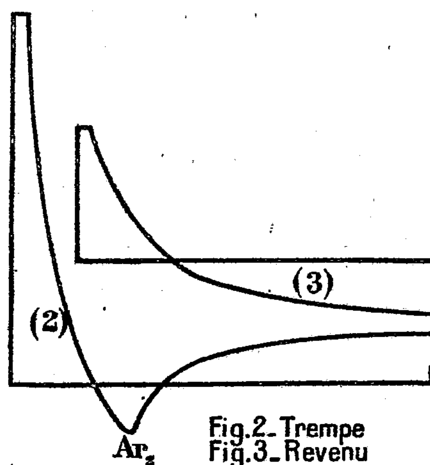


Fig. 2. Trempe
Fig. 3. Revenu

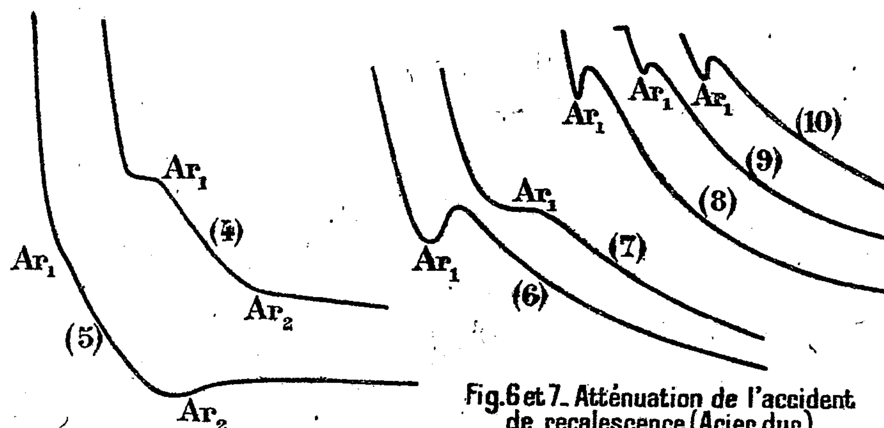


Fig. 4 et 5. Transformations dédoublées (Trempes douces)

Fig. 6 et 7. Atténuation de l'accident de recalescence (Acier dur)
Fig. 8, 9 et 10. Même phénomème (Acier doux)

Résultats d'expériences. — 1° La trempe est caractérisée par le rejet du point de transformation Ar_1 à basse température. La figure 2 illustre le phénomène d'une manière très caractéristique. Le fil après s'être contracté en deçà de sa longueur primitive se dilate au cours du refroidissement par une transformation lente qui se continue à la température ordinaire. Finalement il en résulte un allongement permanent que le revenu fait disparaître (*fig.* 3); d'où la justification de cette opération. J'ai nettement constaté que

la transformation du fer γ en fer α, accusée par la réapparition du magnétisme, ne s'effectue, au cours de la trempe, qu'au point Ar_2, c'est-à-dire vers 200°. Dans l'intervalle 650°-200° des points Ar_1 et Ar_2 les courbes n'accusent aucune particularité. Toutefois, invariablement dans cette région, et seulement dans cette région, des tensions mécaniques apparaissent. Elles se manifestent sous forme de bruits secs et s'accompagnent de la projection de la mince pellicule d'oxyde.

2° Le point de transformation Ar_1 s'abaisse si le recuit observé suit une trempe. Parallèlement la température pour laquelle on obtient la trempe s'abaisse sensiblement par l'effet de trempes successives. Les figures 4 et 5 illustrent ce phénomène : La figure 4 a été choisie comme exemple de trempe douce avec transformation dédoublée.

3° L'amplitude de l'accident Ar_1 diminue : (*a*) par l'élévation de température jusqu'à une valeur nulle qui correspond au dédoublement de la transformation, (*b*) la température restant la même, par la durée de chauffe. Une durée de chauffe convenable de l'ordre de 20 minutes peut aboutir à un palier (*fig.* 7) mais dans ce cas, comparable à celui de la figure 4, il n'y a pas de dédoublement de transformations. Les figures 8, 9, 10 montrent le même phénomène obtenu avec un fil d'acier extra-doux. On remarquera que la courbe correspondant à la chauffe prolongée est encadrée entre deux courbes à durée de chauffe restreinte obtenues l'une avant, l'autre après. L'atténuation de l'accident Ar_1 ne peut donc être causée, au moins uniquement, par la diminution d'ailleurs légère de la teneur en carbone au cours de la chauffe prolongée ; car, en ce cas, la température étant restée la même, l'accident devrait être encore moins accusé à la chauffe qui a suivi (*fig.* 10). Or c'est le contraire qui se produit (¹).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude électrométrique de l'hydrolyse, sous l'action de la baryte, de quelques complexes aminés du cobalt.* Note (²) de M. **Paul Job**, présentée par M. G. Urbain.

J'ai montré par des mesures de résistance électrique (³) que, sous l'action des alcalis, l'eau de constitution des sulfates roséo- et diroséo- cobaltiques

(¹) Toutes les courbes figurées sont celles-là mêmes qui ont été tracées par l'appareil.

(²) Séance du 13 février 1922.

(³) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 843, et *Thèse*, 1921.

est remplacée à l'intérieur de l'ion complexe par le radical oxhydryle. Le point anguleux observé sur les courbes de conductivité, au moment où, après élimination complète de l'eau de constitution, il apparaît dans la solution des ions OH libres, n'est suffisamment marqué que si l'on précipite peu à peu les sulfates par une solution de baryte. Pour étendre cette méthode à l'étude des complexes à radicaux négatifs différents, il faudrait trouver, pour chacun d'eux, un sel insoluble dont l'hydroxyde pût exister, en solution aqueuse, à une concentration à peu près dixième normale. On ne connaît pas en général de sel répondant à ces deux conditions. C'est ainsi que le chlorure de thallium est trop soluble, et l'hydroxyde d'argent trop peu soluble pour permettre l'étude, par cette méthode, des chlorures de cobaltammines (1).

Au contraire, la mesure électrométrique de la concentration des ions OH, au cours de la précipitation ménagée par la baryte (2) d'une solution d'un complexe cobaltique, doit rendre possible cette étude pour tous les sels de cobaltammines.

Pour obtenir la concentration des ions OH, on mesure, en général, la différence de potentiel au contact de la solution et d'une électrode de platine platiné saturée d'hydrogène. Cette méthode n'est pas applicable aux complexes aminés du cobalt. J'ai en effet constaté une action chimique profonde de l'hydrogène sur ces composés en présence de platine platiné.

Mais il est possible de remplacer l'électrode d'hydrogène, soit par une électrode d'oxygène, préparée de la même manière, soit par une simple électrode de platine. Je me suis assuré, en effet, que le titrage électrométrique d'une solution chlorhydrique par la baryte donne au moins en première approximation les mêmes résultats, soit avec une électrode d'hydrogène, soit avec un fil de platine. Les deux courbes représentatives sont superposables; elles sont simplement distinctes, la différence de potentiel H^2 | solution étant inférieure, dans les conditions où j'ai opéré, de $0^{volt},89$ environ à la différence de potentiel Pt | solution.

(1) On peut cependant mesurer les conductivités électriques des mélanges de solutions très étendues de chlorure roséocobaltique (environ $\frac{N}{9000}$) et d'hydroxyde d'argent (environ $\frac{N}{3000}$). La courbe correspondante présente un minimum pour la précipitation totale du chlore et un point anguleux très net pour la précipitation d'un seul des trois atomes de chlore du sel roséo.

(2) J'ai préféré la baryte à la soude ou à la potasse pour éviter la présence de carbonate.

J'ai donc étudié les variations de la force électromotrice au contact d'un fil de platine et de solutions de différents complexes cobaltiques, auxquelles j'ajoutais peu à peu une solution de baryte contenant $0^{mol},091$ par litre. La

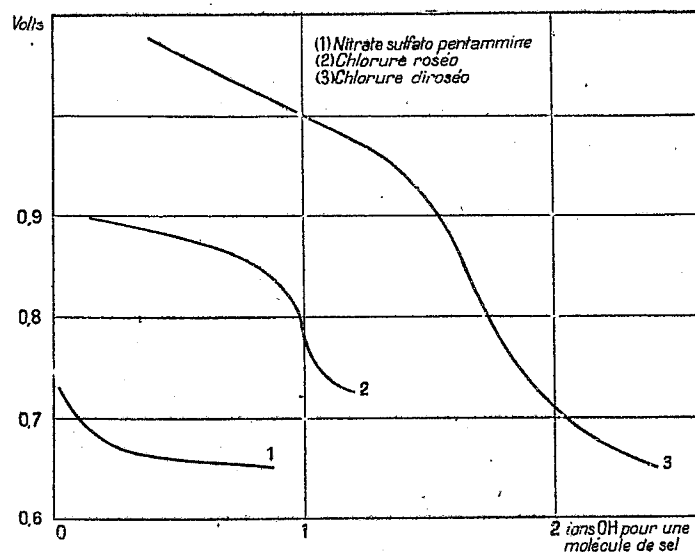


figure ci-dessus donne, à titre d'exemple, les résultats obtenus pour le nitrate sulfatopentammine : $\left| Co \begin{smallmatrix} (NH^3)^5 \\ SO^4 \end{smallmatrix} \right| NO^3$ (courbe 1, concentration : $0^{mol},00114$ par litre), le chlorure roséopentammine : $\left| Co \begin{smallmatrix} (NH^3)^5 \\ H^2O \end{smallmatrix} \right| Cl^3$ (courbe 2, concentration : $0^{mol},002$ par litre), et pour le chlorure diroséotétrammine : $\left| Co \begin{smallmatrix} (NH^3)^4 \\ (H^2O)^2 \end{smallmatrix} \right| Cl^3$ (courbe 3, concentration : $0^{mol},00223$ par litre).

Les ordonnées représentent les différences de potentiel mesurées à l'aide d'une électrode au calomel et d'une pile étalon au cadmium, et les abscisses le nombre d'ions OH ajoutés pour une molécule de sel.

1° Le nitrate sulfatopentammine ne contient pas d'eau de constitution. La concentration des ions OH croît régulièrement quand on ajoute à sa solution une solution de baryte. La courbe 1 a la même allure que la courbe obtenue en traitant par la baryte, une solution de chlorure de potassium, par exemple.

2° Le chlorure roséo contient une molécule d'eau de constitution. La courbe 2 montre que, par addition de baryte, la concentration des ions OH

croît tout d'abord lentement, pour augmenter brusquement quand la molécule d'eau a été entièrement chassée du complexe par le groupement oxhydryle.

3° Dans le cas du chlorure diroséo, la variation de la concentration des ions OH est moins brusque. Mais on voit nettement sur la courbe 3 que les ions OH ajoutés n'existent à l'état libre dans la solution, qu'après addition de deux groupements oxhydryles pour une molécule de sel, c'est-à-dire après l'élimination des deux molécules d'eau du complexe.

La méthode électrométrique s'applique donc à tous les sels, alors que la méthode des conductibilités ne s'appliquerait commodément qu'aux sulfates. J'ajouterai qu'elle permet en outre une étude quantitative du phénomène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation catalytique des cyclohexanetriols.* Note de MM. **J.-B. Senderens** et **J. Aboulenc**, présentée par M. Georges Lemoine.

Dans une Communication précédente [1], nous avons décrit la préparation des *cyclohexanediols* par hydrogénation, en présence du nickel et sous pression, des solutions aqueuses ou alcooliques des diphénols correspondants. La même technique nous a servi à préparer les *cyclohexanetriols*.

Pyrogallite. — *Cyclohexanetriol*-1.2.3. — M. Brunel a décrit deux pyrogallites, fondant à 108° et à 124°, retirées de l'éthoxylcyclohexanediol par destruction de la fonction éther-oxyde au moyen de HBr [2]. De leur côté, MM. Sabatier et Mailhe ont signalé une pyrogallite, fusible à 67°, qu'ils obtenaient en réduisant, *par voie sèche*, le pyrogallol en présence du nickel [3].

La réduction catalytique du pyrogallol, *par voie humide* et *sous pression*, nous a fourni les résultats suivants :

En solution aqueuse et mieux en solution alcoolique, le pyrogallol s'hydrogène rapidement en présence du nickel vers 140° et sous la pression de 40^{kg} à 50^{kg}. Pour 1^{kg} de pyrogallol employé, la quantité d'hydrogène absorbée, mesurée par le manomètre de la bombe, a été de 50^{g}, ce qui

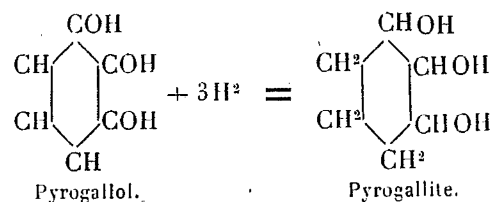
---

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1365.

(2) *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 987.

(3) *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 1193.

correspond à l'équation



Pyrogallol. Pyrogallite.

Le produit obtenu ne donne plus les réactions du pyrogallol, ce qui indique que la réduction est complète. Après expulsion de l'eau ou de l'alcool, on a un liquide qui distille de 225° à 240° et qui par refroidissement se prend en une masse fusible vers 70°. C'est un mélange de deux pyrogallites isomères α_1 et α_2, que leur inégale solubilité dans l'eau et l'alcool permet assez facilement de séparer.

Si, en effet, on dissout à chaud le mélange précédent dans le double de son poids d'alcool fort et que l'on concentre légèrement la dissolution, il se fait par refroidissement un dépôt abondant qui, après essorage dans le vide et lavage à l'éther où il est très peu soluble, se présente sous la forme d'un feutrage blanc et léger d'aiguilles microscopiques. Cette pyrogallite α_1 fond à 145° et distille sans décomposition à 290°. Elle est moins soluble dans l'alcool que dans l'eau.

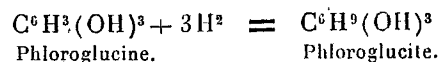
La pyrogallite α_2 est au contraire plus soluble dans l'alcool que dans l'eau. Aussi est-elle la première à se déposer par l'évaporation à l'air de la solution aqueuse du mélange des deux pyrogallites. Ce sont des tablettes rhombiques qui fondent à 95° et qui distillent sans décomposition à 225°.

Les deux pyrogallites α_1 et α_2 se combinent avec 3^{mol} d'acide acétique pour donner un triacétate.

Le triacétate α_1, insoluble dans l'eau, cristallise dans un mélange d'alcool et d'éther en longues aiguilles qui fondent à 47° et qui distillent à 288°.

Le triacétate α_2 est un liquide incolore qui bout à 238°.

Phloroglucite. — *Cyclohexanetriol*-1.3.5. — La réduction catalytique de la phloroglucine se fait mal en solution alcoolique, tandis qu'au contraire, en solution aqueuse, elle se fait aisément à 135°-140°, sous la pression de 40^{kg}, et donne lieu à une absorption de $24^{\text{g}},3$ d'hydrogène pour 500^{g} de phloroglucine employée, ce qui correspond à l'équation



$$C^6H^3(OH)^3 + 3H^2 = C^6H^9(OH)^3$$
Phloroglucine. Phloroglucite.

On obtient de la sorte un mélange de phloroglucites isomères,

d'aspect gélatineux, qui distille à 245°-260°, et se combine avec 3^mol d'acide acétique.

OXYHYDROQUINITE. — *Cyclohexanetriol*-1.2.4. — Sous la pression de 40^kg à 50^kg, la réduction complète de l'oxyhydroquinone par l'hydrogène s'est effectuée à 135°-140° en solution alcoolique, et à 100°-110° en solution aqueuse, en donnant, dans les deux cas, le même mélange d'oxyhydroquinites isomères, qui distille à 260°-280° et se prend en une masse vitreuse par le refroidissement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés de la subérone.* Note de MM. **Marcel Godchot** et **Pierre Brun**, présentée par M. Haller.

Dans de récentes Communications [1], l'un de nous a fait connaître, en collaboration avec M. Taboury, une nouvelle méthode d'obtention des cétones bicycliques, basée sur l'emploi, comme agent de condensation, de l'hydrure de calcium. Ce procédé permet d'obtenir des cétones bicycliques aussi bien en partant de cétones cyclohexaniques (cyclohexanone, méthylcyclohexanone, diméthylcyclohexanone) que de cétones cyclopentaniques (cyclopentanone, méthylcyclopentanone, thuyamenthone). La présente Note a pour but de décrire quelques nouveaux dérivés de la subérone obtenus en soumettant cette cétone cycloheptanique à l'action condensante de l'hydrure de calcium.

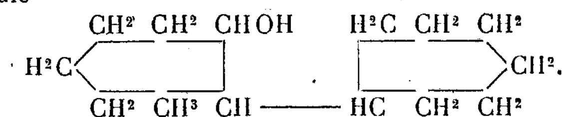
La subérone qui nous a servi de matière première a été obtenue en utilisant la technique indiquée récemment par l'un de nous [2]; elle bouillait à 180° sous la pression atmosphérique.

Cycloheptylidène-cycloheptanone $C^7H^{12} = C^7H^{10}O$. — Ce composé s'obtient, avec un très bon rendement, par action de l'hydrure de calcium sur la subérone, en utilisant le mode opératoire décrit par l'un de nous en collaboration avec M. Taboury. Cette nouvelle cétone bicyclique non saturée est constituée par un liquide à odeur faiblement mentholée, bouillant vers 143°-145° sous 8^mm; sa densité à 14° est égale à 0,9936, et son indice de réfraction, par rapport à la raie D et à la même température, est égal à 1,5144 (réfraction moléculaire : trouvée, 62,45; calculée pour $C^7H^{12} = C^7H^{10}O$, 62,11). Elle a pour formule de constitution la formule suivante :

```
     CH² CH² CO     CH² CH² CH²
CH²<                            >CH².
     CH² CH² C ═══ C   CH² CH²
```

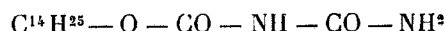
([1]) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 62, 1168, et t. 172, 1921, p. 688.
([2]) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1387.

Cycloheptyl-cycloheptanol $C^7H^{13}—C^7H^{12}OH$. — On obtient cet alcool secondaire par hydrogénation de la cétone précédente, au moyen de l'alcool absolu et du sodium. C'est un liquide à odeur peu prononcée, bouillant vers 158°-161° sous 20mm et ayant pour densité à 13°, 0,9908, et pour indice de réfraction, par rapport à la raie D, et à la même température, 1,5133 (réfraction moléculaire : trouvée, 63,74; calculée pour $C^7H^{13}—C^7H^{12}OH$, 63,86). La constitution de ce nouvel alcool cycloheptanique répond à la formule



Nous n'avons pu obtenir la phényluréthane de cet alcool ni la semicarbazone de la cétone qui se forme dans le premier stade de la réduction, et nous attribuons cet insuccès à un empêchement stérique très souvent observé par différents chimistes et par nous-mêmes dans le cas de certaines cétones et de certains alcools cycliques substitués en ortho.

Par contre, en utilisant la technique indiquée par M. Béhal ([1]), nous avons pu préparer l'éther allophanique du cycloheptyl-cycloheptanol, qui, après cristallisation dans l'alcool absolu, se présente sous la forme de belles aiguilles blanches, fusibles vers 183°, et dont l'analyse répond à la formule



$$C^{14}H^{25}—O—CO—NH—CO—NH^2$$

(N pour 100 : trouvé, 9,37; calculé, 9,45).

Dibromosubérone $C^7H^{10}OBr^2$. — Incidemment, au cours de ces recherches, nous avons été amenés à étudier l'action du brome sur la subérone.

En versant peu à peu le brome dissous dans un excès de tétrachlorure de carbone dans une solution tétrachlorocarbonique de subérone, on constate un fort dégagement d'acide bromhydrique, et l'on évite une élévation de température en refroidissant par un courant d'eau froide. Lorsque l'on a ajouté environ 4at de brome pour une molécule de subérone, la réaction est terminée, et, par évaporation à la température ordinaire de la solution tétrachlorocarbonique, on obtient un abondant dépôt de cristaux baignés dans un peu d'huile. Après essorage des cristaux et recristallisation de ce dérivé dans la ligroïne, on isole un produit bien défini, incolore, se présentant sous la forme de très longues aiguilles, fusibles vers 68°.

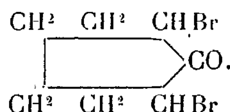
L'analyse et la cryoscopie nous ont montré que ce dérivé bromé était une dibromosubérone (Br pour 100 : trouvé, 59,96; calculé pour $C^7H^{10}OBr^2$,

---

([1]) *Bull. de la Soc. chim. de France*, 4e série, t. 25, p. 473.

59,25. Cryoscopie dans le benzène : poids moléculaire : trouvé, 268,6; calculé, 270).

Il est à remarquer que le brome réagit sur la subérone en donnant un dérivé dibromé, alors qu'en bromant soit la cyclohexanone, soit la cyclopentanone, on obtient un dérivé tétrabromé, ainsi que l'ont démontré les recherches de Wallach (¹), de Bodroux, de Taboury (²) et de l'un de nous (³). De plus, à l'inverse de la tétrabromocyclopentanone et de la tétrabromocyclohexanone, la dibromosubérone présente une grande stabilité, puisque, même exposée à la lumière, on peut la conserver pendant plusieurs mois sans altération. Ce fait peut s'expliquer en admettant que cette dibromosubérone est constituée par un éther dibromhydrique ayant pour formule



Cette combinaison est douée de propriétés sternutatoires et vésicantes assez intenses. Traitée par la soude diluée et à froid, elle fournit une substance sirupeuse, très soluble dans les différents solvants, ne cristallisant pas, même par refroidissement intense, et se décomposant par distillation, même dans le vide. Ce composé sirupeux réduit du reste très facilement la liqueur de Fehling et il est probable qu'il doit constituer une cycloheptanediol-one, ce que nous nous proposons de confirmer par de nouvelles recherches.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les isatines halogénées.*
Note (⁴) de M. **Eugène Grandmougin**, présentée par M. Béhal.

L'étude des indigos halogénés (⁵) implique comme complément celle des isatines halogénées. Pour établir la constitution des indigos substitués par l'halogénation directe, nous avons employé le procédé classique d'oxydation en isatine. Dans ces conditions, l'indigo substitué d'une façon symétrique

(¹) *Liebigs Ann. Chemie*, t. 341, p. 133.
(²) *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. 11, p. 656.
(³) *Ibid.*, 4ᵉ série, t. 13, p. 542.
(⁴) Séance du 6 février 1922.
(⁵) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1363.

donne deux molécules de la même isatine; un indigo asymétrique, par contre, fournira deux isatines différentes dont la séparation pourra être plus ou moins facile.

La constitution de l'isatine elle-même est établie par distillation avec un alcali caustique [1]; dans ces conditions, elle est décomposée avec formation d'une aniline halogénée qui sera caractérisée par ses constantes et celles de son dérivé acétylé.

L'oxydation des indigos halogénés se fait en milieu acétique, à température ordinaire, par l'acide nitrique ou, mieux encore, par l'acide chromique. Il importe, cependant, d'employer un indigo aussi finement divisé que possible et d'opérer avec une bonne agitation pour faciliter la réaction. On dissout ensuite l'isatine brute ainsi obtenue dans l'alcali dilué à chaud, on sépare par filtration de l'indigo inaltéré et de quelques impuretés, et l'on reprécipite l'isatine sous une forme sensiblement plus pure par acidification. Il ne reste plus qu'à la cristalliser dans un solvant approprié, en particulier dans l'alcool, l'acétone ou l'éther acétique pour l'amener à point de fusion constant. Dans le cas où il se serait formé deux isatines, on les séparera en utilisant leur solubilité différente dans les solvants organiques.

En collaboration avec M. Pierre Seyder nous avons préparé ainsi une série d'isatines halogénées que nous avons caractérisées en outre par leurs oximes et leurs phénylhydrazones. On sait que, d'une façon générale, il se forme, par action de l'hydroxylamine ou de la phénylhydrazine, le dérivé β substitué.

Les isatines halogénées sont, à l'état cristallisé, colorées en orangé ou rouge orangé, selon le degré de substitution et la position de l'halogène; elles peuvent être sublimées sans altération et sont solubles en rouge orangé dans l'acide sulfurique concentré. Avec les alcalis caustiques, à froid, on observe une coloration violette due à la formation d'un sel cyclique; à chaud, la coloration passe au jaune et l'on a alors en solution le sel alcalin de l'acide isatique correspondant. Si l'on travaille en solution concentrée, ce sel se sépare même à l'état cristallin [2].

Les β-hydrazones sont colorées en jaune intense, mais n'ont pas le caractère de colorants, par suite de leur insolubilité; leurs dérivés

---

(1) Hofmann, *Ann. Chem.*, t. 53, p. 47.

(2) Il faut noter cependant que les isatines tétrahalogénées sont sensibles à l'action des alcalis un peu concentrés qui les modifient profondément.

sulfonés par contre teignent la laine et la soie en jaune [1]. La solution sulfurique est rouge intense; par addition d'eau on peut séparer l'hydrazone inaltérée.

Les β-oximes sont naturellement moins colorées que les hydrazones, mais leur solution sulfurique est rouge grenat; on peut admettre dans ces solutions des sels azoniums ou oxoniums qui sont dissociés par dilution.

D'une façon générale les oximes fondent avec décomposition, ce qui rend le point de fusion un peu incertain.

Nous résumons dans le Tableau suivant les principales constantes des isatines halogénées que nous avons étudiées.

	Points de fusion des :		
Isatines.	isatines.	β-oximes.	β-phénylhydrazones.
5.7-dichlorisatine [2]........	223°	déc. 255°	296°-297°
4.7-dichlorisatine...........	252	déc. 245	265
4 chloro-5-bromisatine [3]...	273-274	déc. 253-254	278
5.7-dibromisatine [4]........	250	déc. 272	297-298
4.5.7-tribromisatine........	257-258	»	»
4.5.6.7-tétrachlorisatine....	294-295	»	293

On voudra bien remarquer que la 5-bromisatine fond à 225°, la 5.7-dibromisatine à 250° et la 4.5.7-tribromisatine à 257°-258°, ce qui montre que le point de fusion seul est insuffisant pour caractériser les isatines halogénées.

Pour compléter les constantes physiques, il nous a paru intéressant de déterminer l'absorption de ces composés dans l'ultraviolet à l'aide d'un spectrographe. Le mode opératoire est connu; on procède par voie photographique en variant l'épaisseur de la solution absorbante (au $\frac{1}{20000}$ par exemple) de 5^{mm} a 65^{mm}. On obtient ainsi une image de l'absorption dont, à défaut de représentation graphique, nous ne donnons que le début de

---

(1) *Comptes rendus*, t. **172**, 1920, p. 330 et 1415.

(2) Déjà décrite (*Ber.*, t. **42**, 1909, p. 3663); le p.f. 186° indiqué par Dorsch (*Journ. f. prakt. Chem.*, 2e série, t. **33**, p. 51) est erroné.

(3) Le brevet allemand 254468 décrit une 4-chloro-5-bromisatine, p.f. 255°, obtenue par bromuration de la 4-chlorisatine (p.f. 254°); cette indication paraît sujette à caution.

(4) Baeyer et Oekonomides, *Ber.*, t. **15**, 1882, p. 2098.

l'absorption et les sommets, ce qui correspond à la transposition de la méthode de M. Formánek à la partie invisible du spectre (¹).

Absorption en solution alcoolique aqueuse (2 : 3) *au* $\frac{1}{20000}$.

Isatines.	(en μμ).	Épaisseur : 5mm.	25mm.	50mm.
5.7-dichlorisatine	233	252.5	313	»
4.7-dichlorisatine	233	275	311	»
4-chloro-5-bromisatine	»	252	314	465
5.7-dibromisatine	»	260	311	»
4.5.6.7-tétrachlorisatine	»	245	320	352

On verra que, d'une façon générale, ainsi que nous l'avons déjà observé dans d'autres groupes de corps colorés, l'absorption dans l'ultraviolet des dérivés substitués a sensiblement la même allure que celle de la substance mère (²). Cela d'autant plus que l'influence chromophorique de l'halogène est relativement faible.

Dans la partie visible du spectre on observe une extinction de la région violette sans aucun caractère spécial. Nous pensons donc que, pour caractériser les isatines halogénées, la méthode chimique, indiquée au début de cette Note, paraît préférable à la détermination de la constitution par la méthode physique.

MINÉRALOGIE. — *Sur la dewindtite, nouveau minéral radioactif.* Note de M. **Alfred Schoep**.

Le minéral qui fait l'objet de cette Note provient de Kasolo (Katanga, Congo belge). On l'y trouve mélangé à la chalcolite. Sa couleur est jaune canari; il est pulvérulent, plus rarement compact. Il imprègne certains morceaux de chalcolite jusqu'à remplir tous les vides qui existent entre les cristaux de ce minéral. On peut, sans trop de difficulté, l'en extraire par quelques lavages à l'eau distillée. Mais il est moins aisé de séparer le minéral jaune d'une espèce de gangue blanche dont il sera question plus loin.

Au microscope on constate que le minéral jaune est cristallisé en pail-

(¹) Grandmougin et Mme Favre-Ambrumyan, *Ber.*, t. 47, 1914, p. 2127.

(²) Voir notamment Kahrmann, Havas et Grandmougin, *Ber.*, t. 46, 1913, p. 2131, 2802; t. 47, 1914, p. 1881.

lettes d'un jaune pâle, translucides, très minces, de forme généralement rectangulaire ou carrée. Le bord de ces paillettes est souvent déchiqueté comme si elles avaient subi un commencement de dissolution ou de corrosion. Ces paillettes cristallines atteignent rarement plus de $0^{mm},02$ à $0^{mm},03$ de côté. Elles restent obscures entre nicols croisés, mais si on les examine suivant leur tranche on constate qu'elles sont biréfringentes. Leur indice de réfraction est plus élevé que celui de l'iodure de méthylène. Leur densité, mesurée à l'aide du pycnomètre, est de 4°,8 à 17° C.

Dans le tube fermé, le minéral donne de l'eau et devient rouge brun à chaud; par refroidissement il reprend sa couleur primitive. Examiné au microscope après calcination, il ne semble avoir subi aucune altération; tout au plus les cristaux sont-ils devenus d'un jaune un peu plus foncé. Sur le charbon, à la flamme oxydante du chalumeau, il fond facilement en un globule noir, sans donner d'auréole. A la flamme réductrice, on obtient des globules métalliques de plomb, si le minéral a été mélangé au préalable avec du carbonate de sodium. Il se dissout dans l'acide azotique; cette solution donne avec la liqueur molybdique un abondant précipité jaune de phosphomolybdate d'ammonium. Il se dissout également bien dans l'acide chlorhydrique ainsi que dans l'acide sulfurique avec lequel il forme du sulfate de plomb insoluble. Ces solutions sont colorées en jaune par l'uranium.

La radioactivité de ce sel minéral est plus élevée que celle de la kasolite.

En réunissant dans une seule colonne les résultats des diverses analyses chimiques et en calculant la moyenne des résultats obtenus, on trouve que le minéral a la composition suivante :

P^2O^5	10,01	
UO^3	55,50	
PbO	21,74	
Fe^2O^3, Al^2O^3	2,06	(très peu de Fe^2O^3)
CaO	1,32	
MgO	2,75	
H^2O	5,82	
Insoluble	0,40	
	99,60	

Le minéral analysé avait été préalablement purifié par lavage à l'eau distillée, et desséché jusqu'à poids constant à 100° C.

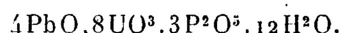
Les morceaux de chalcolite, dans lesquels on trouve le minéral jaune, sont souvent mélangés à une gangue blanche, pulvérulente, ressemblant à du talc impur. Lorsqu'on traite cette gangue par l'acide chlorhydrique, à chaud, la plus grande partie se dissout; le résidu insoluble est de 30,34 pour 100.

La solution renferme :

	pour 100
CoO	5,25
Al^2O^3	33,25
MgO	11,11
CaO	non dosé
SiO^2	6,31

Al^2O^3, Fe^2O^3, CaO, MgO, Co et l'insoluble trouvés dans l'analyse du minéral jaune, ont évidemment des impuretés provenant de la gangue et dont il est pratiquement impossible de débarrasser le minéral; la somme de ces impuretés s'élève à 6,53 pour 100; c'est la gangue sèche mélangée au minéral. Je n'en ai pas tenu compte dans le calcul de la formule ; j'ai soustrait les 6,53 pour 100 du total. Mais il faut noter que la gangue renferme normalement 10,74 pour 100 d'eau et que, par conséquent, toute l'eau trouvée à l'analyse, soit 5,82 pour 100, ne provient pas seulement du minéral jaune. Aux 6,53 pour 100 de gangue sèche correspond 0,78 pour 100 d'eau qu'il faut déduire des 5,82 pour 100 trouvés.

Dans le Tableau suivant, la colonne I représente la composition centésimale du minéral après déduction des teneurs en Al^2O^5, MgO, etc., ainsi que des 0,78 pour 100 d'eau. Dans la colonne II, ces chiffres ont été rapportés à 100. La colonne III renferme les teneurs théoriques calculées d'après la formule que j'attribue au nouveau minéral, savoir :



$$4PbO.8UO^3.3P^2O^5.12H^2O.$$

	I.	II.	III.
PbO	21,74	23,55	24,08
UO^3	55,50	60,13	59,30
P^2O^6	10,01	10,84	11,00
H^2O	5,04	5,46	5,50

Je propose de donner à ce nouveau minéral le nom de *dewindtite*, en souvenir du Dr Jean Dewindt, géologue belge, élève de l'Université de Gand, noyé accidentellement dans le lac Tanganyika.

GÉOLOGIE. — *La structure du Nord-Annam et du Tonkin.* Note de M. **Charles Jacob**, présentée par M. Pierre Termier.

Des Notes analytiques, récemment parues ici même, ont résumé les résultats obtenus, au cours des trois dernières années, par mes collaborateurs, MM. Dussault et Bourret, et par moi. Si l'on y joint la considération

de toutes les données accumulées au Service géologique depuis sa fondation en 1898, voici à quelle description générale on aboutit pour la moitié orientale de l'Indochine du Nord.

Il y a lieu de distinguer trois ensembles superposés, que je qualifie de *Substratum*, de *Série intermédiaire* et de *Nappes charriées*.

I. Le *Substratum*. — J'y reconnais deux parties : l'*Avant-pays* et les *Éléments autochtones*, ceux-ci en fenêtres sous la Série intermédiaire.

A. L'Avant-pays comprend la terminaison de l'Indochine méridionale et centrale vers la Porte d'Annam et au sud du Tran Ninh, les massifs côtiers du Nord-Annam et le massif côtier de l'est du Tonkin. Cet avant-pays semble caractérisé par des terrains secondaires, triaso-rhétiens, détritiques, transgressifs sur des terrains cristallins et paléozoïques plissés. Le Rhétien n'y a fourni jusqu'ici que des végétaux et des charbons maigres.

B. Les Éléments autochtones sont dépourvus de la couverture transgressive de l'avant-pays. Ils comportent des terrains cristallins, auxquels se superposent parfois des terrains primaires : telles sont les Séries primaires du Tran Ninh, de la moyenne et de la basse Rivière Noire, du nord-est du Tonkin; une mention spéciale doit être réservée à la Série primaire du Thanh Hoa, qui est ramenée de la profondeur et poussée sur l'avant-pays. Comme éléments autochtones, j'indiquerai : les multiples massifs cristallins qui affleurent dans la zone de Nam Sam, Pou Huat, Bou Ginh, moyen Song Ma, etc.; les gneiss de Nam Dinh; la grande bande cristalline du haut Delta tonkinois, du Song Chay, du Fleuve Rouge et du Fan Si Pan — c'est celle-ci qui supporte au Sud-Ouest la Série primaire de la Rivière Noire —; le massif cristallin du haut Song Chay; les massifs primaires du nord-est du Tonkin.

II. *La Série intermédiaire*. — Elle est intermédiaire, tectoniquement, entre les éléments autochtones, sur lesquels elle semble avoir glissé, et les nappes. Elle est formée de terrains secondaires, principalement *schisto-gréseux*. Il y est identifié du Trias moyen en de nombreux points, du Trias supérieur, du Rhétien à fossiles marins et à charbon gras, du Lias, et, dans les calcaires dits du *Terrain Rouge*, du Callovien. Cette Série intermédiaire est caractérisée par de très nombreuses intercalations éruptives, correspondant à deux séries pétrographiques, qualifiées globalement de *Rhyolithes* et de *Porphyrites*. Les roches éruptives, de même que les couches encaissantes, sont très fréquemment écrasées. Comme grosses masses de Rhyolites, je citerai celles de la Zone du Nam Sam, le Sa Phin, le Tam Dao, celles de la région de Lang Son et de Cao Bang. Les Porphyrites, plus généralement

distribuées que les Rhyolites, ne se présentent guère par contre, en importantes intercalations, que dans le Thanh Hoa et dans la Rivière Noire.

III. *Les Nappes* culminent au-dessus de la Série intermédiaire. Deux grands ensembles, deux grands lambeaux, en sont conservés: celui de l'Ouest du Tonkin et celui du Nord-Est. Le premier offre une structure assez simple; correspondant à l'entablement de la longue bande des plateaux qui s'étend de Lai Chau à la mer, il est formé de calcaires avec schistes subordonnés; le Trias y est identifié dans le Sud; l'Ouralo-permien dans le Nord. Le paquet du Nord-Est est plus complexe et semble comporter au moins deux nappes superposées, formées de terrains paléozoïques, auxquels s'ajoutent, dans la nappe supérieure, des granites et des schistes cristallins écrasés.

L'origine des Nappes est loin d'être reconnue à l'heure actuelle. Si, dans le paquet du Nord-Est, la base, la Nappe du Nui Rao de M. Dussault, rejoint, par l'isthme de Bao Ngay, la région de Pa Kha et du Nam Ti en arrière du haut Song Chay, pour peut-être s'y enraciner, en revanche la Nappe supérieure du Nord-Est et le vaste lambeau de l'Ouest se prolongent tous deux vers les plateaux calcaires yunnanais. L'étude de M. Fromaget sur le bassin d'A Mi Tchéou ouvre des horizons nouveaux dans cette direction. Quant à la prolongation latérale des nappes, leur domaine n'est actuellement limité ni vers le Kouang Si, ni vers le Laos; et cette incertitude, notamment du côté du Laos, porte à attendre de nouvelles observations avant de conclure.

Dans le résumé qui vient d'être donné, il a été fait abstraction des dépôts miopliocènes d'eau douce; ceux-ci sont postérieurs aux charriages; ils jalonnent de longs synclinaux Nord-Ouest, suivant une direction qui donne au Tonkin et au Nord-Annam la physionomie, topographiquement très apparente, reconnue dès les premières observations; ce système de plis récents n'est, en quelque sorte, que surajouté à la structure géologique fondamentale, telle qu'elle vient d'être esquissée dans cette Note.

GÉOLOGIE. — *Observations stratigraphiques et tectoniques à la frontière nord-est du Maroc.* Note (¹) de M. **J. Savornin**, transmise par M. Depéret.

La région frontière algéro-marocaine, le long de l'*oued Kiss*, est demeurée, au point de vue géologique, l'une des moins étudiées de l'Afrique du Nord.

(¹) Séance du 20 février 1922.

C'est à Pouyanne ([1]), puis à Pomel ([2]), enfin à Gentil ([3]) que l'on doit ce qui en est actuellement connu. [Voir les cartes géologiques au 800000e de l'Algérie (trois éditions) et, pour la zone marocaine, dans la carte au 300000e des Beni Snassen ([3]).]

D'après ces documents, des roches éruptives variées, des terrains sédi mentaires rattachés au Sahélien, ou à l'Helvétien-Tortonien, formeraient (avec le Quaternaire) tout le pays avoisinant le Kiss. La structure de ce pays m'est apparue fort différente de ce schéma. J'y ai fait les principales observations ci-après :

1° *Berge du Kiss à Martimprey*. — La carte au 300000e indique ici du « Miocène moyen » supportant un minuscule lambeau de « conglomérats post-helvétiens ». Il ne s'agit ni de l'une ni de l'autre de ces formations.

Des *tufs éruptifs*, projetés par les volcans andésitiques des Menasseb Kiss (Algérie), forment toute la berge sous redoute de Martimprey (Maroc), entre Ras el Ma et le coude du fleuve. Une corniche calcaire s'y superpose directement, formant le rebord du plateau qui porte le village. C'est un *travertin* à empreintes végétales parmi lesquelles j'ai reconnu une feuille de *Ceratonia siliqua* (nervation et limbe typiques). Le Caroubier est d'ailleurs encore vivant dans la région. On est ici en présence d'un dépôt d'eau chaude incrustante, représentant le phénomène paléothermal qui a succédé au volcanique.

Par comparaison avec ce que j'ai vu sur les plateaux de Fès et Meknès, où s'observent les mêmes phénomènes, j'attribue au Pliocène supérieur ce calcaire de Martimprey. Il passe progressivement, vers le Nord-Ouest, d'abord avec quelques intercalations de conglomérats, aux calcaires lacustres du Sahel des Oulad el Hadj-Oulad Mansour. Ceux-ci comprenant deux assises principales que séparent quelques mètres d'argile rouge (en partie produites par décalcification) rappellent les formations pliocènes du plateau sétifien en Algérie ([4]). Ils renferment les mêmes *Planorbis*, *Melanopsis*, *Helix* que le calcaire lacustre de Fès.

([1]) J. Pouyanne, *Notice géologique sur la subdivision de Tlemcen* (*Ann. Mines*, juillet-août 1877).

([2]) A. Pomel, *Description stratigraphique générale de l'Algérie, suivie d'une étude succincte des roches éruptives* par J. Curie et G. Flamand (Alger, 1889; in-8°).

([3]) L. Gentil, *Esquisse géologique du massif des Beni Snassen* (avec carte en noir à l'échelle de $\frac{1}{300000}$) (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, t. 8, p. 391).

([4]) Cf. *Géologie du Hodua et du Plateau sétifien* (*Bull. Serv. géol. Alg.*, 1920, p. 373 à 376 et p. 423).

La similitude avec ce dernier est accentuée par le rôle hydrologique : les sources vauclusiennes du nord des Trifa et de la rive droite de la Moulouya (Ras el Ma, Ras el Merdja, Aïn Beïda, Aïn Zerga, Aïn Zebda; puis Aïn Kerma, Aïn Salah, Aïn Tiffert) rappellent exactement les belles sources du Saïs, entre Fès et Meknès (Ras el Ma, Aïoum Blouze, etc.) que j'ai étudiées l'an dernier ([1]).

Si l'on se dirige au sud de Martimprey on assiste, inversement, au passage latéral du calcaire aux conglomérats littoraux du lac pliocène des Trifa, que L. Gentil a reconnus, par places, comme post-helvétiens.

2° *Gorges du Kiss*. — On n'a jamais signalé l'important affleurement liasique supportant le poste algérien d'*Adjeroud* et le camp marocain (abandonné) de *Saïdia*. Entre ces deux points, le Kiss a creusé une profonde gorge. Les cartes ne figurent ici que du Miocène moyen.

On reconnaît aisément les couches rouges de la base du *Lias moyen* transgressif (comme aux Beni Snassen et à Oudjda) ([2]). Elles sont au cœur d'un premier anticlinal, sur la rive algérienne, s'ennoyant sur la rive opposée. Un autre pli convexe apparaît en aval : une grotte en haute ogive ([3]) permet d'entrer dans sa voûte, sur la rive marocaine. Ici la base du Lias moyen serait à 15^m ou 20^m sous le lit actuel du fleuve.

Au sud et au nord de ce double pli liasique, aux flancs ravinés, se voit la superposition directe du *Sahélien* horizontal.

3° *Port-Say* (Algérie). — C'est encore le *Lias moyen*, fragmenté par des failles, qui forme le petit cap de Koudiat el Kelaâ, que l'on a utilisé pour la création d'un petit port artificiel déjà ensablé. Le *Sahélien*, avec marnes blanches caractéristiques, bancs à *Lithothamnium*, etc., remplit les anfractuosités du Lias.

Ce dernier pointe encore à travers le Miocène supérieur au bord de la plage quaternaire : Chabet el Mrorfa et sous le point 87. Ces jalons démontrent la continuité du Lias entre Koudiat el Kelaâ et Adjeroud.

4° *Trias des Beni Snassen*. — Entre Aïn Sfa et Sefrou, au sud-est des Beni Snassen, j'ai vu le Trias argilo-gypseux autrefois signalé par

([1]) Rapports fournis aux Services des Travaux publics de Rabat et des Renseignements de Fès (juin 1921).

([2]) Cf. L. Gentil, *loc. cit.*

([3]) Le travail des eaux souterraines a préparé la percée de la gorge par le Kiss, qui, auparavant, n'était qu'un ultime affluent de la Moulouya par la « vallée-morte », passant devant Hassi Smia.

A. Brives [1]. Il passe latéralement aux *diabases* dont L. Gentil a défini le rôle sans en préciser l'âge [2]. L'association de diabases ophitiques avec le Trias se voit ici en son état originel : la roche éruptive s'interstratifiant dans le dépôt lagunaire. Le tout est exactement à sa place comme substratum du Lias, transgressif mais subconcordant.

5° *Remarques tectoniques.* — L'examen des divers affleurements ci-dessus mentionnés écarte toute idée de phénomènes de plissement s'accompagnant de refoulements horizontaux. Les plis sont fort réguliers. Un paisible et large synclinal, sous la plaine des Trifa, sépare les anticlinaux liasiques du Kiss et des Beni Snassen. Son remplissage jurassique se voit à l'ouest de la plaine, où l'érosion l'a respecté.

Une structure aussi schématiquement simple, alors que le substratum paléozoïque de tous les terrains apparaît lui-même très exactement à sa place normale au cœur des plis des Beni Snassen, ne permet pas de songer à la possibilité de *phénomènes de charriage* en cette région frontière.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur les lignes neutres de sédiments sous-marins côtiers.* Note [3] de M. J. Thoulet.

Sur les cinq feuilles lithologiques dressées par moi de la carte du golfe du Lion, depuis l'embouchure du Petit-Rhône jusqu'au cap de Creus, j'ai pu apporter des faits nouveaux concernant les lois de Lavoisier, d'Aimé et celles que j'ai formulée, relatives à la distribution des sédiments sur le fond et à la ligne désignée sous les noms de *ligne de moindre classement*, *ligne neutre* ou *ligne critique*. On sait que cette ligne neutre longe les plages à une distance variable mais peu éloignée du rivage et, en partant de celle-ci, les sédiments sont classés d'un côté vers la terre, dont ils suivent sensiblement les contours, et de l'autre côté vers la haute mer.

On désignera sous le nom d'*agitation* de la mer la somme moyenne de mouvement des flots en un lieu donné due à la fois aux vagues, aux marées et aux courants. Le coefficient de minéraux lourds dans un échantillon sera le pourcentage de minéraux microscopiques lourds (densité supérieure

(1) *Les Beni Snassen* (*Maroc*) (*Bull. Soc. Géogr. Afrique du Nord*, 1er trimestre 1908).

(2) *Loc. cit.*

(3) Séance du 20 février 1922.

à 2,8, tels que amphibole, pyroxène, zircon, péridot, tourmaline, etc.), contenu dans la portion dite *sable très fin* (ayant franchi le tamis 100 et été arrêtée par le tamis 200; diamètre moyen = $0^{mm},13$). Une partie de mes conclusions s'appuie sur ces deux variables.

A la suite de l'examen attentif des résultats des analyses détaillées mécaniques et microscopiques de 462 échantillons de sédiments marins récoltés par moi entre l'embouchure du Petit-Rhône et le cap de Creus, j'ai reconnu les faits suivants :

1. La mer, par son agitation, est un instrument de triage des éléments minéraux meubles qu'elle contient, agissant avec autant de puissance que de délicatesse et de précision.

2. La permanence est complète en une même localité d'un même genre de fond. Ce fait est à rapprocher d'une observation faite dans l'Iroise sur des fonds décrits et représentés par de Roujoux plus de 30 ans auparavant; elle justifie l'intérêt durable que présentent les cartes bathylithologiques.

3. En se servant, pour la confection d'une carte bathylithologique, d'une classification des sédiments basée comme celle que j'ai établie et que j'emploie sur les dimensions et les proportions des éléments composants des fonds, on obtient en même temps une carte lithologique et une carte de la répartition des divers degrés d'agitation des flots, devenus mesurables et comparables en des localités différentes. Il existe donc une agitation caractéristique de sable, une agitation de sable vaseux, de vase très sableuse, de vase sableuse, etc.; la seule variable est la profondeur de l'eau correspondant à telle ou telle agitation spéciale et l'on peut en déduire de nombreuses conséquences se rapportant aussi bien aux sciences pures qu'aux sciences appliquées.

4. Il n'y a pas qu'une seule ligne neutre mais bien un grand nombre qui, juxtaposées les unes aux autres, se succédant en ordre constant et par degrés insensibles selon la loi de Lavoisier. La ligne neutre des vases dont la composition, obtenue par une rapide analyse mécanique, est d'au moins 90 pour 100 de vase proprement dite, paraît être le mieux appropriée à servir de repère dans l'étude des dépôts de plages.

5. Plus les diverses lignes neutres sont situées profondément et plus est violente l'agitation des flots; plus elles sont espacées entre elles et plus le sol sous-marin est en pente douce et peu accidenté; plus elles sont serrées les unes contre les autres, plus au contraire le terrain est en pente abrupte.

6. Les lignes neutres varient de position avec la hauteur des vagues; elles ne restent donc pas toujours rigoureusement à la même distance du rivage.

Elles oscillent et se rapprochent de la terre quand la mer est calme et s'en éloignent quand elle est agitée. Ces oscillations n'ont d'ailleurs qu'une faible amplitude. On admettra donc pratiquement une situation moyenne. Cette ligne est d'autant moins variable qu'elle est plus loin de terre et par conséquent plus profonde, motif qui doit contribuer encore à faire préférer, pour les sédiments côtiers, la ligne des vases comme repère.

7. Les grains sableux marins d'une espèce déterminée présentent un double mode de distribution longitudinale et transversale. Longitudinalement, ils sont distribués parallèlement à la côte, leur composition se simplifie et leur quantité diminue dans la direction de l'aval à partir de l'embouchure de chaque fleuve apportant à la mer ses eaux et ses sédiments spéciaux. Transversalement, les sédiments appartenant à une ligne neutre déterminée augmentent d'abondance symétriquement de chaque côté de la ligne neutre aussi bien vers la côte que vers le large. C'est sur la ligne neutre que se rencontre le minimum quantitatif du grain spécial considéré.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur une méthode indicatrice permettant d'évaluer la vitalité des semences par voie biochimique.* Note de MM. **Antonin Němec** et **František Duchoň**, présentée par M. L. Maquenne.

Dans une Communication précédente (1), nous avons démontré que l'activité de la catalase peut représenter un moyen convenable pour évaluer rapidement et facilement, en quelques minutes, la vitalité des graines. Le contrôle des semences dans la pratique agricole a pour but de déterminer l'identité d'espèce, leur variété et origine, leur pureté (proportion des graines étrangères et des matières inertes) et leur faculté et énergie germinative. La détermination de la faculté vitale des graines, qui est le facteur le plus important dans l'analyse des semences, fut jusqu'ici pratiquée seulement par des essais de germination, qui sont souvent de longue durée, ne permettant d'obtenir le résultat qu'au bout de plusieurs jours. Mais parfois, il s'agit de s'orienter rapidement sur la faculté germinative des semences, en vue de distinguer les graines de haute vitalité de celles d'une énergie vitale affaiblie. Dans ce cas, on peut se servir de la voie biochimique, basée sur la détermination de l'activité de la catalase des graines.

Pour rechercher l'activité de la catalase dans les graines, nous avons

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 933.

déterminé le volume d'oxygène dégagé de l'eau oxygénée et nous nous sommes arrêtés à la méthode suivante :

On mélange 2^g de graines finement moulues avec 20^{cm^3} d'eau distillée dans une fiole munie d'un bouchon de caoutchouc, percé de deux trous, dont l'un est traversé par un entonnoir avec robinet; par l'autre passe un tube à dégagement deux fois recourbé, plongeant dans une cuve à eau et débouchant sous une cloche à gaz, divisée en dixièmes de centimètre cube. Par l'entonnoir, on introduit 15^{cm^3} d'eau oxygénée à 3 pour 100, neutralisée préalablement, et l'on mesure le volume d'oxygène dégagé au bout de 5 et de 15 minutes.

Dans l'expérience témoin, nous avons opéré de même sur des farines mises en contact avec 20^{cm^3} d'eau distillée, portées préalablement pendant 20 minutes dans un bain-marie à l'ébullition et refroidies.

Des nombreuses séries d'expériences que nous avons exécutées sur des graines d'espèces et origines diverses, nous citons ici les résultats obtenus avec l'avoine et les pois, qui sont réunis dans les Tableaux suivants :

Expériences avec avoine.

Année de la récolte.	Faculté germinative pour 100.	Oxygène dégagé de H^2O^2 à 3 pour 100 au bout de 5 minutes.	15 minutes.	Expérience témoin 5 minutes.	Catalase 5 minutes.
		cm³	cm³	cm³	cm³
1891.......	0	4,1	6,1	3,9	0,2
1900.......	9	12,0	18,6	3,9	8,1
1904......	17	21,4	27,8	3,7	17,7
1909.......	32	29,6	47,2	3,6	26,0
1910.......	44	36,1	43,0	3,7	32,4
1910.......	57	44,0	51,0	3,2	40,8
1911.......	66	57,1	58,6	3,4	53,7
1912.......	70	69,7	76,4	3,3	66,4
1915.......	85	77,1	"	3,0	74,1
1917.......	91	77,8	"	3,0	74,8
1919.......	97	78,2	"	3,0	75,2
1920.......	100	78,6	"	2,8	75,8

Expériences avec pois.

Année de la récolte.	Faculté germinative pour 100.	Oxygène dégagé de H^2O^2 à 3 pour 100 au bout de 5 minutes.	15 minutes.	Expérience témoin 5 minutes.	Catalase 5 minutes.
		cm³	cm³	cm³	cm³
1891.......	0	6,4	8,0	3,2	3,2
1906.......	6	11,0	13,8	3,0	7,2
1911.......	27	31,8	36,0	2,8	29,8
1915.......	40	43,1	44,9	2,9	40,2
1916.......	51	52,0	59,6	2,7	49,3
1916.......	75	72,9	89,0	2,4	70,5
1917.......	84	88,3	"	2,2	86,1
1918.......	90	90,1	"	1,9	88,2
1919.......	96	92,0	"	1,6	90,4
1920.......	98	93,4	"	1,6	91,8

On voit par ces données que l'activité de la catalase est étroitement liée avec l'énergie vitale de la graine. Le volume d'oxygène, dégagé par la catalase et mesuré sous des conditions comparables de température, de concentration de l'eau oxygénée et sur une quantité constante de farine, décroît régulièrement avec l'affaiblissement de la faculté germinative de la graine. Les résultats, traduits graphiquement, donnent une courbe régulière, de manière qu'il est possible de déduire du volume d'oxygène dégagé la faculté germinative de la graine. On peut donc ainsi distinguer nettement des graines d'une haute valeur agricole de celles d'une faculté germinative inférieure ou nulle. Pour la pratique il est recommandable de se servir de la méthode comparative, en opérant sur une quantité convenable de graines (pour les céréales 2ᵍ, pour les graines oléagineuses, riches en catalase, 1ᵍ) d'une faculté germinative bien connue et en comparant dans le graphique, établi pour certaines conditions d'expérience, les résultats obtenus avec l'activité catalasique de la farine des graines examinées.

CHIMIE AGRICOLE. — *Disparition progressive de l'acide sulfureux libre dans un jus de pommes conservé.* Note de MM. **Warcollier** et **Le Moal**, présentée par M. L. Lindet.

Pour satisfaire certains consommateurs de cidre « doux », on édulcore des cidres fermentés avec des jus de pommes que l'on a conservés par addition d'acide sulfureux.

Ces jus, avant d'être sulfités, doivent être l'objet d'une clarification spontanée, provoquée par la coagulation des matières pectiques; puis ils sont soumis à une sulfitation qui atteint au moins 100^g par hectolitre et qui permet de les mélanger avec des cidres « secs » sans provoquer de trouble. On peut les obtenir également par le pressurage et le cuvage d'une pulpe, préalablement sulfitée à 20^g par hectolitre de jus ; ainsi appauvris de leurs matières pectiques, ces jus sont ensuite sulfités à haute dose, sans que l'on soit obligé de les déféquer. Pour que les jus ainsi traités ne fermentent pas il est bon de les soutirer à l'abri de l'air quelques mois après leur préparation et avant les chaleurs de l'été.

L'expérience montre que les jus ainsi sulfités perdent, au cours de leur conservation, une partie plus ou moins importante de leur acide sulfureux libre, qui passe à l'état d'acide sulfureux combiné, au détriment de ses propriétés antiseptiques primitives.

En présence d'insuccès obtenus dans les cidreries, où des jus sulfités à 1^g par litre avaient spontanément fermenté, nous avons été amenés à rechercher pourquoi, dans ces cas particuliers, l'acide sulfureux passait presque en totalité à l'état combiné.

Notre attention a été immédiatement attirée vers les jus provenant de pommes pourries, et c'est l'étude de la sulfitation des jus de pommes pourries qui fait l'objet principal de cette Communication.

Nous avons d'abord recherché quels étaient les constituants du jus de pommes normal susceptibles de se combiner à l'acide sulfureux, et nous avons constaté que les sucres du jus (glucose, 20^g; lévulose, 80^g; saccharose, 20^g par litre), les tannoïdes, 3^g à 4^g par litre, ne pouvaient, en se combinant à SO^2, fournir que des quantités relativement faibles de SO^2 combiné (environ 100^{mg} de SO^2 combiné pour 100^g de sucres). Nous avons constaté de plus que les matières pectiques, l'acide malique du jus ne se combinaient pas à SO^2.

En partant de jus de pommes pourries, nous avons constaté au contraire que, lorsque ce jus est sulfité à la dose de 1^g par litre, le SO^2 qu'il renferme passe très rapidement à l'état combiné; la proportion de SO^2 combiné peut atteindre 90 à 95 pour 100 au bout de quelques jours.

A l'analyse, les moûts de pommes pourries semblent avoir une composition chimique voisine de celle des jus de pommes saines. Toutefois, ils s'en distinguent par les caractères suivants : ils ne renferment plus de saccharose, celui-ci ayant été inverti; leur acidité fixe a beaucoup augmenté; ils sont plus riches en matières pectiques et mucilages. Les moûts que nous

avons étudiés ne renferment pas, contrairement aux observations de Muller-Thurgau et d'Osterwalder, d'aldéhyde éthylique en quantité sensible; ils ne contiennent pas non plus d'acétone.

Dans ces conditions, comment expliquer la formation rapide de SO^2 combiné en grandes quantités dans les pommes pourries?

Les diastases oxydantes sécrétées par les moisissures aérobies des fruits pourris déterminent l'oxydation d'éléments qui sont susceptibles de prendre des fonctions aldéhydiques ou cétoniques; or on sait que ces corps ont la propriété de fournir avec SO^2 des combinaisons stables. Il est donc probable que ces corps doivent exister en proportions assez grandes dans les moûts de pommes pourries.

Afin de vérifier cette hypothèse, nous avons été amenés à étudier l'action de quelques oxydants sur les principaux constituants du jus de pommes normal et à mesurer en même temps le pouvoir de combinaison des corps obtenus avec SO^2.

Après avoir essayé un certain nombre de réactifs qui nous ont paru trop énergiques, nous avons utilisé un oxydant agissant d'une façon plus ménagée, analogue en quelque sorte à celle des diastases oxydantes du jus de pommes pourries.

Cet oxydant est constitué par un mélange de sulfate ferreux et d'eau oxygénée; il contient, pour 100^{cm^3}, 5^g de sulfate de fer ammoniacal et 1^{cm} d'acide sulfurique.

Nous utilisons ce réactif à la dose de 1^{cm^3} à 2^{cm^3} pour 100^{cm^3} de solution des corps et ajoutons une quantité variable d'eau oxygénée : 1^{cm^3}, 2^{cm^3}, 5^{cm^3}, 10^{cm^3}, 20^{cm^3}. Nous abandonnons pendant 24 ou 48 heures et faisons ensuite agir l'acide sulfureux.

Action sur l'acide malique et le tanin : pas de SO^2 combiné.

Action sur les matières pectiques : SO^2 se combine à raison de 50 pour 100; en même temps l'acidité du milieu augmente de 100 pour 100.

Action sur les sucres : les sucres fixent des doses extrêmement élevées de SO^2 (2^g, 3^g, 4^g de SO^2 pour des solutions de sucres à 100^g par litre).

Ces solutions ne renferment ni aldéhyde éthylique, ni formol, ni acétone, ni furfurol ou n'en renferment que des traces. Il se produit une légère destruction des sucres. Il y a augmentation de l'acidité totale du milieu; il y a présence d'acides-alcools, acide gluconique et autres qui n'ont pas été déterminés.

Des jus de pommes normaux ont été soumis à leur tour à l'action du mélange oxydant (sulfate ferreux et eau oxygénée); on a constaté une

augmentation d'acidité du milieu et la proportion de SO^2 combiné a atteint 90 pour 100.

En résumé, sous l'action du mélange oxydant, comme dans les jus de pommes pourries, sous l'action des diastases oxydantes des moisissures, il se forme aux dépens des sucres et des matières pectiques des jus, de nouveaux corps, fort probablement de nature aldéhydique ou cétonique, aptes à fixer de grandes quantités d'acide sulfureux.

Ces corps que nous n'avons pas encore caractérisés pourraient être aussi constitués aux dépens de la glycérine; car une solution de glycérine soumise à l'action du mélange oxydant se combine aussi à l'acide sulfureux (93 pour 100 de SO^2 combiné). Les moûts de pommes normaux oxydés acquièrent des propriétés nouvelles qui leur donnent les caractères des moûts de pommes pourries; comme ces derniers, ils possèdent une grande capacité d'absorption pour l'acide sulfureux, et leur acidité fixe augmente.

La conclusion pratique que l'on doit tirer de ce travail est que, quand on voudra sulfiter des jus de pommes en cidrerie pour les conserver à l'état doux pendant une longue période (un an par exemple), il conviendra de n'utiliser que des jus sains, c'est-à-dire provenant de fruits de bonne qualité, bien conservés et exempts de moisissures.

BIOLOGIE. — *Contribution à l'étude de la régression d'un organe : les muscles vibrateurs du vol d'*Apterina pedestris *Meig. pendant la nymphose.* Note de M. **L. Mercier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

J'ai montré [1] que chez l'imago d'*Apterina pedestris* Meig., Borboride à ailes rudimentaires, les muscles vibrateurs du vol n'existent pas. Or, on doit admettre que les ancêtres d'*A. pedestris* possédaient la faculté du vol, et que la disparition des muscles vibrateurs n'a été réalisée que secondairement. Aussi, il était intéressant, non seulement pour ce cas particulier, mais encore à un point de vue philosophique de portée plus générale, de tenter de mettre en évidence le déterminisme de l'atrophie de ces muscles.

---

[1] L. Mercier, Apterina pedestris *Meig. Les muscles du vol chez certains Diptères à ailes rudimentaires ou nulles* (*Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 716).

Les observations de Janet [1] sur l'anatomie des Fourmis nous ont appris que, chez l'ouvrière, les muscles vibrateurs existent à l'état rudimentaire pendant la période larvaire, mais qu'ils disparaissent chez l'imago. Il était donc indiqué de vérifier s'il en est de même chez *A. pedestris* et de rechercher ces muscles pendant la nymphose.

Non formation des muscles vibrateurs du vol. — On sait, grâce aux belles recherches de Van Rees et de Pérez, que ce sont trois paires de muscles thoraciques larvaires qui, échappant à l'histolyse, deviennent les premières ébauches des muscles du vol. D'autre part Pérez [2] a constaté que chez la pupe de *Calliphora erythrocephala* de 20 heures, les muscles larvaires persistants ont perdu leur striation transversale, présentent une structure homogène et sont déjà entourés de nombreux myoblastes.

Or, chez une nymphe d'*A. pedestris* parvenue à une phase de son évolution correspondant par l'ensemble des processus d'histogénèse à un stade que Pérez fixe au douzième jour pour *C. erythrocephala*, j'ai encore constaté la présence des muscles thoraciques larvaires et, par suite, l'absence d'ébauches des muscles vibrateurs. Les muscles larvaires présentaient des traces évidentes d'altération; mais leur striation transversale était très nette et à leur voisinage il n'existait aucun myoblaste.

Il semble donc que chez cette nymphe les myoblastes ne se sont pas formés et n'ont pu, par conséquent, donner l'essaim initial constructeur des ébauches musculaires.

Formation complète des ébauches des muscles vibrateurs. — Par contre, chez une autre nymphe d'*A. pedestris* prise au même stade que la précédente, j'ai constaté l'existence d'ébauches très nettes des muscles du vol. Les muscles vibrateurs longitudinaux, en particulier, présentaient la même disposition que chez *Borborus equinus* Fall., espèce affine à ailes normalement développées et volant bien. J'ai compté six paires de faisceaux musculaires régulièrement disposés.

Les cas intermédiaires. — Entre ces deux cas extrêmes, il existe des aspects intermédiaires. En effet, chez d'autres nymphes, les ébauches des muscles

---

[1] CH. JANET, *Anatomie du corselet et histolyse des muscles vibrateurs, après le vol nuptial, chez la reine de la Fourmi* (Lasius niger). Imprimerie Ducourtieux et Gout, Limoges, 1907.

[2] CH. PÉREZ, *Recherches histologiques sur la métamorphose des Muscides* (Calliphora erythrocephala *Mg.*) (*Arch. zool. exp.*, 5e série, t. 4, 1910, p. 1).

vibrateurs se forment, mais elles présentent des anomalies dans la taille et dans le nombre.

C'est ainsi, par exemple, qu'au lieu de six paires de faisceaux musculaires longitudinaux, il peut n'en exister que cinq paires, ou encore quatre faisceaux d'un côté et cinq de l'autre.

Souvent, preuve évidente d'une histogénèse anormale, les ébauches présentent des différences de taille considérables. Il semble donc que si, dans certains cas, les myoblastes constructeurs des muscles du vol ont pu essaimer, ils n'ont pas été cependant en nombre suffisant pour permettre la réalisation du plan d'organisation typique et ancestral.

Cette variation dans le nombre des faisceaux musculaires de la nymphe d'*A. pedestris* est à rapprocher de celle que j'ai signalée (¹) chez *Chersodromia hirta* Walk; il est possible maintenant de comprendre comment la variation s'est établie chez cette dernière espèce.

Disparition des ébauches musculaires nymphales. — Les exemplaires d'*A. pedestris* qui viennent d'éclore ne présentent plus trace des muscles du vol; c'est donc que si les ébauches de ces muscles se sont formées, elles ont disparu au cours des derniers jours de la nymphose. En effet, les ébauches, quand elles existent, ne dépassent jamais dans leur développement un certain stade. Celui-ci correspond sensiblement à la fusion des myoblastes avec les muscles thoraciques larvaires persistants et à l'orientation des noyaux. Ce stade ne me paraît pas devoir être franchi, car je n'ai jamais observé la pénétration des trachées dans les ébauches musculaires.

Lorsque la nymphe est parvenue à une phase de son évolution caractérisée par la pigmentation des soies qui recouvrent le corps, la dégénérescence des ébauches musculaires commence. Dans ses grandes lignes, le processus est comparable à celui décrit par Janet au cours de l'atrophie des muscles vibrateurs du vol chez la reine de la Fourmi; *il s'agit d'une histolyse sans phagocytose.* Or on sait quel rôle important les amibocytes jouent, chez les Diptères en particulier, dans les remaniements du système musculaire au cours de la nymphose; aussi, le fait que les ébauches des muscles vibrateurs *d'A. pedestris* disparaissent sans intervention de ces éléments mérite de retenir l'attention. A mon avis, ce processus de dégénérescence particulier

(¹) L. Mercier, *Variation dans le nombre des fibres des muscles vibrateurs longitudinaux chez* Chersodromia hirta *Walk. Perte de la faculté du vol* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 933).

montre bien qu'il s'agit d'un phénomène surajouté à la métamorphose.

Conclusions. — En résumé, bien que les muscles vibrateurs du vol fassent défaut chez l'imago d'*A. pedestris*, des ébauches de ces muscles peuvent apparaître chez la nymphe. L'importance de ces ébauches est subordonnée à l'apport des myoblastes constructeurs; lorsque ceux-ci ne prolifèrent pas, les ébauches ne se constituent pas. Mes observations à ce sujet sont à rapprocher de celles faites par R. Poisson sur la série : Ranâtre, Nèpe et Naucores. Chez la Ranâtre et la Nèpe, où les myoblastes apparaissent en nombre, les ébauches des muscles du vol sont importantes; chez *Naucoris maculatus* L., il ne se forme plus de myoblastes, aussi ne trouve-t-on plus trace des muscles vibrateurs.

Enfin la variabilité que présentent les ébauches musculaires d'*A. pedestris* et le fait que certaines nymphes possèdent des ébauches rappelant, d'une façon frappante, la disposition qui existe chez des espèces affines capables de voler, nous laissent supposer que la régression des muscles du vol ne s'est pas effectuée par une diminution graduelle et régulière, Aussi, comme Cuénot l'a magistralement laissé pressentir dans le chapitre « Panmixie » de sa « Genèse des Espèces animales », j'admets volontiers que la disparition des muscles vibrateurs d'*A. pedestris* n'est pas due aux effets héréditaires et cumulatifs du non-usage, mais à une mutation.

ZOOLOGIE. — *Sur un genre de Poisson abyssal japonais très rare, nouvellement retrouvé dans l'Océan Atlantique Nord-Africain.* Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. L. Joubin.

Ce genre est *Ijimaia* Sauter (1905), dédié au distingué naturaliste Ijima, professeur à l'Université de Tokyo. Il compose, avec le genre *Ateleopus* Schlegel (*Podateles* Boulenger) la remarquable famille des Atéléopidés. Son unique espèce, *Ijimaia Dofleini* Sauter, a été créée pour un seul individu pêché auprès d'Enoshima, dans la mer de Sagami, en avril 1905, par 700 brasses de fond. Par contre, les exemplaires qui font l'objet de la présente relation sont au nombre de trois, et ont été pêchés récemment par un chalutier français à vapeur, au début de février, sur les côtes du Maroc, devant Agadir, par 300 brasses environ. L'un d'eux ne fut pas conservé; les deux autres ont été offerts par l'*Association rochelaise de pêche à*

vapeur au Musée d'Histoire Naturelle de La Rochelle et au Muséum national.

L'individu donné à ce dernier diffère suffisamment de l'exemplaire japonais pour motiver la création en sa faveur d'une espèce spéciale, que je nomme *Ijimaia Loppei*, pour rappeler l'instigateur du don, et son zèle de naturaliste. L'espèce atlantique s'écarte de l'espèce japonaise, entre autres caractères : par la différenciation très nette de son corps en deux parties, l'une antérieure comprenant la tête unie à la région préanale du tronc, l'autre postérieure comprenant la partie post-anale, celle-ci beaucoup moins haute et moins épaisse que la précédente, de manière à donner à l'ensemble la forme d'un gigantesque Macruridé des grands fonds; par la tête plus courte et plus massive; enfin par le nombre moindre des rayons de la nageoire anale (76 seulement).

L'étude d'*Ijimaia Loppei* et sa comparaison avec *Ijimaia Dofleini* permettent, en outre, de rectifier la diagnose générique d'*Ijimaia* exposée par Sauter. La bouche, chez *Ijimaia*, est vraiment inférieure et surmontée d'un rostre court et épais comme celle d'*Ateleopus;* elle n'est pas subterminale. La diagnose générique réelle d'*Ijimaia* doit donc porter : sur la brièveté et la conformation particulière des nageoires pelviennes; sur la brièveté de la tête; enfin sur le nombre, égal à 10, des rayons de l'unique nageoire dorsale.

Cette étude, que je compte pousser davantage, appelle d'ores et déjà qnelques observations :

1° Sauter considère *Ijimaia Dofleini* comme possédant une taille considérable parmi les Atéléopidés, son exemplaire mesurant $1^m,238$ de longueur. A plus forte raison en est-il ainsi, pour *Ijimaia Loppei*, dont l'exemplaire du Muséum atteint presque 2^m (exactement $1^m,845$). Ces dimensions excessives expliquent sans doute pourquoi les représentants de cette espèce n'ont jamais été pris par les nombreuses expéditions océanographiques qui se sont succédées dans la région ibéro-mauritanienne, alors qu'ils peuvent l'être maintenant par les puissants engins des chalutiers modernes à vapeur. Il est à présumer que des trouvailles de même sorte se manifesteront à nouveau, les grands chaluts actuels pouvant draguer parfois jusqu'à 500^m de profondeur et même davantage.

2° J'ai déjà signalé à plusieurs reprises la ressemblance établie, quant à la faune ichtyologique, entre la province japonaise et la province atlantique ibéro-mauritanienne avec son annexe du bassin méditerranéen occidental. Il y a là une sorte de bipolarité, avec espèces communes ou avec espèces représentatives dans les genres communs, aux deux extrémités actuellement séparées de l'ancienne Méditerranée tertiaire, eurasiatique. La présence

dans les deux stations d'une forme aussi caractéristique qu'*Ijimaia* contribue à accentuer le fait.

3° La famille des Atéléopidés, connue jusqu'ici par un très petit nombre d'exemplaires, est habituellement placée dans l'ordre des *Blenniformes* (Acanthopterygiens jugulaires des auteurs). C.-T. Regan (1909) constitue pour elle, d'autre part, un ordre spécial, celui des *Chondrobrachii*. A mon avis, d'après les premiers résultats de mon étude, les affinités les plus directes sont tournées vers les *Gadiformes* (Anacanthines des auteurs) et notamment vers la famille des Macrouroididés, créés par Radcliffe (1912) pour des Macruridés n'ayant, comme les Atéléopidés, qu'une seule dorsale antérieure. Je présume que les Atéléopidés représentent, dans la nature actuelle, un type très primitif, se rattachant d'une part à des formes chondrostéennes nues, et, de l'autre, constituant un centre auquel se relient les Gadiformes d'abord, puis les Blenniformes et les Pédiculés.

ZOOLOGIE. — *Sur la morphologie des pièces buccales chez le mâle d'*Akidognathia halidaii (*Bate and Westwood*). Note (¹) de M. **Théodore Monod**, présentée par M. Joubin.

L'absence chez le mâle de tout élément appartenant au mérome appendiculaire des Vᵉ et VIᵉ segments céphaliques était jusqu'ici considérée comme un caractère distinctif du sous-ordre des *Gnathiidea*, en en exceptant toutefois l'espèce unique du genre *Akidognathia* Stebbing (²), chez lequel l'auteur a découvert un rudiment qu'il considère comme représentant l'appendice du Vᵉ segment (premières mâchoires).

C'est une modalité du même genre que m'a révélée la dissection minutieuse des mâles de *Paragnathia halidaii* (Bate and Westwood) (³). Cette paire d'appendices maxillaires, non encore remarquée (⁴), se trouve au

(¹) Séance du 20 février 1922.

(²) *Akidognathia œdipus* Steb. (*Proc. Zool. Soc. London*, 1912, p. 42, et *Trans. Zool. Soc. London*, vol. 20, Part. 4, 1913, p. 235, pl. XXV).

(³) Exemplaires récoltés par moi à Lorient (1920), Roscoff (1921), Courseulles-sur-Mer (1921).

(⁴) A moins que ce ne soit à ces éléments que Hesse fasse allusion : « Je n'ai pas pu pénétrer plus avant dans l'intérieur de la bouche de manière à en pouvoir décrire les mâchoires; mais on les aperçoit rangées autour de son orifice. » (*Ann. Sc. nat. zool.*, t. 17, 1884, art. n° 6, p. 4).

voisinage immédiat de l'orifice buccale, dans une position symétrique des maxillipèdes, par rapport au plan sagittal. Chaque mâchoire se compose de deux articles basilaires paraissant incomplètement séparés, le premier d'entre eux égal en longueur au double du second, et d'un palpe obscurément segmenté (1). Ce dernier inséré sur l'angle antéro-interne de l'article distal du pédoncule est cylindroïde, un peu arqué, à concavité externe, entièrement glabre et dépourvu d'épines ou de *coupling-spines*. Les deux mâchoires, séparées par l'orifice buccal, n'entrent pas en contact l'une avec l'autre. S'agit-il ici de mx^1 ou de mx^2? Nous ne le savons pas encore et il nous faut attendre l'observation de la métamorphose pour pouvoir attribuer, à l'un ou à l'autre de ces éléments, les appendices buccaux que nous avons découverts.

Rappelons qu'une structure analogue a été décrite et figurée chez la femelle de l'espèce qui nous occupe. Mais, dans ce cas, le rudiment d'appendice est attribué par J. Omer-Cooper au septième segment céphalique (maxillipède); de plus, il est temporaire et disparaît quelque temps après la métamorphose (2). L'extrême ressemblance de ce rudiment avec l'appareil maxillaire du mâle chez lequel le maxillipède existe, rend probable leur homologie. En ce cas, l'appendice de la femelle, figuré par J. Omer-Cooper, représenterait une mâchoire et non un maxillipède.

La découverte de mâchoires dans une espèce du genre *Paragnathia* W. Omer-Cooper (3) autorise la réunion de ce dernier genre au genre *Akidognathia* Steb. (4) dont il était principalement séparé par l'existence des mâchoires dans *Akidognathia* (fide Stebbing) et son absence dans *Paragnathia*. La présente découverte et l'identité pour ces deux genres de la formule antenno-gnathopodique (5) nous permet de les considérer

(1) Sur un mâle de taille normale; longueur : premier article, 0m,10; deuxième article, 0m,05; palpe, 0m,04.

(2) J. OMER-COOPER, *On the occurence of the Isopod* Paragnathia halidaii, *in Norfolk, with a description of the praniza stage* (*Trans. Nor. and Norwich Nat. Soc.*, vol. 10, Part 3, 1916-1917, p. 235, pl. IV, fig. 9*a*) : « In the adult female there is no maxilliped, but just after the final moult a small and degenerate remnant may be observed which appears to be rapidly absorbed. »

(3) W. OMER-COOPER, *On « Paragnathia », a Genus of the Crustacean family « Gnathidae »* (*Ann. Mag. Nat. Hist.*, 8e série, vol. 18, july 1916, p. 122-125, pl. VI).

(4) *Loc. cit.*, note (2), p. 235.

(5) Cette formule, base rationnelle pour l'adoption de coupures génériques dans le

comme synonymes. La diagnose actuelle d'*Akidognathia* renferme des éléments certainement dépourvus de la valeur de caractères génériques : la présence de soies aux pléopodes, par exemple, non seulement n'est pas un caractère générique, mais n'est vraisemblablement même pas susceptible d'appuyer une distinction spécifique comme on l'a cru ([1]). Nous avons, en effet, observé un certain nombre d'exemplaires de *G. maxillaris* de provenances variées et présentant des pléopodes tantôt sétifères, tantôt privés de soies, sans que rien pour le moment ne nous autorise à ranger ces formes dans deux espèces. La diagnose du genre *Akidognathia*, tel que nous le comprenons, sera donc : flagellum antennaire de 8 articles, gnathopode du mâle composé de 5 segments; mâle pourvu de rudiments maxillaires; femelle privée de maxillipèdes développés ([2]).

Il pourrait se faire cependant que certaines espèces du genre *Paragnathia* que nous n'avons pu examiner se montrent dépourvues de mâchoires, auquel cas il faudrait créer, pour ces espèces, un genre nouveau : le génotype du genre *Paragnathia* devant passer dans le genre *Akidognathia;* le premier de ces genres tombe définitivement en synonymie.

Indiquons en terminant les résultats provisoires de notre révision :

Sous-ordre : **GNATHIIDEA** H.-J. Hansen 1916.

Famille unique : GNATHIIDÆ Harger 1880.

Section I. — Flagellum antennaire de 8 articles :

a. Gnathopode ([3]) de 6 articles (8 : 6) ([4]). **Euneognathia** Steb. 1893. Génotype : *E.* (*Anceus*) *gigas* Beddard 1886.

b. Gnathopode de 5 articles (8 : 5). Présence de rudiments maxillaires. **Akidognathia** Steb. 1912 (inc. **Paragnathia** W. Omer-Cooper 1916). — Génotype : *A. œdipus* Steb. 1912.

Section II. — Flagellum antennaires de 7 articles.

---

sous-ordre des *Gnathiidea*, se compose du nombre d'articles au flagellum antennaire et du nombre de segments du gnathopode du mâle. Ces deux caractères permettent de grouper en un certain nombre de genres les quelques *Gnathiidea* dont nous possédions une diagnose suffisamment précise.

([1]) A. Norman et Th. Scott, *The crust. of Devon and Cornwall*, 1906 : *A propos de « Gnathia maxillaris » Mont. et « C. oxyuræa ». Lillj.*

([2]) Tout au moins dans *A. halidaii.*

([3]) Mâle.

([4]) Formule antenno-gnathopodique.

a. Gnathopode de 1 article (7:1). **Metagnathia** nov. gen. prov. — Génotype : *M.* (*Anceus*) *formica* Hesse 1864.

(N. B. — Ce genre, fondé sur une description de Hesse, ne peut être que provisoire tant que l'espèce n'aura pas été revue.)

b. Gnathopode de 2 articles (7:2). **Gnathia** s. str. Leach. 1813 (inc. **Cæcognathia** Dollfus 1901). — Génotype : *G.* (*cancer*) *maxillaris* Montagus 1808.

c. Gnathopode de 3 articles (7:3). **Perignathia** nov. gen. — Génotype : *P.* (*Anceus*) *abyssorum* (G.-O. Sars 1871).

d. Gnathopode de 5 articles (7:5). **Bathygnathia** Dollfus 1901. — Génotype : *B.* (*Anceus*) *bathybia* Beddard 1886.

PHYSIOLOGIE. — *Action de la température sur le chondriome cellulaire. Un critérium physique des formations mitochondriales.* Note de MM. **A. Policard** et **G. Mangenot**, présentée par M. Roux.

Dans un travail antérieur, l'un de nous ([1]) a démontré la grande sensibilité des mitochondries aux élévations de température. Entre 47° et 50° C., les mitochondries des cellules rénales et hépatiques de la Grenouille disparaissent comme par suite d'une sorte de fusion, le reste de la cellule demeurant sensiblement modifié. N.-H. Cowdry ([2]) a confirmé ces observations pour les mitochondries du pancréas et des cellules végétales (racine de Pois), qui disparaissent à une température de 48° à 50°.

Nous avons repris ces recherches sur des objets d'étude permettant l'observation directe des mitochondries vivantes et de leurs modifications sous l'influence des élévations de la température ambiante. Nous avons fait porter nos expériences sur des filaments d'une algue, *Saprolegnia*, les cellules épidermiques de jeunes feuilles d'Iris et les cellules épidermiques des pétales de Tulipe, variété blanche et jaune. Sur tous ces objets d'étude les mitochondries sont facilement observables sur les cellules vivantes (Guilliermond). L'action de la chaleur a été étudiée comparativement par examen direct sur une platine chauffante, et après application des méthodes mito-

---

([1]) A. Policard, *Sensibilité des chondriosomes aux élévations de température* (*C. R. Soc. de Biol.*, t. 72, 1912, p. 228).

([2]) N.-H. Cowdry, *A comparison of mitochondria in plant and animal cells* (*Biol. Bull.*, t. 33, 1917, p. 220).

chondriales habituelles (Regaud, Küll) sur des fragments de tissus maintenus pendant 10 minutes environ dans un bain-marie à une température rigoureusement réglée.

Les résultats de nos recherches peuvent être ainsi résumés.

I. Entre 48° et 50° C., les mitochondries subissent une altération brusque. La précision de cette disparition peut être utilisée comme un critérium physique, une sorte de température de fusion pour ces organites cellulaires. Aucun autre des éléments morphologiquement apparent dans la cellule ne subit une telle transformation. On peut donc placer, à côté des autres caractères morphologiques et histochimiques des mitochondries, celui de s'altérer sous l'influence d'une température de 48° à 50°.

II. On sait que les formations mitochondriales peuvent subir la vacuolisation. C'est là un mode banal d'altération, bien connu pour les cellules animales et végétales. Cette vacuolisation peut se produire à la température ordinaire, avec une vitesse plus ou moins grande, suivant des conditions encore mal déterminées. La température accélère manifestement ce phénomène; M.-R. et W.-H. Lewis(¹) ont suivi de près les modifications de cet ordre qui se produisent dans les mitochondries quand la température s'élève jusqu'à 48°. Or le mode typique de disparition des mitochondries par action de la température est d'un tout autre ordre. Sur les cellules directement observées, ces formations ne se vacuolisent pas, elles paraissent s'évanouir. Sur les préparations vitales examinées directement, on cesse brusquement, à un moment précis, de voir les mitochondries. Après application des méthodes histologiques spéciales, leur coloration caractéristique ne peut plus être obtenue.

III. La fixité de la température de disparition des mitochondries ne paraît absolue et identique rigoureusement pour tous les éléments. Nous avons pu observer des variations de très faible amplitude dans les conditions suivantes.

On constate, en premier lieu, des différences de sensibilité suivant les espèces. Les mitochondries de *Saprolegnia* sont plus sensibles que celles de la Tulipe et celles-ci plus que celles de l'Iris. Nous poursuivons des recherches sur ces faits et les rapprochements que l'on peut faire entre ces constatations et le comportement biologique du végétal.

(¹) R. Margaret et W.-H. Lewis, *Mitochondria and other cytoplasmic structure in tissue cultures* (*Amer. Journ. of Anat.*, t. 17, 1915, p. 374).

D'autre part, dans une même cellule, il ne semble pas que toutes les mitochondries soient rigoureusement identiques dans leur sensibilité vis-à-vis de la température. Les unes semblent plus résistantes que les autres, mais dans des limites très réduites. Des faits identiques avaient été signalés pour les mitochondries des cellules hépatiques et rénales. Leur interprétation précise est encore impossible. Dans des cellules maintenues quelques minutes, cinq, par exemple, à 50°, on constate que toutes les mitochondries filamenteuses ont disparu; seules quelques formations granuleuses persistent encore, ayant tous les caractères des mitochondries granuleuses. Ce type de chondriosome serait donc plus résistant que les autres. Mais cette résistance est peu accentuée, car, à 52°, il ne reste plus aucun élément mitochondrial. Pour la feuille d'Iris cependant, il faut atteindre 54° pour que *toutes* les mitochondries soient évanouies.

En tout cas, ces variations individuelles sont très faibles. Elles ne nuisent en rien à la valeur pratique du critérium physique que nous venons d'indiquer.

Il semble, en résumé, que dans toutes les cellules, animales ou végétales, les mitochondries ne peuvent supporter sans disparaître des températures supérieures à 48°-50°. En dehors de sa signification biologique, probablement considérable, ce caractère constitue un moyen précis et commode pour se rendre compte de la nature mitochondriale d'une formation cellulaire.

MÉDECINE. — *Sur un composé bismuthique de la série aromatique et son activité thérapeutique.* Note de MM. **Henri Grenet** et **Henri Drouin**, présentée par M. Bazy.

Nous avons étudié différents sels de bismuth, utilisables en thérapeutique antisyphilitique. Nous nous sommes arrêtés à un dérivé phénolique. Ce sel, dont la teneur en métal actif, est comparable à celle du tartro-bismuthate de sodium et de potassium, est soluble dans l'eau et peu toxique : une injection intra-veineuse de 10^{cg} est bien supportée par un lapin de 3^{kg}. Par sa faible toxicité, il se distingue de la plupart des sels de bismuth et en particulier du tartro-bismuthate.

Chez l'homme, nous ne l'avons encore employé qu'à faible dose, ne dépassant pas 10^{cg}, tant par la voie intra-veineuse que par la voie hypo-

dermique. Nous nous réservons d'ailleurs d'en étudier plus complètement la tolérance.

L'injection intra-veineuse de 10^{cg} ne détermine chez l'homme aucun trouble, si ce n'est d'une manière inconstante, une douleur immédiate, vive et passagère dans la mâchoire. Ce phénomène n'est observé qu'à partir de 8^{cg}; il est propre au bismuth, puisque, dans des essais antérieurs, datant de 1919, nous l'avions déjà constaté avec d'autres sels de bismuth, introduits dans les veines à plus faibles doses.

L'injection sous-cutanée ou intra-musculaire de 10^{cg} dans 2^{cm^3} d'eau est à peine douloureuse, ne détermine pas de nodosités et peut être répétée à la même dose tous les deux jours.

Ni avec les intra-veineuses, ni avec les hypodermiques, nous n'avons observé de stomatite (à peine un léger liséré gingival chez les sujets à mauvaise dentition).

Avec la dose de 10^{cg} répétée trois fois par semaine nous avons obtenu la disparition des lésions syphilitiques primaires, secondaires et tertiaires, avec une rapidité comparable à celle que donnent les arsénobenzènes. La réaction de Bordet-Wassermann paraît un peu moins vite influencée. Sous le rapport de l'activité thérapeutique, la voie veineuse ne semble pas supérieure à la voie hypodermique.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 MARS 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie le décès, survenu le 13 décembre 1921, de M. *Max Nœther*, Correspondant pour la Section de Géométrie.

M. **H. Jumelle**, élu Correspondant pour la Section de Botanique, adresse des remercîments à l'Académie.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1922, ouvert en la séance du 27 février, est clos en celle du 6 mars.

52 cahiers de vote sont déposés.

Le dépouillement des cahiers de vote donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Grand prix des sciences mathématiques*, *prix Poncelet*, *Francœur*. — MM. Appell, Painlevé, Hadamard, Goursat, Borel, N...; Boussinesq, Émile Picard, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Hamy, Kœnigs.

II. Mécanique : *Prix Montyon*, *Fourneyron*, *Henri de Parville*. — MM. Boussinesq, Sebert, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Mesnager; Émile Picard, Appell, Bertin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Rateau, Borel.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Benjamin Valz, Janssen, Pierre Guzman.* — MM. Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, Andoyer; Boussinesq, Émile Picard, Appell.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. de Gramont, Favé.

IV. Géographie : *Prix Delalande-Guérineau, Gay, fondation Tchihatchef, prix Binoux.* — MM. Bertin, Lallemand, Fournier, Bourgeois, Favé, Ferrié; Guignard, le prince Bonaparte, Douvillé.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lecomte, Joubin.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Boussinesq, Sebert, Bertin, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Favé, Mesnager, Ferrié; Émile Picard, Rateau, Laubeuf.

Ont ensuite obtenu le plus de suffrages : MM. Gaston Bonnier, Borel.

VI. Physique : *Prix L. La Caze, Kastner-Boursault, Hébert, Hughes, fondation Clément Félix.* — MM. Violle, Bouty, Villard, Branly, Daniel Berthelot, Brillouin; Boussinesq, Émile Picard, Paul Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, de Gramont.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, L. La Caze, fondation Cahours, prix Houzeau.* — MM. Lemoine, Haller, Le Chatelier, Moureu, Béhal, Urbain; Schlœsing, Maquenne, Lindet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, A. Lacroix.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Victor Raulin.* — MM. Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, de Launay, Haug; A. Lacroix, Depéret, Kilian.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Maquenne, le prince Bonaparte.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de la Fons-Mélicocq, de Coincy.* — MM. Guignard, Gaston Bonnier, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard; Bouvier, le prince Bonaparte, Henneguy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Maquenne, Flahault.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny, prix Jean Thore.* — MM. Ranvier, Bouvier, Henneguy, Marchal, Joubin, Mesnil; Laveran, le prince Bonaparte, Douvillé.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, Charles Richet.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège,*

Bellion, Larrey. — MM. d'Arsonval, Laveran, Charles Richet, Quénu, Widal, Bazy; Guignard, Roux, Henneguy, Branly, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Leclainche, Joubin.

XII. Physiologie : *Prix Montyon, L. La Caze, Pourat, Martin-Damourette, Philipeaux.* — MM. d'Arsonval, Roux, Laveran, Henneguy, Mangin, Charles Richet, Quénu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Widal, Mesnil.

XIII. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. d'Arsonval, Guignard, Roux, Laveran, Henneguy, Mangin, Branly, Charles Richet, Quénu, Widal, Bazy, Mesnil.

XIV. *Prix Montyon de statistique.* — MM. Émile Picard, Appell, Violle, le prince Bonaparte, Tisserand, Lecomte, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, d'Ocagne.

XV. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Bouvier, Bigourdan, de Launay, Daniel Berthelot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Borel.

XVI. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot.* — MM. Bertin, Haller, Émile Picard, A. Lacroix.

XVII. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Hirn, Henri Becquerel.* — MM. Bertin, Haller, Émile Picard, A. Lacroix, Appell, Guignard.

XVIII. *Prix Alhumbert.* — MM. Guignard, Bouvier, A. Lacroix, Le Chatelier, Wallerant, de Gramont, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, Roux.

XIX. *Prix Bordin.* — MM. Guignard, Roux, Haller, A. Lacroix, Douvillé, Mangin, Costantin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Schlœsing, Lecomte.

XX. *Prix Lallemand.* — MM. d'Arsonval, Bouvier, Henneguy, Marchal, Richet, Joubin, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Quénu, Widal.

XXI. *Prix Vaillant.* — MM. Guignard, Bouvier, A. Lacroix, Le Chatelier, Termier, Moureu, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, Douvillé.

XXII. *Prix Houllevigue.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Violle, Deslandres, Bigourdan, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Borel, Brillouin.

XXIII. *Prix Saintour.* — MM. Guignard, Roux, Bouvier, A. Lacroix, Termier, Marchal, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Laveran, Mangin.

XXIV. *Prix Henri de Parville* (Ouvrages de sciences). — MM. Bertin, Haller, Émile Picard, A. Lacroix; Appell, Moureu, Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Haller, le prince Bonaparte.

XXV. *Prix Lonchampt.* — MM. Guignard, Roux, Laveran, A. Lacroix, Maquenne, Mangin, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Leclainche, Widal.

XXVI. *Prix Henry Wilde.* — MM. Émile Picard, Guignard, Violle, A. Lacroix, Bigourdan, Kœnigs, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Appell.

XXVII. *Prix Caméré.* — MM. Vieille, Le Chatelier, Lecornu, Kœnigs, Rateau, Mesnager, d'Ocagne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Lallemand.

XXVIII. *Prix Victor Raulin.* — MM. Violle, Deslandres, Bigourdan, Hamy, Lallemand, Puiseux, Bourgeois.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Branly.

XXIX. *Fondation Jérôme Ponti.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Bigourdan, Villard, Lecornu, Kœnigs.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Sebert, Borel.

XXX. Question à proposer pour le *Grand prix des sciences physiques* à décerner en 1925. — MM. d'Arsonval, Guignard, A. Lacroix, Douvillé, Le Chatelier, Termier, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bouvier, Henneguy.

XXXI. Question à proposer pour le *Prix Bordin* (sciences mathématiques) à décerner en 1925. — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Bigourdan, Lecornu, Kœnigs, Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Hadamard, Bourgeois.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Nouvelles applications de la représentation conforme aux équations fonctionnelles.* Note de M. **Gaston Julia**.

1. Lorsque la substitution $Z_1 = R(Z)$ a un point double indifférent α, tel que $\alpha = R(\alpha)$, $R'(\alpha) = 1$ $[R''(\alpha) \neq 0$ pour simplifier$]$, on peut supposer α à l'infini et les axes tels que $Z_1 = Z + a + \rho(Z)$, a étant positif et $\rho(Z)$ fonction rationnelle de Z, nulle à l'infini. L'existence d'une fonction méromorphe $f(z)$ vérifiant $f(z+a) = R[f(z)]$ peut s'établir par la méthode indiquée dans ma précédente Note (1).

L'étude *locale* de l'itération au voisinage d'un point double indifférent prouve que l'on peut déterminer un demi-plan $(P_0)[R(Z) \leqq \alpha]$, tel que, Z décrivant (P_0), Z_1 décrive une aire (P_1) contenant (P_0) à son intérieur (2). De proche en proche on définira les aires (P_2), (P_3), ... par prolongement analytique, telles que Z décrivant (P_n), $Z_1 = R(Z)$ décrive (P_{n+1}), chacune de ces aires contenant toutes les précédentes. Lorsque n grandit, ces aires deviennent des surfaces de Riemann simplement connexes dont le nombre de feuillets devient infini avec n et qui recouvrent tout le plan. Soit Σ la limite de (P_n) pour $n = \infty$: c'est une surface de Riemann simplement connexe. Essayons de la représenter sur un cercle ou un plan pointé. Choisissons un point fixe ω sur Σ, par exemple dans (P_0) sur le premier feuillet. Comme cercle (ou demi plan) de représentation, nous pouvons toujours choisir $\pi_0[R(z) \leqq \alpha]$, *identique à* P_0, et comme point correspondant à ω, nous choisissons ω *lui-même*. Si l'on convient qu'au point à l'infini sur l'axe réel négatif de z doit correspondre le point à l'infini sur l'axe réel négatif du premier feuillet de Σ, la fonction $Z = \varphi(z)$ qui fournit la représentation est parfaitement définie, si elle existe. Et c'est la limite uniformément atteinte dans π_0, de la famille (3) des

$$\varphi_0(z) = z, \qquad \varphi_1(z) = R\{\varphi_0[S_1(z)]\}, \qquad \varphi_2(z) = R_2\{\varphi_0[S_2(z)]\}, \qquad \ldots,$$

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 517.

(2) Si α était à distance finie, P_0 serait un cercle C_0 *passant par* α, non tangent à une direction privilégiée, issue de α, et de rayon assez petit. L'aire (C_1) itérée de (C_0) contiendrait (C_0) et son contour C_1 serait tangent à C_0 en α.

(3) $\varphi_n(z)$ fournit la représentation de (P_n) sur π_0.

les substitutions $S_n(z) = \alpha_n z + \beta_n$ conservant le demi-plan π_0, et étant telles que $S_n(\omega) = \omega_{-n}$, antécédent d'ordre n de ω $[\omega = R_n(\omega_{-n})]$, antécédent intérieur à π_0 et tendant vers l'infini, lorsque $n = \infty$; alors $\varphi_n(\omega) = \omega$. Mais on reconnaît que $\varphi'_n(\omega)$ *devient infini avec* n, et ce critérium d'impossibilité prouve que Σ n'est pas représentable sur un demi-plan (ou cercle), mais doit l'être sur un *plan pointé*. Pour obtenir cette représentation, on peut considérer la suite

$$f_0(z) = z, \quad f_1(z) = R[f_0(z+h_1)] = R(z+h_1), \quad \ldots, \quad f_n(z) = R_n[z+h_n],$$

en posant $h_n = \omega_{-n} - \omega$. Alors $f_n(\omega) = \omega$. Les $f'_n(\omega) = R'_n(\omega_{-n}) = \frac{1}{R'_{-n}(\omega)}$ forment cette fois une suite qui converge vers une limite finie [1] et $\neq 0$. Or $f_n(z)$ représente (P_n) sur le demi-plan

$$\pi_n[\mathcal{R}(z) \leqq \alpha - \mathcal{R}(h_n) = \alpha + \mathcal{R}(\omega - \omega_{-n}) = \alpha_n],$$

et π_n a pour limite le plan z (pointé à l'infini). *La fonction méromorphe* $Z = f(z)$ *représentant* Σ *sur le plan pointé* z, $[f(\omega) = \omega]$ *sera la limite de* $f_n(z)$ *dans tout domaine fini.*

Sur Σ, $Z_1 = R(Z)$ définit une transformation analytique biunivoque sans autre point double que le point α du premier feuillet (α est à l'infini). C'est un point *frontière* de Σ. A deux points homologues Z et Z_1 de Σ correspondent, par $Z = f(z)$ et $Z_1 = f(z_1)$, deux points z et z_1 du plan pointé; $z_1(z)$ est une transformation biunivoque et analytique du plan pointé en lui-même, l'infini étant seul point double : c'est justement $z_1 = z + a$ et l'on a bien

$$f(z+a) = R[f(z)].$$

2. Si l'on considère maintenant $G[R_1(Z)] = R_2[G(Z)]$, R_1 et R_2 étant deux fractions rationnelles et G une fonction à déterminer, holomorphe au voisinage d'un point double o, répulsif [2] de

$$[Z \mid R_1(Z)], \qquad [R_1(0) = 0, \ |R'_1(0) = s_1| > 1],$$

telle, pour simplifier, que

$$G(0) = 0, \qquad G'(0) = 1 \qquad [0 = R_2(0), \ R'_2(0) = s_1],$$

la méthode utilisée ici conduit : 1° à prendre autour de o dans le plan Z

---

(1) On le voit par une évaluation assez grossière de $\omega_{-n} = R_{-n}(\omega)$, montrant que $\frac{\omega_{-n}}{na}$ tend vers -1 pour $n = \infty$.

(2) Ceci ne restreint pas la généralité.

une petite aire circulaire (C_0) qui, itérée indéfiniment par $[Z|R_1(Z)]$, donnera à la limite une surface de Riemann Σ_1 simplement connexe; 2° à opérer de même dans un plan ζ en itérant indéfiniment par $[Z|R_2(Z)]$ une petite aire (Γ_0) entourant o, ce qui à la limite donne une surface de Riemann Σ_2. La relation $\zeta = G(Z)$, $G(Z)$ étant la fonction cherchée, fournira la *représentation conforme de* Σ_2 *sur* Σ_1. On la réalise en représentant Σ_1 et Σ_2 sur un plan auxiliaire z par les fonctions fondamentales $\Gamma_1(z)$ et $\Gamma_2(z)$:

$$\Gamma_1(s_1 z) = R_1[\Gamma_1(z)], \qquad \Gamma_1(0) = 0, \qquad \Gamma'_1(0) = 1;$$
$$\Gamma_2(s_1 z) = R_2[\Gamma_2(z)], \qquad \Gamma_2(0) = 1, \qquad \Gamma'_2(0) = 1.$$

Il est évident alors que $\Gamma_2(z) = G[\Gamma_1(z)]$. Donc $G(Z) = \Gamma_2[\gamma_1(Z)]$, $\gamma_1(Z)$ étant la fonction inverse de $\Gamma_1(z)$ [1]. En partant d'un élément circulaire (Γ_0) de surface de Riemann ramifiée en o dans le plan ζ, pour engendrer Σ_2, on aurait toutes les solutions de $G[R_1(Z)] = R_2[G(Z)]$.

3. La même méthode, appliquée à l'itération indéfinie du domaine D_α, supposé simplement connexe, d'un point double attractif α de $R(Z)$, fournit une surface de Riemann Σ simplement connexe, projetée sur D_α, limitée au contour de D_α parcouru une infinité de fois dans le même sens. Σ peut être représentée conformément sur un *demi-plan* $I(z) > 0$ par une fonction uniforme $Z = f(z)$. Envisagée *sur* Σ, $Z_1 = R(Z)$ est une transformation biunivoque de Σ en elle-même, sans point double *intérieur à* Σ [α, limite de points de ramification de Σ, n'est pas un point *intérieur* à Σ] ; il lui correspond une transformation biunivoque du demi-plan $I(z) > 0$ en lui-même, qui se ramène à $z_1 = \sigma z$ (σ réel positif). On a

$$f(\sigma z) = R[f(z)].$$

Mais, sauf dans le cas où $[Z|R(Z)]$ est à cercle ou arc de cercle fondamental, $f(z)$ *admettra pour coupure l'axe réel* $I(z) = 0$. $f(z)$ pourrait s'obtenir : 1° en représentant D_α sur un cercle du plan t par $Z = \psi(t)$; 2° en déterminant une fonction fondamentale $t = \varphi(z)$ de la transformation rationnelle $t_1 = \rho(t)$ déduite de $Z_1 = R(Z)$: $\varphi[\sigma z] = \varphi(z)]$; alors $f(z) = \psi[\varphi(z)]$. $f(z)$ présente quelque analogie avec la fonction modulaire. Mais ses valeurs restent intérieures à D_α, et elle tend vers α quand z tend vers l'infini sur un rayon issu de o.

---

(1) *Sur une classe d'équations fonctionnelles* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 813).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème nouveau concernant les fonctions analytiques et la représentation conforme.* Note de M. **Henri Villat.**

Dans un ensemble de recherches sur les mouvements fluides tourbillonnaires, j'ai reconnu que la solution d'un nombre considérable de questions dépendait du problème suivant :

« Déterminer une représentation conforme faisant correspondre à un demi-plan, par exemple, un domaine pour lequel deux portions de la frontière puissent être amenées en coïncidence par une simple translation. »

C'est là un problème que je crois entièrement nouveau, et qui permettra beaucoup d'applications importantes. La question peut se ramener à une équation intégrale pour la résolution de laquelle j'ai pu obtenir un théorème d'existence. Dans certains cas la solution se laisse écrire explicitement; dans le cas le plus général, on peut toujours parvenir à une solution approchée, à défaut de la solution précise que l'on sait exister.

Je donne ci-dessous quelques indications concernant d'abord le cas théoriquement, mais non pratiquement, le plus simple, où le domaine à représenter est une bande indéfinie comprise entre deux courbes déduites par translation l'une de l'autre. Il est naturel de représenter ce domaine sur une bande à bords rectilignes. Un premier procédé consiste à rechercher une fonction analytique se reproduisant à une constante près quand on passe d'un bord à l'autre, moyennant une correspondance convenable entre les points des frontières; on tombe ainsi sur des équations peu maniables, sauf le cas particulier où la correspondance des bords se fait par divisions semblables; dans ce dernier cas on trouve l'équation intégrale, avec la fonction inconnue F :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(\alpha) - F(\beta)}{\operatorname{sh}(\alpha - \beta)}\, d\alpha = c \qquad (c = \text{const.}) :$$

cette équation est aisée à étudier : on constate sans peine qu'elle possède la solution

$$F(\alpha) = \text{const.} + \frac{2c\alpha}{\pi^2};$$

on démontre aussi qu'elle n'en possède pas d'autres.

Ce cas particulier mis à part, pour surmonter la difficulté du cas général, j'utiliserai un procédé se rattachant à la Mécanique des fluides, en suppo-

sant le domaine étudié, occupé par un courant liquide, dont le potentiel et la fonction de courant serviront de variables auxiliaires. Avec des unités convenablement choisies, le problème général se ramène alors à la résolution, par rapport à la fonction inconnue B, de l'équation intégrale

$$(1) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \log \left| \operatorname{th} \frac{A(\alpha)-\varphi}{2} \operatorname{th} \frac{B(\alpha)-\varphi}{2} \right| d\alpha = \pi \log \left| \frac{B'(\varphi)}{A'(\varphi)} \right|$$

où A' et B' désignent les dérivées de A et B.

Considérons maintenant deux suites de nombres, rangés par ordre de grandeur,

$$-\infty, \quad a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_p, \quad a_{p+1}, \quad \ldots, \quad a_n, \quad +\infty$$
$$-\infty, \quad b_1, \quad b_2, \quad \ldots, \quad b_p, \quad b_{p+1}, \quad \ldots, \quad b_n, \quad +\infty,$$

et attachons aux intervalles qu'elles définissent les constantes $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p, \lambda_n$ en choisissant $\lambda_p = A(a_p)$. Puis écrivons pour chaque valeur de p les équations

$$(2) \qquad \int_{a_p}^{a_{p+1}} \left| \frac{\operatorname{sh} \frac{\varphi - a_1}{2}}{\operatorname{ch} \frac{\varphi - b_1}{2}} \right|^{\frac{\lambda_1-\lambda_0}{\pi}} \left| \frac{\operatorname{sh} \frac{\varphi - a_2}{2}}{\operatorname{ch} \frac{\varphi - b_2}{2}} \right|^{\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\pi}} \cdots \left| \frac{\operatorname{sh} \frac{\varphi - a_n}{2}}{\operatorname{ch} \frac{\varphi - b_n}{2}} \right|^{\frac{\lambda_n-\lambda_{n-1}}{\pi}} d\varphi$$
$$= \int_{b_p}^{b_{p+1}} \left| \frac{\operatorname{ch} \frac{\varphi - a_1}{2}}{\operatorname{sh} \frac{\varphi - b_1}{2}} \right|^{\frac{\lambda_1-\lambda_0}{\pi}} \cdots \left| \frac{\operatorname{ch} \frac{\varphi - a_n}{2}}{\operatorname{sh} \frac{\varphi - b_n}{2}} \right|^{\frac{\lambda_n-\lambda_{n-1}}{\pi}} d\varphi.$$

On peut démontrer que l'ensemble de ces équations (en nombre $n-1$) constitue une représentation approchée de l'équation intégrale précédente : on retrouverait cette dernière équation en faisant croître indéfiniment le nombre des intervalles ci-dessus, chacun d'eux devenant infiniment petit. Et une solution, supposée d'abord existante, des équations (2), ferait connaître, en traduisant les choses géométriquement, non pas la courbe cherchée $\beta = B(\alpha)$, mais une courbe en escalier inscrite dans cette dernière.

Or on peut faire voir que le système des équations (2) est résoluble, par rapport aux inconnues $b_1, b_2, \ldots, b_n$, et que sa solution dépend d'une constante arbitraire. On en déduira donc une solution approchée de (1), et cette solution pourra être aussi approchée que l'on voudra.

Le mécanisme du calcul est très analogue à l'un de ceux qu'on utilise pour l'équation de Fredholm de seconde espèce. Mais ici les équations (2) qui remplacent les équations linéaires de Fredholm sont singulièrement

plus compliquées, et ne permettent pas d'espérer écrire simplement la solution explicite de (1).

Le procédé employé ci-dessus a l'avantage de rendre aisée la solution de la difficulté qui peut provenir du recoupement éventuel des bords du domaine à étudier.

Malgré les apparences, le cas où le domaine est limité par deux courbes C_1 et C_2 égales par translation, et en outre par d'autres courbes D, n'est pas toujours plus compliqué que le cas envisagé ci-dessus. Cependant la méthode hydrodynamique comporte alors l'emploi de mouvements tourbillonnaires. On trouvera ailleurs les calculs correspondants. Ce qui intervient comme élément de simplification est le fait qu'on peut dans certains cas reporter la difficulté sur les courbes D; or, par rapport aux fonctions concernant ces dernières courbes, les équations qui s'introduisent sont des équations de Fredholm; il est vrai qu'elles sont de première espèce, et singulières; j'indiquerai ultérieurement le parti qu'on peut en tirer. Je signale comme particulièrement intéressant le cas d'un domaine limité par quatre courbes formant une sorte de parallélogramme curviligne, à côtés opposés superposables par translation; ce cas comporte des développements spéciaux et importants.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'application des variétés d'ordre p dans un espace x d'ordre n.* Note de M. **René Lagrange**, présentée par M. Émile Borel.

Je me suis proposé de déterminer les propriétés métriques d'une variété V_p plongée dans un espace E_n, pour un observateur, parcourant cette variété, qui ne saurait distinguer qu'un élément tangent d'un élément qui ne l'est pas. Le n-èdre orthogonal d'étude est alors assujetti à la seule condition d'avoir p de ses axes constamment tangents à la variété.

Soit $ds^2 = \sum_{i=1}^{n} d\omega_i^2$ le ds^2 de $E_n^{(1)}$; le long de V_p, $ds^2 = \sum_{a=1}^{p} du_a^2$ et les formes de Pfaff $d\omega_i$ sont des formes linéaires des formes du_a :

$$(1) \qquad d\omega_i = \sum_a \xi_i^a \, du_a.$$

Complétons les p axes tangents $(\xi_1^a \ldots \xi_n^a)$ à l'aide de $q = n - p$ axes normaux $(a_1^\alpha \ldots a_n^\alpha)$. Les rotations du n-èdre orthogonal sont données par les

équations

$$
(\ )\quad \left\{
\begin{aligned}
\overline{\frac{\partial \xi_i^a}{\partial u_b}} &= \sum_c \tau_{acb}\xi_i^c + \sum_\alpha P_{ab}^\alpha \alpha_i^\alpha,\\
\overline{\frac{\partial \alpha_i^\alpha}{\partial u_b}} &= -\sum_a P_{ab}^\alpha \xi_i^a + \sum_\beta R_b^{\alpha\beta}\alpha_i^\beta.
\end{aligned}
\right.
$$

Il résulte de $(\overline{\delta, d})\omega_i = 0$ que les τ_{acb} sont les symboles ([1]) de la V_p, et que, d'autre part, $P_{ab}^\alpha = H_{ba}^\alpha$, $R_b^{\alpha\beta} = -R_b^{\beta\alpha}$.

Nous cherchons les invariants pour les deux groupes orthogonaux

$$
(\mathrm{I})\qquad \xi_i'^a = \sum_b \theta_b^a \xi_i^b, \qquad \alpha_i'^\alpha = \sum_\beta \rho_\beta^\alpha \alpha_i^\beta.
$$

Deux variétés V_p, V'_p étant dites « applicables dans E_n », si l'on peut trouver deux observateurs pour lesquels les équations (1) sont identiques, on peut dire que le problème consiste à chercher les conditions d'une telle application, dont l'application ordinaire est un cas particulier ($n = p$).

Les expressions qui interviennent dans les calculs contenant des indices d'éléments tangents ($a, b, c, \ldots$) et d'éléments normaux ($\alpha, \beta, \gamma, \ldots$), j'appellerai « différentielle absolue le long de V_p » l'opération

$$
\overline{d}_V X_{a_1\ldots a_r}^{\alpha_1\ldots\alpha_s} = dX_{a_1\ldots a_r}^{\alpha_1\ldots\alpha_s} - \sum_c \left[\sum_{kb} \tau_{akbc} X_{a_1\ldots b\ldots a_r}^{\alpha_1\ldots\alpha_s} + \sum_{k\beta} R_c^{\alpha_k\beta} X_{\alpha_1\ldots\alpha_r}^{\alpha_1\ldots\beta\ldots\alpha_s}\right] du_c.
$$

La définition des dérivées partielles absolues $X_{\alpha_1\ldots\alpha_r/c}^{\alpha_1\ldots\alpha_s}$ s'en déduit immédiatement. Nos deux groupes orthogonaux introduisent deux sortes de covariance, que nous désignerons par covariance (r, s), r se rapportant aux indices tangents, s aux indices normaux.

Ceci étant posé, les conditions d'intégrabilité de (I) donnent le système

$$
(\mathrm{II})\qquad \theta_{b/c}^a = \sum_{de} \theta_b^d \theta_c^e \tau'_{ade}, \qquad P'^\alpha_{ab} = \sum_{\beta cd} \theta_c^a \theta_d^b \rho_\beta^\alpha P_{cd}^\beta, \qquad \rho_{\beta/b}^\alpha = \sum_{c\gamma} \theta_b^c \rho_\beta^\gamma R_c'^{\alpha\gamma}.
$$

Ces équations entraînent l'orthogonalité des θ_b^a et des ρ_β^α. On en déduit les deux théorèmes suivants :

1° *La différentiation absolue le long de* V_p *conserve la covariance;*

2° *Les dérivées partielles absolues le long de* V_p, *d'ordre* m, *d'un système covariant* (r, s), *sont des covariants* $(r + m, s)$.

Enfin la permutation de deux différentiations successives introduit les

([1]) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1325.

symboles de Riemann τ^{ab}_{cd} de V_p, et des symboles analogues $R^{\alpha\beta}_{ab}$, qui constituent un système covariant (2, 2). On pourra donc former, à partir de ces trois sortes de symboles P^{α}_{ab}, τ^{ab}_{cd}, $R^{\alpha\beta}_{ab}$, trois séries de covariants P, G, R, et par suite les invariants de V_p, d'une manière systématique, à l'aide des transformations infinitésimales des deux groupes orthogonaux prolongés.

Or les conditions d'intégrabilité de (II), finies par rapport aux θ^{a}_{b} et ρ^{α}_{β}, consistent à écrire les covariances de nos symboles; celles qui s'en déduisent, également. Les conditions d'application sont donc la compatibilité des équations (1), (I), (II), et de celles qui expriment les covariances successives des trois séries de covariants P, G, R.

Courbures externes n. — Ce sont les invariants formés avec les P^{α}_{ab}. Si $n \leqq \frac{p(p+3)}{2}$, ils sont au nombre de $N = \frac{p(p+3)(n-p)}{2} - \frac{n(n-1)}{2}$; si $n \geqq \frac{p(p+3)}{2}$, $N = \frac{p(p+3)(p^2-p+2)}{8}$; si $p = n-1$, $N = n-1$; on retrouve les $n-1$ courbures principales; si $p = 1$, $N = 1$, et l'on a la première courbure de la courbe; si $p = 2$, $N = 2$, 4 ou 5, suivant que $n = 3$, 4 ou $\geqq 5$.

En posant $P^{ab}_{cd} = \sum_{\alpha=1}^{q} (P^{\alpha}_{ad} P^{\alpha}_{bc} - P^{\alpha}_{ac} P^{\alpha}_{bd})$, qui sont des covariants (4, 4), un invariant simple est $-\sum_{ab} P^{ab}_{ab}$, la « courbure totale externe »; pour $p = 1$, elle s'évanouit; pour $p = n-1$, c'est la somme des doubles produits des courbures principales combinées deux à deux.

Un autre invariant simple est la « courbure moyenne externe »

$$\sqrt{\sum_{\alpha} \left(\sum_{a} P^{\alpha}_{aa} \right)^2};$$

si $p = 1$, c'est l'invariant unique; si $p = n-1$, c'est la somme des courbures principales.

Relations avec l'espace E_n. — Les conditions d'intégrabilité de (1) et (2) donnent, entre les symboles introduits dans cette étude, et les courbures de Riemann de E_n, des relations dont voici quelques applications.

Si une V_2 quelconque a ses deux courbures totales égales, E_n est euclidien; si ceci a lieu pour toute V_{n-1}, on retrouve un théorème que j'ai énoncé récemment [1].

---

[1] Voir *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 500.

En appelant « développable » une variété dont tous les P^{ab}_{cd} sont nuls, on voit que dans un espace de courbure constante, toute développable est à courbure constante égale, et, réciproquement, toute V_p à courbure constante égale est développable.

Si toute courbe, et une géodésique quelconque normale à cette courbe définissent une V_2 développable réelle engendrée par des géodésiques normales, l'espace E_n est nécessairement à courbure constante.

Une variété V_p « plane », c'est-à-dire dont toutes les courbures extérieures sont nulles, n'a que p dimensions dans E_n. Si, par tout point M de E_n, il passe une V_p plane, admettant en M un hyperplan tangent arbitraire, E_n est à courbure constante; et le long de cette V_p, l'espace normal reste parallèle à lui-même au sens absolu.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Correspondances ponctuelles déduites de l'étude des trois formes quadratiques fondamentales de deux surfaces.* Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Soient F, Φ, Ψ et F_1, Φ_1, Ψ_1 les formes quadratiques fondamentales $\Sigma\, dx^2$, $\Sigma\, dc\, dx$, $\Sigma\, dc^2$ de deux surfaces S et S_1 en correspondance ponctuelle. Si un rapport tel que $\frac{F}{F_1}$, ou $\frac{F}{\Phi_1}$, …, dépend uniquement de la position du point M sur S et non de l'orientation d'arc issu de M, je dirai que ce rapport est fonction de M.

Cherchons toutes les correspondances telles que *deux* de ces rapports soient fonction de M. Le cas de S, sphère ou surface minima, est facile, écartons-le. Mais alors le réseau des lignes de courbure de S (ou S_1) est caractérisé complètement par la propriété de diviser harmoniquement *deux* des trois réseaux $\Sigma\, dx^2 = 0$, $\Sigma\, dc\, dx = 0$, $\Sigma\, dc^2 = 0$: donc les lignes de courbure seront conservées.

2. On constate aisément qn'une surface S *quelconque* ne possède pas en général de transformation ponctuelle du type actuel en une autre surface S_1. Rapportons S et S_1 à leur lignes de courbure (u, v) et dressons le Tableau :

	S.	S_1.
$\Sigma\, dc^2$	$a^2\, du^2 + c^2\, dv^2$	$a_1^2\, du^2 + c_1^2\, dv^2$
$\Sigma\, dc\, dx$	$a^2 R\, du^2 + c^2 R'\, dv^2$	$a_1^2 R_1\, du^2 + c_1^2 R'_1\, dv^2$
$\Sigma\, dx^2$	$a^2 R^2\, du^2 + c^2 R'^2\, dv^2$	$a^2 R_1^2\, du^2 + c_1^2 R_1'^2\, dv^2$

Les quatre fonctions a, c, R, R' satisfont à trois équations aux dérivées

partielles bien connues; a_1, c_1, R_1, R'_1 donnent trois équations homologues et enfin les deux rapports envisagés donnent deux relations complémentaires entre l'ensemble de ces huit fonctions. Je dresse le Tableau complet de toutes les transformations P symétriques par rapport à S et S_1 et de toutes les transformations Q non symétriques en S et S_1, indiquant les rapports envisagés et les deux conditions résultantes pour $a, c, \ldots, R'_1$. Pour les transformations non symétriques, je n'indique pas celles que l'on obtiendrait en permutant S et S_1 dans le Tableau ci-dessous :

$$\begin{array}{lllllll}
P_1, & \dfrac{F}{F_1}, & \dfrac{\Phi}{\Phi_1}, & \dfrac{\Psi}{\Psi_1}, & \dfrac{R'}{R} = \dfrac{R'_1}{R_1}, & & \dfrac{a}{c} = \dfrac{a_1}{c_1}, \\
P_2, & \dfrac{F}{F_1}, & & \dfrac{\Psi}{\Psi_1}, & \dfrac{R'}{R} = -\dfrac{R'_1}{R_1}, & & \dfrac{a}{c} = \dfrac{a_1}{c_1}, \\
P_3, & \dfrac{F}{\Phi_1}, & \dfrac{\Phi}{F_1}, & & \dfrac{R'}{R} = \dfrac{R_1}{R'_1} & = \left(\dfrac{ac_1}{ca_1}\right)^{\frac{2}{3}}, & \\
P_4, & & \dfrac{\Phi}{\Psi_1}, & \dfrac{\Psi}{\Phi_1}, & \dfrac{R'}{R} = \dfrac{R_1}{R'_1} & = \dfrac{a^2 c_1^2}{c^2 a_1^2}, & \\
P_5, & \dfrac{F}{\Psi_1}, & & \dfrac{\Psi}{F_1}, & \dfrac{R'}{R} = \pm\dfrac{R_1}{R'_1} & = \dfrac{ac_1}{ca_1}, & \\
Q_1, & \dfrac{F}{F_1}, & \dfrac{\Phi}{\Psi_1}, & & \dfrac{R'}{R} = \dfrac{R'^2_1}{R_1^2} & = \dfrac{a^2 c_1^2}{c^2 a_1^2}, & \\
Q_2 = P'_5, & \dfrac{F}{\Psi_1}, & \dfrac{\Phi}{\Phi_1}, & \dfrac{\Psi}{F_1}, & \dfrac{R'}{R} = \dfrac{R_1}{R'_1} & = \dfrac{ac_1}{ca_1}, & \\
Q_3, & \dfrac{\Psi}{\Psi_1}, & \dfrac{F}{\Phi_1}, & & \dfrac{R'^2}{R^2} = \dfrac{R'_1}{R_1}, & & \dfrac{a}{c} = \dfrac{a_1}{c_1}, \\
Q_4, & \dfrac{F}{\Phi_1}, & \dfrac{\Phi}{\Psi_1}, & & \dfrac{R'}{R} = \dfrac{R'_1}{R_1} & = \dfrac{a^2 c_1^2}{c^2 a_1^2}, & \\
Q_5, & \dfrac{F}{\Phi_1}, & \dfrac{\Psi}{F_1}, & & \dfrac{R'^2}{R^2} = \dfrac{R_1}{R'_1} & = \left(\dfrac{ac_1}{ca_1}\right)^{\frac{2}{3}}, & \\
Q_6, & \dfrac{\Phi}{\Psi_1}, & \dfrac{\Psi}{F_1}, & & \dfrac{R'}{R} = \dfrac{R_1^2}{R'^2_1} & = \dfrac{a^2 c_1^2}{c^2 a_1^2}. &
\end{array}$$

On remarquera que P_5 doit être séparée en deux transformations P'_5 ou P''_5 suivant que $\frac{R'}{R}$ et $\frac{R_1}{R'_1}$ sont égaux ou opposés. Les transformations P sont donc en réalité au nombre de *six;* j'ai étudié P_1 et P_2 aux *Comptes rendus* (2 novembre 1921), et P_3 le 20 février 1922.

La transformation Q_3 appliquée à une surface S convenable donne un seul type de surfaces S_1, mais la transformation inverse, $\frac{1}{Q_3}$, appliquée à S_1 donne deux types distincts de surfaces S suivant que $\frac{R'}{R}$ est positif ou négatif :

on pourra appeler $\left(\frac{1}{Q_3}\right)'$ et $\left(\frac{1}{Q_3}\right)''$ ces deux transformations inverses. Même remarque pour Q_5. De même Q_1 (ou Q_6) se décompose en deux transformations Q'_1 et Q''_1 (ou Q'_6 et Q''_6) suivant que $\frac{R'_1}{R_1}$ est positif ou négatif.

Il se trouve que Q_2 reproduit P'_5 identiquement; donc les transformations Q, avec leurs inverses, définissent *quatorze* correspondances particulières; *vingt* au total, en réunissant les P et Q : toutes ces transformations conservent les lignes de coubure.

3. On constate immédiatement que deux surfaces S_1, S'_1 distinctes, correspondant à une même surface S par la même transformation P ou Q, se correspondent entre elles par P_1 ou P_2; j'ai montré que, sauf cas réservé des sphères ou surfaces minima, les surfaces correspondant par P_1 ou P_2 à une même surface dépendent au plus de deux paramètres de *forme*. Il en résulte immédiatement que si une surface S *peut* être tranformée par l'une de ces vingt transformations, la surface qui lui correspond dépend au plus de deux paramètres de forme.

On peut trouver *un* couple formé soit de deux hélicoïdes, soit de deux surfaces spirales, soit d'un hélicoïde et d'une surface spirale.

Une surface de révolution S *quelconque* est solution; la surface associée S_1 s'obtient par trois quadratures et dépend de deux paramètres de forme effectivement, les méridiens se correspondent.

La surface de révolution S particulière, définie par $\frac{R}{R'} = m$ où m est une constante, admet deux séries (ou quatre) de surfaces associées : il y a d'abord la surface de révolution S_1 obtenue à partir de S, comme si S était quelconque, puis les surfaces déduites de S_1 par P_1 (ou P_2).

M. Ogura, dont j'ai déjà cité le nom, a étudié assez succinctement quelques cas particuliers des transformations précédentes.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Rendement organique des moteurs à combustion interne*. Note de M. **André Planiol**, présentée par M. Kœnigs.

Le rendement organique constitue dans la théorie des machines motrices l'une des parties les moins connues, vraisemblablement en raison des difficultés introduites dans son étude expérimentale par la multiplicité des causes de variation des pertes par frottements qui en fixent la valeur.

Cette détermination des pertes par frottement présente cependant un

intérêt tout particulier : elle constitue en effet un critère précieux de la qualité mécanique de la machine.

On doit même voir dans ces pertes un des plus importants facteurs déterminant les limites assignées par les ressources actuelles de la construction mécanique à l'accroissement possible du rendement thermique des cycles moteurs.

La connaissance des pertes par frottements a été obtenue pour les machines à vapeur à piston soit par la différence de la puissance indiquée et de la puissance effective sur l'arbre, soit par la mesure de la puissance indiquée en marche à vide.

La première méthode, utilisable tant que reste suffisante la précision des mesures à l'indicateur, dont dépendent les résultats, voit son champ d'action limité par les possibilités expérimentales imposées par l'emploi de cet indicateur.

La deuxième pose en principe l'identité des pertes par frottements à vide et en charge, assimilation aventureuse, admise seulement par certains auteurs pour les machines à vapeur, mais illégitime en ce qui concerne les moteurs à combustion interne.

Appliqué d'autre part à ces moteurs, le premier procédé de mesures à l'indicateur a donné les résultats les plus décevants, à la suite desquels M. Witz a pu écrire ([1]), parlant précisément des difficultés rencontrées par lui dans l'application de cette méthode :

« Ainsi ... nous avons été conduits à assigner à cette belle machine un rendement organique de 0,934 à pleine charge.

» Or, M. le professeur Riedler, dont l'habileté est connue, opérant sur un moteur de dimensions équivalentes ..., n'a trouvé que 0,831. »

Les pertes relatives auraient donc été de 0,066 dans le premier cas et de 0,169 dans le second, soit presque triples, différence absolument inadmissible pour de semblables moteurs de 1500 chevaux et qui ne saurait être imputée, malgré la haute notoriété des observateurs, qu'à des erreurs dues à la méthode expérimentale employée.

Une méthode nouvelle a été proposée ([2]), basée sur l'idée suivante : le couple résistant dû aux frottements varie avec le couple moteur ou encore

---

([1]) *Dernière évolution du moteur à gaz*, p. 224.

([2]) G. Lumet, *Étude générale de l'influence sur la puissance d'un moteur à mélange tonnant et sur la valeur de sa consommation spécifique de différentes modifications apportées aux conditions de son fonctionnement*, p. 25; Dunod.

avec la pression moyenne au diagramme développé, pression dont il serait une fonction linéaire.

Par pression moyenne ou diagramme développé il faut entendre ici la moyenne des valeurs absolues des pressions relatives moyennes indiquées aux quatre temps du cycle, avec la simplification admise $p_a = p_e = 0$, façon de poser le problème qui implique l'hypothèse suivante :

Les pressions du gaz sont les seules forces déterminant la variation des pertes organiques totales en fonction de la pression moyenne au diagramme développé.

Les présentes recherches ont fait apparaître la nécessité absolue d'introduire dans le calcul deux autres facteurs déterminants de la variation des pertes organiques qui sont les effets d'inertie des pièces à mouvements alternatifs, et les pertes causées par les résistances à l'écoulement des gaz transvasés de l'atmosphère dans le cylindre et *vice versa*.

Reprenant la mesure du couple résistant du moteur entraîné par une énergie extérieure :

1° Le cylindre étant en libre et constante communication avec l'atmosphère;

2° Le moteur aspirant, comprimant, détendant et évacuant de l'air, nous avons été amené à mettre le calcul sous la forme générale exposée ci-dessous.

En raison de l'existence des forces d'inertie, dont la valeur peut s'exprimer sous la forme d'une pression d'inertie π_i rapportée à la surface du piston, le diagramme développé, tiré des tracés fournis par l'indicateur, doit être modifié en ajoutant algébriquement, en chaque point, à la valeur de la pression des gaz π_g, celle de la pression d'inertie.

Soit $\pi = \pi_g + \pi_i$, la pression instantanée relative ainsi définie. La pression moyenne au diagramme développé, qui détermine les frottements et que nous prendrons comme variable indépendante, sera $\frac{1}{V}\int_v^{v+V} |\pi|\, dv$ prise successivement pour les quatre temps du cycle.

Soient c_t le couple résistant dû aux résistances de transvasement des gaz dans l'essai 2, c_f le couple résistant dû aux seuls frottements pour une valeur quelconque de π.

Dans les conditions de l'essai 1, on a $\pi_1 = \pi$: pression moyenne due à l'inertie seule, les pressions π_g des gaz étant constamment nulles. Le couple résistant est c_f^1, dû aux seuls frottements.

Dans les conditions de l'essai 2 la pression est π_2, mais le couple dû

aux seuls frottements n'est pas le couple c_f^2 directement observé, mais bien $c_f^2 - c_t$.

L'équation de la droite représentant les frottements dans le système de coordonnées π, c_f est donc

$$c_f = c_f^1 - \frac{c_f^2 - c_t - c_f^1}{\pi_2 - \pi_1} + \frac{c_f^2 - c_t - c_f^1}{\pi_2 - \pi_1} \times \pi = a + b\pi.$$

C'est cette loi qui a été soumise aux vérifications expérimentales consistant à mesurer les valeurs de c_f correspondant à des valeurs différentes de π pour le plus grand nombre de cas possibles et par des méthodes entièrement distinctes les unes des autres.

Cette étude a montré que l'expression $c_f = a + b\pi$ représentait d'une façon parfaitement satisfaisante les variations du couple résistant de frottement pour des valeurs très différentes de la pression π.

Il est apparu, ainsi que l'on s'y attendait *a priori*, en raison de la précision de ces expériences, que le développement en série de Taylor de la fonction c_f n'avait aucunement besoin d'être poussé au delà du terme du premier degré en π pour fournir une représentation correcte des résultats obtenus.

HYDRAULIQUE. — *Sur les surfaces de discontinuité.* Note de M. G. CAMICHEL, transmise par M. André Blondel.

Cette Note est relative à l'étude expérimentale des surfaces de discontinuité des vitesses et des dérivées premières des vitesses.

I. Les surfaces de discontinuité, mises en évidence expérimentalement, comme je l'ai indiqué dans les Notes précédentes, peuvent être comparées à celles que l'on obtient par le calcul dans certains cas particuliers, en supposant le fluide parfait et en admettant l'existence d'un potentiel des vitesses. Ce calcul a été fait, par la méthode de Schwarz et Christoffel, dans le cas d'une lame plane normale à un courant d'eau indéfini. L'expérience a été réalisée au moyen d'une plaque de 3^{cm} de largeur, placée dans un ajutage ayant comme longueur 40^{cm} et comme section $3^{cm} \times 15^{cm}$; la vitesse moyenne de l'eau avant l'obstacle étant, par exemple, $1^m,48$ par seconde. Dans ce cas, la surface de discontinuité a une portion nette beaucoup plus restreinte que lorsque la lame est faiblement inclinée sur la direction du courant. Bien que le milieu ne puisse être considéré comme indéfini, la concordance des premiers éléments de la surface de disconti-

nuité observée et calculée est remarquable sur une longueur de 1^{cm} environ. Au delà, les tourbillons mélangent les deux zones et la surface de discontinuité perd sa netteté; mais, on peut voir que la surface observée se détache de la surface calculée et se place à l'intérieur de celle-ci.

Les calculs et les détails de cette étude seront publiés ailleurs.

II. Quand on fait pénétrer de l'air à l'intérieur de la surface de discontinuité, par exemple au moyen d'un tube, cet air se maintient derrière l'obstacle. La surface ainsi produite se prolonge jusqu'à l'extrémité de l'ajutage communiquant avec l'atmosphère; sur toute son étendue, elle diffère peu de la surface de discontinuité calculée. L'expérience a été faite avec le même ajutage et une vitesse du même ordre que les précédentes, par exemple $1^{m},22$ par seconde. On observe par la photographie qu'à l'extérieur de cette surface existe le régime hydraulique non turbulent. On supprime par ce procédé les tourbillons et l'on substitue au mouvement de l'eau en mouvement sur l'eau immobile, le frottement de l'eau sur l'air. Ce procédé paraît susceptible d'être appliqué dans l'industrie.

III. Dans une Note antérieure, j'ai montré comment on peut constater expérimentalement, dans les masses d'eau en mouvement, l'existence d'un potentiel des vitesses. On peut aussi réaliser, et c'est le cas le plus général, des masses d'eau renfermant à la fois des portions à mouvement rotationnel et des portions à mouvement irrotationnel. Les projections ξ, η, ζ du tourbillon sont alors des fonctions discontinues de x, y, z; la discontinuité a lieu sur les surfaces de séparation des deux régions.

Pour obtenir expérimentalement une surface de cette nature, j'ai étudié le mouvement de l'eau dans un cylindre vertical muni à sa partie inférieure d'un orifice; une légère dissymétrie donnait à volonté un mouvement dextrorsum ou sinistrorsum. J'ai réalisé ainsi le cas classique (*Traités de Mécanique*, de MM. Appell, Lecornu, etc.) d'un tube de tourbillon à l'intérieur duquel la vitesse varie proportionnellement à la distance à l'axe; à l'extérieur de ce tube, la vitesse varie en raison inverse de la distance à l'axe. La courbe représentant la vitesse W d'un point en fonction de sa distance à l'axe, se compose donc d'une droite passant par l'origine et d'une branche d'hyperbole équilatère. L'intersection de ces deux courbes correspond à la discontinuité.

L'expérience donne une courbe $W(r)$ présentant un maximum très accusé, par exemple:

r.	W observé (en cm:sec).
mm	
2,3..........	3,5
3,75.........	5,0
8,1..........	5,7
11,00.........	4,8
13,8..........	4,0

r.	W observé.	W calculé ($Wr =$ const.).
mm		cm
28,8..........	2,13	2,19
51,2..........	1,26	1,23
67,2..........	0,90	0,94
88,1..........	0,74	0,71

Au lieu d'avoir une véritable discontinuité, on a seulement une région dans laquelle les dérivées premières de la vitesse varient très rapidement. Les surfaces de discontinuité de cette nature sont donc moins nettes que celles des vitesses à une certaine distance de l'axe, 25^mm, dans l'expérience citée, la relation $Wr =$ const. se vérifie.

En observant des poussières en suspension dans le liquide, on peut mettre très nettement en évidence le tube de tourbillon. Quand on examine la surface du liquide, la zone centrale apparaît le plus souvent comme un cercle complètement nettoyé.

Quand l'écoulement est plus rapide, les trajectoires des particules sont des spirales logarithmiques, comme M. Rateau l'a montré (¹). La vérification se fait également d'une façon très satisfaisante.

IV. J'ai étudié également le cas de l'écoulement de l'eau dans une chambre cylindrique de 31^cm,5 de diamètre munie suivant son axe d'une tige cylindrique de 9^mm de diamètre. Dans ce cas, le maximum de vitesse est assez rapproché de la surface de la tige et difficile à mettre en évidence. Voici le résultat d'une expérience :

r.	W observé (en cm:sec).	W calculé ($Wr =$ const.).
mm		cm
11,9.....	17,4	»
19,4.....	12,2	»
21.......	11,5	»
23,4.....	10,3	»
27,3.....	9,3	9,4
32,0.....	7,8	8,1

r.	W observé.	W calculé.
mm		cm
40,5.....	6,3	6,4
45,4.....	5,8	5,7
47,6.....	5,6	5,2
54,1.....	4,6	4,7
64......	4,06	4,03

A partir d'une distance $r = 42^{mm}$ environ, la relation $Wr =$ const. se vérifie bien.

V. Les expériences qui viennent d'être signalées et celles qui ont été indiquées antérieurement (²) montrent qu'il existe, en général, un poten-

(¹) *Bulletin de la Société de l'Industrie minérale*, Saint-Etienne, 1892.

(²) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 881.

tiel des vitesses dans la plus grande partie d'une masse d'eau en mouvement ; d'ailleurs celle-ci peut être, dans une première approximation, assimilée à un fluide parfait ; on comprend donc l'importance en hydraulique de l'usage des fonctions de variables complexes.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observation d'un phénomène singulier que présente l'étoile θ de la Grande Ourse.* Note de MM. **Charles Nordmann** et **Le Morvan.**

Nos observations d'un certain nombre d'étoiles boréales au moyen du photomètre hétérochrome de l'Observatoire de Paris nous ont amenés à constater que les étoiles ι et θ de la Grande Ourse présentent sensiblement la même répartition de l'intensité dans le spectre. Une étude systématique de ces étoiles observées comparativement dans des conditions variées et d'une manière suivie au cours des nuits des 1er, 9, 20 et 25 février 1922 et du 2 mars 1922 ont confirmé entièrement l'existence de cette répartition identique des intensités, laquelle nous était apparue en réduisant les observations de ces étoiles faites antérieurement dans la nuit du 4 avril 1921.

La moyenne de toutes les observations (d'ailleurs isolément concordantes) de ces deux étoiles montre que si l'on désigne suivant nos conventions antérieures (¹) par R, V et B les valeurs, à une constante près, du logarithme de l'intensité des étoiles désignées, vues respectivement à travers les écrans rouge, vert et bleu (antérieurement définis) de notre photomètre hétérochrome on a :

Nom de l'étoile.	R.	V.	B.	B — R.
θ Grande Ourse........	1,020	1,440	1,858	0,838
ι » »	1,016	1,386	1,856	0,840

Ces nombres illustrent le fait constaté, à savoir que la répartition de l'intensité dans le spectre des deux étoiles est sensiblement la même et qu'en particulier le rapport des intensités B et R est pratiquement identique dans l'une et l'autre.

Cette identité est tout à fait anormale, car les deux étoiles considérées appartiennent à des types spectraux extrêmement différents. D'après les déterminations de l'Observatoire de Harvard College, θ Grande Ourse est indiquée comme étant du type F8 dans le catalogue H. R. et du type F8 *p*

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 101 et *passim*.

dans le catalogue H. D. Au contraire, l'étoile ι Grande Ourse est indiquée comme étant du type A5 dans l'un et l'autre catalogue. C'est dire que spectralement cette dernière est une étoile à hydrogène se rapprochant de Sirus et Véga, tandis que θ Grande Ourse est voisine du type solaire et appartient à un groupe spectral beaucoup plus évolué.

Au premier abord on pouvait penser que le fait anormal constaté était analogue à celui que nous avons signalé récemment à l'Académie ([1]) et qui concernait l'étoile 13 *Céphée*. On se souvient que nous avions observé que la répartition de l'intensité dans le spectre de cette étoile et sa température effective étaient analogues à celles des types F et K des étoiles, bien que 13 *Céphée* appartienne d'après H. R. au type A5.

L'étoile ι Grande Ourse (qui appartient elle aussi au type A5) ayant, d'après les observations qui font l'objet de la présente Communication, la même répartition d'intensité spectrale que l'étoile θ Grande Ourse (type F8 ou F8 *p*), il semblait *a priori* naturel d'attribuer cette identité au fait que la répartition de l'intensité dans le spectre de ι Grande Ourse est due (comme pour 13 *Céphée*) à une anomalie qui lui donne une température effective voisine de celle des étoiles des types F et K.

Or, à notre grande surprise, l'observation nous a démontré que cette explication n'est pas exacte. Dans le dessein de vérifier cette explication nous avons d'abord comparé les étoiles ι et θ Grande Ourse à une étoile voisine d'elles par sa grandeur et sa position, l'étoile H. R. 3594 (qui a le type spectral A d'après H. R. et A_0 d'après H. D.). A notre étonnement les observations toutes concordantes nous ont montré que la répartition de l'intensité dans le spectre de ι Grande Ourse n'avait rien d'anormal et était sensiblement la même que celle de l'étoile H. R. 3594 et de la moyenne des étoiles du type A.

De nouvelles observations faites en prenant comme étoile de comparaison la Polaire nous ont conduit au même résultat.

Il s'ensuit avec évidence que si θ Grande Ourse et ι Grande Ourse ont une répartition sensiblement identique de l'intensité dans leur spectre, ce n'est pas parce que la seconde (comme tel est le cas pour 13 Céphée) présente une anomalie qui, bien qu'elle appartienne au groupe des étoiles à hydrogène, lui imposerait une température effective correspondant aux étoiles métalliques voisines du type solaire. Cette identité provient au contraire de ce que c'est l'étoile θ Grande Ourse

---

([1]) *Observation d'une étoile anormale au photomètre hétérochrome de l'Observatoire de Paris* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 101).

qui est anormale et qui, bien que voisine du type solaire par ses raies spectrales, présente une répartition de l'intensité, une température effective voisines de celles des étoiles très chaudes à hydrogène. Ce cas est exactement l'opposé de celui de 13 *Céphée.*

Des comparaisons faites avec la polaire il résulte que si l'on adopte pour celle-ci la valeur $\log \frac{R}{B} = -0,844$ que nous avons utilisé dans toutes nos publications antérieures, les valeurs correspondantes de $\log \frac{R}{B}$ pour ι et θ Grande Ourse sont de l'ordre de $-0,950$ à $-1,000$, ce qui diffère peu de la valeur correspondant, d'après nos mesures, à la moyenne des étoiles du type A, et ce qui conduit à attribuer à ces deux étoiles une température effective très certainement supérieure à 10000°.

Or, d'après son type spectral, l'étoile θ Grande Ourse (type F8) devrait avoir une répartition de son intensité correspondant à une valeur de $\log \frac{R}{B}$ voisine de $-0,800$ et une température effective de l'ordre de 6000° à 8000°.

L'anomalie sans précédent que nos observations ont manifestée dans l'étoile θ Grande Ourse établit que cette étoile a une « température effective » très élevée, en dépit de caractères qualitatifs de son spectre qui tendraient à lui faire attribuer une température effective relativement basse.

Ce cas est exactement l'opposé de celui de l'étoile 13 Céphée qui, d'après nos observations quantitatives antérieures (*loc. cit.*), présente au contraire une « température effective » relativement très basse et très inférieure à celle que les caractères qualitatifs de son spectre tendraient à lui faire attribuer.

Ces faits démontrent nettement que la correspondance existant entre les caractères spectraux des étoiles et leurs températures effectives ne peut avoir qu'une signification moyenne comportant de nombreuses exceptions individuelles. Cela est compréhensible étant donné que les raies du spectre ne peuvent fournir des renseignements thermiques que sur la « couche renversante » très voisine des photosphères stellaires, couche entourée elle-même d'une atmosphère plus ou moins absorbante qui modifie plus ou moins la « température effective » de l'étoile et le rayonnement quantitatif qu'elle nous envoie.

GÉODÉSIE. — *Détermination des coefficients dans le développement en polynomes de Laplace d'une fonction de deux variables.* Note (¹) de M. G. **Prévost**, présentée par M. Brillouin.

Le développement en série d'une fonction $Y = f(\mu, \alpha)$ de deux variables (par exemple le relief du sol, la profondeur des océans, l'intensité de la pesanteur, les propriétés magnétiques, etc.) peut être mis sous la forme d'une suite de polynomes de Laplace

$$Y = Y_0 + Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n + \ldots,$$

où chaque terme Y_n s'exprime par des fonctions harmoniques sphériques $P_{nj}(\cos\theta)$, θ étant la colatitude, et par des sinus ou cosinus de multiples de la longitude α

$$Y_n = \sum_{j=0}^{n} P_{nj}(\cos\theta)(A_{nj}\cos j\alpha + B_{nj}\sin j\alpha) \qquad (j = 0, 1, 2, \ldots, n).$$

Les coefficients A et B se calculent par les intégrales doubles

$$A_{nj} = \frac{2n+1}{4\pi}\int_{-1}^{+1}\int_{0}^{2\pi} P_{nj}(\mu)\,d\mu\,f(\mu, \alpha)\cos n\alpha\,d\alpha,$$

$$B_{nj} = \frac{2n+1}{4\pi}\int_{-1}^{+1}\int_{0}^{2\pi} P_{nj}(\mu)\,d\mu\,f(\mu, \alpha)\sin n\alpha\,d\alpha,$$

où $\mu = \cos\theta$.

Pour le calcul numérique, il est commode (Love) de remplacer les intégrales par des sommes, en subdivisant l'intervalle d'intégration en parties assez petites

$$\begin{matrix} 0, & \mu_1, & \mu_2, & \ldots, & \mu_k, & \mu_{k+1}, & \ldots, & 1, \\ 0, & \alpha_1, & \alpha_2, & \ldots, & \alpha_h, & \alpha_{h+1}, & \ldots, & 2\pi, \end{matrix}$$

pour qu'entre deux couples de valeurs consécutives de μ et de α la fonction donnée $f(\mu, \alpha)$ puisse être regardée comme constante, et en choisissant les divisions de sorte que les intégrales définies

$$\int_{\mu_k}^{\mu_{k+1}} P_{nj}(\mu)\,d\mu = \Big|\mathcal{F}(\mu)\Big|_{\mu_k}^{\mu_{k+1}},$$

$$\int_{\alpha_h}^{\alpha_{h+1}} \cos n\alpha\,d\alpha = \left|\frac{\sin n\alpha}{n}\right|_{\alpha_h}^{\alpha_{h+1}}, \qquad \int_{\alpha_h}^{\alpha_{h+1}} \sin n\alpha\,d\alpha = \left|\frac{-\cos n\alpha}{n}\right|_{\alpha_h}^{\alpha_{h+1}},$$

(¹) Séance du 27 février 1922.

prennent les mêmes valeurs dans chaque intervalle. On n'a plus qu'à multiplier un même nombre par la somme algébrique des valeurs de $f(\mu, \alpha)$ évaluées dans une suite de compartiments (μ_k, μ_{k+1}), (α_h, α_{h+1}).

Toutefois, l'application à une fonction harmonique P_{nj} présentant des boucles d'aires positives et négatives ne peut se faire qu'approximativement, ces aires n'ayant pas, en général, une commune mesure finie.

La méthode nouvelle aboutit à une solution à la fois plus rapide et quasi rigoureuse. De chaque côté d'un zéro de la courbe on imagine des aires égales et de signes contraires donnant lieu à des intervalles d'effet compensé ou nul que l'on pourra omettre dans le calcul. Ces intervalles sont des zones pour les P_{nj}, et des fuseaux pour les sinus et les cosinus.

Soient des aires A, B, C alternativement positives et négatives et m, n, p des nombres entiers représentant dans les conditions d'approximation acceptables, les rapports de ces aires. Désignons par a une aire contenue m fois dans A plus un reste x, n fois dans B plus x plus y, et p fois dans C plus y; on a les relations

$$A = ma + x, \qquad B = na + x + y, \qquad C = pa + y,$$

d'où

$$x = \frac{(B - C)m - A(n - p)}{m - n + p}, \qquad y = \frac{(B - A)p - C(n - m)}{m - n + p},$$

x, y définissent les intervalles compensés.

Le procédé est général pour un nombre quelconque de boucles. Le partage d'une aire de même signe en parties équivalentes se fait ensuite par interpolation ; on obtient ainsi les μ_k et les α_h.

La recherche précédente se fait aussi par un procédé graphique à la fois plus expéditif et plus précis. On construit d'abord à l'aide des données des tables numériques les courbes P_{nj}, puis on détermine les courbes dont les ordonnées représentent leurs aires. On partage alors chacune des aires en portions équivalentes, en divisant en parties égales l'ordonnée finale qui représente l'aire totale en valeur absolue, on prolonge les divisions s'il est besoin, et par chacune d'elles on mène des horizontales rencontrant la courbe des aires en des points dont les abscisses donnent les valeurs μ_k cherchées et par suite les colatitudes θ_k. Le même procédé s'applique avec plus de facilité aux courbes figurant les aires de $\cos n\alpha$ et $\sin n\alpha$; on obtient les α_k, c'est-à-dire les longitudes des points de division.

Les résultats obtenus ont été consignés en Tableaux indiquant les latitudes divisionnaires pour chacune des 45 fonctions P_{00}, P_{10}, P_{11}, P_{20}, ..., P_{87}, P_{88}, et de même pour les longitudes relatives aux fonctions $\sin n\alpha$ et $\cos n\alpha$,

n variant de 0 à 8. On prend, en général, une vingtaine de points de division entre 0° et 90°.

A titre d'exemple, voici les valeurs nécessaires au calcul du terme particulier $A_{83} \cos 3\alpha$ dans le huitième polynome de Laplace.

Divisions.	Latitude.	Divisions.	Latitude.	Divisions.	Longitude.	Divisions.	Longitude.
0....	0° 0′	11....	34°45′	0....	0°	11....	50°50′
1....	5.50	12....	37.40	1....	3	12....	54
2....	8.20	13....	40.30	2....	6	13....	57
3....	10.45	14....	46.20	3....	9	14....	60
4....	13.15	15....	52.10	4....	12.40	15....	63
5....	15.50	16....	55.15	5....	16.40	16....	66
6....	19.25	17....	58.15	6....	22.30	17....	69 10
7....	22.20	18....	61.30	7....	30.0	18....	72.40
8....	25.45	19....	64.30	8....	37.30	19....	76.40
9....	29.30	20....	69.0	9....	43.20	20....	82.30
10....	32.15	21....	90	10....	47.20	21....	90

Le calcul numérique des subdivisions a été effectué pour toutes les fonctions nécessaires à un développement poussé jusqu'aux fonctions du huitième ordre contenant $(8+1)^2 = 81$ coefficients différents à déterminer.

Les Tableaux détaillés seront publiés ailleurs.

Les intervalles marqués d'un trait noir dans chaque Tableau correspondent à des compartiments d'effets compensés qui sont exclus du calcul. Dans l'exemple actuel, on n'aura à appliquer la méthode de Love qu'aux trois quarts de la surface de la sphère environ.

Les aires des fonctions harmoniques P_{nj} ont été également calculées et dressées en tables numériques pour des arguments μ variant de 2 en 2 centièmes.

Remarque. — La méthode graphique se prête avec facilité aux interpolations. On connaît des valeurs discontinues des polynomes de Legendre $P(\mu)$, calculés avec précision par Lodge, de 5 en 5 centièmes de μ jusqu'à $P_{20}(\mu)$; une construction graphique des plus simples, appliquée à trois points consécutifs, fournit très rapidement les points intermédiaires, avec trois ou quatre chiffres exacts pour leurs ordonnées.

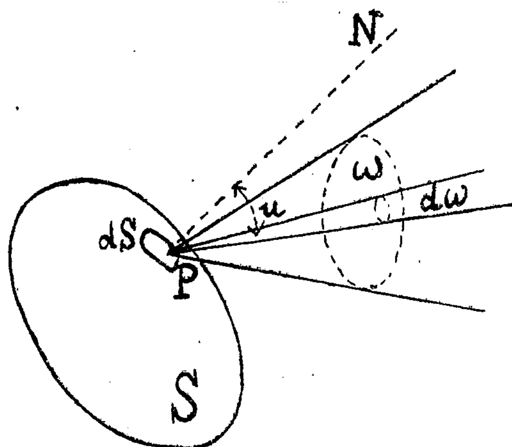
Le procédé graphique a été aussi employé à déterminer les courbes représentatives des fonctions P_n en réalisant par une construction la formule de récurrence

$$(n+1)P_{n+1} = (2n+1)\cos\theta P_n - nP_{n-1};$$

au bout d'un certain nombre d'opérations on perd en précision, mais on a l'allure générale de la courbe pouvant servir de guide pour un calcul plus complet.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *Sur l'existence géométrique d'un invariant général des faisceaux de rayons se réfractant suivant la loi de Descartes, et ses applications à l'optique géométrique et au rayonnement.* Note [1] de M. Labussière, présentée par Brillouin.

Considérons une portion de surface S ne présentant pas de singularité (*fig.* 1), supposons que chaque point P de cette portion de surface est le sommet d'un angle solide ω, que la surface conique de l'angle solide ω varie d'une manière continue quand le point P se déplace. L'ensemble des droites situées sur les surfaces coniques constitue un complexe continu. Nous appellerons flux géométrique l'ensemble des droites comprises dans les angles solides.



Par un point Q de l'espace passera un cône continu de droites du complexe (ou aucune droite du complexe) qui limitera un angle solide entièrement occupé par toutes les droites du flux géométrique passant par le point Q. Lorsque la position du point Q variera continûment dans l'espace, le cône variera continûment.

Soit u l'angle d'incidence d'une droite du flux sur la surface S (angle de la droite et de la normale au point d'incidence); appelons L l'intégrale

$$\iint_S dS\left(\iint_\omega \cos u\, d\omega\right).$$

Première proposition. — La valeur de l'intégrale L est la même, quelle que

(1) Séance du 27 février 1922.

soit la surface sécante considérée, pourvu qu'elle coupe entièrement le flux (c'est-à-dire qu'elle coupe tous les rayons un nombre impair de fois).

Deuxième proposition. — Si nous considérons les droites du flux comme des rayons lumineux au sens de l'Optique géométrique, après réflexion ou réfraction sur un nombre quelconque de surfaces continues (suivant la loi de Descartes), si nous appelons n l'indice du milieu où se trouve la surface sécante S, l'expression $n^2 L$ est un invariant du flux.

Troisième proposition. — Réciproquement, admettant que le rayon réfracté est dans le plan d'incidence, dire que $n^2 L$ est une constante pour tout flux de rayons, entraîne la loi des sinus de Descartes.

Il résulte de là que l'invariant le plus général et le seul qui soit général pour un flux de rayons quelconques se réfléchissant ou se réfractant sur des surfaces optiques continues est

$$\Phi \equiv n^2 \int\int_S dS \left(\int\int_\omega E \cos u \, d\omega \right),$$

où S est une surface sécante quelconque et où E est une fonction continue des coordonnées de la droite qui est l'axe de l'élément d'angle solide $d\omega$, pourvu que cette fonction E garde la même valeur après réflexion ou réfraction.

Application au rayonnement. — Clausius a montré, en partant du second principe de la Thermodynamique, la constance de l'intégrale Φ dans un certain nombre de cas; on peut reprendre ses conclusions en sens inverse.

La condition des sinus d'Abbe déduite des considérations énergétiques de Clausius n'est autre chose que $n\sqrt{L} =$ const. appliquée à des éléments de surface image et objet perpendiculaires à l'axe du système optique et traversés par cet axe.

Cas particulier relatif à des rayons lumineux situés dans un plan et rencontrant des surfaces réfringentes ou réfléchissantes normales au plan (par exemple plan méridien d'un système centré, ou plan de section droite d'un système de surfaces cylindriques à génératrices parallèles). Il existe alors un invariant particulier plus simple

$$l = n \int_s ds \int_{u_0}^{u_1} \cos u \, du,$$

s étant un arc de courbe quelconque coupant entièrement le flux plan de rayons.

Application directe à l'Optique géométrique. — Si dans un système centré

un élément de figure plane dS admet pour image un élément de figure plane dS', ces éléments sont certainement perpendiculaires au plan méridien qu'ils déterminent (en raison de l'impossibilité connue de la correspondance ponctuelle entre deux régions d'espace à trois dimensions); si nous appelons u et u' les angles des rayons situés dans le plan méridien avec les normales aux éléments de surface, ds et ds' les longueurs des éléments linéaires se correspondant dans le plan axial, nous avons

$$n\,ds\sin u = n'ds'\sin u' + K.$$

Cette condition jointe à l'absence d'aberration en un point de l'élément dS' est nécessaire mais non suffisante (invariant particulier) pour la correspondance ponctuelle entre dS et dS'.

Dans le cas plus particulier où l'on obtiendrait une image plane sans distorsion, perpendiculaire à l'axe, d'un objet plan perpendiculaire à l'axe de dimensions finies (problème de l'objectif photographique), on aurait en désignant par y et y' les distances à l'axe des points correspondants de l'objet et de l'image

$$\sin u' = \left(\frac{n}{n'}\frac{y}{y'}\right)\sin u + K(y)$$

et la connaissance de la fonction K en fonction de y [obligatoirement $K(0) = 0$] suffirait à faire connaître complètement la correspondance des espaces image et objet (si celle-ci est possible, c'est-à-dire si l'on peut satisfaire en même temps aux conditions plus complexes posées par la considération de l'invariant général).

Raison des aberrations rencontrées dans les systèmes centrés. — L'homographie de Gauss suppose que les invariants des systèmes de rayons seraient

$$L_1 \equiv n^2 \iint_S dS\left(\iint_\omega \frac{\cos u}{\cos^2\alpha}\,d\omega\right),$$

$$l_1 \equiv n\int_s ds\left(\int_{u_0}^{u_1} \frac{\cos u}{\cos^2\alpha}\,du\right),$$

où α désigne l'angle du rayon principal de l'élément d'angle $d\omega$ (respectivement du) avec l'axe du système optique centré.

ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE. — *Sur la transmission télégraphique des photographies, dessins et écritures.* Note (¹) de M. **Édouard Belin**, présentée par M. Maurice Leblanc.

La méthode *téléphotographique* que nous avons proposée pour la première fois en 1907 est basée sur l'utilisation de reliefs que présentent, après développement, certaines épreuves photographiques et, d'une manière générale, sur l'utilisation de tout tracé en relief.

Le problème se pose de la manière suivante :

Au départ, traduire les variations de reliefs en variations électriques d'intensités correspondantes.

A l'arrivée, traduire les variations d'intensités électriques en variations lumineuses correspondantes.

Enfin, assurer le parfait synchronisme des organes correspondants des deux postes.

Le poste de transmission comprend un cylindre métallique sur lequel est transférée l'épreuve à transmettre. Cette dernière est une copie tirée du cliché original, sur papier à la gélatine bichromatée. Contre ce cylindre s'appuie une pointe placée à l'extrémité d'une lame flexible portant, du côté opposé, une saillie arrondie en contact permanent avec le centre de la membrane d'un microphone spécial.

Ce microphone doit, en effet, avoir une origine rigoureusement fixe, des résistances intérieures toujours semblables pour les mêmes pressions et sa construction doit permettre de l'employer, en régime permanent, sous une intensité relativement élevée. Sur une plaque de fond en charbon est fixée une feuille de mica percée, excentriquement, d'une seule ouverture circulaire de $\frac{11}{10}$ de millimètre environ, où est logé un seul granule de charbon dont le diamètre est de $\frac{5}{10}$ à $\frac{10}{10}$ de millimètre. Contre lui s'appuie la membrane montée sur le boîtier de manière à l'immobiliser complètement.

Dans ces conditions, l'instrument est très sensible et les variations de sa résistance intérieure sont pratiquement proportionnelles aux variations de pression.

Le microphone étant relié à la ligne et le cylindre portant l'épreuve en relief tournant d'un mouvement uniforme en se déplaçant parallèlement à son axe, les reliefs exercent des pressions variables sur la membrane, et l'intensité du courant télégraphique traduit exactement les variations de transparence du cliché original.

Le poste de réception comprend :

Un oscillographe Blondel.

(¹) Séance du 23 janvier 1922.

La source lumineuse doit être punctiforme et rigoureusement constante. Nous nous servons, dans ce but, d'une petite lampe à arc en vase clos dont le pôle positif est constitué par une sphère métallique; en avant d'une première lentille condensatrice est placé un diaphragme devant lequel se trouve, immédiatement, une seconde lentille formant objectif. L'image réduite de la sphère lumineuse se produit exactement sur le miroir M de l'oscillographe, l'image du diaphragme se trouvant elle-même reportée très au delà, sur le faisceau réfléchi; le tout est disposé pour que ce dernier soit dans un plan horizontal. A l'endroit où se forme l'image du diaphragme, le faisceau réfléchi rencontre une lentille convergente aplanétique et forme ainsi, au delà de cette lentille, en un point M', l'image du miroir. C'est en ce point M' que passent, suivant une hélice identique à celle que décrit la pointe exploratrice de transmission, la surface photographique sensible (pellicule ou papier) destinée à enregistrer l'image réceptrice. La lumière tombe d'ailleurs sur la surface par un tube fermé par une plaque d'argent où est pratiqué un trou de diamètre égal au pas de cette hélice.

Immédiatement en avant de la lentille L, est placé un écran de verre d'opacité croissante, allant de la transparence parfaite au noir absolu. Si, en shuntant le galvanomètre, on a convenablement réglé l'écart maximum du faisceau réfléchi, le spot tombe, pour chaque déviation du miroir, sur une région déterminée de cette *gamme de teintes G* et la lumière que reçoit la préparation photographique est, par suite, proportionnelle à l'intensité du courant transmis. On conçoit aisément qu'en retournant la gamme de teintes ou en employant une gamme double symétrique on puisse obtenir à volonté, à la réception, une épreuve positive ou négative.

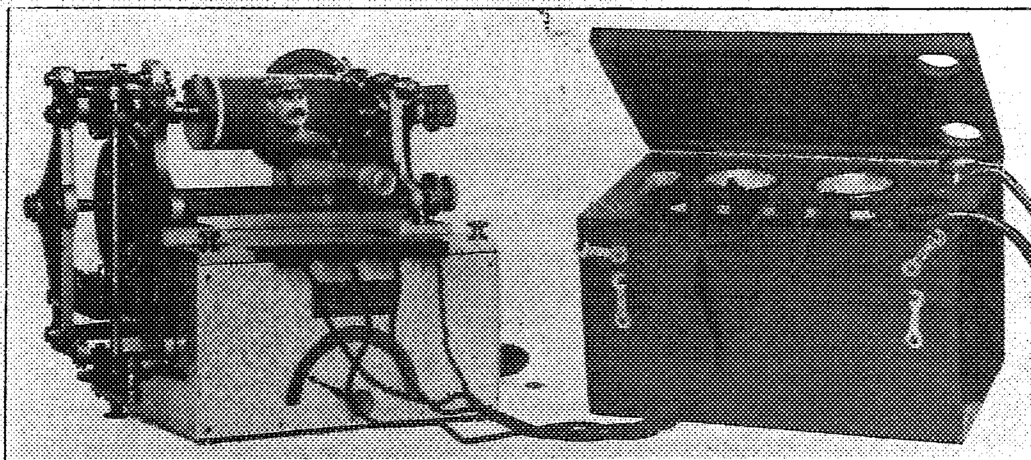
Nous assurons actuellement le synchronisme de nos appareils en employant la méthode de remise à l'heure.

Lorsqu'il s'agit de transmettre seulement des tracés au *trait* ne comportant que du noir ou du blanc (dessins, écriture, etc.), le microphone de la transmission est remplacé par un interrupteur constitué par une équerre rigide, contre laquelle s'appuie une mince lame de ressort. Cette lame porte à son extrémité la pointe exploratrice et le tout est fixé dans une monture rigide avec deux vis micrométriques, dont l'une a pour but d'avancer ou d'éloigner tout le système interrupteur et dont l'autre permet de régler la sensibilité de l'instrument en armant plus ou moins la lame flexible F par le recul ou l'avancement de l'équerre E.

Le passage des traits en relief actionne l'interrupteur et provoque l'émission brusque du courant sur la ligne. La batterie qui le fournit est accompagnée d'une résistance pour éviter sa mise en court-circuit.

A la réception, la gamme de teintes est remplacée par un diaphragme rectangulaire à joues d'écartement variable et dont le rôle est de permettre à la lumière de traverser la lentille ou bien de l'en empêcher. Là encore, la position du diaphragme permet d'obtenir à volonté, soit une épreuve positive, soit une épreuve négative.

Notre appareil peut être rendu réversible et être à volonté utilisé comme transmetteur ou comme récepteur. Mais les nécessités du reportage nous ont amené à réaliser un type d'appareil seulement transmetteur tout à fait



Appareil transmetteur portatif en ordre de marche.

portatif. Il a l'aspect et les dimensions d'un phonographe et a permis, depuis quelques mois, à des reporters d'un grand Journal parisien de transmettre soit de France, soit de l'étranger, sous le nom de *Belinogrammes*, des photographies d'actualités immédiates.

Indépendamment de nombreuses expériences poursuivies, depuis plusieurs années, en France sur divers circuits de l'Administration des P.T.T. et sur la ligne particulière reliant nos laboratoires de Paris et de Lyon ; indépendamment aussi des *reportages téléphotographiques* rappelés ci-dessus, il convient de mentionner les expériences particulières suivantes :

1° Transmission de textes et de photographies le 14 novembre 1920 entre New-York et Saint-Louis, première transmission de ce genre effectuée en Amérique ;

2° Transmission d'empreintes digitales de signalements et de clichés anthropométriques, l'été dernier, entre Lyon et Paris ;

3° Transmission, sur la même ligne, de textes chinois et japonais, dont les caractères extrêmement nombreux ne se prêtent pas à la transmission télégraphique ordinaire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'élimination de la chaleur de réaction dans la synthèse de l'ammoniaque par les hyperpressions.* Note (1) de M. **Georges Claude**, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai expliqué récemment (2) que dans la synthèse de l'ammoniaque par les hyperpressions, l'élimination de la chaleur de réaction à travers la paroi très épaisse des tubes de réaction développait, du fait de la température plus élevée des couches internes du métal, des pressions parasites suffisantes pour provoquer la rupture des tubes.

Pour surmonter cette difficulté, il suffit, comme je l'ai dit, d'uniformiser la température dans toute l'épaisseur de la paroi, en immergeant le tube dans un calorifuge approprié, amiante ou kieselguhr (3). Mais il faut alors avoir recours à d'autres moyens pour évacuer la chaleur de réaction.

Celui que j'utilise est basé sur le fait qu'avec les coefficients de combinaison voisins de 50 pour 100 conférés par l'emploi de pressions d'un millier d'atmosphères, la chaleur dégagée par la réaction *équivaut* à un échauffement voisin de 500° des gaz réagissants, échauffement d'ailleurs impossible, car les conditions de l'équilibre en seraient bouleversées. Mais, si la chaleur de réaction dégagée par une certaine masse de gaz est transportée à une masse égale de gaz comprimés frais prise à la température ambiante, elle sera précisément capable d'amener cette masse à la température de réaction.

Dès lors, j'ai complètement abandonné le procédé habituel qui consiste à échauffer les gaz à traiter dans un échangeur de température aux dépens de la chaleur des gaz sortants, à les amener ainsi au tube à réaction, déjà échauffés à la température de réaction, et à évacuer au dehors, à travers la paroi, toute la chaleur de réaction. Dans ma méthode actuelle, les gaz sont introduits dans le tube de catalyse *sans avoir été échauffés* au préalable et sont échauffés dans l'intérieur du tube *aux dépens de la réaction, à mesure de celle-ci.*

A cet effet, les gaz froids entrants circulent dans l'espace annulaire compris entre le tube extérieur épais et un tube intérieur mince contenant

---

(1) Séance du 27 février 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 157.

(3) Pour caractériser le rôle de cet isolement, qui n'a pas pour but, à l'encontre des pratiques usuels, d'éviter des pertes de chaleur, je lui ai donné le nom d'*isolement isotherme*.

la matière catalysante, et s'échauffent progressivement aux dépens de la chaleur de réaction. Un isolement approprié du tube mince gradue cet échauffement de telle sorte que la quantité de chaleur *enlevée en chaque point du tube* par les gaz extérieurs entrants *est justement égale* à la quantité de chaleur *dégagée en ce point par la réaction*. Or, vers l'entrée des gaz froids, c'est-à-dire vers la sortie des gaz ayant réagi, la différence de température entre les deux courants de gaz est très grande et la réaction peu intense : l'épaisseur du calorifuge y doit donc être très grande. Au contraire, vers l'entrée sur la matière catalysante, l'écart de température est faible, la réaction intense : l'isolant doit donc être très mince en cette région, pour évacuer beaucoup de chaleur malgré ce faible écart. On trouve aisément que, dans l'ensemble, la section du calorifuge le long d'une génératrice doit être une courbe d'allure parabolique.

La condition désirée ainsi satisfaite, la chaleur de réaction étant transportée sur les gaz réagissants à mesure de sa production, la réaction peut ainsi se poursuivre d'un bout à l'autre du tube à la température la plus favorable pour concilier une forte vitesse des gaz et une bonne teneur en ammoniaque.

Les résultats pratiques fournis par cette méthode sont excellents, et c'est ainsi que, depuis plus d'un an, fonctionnent mes appareils.

Si l'on veut cependant utiliser des pressions moindres de 1000^{atm}, il est naturellement nécessaire d'échauffer quelque peu les gaz à traiter avant leur entrée dans le tube. On y arrive aisément en les faisant passer dans un serpentin plongé dans un bain d'eau que chauffe un autre serpentin traversé par les gaz sortants : en renouvelant plus ou moins vite l'eau du bain, on règle la température d'entrée à la valeur *la plus convenable*.

Ainsi suggérée par des nécessités toutes fortuites, cette solution s'est trouvée dotée par surcroît d'avantages très précieux. L'un des plus intéressants est que, les gaz arrivant froids autour du tube contenant le catalyseur, et ne s'échauffant que peu à peu, le tube extérieur ne doit supporter la haute température — qui seule peut le fatiguer à la longue — que tout à fait au bout opposé à l'arrivée, où il est aisé de lui donner un supplément d'épaisseur. De là une augmentation de la *vie* des tubes : celle-ci approche déjà de 4000 heures dans les appareils que j'ai en service. Une conséquence encore plus importante du fait que le bout du tube côté de l'arrivée des gaz est à peu près à la température normale, c'est que toute difficulté de joint à la tête mobile qui ferme le tube est supprimée. On a pu dès lors constituer de cette tête et du tube renfermant la matière catalysante un

ensemble léger et facilement amovible, qu'on peut enlever quand cette matière est hors d'état (ce qui dès à présent ne se produit guère que toutes les 200 ou 300 heures) pour le remplacer par un autre tout identique plein de catalyseur neuf ([1]). Une simple rotation d'un quart de tour suffit à assurer le joint grâce à un dispositif à filets interrompus analogue à celui des culasses de canon, et comme le tube extérieur reste en place, dans son calorifuge, à sa température, le remplacement de la matière catalysante se fait avec autant de facilité que celui des cartouches d'un canon.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du soufre dans les pyrites de fer.* Note ([2]) de MM. **G. Chaudron** et **G. Juge-Boirard**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La méthode, généralement recommandée pour le dosage du soufre dans les pyrites, consiste à le transformer en acide sulfurique au moyen de l'eau régale. Sur les conditions de cette réaction, les traités d'analyse donnent des indications très différentes et ils signalent comme un incident courant la mise en liberté de soufre.

Nous nous sommes efforcés dans ce travail de déterminer les facteurs dont dépend cette séparation accidentelle du soufre.

Le bisulfure de fer FeS^2 existe sous deux formes : la pyrite cubique qui cristallise dans le système cubique et la marcassite ou pyrite blanche, qui cristallise dans le système rhombique. Les pyrites de fer renferment parfois des quantités notables de sulfure de cuivre et de zinc.

Nous avons fait l'attaque avec des liqueurs de compositions variant depuis l'acide nitrique concentré (densité 1,4), jusqu'à l'acide nitrique additionné de trois fois son volume d'acide chlorhydrique concentré (densité 1,2).

Nous avons opéré à différentes températures, obtenues en agitant énergiquement le vase d'attaque, en verre mince, dans un bain d'eau maintenue à température constante.

([1]) Un de ces ensembles, pour chacun des quatre tubes catalyseurs d'une installation de cinq tonnes de NH^3 par jour, ne pèse, matière catalysante et engrenages compris, que 80^{kg}.

([2]) Séance du 27 février 1922.

I. — *Essais sur un échantillon de pyrite.*

Les essais ont été effectués sur 0g,5 environ de matière passée au tamis 120.
Le résidu insoluble, inférieur à 1 pour 100, a été pesé avec le fer.

Nos des essais.	Température de l'attaque.	Liqueur d'attaque.	Observations.	Fe p. 100.	S p. 100.
1....	15° environ	10^{cm^3} NO^3H	dissol. en 6 heures, pas de soufre	46,7	»
2....	»	»	»	46,6	52,3
3....	»	»	»	46,8	52,21
4....	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H + \frac{1}{3}HCl\right)$	»	46,2	51,9
5....	»	»	»	»	52,26
6....	60° environ	10^{cm^3} NO^3H	dissol. en 1 heure, pas de soufre	46,9	52,3
7....	»	»	»	46,36	51,4
8....	»	5^{cm^3} NO^3H	»	47	52,2
9....	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H + \frac{2}{3}HCl\right)$	»	46,6	51,8
10....	90° environ	10^{cm^3} NO^3H	dissol. en 5 min., filaments de soufre	48	50
11....	»	»	»	46,4	50,87
12....	»	»	»	»	49,8
13....	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H + \frac{1}{3}HCl\right)$	»	»	»
14....	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H + \frac{2}{3}HCl\right)$	»	»	»

Les essais faits à 90° donnent des résultats trop faibles en soufre.

Nous avons toujours observé pour l'eau régale et l'acide nitrique concentré une action identique sur la pyrite.

II. — *Essais sur un échantillon de marcassite.*

Les essais ont été effectués sur 0g,5 de matière, passée au tamis 120.

Nos des essais.	Température de l'attaque.	Liqueur d'attaque.	Observations.	Fe p. 100.	S p. 100.
15....	15° environ	$10^{cm^3}\left(NO^3H + \frac{1}{3}HCl\right)$	dissol. en 1 heure, pas de soufre	46,5	51,9
16....	»	10^{cm^3} NO^3H	»	47	52
17....	60° environ	»	dissol. en 5 m., petits grains de soufre	»	»
18....	70° environ	»	formation de globules de soufre	46,69	50,2
19 (1).	»	$10^{cm^3}\left(NO^3H + \frac{1}{3}HCl\right)$	dépôt de soufre abondant	46,8	40,2

Si l'on évite, dans l'attaque à la température ordinaire, l'accélération de

(1) Échantillon broyé grossièrement.

la réaction, il n'y a pas de séparation de soufre libre. Vers 70°, au contraire, le soufre s'agglomère; de même le défaut de finesse favorise la séparation du soufre.

III. — *Essais sur des échantillons de pyrite de fer contenant d'autres sulfures, en particulier de la calchopyrite.*

Nos des essais.	Température de l'attaque.	Liqueur d'attaque.	Observations.	Fe p. 100.	S p. 100.
20....	15°	$10^{cm^3}\left(NO^3H + \frac{1}{3}HCl\right)$	pas de soufre libre	42 (1)	47,6
21....	bain-marie	»	attaque en 5 min., dépôt de soufre	41,94	40,8
22....	attaque en 2 temps (2)	»	pas de soufre libre	42,8	48

Les échantillons de pyrite, contenant des sulfures de cuivre et de zinc, sont tous très facilement attaquables par l'acide nitrique ou l'eau régale. Ils donnent une séparation de soufre si on laisse la réaction s'accélérer; cependant, après un contact de quelques heures avec l'eau régale, à la température ordinaire, on peut, sans inconvénient, terminer la réaction au bain-marie.

Conclusions. — Les variétés de pyrite de fer facilement attaquables, marcassite ou pyrite contenant d'autres sulfures, en particulier de cuivre et de zinc, donnent dès que la température dépasse 60°, une séparation de soufre.

Si la réaction se fait à froid, nous avons toujours observé une oxydation totale du soufre; cette méthode est donc à préconiser malgré l'inconvénient de la durée d'attaque, variant de 5 à 12 heures (attaque de $0^g,5$ de pyrite pulvérisée, passée au tamis 120, par 10^{cm^3} d'eau régale).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la réduction du benzoate d'éthyle et de quelques autres composés benzéniques par le sodium et l'alcool absolu.* Note de M. **Hervé de Pommereau**, présentée par M. Ch. Moureu.

J'ai précédemment montré (3) que la réduction de l'α-naphtoate d'éthyle par le sodium et l'alcool absolu donne un dihydrométhylnaphtalène, et que ce même carbure peut être obtenu en réduisant de la même façon l'alcool α-naphtylique.

(1) Insoluble 4,2 pour 100.
(2) Une heure à froid, puis au bain-marie.
(3) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1503.

Bouveault et Blanc ont signalé, d'autre part ([1]), que l'alcool benzylique ne peut être obtenu par la réduction du benzoate d'éthyle au moyen du sodium et de l'alcool absolu, par suite de la formation d'un complexe solide entre l'éthylate de soude et l'éther-sel.

Markownikoff ([2]), puis Einhorn et Willstätter ([3]), ayant réduit l'acide benzoïque en acide hexahydrobenzoïque par le sodium et l'alcool amylique, il m'a paru intéressant d'étudier à nouveau la réduction du benzoate d'éthyle par le sodium et l'alcool.

Lorsque l'on fait couler une solution de 50^g de benzoate d'éthyle dans un litre d'alcool absolu sur 140^g de sodium, on constate tout d'abord, ainsi que Bouveault et Blanc l'ont signalé, la formation d'un complexe solide ; mais ce composé se redissout lentement à chaud en même temps que se termine l'attaque du sodium. Après saponification du mélange on trouve surtout de l'acide hexahydrobenzoïque et une petite quantité d'un alcool tétrahydrobenzylique.

Cet alcool tétrahydrobenzylique $C^6H^9CH^2OH$ est un liquide incolore bouillant à 188° sous 760^{mm}, il fixe deux atomes de brome et donne une uréthane fusible à 63° ; cette uréthane peut également fixer deux atomes de brome en solution dans le sulfure de carbone.

Dans cette réduction je n'ai pas trouvé de toluène.

Ces résultats sont comparables à ceux obtenus par Einhorn et Willstätter ([4]), qui, par la réduction du salicylate d'éthyle au moyen du sodium et de l'alcool amylique, ont observé la formation, à côté de l'acide cyclohexanol-ortho-carbonique, d'acide pimélique, lequel provient vraisemblablement d'une hydrolyse d'un acide tétrahydrosalicylique qui se formerait d'abord.

Le benzoate et le naphtoate d'éthyle se comportent donc de façons différentes vis-à-vis du sodium et de l'alcool absolu.

Cette réduction d'un composé benzénique en dérivés tétra- et hexahydrogénés, m'a conduit à rechercher quelle pouvait être l'influence de la fonction fixée au noyau benzénique sur la réduction de ce même noyau par le sodium et l'alcool absolu.

Klages ([5]) a déjà montré que l'alcool benzylique est ainsi réduit en

([1]) *Comptes rendus*, t. 137, 1903, p. 60.
([2]) *Berichte*, t. 25, 1892, p. 3355.
([3]) *Berichte*, t. 26, 1893, p. 2913.
([4]) *Berichte*, t. 27, 1894, p. 331.
([5]) *Berichte*, t. 39, 1906, p. 2587.

toluène. Le rendement en carbure qu'il indique étant médiocre, j'ai examiné à nouveau cette réduction et n'ai trouvé que du toluène.

La réduction de l'aldéhyde benzoïque m'a donné du toluène et de l'acide hexahydrobenzoïque; cela était à prévoir, puisque l'aldéhyde benzoïque forme avec l'éthylate de sodium un complexe qui peut se décomposer en acide benzoïque et en alcool benzylique [1].

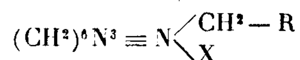
Le phénol, le phénethol et l'aniline ne sont sensiblement pas altérés par le sodium et l'alcool absolu.

La réduction dans les mêmes conditions du nitrobenzène donne surtout de l'aniline, avec une petite quantité d'hydrazobenzène, lequel, dans les conditions de l'expérience, s'oxyde rapidement en azobenzène.

En résumé, l'étude de la réduction par le sodium et l'alcool d'un certain nombre de composés benzéniques (acide benzoïque, benzoate d'éthyle, alcool benzylique, aldéhyde benzoïque, phénol, phénethol, aniline, nitrobenzène) indique que, seuls, les noyaux auxquels est directement fixé un groupement carboxyle sont facilement réduits.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénation formique des sels quaternaires d'hexaméthylènetétramine.* Note de MM. **Marcel Sommelet** et **Jean Guioth**, présentée par M. Béhal.

L'hexaméthylènetétramine $(CH^2)^6N^4$ se rapproche, par ses propriétés, des amines tertiaires; elle s'unit, par exemple, aux dérivés halogénés alcooliques pour donner des sels d'ammoniums quaternaires



$$(CH^2)^6N^3 \equiv N \begin{matrix} \diagup CH^2 - R \\ \diagdown X \end{matrix}$$

dont il existe, aujourd'hui, un nombre déjà grand. Ces sels se prêtent à un certain nombre de transformations caractéristiques qui dépendent de leur peu de résistance à l'action des réactifs.

L'hexaméthylènetétramine est, elle-même, hydrolysée facilement sous l'influence des acides; on retrouve cette instabilité chez ses sels quaternaires et M. Delépine a montré qu'ils s'hydrolysent dans les mêmes conditions. Leur décomposition entraîne alors la mise en liberté d'aldéhyde formique, d'ammoniaque et de l'amine primaire $R - CH^2 - NH^2$. Cette dernière prend naissance si simplement et en si bon rendement qu'il y a eu

(1) *Berichte*, t. 20, 1887, p. 646.

là le point de départ d'une méthode fort intéressante de synthèse des amines primaires

L'un de nous [1] a constaté, d'autre part, que certains sels quaternaires d'hexaméthylènetétramine étaient si peu stables, que le contact avec l'eau bouillante suffit à les décomposer : il se forme, entre autres produits, l'aldéhyde R-CHO qui correspond au résidu $R\text{-}CH^2$ existant dans le sel quaternaire. Cette transformation s'effectue le mieux quand elle porte sur des combinaisons de la base envisagée avec des halogénures du groupe benzylique : on peut alors l'utiliser pour l'obtention d'aldéhydes de la série benzoïque.

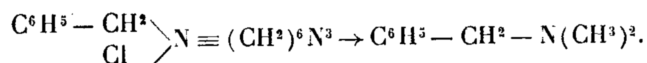
Ayant été amené à rechercher de quelle manière l'acide formique peut réagir sur l'hexaméthylènetétramine, l'un de nous avait constaté que, si l'on met les deux corps en présence à chaud, il y a production d'anhydride carbonique et d'un mélange de bases où il a pu, en collaboration avec M. Ferrand [2], reconnaître la présence de l'ammoniaque, de la monométhylamine et de la triméthylamine, cette dernière prédominant. La production de l'anhydride carbonique est l'indice que l'acide formique se décompose de la manière dont l'équation suivante rend compte :

$$H\text{-}COOH = CO^2 + H^2,$$

l'hydrogène, formé corrélativement, se fixant sur les éléments de l'hexaméthylènetétramine pour engendrer les méthylamines.

Nous nous sommes proposé, dans le présent travail, d'examiner ce qui se passe quand, dans la réaction précédente, on substitue à l'hexaméthylènetétramine elle-même l'un de ses sels quaternaires.

Lorsqu'on échauffe lentement un mélange d'acide formique et de chlorobenzylate d'hexaméthylènetétramine, on observe, dès avant l'ébullition, de même que lorsqu'il s'agit de la base libre, un dégagement d'anhydride carbonique. Ce dégagement, qui témoigne, ici aussi, d'une action hydrogénante de l'acide formique, se poursuit assez longtemps; quand il est arrivé à son terme, on peut isoler comme l'un des principaux produits de la réaction la N-diméthylbenzylamine :



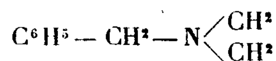
$$\left.\begin{matrix} C^6H^5 - CH^2 \\ Cl \end{matrix}\right\rangle N \equiv (CH^2)^6N^3 \rightarrow C^6H^5 - CH^2 - N(CH^3)^2.$$

La manière la plus simple de concevoir le phénomène est d'admettre que

(1) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 182.

(2) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 25, 1919, p. 457.

le chlorobenzylate se transforme par hydrogénation de façon telle que le chaînon



fixe deux atomes d'hydrogène; le restant de la molécule donne, en même temps, lieu à la production d'ammoniaque et de méthylamines.

La quantité de diméthylbenzylamine ainsi produite correspond à un rendement de 60 à 70 pour 100 du rendement théorique; on ne voit pas ce rendement se modifier de façon importante quand on fait varier la concentration de l'acide formique mis en œuvre; on a employé des solutions aqueuses contenant 25, 50 et 80 pour 100 d'acide réel.

En présence de ce mode nouveau de production d'une amine tertiaire diméthylée à l'azote, nous avons cherché à connaître son degré de généralité et, par suite, sa valeur pratique. Nous l'avons, dans ce but, appliqué à des sels quaternaires d'hexaméthylènetétramine appartenant à trois groupes différents : 1° dérivés acycliques : bromoéthylate, iodo-*n*- butylate, iodoallylate; 2° dérivés benzyliques : *p*-éthylchlorobenzylate, diméthyl-3.5-bromobenzylate, les trois nitrobenzylates isomériques; 3° dérivés phénylgras-iodophénopropylate, chlorocinnamylate.

On a pu, dans chacun de ces cas en dehors du premier, caractériser l'amine diméthylée attendue. Les rendements obtenus, très faibles pour les composés du premier groupe, sont un peu plus satisfaisants pour ceux du troisième, mais ne semblent intéressants que pour les sels quaternaires du groupe benzylique. Il faut signaler que ces derniers donnent lieu à une réaction parasite qui consiste dans la production d'une aldéhyde benzoïque et qui est relativement importante quand il s'agit du *p*-éthylchlorobenzylate et du diméthylbromobenzylate.

Les amines tertiaires diméthylées à l'azote peuvent être obtenues par réaction d'un dérivé halogéné sur la diméthylamine ou par méthylation d'une amine primaire. La méthode que nous proposons pourra, dans certains cas, présenter quelque avantage du fait qu'elle ne nécessite la possession ni de diméthylamine, ni de l'amine primaire à méthyler.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Observations sur la sculpture du relief par les glaces.* Note de M. **André Allix**, présentée par M. Barrois.

Les observations présentées dans la précédente Note entraînent sommairement les déductions suivantes :

1° Le glacier travaille *vite* à l'érosion du sol encaissant (sous la réserve que cette action ne se fait sentir que pendant la période de l'année où il y a dégel diurne).

2° Le glacier travaille d'autant plus vite que la période de dégel diurne est plus longue et que l'amplitude diurne de température est plus grande; en d'autres termes, il travaille plus vite dans les parties basses et en période de décrue que dans les parties hautes et en période de crue. Ceci jusqu'à une limite inférieure déterminée par l'importance et la durée du regel nocturne.

3° Sur toutes les parties du sol qu'il travaille ainsi, le glacier enlève une épaisseur de roche à peu près égale partout (ou du moins du même ordre de grandeur), puisque l'épaisseur de la tranche rocheuse enlevée par ce processus est indépendante à la fois de la pente, du volume et de la vitesse d'écoulement du glacier. Son action sur le relief n'est donc ni régressive ni progressive; dans l'ensemble, elle ne peut mieux se traduire que comme un *enfoncement vertical sur place*.

4° La rapidité de cette action par rapport à l'usure subaérienne des versants rend compte du surcreusement classique, c'est-à-dire de l'enfoncement, depuis longtemps observé, de tout lit glaciaire (auge ou cirque) au milieu des formes qui l'entourent.

5° L'enfoncement, sur place, de la masse glaciaire seule, explique les ombilics des fjords et des grandes vallées subalpines, qui cessent, en gros, aux points mêmes où a cessé le stationnement des grands glaciers quaternaires. Ainsi s'expliquent aussi les ombilics et contre-pentes du profil en long des auges glaciaires, soulignant peut-être, au moins dans les cas les plus simples, les limites successives de cet enfoncement sur place au cours des saccades de la dernière décrue. Enfin, ainsi s'explique l'existence, dans les cirques et certaines grandes auges, de parois verticales, d'une netteté absolue, découpant, comme au couteau, des roches dures non décomposées, sur une hauteur de plusieurs centaines de mètres parfois.

6° Dans les limites altimétriques indiquées plus haut, il existe deux cas où le processus de corrosion n'agit pas :

a. Partout où la masse de glace est interrompue, cas fréquent dans les cirques composites. Dans ce cas, l'action d'enfoncement respecte certaines zones rocheuses; au bout d'un temps suffisant, elles demeurent en saillie, origine des nunataks et peut-être de certains verrous.

b. Partout où, entre la glace et la roche, s'interpose une couche de moraine de fond assez épaisse et assez continue pour jouer le rôle d'isolant

thermique et entraver les actions gélives. Dans ce cas, il y a encore une action du glacier sur le relief, mais toute différente : c'est la friction de la roche par la moraine de fond, où interviennent cette fois le volume, la pente, la vitesse d'écoulement et, pour tout dire, la pression du glacier. En négligeant, pour le moment, le travail des eaux de fond, c'est cette action de friction, seule, qui avait été regardée jusqu'ici comme responsable du creusement par les glaces.

Or, la comparaison des deux processus, évidente notamment dans la zone choisie du Glacier Blanc, nous conduit à penser que la friction est incapable de donner à la roche autre chose que le *poli glaciaire* traditionnel. Sous cette forme, le glacier agit comme une meule-émeri pour polir les formes (et seulement dans certains cas, le poli n'étant pas un fait général); mais ces formes ont été d'abord dégrossies, rabotées et sculptées par les actions gélives, c'est-à-dire par la corrosion sous-glaciaire.

La variation des conditions locales de détail dans les diverses zones d'un glacier peut, semble-t-il, expliquer suffisamment que l'un ou l'autre des deux processus, corrosion ou friction, prédomine en tel ou tel point, et permette ainsi, sur les cas d'espèce, de compléter l'explication des accidents particuliers du relief (verrous, gouttières, ombilics complexes, etc.).

7° L'ampleur topographique des formes glaciaires et leur extension altimétrique sont évidemment déterminées par un phénomène climatique, à savoir l'ampleur des masses glaciaires qui les ont sculptées. Dans le cas de périodes de glaciation croissantes, chacune couvrira et débordera les formes de la précédente, c'est-à-dire, si elle en a le temps, les dévorera sans en laisser de traces. Dans le cas de périodes décroissantes, des formes de plus en plus petites et de plus en plus perchées s'enfonceront au milieu des précédentes [1]. Les débris de celles-ci disparaîtront d'autant plus vite et plus complètement que l'on sera dans une zone plus élevée et plus centrale. Les formes vieilles du relief glaciaire, dans un massif donné, se trouvent donc d'autant plus vastes et d'autant mieux conservées qu'on s'abaisse davantage vers la périphérie du massif; les reliefs sont, malgré leur hauteur croissante, d'autant plus jeunes qu'on se rapproche du centre.

---

[1] Il en résulte notamment que, sauf exceptions, l'épaulement classique n'est le reste d'un fond d'ancienne auge que dans une zone très étroite, pincée entre l'auge jeune, en bas, et les cirques jeunes, en haut.

BOTANIQUE. — *Sur la signification de l'appareil réticulaire de Golgi.* Note de MM. A. GUILLIERMOND et G. MANGENOT, présentée par M. Gaston Bonnier.

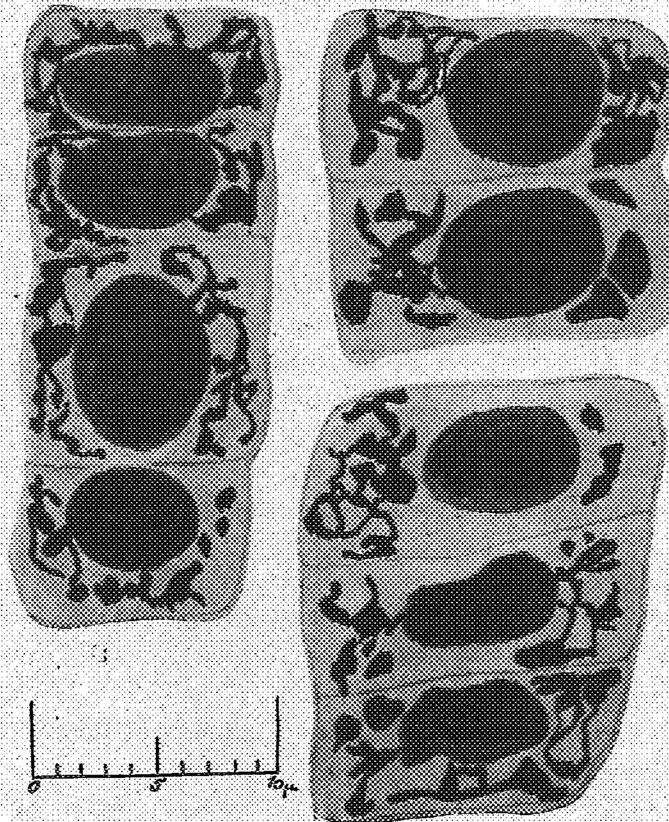
Dans une Note précédente, nous avons démontré que les vacuoles filamenteuses et réticulées, à contenu semi-fluide et colorable vitalement, existant dans les cellules embryonnaires de nombreux végétaux (méristème de la racine d'Orge pour exemple), sont analogues aux formations connues, dans la cellule animale, sous le nom de canalicules de Holmgren. Dans les préparations obtenues par les méthodes de Regaud, ces aspects particuliers du système vacuolaire se traduisent par des canaux incolores, très semblables aux canalicules de Holmgren, tandis que le chondriome, qu'il est impossible de colorer sur le frais, apparaît avec netteté. En appliquant aux mêmes objets les techniques utilisées en cytologie animale pour mettre en évidence l'appareil canaliculaire (méthodes de Holmgren, de Bensley), nous avons reconnu que les vacuoles filamenteuses se comportent comme les canaux de Holmgren, et nous avons cru pouvoir conclure que ces dernières formations, jusqu'alors énigmatiques, se rapportent également, dans la cellule animale, à certaines phases du système vacuolaire.

On sait que de nombreux cytologistes identifient à ce trophosponge de Holmgren l'*apparat reticolare interno* de Golgi, ces formations n'étant, pour eux, que deux aspects d'un même système, provoqués par des techniques différentes : les méthodes de Holmgren et de Bensley mettraient en évidence un réseau de canalicules incolores, au niveau desquels, à la suite des réactions constituant la méthode de Golgi et ses nombreuses variantes, l'argent formerait un dépôt noir. Cependant certains auteurs prétendent avoir réussi la détection simultanée, dans une même cellule, des canalicules de Holmgren et du réseau de Golgi, et soutiennent que ces deux systèmes sont différents. Sur la nature même du réseau de Golgi, on ne sait pas grand'chose. Pensa, à la suite d'études sur la cellule végétale, semble admettre que l'appareil réticulaire correspond à certaines substances colloïdales, dont l'équilibre physique, dans le cytoplasme, est réalisé sous forme de filaments anastomosés. Enfin, pour de nombreux cytologistes, cet appareil ne serait qu'un artifice de préparation.

L'étude de la cellule végétale, et en particulier des cellules du méristème de la racine d'Orge, nous a permis d'éclaircir cette question si controversée. Nous avons utilisé la méthode de Golgi et surtout celles, plus sûres, de

Cajal et de Da Fano; cette dernière nous a donné des résultats particulièrement satisfaisants.

Dans les cellules indifférenciées du méristème, l'imprégnation met nettement en évidence un appareil réticulaire bien caractérisé : dans tout le cytoplasme, surtout dans les régions libres de chaque côté du noyau, on voit des filaments colorés en noir intense, extrêmement tortueux, de largeur très irrégulière, portant de nombreuses varicosités parfois très volumi-



Appareil réticulaire dans la racine d'Orge.

neuses et anastomosées en réseau. Cet *apparato reticolare* se superpose d'une manière très exacte au système canaliculaire que met en évidence, dans les mêmes cellules, la méthode de Bensley, et correspond sans nul doute, malgré quelques déformations, aux éléments vacuolaires filamenteux et anastomosés colorables vitalement. D'ailleurs, si l'on observe, sur la même coupe, des régions plus éloignées de la pointe, donc plus différenciées, on voit disparaître les réseaux de Golgi; en même temps on distingue

l'existence, dans le cytoplasme coloré en gris très pâle, de vacuoles assez volumineuses. Dans les cellules âgées, à grandes vacuoles, l'appareil réticulaire fait toujours défaut. On voit donc ici, avec la plus grande netteté, que l'*apparato reticolare* résulte d'une abondante réduction argentique au niveau des canalicules très ténus que sont les jeunes vacuoles. On reconnaît, non moins nettement, que les systèmes de Golgi et de Holmgren sont parfaitement correspondants; mais, comme l'imprégnation du système vacuolaire paraît s'effectuer sur les substances mêmes en solution dans les vacuoles, on comprend que ces dernières puissent se rétracter sous l'influence des manipulations et déterminer des espaces lacunaires incolores, susceptibles, dans certains cas, d'être confondus avec un appareil de Holmgren.

Dans les cellules différenciées où n'existe plus d'appareil de Golgi, rarement dans les cellules embryonnaires, l'argent noircit des granulations très fines, des bâtonnets extrêmement ténus, groupés par places en grumeaux mal définis et qui paraissent correspondre à un chondriome altéré. Ces formations, qui se mêlent à l'*apparato reticolare* dans les quelques cellules méristématiques où elles se rencontrent, ne peuvent être, naturellement, confondues avec ce dernier. Il est cependant vraisemblable d'admettre que des éléments de même ordre ont été décrits à tort comme appareil de Golgi; cette considération permet d'entrevoir comment cet appareil, typiquement réticulé, et qui, selon notre conception, manifeste un état fonctionnel déterminé des cellules, a été décrit absolument partout, avec les aspects les plus divers.

En dépit du peu de précision de la méthode de Golgi et de celles qui en ont été dérivées, nos observations nous conduisent à admettre que l'appareil de Golgi, tout au moins dans sa forme typique, n'est pas un artifice de préparation; c'est bien, comme l'admettent aujourd'hui Duesberg, Corti et d'autres cytologistes, un constituant morphologique de la cellule; mais ces auteurs étaient dans l'incapacité de définir sa nature. Pensa, en 1917, s'est beaucoup rapproché de ce que nous pensons être la vérité, car il a vu que les éléments filamenteux réticulés de nombreuses cellules végétales, qu'il imprègne par la méthode de Golgi, sont distincts des chondriosomes colorables vitalement, et résultent de la disparition, sous des influences expérimentales diverses, de vacuoles préexistantes. Mais le savant italien ne pouvait aller plus loin, car il ignorait l'évolution du système vacuolaire. Aujourd'hui, nous croyons être autorisés par nos recherches à considérer l'appareil de Golgi comme superposable au trophosponge de Holmgren et à assimiler ces deux formations à certaines figures de l'évolution des vacuoles.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'origine du centrosome et la formation du fuseau chez* Stypocaulon scoparium *(L.) Kütz.* Note de M. **Pierre Georgévitch**, présentée par M. J. Costantin.

Sur l'origine du centrosome chez les végétaux, il existe encore des opinions contradictoires. Pour élucider cette question, nous avons fait de nouvelles recherches sur une Algue marine du genre *Stypocaulon*.

Dans les cellules apicales de *Stypocaulon*, le centrosome est d'origine intranucléaire et prend naissance de la masse nucléolaire.

Ce n'est qu'après la fragmentation du nucléole que le centrosome se délivre du nucléole, et ainsi délivré arrive enfin jusqu'à la membrane du noyau, avec laquelle il reste en relation intime. Ces stades de développement sont très fréquents, et ils ont été observés par la plupart de nos devanciers. Les stades antérieurs de l'origine même du centrosome, ainsi que sa migration à travers le noyau jusqu'à sa membrane, est difficile à constater, et surtout sur les préparations insuffisamment différenciées. C'est pourquoi les premiers stades étaient le plus souvent passés inaperçus, comme nous le verrons dans la suite.

Dans les cellules apicales de cette Algue, on trouve un grand noyau ne contenant qu'un seul nucléole arrondi, dont le centre est occupé par une sphère assez grande de plastine. Cette sphère, se colorant très faiblement, donne l'aspect d'une grande vacuole. Sur la périphérie de ce nucléole est concentrée la masse chromatique dans laquelle on voit un assez grand nombre des vacuoles. Sur les préparations bien différenciées, le nucléole est séparé du réseau nucléaire par une zone claire. En outre on voit au centre de la sphère de plastine du nucléole une granulation très chromophile, autour de laquelle se trouve aussi une zone claire. Cette granulation se divise bientôt en deux parties égales qui prennent l'aspect de baguettes.

Chacune de ces baguettes se divise au cours du développement ultérieur en deux parties inégales, sous forme de granulation, qui atteignent bientôt les deux pôles du nucléole. Ensuite le nucléole s'allonge, prenant un contour irrégulier. Dans sa masse apparaît un grand nombre de petites vacuoles, causant ainsi la fragmentation du nucléole en plusieurs parties ayant la tendance de s'étirer.

Grâce à cette fragmentation du nucléole, les deux paires des granulations chromophiles se délivrent et atteignent les pôles du noyau. Pendant ce temps, le nucléole s'allonge considérablement et, à cause de la vacuolisation qui s'accuse sans cesse, sa masse prend l'aspect fibrillaire.

Ce faisceau fibrillaire occupe le centre du noyau et s'allonge vers ses pôles.

Ainsi se forme un fuseau intranucléaire, et, comme on le voit, d'origine nucléolaire. Les pôles de ce fuseau d'abord n'atteignent pas la membrane du noyau. Sur les pôles tronqués de ce fuseau on voit deux granulations chromophiles de grandeur inégale, autour desquelles apparaît une radiation kinoplasmatique. Ce n'est que plus tard que ce fuseau s'allonge et atteint la membrane du noyau, qui montre une dépression sur le lieu de contact, et sur laquelle se trouvent maintenant les centrosomes baciliformes.

ZOOLOGIE. — *Sur un type nouveau et remarquable de Gymnosomes* (Laginiopsis *n. g.*). Note de M^me^ **A. Pruvot**, présentée par M. Joubin.

Dans la collection de Gastéropodes gymnosomes recueillis au cours des campagnes de S. A. S. le Prince de Monaco, dans la région des Açores, se trouve un animal intéressant par le fait qu'il semble représenter dans ce groupe le terme extrême d'une évolution aberrante.

Vivant d'une vie pélagique ou bathypélagique, les Gymnosomes sont caractérisés, en général, par la variété et le développement parfois considérable des parties buccales, ventouses, cônes buccaux, crochets, radula. Tous ces organes sont capables de se dévaginer hors de la bouche et d'être projetés au dehors pour happer la proie et la maintenir. Il est donc assez surprenant de rencontrer un Gymnosome, bien caractérisé d'ailleurs, conformé normalement au point de vue de la forme extérieure (corps, nageoires, pied, tentacules) et de la plupart des organes internes (cœur, rein, organes génitaux), mais qui présente, d'autre part, une régression des parties buccales allant jusqu'à la disparition complète de tous les organes préhensiles, et montre dans tout le tube digestif des anomalies remarquables qui ont leur répercussion sur le système nerveux.

Long de 13^{mm} ou 14^{mm} jusqu'au sommet de la tête, cet animal, pour lequel je propose le nom générique de *Laginiopsis* (*Lagin. triloba* n. g., n. sp.), porte au point où est généralement située la bouche, un appendice à peu près long comme la moitié du corps, rappelant par sa forme un pistil de Liliacée, et ne ressemblant en rien à une trompe de Gymnosome. Rétréci sur une certaine longueur, cet appendice s'épanouit au sommet en trois lobes charnus, un médian et deux latéraux, au centre desquels, et un peu dorsalement, s'ouvre l'orifice antérieur du tube digestif. Sous les lobes latéraux pend de chaque côté un petit appendice conique, effilé. Sous la loupe, ces lobes ne contiennent aucun organe, si ce n'est les deux ganglions buccaux, bien développés,

et dont les connectifs très longs suivent le trajet du tube digestif jusqu'aux ganglions cérébroïdes situés dans la partie céphalique. L'œsophage, mince, incolore, transparent, traverse l'anneau nerveux et, aussitôt après, s'élargit dorsalement en une tubérosité qui remonte vers la partie antérieure, puis se continue en une vaste poche ou jabot, à parois toujours minces et non glandulaires, qui s'étend en formant de nombreux plis flasques, jusqu'à l'extrémité postérieure du corps. Cette poche a une capacité considérable; il semble qu'une fois pleine elle doit être capable de distendre les parois du corps. De sa partie inférieure part en remontant un conduit peu à peu rétréci, qui se rend à une glande de couleur jaune, assez grosse, située transversalement dans la cavité abdominale, peu au-dessous de l'anus. C'est là certainement l'équivalent du foie des autres Gymnosomes, dont le débouché dans le canal alimentaire marque l'emplacement morphologique de l'estomac; ici, il est reporté tout près de la terminaison du tube digestif par le développement de l'œsophage et de l'énorme jabot dont je viens de parler. Et c'est tout; pas de bulbe buccal, ni de glandes salivaires; pas de sacs à crochets, de bras à ventouses, ni de radula.

Par la position des ganglions buccaux, la direction que prennent les six ou sept nerfs qui en partent et dont l'un, médian, forme deux autres ganglions plus petits, il semble que c'est dans le lobe médian de la trompe qu'il faut voir tout ce qui reste du bulbe buccal, et dans les lobes latéraux, ses annexes, les sacs à crochets, tandis que les petits appendices tentaculiformes seraient les représentants des cônes buccaux. Tout cela serait définitivement dévaginé, incapable de rentrer désormais dans le corps. Je ne puis donner cette interprétation que comme une hypothèse; mais, à mon avis, c'est la seule possible.

Quant à assigner à cet animal une place dans une des familles déjà existantes, cela paraît tout à fait impossible. Par un point important, l'absence complète d'armature buccale, *Laginiopsis* s'oppose à tous les autres Gymnosomes, dont les organes buccaux, diversement développés, semble dans les divers groupes se balancer et se suppléer l'un l'autre, l'un au moins étant toujours très développé. Or ces organes, qui dominent toute la biologie de ces animaux, sont ceux qui doivent, semble-t-il, jouer le plus grand rôle dans leur classification, et passer bien avant les branchies, et surtout avant le pied, organe rudimentaire, dont les variations n'ont qu'une faible importance. Tout l'effort de l'évolution dans cet ordre de Mollusque a porté sur le développement de ces organes préhensiles; et cet effort a produit des séries évolutives divergeant à partir d'un type moyen, sujet à des flottements, à des tâtonnements, pourrait-on dire, pour aboutir à quelques formes extrêmes et bien caractérisées par l'atrophie plus ou moins complète de l'un ou l'autre de ces organes, compensée par le développement exagéré d'un autre, des bras à ventouses chez les *Pneumoderma;* des sacs à crochets

chez quelques *Clione*, les *Cephalobrachia*; de la trompe chez *Cliopsis*, et aussi chez *Laginiopsis*, mais chez celui-ci d'une façon toute différente.

Basée sur ces considérations, la classification naturelle des Gymnosomes sera alors établie comme le montre le tableau suivant :

Sous-ordre. — I. Radula à plus de 3 dents par rangée; des sacs à crochets; mâchoire présente ou absente. 8 ganglions au système nerveux central :

1re famille : Pneumodermatidæ (type : *Pneumoderma* Cuv.). — Des ventouses; pas de cônes buccaux; trompe peu développée.

2e famille : Clionidæ. — Pas de ventouses; des cônes buccaux (manquent parfois); trompe peu développée ou nulle.

a. Sous-famille : *Notobranchæinæ* (type : *Notobranchæa* Pels.). — Radula à deux sortes de dents; une mâchoire; des branchies.

b. Sous-famille : *Clioninæ* (type : *Clione* Pall.). — Radula à deux sortes de dents; ni mâchoire, ni branchies.

c. Sous-famille : *Thliptodontinæ* (type : *Thliptodon* Boas). — Radula à trois sortes de dents; ni mâchoire, ni branchies.

3e famille : Cliopsidæ (type : *Cliopsis* Trosch.). — Ni ventouses, ni cônes; trompe très développée, plus longue que le corps.

II. Radula à 3 dents par rangée; pas de sacs à crochets; une mâchoire. 7 ganglions au système nerveux central :

4e famille : Anopsidæ (type : *Anopsia* Gist., = *Halopsyche* Kef.).

III. Ni radula, ni sacs à crochets, ni mâchoire. 9 ganglions au système nerveux central :

5e famille : Laginiopsidæ (type : *Laginiopsis* n. g.).

PHYSIOLOGIE. — *Utilisation des diastases tissulaires pour la détermination de l'organe dont l'insuffisance fonctionnelle est la cause d'un état pathologique déterminé. — Application de cette méthode clinique à l'étude du rôle physiologique de certains organes.* Note (1) de **M. F. Maignon**, présentée par M. E. Leclainche.

La spécificité d'organe des diastases tissulaires, que nous avons établie dans notre précédente Note, nous a permis de déterminer, dans plusieurs cas, l'organe dont l'insuffisance fonctionnelle était la cause d'un état patho-

(1) Séance du 20 février 1922.

logique donné. Nous examinerons successivement le cas de la *maladie de Basedow*, de l'*eczéma* et des *troubles digestifs d'origine thyroïdienne*.

Maladie de Basedow. — Cette affection, que l'on a considérée longtemps comme une manifestation d'hyperthyroïdisme, a été attribuée récemment par Swieciki à un trouble surrénal et ovarien. Une première malade, âgée de 28 ans, sans goître ni exophtalmie, reçut, pendant cinq mois consécutifs, 1^{mg} de diastases thyroïdiennes, tous les deux jours, soit en injection sous-cutanée, soit en ingestion. On obtint ainsi une amélioration de l'état général, avec augmentation de poids et ralentissement du pouls, mais aucune action sur les signes nerveux de basedowisme. On administra alors, pendant six semaines et quotidiennement, les diastases de thyroïde, d'ovaire et de surrénale (1^{mg} de chaque) et, au bout de trois semaines, on constata la disparition des symptômes nerveux. Sur une deuxième malade, âgée de 54 ans, avec léger goître, les diastases thyroïdiennes amenèrent, en vingt jours, une amélioration importante de l'état général et de l'état nerveux. Enfin, sur une troisième malade, âgée de 52 ans, sans goître, mais avec exophtalmie, on obtint une première amélioration en vingt jours d'administration de diastases ovariennes; puis cette amélioration, qui porta à la fois sur l'état général et nerveux, s'accentua beaucoup avec les diastases thyroïdiennes, données pendant quatre mois, et se poursuivit encore avec les diastases surrénales qui terminèrent le traitement. La malade augmenta de 6^{kg}; le nervosisme et l'émotivité disparurent complètement; l'exorbitisme diminua surtout avec les diastases surrénales. Il faut en conclure que la maladie de Basedow est un syndrome qui peut relever de causes multiples, dont la détermination est possible par l'emploi des diastases tissulaires.

Eczéma. — Certains faits nous ayant amené à penser que le foie devait jouer un rôle dans la nutrition des téguments, nous en avons inféré que les diastases hépatiques donneraient peut-être des résultats dans le traitement de l'eczéma, et l'expérimentation clinique, effectuée chez le chien et chez l'homme, a pleinement confirmé cette manière de voir.

Nous avons expérimenté, nous et nos élèves, sur une cinquantaine de chiens, jeunes et vieux, atteints d'eczémas à formes variées, humides ou croûteux. Sur trois animaux seulement, l'administration de diastases hépatiques (1^{mg} en injection sous-cutanée tous les deux jours) demeura sans effet. Dans tous les autres cas, vers le cinquième ou le sixième jour, commença l'assèchement de la peau et la chute des croûtes. En 15 à 20 jours, la disparition complète des lésions fut obtenue; les poils repoussèrent, épais

et réguliers. Dans le tiers des cas environ, les diastases hépatiques laissèrent persister un peu de congestion du derme et de prurit qui disparurent par l'emploi de diastases thyroïdiennes.

Chez l'homme, nous ne possédons encore que quelques observations : Une femme, âgée de 45 ans, atteinte d'un eczéma papulo-vésiculeux du dos, des mains et des pieds remontant à 12 ans et qui avait résisté à tous les traitements; cet eczéma disparut en 15 jours d'administration de diastases hépatiques (1^{mg} par jour en ingestion). Autre résultat, tout à fait semblable, sur une femme de 50 ans. Disparition, également en 15 jours, d'un eczéma de la face et du corps sur un nourrisson de 15 mois, malade depuis sa naissance, avec un mélange de diastases de foie, estomac, intestin, pancréas. Par contre, l'eczéma sec séborréique de l'homme nous a paru plus rebelle.

Il est à remarquer que ce traitement ne supprime pas les poussées nouvelles; mais celles-ci sont très courtes, comme avortées, et vont en s'espaçant de plus en plus.

Action de la thyroïde sur les fonctions digestives. — La glande thyroïde possède des fonctions multiples que l'emploi des diastases tissulaires permettra de préciser.

Sur un enfant de 10 ans, atteint de troubles intestinaux depuis sa naissance et d'une croissance ralentie, l'administration de diastases thyroïdiennes, en même temps qu'elle agit sur la croissance, amena très rapidement la disparition définitive des troubles digestifs.

Un jeune homme de 15 ans, d'une taille de $1^{m},60$, avait un développement cérébral insuffisant, en même temps qu'il présentait des troubles profonds de la nutrition et de la digestion gastrique, une véritable apepsie. L'administration des diastases thyroïdiennes amena, en un mois, le fonctionnement normal de l'estomac, avec relèvement de l'appétit, alors que les diastases d'estomac n'avaient produit aucun effet. Après trois mois de médication thyroïdienne, le sujet avait pris 6^{kg} et grandi de 6^{cm}. Au bout de six mois, l'augmentation de poids était de 15^{kg} et l'amélioration de l'état cérébral très importante.

Interprétation de certains effets de l'administration de diastases tissulaires dans des états pathologiques complexes. — Nous avons montré, dans notre précédente Note, que les diastases tissulaires ne peuvent, en aucun cas, produire de trouble d'hyperfonctionnement. Leur administration à des sujets sains passe toujours inaperçue. Sur des sujets atteints d'insuffisance fonctionnelle d'un ou de plusieurs organes, l'interprétation des résultats peut être compliquée, du fait que le rétablissement fonctionnel d'un organe peut

amener des troubles nouveaux si l'insuffisance primitive avait été compensée. L'action compensatrice, persistant après disparition de la cause qui l'avait provoquée, peut à son tour entraîner une perturbation, qui n'est généralement que passagère, un nouvel équilibre, plus normal, ne tardant pas à se substituer à l'ancien.

L'administration de diastases thyroïdiennes, qui demeure sans effet sur les sujets sains, pourra provoquer des troubles nouveaux et passagers sur des sujets atteints d'insuffisance de la glande thyroïde, en raison des corrélations fonctionnelles de cette glande avec d'autres organes, corrélations qui aboutissent toujours à l'établissement d'un certain équilibre dont le traitement amène la rupture. Chez certains sujets, la diminution de la tonicité et de l'irritabilité de la musculeuse intestinale peut être compensée par une exagération de l'influx nerveux moteur et ne pas produire de constipation. On conçoit alors que l'administration de diastases intestinales (musculeuse et muqueuse réunies), en rétablissant la nutrition et l'activité fonctionnelle de l'organe, entraîne une exagération du péristaltisme et par suite, de la diarrhée, qui est, dans ce cas, la conséquence d'une exagération de la commande nerveuse et non d'un trouble hyperfonctionnel de l'intestin.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les conditions physiologiques relatives à la parure nuptiale périodique chez les Oiseaux.* Note de M. J. **Benoit**, présentée par M. Widal.

Dans le but d'étudier le déterminisme des caractères sexuels secondaires chez certains Oiseaux, nous avons porté notre attention sur quelques espèces exotiques dont le mâle présente tous les ans, pendant l'été, à l'époque de la reproduction, un changement de couleur très caractéristique. Nous avons choisi le *Pyromelana franciscana* et l'*Hypochera chalybeata*, vulgairement appelés, l'un *Ignicolore* ou *Multicolore*, l'autre *Combassou* ou *Combasson*.

Pendant la saison froide, les mâles et les femelles de ces deux espèces sont presque impossibles à distinguer les uns des autres : les couleurs du plumage sont identiques dans les deux sexes. Sans entrer dans trop de détails descriptifs, disons que, en hiver, l'Ignicolore (mâle ou femelle) porte des plumes d'une coloration noir brun. Le ventre est blanc. Lorsque apparaissent les premiers beaux jours, les couleurs du mâle se modifient : la

tête et le ventre deviennent d'un beau noir, et une large et magnifique collerette de plumes rouge vermillon apparaît sur la nuque et la gorge de l'oiseau. Cette superbe parure de noce dure tout l'été, et régresse lentement, à la fin de la période des amours.

Le Combassou (mâle ou femelle) présente aussi en hiver un plumage terne. Lorsque le mâle entre dans la période de reproduction, son plumage devient entièrement noir bleu marine, à l'exception de quelques plumes des ailes et de la queue.

La parure de noces du mâle constitue donc, chez ces deux espèces, un caractère sexuel secondaire à évolution cyclique annuelle. Nous basant sur ce fait que chez tous les Vertébrés l'apparition des caractères sexuels secondaires sont sous la dépendance de la sécrétion interne du testicule, comme M. Pézard, notamment, l'a montré avec une grande précision chez les oiseaux, nous avons étudié la structure histologique de cet organe chez les Ignicolores et les Combassous, aux divers stades du cycle évolutif de leur parure de noces, afin de tenter de préciser le substratum histologique de la sécrétion interne qui détermine ce caractère sexuel.

Nous avons évité d'utiliser les techniques histologiques banales, qui ne renseignent pas assez exactement, pour des objets aussi délicats, sur l'état physiologique des cellules. Nous nous sommes servi d'une méthode cytologique, qui met bien en évidence les états de repos ou d'activité sécrétoire des éléments cellulaires.

Voici les faits que nous avons observés :

En ce qui concerne l'Ignicolore, nous avons étudié les testicules d'Oiseaux qui perdaient leur parure, qui l'avaient complètement perdue depuis quelque temps, et qui étaient en train de la reprendre depuis un mois [1]. Dans les trois cas, les tubes séminifères sont au repos complet : ils renferment des cellules de Sertoli et de grosses spermatogonies d'hiver. Le tissu interstitiel au contraire présente des différences marquées :

1° et 2° Dans le cas de l'Ignicolore en train de perdre sa parure de noces et de l'Ignicolore complètement dépourvu de cette parure, le tissu interstitiel, très abondant comparativement au volume des tubes séminifères, est cons-

---

[1] Il est assez difficile de distinguer les Ignicolores qui perdent de ceux qui acquièrent leurs couleurs. Cependant les plumes des premiers sont complètement développées, et elles tombent. Celles des seconds, au contraire, présentent diverses tailles : elles sont en voie de croissance. Mais la meilleure garantie est encore de suivre les Oiseaux avant de les tuer. On est ainsi certain que la parure régresse ou progresse.

titué par de nombreuses cellules à protoplasme très rare, et qui présentent tous les signes du repos glandulaire à peu près complet.

3° Le testicule des Ignicolores dont la livrée a réapparu depuis un mois présente, à côté des tubes séminifères embryonnaires, un tissu interstitiel qui sécrète très activement.

Nous avons fait la même étude dans les mêmes conditions, chez le Combassou :

1° Combassou en train de perdre ses couleurs : les tubes séminifères sont revenus au repos. Le tissu interstitiel est formé par de petites cellules, sécrétant peu ou pas.

2° Combassous complètement dépourvus de leur parure nuptiale. Dans un cas : aucun phénomène sécrétoire dans le tissu interstitiel abondant. Certaines cellules interstitielles sont bourrées de grains de pigment. Dans un autre cas : sécrétion discrète.

3° Combassous reprenant leurs couleurs depuis quelques semaines : la livrée est bleu marine. Il reste cependant encore sur le dos des plumes brun jaune, et des plumes blanches sur le ventre. Les tubes séminifères sont toujours au repos complet. Certaines cellules interstitielles augmentent de volume, et leur protoplasme contient des vacuoles de graisse.

4° Combassou ayant acquis la parure de noces complète. Les tubes séminifères sont un peu plus larges que dans les cas précédents. Dans certains d'entre eux apparaît déjà une lumière. Ils se préparent à la spermatogenèse. Entre ces tubes on voit des cellules interstitielles volumineuses. Elles sécrètent abondamment et contiennent des grains fuchsinophiles et osmiophiles.

5° Combassou ayant acquis sa parure de noces, comme le précédent : le testicule très augmenté de volume, est en pleine spermatogenèse; les tubes séminifères, très dilatés, contiennent tous les éléments de la lignée séminale, jusqu'aux spermatozoïdes. Le tissu interstitiel est réduit, dans les carrefours intertubulaires, à quelques cellules glandulaires, volumineuses, gorgées de produits de sécrétion, et orientées autour des capillaires sanguins.

Ces constatations nous amènent aux interprétations suivantes :

1° Il existe une *corrélation étroite entre l'état de la glande interstitielle testiculaire et l'état de la parure nuptiale.*

Quand ce caractère sexuel régresse ou est absent, les cellules interstitielles présentent tous les caractères morphologiques du repos fonctionnel presque complet (très peu de protoplasme et absence presque totale de produits sécrétés).

Quand la parure nuptiale fait son apparition, les cellules interstitielles commencent à présenter les caractères cytologiques d'éléments glandulaires (augmentation nette du volume du protoplasme et élaboration des produits de sécrétion).

Quand la parure nuptiale est complètement développée, les cellules interstitielles sont volumineuses et en plein travail sécrétoire.

2° Il n'existe *aucune corrélation entre ce même caractère sexuel et la glande séminale intratubulaire*.

Chez les Oiseaux dont la parure nuptiale se développe, les tubes séminifères sont encore au repos complet; ils ne renferment toujours que les cellules nourricières et les spermatogonies d'hiver. Ce n'est que chez les Oiseaux à parure nuptiale complètement développée ou sur le point de l'être que la spermatogenèse commence à s'installer.

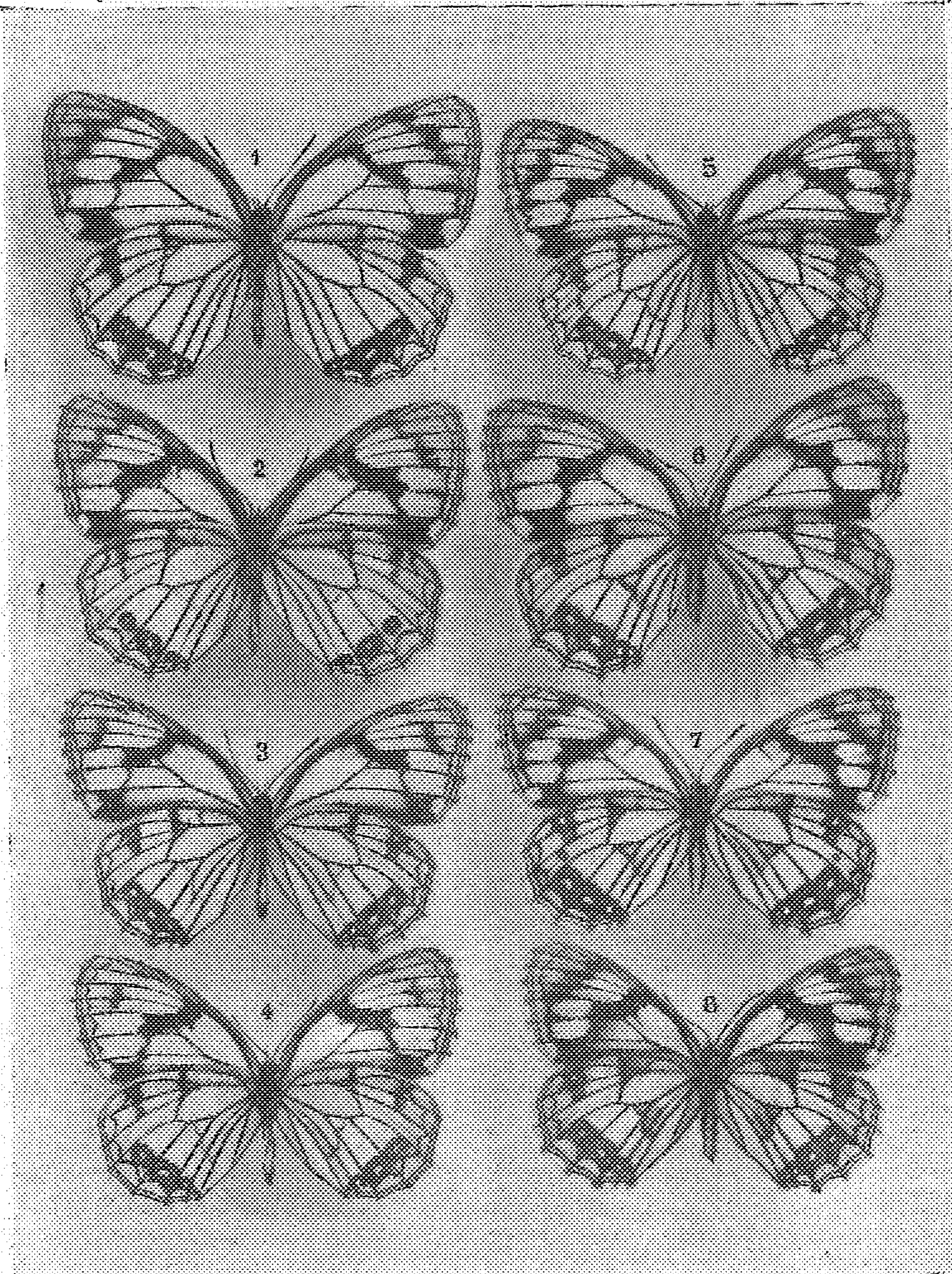
Par conséquent, puisque les caractères sexuels secondaires se développent alors que la glande séminale est toujours au repos, et alors que la glande interstitielle est en travail sécrétoire, nous avons le droit d'affirmer que les éléments sexuels n'ont aucune action sur ces mêmes caractères et que tout se passe comme s'ils étaient sous la dépendance de la glande à structure endocrine intertubulaire. Ces oiseaux rentreraient donc dans la loi générale établie tout d'abord chez les Mammifères, et confirmée chez les Oiseaux par des Cilleuls et surtout par les expériences de Massaglia.

BIOLOGIE. — *Convergence ou variation parallèle dans le genre* Halimede (Lépidopt. Satyridæ). Note (¹) de MM. **Ch. Oberthür** et **C. Houlbert**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'examen de nombreuses formes appartenant au genre *Halimede*, tel que nous l'avons défini dans notre dernière Note, nous a montré que, si ce genre est bien caractérisé par le dessin de ses ailes inférieures, ce dessin présente néanmoins des variations dont il est utile de fixer l'allure.

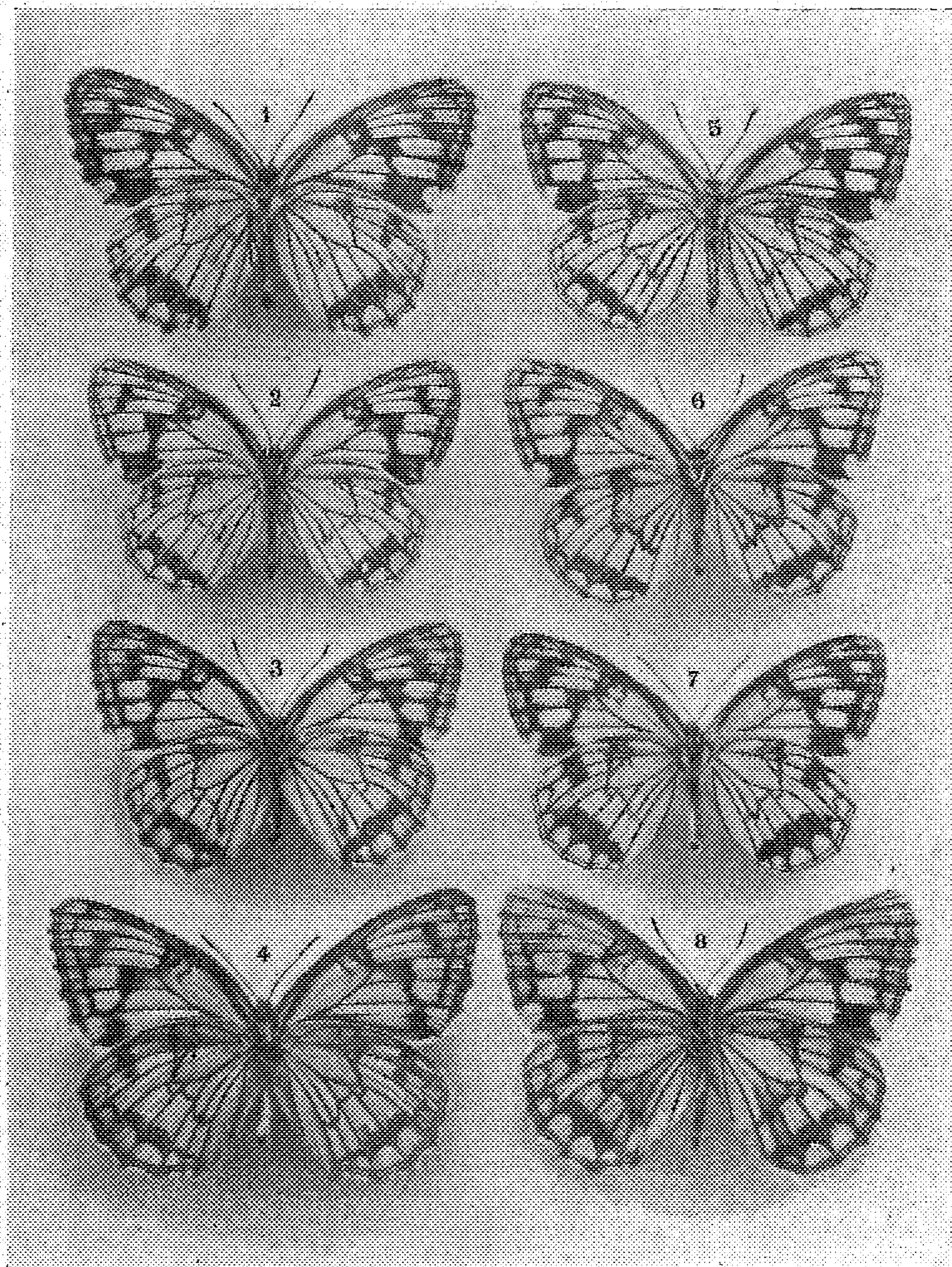
Nous avons réuni, sous les n^os^ 1, 2, 3, 4, etc., de la Planche I, huit exemplaires d'*Halimede asiatica* Obthr-Houlb. provenant des régions sud-occidentales de la Chine; or, quelle que soit la localité considérée, nous observons, dans le dessin de l'aile inférieure, en dessous, *une complication graduelle* des lignes transversales, laquelle, partant de la simple moucheture du bord antérieur (*fig*. 1), aboutit à l'élégant festonnement de la

(¹) Séance du 27 février 1922.



Les perfectionnements graduels du dessin des ailes inférieures (1 à 8)
chez *Halimede asiatica* Obthr-Houlb.

HALIMEDE MENETRIESI. *Pl. II.*



Les perfectionnements graduels du dessin des ailes inférieures (1 à 8)
chez *Halimede Menetriesi* Obthr-Houlb.

figure 8. Entre ces deux points extrêmes (1 et 8) de la variation nous pouvons placer tous les exemplaires d'*Halimede asiatica*.

Sur la Planche II, nous avons réuni de même huit formes typiques d'une autre lignée voisine, distincte de la première; ici, les exemplaires proviennent, en majorité, de la Sibérie orientale ou de la Mandchourie. Le dessin des ailes inférieures est bien du même gabarit que le précédent, mais avec une légère variante; la moucheture transversale du bord antérieur est plus compliquée; puis, dans l'angle formé par les nervures M_2 et M_3 à leur origine, se voit un petit arc noir convexe, qui ne se rencontre jamais dans la série précédente. Nous nommons l'espèce de Mandchourie *Halimede Menetriesi*, parce que c'est elle qui fut signalée pour la première fois, en 1859, par Ménétriés. Cette espèce présente, ainsi qu'on peut le voir, un schéma de variation absolument parallèle à celui d'*Halimede asiatica*.

Nous tirons de ce qui précède les conclusions suivantes :

1. Pour deux espèces bien définies, *Hal. asiatica* et *Hal. Menetriesi*, nous avons deux schémas de variations parallèles absolument concordants.

2. On sait que les espèces varient, mais il est souvent difficile de fixer l'amplitude des variations; ici, les limites sont nettes pour chaque série entre les n^os 1 et 8.

3. Les deux thèmes de variations que nous venons d'indiquer ne sont point spéciaux au genre *Halimede;* nous les retrouverons dans les genres *Arge*, *Melanargia* et *Parce;* ils répondent donc à une loi biologique générale que nous nous proposons d'étudier méthodiquement.

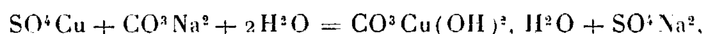
BIOLOGIE. — *Contribution à l'étude des bouillies cupriques.* Note de M. et M^me **G. Villedieu**, présentée par M. P. Viala.

Dans des Notes antérieures (¹) nous avons montré que les eaux de pluie ne pouvaient dissoudre de traces appréciables des sels de cuivre existant dans les bouillies neutres ou alcalines actuellement employées en viticulture; nous avons montré également en faisant vivre dans les solutions de cuivre des zoospores de *Phytophthora infestans* (mildiou de la pomme de terre), que même si des traces de cuivre étaient ainsi solubilisées elles ne sauraient entraver l'éclosion des conidies du mildiou et la germination des zoospores.

(¹) *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 360 et t. **172**, 1921, p. 335.

On peut facilement répéter ces expériences en utilisant une solution d'acide carbonique contenant 500^{mg} de ce gaz par litre qu'on sature par de l'oxyde de cuivre bleu hydraté dit de Péligot bien exempt d'alcali; après filtration on obtient un liquide riche en cuivre que l'on ensemence avec des conidies de phytophthora; celles-ci éclosent, les zoospores se fixent et germent normalement à + 14°. Cette expérience infirme les théories actuellement admises.

Dans les bouillies bourguignonnes, où l'on fait réagir en proportions équimoléculaires du sulfate de cuivre sur du carbonate de soude, on obtient



$$SO^4Cu + CO^3Na^2 + 2H^2O = CO^3Cu(OH)^2, H^2O + SO^4Na^2,$$

c'est-à-dire du sulfate de sodium et de l'hydrocarbonate bleu de cuivre qui en séchant à l'air, en présence du sulfate de soude, se déshydrate et donne de l'hydrocarbonate vert $CO^3Cu\,Cu(OH)^2$ ou malachite; ce composé est de tous les composés cupriques des bouillies le plus insoluble et son rôle dans les bouillies devient alors inexplicable.

Il nous a paru intéressant de rechercher si le sulfate de soude qui se forme dans cette réaction n'aurait pas une action sur les zoospores de mildiou. Ce sulfate de soude, séché avec l'hydrocarbonate et retenu par lui, est protégé des eaux de pluie par le revêtement insoluble que forme le précipité cuprique; mais, après un orage où lors d'une rosée, les gouttes d'eau qui séjournent sur une tache dissolvent le sulfate de soude resté inclus dans le produit cuprique.

Il nous a été permis de constater qu'une solution à 1^g,80 pour 1000 de SO^4Na^2 entravait singulièrement l'éclosion des conidies de phytophthora et qu'une solution à 2 pour 1000 l'empêchait complètement. Ce phénomène n'est pas particulier au sulfate de soude : des solutions à 1,50 pour 1000 de KCl, à 1,50 pour 1000 de NaCl, ou même à 2 pour 1000 de AzO^3K, grossièrement isotoniques au point de vue osmotique, avec une solution à 2 pour 1000 de sulfate de soude arrêtent complètement également la germination du mildiou.

Si l'on prend le mélange : SO^4Ca et CO^3Ca qui constitue le résidu des bouillies bordelaises neutres (ou alcalines, mais carbonatées) en ayant soin de prendre du sulfate de chaux (SO^4Ca, $2H^2O$) finement précipité comme celui des bouillies et mélangé de carbonate de chaux au préalable, et qu'on additionne ce mélange d'une eau contenant, comme l'eau de pluie, des traces de carbonate d'ammoniaque, on obtient, après agitation, contact et filtra-

tion, un liquide saturé de sulfate de calcium dans lequel l'éclosion des conidies de phytophthora est singulièrement entravée.

Si une conidie vient par hasard à éclore, ce n'est qu'avec un retard très appréciable, atteignant quelquefois plusieurs heures, sur l'éclosion des conidies d'une préparation témoin sur l'eau distillée ou sur une eau légèrement cuivrée.

Ceci explique les insuccès qu'ont signalés maints auteurs, et qu'ils ont déclaré avoir éprouvés, à faire germer du *Plasmopara viticola* dans des eaux de puits ou de rivières ou même dans des eaux mal distillées, contenant des sels divers. Tous ont, par contre, reconnu que dans l'eau de pluie ou de rosée ou même dans l'eau bidistillée, la germination s'effectue régulièrement. Les conidies de mildiou semblent, comme beaucoup de graines, être dans l'impossibilité de germer dans des solutions salines suffisamment concentrées : toutes les expériences faites jusqu'à ce jour l'ont fait prévoir et celles que nous venons de signaler le démontrent suffisamment.

Toutes les bouillies, en dehors de leur alcalinité ou de leur acidité, peuvent donc agir par la simple solution des sels adjoints aux sels de cuivre : sulfate de calcium dans les bouillies bordelaises ou sulfate de sodium dans les bouillies bourguignonnes, auxquels viennent s'ajouter les sels déposés par les eaux ayant servi à leur préparation.

Sans le concours problématique du cuivre, ce simple fait, d'ordre connu, suffit donc pour expliquer l'action anticryptogamique de ces bouillies.

BIOLOGIE. — *Sur le déterminisme des caractères sexuels secondaires chez les Urodèles.* Note [1] de M. **M. Aron**, présentée par M. Widal.

Dans une Note récente [2], M. Champy tente de réfuter les observations morphologiques et expérimentales que nous avons faites chez *Triton cristatus*, et à la suite desquelles nous avons établi que le tissu glandulaire périodique du testicule, découvert par Pérez, tient sous sa dépendance chez cette espèce, le développement de la parure nuptiale [3]. Nous ne

---

[1] Séance du 27 février 1922.

[2] *Comptes rendus*, t. **174**, 1922, p. 192-195.

[3] *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 57, et t. **174**, 1922, p. 332; *C. R. Soc. Biol.*, t. **85**, p. 482.

méconnaissions nullement, en nos communications précédentes, les travaux de M. Champy. L'auteur dans sa dernière Note ne fait que confirmer la plupart des conclusions auxquelles il était arrivé antérieurement. Précisons les raisons sur lesquelles s'appuie notre opinion.

A. Constatations morphologiques. — 1° *Formation et signification morphologique du tissu glandulaire.* — Nous venons d'écrire que M. Champy confirme la plupart de ses conclusions antérieures, non pas toutes. En effet, en ce qui concerne l'origine et la signification du tissu glandulaire, on note dans les idées de M. Champy trois stades : *a.* Le tissu glandulaire, issu de la prolifération des cellules de Sertoli, comporte la signification d'une glande endocrine (1913) (1). *b.* La formation du tissu glandulaire ressortit à la phagocytose des spermies; sa signification est celle d'une réserve de « lécithines » (1921) (2). *c.* « Le tissu adipeux provient de la transformation des spermies » (1922, *loc. cit.*). Sans vouloir revenir sur les points établis au cours de nos travaux précédents, nous insistons sur ce fait que la prolifération des cellules de Sertoli (d'où résulte leur organisation ultérieure en un amas endocrinien) est commandée, non par la régression, mais par l'élimination des spermies. Quant à l'évolution glandulaire des éléments qui prolifèrent, elle est évidente (3).

2° *Concomitance entre la présence du tissu glandulaire et l'existence de la parure.*

M. Champy la nie, et, pour la nier, s'appuie sur le fait que la parure de noces apparaîtrait au complet avant qu'il n'y eût de tissu glandulaire dans le testicule. L'auteur base sa conclusion sur une centaine d'autopsies. Nous basons le nôtre sur un nombre presque égal d'observations. Mais M. Champy reconnaît qu'il a « rejeté », dans ses investigations, l'espèce *cristata* que nous avons étudiée. Or nous avons précisé ce qu'il faut, chez *Molge cristata*, considérer comme caractères sexuels périodiques : crête dorso-caudale, ligne argentée caudale, développement et pelotonnement du canal de Wolff. Il y aurait grand intérêt à savoir la signi-

---

(1) *Archives de Zool. expér. et gén.*, t. 59, fasc. 2.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 482.

(3) Les cellules deviennent volumineuses; leur abondant protoplasme renferme de nombreuses granulations mitochondriales et des enclaves osmio-réductrices. Leur prolifération est suivie de la disparition de la paroi du cyste et de leur mise en rapport avec le tissu conjonctif.

fication réelle de ceux sur lesquels M. Champy fonde les conclusions tirées de l'observation de l'espèce *alpestris*. Nous ne saurions en effet qu'acquiescer à l'idée qu'il y a des caractères dont le déterminisme complexe peut échapper à l'action du testicule. Si là n'était pas la source de l'erreur de M. Champy, il faudrait la rechercher dans le fait que le tissu glandulaire, à cause de son étroite localisation, n'a pas été intéressé par les coupes que l'auteur a examinées.

Les caractères sexuels périodiques de *Triton cristatus* disparaissent d'autre part en même temps que ce dernier régresse. M. Champy veut bien reconnaître cette deuxième concomitance; mais, pour l'interpréter, il recourt à une « survivance de l'hormone fixée par le tissu adipeux » et disparaissant avec lui. Si l'on néglige l'hypothèse de la fixation de l'hormone, cela revient à dire que le prétendu « tissu adipeux » (1) constitue bien en somme le point de départ de l'action exercée sur l'organisme. En admettant, comme M. Champy, que nos expériences de galvano-puncture ne fissent que confirmer les faits d'évolution, elles renforceraient déjà sérieusement notre théorie. Mais elles prouvent en outre que les spermies — ménagées dans l'intervention en question, en de nombreux cystes intacts — ne jouent aucun rôle dans le déterminisme des caractères sexuels.

B. Constatations expérimentales. — Nous avons pratiqué plus de 60 interventions opératoires. Les principales sont résumées dans nos Communications précédentes. Toutes ont abouti à des résultats concordants. M. Champy les rejette au moyen des objections suivantes :

1° *La parure nuptiale des Tritons est sensible au traumatisme.* — On admettra aisément que nous nous soyons, avant M. Champy, inquiété d'une telle objection. Nous avons pratiqué de nombreuses opérations témoins. Or en aucun cas nous n'avons observé qu'une opération, si grave et si longue qu'elle fût, pût entraîner plus qu'une légère et passagère régression des caractères sexuels, quand le tissu glandulaire était ménagé bi- ou unilatéralement, et l'animal nourri sitôt que possible après l'intervention.

2° *La parure nuptiale des Tritons est sensible à la captivité.* — Le fait suivant nous dispensera de longs commentaires : une quinzaine de tritons

---

(1) Cette expression de « tissu adipeux », outre qu'elle est inexacte, prête à l'équivoque et induit à la confusion avec le « corps adipeux » qu'on observe chez tous les Batraciens au voisinage des glandes génitales.

mâles, maintenus en étroite captivité dans une pièce bien chauffée, de septembre 1921 à février 1922, mais soigneusement alimentée, ont présenté sans interruption, durant cette période, une parure magnifique. Tous ceux qui ont été autopsiés avaient dans leur testicule un tissu glandulaire bien développé.

3° *La parure nuptiale des Tritons est sensible au jeûne.* — C'est vrai; une conséquence de cette proposition est qu'il faut nourrir les tritons en expérience. Le jeûne provoque assez rapidement une régression de la parure, et c'est un argument de plus en faveur de notre théorie : le jeûne suspend en effet la genèse du tissu glandulaire. Un jeûne prolongé entraîne même la dégénérescence graisseuse du testicule. Mais on conviendra qu'on ne saurait assimiler au tissu glandulaire (c'est ce que semble faire M. Champy si nous comprenons bien le passage de sa Note relatif aux effets du jeûne), tissu spécifique de par son origine, son mode de formation et son rôle, le produit de la dégénérescence graisseuse d'un organe.

En résumé les conclusions de nos précédentes Communications sur le déterminisme des caractères sexuels secondaires des Urodèles demeurent entières.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Solubilisation et dégradation diastasique des matières azotées du maïs; application aux fabriques de levure.* Note de M. **P. Nottin**, présentée par M. L. Lindet.

Les distillateurs de grains cherchent aujourd'hui à augmenter les rendements en levure, au détriment du rendement en alcool, dont la vente n'est plus rémunératrice. Une des conditions essentielles est de produire des moûts riches en matières azotées, solubilisées et dégradées. Cette solubilisation et cette dégradation pourraient être effectuées par la peptase et la tryptase du maïs employé; mais celui-ci doit subir la cuisson pour mettre son amidon en état d'être saccharifié par le malt, en sorte que les enzymes du maïs sont tués et que la digestion des matières azotées ne peut plus être demandée qu'aux enzymes du malt.

I. Pour caractériser la dégradation des matières azotées, j'ai dosé dans les moûts filtrés les matières azotées qui ne coagulent pas par le bisulfate de mercure, dosage qu'il faut distinguer de celui des matières azotées totales

contenues dans les mêmes moûts filtrés. Pour détruire les diastases du maïs dans certaines expériences, j'ai eu recours à l'action, pendant 1 heure, du bisulfate de mercure sur la farine en suspension dans l'eau; le réactif est éliminé ensuite par l'eau de baryte.

Pour 100g de farine employée :	Après :	Matières azotées totale.	Matières azotées non coagulable.
A. Digestion, au contact de l'eau, de maïs cru, privé de ses enzymes par le bisulfate de mercure	45h	0g,63	0g,44
B. Digestion, au contact de l'eau, de maïs cru, contenant ses enzymes	45	1,98	1,24
C. Digestion, au contact d'eau de malt, de maïs cru contenant ses enzynes	42	1,70	0,87
	45	2,01	1,53
	93	2,51	1,78
D. Digestion, au contact d'eau de malt, de maïs privé de ses enzymes par la cuisson	42	1,09	0,44
	45	1,22	0,58
	93	1,30	0,58

Ce Tableau permet de constater, en comparant B et D, l'action des ferments protéolytiques du maïs cru, agissant à 60°. Si l'on rapproche A et B, on voit que les matières azotées non coagulables ont triplé sous l'action de la tryptase du maïs (l'azote total de A n'est pas comparable à celui de B, le bisulfate de mercure ayant certainement coagulé de la matière azotée en même temps qu'il détruisait les enzymes). Dans la colonne C, les actions des diastases du maïs et du malt se superposent; en comparant B et C, on ne voit pas l'action du malt, tandis que l'action trypsique est manifeste, la proportion de l'azote non coagulable pour 100 d'azote total du moût passant de 62,6 pour 100 en l'absence de malt (B) à 76,1 pour 100 en présence de malt (C).

L'action prolongée du malt sur le maïs cuit (D) ne favorise pas la dissolution des protéines comme elle le fait sur le maïs cru (C). Mais la tryptase du malt agit sur les matières azotées solubles du maïs cuit puisque la teneur en matières azotées non coagulables est 0g,58 dans un moût de maïs cuit saccharifié par le malt (D), alors qu'elle est 0g,44 dans ce même maïs en l'absence de tout phénomène diastasique (A). Cette différence, 0g,14, se retrouve dans une autre expérience. Là, je saccharifie par le malt séparément 80g de maïs cuit et 20g de maïs cru; et je compare la somme des résultats ainsi obtenus à une saccharification du mélange 80g de maïs cuit + 20g de maïs cru. La matière azotée totale du moût filtré est la même dans les deux cas, montrant une action nulle de la peptase sur le maïs cuit,

quelle que soit l'origine de cet enzyme; la matière azotée non coagulable provenant du mélange dépasse de 0g,13 la somme des expériences séparées, ce qui confirme l'action de la tryptase.

II. Les expériences précédentes nous amènent à conclure que, pour disposer du maximum de matières azotées assimilables par la levure, il faut éviter de tuer par la chaleur les enzymes contenus dans le maïs cru; cette manière de faire est en opposition avec la nécessité de transformer en empois l'amidon que l'amylase du malt va saccharifier. Dans ces conditions, il m'a semblé que l'on peut concilier ces deux faits de la manière suivante:

La farine de maïs crue, sans malt, est laissée au contact de l'eau à 60°: la matière azotée se dissout dans le liquide; par filtration, la drèche est séparée du liquide et cuite; sur l'empois, on remet le liquide précédemment filtré, puis on saccharifie par le malt. J'ai recherché si cette méthode (A) permet d'augmenter en effet le rendement en levure, en la comparant avec e procédé ordinaire (B), c'est-à-dire cuisson du maïs sans macération préalable.

Pour 100g de farine de maïs :	A.	B.
Hydrates de carbone (en glucose)	71,92	72g,44
Matières azotées dissoutes totales	2,05	1,45
Matières azotées non coagulables	1,05	0,63
Rendement en levure sèche	2,31	1,33

On peut objecter que ces moûts n'ont pas la même composition. Aussi ai-je préparé deux autres moûts, l'un de maïs cru, l'autre de maïs cuit; puis, par dilution, j'ai égalisé les teneurs en azote total, et, par dissolution de sucres appropriés, j'ai uniformisé la teneur en hydrates de carbone. Un même volume de ces moûts, ne correspondant pas au même poids de maïs, a donné après fermentation :

Pour 300cm³ de moût :	Maïs cru.	Maïs cuit.
Levure sèche	0g,557	0g,348
Alcool en poids	6g,40	5g,87

En résumé, grâce au procédé proposé qui permet de conserver les enzymes de maïs, on obtient une meilleure utilisation des protéines de cette céréale et une augmentation du rendement en levure pour 100kg de grains.

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1922.

Études glaciaires dans les Pyrénées françaises et espagnoles de 1900 à 1909, par Ludovic Gaurier. Pau, Garet-Haristoy, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. le Prince Bonaparte.)

La T. S. F. des amateurs, par Frank Duroquier. Paris, Masson et Cie, 1922; 1 vol. 18cm.

Calcolo del titolo più economico di un gas misto di gas ricco e povero, par C. Canovetti. Extrait de l'*Industria del gas e degli Acquedotti*, nº 9, septembre 1921. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Notes ptéridologiques, par le Prince Bonaparte. Fascicules X et XI. Paris, chez l'auteur, 1920; 2 vol. 20cm.

Traité de métapsychique, par Charles Richet. Paris, Félix Alcan, 1922; 1 vol. 25cm.

Électricité et matière, par Sir J.-J. Thomson. Paris, Gauthier-Villars, 1922; 1 vol. 16cm.

Les organes réglants des chronomètres, par J. Andrade. Besançon et Bienne. E. Magron, 1922; 1 vol. 19cm.

Théorie mathématique des assurances, par P.-J. Richard. Tomes I et II. Paris, Octave et Gaston Doin, 1922; 2 vol. 28cm. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Éther ou relativité, par Maurice Gandillot. Paris, Gauthier-Villars, 1922; 1 vol. 18cm.

Nouvelle méthode de calculs différentiel et intégral à la portée de tous, par E.-E. Marchand Bey. Première partie chez l'auteur, 1922; 1 vol. 23cm.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 30 janvier 1922.)

Note de M. *Armand Cahen*, Sur les équations différentielles du premier ordre à points critiques fixes :

Page 278, avant-dernière ligne, *au lieu de* ($X = 0, Y = 0$), *lire* ($X = \infty, Y = 0$).

(Séance du 13 février 1922.)

Note de M. *Maurice Janet*, Les caractères des modules de formes et les systèmes d'équations aux dérivées partielles :

Page 432, dernière ligne, *au lieu de* σ''_{n+1}, *lire* σ''_{n-1}.

Page 433, ligne 2, après σ''_{n-1}, remplacer les points par etc....; lignes 6 et 8, supprimer les points avant σ_2 et σ_{n-1}.

Page 434, ligne 9, ajouter les mots : certaines dérivées d'*ordre* $p + \lambda$ de u :

(Séance du 27 février 1922.)

Note de MM. *A. Policard* et *G. Mangenot*, Action de la température sur le chondriome cellulaire. Un critérium physique des formations mitochondriales :

Page 645, ligne 25, *au lieu de* une algue, *Saprolegnia*, *lire* un champignon, *Saprolegnia*.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 MARS 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur une propriété des émulsions photographiques et l'enregistrement des étoiles, pendant les éclipses totales de Soleil, en vue de la vérification de l'effet Einstein.* Note de M. **Maurice Hamy**.

Au cours d'expériences, nécessitant un ciel très pur, amorcées l'été dernier, à grande altitude, dans le massif du mont Blanc, en vue d'étudier les conditions de possibilité de la photographie des étoiles en plein jour, j'ai constaté une propriété des émulsions photographiques méritant d'être signalée.

Ces expériences font intervenir des étoiles artificielles dont les images projetées sur le fond du ciel, par une glace transparente, forment autant d'astres possédant des grandeurs bien déterminées. Ces astres sont photographiés, à travers un écran rouge foncé, de deux façons différentes, sur une émulsion convenablement sensibilisée : 1° en arrêtant la lumière du fond du ciel, c'est-à-dire en opérant comme en pleine nuit; 2° en faisant agir simultanément la lumière des astres artificiels et celle du fond du ciel. Dans l'un et l'autre cas, la durée de pose est exactement la même [1]; les clichés, pris sur une même plaque, sont d'ailleurs développés ensemble. Le phénomène observé est le suivant :

La durée de pose étant réglée de façon à fournir, dans le premier cas, une trace perceptible des astres, jusqu'à la 5e grandeur, les clichés obtenus, dans le second cas, portent la trace perceptible des astres, jusqu'à la

---

[1] Voir, pour les conditions expérimentales, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 691.

7[e] grandeur ou à fort peu près. Dans la première hypothèse, le fond des clichés n'est pas impressionné; dans le second, ce fond, légèrement impressionné par la faible proportion de radiations rouges, émises par le ciel, est de teinte gris clair.

Ainsi la lumière résiduelle, émanant du ciel, a pour effet de faciliter l'inscription des images des astres faibles.

Reste à savoir si l'on obtiendrait un résultat équivalent en faisant un troisième cliché impressionné successivement par le ciel, puis par les astres seuls, toujours avec le même temps de pose. Quoi qu'il en soit, l'action signalée est à rapprocher du fait connu de l'augmentation de sensibilité des plaques, par une exposition préalable à une lumière très faible, juste suffisante pour ne pas provoquer un voile irrémédiable.

La propriété en question tend d'ailleurs à montrer que la photographie des étoiles autour du Soleil, lors d'une éclipse totale, en vue de vérifier l'effet Einsten, doit être entreprise avec des temps de pose plutôt un peu inférieurs à ceux qui conviennent, pour obtenir leur inscription en pleine nuit. Il y aurait, sous ce rapport, des expériences spéciales à entreprendre.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les réseaux qui sont harmoniques à une congruence* C. L. *et conjuguée à une autre congruence* C. L. Note de M. **C. Guichard.**

Soient M un point qui décrit un réseau, G une congruence conjuguée à ce réseau, H une congruence harmonique. Je suppose que G et H appartiennent respectivement aux complexes linéaires Γ_1 et Γ_2. On peut toujours, par une homographie, ramener ces deux complexes à avoir le même axe ou des axes parallèles. Je suppose les axes des complexes parallèles au troisième axe de coordonnées. Si l'on projette sur un plan perpendiculaire à cet axe, le réseau M a pour projection un réseau (m). Ce réseau plan sera Ω_{00}, puisque M est conjugué à G; il sera $2\Omega_{11}$, puisque M est harmonique à H.

Soient ξ_1, ξ_2; η_1, η_2 les paramètres normaux du réseau (m) qui satisfont aux équations

$$(1) \qquad \frac{\partial \xi}{\partial v} = n\eta, \qquad \frac{\partial \eta}{\partial u} = m\xi.$$

Le réseau (m) étant $2\Omega_{11}$, les équations (1) admettent deux systèmes de solutions ξ_3, ξ_4; η_3, η_4 telles que

$$(2) \qquad [\xi, \eta] = \xi_1\eta_2 + \xi_2\eta_1 + \xi_3\eta_4 - \xi_4\eta_3 = 0.$$

Les réseaux (m) étant Ω_{00}, on aura

(3) $$\xi_1\eta_2 - \xi_2\eta_1 = -mU + nV$$

et par suite

(4) $$\xi_3\eta_4 - \xi_4\eta_3 = mU - nV.$$

Il en résulte que si un réseau plan (n) a pour paramètres normaux de ses tangentes ξ_3, ξ_4 ; η_3, η_4, ce réseau (n) sera aussi Ω_{00} et $2\Omega_{11}$. Il en est de même des réseaux qui correspondent à (m) et (n) par orthogonalité.

Je détermine X_1, X_2, X_3, X_4 par les équations

(5) $$\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{\partial X_k}{\partial u} = h\xi_k, & \dfrac{\partial h}{\partial v} = lm, \\ \dfrac{\partial X_k}{\partial v} = l\eta_k, & \dfrac{\partial l}{\partial u} = hu. \end{array}\right.$$

D'après les propriétés des réseaux Ω_{00} on aura

(6) $$\left\{\begin{array}{ll} X_1\xi_2 - X_2\xi_1 = hU + q_1, & X_3\xi_4 - X_4\xi_3 = -hU + q_2, \\ X_1\eta_2 - X_2\eta_1 = lV + r_1, & X_3\eta_4 - X_4\eta_3 = -lV + r_2; \end{array}\right.$$

q_1, r_1 d'une part, q_2, r_2 d'autre part, sont des systèmes de solutions des équations (1). Des équations (6) on déduit

(7) $$[X, \xi] = q_1 + q_2 = q, \qquad [X, \eta] = r_1 + r_2 = r.$$

Je détermine X_5 par les équations compatibles

(8) $$\frac{\partial X_5}{\partial u} = hq, \qquad \frac{\partial X_5}{\partial v} = lr.$$

Le point de coordonnées X_1, X_2, ..., X_5 décrit un réseau dans un espace d'ordre 5. Soit θ une solution de l'équation de Laplace du réseau. On aura

(9) $$\frac{\partial \theta}{\partial u} = hQ, \qquad \frac{\partial \theta}{\partial v} = lR.$$

Les foyers $P(Y_1, Y_2, \ldots, Y_5)$, $Q(Z_1, Z_2, \ldots, Z_5)$ d'une congruence harmonique au réseau X sont donnés par les formules

(10) $$\left\{\begin{array}{l} Y_k = X_k - \dfrac{\theta}{Q}\xi_k \\ Z_k = X_k - \dfrac{\theta}{R}\eta_k \end{array}\right. \qquad (k = 1, 2, \ldots, 4),$$

et l'on a

$$(11)\qquad Y_5 = X_5 - \frac{\theta}{Q} q, \qquad Z_5 = X_5 - \frac{\theta}{R} r.$$

D'après les formules (7) et (2), on a

$$[Y, Z] = -\frac{\theta}{R} r + \frac{\theta}{Q} q = Z_5 - Y_5.$$

Si l'on fait maintenant $\theta = X_3$, on aura $Y_3 = Z_2 = 0$ et, par conséquent,

$$(12)\qquad Y_1 Z_2 - Z_1 Y_2 = Z_5 - Y_5.$$

On voit que le réseau $M(X_1, X_2, X_5)$ est harmonique à une congruence dont les foyers ont pour coordonnées (Y_1, Y_2, Y_5) et (Z_1, Z_2, Z_5). D'après la relation (12) cette congruence harmonique appartient à un complexe linéaire, ayant pour axe le troisième axe de coordonnées et pour module 1.

Soit maintenant (x_1, x_2) un réseau normal parallèle au réseau (m). On aura

$$(13)\qquad \left\{ \begin{array}{lll} \dfrac{\partial x_1}{\partial u} = a\xi_1, & \dfrac{\partial x_2}{\partial u} = a\xi_2, & x_1\xi_2 - x_2\xi_1 = a\mathrm{U}, \\ \dfrac{\partial x_1}{\partial v} = \eta_1, & \dfrac{\partial x_2}{\partial v} = \eta_2, & x_1\eta_2 - x_2\eta_1 = b\mathrm{V}. \end{array} \right.$$

Si l'on pose

$$(14)\qquad T = X_1 x_2 - X_2 x_1,$$

on aura, en tenant compte des formules (6) et (13),

$$(15)\qquad \frac{\partial T}{\partial u} = a q_1, \qquad \frac{\partial T}{\partial v} = b r_1.$$

Je détermine X'_5 par les équations

$$(16)\qquad \frac{\partial X'_5}{\partial u} = \omega h q_1, \qquad \frac{\partial X'_5}{\partial v} = \omega l r_1,$$

ω étant une constante. Le point $M_1(X_1, X_2, X_5)$ décrit un réseau parallèle au réseau décrit par le point $(x_1, x_2, \omega T)$. Il en résulte que si par M_1 on mène une droite C qui a pour paramètres directeurs x_1, x_2, ωT, cette droite C décrit une congruence conjuguée à M_1, et d'après la relation (14) cette congruence appartient à un complexe qui a pour axe le troisième axe de coordonnées et pour module $\frac{1}{\omega}$. Pour avoir les réseaux cherchés il faut

que M_1 coïncide avec M; pour cela il faut et il suffit que

$$q = \omega q_1, \qquad r = \omega r_1.$$

Si $\omega = 1$, les deux congruences appartiennent au même complexe; dans le cas contraire les complexes Γ_1 et Γ_2 sont distincts. Je vais d'abord prendre ce dernier cas. Je pose

$$\xi'_3 = \mu\xi_3, \qquad \xi'_4 = \mu\xi_4, \qquad \eta'_3 = \mu\eta_3, \qquad \eta'_4 = \mu\eta_4,$$

μ étant une constante. Dans l'espace d'ordre quatre il y a des réseaux parallèles dont les tangentes ont pour paramètres normaux $\xi_1, \xi_2, \xi'_3, \xi'_4$; $\eta_1, \eta_2, \eta'_3, \eta'_4$. Ces réseaux sont Ω_{00}, car

$$\xi_1\eta_1 - \xi_2\eta_1 + \xi'_3\eta'_4 - \xi'_4\eta'_3 = -mU(1-\mu^2) + nV(1-\mu^2).$$

Je prends pour fonctions h et l celles qui correspondent à un réseau normal. Les coordonnées de ce réseau normal sont X_1, X_2, μX_3, μX_4 et l'on aura, d'après la définition des réseaux normaux,

$$X_1\xi_2 - X_2\xi_1 + \mu^2(X_3\xi_4 - X_4\xi_3) = hU(1-\mu^2).$$

En comparant avec les formules (6), on aura

$$q_1 + \mu^2 q_2 = 0,$$

et de même

$$r_1 + \mu^2 r_2 = 0,$$

ce qui donne

$$\omega = 1 - \frac{1}{\mu^2}.$$

Si l'on veut maintenant que les congruences G et H appartiennent au même complexe, il suffit de supposer $q_2 = r_2 = 0$, c'est-à-dire de prendre pour fonctions h et l celles qui correspondent à un réseau normal parallèle au réseau (u).

Dans ce cas particulier, on a un très grand nombre de propriétés que je me borne à indiquer.

Les lignes asymptotiques du réseau (M) *et celles des surfaces focales des congruences* G *et* H *se correspondent.*

Réciproquement, *si un réseau* M *est harmonique à une congruence* C. L. *et si les lignes asymptotiques de* M *correspondent à celles des focales de la congruence, le réseau* M *est conjugué à des congruences* C. L. *qui appartiennent au même complexe que la congruence harmonique.*

Même propriété en intervertissant les mots harmonique et conjugué.

Les congruences G ou H sont celles qui ont été signalées par M. Demoulin. Ce sont des congruences C. L. qui se transforment en congruences W par l'application de la méthode de Laplace.

M. Demoulin a montré que la recherche de ces congruences revient à la détermination des surfaces isothermiques; donc :

La recherche des réseaux plans Ω_{00} et $2\Omega_{11}$ revient à celle des surfaces isothermiques.

CHRONOMÉTRIE. — *Les problèmes mécaniques des ressorts réglants.* Note [1] de M. JULES ANDRADE.

I. Le problème de Mécanique chronométrique abordé dans cette Note est relatif à l'évaluation de la précision que l'on peut espérer atteindre par l'emploi de spiraux-cylindriques convenablement associés dans cette poursuite de l'isochronisme des vibrations des chronomètres à *balancier rigide* qui est aujourd'hui autorisée par les grands progrès de la métallurgie des aciers au nickel que décrivait M. Ch.-Ed. Guillaume dans ses trois Notes des 14 et 28 juin et du 12 juillet de l'année 1920 sur *la dilatabilité et la thermo-élasticité des aciers au nickel* [2].

II. Parmi les divers modes d'assemblages de spiraux cylindriques, j'ai décrit les ajustages de doublets à spiraux égaux ou symétriques dont les étendues angulaires sont égales à un même multiple impair de quarts de tour comme dans le spiral de Pierre Le Roy dont Caspari armé de la méthode de Résal avait commencé l'étude.

Pour compléter ces études je m'appuierai encore non seulement sur la méthode de Résal-Caspari, mais encore et surtout *sur une interprétation simple* des forces élastiques transverses transmises au spiral soit par l'une, soit par l'autre de ces deux attaches fixe ou mobile : le piton du bâti fixe ou la virole du balancier.

Sans doute cette interprétation géométrique nouvelle était contenue implicitement dans la théorie de Résal-Caspari, mais elle y dormirait encore si un problème technique ne m'avait, en 1920, suggéré l'idée de l'en dégager

Voici cette interprétation aujourd'hui entièrement précisée dans son degré d'approximation :

---

(1) Séance du 6 mars 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 170 et 171.

III. Si un spiral cylindrique, de pesanteur négligée, est pincé entre l'encastrement fixe du piton et l'encastrement *supposé immobilisé* de la virole du balancier; et si ce balancier, par rapport à sa position naturelle d'équilibre ou *point mort* a tourné d'un angle *u compté positivement dans le sens où le spiral se ferme*, c'est-à-dire dans le sens de son enroulement depuis le piton jusqu'à la virole, les deux bouts de ce spiral supportent deux systèmes de forces qui se font équilibre; chacun de ces systèmes se compose d'ailleurs d'un couple d'encastrement et *d'une force complémentaire* appliquée en l'extrémité correspondante de sa fibre moyenne; les *projections sur un plan transverse* (perpendiculaire à l'axe du balancier) de ces forces complémentaires sont les mêmes que si ces forces complémentaires *constituaient une répulsion mutuelle des deux bouts de la fibre moyenne du spiral;* cette répulsion mutuelle *des deux bouts* serait d'ailleurs proportionnelle à leur distance et à une fonction de l'angle *u* précisée plus loin [formule (1)].

L'hypothèse dite *des techniciens* conserve le même énoncé non seulement sur un plan transverse, mais dans l'espace environnant le spiral.

Si W_1 et Q_1 sont les projections sur le plan transverse du bout virole W et du bout piton Q, la valeur de cette composante transverse est donnée par la formule

$$\frac{2\,\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^2}\left[1+\frac{u-\sin\omega}{\mathrm{P}}\right]\frac{\mathrm{W_1Q_1}}{\mathrm{R_0}}\,u. \tag{1}$$

Dans cette formule,

$\frac{\mathrm{EI}}{\mathrm{L}}$ = moment élastique du ressort;

$\mathrm{L} = \mathrm{R_0P}$ = longueur de la projection transverse de la fibre moyenne du ressort;

$\mathrm{R_0}$ = rayon du spiral cylindrique au repos naturel;

P = son étendue angulaire au repos naturel;

$\omega = \mathrm{P} + u$.

Dans cette formule, la parenthèse facteur est évaluée à l'ordre près de $\frac{1}{\mathrm{P}^2}$. *Si u est positif*, alors, en considérant $\mathrm{W_1Q_1}$ comme un vecteur *attractif* appliqué en W_1 et dirigé vers Q_1, la formule (1) ainsi interprétée représentera la force *attractive* transmise par le spiral *au balancier* et agissant sur cette virole.

Ainsi : *attraction* ou *répulsion* de la virole du balancier par le piton du bâti, selon que s'ouvre ou se ferme le ressort spiral.

IV. *Cette attraction* et *le couple* qui la complète produisent *autour de l'axe*

du balancier un moment mécanique dont la valeur N est :

$$N = -\frac{EI}{L}u\left[\left(1+\frac{2}{P^2}\right)-\frac{2}{P^2}\cos\omega-\frac{u}{P^2}\sin\omega\right]; \tag{2}$$

cette valeur de N est évaluée avec une erreur relative de l'ordre de $\frac{1}{P^3}$, tandis que l'attraction complémentaire est évaluée à l'approximation de $\frac{1}{P^2}$.

Mais on ne doit pas s'étonner de cette apparente anomalie, car en vertu de la flexion du ressort il faut, pour le calcul de N, reporter le point d'application de cette attraction au centre de gravité de la projection du ressort, centre qui est précisément à une distance de l'axe du balancier qui est de l'ordre de $\frac{R_0}{P}$.

V. L'usage systématique des formules (2) et (1) sera alors le suivant :

Aux formules (2) appliquées à deux ressorts convenables on demande les conditions d'ajustages de ces ressorts de manière à produire, *soit la disparition rigoureuse*, *soit la disparition à l'ordre* de $\frac{1}{P^3}$ des termes en $\cos\omega$ et $\sin\omega$ et leurs analogues pour les deux spiraux.

Aux formules (1) envisagées dans les deux ressorts on emprunte l'évaluation des frottements de divers ordres et l'on s'applique à reculer l'ordre d'importance de leurs perturbations d'isochronisme.

C'est dans cette direction que l'on rencontre des résultats pratiques *intéressants pour les chronomètres;* la petite difficulté du problème consistant à tenir compte de la *nécessité de limiter à deux*, le nombre des spiraux associés, en raison de l'économie qui s'impose dans la hauteur des organes réglants des chronomètres marins. Je signalerai des réalisations de cette méthode dans une prochaine Note.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Vaccination préventive par voie digestive chez l'homme.* Note de MM. **Charles Nicolle** et **E. Conseil.**

Quelques savants, en particulier M. Besredka, ont montré que la voie digestive pouvait être utilisée par l'immunisation active des animaux de laboratoire. Par contre, aucune preuve expérimentale n'avait été apportée de l'efficacité de la méthode chez l'homme. Le développement de certains anticorps, constaté dans notre espèce, à la suite de l'ingestion de cultures

mortes, ne saurait être considéré comme concluant. Le pouvoir agglutinant n'a rien à voir avec l'immunité; la réaction de fixation sans doute, pas davantage. L'immunité ne se prouve que par la constatation expérimentale de l'immunité.

Nous avons choisi, pour établir ce point important, deux infections relativement bénignes, vis-à-vis desquelles la thérapeutique est armée. Nous les avons prises aussi différentes que possible : l'une, la fièvre méditerranéenne, est, chez l'homme, une septicémie, dont la porte d'entrée peut être la peau, aussi bien que la muqueuse digestive; l'autre, la dysenterie bacillaire, est une maladie purement locale et qui ne semble pouvoir se contracter que par voie digestive.

Vaccination préventive par voie digestive contre la fièvre méditerranéenne. — Le vaccin est constitué par un mélange de cultures de *M. melitensis* de cinq origines, stérilisées par un chauffage d'une heure à 72°-75°.

L'expérience porte sur trois sujets volontaires de notre entourage. Deux d'entre eux absorbent trois jours consécutifs, puis le cinquième jour, une même dose de vaccin (100 milliards de corps microbiens); ils ont été préalablement soumis au jeûne depuis la veille au soir (soit pendant 17 heures) et cette diète est prolongée 6 heures après l'absorption du vaccin. Le 16ᵉ jour, qui suit la dernière ingestion, ils sont éprouvés, ainsi que le témoin par inoculation sous-cutanée de 450 millions de *M. melitensis* vivants des cinq souches.

Aucun trouble chez les vaccinés, dont le sang ne montre aucun pouvoir agglutinant. Le témoin contracte au 17ᵉ jour après l'épreuve une fièvre méditerranéenne prouvée par l'hémoculture et bientôt arrêtée grâce à l'action d'un vaccin curatif.

Vaccination préventive par voie digestive contre la dysenterie à bacille de Shiga. — S'il est aisé de vacciner l'homme contre la fièvre méditerranéenne par voie sous-cutanée (cf. notre Note antérieure, *Comptes rendus*, 26 octobre 1920), l'emploi de la même voie ne va pas sans inconvénients sérieux avec un vaccin constitué par le bacille de Shiga. Celui-ci en effet contient des produits toxiques, dont l'action se traduit par un œdème étendu, dur, douloureux et d'une durée de plusieurs jours. L'existence de cette importante réaction locale est la raison pour laquelle la pratique de la vaccination antidysentérique n'a pu jusqu'à présent être étendue. Nous nous en sommes personnellement rendu compte pendant la guerre, une épidémie extrêmement grave de dysenterie, nous ayant contraint à utiliser, faute de mieux, un vaccin sous-cutané sur 1018 sujets. Le seul moyen d'atténuation, qui

nous ait donné des résultats, consistait dans l'inoculation de quelques centimètres cubes de sérum antidysentérique, pratiquée dès le début de l'œdème; celui-ci n'apparaît qu'après une incubation de 48 heures environ.

La voie veineuse provoque une réaction violente, sensiblement égale qu'on utilise les cultures mortes ou vivantes, et qui rendrait sans doute fort dangereux son emploi.

D'autre part, les essais tentés pour rendre atoxique le vaccin altèrent tellement celui-ci qu'il est impossible de penser qu'on puisse attendre un résultat utile d'un microbe aussi modifié.

Il y avait lieu d'espérer un meilleur effet de la voie digestive.

Deux difficultés se sont présentées, lorsque nous l'avons essayée et ont retardé grandement nos expériences. Nous ne ferons que les signaler ici. Nous y reviendrons, en exposant en même temps le détail de toutes ces recherches, dans une publication complète. Ces deux difficultés sont : la résistance presque totale à la dysenterie de la race indigène tunisienne, vaccinée sans doute dès l'enfance par l'absorption d'eaux polluées, et la fragilité de la virulence chez le bacille dysentérique. On peut dire que la conservation de cette virulence sur les souches entretenues en milieux artificiels est exceptionnelle. C'est pour cette raison que des savants de laboratoire, jugeant la question avec des échantillons isolés depuis longtemps, donc avirulents, et sur le lapin, animal sensible aux poisons inoculés mais réfractaire, ont pu avancer que, pour le bacille de Shiga, toxicité et virulence étaient synonymes.

En possession enfin d'une race virulente, nous avons réalisé l'expérience décisive de vaccination digestive dans les mêmes conditions que pour la fièvre méditerranéenne : cultures stérilisées à 75°; mêmes doses de 100 milliards administrées aux mêmes jours, mêmes jeûnes avant et après. Il y eut cette fois deux vaccinés et deux témoins volontaires appartenant aux races européennes.

L'épreuve par ingestion de cultures virulentes (10 milliards de bacilles de Shiga) eut lieu aux quinzième et dix-huitième jours après la dernière ingestion. Elle ne fut suivie d'aucun trouble chez les vaccinés; pas plus que du développement d'un pouvoir agglutinant, même après l'épreuve. Les deux témoins contractèrent par contre une dysenterie nette, jugée par l'isolement du bacille de Shiga de leurs selles et immédiatement arrêtés par le sérum antidysentérique.

Conclusions. — Ces expériences prouvent qu'il est possible de vacciner préventivement l'homme par voie digestive contre la fièvre méditerranéenne

et la dysenterie bacillaire. Contre cette dernière maladie, l'emploi d'un vaccin digestif est d'autre part la seule méthode applicable.

Il paraît légitime de penser que la même méthode se montrera effective vis-à-vis d'autres maladies, comme la fièvre typhoïde ou le choléra, spéciales à l'homme, d'origine intestinale de même que la dysenterie, et sur lesquelles l'expérimentation est dans notre espèce impossible.

M. LINDET présente à l'Académie un Livre qu'il vient de faire paraître, intitulé : *L'outillage de l'industrie chimique, agricole et alimentaire*, amplification des conférences qu'il a professées à l'École de Physique et de Chimie de la Ville de Paris. L'Ouvrage est destiné aux chimistes qui, sortant du laboratoire pour entrer dans l'industrie, doivent connaître les appareils à grande puissance et à grands rendements qu'ils devront substituer aux modestes outils qu'ils employaient. C'est la première fois que l'on dresse un semblable inventaire, méthodique et raisonné, des appareils employés par l'industrie chimique. Les figures, croquis dessinés par l'auteur, comportent une même échelle ($\frac{2}{100}$); ce Livre se termine par une liste des principaux industriels qui peuvent fournir les appareils décrits.

M. GASTON BONNIER offre à l'Académie le Tome V de la *Flore complète de France, Suisse et Belgique*, dont il est l'auteur. Ce volume, qui est accompagné de 425 figures en couleurs, renferme la fin de la famille des Ombellifères, les Araliacées, Cornées, Loranthacées, Caprifoliacées, Rubiacées, Valérianées, Dipsacées et le commencement de la grande famille des Composées. Un tableau synoptique, accompagné de figures de détail, indique les liaisons multiples que l'on peut établir entre les genres des Ombellifères. Comme précédemment, sont indiquées les applications agricoles, horticoles, apicoles, industrielles, forestières, médicales et de Chimie végétale.

M. A. DE GRAMONT dépose sur le bureau de l'Académie un Mémoire dont il est l'auteur, en collaboration avec M. HEMSALECH : *Observations and experiments on the occurrence of Spark lines (enhanced lines) in the arc* : I. *Lead and tin*, paru dans le *Philosophical Magazine*, vol. 43, février 1922. Ce Mémoire est le développement, avec planches et tableaux numériques d'une Note parue dans les *Comptes rendus* du 1^er^ août.

M. J.-L. **Breton** fait hommage d'un Ouvrage de M. **Albert Ranc**, intitulé : *Les ingénieurs et la guerre. La mobilisation technique et scientifique*, dont il a écrit la Préface.

CORRESPONDANCE.

M. **Ivar Fredholm**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° J. Guiart et L. Grimbert. *Diagnostic chimique, microscopique et parasitologique*. (Présenté par M. L. Guignard.)

2° Ch. Frémont. *Essai mécanique des fils d'acier*. (Présenté par M. L. Lecornu.)

3° Léon Bouthillon. *La théorie et la pratique des radiocommunications*. II. *La propagation des ondes électromagnétiques à la surface de la terre*. (Présenté par M. Blondel.)

4° Ministère de la Guerre. *Tables de balistique extérieure*, tomes I, II et III.

ALGÈBRE. — *Sur les cayléens et les bicayléens anormaux.* Note de M. **Maurice Lecat**.

Une *cayléenne* C de deux matrices M_1 et M_2, d'ordre p, est une matrice de cet ordre et dont certains déterminants, les *cayléens normaux*, expriment, suivant la règle de Cayley-Rice [1], le produit d'un déterminant de M_1 par un déterminant de M_2. Les autres *cayléens* sont *anormaux*. Si M_1 et M_2 sont identiques, on a affaire aux cayléennes d'*une* matrice, M, et les *valeurs normales* expriment alors les produits de deux *codéterminants*.

Si M est cubique, les C sont de classe 4 et il y en a six distinctes. Les cay-

(1) A. Cayley, *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, t. 8, 1842-1849, Part I, p. 85-88; *Papers*, t. 1, Cambridge 1889, p. 75-79. — L.-H. Rice, *Amer. J. Math.*, t. 40, 1918, p. 250-252.

léens anormaux sont : *a.* le *persignant* (d'espèce 4, ou à 4 signances); *b.* le *permanent* (d'espèce o); *c.* les deux déterminants, d'espèce 2, où les deux signances figurent dans un même facteur, et qui se réduisent à un seul si les deux indices sommants ont le même rang dans les deux facteurs. Si D_α désigne le déterminant cubique dont α est le rang non-signant, P le permanent, $\pi_{\alpha,\rho}$ et $\delta_{\alpha,\rho}$ le permanent et le déterminant de la tranche ρ de rang α, on obtient une valeur anormale en prenant : P pour chacun des facteurs éventuels à deux non-signances, D_α pour ceux à deux signances, α y étant le rang sommant; et en ajoutant au produit des deux fonctions trouvées un complément valant 2^{p-1} fois la somme en ρ des produits de deux fonctions obtenues en prenant $\pi_{\beta,\rho}$ ou $\delta_{\gamma,\rho}$ pour un facteur respectivement à 2 ou à o non-signances, β ou γ y étant le rang sommant.

Exemple. — Les trois déterminants :

$$\left|\sum_{\rho=1}^{p}(\rho, \overset{\cap}{\varepsilon_1}, \overset{\cap}{\varepsilon_2})(\rho, \overset{\cap}{\varepsilon_3}, \overset{\cap}{\varepsilon_4})\right|_p, \quad \left|\sum_{\rho=1}^{p}(\rho, \overset{\cup}{\varepsilon_1}, \overset{\cup}{\varepsilon_2})(\overset{\cap}{\varepsilon_3}, \rho, \overset{\cap}{\varepsilon_4})\right|_p, \quad \left|\sum_{\rho=1}^{p}(\overset{\cup}{\varepsilon_1}, \rho, \overset{\cup}{\varepsilon_2})(\rho, \overset{\cup}{\varepsilon_3}, \overset{\cup}{\varepsilon_4})\right|,$$

d'espèces respectives 4, 2, o, valent :

$$D_1^2 + 2^{p-1}\sum_{\rho=1}^{p}\delta_{1,\rho}^2, \qquad PD_2 + 2^{p-1}\sum_{\rho=1}^{p}\pi_{1,\rho}\delta_{2,\rho}, \qquad P^2 + 2^{p-1}\sum_{\rho=1}^{p}\pi_{2,\rho}\pi_{1,\rho}.$$

Ce résultat est susceptible de généralisations. Si, pour mettre sous forme de déterminant le produit de trois codéterminants cubiques, on en multiplie d'abord deux suivant la règle de Scott-Rice(1) et qu'on effectue ensuite, suivant la règle de Cayley-Rice, le produit par le facteur restant, on obtient des matrices de classe 6, analogues aux C. Les valeurs anormales sont celles du permanent, du persignant, des trois déterminants d'espèce 2 où les deux signances figurent dans un même facteur, et des trois d'espèce 4 où les deux non-signances ont la même disposition. Le complément est ici $2^{2(p-1)} \equiv N$ fois la somme en ρ des produits de trois facteurs obtenus comme les deux des C. Ainsi le permanent

$$\left|\sum_{\rho=1}^{p}(\overset{\cup}{\varepsilon_1}, \rho, \overset{\cup}{\varepsilon_2})(\overset{\cup}{\varepsilon_3}, \rho, \overset{\cup}{\varepsilon_4})(\overset{\cup}{\varepsilon_5}, \rho, \overset{\cup}{\varepsilon_6})\right|_p = P^3 + N\sum_{\rho=1}^{p}\pi_{2,\rho}^3;$$

---

(1) R.-F. Scott, *Proc. London, Math. Soc.*, (1), t. 11, 1879-1880, p. 17-29. — L.-H. Rice, *loc. cit.* Observons, en passant, que tous les *scottiens* sont normaux.

on obtient, comme pour le persignant de cette matrice, une somme de cubes, ρ ayant été mis partout au même rang.

Dans le cas de n matrices quelconques, un déterminant anormal

$$\left|\sum_{\rho=1}^{p}\prod_{1}^{s}{}^{\sigma}\, b_\sigma(\overset{\frown}{\varepsilon}_{\sigma,1},\ldots,\overset{\frown}{\varepsilon}_{\sigma,\mu_\sigma-1},\rho,\overset{\frown}{\varepsilon}_{\sigma,\mu_\sigma},\ldots,\overset{\frown}{\varepsilon}_{\sigma,m_\sigma-1})\prod_{s+1}^{n}{}^{\tau}\, b_\tau(\overset{\smile}{\varepsilon}_{\tau,1},\ldots,\overset{\smile}{\varepsilon}_{\tau,\mu_\tau-1},\rho,\overset{\smile}{\varepsilon}_{\tau,\mu_\tau},\ldots,\overset{\smile}{\varepsilon}_{\tau,m_\tau-1})\right|_p$$

$$=\prod_{1}^{s}{}^{\sigma}\, D^{(\sigma)}_{\mu_\sigma}\prod_{s+1}^{n}{}^{\tau}\, P^{(\tau)}+2^{(n-1)(p-1)}\sum_{\rho=1}^{p}\prod_{1}^{s}{}^{\sigma}\,\delta^{(\nu)}_{\mu_\sigma,\rho}\prod_{s+1}^{n}{}^{\tau}\,\pi^{(\sigma)}_{\mu_\tau,\rho},$$

où $D^{(\sigma)}_k$ désigne le déterminant

$$\left|b_\sigma(\overset{\frown}{i}_1,\ldots,\overset{\frown}{i}_{k-1},\overset{\smile}{i}_k,\overset{\frown}{i}_{k+1},\ldots,\overset{\frown}{i}_{m_\sigma})\right|_{(i=1,\ldots,p)},$$

$P^{(\sigma)}$ étant le permanent qui lui correspond, et où

$$\pi^{(\tau)}_{\mu_\tau,\rho}\equiv\left|b_\tau(\overset{\smile}{k}_1,\ldots,\overset{\smile}{k}_{\mu_\tau-1},\rho,\overset{\smile}{k}_{\mu_\tau},\ldots,\overset{\smile}{k}_{m_\tau-1})\right|_{(k=1,\ldots,p)},$$

permanent, de classe $m_\eta-1$, de la tranche ρ de rang μ_τ de la matrice $\tau^{\text{ième}}$ de classe m_τ; et de même pour les déterminants δ. Les classes $m_1, \ldots, m_s$ doivent être impaires. Le complément se forme donc comme plus haut. Si, pour toutes les valeurs de σ et de μ, on a

$$m_\sigma=m_\tau\equiv m,\qquad \beta_\sigma=b_\tau\equiv b,\qquad \mu_\sigma\equiv\mu,$$

le persignant et le permanent donnent une somme de $n^{\text{ièmes}}$ puissances.

Une cayléenne de M et d'une de ses cayléennes est une matrice d'éléments à deux paires d'indices sommants, appelée *bicayléenne* de M. Elle est de classe 5 si M est cubique.

Il y en a 27 distinctes, ayant chacune 16 déterminants distincts (mais dont certains ne sont pas inégaux en valeur). Les 4 normaux sont d'espèce 2. Les 8 *quasi-normaux* (4 d'espèce 4 et 4 d'espèce 2) s'expriment *normalement* (par la règle de Cayley) en fonction des déterminants cubiques et de leurs cayléens anormaux; ce sont les seuls pour lesquels le facteur F pourvu d'un indice sommant de chaque paire n'a pas de non-signance. Nous leur consacrons un Mémoire spécial.

Les 4 bicayléens anormaux sont : *a*. le permanent; *b*. celui des 5 déterminants d'espèce 4 où la non-signance figure dans F; *c*. les 2 déterminants à 2 signances figurant dans un seul facteur. La place manque pour donner *in extenso* la loi de formation de leurs valeurs; du reste elle apparaît clai-

rement dans ces exemples :

$$\begin{matrix}(1)\\(2)\end{matrix}\left|\sum_{\gamma=1}^{p}\sum_{\mu=1}^{p}\left(\mu,\ \gamma,\ \overset{\cup\cup}{\omega_1}\right)\left(\mu,\ \overset{\cup\cap}{\omega_2},\ \overset{\cup\cap}{\omega_3}\right)\left(\gamma,\ \overset{\cap\cup}{\omega_4},\ \overset{\cap\cup}{\omega_4}\right)\right|_p$$

$$=\begin{cases}(1)\quad D_1P^2+2^{p-1}D_1\displaystyle\sum_{\mu=1}^{p}\pi_{1,\mu}^2+2^{p-1}P\sum_{\gamma=1}^{p}\pi_{2,\gamma}\delta_{1,\gamma}+2^p\sum_{\mu=1}^{p}\sum_{\gamma=1}^{p}\prod_{1}^{p}{}^{\omega}(\mu,\gamma,\omega)\pi_{1,\mu}\delta_{1,\gamma}\,;\\ (2)\quad D_1P^2+2^{p-1}P\displaystyle\sum_{\mu=1}^{p}\delta_{1,\mu}\pi_{1,\mu}+2^{p-1}D_1\sum_{\gamma=1}^{p}\pi_{1,\gamma}\pi_{2,\gamma}+2^p\sum_{\mu=1}^{p}\sum_{\gamma=1}^{p}\prod_{1}^{p}{}^{\omega}(\mu,\gamma,\omega)\delta_{1,\mu}\pi_{1,\gamma}.\end{cases}$$

$$\begin{matrix}(\mathrm{I})\\(\mathrm{II})\end{matrix}\left|\sum_{\gamma=1}^{p}\sum_{\mu=1}^{p}\left(\mu,\ \gamma,\ \overset{\cup\cup}{\omega_1}\right)\left(\overset{\cap\cup}{\omega_2},\ \mu,\ \overset{\cap\cup}{\omega_3}\right)\left(\gamma,\ \overset{\cap\cup}{\omega_4},\ \overset{\cap\cup}{\omega_5}\right)\right|_p$$

$$=\begin{cases}(\mathrm{I})\quad PD_1D_2+2^{p-1}D_1\displaystyle\sum_{\mu=1}^{p}\pi_{1,\mu}\delta_{2,\mu}+2^{p-1}D_2\sum_{\gamma=1}^{p}\pi_{2,\gamma}\delta_{1,\gamma}+2^p\sum_{\mu=1}^{p}\sum_{\gamma=1}^{p}\prod_{1}^{p}{}^{\omega}(\mu,\gamma,\omega)\delta_{2,\mu}\delta_{1,\gamma}\,;\\ (\mathrm{II})\quad P^3+2^pP\displaystyle\sum_{\lambda=1}^{p}\pi_{1,\lambda}\pi_{2,\lambda}+4\sum_{\mu=1}^{p}\sum_{\gamma=1}^{p}\prod_{1}^{p}{}^{\omega}(\mu,\gamma,\omega)\pi_{2,\mu}\pi_{1,\gamma}.\end{cases}$$

Il y a en général 4 groupes de termes : *a.* un produit de déterminants (permanent y compris); *b*, *c*. deux qui, rappelant le complément des cayléens, correspondent chacun à une paire d'indices sommants et sont identiques pour certains permanents (cas de II); *d.* le groupe restant, qui comporte 2 sommations et constitue une image remarquable de l'élément entre barres. Observons que, tandis que pour les valeurs anormales F engendre toujours P, pour les valeurs normales il donne D_α, si α est, dans F, le rang non-signant.

On peut généraliser comme dans le cas des cayléens.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation générale du type elliptique.* Note (¹) de M. **Kyrille Popoff**, présentée par M. Hadamard.

M. Picard (²) considère l'équation générale du type elliptique

$$(1)\qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+a\frac{\partial u}{\partial x}+b\frac{\partial u}{\partial y}+cu=f,$$

et cherche une intégrale s'annulant sur le contour fermé C et continue

[1] Séance du 20 février 1922.

[2] *Ann. Éc. Norm. sup.*, t. 23, 1906, p. 509.

à l'intérieur de C, ainsi que ses dérivées partielles du premier et du second ordre. Il ramène le problème à une équation intégrale. Pour remonter de celle-ci à l'équation (1), on a besoin de prouver que u a des dérivées continues des deux premiers ordres. Pour cela, M. Picard admet que a, b, c, f sont continus ainsi que leurs dérivées utiles.

Nous nous proposons de ramener le problème à une équation intégrale analogue, dont la solution n'aura même pas besoin d'admettre des dérivées premières. Soit

$$(2) \qquad \Delta u = \varphi(x, y),$$

où $\varphi(x, y)$ est une fonction à déterminer, d'où (u s'annulant sur le contour C)

$$(3) \qquad u(x, y) = -\frac{1}{2\pi}\int\int \varphi(\xi, \eta)\, G(\xi, \eta, x, y)\, d\xi\, d\eta$$

(G, fonction de Green ordinaire).

Pour que la fonction $u(x, y)$ ainsi définie satisfasse à (2), il suffit, d'après une remarque de M. Hölder que cite M. Picard ([1]), que

$$\varphi(x_1 y_1) - \varphi(x_2 y_2) < A r^{\mu},$$

A et μ étant deux constantes positives et r la distance de (x_1, y_1) à (x_2, y_2).

Si l'on substitue la fonction $u(x, y)$ ainsi formée dans l'équation (1), qu'on peut écrire aussi

$$\Delta u + \varphi(x, y) - \varphi(x, y) + a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial u}{\partial y} + cu = f,$$

on obtient l'équation intégrale en $\varphi(x, y)$ suivante :

$$(4) \qquad \varphi(x, y) - \frac{1}{2\pi}\int\int \left[a(x, y)\frac{\partial G(\xi, \eta, x, y)}{\partial x} + b(x, y)\frac{\partial G(\xi, \eta, x, y)}{\partial y} - c(x, y)\, G(\xi, \eta, x, y) \right] \times \varphi(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta = f(x, y).$$

Pour que la fonction $u(x, y)$ formée avec la solution $\varphi(x, y)$ de cette équation intégrale soit l'intégrale cherchée de (1), il suffit que $\varphi(x, y)$ satisfasse à la condition de Hölder. Pour cela, *il suffit que a, b, c satisfassent à cette condition*. Cela se voit sur l'expression de $\varphi(x, y)$ au moyen du

---

([1]) *Journal de Math.*, 1890.

noyau résolvant. Considérons par exemple l'intégrale

$$(5) \qquad \psi(x, y) = \iint a(x, y) \frac{\partial G(\xi, \eta, x, y)}{\partial x} f(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta,$$

celle qui présente les plus grandes difficultés. On aura

$$\begin{aligned} &\psi(x_1, y_1) - \psi(x_2, y_2) \\ &\quad = [a(x_1, y_1) - a(x_2, y_2)] \iint \frac{\partial G(\xi, \eta, x_1, y_1)}{\partial x} f(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta \\ &\qquad + a(x_2, y_2) \Big[\iint \frac{\partial G(\xi, \eta, x_1, y_1)}{\partial x} f(\xi, \eta)\, d\xi\, dy \\ &\qquad\qquad - \iint \frac{\partial G(\xi, \eta, x_2, y_2)}{\partial x} f(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta \Big]. \end{aligned}$$

Ici, $f(x, y)$ satisfaisant à la condition de Hölder,

$$\iint f(\xi, \eta)\, G(\xi, \eta, x, y)\, d\xi\, d\eta$$

admet des dérivées premières et secondes, d'où il s'ensuit que $\psi(x, y)$ satisfait aussi à la condition de Hölder et que par conséquent l'intégrale (3) vérifie l'équation (1).

On arrive au même résultat en se servant d'une remarque de M. Hadamard, publiée par MM. Heywood et Fréchet. Décrivons pour cela autour du point (x_1, y_1) un cercle (Σ) de rayon deux fois la distance r de (x_1, y_1) à (x_2, y_2). L'intégrale $\iint \frac{\partial G(\xi, \eta, x, y)}{\partial x} f(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta$ étendue au domaine extérieur à ce cercle est une fonction dérivable de x, y. Considérons maintenant les intégrales

$$(6) \qquad \iint \frac{\partial G(\xi, \eta, x_i, y_i)}{\partial x} f(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta \qquad (i = 1, 2),$$

étendues au domaine intérieur au cercle Σ.

Pour $\xi = x_i$, $\eta = y_i$ $\frac{\partial G(\xi, \eta, x_i, y_i)}{\partial x}$ étant infini comme $\frac{1}{\rho_i}$, où ρ_i est la distance du point (ξ, η) au point (x_i, y_i), l'intégrale (6) sera de l'ordre de

$$M \int_{(\Sigma)} \frac{d\sigma}{\rho_i},$$

où M est la plus grande valeur que $|f(x, y)|$ peut prendre en général. Une homothétie qui change Σ en un cercle Σ' de rayon *un*, ayant le même

centre, donne

$$M\int_{\Sigma}\frac{d\sigma}{\rho_i} = M.2r\int_{\Sigma'}\frac{ds}{R_i},$$

où R_1 désigne la distance d'un point quelconque à l'intérieur de Σ' au centre de Σ', et R_2 la distance au point transformé de (x_2, y_2), qui est à la distance $\frac{1}{2}$ du centre de Σ'. La valeur de $\int_{\Sigma'}\frac{ds}{R_i}$ étant indépendante du choix des points (x_1, y_1) et (x_2, y_2), il s'ensuit que

$$\int\int\frac{\partial G(\xi, \eta, x, y)}{\partial x_i} f(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta$$

et par conséquent $\psi(x, y)$ satisfont à la condition de Hölder.

Soient u_1 et u_2 deux intégrales de (1) qui s'annulent sur le contour C et qui sont formées avec les fonctions $\varphi_1(x, y)$ et $\varphi_2(x, y)$. Leur différence sera intégrale de l'équation sans deuxième membre.

En substituant $u_1 - u_2$ dans cette équation, on obtient

$$\varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) = \frac{1}{2\pi}\int\int\left[a\frac{\partial G}{\partial x} + b\frac{\partial G}{\partial y} - cG\right][\varphi_1(\xi, \eta) - \varphi_2(\xi, \eta)]\, d\xi\, d\eta.$$

Si $\frac{1}{2\pi}$ n'est pas une constante caractéristique du noyau, on aura identiquement $\varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) \equiv 0$ et par conséquent u_1 et u_2 seront identiques.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les espaces généralisés et la théorie de la Relativité.* Note de M. E. Cartan, présentée par M. Émile Borel.

Dans deux Notes récentes (1) j'ai d'une part donné une définition géométrique du tenseur d'énergie d'Einstein, d'autre part introduit la notion d'espace doué de torsion. Si l'on regarde l'Univers comme un espace à quatre dimensions doué à la fois d'une courbure et d'une torsion, la définition du tenseur d'énergie se généralise sans difficulté; il est maintenant constitué par un vecteur *et des couples* attachés à chaque élément de volume de l'Univers; le vecteur traduit la courbure de l'Univers et les couples traduisent sa torsion. Le nouveau tenseur d'énergie a, en chaque point de

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 437 et 593.

l'Univers, 40 composantes numériques, dont 16 pour le vecteur et 24 pour les couples, tandis que le tenseur ordinaire n'en a que 10.

La loi de conservation pour le tenseur généralisé d'énergie exprime que, si l'on considère un élément à quatre dimensions de l'Univers, le système formé des vecteurs et des couples attachés aux différents éléments de volume qui limitent l'élément donné est géométriquement nul. Si l'Univers n'a pas de torsion, les 24 composantes qui traduisent la torsion sont nulles d'elles-mêmes : la loi générale de conservation entraîne alors comme double conséquence : 1° l'existence de 6 relations linéaires entre les 16 composantes du vecteur (loi de symétrie du tenseur d'Einstein); 2° la loi de conservation ordinaire de ce dernier tenseur.

L'Univers d'Einstein peut être regardé comme un Univers *euclidien* déformé (mais sans torsion). On pourrait considérer, plus généralement, des espaces provenant de la déformation, non d'un espace euclidien, mais d'un espace projectif, d'un espace affine, d'un espace conforme, etc. Partons, pour fixer les idées, d'un espace affine à trois dimensions, dans lequel les figures n'ont d'autres propriétés intrinsèques que celles qui se conservent par une transformation homographique laissant invariant le plan de l'infini. Dans un tel espace les notions de droite, de plan, de parallélisme subsistent, mais non celles de longueur et d'angle. Le système de référence normal y est formé d'un point quelconque et de trois vecteurs quelconques (non parallèles à un même plan) issus de ce point.

Cela posé, imaginons un espace non affine, mais possédant, au voisinage immédiat de chaque point, tous les caractères d'un espace affine. Cela signifie d'une manière précise qu'il existe une loi de repérage mutuel de deux systèmes de référence d'origines infiniment voisines. La divergence entre un tel espace et l'espace affine proprement dit se traduira de la manière suivante quand on décrira un contour fermé infiniment petit.

Attachons à chaque point M du contour un système de référence et considérons les transformations homographiques (ou déplacements affines) qui permettent de passer du système de référence attaché à chaque point M au système de référence attaché au point infiniment voisin M'. Si en partant, dans l'espace affine proprement dit, d'un système de référence initial, on lui faisait subir successivement les déplacements précédents, on ne reviendrait pas au système de référence initial : un déplacement complémentaire serait nécessaire. Autrement dit, à tout contour fermé infiniment petit de l'espace déformé est associé un déplacement affine infiniment petit. Dans l'espèce, ce déplacement pourrait se décomposer en une translation et un

déplacement laissant fixe l'origine, qui traduiraient la courbure (de nature non euclidienne) de l'espace. Dans un espace affine déformé, il existe des lignes qui généralisent les droites de l'espace affine proprement dit; seulement, ce ne sont pas des géodésiques, puisque la notion de distance, même entre deux poins infiniment voisins, n'existe pas.

Dans les espaces déformés (au sens précédent) il y a une *loi générale de conservation*, qui est la suivante. Considérons un élément de volume de l'espace; aux différents éléments de surface qui le limitent sont associés des déplacements (affines) infiniment petits : *la somme de tous ces déplacements est nulle*. Il faut entendre par *somme* de deux déplacements infiniment petits la partie principale du déplacement résultant; dans ce sens, l'addition d'un nombre quelconque de déplacements infiniment petits est commutative et associative. On pourrait représenter les déplacements infiniment petits par des figures géométriques ou tenseurs : ce seraient des *tenseurs additifs* [dans l'espace euclidien, à chaque déplacement, on peut faire correspondre un système de vecteurs (glissants); l'*addition* géométrique de ces systèmes de vecteurs se fait suivant des règles classiques].

Les espaces généralisés de H. Weyl rentrent dans le schéma précédent : ce sont des espaces euclidiens déformés, mais en donnant à l'expression d'espace euclidien un sens un peu différent de celui que nous lui avons attribué jusqu'à présent; les seules propriétés intrinsèques des figures y sont celles qui se conservent non seulement par un déplacement, mais encore par une homothétie, c'est-à-dire par une transformation par similitude.

Les systèmes de référence normaux pour cet espace sont formés d'un point quelconque et de trois vecteurs rectangulaires égaux issus de ce point. Un espace euclidien déformé sera défini si l'on se donne une loi de repérage mutuel de deux systèmes de référence d'origines infiniment voisines A et A', ou encore si l'on se donne la translation $\overrightarrow{AA'}$, la rotation et l'homothétie qui permettent de passer du premier au second. A tout contour fermé infiniment petit partant d'un point A et y revenant sont associées : 1° une rotation, qui traduira la courbure proprement dite de l'espace; 2° une translation, qui traduira sa torsion; 3° une homothétie, qui traduira ce qu'on peut appeler sa *courbure d'homothétie*. L'Univers de H. Weyl, qui est naturellement à quatre dimensions, n'a pas de torsion; sa courbure d'homothétie se traduit, sur chaque élément de surface, par l'élément d'intégrale double qui définit le *champ électromagnétique*, et qui

n'est autre que la différence entre le rapport d'homothétie associé au contour fermé qui limite la surface et l'unité. La loi générale de conservation s'exprime ici en particulier par le fait que l'intégrale du champ électromagnétique étendue à la surface qui limite un volume élémentaire donné est nulle. Enfin on peut définir pour chaque élément de volume de l'Univers un tenseur d'énergie; la loi générale de conservation montre qu'il peut être décomposé en un tenseur symétrique (intéressant la matière) et un tenseur antisymétrique (intéressant l'électricité). Le fait que les phénomènes électromagnétiques sont indépendants de la matière tient au fond, dans cette conception, à la propriété du groupe des déplacements d'être un sous-groupe *invariant* du groupe des similitudes.

L'Univers de H. Weyl est une déformation de l'Univers de la Relativité restreinte, dans lequel il n'y aurait pas d'unité de longueur fixée une fois pour toutes. On peut se demander jusqu'à quel point la déformation de l'Univers *galiléen*, avec unités de longueur *et de temps* non fixées, permettrait de rendre compte des phénomènes physiques. La richesse des matériaux fournis par la Géométrie ne serait pas moindre que dans l'Univers de H. Weyl, puisque le groupe fondamental de l'Univers galiléen est à 11 paramètres au lieu de 10, le choix de l'unité de longueur n'entraînant plus avec lui celui de l'unité de temps. Bien que la tentative mérite d'être faite, on peut concevoir des doutes sur sa réussite.

GÉOMÉTRIE. — *La géométrie des espaces courbes et le tenseur d'énergie d'Einstein.* Note de M. **Enrico Bompiani**, présentée par M. Émile Borel.

1. M. E. Cartan vient de donner (¹) une très élégante construction du tenseur d'Einstein relatif à un Univers non euclidien à quatre dimensions.

Comme je m'étais occupé de la géométrie des espaces courbes (²), justement à propos de questions géométriques posées par la relativité, je me

(¹) *Sur une définition géométrique du tenseur d'énergie d'Einstein* (*Comptes rendus*, t. 174, n° 7, 1922, p. 437-439).

(²) *Studi sugli spazi curvi : Del parallelismo in una varietà qualunque* (*Atti del R. Istit. Veneto*, t. 80, 1920-1921; 1ª parte, p. 355-386; 2ª parte, p. 839-859). Pour d'autres questions qui se rattachent au parallélisme de M. Levi-Civitá, voir aussi *Studi sugli spazi curvi : la seconda forma fondamentale di una* V_m *in* V_n (*Ibid.*, p. 1113-1145).

permets de donner un bref aperçu de quelques résultats qui sont intimement liés avec la recherche de M. Cartan.

2. Le point de départ commun est la notion de parallélisme introduite par M. Levi-Cività [1] : si l'on déplace une direction sortant d'un point suivant un chemin fermé infiniment petit (cycle), on y revient avec une direction différente; M. Pérès a donné les formules pour passer de la direction initiale à celle d'arrivée [2].

Si l'on déplace d'une manière analogue toute l'étoile des directions sortantes d'un point, on y revient avec une étoile directement égale à la primitive; l'effet du déplacement est donc une *rotation* qui a pour composantes

$$p_{ik} = -\delta S \sum_{tr} (ik, tr)\, \xi^{(t)} \eta^{(r)},$$

$\xi^{(t)}$, $\eta^{(r)}$ étant les paramètres de deux directions orthogonales sur l'élément de surface qui contient le cycle, δS son aire.

Tout ce qui se rapporte à cette rotation constitue un invariant relatif aux éléments donnés.

Dans un espace V_n de dimension impaire, il existe toujours une direction qui revient sur elle-même au bout d'un déplacement suivant un cycle donné (*axe de rotation*) : ses paramètres $\chi^{(k)}$ sont donnés par

$$\sum_k p_{ik} \chi^{(k)} = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n);$$

si n est pair il n'existe pas en général un axe relatif à un cycle donné.

En particulier, s'il s'agit d'une variété V_3 ($n = 3$), il y a à considérer les invariants suivants :

1° L'angle que l'axe relatif à un cycle forme avec celui-ci;

2° La *rotation de l'étoile*, c'est-à-dire l'angle (rapporté à δS) dont il faut tourner l'étoile autour de l'axe pour la porter sur sa nouvelle position;

3° La *rotation de l'élément de surface*, c'est-à-dire l'angle (rapporté à δS) entre la position initiale et finale de cet élément (auquel le cycle appartient).

On a alors les interprétations cinématiques suivantes de la courbure riemannienne : *elle est la projection sur l'élément de surface du vecteur qui*

---

(1) *Nozione di parallelismo*, etc. (*Rend. Circ. Mat. Palermo*, t. 42, 1917).

(2) *Le parallélisme de M. Levi-Cività*, etc. (*Rend. Accad. Lincei*, vol. 28, 1919, p. 425-428).

représente la rotation de l'étoile; son carré est égal à la différence des carrés des rotations de l'étoile et de l'élément donné.

Si l'axe relatif à un cycle appartient à son élément de surface, cet élément est à courbure riemannienne nulle; s'il lui est perpendiculaire, c'est une direction principale (au sens de M. Ricci); et *vice versa*.

Certains de ces résultats peuvent être généralisés pour n quelconque.

3. On obtient plusieurs invariants (pour n quelconque) en partant de la notion de *déviation angulaire* d'une direction ζ (angle dont est tournée ζ rapporté à δS) : c'est l'invariant (qui dépend du cycle et de ζ) mesuré par le module du vecteur ayant pour composantes $\sum_k p_{ik}\zeta^{(k)}$.

Si V_n est à courbure constante, le rapport entre la déviation angulaire de ζ et le cosinus de l'angle que ζ fait avec l'élément de surface (ξ, η) est toujours égale à la courbure.

Si la direction ζ appartient à (ξ, η), la déviation angulaire vient coïncider avec un autre invariant (*courbure de direction*) dont la définition géométrique se rattache à deux manières différentes de transporter une direction suivant une géodésique ([1]).

La somme des carrés des déviations angulaires, par effet du même cycle, des directions d'une n-uple orthogonale est l'invariant (qui ne dépend nullement de ces directions)

$$\Sigma g^{(ss')} g^{(\nu\nu')} (s\nu, tr)(s'\nu', t'r')\,\xi^{(t)}\xi^{(t')}\eta^{(r)}\eta^{(r')}.$$

Par des constructions analogues j'arrive à d'autres invariants dont la signification cinématique est évidente par la construction même; en particulier à l'invariant que l'on obtient en composant le système covariant 4-uple de Riemann avec son réciproque par rapport à l'élément linéaire de l'espace V_n.

4. Je vais indiquer une construction géométrique du tenseur

$$R_{ik} = \sum_h \{ih, hk\}$$

de Ricci ([2]) d'où l'on déduit aisément le tenseur d'Einstein $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R$.

Considérons une direction ξ et $n-1$ directions η_j orthogonales entre

---

([1]) Voir mon Mémoire, 1^re Partie, Chapitre II.

([2]) *Direzioni e invarianti principali*, etc. (*Atti R. Ist. Veneto*, t. 63, 1904, p. 1233-1239).

elles et à ξ (sortantes d'un même point) et prenons sur chaque direction un vecteur unitaire.

Si l'on déplace par parallélisme le vecteur de direction η_j suivant un cycle appartenant à l'élément de surface (ξ, η_j), le déplacement de son extrémité libre a pour composantes

$$\sum_h p_{jlih}\eta_j^{(h)} = -\sum_{ht}(ih, tr)\xi^{(t)}\eta_j^{(r)}\eta_j^{(h)}.$$

La somme géométrique des déplacements ainsi obtenus pour les $n-1$ directions η_j est le vecteur de composantes

$$X_i = \sum_t \xi^{(t)} \sum_h \{ih, ht\} = \sum_k R_{ik}\xi^{(k)}.$$

Le tenseur (homographie vectorielle) R_{ik} qui fait passer du vecteur ξ au vecteur X est bien le tenseur de Ricci.

MÉCANIQUE. — *Logoïdes de glissement des terres*. Note de M. **Frontad**, présentée par M. Mesnager.

Considérons un massif de terre cohérente et supposons, comme nous l'avons fait précédemment, qu'on a affaire à l'état d'équilibre particulier où les lignes de charge sont parallèles à la surface libre du talus.

Nous adopterons les mêmes notations que dans notre précédente Note, qui concernait les talus d'inclinaison i supérieure à φ. Les mêmes calculs préliminaires nous conduiront à des équations d'allure identique, qu'il s'agit d'intégrer :

$$(1) \qquad y = \frac{C\cos\varphi}{\Delta\cos i}\,\frac{\cos(2\alpha+\varphi)}{\sin i - \sin\varphi\cos(2\alpha+\varphi-i)},$$

$$(2) \qquad x = -\frac{2C}{\Delta}\cos\varphi\,\text{tang}\,i\int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{\cos(i+\varphi)+\cos(2\alpha+\varphi-i)}{[\sin i-\sin\varphi\cos(2\alpha+\varphi-i)]^2}\,d\alpha.$$

Soit λ' un angle auxiliaire variable, défini en fonction de α par la relation

$$\text{tang}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\lambda'}{2}\right) = \sqrt{\frac{\sin\varphi+\sin i}{\sin\varphi-\sin i}}\,\text{tang}\left(\alpha+\frac{\varphi-i}{2}\right).$$

L'équation (2) à intégrer prend alors la forme

$$x = -\frac{C}{\Delta}\,\frac{\cos\varphi\,\text{tang}\,i}{\sin(\varphi-i)\sqrt{\sin(\varphi+i)\sin(\varphi+i)}}\int_{\lambda_0}^{\lambda}\frac{\cos\varphi-\cos i\sin\lambda'}{\sin^2\lambda'}\,d\lambda'$$

On a finalement

$$(3)\quad x=\frac{C}{\Delta}\frac{\cos\varphi\,\operatorname{tang} i}{\sin(\varphi-i)\sqrt{\sin(\varphi-i)\sin(\varphi+i)}}\left[\cos\varphi(\cot\lambda'-\cot x'_0)-\cos i\,L_{\text{nép}}\frac{\cot\frac{\lambda'}{2}}{\cot\frac{\lambda'_0}{2}}\right].$$

$$(4)\quad y=\frac{C}{\Delta}\frac{\cos\varphi}{\cos i\sin(\varphi-i)\sin(\varphi+i)}\left[\frac{\sin 2i}{2\sin\lambda'}-\sin i\sqrt{\sin(\varphi-i)\sin(\varphi+i)}\cot\lambda'-\sin\varphi\cos i\right],$$

la valeur λ'_0 étant d'ailleurs fournie par la relation

$$(5)\qquad \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\lambda'_0}{2}\right)=\sqrt{\frac{\sin\varphi+\sin i}{\sin\varphi-\sin i}}\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{i}{2}\right).$$

On peut encore simplifier les équations de cette courbe en adoptant les axes de coordonnées obliques Ox' et Oy' et en prenant pour paramètre variable un angle μ' défini par la relation

$$\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\mu'}{2}\right)=\sqrt{\frac{\sin(\varphi+i)}{\sin(\varphi-i)}}\,\frac{\sin\alpha}{\cos(\alpha+\varphi)}.$$

Le résultat obtenu est le suivant :

$$x'=\frac{C}{\Delta}\frac{\cos\varphi\sin i}{\sin(\varphi-i)\sqrt{\sin(\varphi-i)\sin(\varphi+i)}}\left(\cot\mu'-\cot\mu'_0-L_{\text{nép}}\frac{\cot\frac{\mu'}{2}}{\cot\frac{\mu'_0}{2}}\right),$$

$$y'=\frac{C}{\Delta}\frac{\cos\varphi\sin i}{\sin(\varphi-i)\sin(\varphi+i)}\left(\operatorname{cos\acute{e}c}\mu'-\frac{\operatorname{tang}\varphi}{\operatorname{tang} i}\right),$$

la valeur μ'_0 étant définie par la relation

$$\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\mu'_0}{2}\right)=\sqrt{\frac{\sin(\varphi+i)}{\sin(\varphi-i)}}$$

ou encore

$$\sin\mu'_0=\frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang}\varphi}.$$

La courbe obtenue comporte deux branches, l'une pour l'état d'équilibre strict supérieur (à poussée maxima) et l'autre pour l'état inférieur (à poussée minima). Les directions asymptotiques sont définies par l'équation

$$\sin i-\sin\varphi\cos(2\alpha-i+\varphi)=0,$$

soit

$$\alpha_z=\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{\sin i}{\sin\varphi}\right)-\frac{\varphi-i}{2},$$

$$\alpha_{z'}=\pi-\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{\sin i}{\sin\varphi}\right)-\frac{\varphi-i}{2}.$$

Les deux branches dont il s'agit sont obliquement symétriques parallèlement à Ox', par rapport à la droite parallèle à Oy', d'abscisse

$$x' = -\frac{C}{\Delta}\frac{\cos\varphi\sin i}{\sin(\varphi - i)\sqrt{\sin(\varphi - i)\sin(\varphi + i)}}\left(\cot\mu'_0 - L_{\text{nép.}}\cot\frac{\mu'_0}{2}\right),$$

où la courbe offre un point de rebroussement, d'ailleurs situé sur une branche parasite extérieure au massif.

Nous proposons de désigner, pour plus de simplicité, sous le nom générique de *cycloïdes de glissement*, les courbes d'allure cycloïdale naguère obtenues dans le cas $i > \varphi$; et de *logoïdes de glissement* les courbes ci-dessus, correspondant au cas $i < \varphi$.

Dans le cas particulier $i = \varphi$, les équations générales, tant des logoïdes que des cycloïdes, tombent en défaut, leurs termes prenant la forme indéterminée $\frac{0}{0}$.

On arrive à lever l'indétermination au prix de développements en série assez pénibles, qui donnent finalement un résultat très simple, savoir

$$x' = \frac{2C}{3\Delta\sin 2\varphi}\left[\frac{\cos^3(\alpha + \varphi)}{\sin^3\alpha} - 1\right],$$
$$y' = \frac{C}{2\Delta\sin\varphi}\frac{\cos(2\alpha + \varphi)}{\sin^2\alpha}.$$

La courbe obtenue est une parabole semi-cubique ayant pour axe de symétrie oblique parallèlement à Ox' la droite parallèle à Oy', d'abscisse

$$x' = -\frac{2C}{3\Delta\sin 2\varphi}.$$

Les deux branches extrêmes de cette courbe sont, comme pour les logoïdes, les solutions véritables du problème, correspondant l'une au cas d'équilibre strict supérieur, l'autre au cas d'équilibre strict inférieur; et la zone qui les sépare, au voisinage du point de rebroussement, n'est qu'une branche parasite extérieure au massif.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le sens de rotation des lignes cotidales autour des points amphidromiques.* Note de M. E. FICHOT, présentée par M. L. Favé.

Dans l'énumération des causes pouvant contribuer à la formation d'un point de marée nulle, H. Poincaré [1] signale, en dernier lieu, l'influence de la force centrifuge composée. « Dans l'hémisphère nord, dit-il, une onde de direction quelconque semblera s'infléchir vers la gauche et, par suite, les lignes cotidales se succéderont dans le sens contraire à celui des aiguilles d'une montre. » Ainsi présentée, cette conclusion risque de paraître erronée, car, outre qu'il est peu légitime d'assimiler simplement la propagation d'une ondulation au mouvement d'un point matériel, l'action déviatrice de la force centrifuge composée sur un tel mouvement s'exerce précisément en sens contraire. Il n'est donc pas inutile de justifier plus complètement dans chaque cas d'espèce l'intuition de Poincaré.

Nous envisagerons ici le cas de points amphidromiques tels que ceux de la mer du Nord, dont la production peut être attribuée au conflit de deux ondes progressives opposées, manifestement affectées par la rotation terrestre.

En conservant les notations de Poincaré et nous restreignant aux conditions simples d'un canal de profondeur constante, ouvert aux deux extrémités et parcouru dans les deux sens par des ondes de même amplitude et de célérité c, le mouvement résultant dépendra de la fonction

$$\varphi = e^{-\frac{2\omega}{c}y} e^{\lambda\left(t - \frac{x}{c}\right)} + e^{\frac{2\omega}{c}y} e^{\lambda\left(t + \frac{x}{c} - \alpha\right)},$$

ω représentant le produit de la rotation terrestre par le sinus de la latitude.

Par un choix convenable de l'origine du temps et de celle des coordonnées, cette fonction peut se mettre sous la forme

$$\varphi = re^{i(\mu t - \theta)} \qquad (\mu = i\lambda)$$

en prenant

$$r = \left[e^{\frac{4\omega y}{c}} + e^{-\frac{4\omega y}{c}} - 2\cos\frac{2\mu x}{c}\right]^{\frac{1}{2}}$$

et

$$\theta = \text{arc tang}\left(\text{th}\,\frac{2\omega y}{c}\cot\frac{\mu x}{c}\right).$$

---

[1] *Leçons de Mécanique céleste*, t. 3 : *Théorie des marées*, p. 367.

Tous les points $x = \frac{kc\pi}{\mu}$ (k entier) de l'axe $y = 0$ seront des points de marée nulle, et les lignes cotidales, dont l'équation peut encore s'écrire

$$\operatorname{ch}\frac{2\omega y}{c}\operatorname{tang}\theta = \operatorname{sh}\frac{2\omega y}{c}\cot\frac{\mu x}{c},$$

passeront toutes par ces points. Lorsque x varie de $\frac{c\pi}{\mu}$, la fonction φ ne fait que changer de signe. Pour deux points amphidromiques consécutifs, le tracé des lignes cotidales reste donc le même, mais il y a inversion des phases.

Toute ligne cotidale correspondant à l'heure $\frac{\theta}{\mu}$ du temps spécial de l'onde admet pour tangente au point amphidromique la droite de coefficient angulaire $\frac{\mu}{2\omega}\operatorname{tang}\theta$. Lorsque l'heure cotidale croît, la rotation amphidromique s'effectue bien, dans l'hémisphère nord, dans le sens positif astronomique, c'est-à-dire en sens inverse des aiguilles d'une montre, avec une vitesse angulaire $\frac{\mu}{2\omega}\frac{1+\operatorname{tang}^2\theta}{1+\frac{\mu^2}{4\omega^2}\operatorname{tang}^2\theta}$, variable avec θ. Deux lignes cotidales différant de 6 heures sont symétriques par rapport au point amphidromique et forment ainsi une courbe continue présentant une inflexion en ce point.

Relativement à l'axe du canal, toute ligne cotidale d'heure H a pour symétrique la ligne cotidale d'heure 12 — H.

Enfin toute ligne cotidale d'heure H a pour asymptote la droite

$$x = c\left(\frac{\pi}{2\mu} - \mathrm{H}\right)$$

qui se déplace alternativement d'un ventre à l'autre avec une vitesse égale à la célérité. Si l'on observe que dans la région comprise entre deux points amphidromiques consécutifs, la ligne cotidale d'heure zéro (ou VI) comprend non seulement la portion de l'axe reliant ces deux points, mais encore la perpendiculaire passant par le ventre médian, on aura ainsi tous les éléments essentiels de la propagation du mouvement vertical.

On voit aisément que l'axe du canal ainsi que ses perpendiculaires menées des points amphidromiques et des ventres intermédiaires sont axes de symétrie pour les courbes d'égale amplitude. Celle de ces courbes qui passe par les ventres, où elle admet comme tangentes d'inflexion les droites de coefficient angulaire $\pm\frac{\mu}{2\omega}$, limite autour des points amphidromiques

des régions intérieures dans lesquelles les courbes d'égale amplitude sont fermées, orthogonales à l'axe et se confondent sensiblement, au voisinage des points amphidromiques, avec des ellipses de plus en plus petites, dont les axes restent respectivement proportionnels à 2ω et μ.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur le degré d'exactitude de la loi de Bragg pour les rayons X.* Note de M. **Manne Siegbahn**, présentée par M. Brillouin.

Dans des Mémoires de 1919 et 1920, MM. Stenström et Hjalmar ont montré que la loi de Bragg doit subir une petite correction. En réalité, cette loi ne donne pas exactement la même valeur pour la longueur d'onde calculée d'après des réflexions d'ordre différent. Bien que le défaut qui se montre dans les longueurs calculées soit très petit et ne surpasse pas beaucoup les erreurs expérimentales, le caractère systématique des écarts met la réalité de la correction hors de doute.

MM. Stenström et Hjalmar ont constaté l'inexactitude de la relation de Bragg pour les cristaux de gypse et de sucre. Pour reconnaître de quoi dépend la correction des longueurs d'onde, ces auteurs ont aussi mesuré l'effet obtenu en utilisant des rayons caractéristiques différents. Bien entendu, les rayons utilisés furent choisis en vue d'échapper aux complications par non-simplicité des lignes spectrales.

Le résultat que la théorie simple de la réflexion des rayons X par des milieux cristallins n'est pas suffisant pour des mesures très exactes était à prévoir. M. P.-P. Ewald a donné une théorie plus complète de ce phénomène et l'a comparée aux résultats expérimentaux de Stenström et Hjalmar. On doit s'attendre à ce que tous les cristaux montrent cette déviation de la théorie simple, pourvu que les mesures aient une précision suffisante. Dans une Note précédente (¹), j'ai donné des résultats de mesures de précision avec un appareil perfectionné. Un des résultats mentionnés dans cette Note avait rapport à cette question; j'ai pu montrer l'inexactitude de la théorie de Bragg pour la calcite. Ce fait a une importance spéciale en raison de l'emploi fréquent de ce cristal pour les mesures spectroscopiques.

Dans une Note récemment publiée (²), M. Dauvillier a supposé que l'écart était dû à la complexité de la ligne spectrale $K\alpha_1$ utilisée dans mes mesures. Je veux remarquer :

(¹) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1350.
(²) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 443.

1° Que le résultat est le même pour la ligne α_2 qui, d'après M. Dauvillier, est simple;

2° Que la composante faible α_7 à côté de α_1, aurait, d'après M. Dauvillier, une longueur d'onde différant de 2 XU (10^{-11} cm) de la ligne α_1. Avec dispersion de mon spectrographe, deux lignes d'une différence supérieure à 0,4 XU sont séparables, et la ligne α_7, si elle existait dans mes spectrogrammes, devrait être à une distance considérable de la ligne α_1 qui a servi dans mes mesures. (D'après une remarque de la Note de M. Dauvillier j'estime que, dans mes spectrogrammes, la résolution est trois fois plus grande que dans ceux de M. Dauvillier.) Pour cette raison, je ne peux pas attribuer, dans mes résultats, la déviation de la loi de M. Bragg à une autre cause que celle déjà reconnue par M. Ewald ([1]) pour les résultats de MM. Stenström et Hjalmar.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le poids atomique du chlore dans un minéral ancien, l'apatite de Balme*. Note de Mlle **Ellen Gleditsch** et de M. **B. Samdahl**, présentée par M. A. Haller.

Depuis les recherches de M. F.-W. Aston, on sait que le chlore ordinaire, de poids atomique 35,46, comprend deux isotopes, dont un a pour poids atomique 35, l'autre 37. Le rapport entre les deux est constant et ne change point dans le chlore de nos laboratoires, ce qui ressort des déterminations très concordantes de son poids atomique. Ce chlore provient sans exception des minéraux qui ont été déposés par l'eau de mer.

Une question cependant s'impose : ce rapport peut-il n'avoir jamais varié? Le chlore, dans des minéraux anciens, cristallisés du magma primaire, comprenait-il déjà les deux isotopes dans les mêmes proportions? Pour s'en rendre compte, il faudrait déterminer le poids atomique du chlore dans un minéral, qui n'aurait pas été en contact avec de l'eau, un minéral où le chlore serait un élément constitutif. L'analyse de ce minéral, généralement désigné comme un chloro-fluophosphate de calcium, nous a montré qu'il contient en effet 5,61 pour 100 de chlore, ainsi que des traces de fluor. A Oedegaarden l'apatite se trouve en filons dans des gabbros, qui appartiennent sans aucun doute à la période archéenne. L'apatite d'Oedegaarden, étant formée du premier magma par des vapeurs ou des solutions, réalise donc les conditions exigées.

([1]) *Z. f. Ph.*, Bd 2, 1920.

Au cours de notre travail, M^{lle} Irène Curie a publié une Note [1] sur le poids atomique du chlore dans certains minéraux anciens, entre autres dans l'apatite de Bamle.

Le plan que nous avons suivi était de nous procurer une assez grande quantité d'acide chlorhydrique, en distillant le minerai avec l'acide sulfurique, puis de transformer l'acide obtenu en chlorure de sodium par neutralisation avec du carbonate de sodium, ensuite de purifier le chlorure de sodium et de déterminer le poids atomique du chlore y contenu. Vu les expériences antérieures sur les isotopes, et particulièrement sur ceux du plomb, nous avons pensé qu'on ne risquerait certainement pas de changer le rapport des isotopes en purifiant le chlorure brut; nous nous sommes donc efforcés d'obtenir un chlorure pur, où aucune trace d'une substance étrangère, spécialement de brome ou d'iode, ne pourrait rendre les résultats douteux.

Voici comment nous avons purifié le chlorure :

I. Du chlorure de sodium, préparé de l'apatite, fut précipité par du nitrate d'argent, le chlorure étant en léger excès. Le précipité, après avoir été lavé et séché, fut transformé en chlorure de sodium par fusion avec du carbonate de sodium et de l'hydrate de soude, le chlorure étant en excès. Le chlorure de sodium extrait de la masse fondue fut précipité de la solution saturée par un courant d'acide chlorhydrique gazeux, provenant d'un chlorure de sodium préparé de l'apatite. Le précipité fut chauffé au rouge et, après dissolution et filtration, fut recristallisé douze fois.

II. On a dissous du chlorure de sodium de l'apatite, et à la solution on a ajouté un peu d'hydrate de baryte pur. Après filtration, l'excès de baryum fut précipité par un courant d'anhydride carbonique (provenant d'un carbonate pur et de l'acide sulfurique). Le liquide fut chauffé à ébullition et, après filtration, évaporé à cristallisation. Les cristaux furent dissous et le chlorure fut précipité à trois reprises par l'alcool pur. Le précipité fut chauffé au rouge et, après dissolution et filtration, il fut encore recristallisé sept fois.

III. On a préparé d'un chlorure de sodium du commerce purifié une solution saturée et l'on y a fait passer un courant de chlore pendant une heure. Le liquide fut chauffé et maintenu à ébullition pendant quelques minutes; après refroidissement on y a fait passer un courant d'acide chlorhydrique. Le chlorure de sodium précipité fut séparé du liquide et recristallisé deux fois.

Ces trois échantillons de chlorure nous ont servi pour la détermination du poids atomique. Le procédé était le suivant : Une petite quantité de chlorure fut dissous, et l'on y ajouta du nitrate d'argent, en ayant soin d'avoir le chlorure en léger excès; le chlorure d'argent fut lavé et séché suivant les règles ordinaires jusqu'à pesée constante. Toutes les opérations furent faites à la lumière artificielle. On pesa dans une

[1] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1025.

petite nacelle en porcelaine une partie du chlorure d'argent absolument blanc. La nacelle fut placée dans un tube en verre d'Iéna et l'on chauffa lentement, tout en faisant passer un courant lent d'hydrogène. Après réduction complète, une nouvelle pesée donna le poids de l'argent, et la différence des deux pesées donna le chlore, enlevé par l'opération.

Il convient de dire que tous les réactifs qui nous ont servi étaient des produits purs. Voici les résultats :

I. AgCl : pesé 0,9220, d'où Cl 0,2282. Le calcul pour un chlore de poids atomique 35,16 donne Cl 0,2280.

II. AgCl : pesé 0,8870, d'où Cl 0,2194. Le calcul pour un chlore de poids atomique 35,16 donne Cl 0,2194(2).

III. AgCl : pesé 0,9024, d'où Cl 0,2232, conforme au calcul, qui donne Cl 0,2232.

Les poids atomiques résultant de ces expériences seront donc : I. 35,49; II. 35,45(4); III. 35,46.

Il n'y a donc aucun doute que le chlore dans l'apatite de Bamle n'ait un poids atomique égal à celui du chlore ordinaire. Les variations sont de l'ordre des erreurs expérimentales. Étant donnés l'âge et l'origine du minéral examiné, nous pensons qu'on peut conclure de nos résultats que le chlore, à l'époque de la formation des minéraux du magma primaire, comprenait déjà les deux isotopes dans le même rapport qu'aujourd'hui, ou que les deux isotopes étaient alors formés en proportions constantes.

MÉTALLURGIE. — *Sur le traitement thermique de quelques fontes de moulage.* Note de M. **Jean Durand**, présentée par M. G. Charpy.

Il semble que les traitements thermiques, dont l'emploi s'est généralisé pour les aciers, soient au contraire peu pratiqués pour les fontes. Les données théoriques actuellement acquises sont cependant suffisantes pour orienter ces opérations. En particulier, les travaux de MM. Charpy et Grenet sur l'équilibre des systèmes fer-carbone (¹) et sur l'influence des divers facteurs de l'équilibre peuvent servir de base à une conception de la constitution des fontes qui a été adoptée à plusieurs reprises depuis lors; elle consiste à considérer les fontes comme constituées, au point de vue structural, par un mélange d'acier et de graphite. Il en résulte immédiate-

(¹) Charpy et Grenet, *Bull. Soc. Encour.*, 1902, p. 399. — Charpy, *Soc. Chim. France*, mai 1908.

ment que les caractéristiques mécaniques de ces fontes seront affectées à la fois par l'état physico-chimique de l'acier constituant et par la répartition du graphite, ce dernier jouant le rôle d'inclusions et ayant tendance, par conséquent, à diminuer la résistance de l'ensemble.

Cette manière de voir a été exposée récemment par le Dr Hatfield ([1]) et développée dans ses conséquences au point de vue de la structure des fontes; mais si des essais pratiques, d'ailleurs fort peu nombreux, ont porté sur l'influence du recuit et ont abouti à des résultats conformes à ceux qui sont exposés plus loin, il ne semble pas, par contre, qu'il aient comporté des trempes et des revenus.

Les essais que nous résumons ici ont porté sur les fontes suivantes :

	C. total.	Graphite.	Silicium.	Manganèse.	Soufre.	Phosphore.
A...	3,200	2,720	1,180	0,536	0,048	0,208
B...	3,250	2,500	1,087	0,432	0,056	0,131
C...	2,960	2,400	0,823	0,840	0,048	0,149
D...	3,060	2,740	1,195	0,504	0,041	0,257

Afin de pouvoir comparer les résultats des traitements thermiques effectués à ceux obtenus en pratique courante, les essais, et notamment les essais de choc, ont été exécutés suivant la technique prévue aux Spécifications techniques des Chemins de fer français, bien que ces essais ne fournissent pas des données numériques d'interprétation facile et qu'en particulier l'essai de choc corresponde à un travail dont la valeur est d'autant moins précise que le travail est plus élevé. Les éprouvettes de traction, par séries de 12 pour chaque composition, étaient coulées en sable au diamètre de 25^{mm}, après traitement usinées à 16^{mm} et rectifiées; l'essai était effectué à la machine Maillard.

Les éprouvettes de choc étaient coulées en sable aux dimensions de $40 \times 40 \times 250^{mm}$; mode opératoire: barreau placé sur deux couteaux distants de 160^{mm} d'axe en axe; mouton de 12^{kg}; hauteur initiale de chute $0^{m},35$; la hauteur de chute croît de $0^{m},05$ à chaque coup de mouton jusqu'à rupture.

1. *Recuit.* — Le traitement adopté consistait dans un chauffage à 900°, d'une durée de 45 minutes, dans un moufle électrique, avec refroidissement dans le four; les essais mécaniques avant et après traitement sont résumés ici :

([1]) *Cast Iron in the light of recent research*, 1918, p. 123.

	Résistance moyenne (kg par mm²).		Hauteur de rupture moyenne (en mètres)		Travail total de rupture (en kgm)	
	avant traitement.	après traitement.	avant traitement.	après traitement.	avant traitement.	après traitement.
A......	23,1	16,2	0,65	0,60	42,0	34,2
B......	25,4	15,8	0,55	0,60	27,0	34,2
C......	20,4	16,4	0,55	0,50	27,0	20,4
D......	25,4	15,7	0,65	0,60	42,0	34,2

On voit que la résistance à la rupture est fortement affectée par le recuit, tandis que la hauteur de chute correspondant à la rupture reste sensiblement constante.

La diminution de résistance est due à la séparation du graphite qui s'effectue au cours du recuit et qui est mise en évidence par l'analyse :

	Teneur en graphite	
	avant traitement.	après traitement.
A......................	2,720	2,920
B......................	2,500	3,000
C......................	2,400	2,520
D......................	2,740	3,050

La conséquence pratique est que le recuit des fontes grises doit s'effectuer à une température inférieure à la température de séparation du graphite, température qui est d'autant plus basse que la teneur en silicium est plus élevée.

2 *Trempe suivie d'un revenu.* — Les essais préliminaires ont montré que le traitement le plus favorable pour les fontes étudiées consistait dans une trempe à l'huile à 900° suivie d'un revenu à 650°.

Le résultat des essais est résumé dans le Tableau suivant :

	Résistance moyenne (en kg par mm²)		Hauteur de rupture moyenne (en mètres)	
	avant traitement.	après traitement.	avant traitement.	après traitement.
A...........	23,1	30,6	0,65	1,10
B...........	25,4	30,3	0,55	0,80
C...........	20,4	26,5	0,55	0,95
D...........	25,4	27,3	0,65	0,80

L'augmentation de la résistance et de la hauteur de rupture est donc très importante; il faut surtout remarquer la variation du nombre de coups de mouton subis avant rupture et celle du travail de rupture :

	Nombre de coups de mouton		Travail de rupture (en kgm)		Rapport du travail de rupture avant et après traitement.
	avant traitement.	après traitement.	avant traitement.	après traitement.	
A........	7	16	42,0	139,2	3,3
B........	5	10	27,0	69,0	2,5
C........	5	13	27,0	101,4	3,7
D........	7	10	42,0	69,0	1,6

L'amélioration est plus faible pour la fonte D qui contient seulement 10 pour 100 de carbone combiné, tandis que les fontes A, B, C en contiennent respectivement 20, 20 et 18 pour 100.

Ceci est conforme à la conception exposée plus haut; il est logique en effet que l'influence de la trempe et du revenu soit d'autant moins accentuée que l'élément modifié par ce traitement, c'est-à-dire le carbone combiné, est en proportion plus faible.

La conséquence de ces essais peut être importante au point de vue industriel; ils démontrent en effet l'influence d'un traitement thermique convenable sur les propriétés mécaniques des moulages et notamment ce que l'on peut espérer en obtenir sur les projectiles en fonte aciérée.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la séparation de l'oxyde ferrique et de l'alumine d'avec la chaux par la méthode des azotates.* Note de M. **Charriou**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La séparation de l'oxyde ferrique et de l'alumine d'avec la chaux par la méthode des azotates de H. Sainte-Claire Deville [1] est incomplète par suite de l'entraînement de la chaux par l'oxyde ferrique et l'alumine. J'ai recherché les moyens d'annuler ces entraînements.

Influence de la température de décomposition des azotates. — Après le traitement par la chaleur, la masse était reprise avec 50^{cm^3} d'une solution bouillante d'azotate d'ammoniaque à 4 pour 100 conservée à chaud pendant une heure, puis lavée à l'eau bouillante.

---

(1) *Ann. Ch. Ph.*, 3e série, t. 38, 1853, p. 5.

I. — *Oxyde ferrique et chaux.*

Solution. CaO.	Fe^2O^3.	Mode de décomposition des azotates par la chaleur.	CaO entraînée.	CaO pour 100.
0,56	0,144	Jusqu'au commencement de décomposition de l'azotate de calcium (apparition des vapeurs nitreuses).	0,016	11,4
0,56	0,1418	Jusqu'à la fin de la décomposition de l'azotate ferrique (disparition des vapeurs nitriques) vers 350°.	0,0091	6,4
0,56	0,14	Jusqu'à la fin de la décomposition de l'azotate ferrique vers 250°.	0,007	5
0,56	0,144	Jusqu'à la fin de la décomposition de l'azotate ferrique vers 150°.	0,0057	3,9

II. — *Alumine et chaux.*

Solution. CaO.	Al^2O^3.		CaO entraînée.	CaO pour 100.
0,56	0,166	Jusqu'à la fin de la décomposition de l'azotate d'aluminium (disparition des vapeurs nitriques) vers 250°.	0,0034	2
0,56	0,166	Jusqu'à la fin de la décomposition de l'azotate d'aluminium vers 150°.	0,0022	1,4

Influence de la concentration de l'azotate d'ammoniaque. — J'ai cherché à diminuer l'entraînement en augmentant la concentration de l'azotate d'ammoniaque, et en le laissant agir pendant un temps plus long.

La décomposition des azotates était réalisée vers 150° jusqu'à la disparition des vapeurs nitriques.

1° La masse était reprise une seule fois avec 50^{cm^3} de solution bouillante d'azotate d'ammoniaque de concentration variable et laissée en présence à chaud pendant un temps variable, puis lavée à l'eau bouillante.

Solution. CaO.	Fe^2O^3.		CaO entraînée.	CaO pour 100.
0,56	0,142	Solution d'azotate d'ammoniaque à 8 pour 100 pendant 1 heure.	0,003	2,1
0,56	0,1404	Solution d'azotate d'ammoniaque à 10 pour 100 pendant 1 heure.	0,0027	1,9
0,56	0,144	Solution d'azotate d'ammoniaque à 10 pour 100 pendant 3 heures.	0,0015	1

On voit donc que le traitement par une solution bouillante d'azotate

d'ammoniaque à 5 pour 100 qui débarrasse complètement de la chaux l'oxyde ferrique hydraté a été ici insuffisant.

2° La masse était reprise trois fois successivement avec 50^{cm^3} de solution bouillante d'azotate d'ammoniaque à 10 pour 100, la liqueur surnageante étant chaque fois décantée. Enfin lavage par décantation à l'eau bouillante.

Solution I.		Solution II.	
CaO.	Fe^2O^3.	CaO.	Al^2O^3.
0,56	0,142	0,56	0,166

L'entraînement a été nul dans le cas des deux sesquioxydes pris séparément, de même dans le cas du mélange des deux sesquioxydes.

3° La décomposition des azotates par la chaleur en présence d'azotate d'ammoniaque (vers 150°) permet d'obtenir un entraînement nul, mais cette méthode n'est pas pratique, car les sesquioxydes séparés ainsi sont d'une finesse telle qu'ils passent au travers des filtres.

Méthode de dessiccation après précipitation par l'ammoniaque. — J'ai recherché une méthode de séparation plus pratique que celle des décantations successives.

Solution I.			Solution II.		
CaO.	Fe^2O^3.	NO^3NH^4.	CaO.	Al^2O^3.	NO^3NH^4.
0,56	0,141	2	0,56	0,166	2

Dans chaque solution le sesquioxyde était précipité avec 2^{cm^3} d'une solution d'ammoniaque à 11^{mol} par litre, puis le tout était desséché, sans dépasser 150° pour ne pas décomposer tout l'azotate d'ammoniaque. La masse était ensuite reprise et lavée par décantation à l'eau bouillante. *L'entraînement a été nul dans le cas des deux sesquioxydes pris séparément, de même dans le cas du mélange des deux sesquioxydes.*

Les décantations et filtrations, bien qu'étant beaucoup plus rapides que dans le cas des sesquioxydes hydratés, sont pourtant assez lentes, lorsqu'il y a de l'alumine. Pour éviter cet inconvénient, le résidu insoluble après deux décantations peut être dissous dans l'acide azotique bouillant et le tout décomposé par la chaleur vers 250°, puis repris avec 50^{cm^3} d'une solution bouillante d'azotate d'ammoniaque à 5 pour 100, l'alumine et l'oxyde ferrique restent alors sous forme d'une matière dense et greuue et la continuation du lavage par décantation est très rapide.

Il est très difficile de débarrasser complètement pendant le lavage la capsule de tout l'oxyde qui y adhère, aussi il faut :

Soit tarer au préalable la capsule et y réaliser la calcination puis la pesée des sesquioxydes;

Soit dissoudre les parcelles d'oxydes avec un peu d'acide azotique, puis précipiter par l'ammoniaque et entraîner le tout sur le filtre.

Dans toutes ces expériences le lavage était tel que le volume total des eaux de lavage (dans lesquelles est dosée ensuite la chaux) était toujours de 500^{cm^3}.

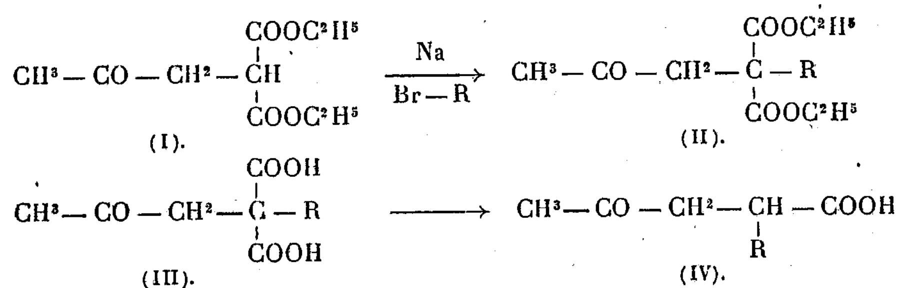
J'ai vérifié que les quantités d'azotate d'ammoniaque introduites dans ces eaux n'avaient *aucune influence* sur le dosage de la chaux à l'état d'oxalate de chaux.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides α-alcoyllévuliques.* Note de MM. **H. Gault** et **T. Salomon**, présentée par M. A. Haller.

Les acides α-alcoyllévuliques n'ont été jusqu'à présent l'objet que de rares études et il faut en trouver la raison dans les difficultés que soulève leur préparation par les méthodes actuelles, en particulier par celles qui sont basées sur l'emploi comme matière première des acides α-alcoylsucciniques (¹).

Nous exposerons dans cette Note un procédé général de préparation de ces acides qui repose sur le cycle de réactions suivantes :

La matière première d'où nous sommes partis est l'éther acétonylmalonique (I) que nous avons préparé avec de bons rendements par condensation de la monobromacétone avec l'éther malonique sodé. L'éther acétonylmalonique fournit facilement un dérivé sodé qui, condensé avec les iodures alcooliques, conduit aux éthers alcoylacétonylmaloniques (II). Les acides libres (III) résultant de la saponification de ces éthers perdent une molécule d'anhydride carbonique sous l'action de la chaleur en donnant finalement naissance aux acides α-alcoyllévuliques (IV).



(¹) Thorne, *Ch. Soc.*, t. 39, p. 340. — Fittig-Young, *L. Annal.*, t. 216, p. 39. — Bentley et Perkin, *Ch. Soc.*, t. 73, p. 57.

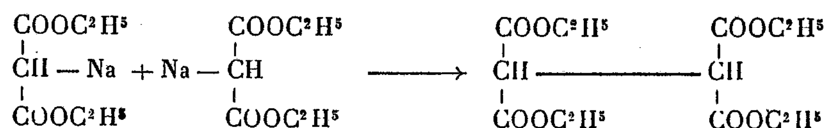
Nous indiquerons uniquement, dans cette Note, les résultats relatifs à l'étude des trois premières phases de ces transformations successives.

I. *Éther acétonylmalonique.* — L'éther acétonylmalonique se forme par condensation directe de l'éther malonique sodé avec la monobromacétone. Cette réaction a été signalée pour la première fois par C. Paul, K. Zahn et G. Kuehne [1] qui, s'intéressant exclusivement au bromure de sodium qui se précipite à l'état colloïdal au cours de cette réaction, n'ont jamais cherché à en isoler le terme principal.

La monobromacétone (1^{mol}) préparée à partir de l'acétone commerciale d'après les indications simplifiées de Skolowsky [2] et distillée *immédiatement* après préparation, est versée par portions et en évitant tout échauffement dans 600^{cm^3} à 800^{cm^3} d'éther absolu, tenant en suspension le malonate d'éthyle sodé (1^{mol}). La réaction s'amorce rapidement et peut être considérée comme terminée après un contact de deux à trois jours. Le mélange soumis à un traitement approprié fournit un liquide neutre qui, distillé sous 20^{mm}, donne, outre de petites quantités de monobromacétone et d'éther malonique non entrés en réaction, deux réactions principales :

La première fraction E_{20} (145°-155°) est constituée par l'éther acétonylmalonique.

La fraction supérieure renferme un corps solide (F. 74°) qui est l'éther éthanetétracarbonique symétrique (V), produit de condensation bimoléculaire de l'éther malonique [3].



L'éther acétonylmalonique est une huile jaune pâle bouillant à 150° sous 20^{mm} sans aucune décomposition. On l'obtient avec un rendement de 65 pour 100.

Il fournit une phénylhydrazone extrêmement instable (F. 108°-109°) et une semicarbazone stable (F. 125°-127°).

II. *Éthers alcoylacétonylmaloniques.* — Ces éthers prennent facilement naissance par condensation directe, en milieu alcoolique, de l'éther acétonylmalonique sodé avec les iodures alcooliques. La réaction se développe à température ordinaire et se termine par chauffage au bain-marie jusqu'à neutralisation complète.

Nous avons préparé :

L'*éther éthylacétonylmalonique* (rendement 86 pour 100), huile indistillable sans décomposition même sous vide réduit. Phénylhydrazone instable (F. 99°-100°).

L'*éther isobutylacétonylmalonique* (rendement 72 pour 100), huile indistillable

(1) *Ber.*, t. 41, I, 1908, p. 52-59; t. 42, 1909, p. 277.

(2) *Ber.*, t. 9, p. 1687.

(3) GIOVANNI ROMEO, *Gaz. Chim.*, t. 35, 1905, p. 115.

sans décomposition complète sous pression réduite. Phénylhydrazone instable (F. 72°-73°).

III. *Acides acétonylmaloniques.* — La saponification des éthers acétonylmaloniques ne s'effectue pas avec la même facilité pour tous les termes que nous avons isolés et, en particulier, l'éther isobutylacétonylmalonique s'hydrolyse plus difficilement que les termes à radical substituant moins lourd : c'est une propriété des éthers maloniques déjà fréquemment mise en évidence et qui peut être attribuée à des phénomènes d'empêchement stérique (¹).

Acide acétonylmalonique. — L'éther acétonylmalonique peut être facilement saponifié et fournit avec un bon rendement l'acide acétonylmalonique (²) solide fondant à 145° avec perte d'anhydride carbonique. Phénylhydrazone (F. 127°-128°).

Acide éthylacétonylmalonique. — Dans les mêmes conditions, l'éther éthylacétonylmalonique fournit l'acide libre correspondant qui, recristallisé dans le benzène, fond à 122°-123°. Phénylhydrazone (F. 136°-137°).

Acide isobutylacétonylmalonique. — L'hydrolyse complète de l'éther isobutylacétonylmalonique est plus difficile et moins complète que pour les deux termes précédents : en particulier, la proportion d'éther-acide qui se forme au cours de la saponification par les méthodes habituelles est relativement considérable. Nous n'avons pas obtenu jusqu'à présent l'acide sous la forme solide.

IV. *Acides alcoyllévuliques.* — Les acides alcoylacétonylmaloniques soumis à l'action de la chaleur perdent facilement une molécule d'anhydride carbonique en conduisant aux *acides* α-alcoyllévuliques correspondants. Dans les mêmes conditions, les éthers-acides qui résultent de l'hydrolyse incomplète des éthers acétonylmaloniques perdent également de l'anhydride carbonique avec production des *éthers* α-alcoyllévuliques.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur le rôle des impuretés gazeuses dans l'oxydation catalytique du gaz ammoniac.* Note de M. **Eugène Decarrière**, présentée par M. A. Haller.

Les résultats antérieurement obtenus à la température de 710° par les mélanges à 8,5 pour 100 de gaz ammoniac en volume, dans la catalyse par le

---

(¹) Werner, *Lehrbuch der Stereochimie*, 1904, p. 403-404. — A. Michaël, *J. pr.*, 2ᵉ série, t. 72, p. 537-554.

(²) Perkin-Simonsen, *Ch. Soc.*, t. 91, p. 821.

platine en feuilles froissées, permettent de conclure que l'action nocive est lente mais définitive pour l'acétylène, faible et passagère pour l'hydrogène sulfuré, considérable mais passagère encore pour l'hydrogène phosphoré.

Dans les deux derniers cas, le rendement baisse, devient constant ou s'élève suivant que la dose d'impureté croît, est constante ou décroît; mais l'action de l'hydrogène phosphoré est si forte que *sans* (1) certaines circonstances favorables les catalyseurs industriels genre Ostwald pourraient être éteints par la présence momentanée de traces d'hydrogène phosphoré dans le mélange gazeux. Or, de même que l'on a pu constater (2) que, dans les conditions précisées dans la Note du 13 février 1922, l'hydrogène sulfuré est capable de neutraliser en partie l'influence nuisible de l'acétylène, de même on verra ci-après que le même gaz peut contre-balancer celle pourtant si redoutable de l'hydrogène phosphoré.

Dans une première série d'expériences, l'acétylène est d'abord seul adjoint à l'hydrogène phosphoré; on constate alors que l'acétylène (essayé jusqu'à la dose 0,34 pour 100) n'empêche ni l'action nocive par l'hydrogène phosphoré (à la dose 0,000020 ∼ 0,000024 pour 100), ni la régénération par le mélange d'ammoniac et d'air, tout en fatiguant le catalyseur comme à l'habitude.

Ainsi, le rendement se trouvant abaissé à 60,1 pour 100 en présence de 0,000022 pour 100 d'hydrogène phosphoré et 0,125 pour 100 d'acétylène remonte en 45 minutes à 78,8 pour 100 si l'on supprime l'hydrogène phosphoré en laissant l'acétylène subsister dans le mélange gazeux.

Dans une deuxième série d'expériences effectuées consécutivement dans l'ordre indiqué avec un même échantillon de platine neuf, l'acétylène, l'hydrogène sulfuré et l'hydrogène phosphoré agissent d'abord ensemble, puis les deux premiers gaz sont simultanément ou successivement supprimés afin de mettre en évidence leurs rôles respectifs dans le mélange.

Après deux heures et demie de catalyse en présence de

0,19 pour 100 d'acétylène + 0,01 pour 100 d'hydrogène sulfuré
+ 0,00001 pour 100 hydrogène phosphoré,

le rendement est de 91,9 pour 100; il atteint 92,5 pour 100 après huit heures de régénération par le mélange d'ammoniac et d'air.

Après quatre heures d'action du mélange nocif précédent employé à la dose double, de façon que l'hydrogène phosphoré soit à la teneur de 0,00002 pour 100 qui fait tomber le rendement à 71,5 pour 100 environ quand ce gaz figure comme seule impureté, on obtient 89,1 pour 100.

---

(1) Et non « *sous* certaines circonstances favorables » comme cela a été imprimé par erreur dans ma précédente Note (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 461.

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 148).

Ce qui a été dit plus haut à propos de l'addition de l'acétylène à l'hydrogène phosphoré reste vrai en présence de l'hydrogène sulfuré dont l'influence favorable ressort nettement de la suppression de ce dernier gaz dans le mélange; dans le Tableau suivant, les doses des impuretés sont soit zéro, soit :

Pour l'acétylène.	Pour l'hydrogène sulfuré.	Pour l'hydrogène phosphoré.
0,38 pour 100	0,02 pour 100	0,00002 pour 100

Constitution du mélange d'impuretés.				
Acétylène.	Hydrogène sulfuré.	Hydrogène phosphoré.	Durée d'action depuis l'expérience précédente.	Rendement en pour 100.
Présent	Présent	Présent	4h m	89,1
Absent	Absent	Présent	1.30	74,4
Présent	Présent	Présent	1	85,9
Présent	Absent	Présent	1.30	70,9
Absent	Présent	Présent	1	80,8

Après 8h30m de régénération, le rendement est remonté à 88,9 pour 100.

L'heureux antagonisme de l'hydrogène sulfuré vis-à-vis de l'hydrogène phosphoré ne peut d'ailleurs être attribué à l'hydrogène qu'il libère par dissociation, car, en ajoutant l'hydrogène à raison de 0,02 pour 100 à la même dose d'hydrogène phosphoré que précédemment, le rendement s'abaisse à 75,4 pour 100 en une heure, et on le trouve égal à 76,4 pour 100 au bout du même temps en décuplant la proportion d'hydrogène; or il suffit de faire intervenir en outre l'hydrogène sulfuré à la dose de 0,02 pour 100 pour qu'en une heure le rendement soit remonté à 84,4 pour 100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les leucoindigos acylés et alcoylés.* Note (¹) de M. E. Grandmougin, présentée par M. A. Béhal.

La formule cétonique de l'indigo libre est établie avec une assez grande certitude, mais comme dérivé hétérocyclique on peut envisager de nombreuses formes tautomériques (aussi bien cis que trans) de ses dérivés. Il en est de même de l'indigo réduit auquel on attribue cependant assez généralement, par suite de sa solubilité dans les alcalis, la formule énolique, mais on a décrit des dérivés acylés de la forme cétonique, en particulier le diacétylleucoindigo, obtenu en acétylant l'indigo par l'anhydride acétique en présence de poudre de zinc et d'acétate de soude (²).

(¹) Séance du 27 février 1922.

(²) Liebermann et Dickhuth, *Ber.*, t. 24, 1891, p. 4130.

Ce composé est insoluble dans les alcalis et par oxydation il donne le diacétylindigo rouge qui est un dérivé N. acétylé. La preuve en a été fournie récemment, car, par oxydation énergique, il fournit l'acide acétylanthranilique; d'autre part, sa constitution ressort également du fait qu'il a pu être obtenu par oxydation du N. acétylindoxyle (1).

A l'occasion d'une étude sur l'action du chlorure de benzoyle sur l'indigo, nous avons été amenés à examiner ces composés acylés du leucoindigo et à envisager une constitution énolique des leuco dérivés acylés.

Si, en effet, sur une cuve d'indigo, contenant donc le sel sodique du leucoindigo, on fait agir des anhydrides d'acides ou des chlorures d'acides on obtient des dérivés diacylés du leucoindigo (2) qui, d'après leur mode de formation et leur insolubilité dans les alcalis, ne peuvent guère avoir une autre constitution que celle de composés O. acylés. D'autre part, il est absolument certain que les indigos correspondants sont incontestablement acylés à l'azote. Nous en avons fourni la preuve pour le dibenzoylindigo rouge, qui, par oxydation chromique, donne très nettement l'acide benzoylisatique (p. f. 188°) déjà connu (3) et qui, chauffé au-dessus de son point de fusion, se transforme en N. benzoylisatine (p. f. 206°) (4).

Il faut donc admettre que, lors de l'oxydation du leuco dérivé acylé, il y a migration du groupe acylé de l'oxygène à l'azote et transposition de la forme énolique en forme cétonique. Cette migration et cette transposition ont été également observées dans d'autres groupes, notamment dans le groupe des composés azoïques qui sont les isomères phénoliques des hydrazones quinoniques. On connaît dans ce groupe de couleurs de nombreux cas du passage du groupe acylé de l'oxygène à l'azote et inversement (5).

L'observation suivante, faite en collaboration avec M. Pierre Seyder et concernant l'alcoylation de l'indigo blanc, vient confirmer l'interprétation que nous donnons.

Si l'on fait réagir le sulfate de méthyle sur une solution alcaline d'indigo blanc, en maintenant constamment la réaction alcaline, il se sépare un nouveau composé insoluble dans l'alcali et qui est constitué essentiellement par

---

(1) Vorlaender et J. v. Pfeiffer, *Ber.*, t. 52, 1919, p. 325.

(2) Vorlaender et Drescher, *Ber.*, t. 34, 1901, p. 1858.

(3) C. Schotten, *Ber.*, t. 24, 1891, p. 775.

(4) G. Heller, *Ber.*, t. 36, 1903, p. 2764.

(5) Voir, en particulier, Willstaetter et Veraguth, *Ber.*, t. 40, 1907, p. 1432. — K. Auwers, *Ber.*, t. 40, 1907, p. 2154.

le dérivé diméthylé du leucoindigo. Pour l'obtenir à l'état pur, on le cristallise plusieurs fois du xylène, ce qui permet de le séparer d'une certaine quantité d'indigo qui a échappé à la réaction. Il forme alors des cristaux faiblement colorés en bleu, fusibles à 252° en se décomposant. L'analyse démontre qu'il s'agit bien d'un dérivé diméthylé (N calculé 9,59 pour 100; trouvé 9,55 pour 100).

Par oxydation ménagée à l'acide nitreux, il régénère de l'indigo; l'oxydation chromique le transforme par contre en isatine (p. f. 200°). Il n'est donc certainement pas méthylé à l'azote, car l'oxydation aurait donné en ce cas d'abord le N. diméthylindigo et, ultérieurement, de la N. méthylisatine, qui sont connus les deux. Il ne peut donc être qu'alcoylé à l'hydroxyle et la formule cétonique (indigo blanc) nous paraît certainement exclue.

On peut donc conclure de cette observation que l'acylation qui est faite dans les mêmes conditions que l'alcoylation doit fournir également des dérivés O. acylés. Mais il y a cette différence, c'est que dans le cas des éthers il n'y a pas, lors de l'oxydation, migration du groupe alcoylé, mais saponification, alors que pour les dérivés acylés, le groupe acylé passe de l'oxygène à l'azote pour donner la forme cétonique stable de l'indigo.

Il est du reste connu que l'éther O. éthylique de l'indoxyle donne, lors de l'oxydation par le perchlorure de fer, de l'indigo ([1]) et non pas un dérivé O. alcoylé de ce colorant, inconnu jusqu'à présent (X). Il en est de même du reste des dérivés O. acylés; si l'on oxyde l'O. acétylindoxyle, il se fait, non pas de l'indigo auquel on aurait pu s'attendre, mais, par suite d'une réaction plus complexe (formation partielle d'isatine), en fin de compte, de l'indirubine ([2]).

Tous les faits que nous venons d'exposer nous paraissent donc parler en faveur de notre interprétation : l'acylation ou l'alcoylation du leucoindigo donne des dérivés O. substitués; les dérivés O. acylés s'oxydent en dérivés N. acylés de l'indigo, par suite d'une migration du groupe acylé; les dérivés alcoylés, par contre, sont saponifiés en régénérant simplement de l'indigo.

([1]) Baeyer, *Ber.*, t. 14, 1881, p. 1745.

([2]) Vorlaender et J. v. Pfeiffer, *Ber.*, t. 52, 1919, p. 325.

GÉOLOGIE. — *Les roches éruptives de la Série intermédiaire dans le Nord-Annam et le Tonkin.* Note de M. CHARLES JACOB, présentée par M. Pierre Termier.

A mainte reprise, au cours de Notes précédentes, il a été signalé des intercalations de roches éruptives, dites pour simplifier *rhyolites* et *porphyrites*, au sein d'une Série tectoniquement intermédiaire entre un Substratum et des Nappes charriées. On les rencontre dans tout le domaine des charriages du Nord-Annam et du Tonkin; et, si l'on en juge par les roches que M. Dussault a rapportées en 1913 de Luang Prabang et du Tran Ninh, leur extension paraît se prolonger bien plus loin à l'Ouest. L'origine de ces roches pose donc une question capitale pour la compréhension de l'Indochine du Nord, et, par surcroît, soulève un problème de géologie générale.

Je donne d'abord quelques rapides indications pétrographiques sur les rhyolites et les porphyrites, avant de revenir sur leur distribution.

I. *Série des rhyolites.* — A l'état massif et non écrasées, ces roches sont le plus souvent des rhyolites à *quartz globulaire* typiques; c'est le cas, notamment, dans Thanh Hoa, dans l'axe de Sam Neua, à la partie supérieure du Sa Phin et du Tam Dao, dans la région de Lang Son et de Cao Bang. Plus exceptionnellement, en particulier dans le N. Doi Tioi, se rencontrent de vrais *microgranites* à microlites d'orthose, où le quartz peut même disparaître du second stade, la roche passant alors au trachyte.

Mais c'est surtout dans des roches écrasées que se rencontre la structure microgranitique avec des types singuliers, abondants sur le bord occidental des schistes du Nam Sam dans Sam Neua, abondants aussi dans le Sa Phin et dans le Tam Dao. A l'œil nu, ce sont de vrais schistes cristallins, œillés, dont les « yeux » sont assez généralement des cristaux de feldspaths arrondis, atteignant 2^{cm} de diamètre au Tam Dao, plus rarement des cristaux de quartz. Au microscope, les cristaux de feldspaths, en microperthite altérée, sont, de même que ceux de quartz, rongés et recomplétés par de la pâte, tout comme les phénocristaux du premier stade dans les rhyolites ou les microgranites normaux. La pâte est *litée*, constituée par des traînées irrégulières, où le calibre des grains varie d'une traînée à l'autre; l'association comporte du quartz dominant avec de la biotite, plus rarement de la muscovite; il y a aussi des traînées indépendantes, des mouches, de biotite, plus rarement de séricite; les grands quartz brisés ont souvent des extinctions roulantes. L'hypothèse qui donnerait le mieux l'idée de cette structure serait, pour le second stade, celle d'une cristallisation progressive dans un milieu orienté, lité par un écrasement.

II. *Série des porphyrites.* — Ces roches renferment toutes ou presque toutes de

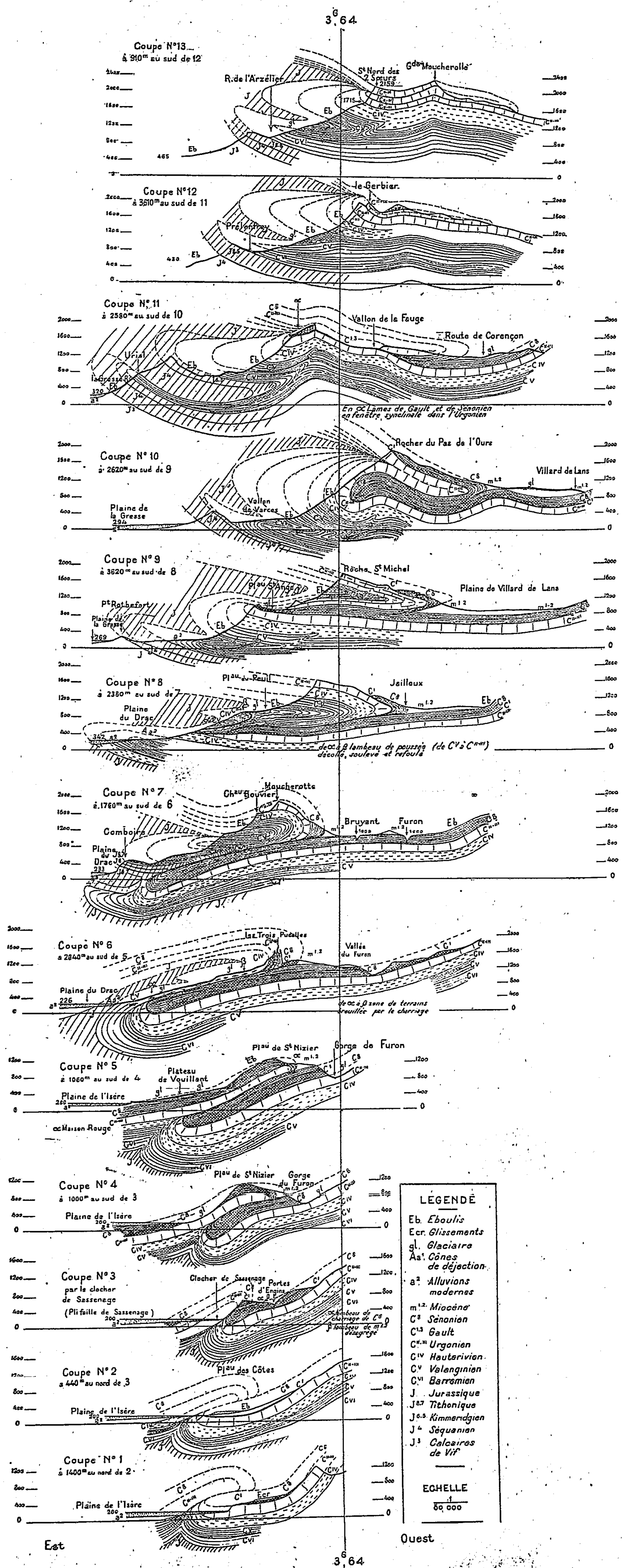
l'augite; les pyroxènes rhombiques et l'olivine sont tout à fait exceptionnels. Les feldspaths correspondent à de l'andésine (oligoclase à labrador acide). La texture va de types grenus, ou plutôt ophitiques, à des roches vitreuses. Dans le lot considérable, recueilli au cours des dernières années, j'ai reconnu : des *diabases andésitiques*, des *microdiabases andésitiques* à texture *ophitique*, celles-ci très fréquentes, des *andésites augitiques*, également très fréquentes, des *andésites non augitiques*, à verre opaque très ferrugineux, passant à de vrais minerais de fer, des *pyroxénolites* et des *augitites* fréquentes. L'altération la plus constante comporte de la chlorite, épigénisant l'augite; l'épidote aussi est assez généralement répandue.

Beaucoup de ces roches sont écrasées et transformées en brèches, disposées en grosses amandes ou en gros bancs; je signalerai le vrai béton naturel mal consolidé, que décapent les travaux en cours pour le barrage de Bai Thuong (Thanh Hoa) et les brèches du lit de la Rivière Noire entre Van Sai et Van Yen. Il y a des schistes de brèches, notamment de la région de La Han (Thanh Hoa); et l'on aboutit à des schistes verts, dans lesquels plus rien n'est reconnaissable que des produits d'altération : épidote, calcite, quartz, etc.

Quant à la distribution, les rhyolites et les porphyrites se présentent d'une manière différente.

Partout où elles accompagnent des couches fossilifères, les rhyolites ont été rencontrées jusqu'ici avec des fossiles du Trias moyen ou du Trias supérieur; cette constatation vaut pour toute la longueur de la Zone du Nam Sam, pour celle du Sa Phin et pour les environs de Lang Son. De plus, M. Bourret trouve des galets de rhyolite dans un poudingue qui dépend de ses Schistes du Song Hien, terme de la Série intermédiaire; les rhyolites seraient donc antérieures au dépôt d'une partie de celle-ci et l'hypothèse la plus simple consiste à les *interstratifier dans le Trias*. J'avoue que cette solution me satisfait incomplètement : elle rend mal compte de l'allure des rhyolites, en masses souvent énormes, comme au Tam Dao où nous les connaissons sur une épaisseur de 1400^{m} et sur une longueur de 50^{km}, au point qu'il ne reste plus qu'elles entre le substratum et les masses charriées; et surtout cette hypothèse explique mal la structure des types microgranitiques schisteux, dont il a été question plus haut.

J'estime être plus avancé pour les porphyrites. Celles-ci accompagnent dans la région de Phu Nho Quan des couches liasiques. Mais, dans la même région, on les rencontre alternant avec des rhyolites non écrasées, rhyolites pour lesquelles nous venons de supposer un âge triasique. Dans le nord-est du Tonkin, elles montent jusque dans la Nappe inférieure. Enfin, des roches, sinon identiques, tout au moins très voisines des porphyrites, avec des gabbros, des diabases et des labradorites, se rencontrent en lentilles



Coupes Est-Ouest échelonnées du Nord au Sud à travers la bordure orientale des Monts de Lans

dans la Série primaire de la Rivière Noire : il en est connu dans le Dévonien, dans le Dinantien et dans l'Ouralien. Bref, les Porphyrites et leur cortège de roches voisines n'ont pas de niveau stratigraphique, mais bien un *niveau tectonique moyen*, ayant leur principal gisement dans la Série intermédiaire. Je suis ainsi conduit à les considérer comme *contemporaines du charriage*. La ségrégation des masses le long des surfaces de glissement, leur consolidation lente ou brusque, l'écrasement des masses consolidées avant la fin du mouvement, seraient autant de circonstances propres à expliquer les variétés de composition et de texture, ainsi que les transformations dynamiques, des divers types rencontrés dans nos porphyrites.

Il semble donc que l'Indochine du Nord, où il y a tout à la fois tant de roches éruptives et de si grands phénomènes de charriage, soit susceptible de fournir quelques arguments en faveur d'une hypothèse autrefois défendue par Eduard Suess, l'hypothèse d'une liaison entre les mouvements tangentiels de l'écorce terrestre et la sortie de certaines laves. Mais l'étude de cette question difficile appelle encore de nouvelles observations.

GÉOLOGIE. — *Quelques coupes sur la bordure orientale du massif du Vercors.* Note [1] de M. **Paul Corbin**, présentée par M. Emile Haug.

Ces coupes résument l'interprétation tectonique que j'ai donnée précédemment [2] de cette région. Elles ont été exécutées sur le *plan directeur* à l'échelle de $\frac{1}{20000}$, puis réduites au $\frac{1}{80000}$.

Les nécessités géométriques qui se sont manifestées dans ces constructions *précises*, confirmées par quelques faits nouveaux, ont imposé une modification, sérieuse mais très intéressante, de mon interprétation primitive pour la région au sud du col de l'Arc. Les coupes 11, 12 et 13 montrent en effet que le régime tectonique que j'ai reconnu depuis l'Isère jusqu'à ce col, celui du double-pli couché vers l'ouest, se continue jusqu'à la Grande Moucherolle. Il se poursuit très probablement au moins jusqu'au parallèle

(1) Séance du 27 février 1922.

(2) Paul Corbin, *Sur la tectonique du bord oriental du massif du Vercors* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1095); *Observations nouvelles sur la bordure orientale des monts de Lans* (*Ibid.*, t. 173, 1921, p. 1379).

de Clelles (16^{km} au sud) et vraisemblablement encore au delà. Il se pourrait donc qu'un accident de cette importance, reconnu sur une telle longueur (37^{km}), eût une répercussion au nord de l'Isère dans le massif de la Chartreuse.

En outre, le flanc normal de la partie synclinale est continu, sans discussion possible, depuis l'Isère jusqu'à la Moucherolle, et les coupes 11, 12 et 13 prouvent que, transversalement, il ne fait qu'un avec le reste du double-pli; or, les autres coupes montrant la continuité complète de la partie anticlinale vers le nord jusqu'aux Trois Pucelles, l'anticlinal Moucherotte-Trois Pucelles ne peut être un lambeau de charriage lointain, refoulé sur le pli-faille de Sassenage; mais il est, comme je l'ai montré, la continuation même de ce pli-faille, après cassure transversale et chevauchement du bord sud de la cassure sur le bord nord, en avant des anticlinaux jurassiques.

PALÉONTOLOGIE. — *Les Turritelles tertiaires et actuelles : évolution et migrations* (¹). Note de M. **Louis Guillaume**, présentée par M. H. Douvillé.

Mode de vie. — Si l'on met de côté certaines espèces australiennes (*Turritella Godeffroyana* Donald, etc.) formant un groupe à part, on peut dire que les Turritelles actuelles *ne vivent pas au-dessous de cent brasses de fond* et que les espèces dont la taille dépasse 5^{cm} ne descendent guère au-dessous de cinquante brasses.

Les Turritelles seraient donc des gastropodes *littoraux ou néritiques*, jamais bathyaux, conclusion en accord avec leur régime herbivore et du plus haut intérêt tant au point de vue de l'étude de leurs migrations qu'au point de vue de l'appréciation de la profondeur des faunes à Turritelles des gisements classiques (cf. Tegel de Baden).

L'espèce australienne, *T. Gunnii* Reeve (côtes méridionales de l'Australie) est *vivipare* (²). De plus cette espèce présente un *dimorphisme sexuel* assez net, la coquille du mâle étant en général plus petite, de couleur plus

(¹) Je ne donne ici que les résultats d'une étude entreprise à Strasbourg, et au British Museum, grâce à l'hospitalité de la Maison de l'Institut de France à Londres.

(²) La découverte en a été faite (septembre 1921) par le lieutenant-colonel Peile.

foncée, avec un angle apical plus faible et les derniers tours moins renflés que chez la femelle (¹).

Classification. — Les caractères invoqués par certains auteurs pour la subdivision du genre en sous-genres sont loin d'avoir tous la valeur que ces auteurs leur attribuent. La grandeur de l'angle apical, le profil des derniers tours, le détail de leur ornementation (tout au moins le nombre et l'importance relative des carènes secondaires), la profondeur des sutures seraient dans beaucoup de cas tout au plus des caractères d'espèces et même de variétés. Des caractères beaucoup plus importants dont la valeur n'a d'ailleurs pas échappé à de nombreux auteurs seraient tirés du dessin des stries d'accroissement, et du profil et de l'ornementation des premiers tours, véritables *caractères statifs* — de l'allure générale de l'ornementation — et du nombre de tours, *caractère évolutif*, ce nombre semblant en règle générale augmenter au cours de l'évolution en même temps que l'accélération dans l'accroissement des tours en largeur se ralentit.

En s'appuyant sur ces derniers caractères ainsi que sur des considérations géographiques et stratigraphiques, on peut ranger les Turritelles en un certain nombre de *groupes* pouvant englober chacun plusieurs phylums évolutifs. Tantôt ces groupes sont en accord avec les divisions généralement admises (*Zaria*, *Haustator*, etc.), tantôt ils en diffèrent sensiblement. Les principaux de ces groupes sont les suivants :

T. IMBRICATARIA (*carinifera*, *hybrida*, *sulcifera*, etc.), — TURRIS (*Archimedis*, *terebra*, ? *communis*), — SUBANGULATA (*varicosa*, etc.), — TEREBRALIS (*duplicata*, etc.) — TRIPLICATA Studer (*bicarinata* Eichwald, *vermicularis*, etc.), — EXOLETA, — RUNCINATA, — etc.

Migrations. — Le groupe de *T. imbricataria* en décroissance rapide en Europe dès la fin de l'Éocène, se retrouve en Amérique où il est représenté par des espèces pliocènes ou actuelles (*Aguileræ* Böse, pliocène du Mexique; *imbricata*, mer des Antilles; *tigrina*, côte pacifique de l'Amérique centrale, etc.). Il y a donc eu *entre l'Europe et l'Amérique* des rapports fauniques, soit à la fin de l'Éocène, soit à l'Oligocène.

Ces relations de faune persistent plus longtemps *entre l'Europe et les Indes*. Déjà à l'Éocène inférieur, *T. halaensis* Cossmann (Ranikot series) présente des affinités indiscutables avec *T. carinifera* du bassin de Paris, etc. Les groupes de *T. turris* et de *T. terebralis*, après avoir atteint leur maximum d'extension dans le bassin méditerranéen au Miocène, en disparaissent

(¹) M. Iredale a fait de son côté des observations analogues.

pendant le Pliocène. Des représentants du premier groupe (*T. terebra* Lamarck, *bacillum, cerea*, etc.) et du second (*T. duplicata* Lamarck) vivent encore dans les mers orientales.

Enfin on retrouve pour les Turritelles ce fait très général d'un *déplacement de la faune vers le Sud*, à la recherche de mers plus chaudes, au cours du Pliocène : c'est ainsi que *T. vermicularis* ne dépassant pas au Nord le bassin de Vienne disparaît de la Méditerranée au Calabrien, et l'on retrouve des formes apparentées, *T. torulosa*, sur les côtes de l'Afrique occidentale, et *trisulcata*, dans la mer Rouge. De même *T. triplicata* que l'on trouve dans le coralline-crag d'Angleterre ne persiste guère actuellement que dans la Méditerranée et ne remonte pas au Nord des côtes du Portugal.

Les *Turritelles australiennes* semblent, à part un très petit nombre d'espèces communes avec l'océan Indien, être issues d'une souche particulière et avoir évolué à part. On ne peut cependant manquer d'être frappé de l'analogie entre *T. rosea*, Quoy et Gaimard, vivant sur les côtes de la Nouvelle-Zélande, et l'espèce oligocène de la Méditerranée, *T. Desmarestina* Basterot.

Conclusion. — En résumé, en ce qui concerne les Turritelles, et autant que l'état actuel de mes recherches me permet de conclure, les rapports entre l'Europe et l'Amérique ont cessé à l'Oligocène; ils ont persisté jusqu'à la fin du Miocène avec les mers orientales ; enfin, au Pliocène les affinités s'établissent avec la faune actuelle des côtes de l'Afrique occidentale et à un moindre degré avec celle de la mer Rouge.

BOTANIQUE. — *Sur la détermination de la faculté germinative autrement que par la germination des graines.* Note de M. **Pierre Lesage**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note récente [1], on peut lire : « La détermination de la faculté vitale des graines, qui est le facteur le plus important dans l'analyse des semences, *fut jusqu'ici pratiquée seulement par des essais de germination*, qui sont souvent de longue durée, ne permettant d'obtenir le résultat qu'au bout de plusieurs jours. »

Je ne puis laisser passer cette assertion sans rappeler que j'ai publié en

(1) Antonin Němec et František Duchoň, *Sur une méthode indicatrice permettant d'évaluer la vitalité des semences par voie biochimique* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 632).

1911 ([1]) et rappelé, en les complétant en 1917 ([2]), les résultats d'expériences d'après lesquelles il était possible, en moins de 4 heures, de savoir si des graines de *Lepidium sativum* avaient encore conservé ou perdu leur faculté germinative, et, par conséquent, de déterminer la faculté germinative de ces graines autrement que par leur germination.

Rappelons en quelques mots l'essentiel de ces expériences. Des graines âgées ne germant plus et des graines plus récentes, germant encore, placées dans 20 solutions de potasse variées depuis la solution normale N jusqu'à la solution diluée à $\frac{3}{4}2^{-9}$N, colorent inégalement ces solutions en jaune d'œuf : les graines ne germant plus colorent *toutes* les solutions, les graines germant encore colorent les solutions fortes jusqu'à la concentration 2^{-4}N et ne colorent plus les solutions faibles au-dessous de cette concentration.

Les solutions comprises entre les concentrations 2^{-5}N et $\frac{3}{4}2^{-9}$N pouvaient donc et ont pu me servir à reconnaître à l'avance si des graines devaient ou non germer dans mes expériences dont la conclusion se résume en ceci : coloration, pas de germination ; pas de coloration, germination.

Comme la coloration, signe de la perte de la faculté germinative, apparaissait dans moins de 4 heures, il y avait bien là le principe d'une méthode de détermination rapide de la faculté germinative sans recourir à la germination des graines. J'ai ajouté que cette méthode n'est pas applicable seulement aux graines de *Lepidium sativum*, mais peut s'appliquer à celles d'autres plantes, comme l'ont fait prévoir des essais sur les graines de 18 espèces avec des solutions de potasse. Il y a, dans ces faits, un départ pour l'étude physico-chimique des graines, d'un point de vue théorique, pouvant amener à des résultats plus ou moins immédiatement pratiques que je me suis contenté de laisser entrevoir jusqu'à présent.

([1]) PIERRE LESAGE, *Germination des graines de cresson alénois dans les solutions de potasse et coloration de ces solutions* (*Bull. Soc. sc. et méd. de l'Ouest*, 3 mars 1911); *Sur l'emploi des solutions de potasse à la reconnaissance de la faculté germinative de certaines graines* (*Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 615).

([2]) PIERRE LESAGE, *Au voisinage des limites de la germination dans les graines de* Lepidium sativum (*Revue générale de Botanique*, t. 29, 1917, p. 97).

BOTANIQUE. — *Influence de la météorologie de l'année* 1921 *sur le rougissement et la chute des feuilles.* Note de MM. **Joseph Bouget** et **Ad. Davy de Virville**, présentée par M. Gaston Bonnier.

L'année 1921, par sa forte chaleur et sa sécheresse prolongée, a été tout à fait exceptionnelle, dans nos contrées, au point de vue météorologique. Les conditions climatiques de cette année ont eu un retentissement marqué sur la biologie des végétaux et, en particulier, sur le rougissement et la chute des feuilles. Nos recherches ayant été faites sur le versant nord des Pyrénées centrales, nous avons utilisé les observations faites simultanément à l'Observatoire du Pic-du-Midi (altitude 2877^m) et à Bagnères-de-Bigorre (altitude 548^m). Les Tableaux suivants résument les différences constatées entre l'année 1921 et l'année 1920 qu'on peut considérer comme normale. Ayant comparé 1921 à 1920, les signes positifs placés devant les nombres indiquent donc qu'il est tombé un excès d'eau, ou que la température a été plus élevée, en 1921 qu'en 1920, et les signes négatifs marquent l'inverse.

Écarts pluviométriques entre les années 1921 *et* 1920.

	Août.	Septembre.	Octobre.	Novembre.
Pic-du-Midi.....	$+29^{mm},8$	-131^{mm}	$-93^{mm},7$	$-35^{mm},7$
Bagnères........	$+44^{mm},3$	-36^{mm}	$-75^{mm},8$	$-26^{mm},9$

Écarts entre les minima absolus des années 1921 *et* 1920.

	Août.	Septembre.	Octobre.	Novembre.
Pic-du-Midi............	$+0°,5$	$+10°,1$	$+5°$	$+8°,4$
Bagnères..............	$-1°,2$	$+4°,1$	$-3°$	$+6°,7$

Écarts entre les maxima absolus des années 1921 *et* 1920.

	Août.	Septembre.	Octobre.	Novembre.
Pic-du-Midi...........	$+3°,7$	$+0°,2$	$+4°,9$	$+2°,3$
Bagnères..............	$+1°,7$	$+3°$	$+4°,8$	$+0°,8$

Par suite les teintes automnales ne se sont pas produites ou ont apparu très tard et les feuilles des arbres ont gardé leur teinte verte jusqu'au froid subit des 10 à 14 novembre. La température s'abaissa brusquement : le thermomètre marquant de $-7°,7$ à Bagnères jusqu'à $-22°,4$ au Pic-du-

Midi. A ce moment les feuilles séchèrent et prirent une teinte d'un gris pâle. Quelques-unes tombèrent, mais la plupart demeurèrent attachées aux branches et y seraient même restées plus longtemps si une violente tempête survenue le 1er décembre (pendant laquelle la vitesse horizontale du vent atteignit jusqu'à 16m,7 par seconde au Pic-du-Midi) n'avait entraîné leur chute presque totale. Le Châtaignier, le Platane, le Marronnier, le Robinier ne présentèrent pas la moindre formation de teintes automnales. Mais si l'on observait les feuilles des Merisiers, Chênes, Hêtres, Tilleuls, Cornouillers ou Saules, on remarquait le long de la nervure médiane, des plages d'étendue et de couleur variables suivant les espèces, premières indication de ces teintes d'automne dont la formation fut complètement interrompue par le froid subit et vif.

Ces plages offraient un coloris beaucoup plus intense sur les terrains calcaires que sur les terrains siliceux. L'un de nous (1), du reste, a montré que normalement les teintes automnales sont toujours plus vives et plus précoces sur les sols calcaires que sur les sols siliceux, à tel point, qu'à l'automne, on peut déceler à distance, sur le flanc des basses montagnes des Pyrénées, les bandes de calcaire jurassique incluses dans les schistes dévoniens, par les arbres qui, sur le sol calcaire, ont perdu presque toutes leurs feuilles, alors qu'ils les ont encore gardées sur le terrain siliceux. La crête de Bois-Oubac, vue des Plaines d'Esquiou, offre un exemple remarquable de ce phénomène.

La météorologie anormale de l'année 1921 a également agi sur le rougissement des feuilles du Buis.

Sur les basses montagnes du versant nord des Pyrénées centrales, on observe deux types de *Buxus sempervirens* L. Dans les terrains plus ou moins riches en silice, les Buis atteignent souvent une forte taille; leurs feuilles sont d'un vert foncé et leur végétation luxuriante les rapproche des types cultivés, pour l'ornement, dans les jardins (2). De plus, leur floraison et leur fructification sont toujours très peu intenses. Ces Buis ne rougissent jamais et leurs feuilles persistent pendant tout l'hiver. Au contraire, sur les

(1) JOSEPH BOUGET, *Note sur la végétation de la Bande septentrionale des Terrains secondaires dans les Pyrénées* (*Rev. gén. de Bot.*, t. 22, 1910, p. 213).

(2) Monceau, au Congrès de la Société Botanique de France tenu à Pau, en août 1868, proposa de distinguer une variété *lancifolia*, rappelant la forme que prennent souvent les feuilles du Buis développées dans ces conditions (voir *Bull. Soc. Bot. de France*, t. 15, p. XVII et LIV).

terrains calcaires, principalement dans les expositions arides et chaudes, on trouve des Buis de petite taille, à feuilles d'un vert clair, qui fleurissent et fructifient en abondance. Par certaines périodes, variables suivant les années, on peut voir, au cours de l'hiver, rougir brusquement et irrégulièrement leurs feuilles qui ont ensuite une tendance à tomber, et même, lorsque le rougissement est très accentué, leur chute peut être totale : ces Buis se comportent alors comme des arbustes à feuilles caduques. Or, en 1921, les pieds qui, par leur état physiologique, étaient ainsi disposés à rougir, sont restés verts plus longtemps qu'au cours des années normales et lorsque leurs feuilles ont enfin commencé à se colorer, on a pu constater une atténuation très marquée du rougissement.

En somme, on voit que les conditions météorologiques exceptionnelles réalisées par l'année 1921 ont influé notablement, dans la région des Pyrénées, sur le rougissement et la chute des feuilles. On a pu constater des phénomènes analogues dans beaucoup d'autres contrées.

ENTOMOLOGIE. — *L'histogénèse des muscles du vol chez la Ranâtre, la Nèpe et les Naucorises.* Note (¹) de M. **Raymond Poisson**, présentée par M. É.-L. Bouvier.

Après Ferrière (1914), j'ai déjà signalé (²) la série remarquable que forment la Ranâtre, la Nèpe et les Naucorises (*N. cimicoides* L. et *N. maculatus* Fab.), en ce qui concerne la disparition progressive des muscles du vol. Or, jusqu'à ce jour, l'étude de ces muscles n'a été faite que chez les Insectes adultes. Il m'a paru intéressant d'en suivre l'histogénèse chez les trois genres cités précédemment ; je résume ci-dessous les résultats de mes observations.

1° *Nepa cinerea* L. — Cet insecte présente six mues dont la première se produit à l'éclosion et il existe cinq stades larvaires.

Histogénèse des vibrateurs longitudinaux. — C'est au cours du troisième stade larvaire qu'apparaissent les premières ébauches reconnaissables de ces muscles. A ce moment des myoblastes commencent à se porter au

(¹) Séance du 27 février 1922.
(²) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 1322.

voisinage des deux troncs trachéens où ils se différencient et s'allongent en fibres. Les noyaux de ces fibres primitives ne se divisent plus par mitose mais continuent à le faire très lentement par voie directe. Ce processus se poursuit pendant le quatrième stade.

Au cours du cinquième stade larvaire de nombreuses petites trachées bourgeonnent du tronc trachéen correspondant et commencent à s'infiltrer entre les jeunes fibres musculaires.

Vers la fin du cinquième stade larvaire, à l'approche de la dernière mue, les processus d'histogénèse deviennent plus actifs. On observe alors un nouvel afflux de myoblastes qui se collent sur les fibres déjà partiellement différenciées, auxquelles ils forment tout d'abord un manchon. Ces nouveaux myoblastes se différencient comme précédemment.

Synchroniquement avec cette nouvelle activité des myoblastes on observe une active prolifération des trachées. Jusqu'alors les fibres ne présentent pas de striation transversale.

Au cours de la mue imaginale (sixième mue), les processus d'histogénèse, dont les muscles vibrateurs longitudinaux ont été jusqu'alors le siège, changent brusquement d'allure. A ce stade on n'observe plus que quelques rares myoblastes autour des ébauches musculaires. Le synchronisme qui existait primitivement dans le développement des fibres et des trachées cesse d'exister. Alors que les myoblastes et les fibres formées n'évoluent plus que très lentement, les trachées poursuivent leur active prolifération et s'infiltrent entre les fibres en les dissociant. Les fibres musculaires ne présentent toujours pas de striation transversale, celle-ci n'est apparue que dans quelques fibres périphériques.

Pendant la fin de la mue imaginale, alors qne l'insecte ayant rejeté son exuvie attend immobile le durcissement de ses téguments, les noyaux de beaucoup de fibres périphériques entrent en pycnose. Cette dégénérescence nucléaire frappe toutes les rares fibres qui ont évolué jusqu'à la striation transversale et seulement quelques autres de celles dont le développement n'a pas atteint cette différenciation. A ce stade, de nombreux leucocytes viennent se rassembler sur toute la face interne du muscle vibrateur; les fibres périphériques en dégénérescence se dissocient et sont phagocytées. Puis des leucocytes pénètrent à l'intérieur de l'organe. On constate alors que le sarcoplasme des fibres qui vont persister disparaît et que leur striation longitudinale s'atténue. Les leucocytes ne paraissent pas participer directement au processus. Cette troisième phase dans l'histogénèse du

muscle est donc une phase purement régressive et contribue à réduire dans de notables proportions le volume de l'organe.

Finalement, au terme de leur évolution, les muscles vibrateurs longitudinaux présentent l'aspect d'organes trachéo-parenchymateux décrits par L. Dufour (1833), Dogs (1909), Ferrière (1914), Brocher (1908-1916).

L'évolution des sternali-dorsaux et des latéraux dorsaux postérieurs est en tous points semblable à celle des vibrateurs longitudinaux; mais comme il ne se développe à leur intérieur que quelques rares trachées, leur volume chez l'imago est extrêmement réduit. Ces muscles sont uniquement constitués par de minces lames d'un tissu formé de longues fibres grêles, accolé aux vésicules et sacs trachéens correspondants.

Ranatra linearis. — Les processus d'histogénèse sont presque identiques à ceux que j'ai décrits chez la *Nèpe*. Je noterai cependant que j'ai observé chez les imagos à muscles vibrateurs longitudinaux anormaux une structure de l'organe trachéo-parenchymateux un peu différente de celle décrite par Ferrière. Les fibres musculaires ont presque toutes acquis la striation transversale, leurs noyaux sont allongés et comparables à ceux de la *Nèpe;* mais elles sont pauvres en sarcoplasma. *Secondairement, l'organe est envahi par du tissu graisseux qui se présente sous forme de gros adipocytes qui n'adhèrent pas toujours aux fibres avoisinantes* (1).

N. cimicoides L. — Le début de l'histogénèse des vibrateurs longitudinaux est comparable à ce que j'ai décrit chez la *Nèpe*, mais la différenciation des myoblastes est encore moins accusée et jamais aucune fibre n'évolue jusqu'à la striation; aussi l'organe trachéo-parenchymateux est-il moins volumineux. Quant aux autres muscles du vol, il est très difficile, sinon impossible, de les différencier chez l'imago.

N. maculatus Fab. — L'histogénèse est extrêmement réduite, et au dernier stade larvaire quelques rares trachées seules se forment dans les ébauches très rudimentaires des vibrateurs longitudinaux. La mince lame de tissu accolé au tronc trachéen présente une structure fibro-réticulée d'apparence conjonctive; il n'y a donc pas à proprement parler d'organe trachéo-parenchymateux.

---

(1) C'est vraisemblablement de ces adipocytes dont Ferrière veut parler, lorsqu'il dit que les fibres sont entourées comme d'une gaine par des cellules arrondies à gros noyaux. Dans ce cas il n'aurait vu que le début de la formation des colonnettes d'adipocytes.

Conclusion. — Les muscles du vol chez la *Ranâtre*, la *Nèpe* et les *Naucorises* présentent le plus souvent une histogénèse anormale qui aboutit pour les vibrateurs longitudinaux, soit à la formation d'un organe particulier (organe trachéo-parenchymateux), soit à la disparition presque totale de ces muscles. Cette évolution spéciale est caractérisée tout d'abord par *un arrêt dans la multiplication et le développement des myoblastes, puis secondairement par des phénomènes de dégénérescence.* Dans la série envisagée, cette régression atteint son maximum chez *N. maculatus* où *les vibrateurs longitudinaux ne sont plus représentés que par une mince lame de tissu conjonctif.*

MÉDECINE. — *Modifications de la chronaxie des muscles squelettiques et de leurs nerfs, par répercussion de la lésion de neurones auxquels ils sont fonctionnellement associés.* Note (¹) de M. **Georges Bourguignon**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans une Note antérieure (²), j'ai montré que la lésion d'un nerf périphérique s'accompagne d'une modification de la chronaxie dans le domaine des nerfs de même chronaxie du même membre ou du membre symétrique.

De l'étude de la chronaxie des muscles et des nerfs moteurs dans les affections les plus diverses du système nerveux, il résulte que la *répercussion* est un fait encore plus général et que toute lésion d'un neurone quelconque peut retentir sur les neurones moteurs périphériques qui lui sont fonctionnellement associés. Düring, par l'étude histologique des oxydases, a montré des répercussions analogues.

Dans les répercussions, la valeur de la variation de la chronaxie en plus ou en moins, reste en général comprise entre le $\frac{1}{3}$ de la valeur normale et 10 fois cette valeur. Sur les points moteurs des muscles, tantôt la chronaxie diminue jusqu'à la $\frac{1}{2}$ ou le $\frac{1}{3}$ de la valeur normale, tantôt elle augmente jusqu'à 2 à 10 fois cette valeur. Sur le nerf, elle reste quelquefois normale, mais, le plus souvent, elle augmente légèrement.

J'ai observé ces répercussions sur le nerf et le muscle dans les lésions suivantes :

1° *Lésions du neurone sensitif périphérique.* — Zona; Tabes; Névralgies

(¹) Séance du 6 mars 1922.

(²) G. Bourguignon, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 453.

diverses sans troubles moteurs ni des réflexes cliniquement décelables. C'est dans les neurones moteurs correspondant aux neurones sensitifs malades qu'on observe la répercussion.

2° *Lésions du neurone moteur central* (faisceau pyramidal). — Hémiplégies cérébrales, pédonculaires, protubérantielles, bulbaires. Hémiplégies spinales, monoplégies et paraplégies par lésions diverses de la moelle.

3° *Lésions des voies motrices centrales extra-pyramidales* (corps opto-striés). — Maladie de Parkinson, syndromes parkinsoniens, maladie de Wilson, etc. Cette dernière catégorie de faits a été étudiée spécialement dans une série de travaux antérieurs (¹).

Je n'ai pas encore eu l'occasion d'étudier à ce point de vue les affections cérébelleuses.

Les faits isolés, publiés par certains auteurs, de réaction de dégénérescence au cours du zona et d'atrophie musculaire du tabes, ne sont probablement que des cas extrêmes du fait général que j'ai observé.

Dans les affections du deuxième et du troisième groupe, les répercussions ne s'observent que chez les malades qui ont de la contracture ou de la rigidité musculaire. Au contraire, lorsqu'il y a du tremblement ou des mouvements choréiformes, la chronaxie des nerfs moteurs et des muscles reste normale.

En règle générale, dans la contracture (lésions du faisceau pyramidal) et dans la rigidité (lésions des voies motrices centrales extra-pyramidales), la chronaxie diminue au point moteur des muscles contracturés ou rigides, et augmente au point moteur des muscles non contracturés; les muscles à chronaxie augmentée sont, le plus souvent, les antagonistes des muscles contracturés ou rigides. C'est le cas le plus fréquent dans l'hémiplégie cérébrale et dans les syndromes parkinsoniens; au membre supérieur, par exemple, l'attitude est alors celle de la contracture en flexion : la chronaxie est inférieure à la normale aux points moteurs des fléchisseurs, et plus grande que la normale aux points moteurs des extenseurs.

(¹) H. Claude et G. Bourguignon, *La forme de la contraction et la chronaxie dans deux cas d'encéphalite léthargique :* Société de Neurologie, 6 janvier 1921 (*Revue neurologique*, n° 1). — G. Bourguignon et Laignel-Lavastine, *La chronaxie dans les syndromes parkinsoniens :* Réunion annuelle de la Société de Neurologie, 3 juin 1921 (*Revue neurologique*, n° 6). — G. Bourguignon, *La chronaxie dans les états de rigidité musculaire en général :* Réunion annuelle de la Société de Neurologie, 3 juin 1921 (*Revue neurologique*, n°s 6 et 7-8).

Sur les nerfs, la chronaxie est, en général, augmentée et il y a un certain hétérochronisme entre le nerf et le point moteur.

Quelquefois la chronaxie des points moteurs des muscles varie un peu différemment. Le cas le plus rare est celui où la chronaxie du muscle contracturé reste normale, et celle de l'antagoniste non contracturé augmente. Plus souvent, on observe la diminution de la chronaxie du muscle contracturé, avec chronaxie normale dans l'antagoniste non contracturé. Dans tous ces modes de variation, le résultat final est toujours le même : *le rapport entre la chronaxie des fléchisseurs et la chronaxie des extenseurs est plus grand que normalement.*

Dans quelques cas, la contracture porte à la fois sur les fléchisseurs et les extenseurs. J'en ai observé un exemple typique dans une hémiplégie spinale par blessure de guerre. Les doigts prennent une attitude en griffe (extension de la première phalange et flexion des autres) et le poignet est rigide dans le prolongement de l'avant-bras : la chronaxie était diminuée à la fois dans les extenseurs et les fléchisseurs, et *le rapport de leurs chronaxies était plus petit que normalement.*

Des phénomènes semblables s'observent aux membres inférieurs. Les attitudes que prennent les membres affectés paraissent donc liées au rapport des chronaxies des différents groupes musculaires antagonistes. Il en est de même d'ailleurs à l'état normal (1).

Il semble donc bien qu'il y ait une relation entre la chronaxie du point moteur musculaire et la tonicité du muscle, au moins dans certaines conditions.

De ces faits, on peut tirer les conclusions suivantes :

1° Toute lésion d'un neurone peut avoir une répercussion sur la chronaxie des neurones qui lui sont fonctionnellement associés. Il semble donc qu'on pourrait étendre, en pathologie, le sens du terme « réflexe » et qualifier de « réflexes » toutes les modifications observées dans un neurone par répercussion de la lésion d'un neurone qui lui est fonctionnellement associé.

2° Quand il y a contracture ou rigidité, l'attitude paraît liée au rapport des chronaxies des extenseurs et des fléchisseurs, qui sont modifiées. Il paraît y avoir une relation entre le tonus et la chronaxie, à l'état pathologique comme à l'état normal. Au contraire, quand il y a tremblement ou mou-

(1) G. Bourguignon, *Congrès de Physiologie*, Paris, juillet 1920.

vements choréiformes, la chronaxie motrice périphérique reste normale : l'activité dont le muscle est alors le siège empêche probablement sa chronaxie de se modifier.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les chocs traumatiques.* Note de MM. **Auguste Lumière** et **Henri Couturier**, présentée par M. Roux.

Les états de dépression intenses consécutifs aux traumatismes, qui ont donné lieu depuis la guerre à des controverses assez vives, relèvent d'un mécanisme différent suivant la nature des lésions qui les déterminent.

Nous ne nous arrêterons pas à un certain nombre de types de choc conduisant à des accidents qui semblent pouvoir être facilement expliqués : ce sont ceux qui se produisent notamment à la suite d'hémorragies abondantes, d'embolie graisseuse dans les fractures des os longs, d'excitations brusques d'un nerf sensitif, de violentes douleurs, d'inhalation de gaz irritants ou que l'on observe dans les états émotionnels, au cours des anesthésies, etc.

Notre expérimentation sur ce sujet a été limitée au choc traumatique proprement dit, qui a été l'objet principal des discussions, choc dont le syndrome particulier se manifeste à l'occasion de contusions graves, de broiements, d'écrasements dans les chutes, les éboulements, les accidents de chemins de fer ou de mines, les plaies de guerre, qu'il s'agisse d'un foyer d'attrition unique ou d'une multitude de petits foyers.

Rappelons que M. Quénu, par la simple observation des faits cliniques, est arrivé à cette conclusion, que le facteur principal du choc est une intoxication qui a son origine dans le foyer traumatique même, au niveau duquel il se produit une résorption de substances toxiques se comportant comme le ferait une solution d'histamine.

MM. Duval et Grigaut ont montré, d'autre part, que l'on provoque un choc mortel en injectant, dans la veine marginale de l'oreille d'un lapin, quelques centimètres cubes d'un filtrat aseptique obtenu en broyant de 10^{g} à 20^{g} de muscle avec de l'eau stérilisée.

Nos expériences personnelles ont confirmé ces faits et nous ont permis de nous assurer que les accidents ainsi déchaînés sont dus à la floculation des colloïdes tissulaires lorsqu'ils sont mélangés par le broyage, de sorte

que le choc traumatique semble dépendre de la même cause physique que le choc anaphylactique.

On peut, en effet, vacciner contre les accidents brusques provenant de l'introduction de suc musculaire dans la circulation, au moyen d'injections subintrantes, soit de ce suc lui-même, soit de sulfate de baryte ou d'autres floculats.

L'hyposulfite de soude, la ligature préalable des carotides, les anesthésiques suppriment ces accidents tout aussi bien que ceux du choc anaphylactique.

Il existe cependant une différence importante entre les deux phénomènes. Quand on a injecté à des cobayes le filtrat musculaire à dose insuffisante pour les tuer, ils paraissent d'abord se rétablir, puis, à des intervalles d'une ou plusieurs heures, des rechutes se produisent et ils finissent souvent par succomber.

L'étude des modifications spontanées qui se passent dans le filtrat nous donne l'explication de ces poussées successives et de l'évolution fatale de certains chocs. Tout d'abord l'extrait musculaire est uniformément louche, les particules floculées étant réparties régulièrement dans le liquide, puis, peu à peu ces éléments s'accollent sous forme de gros amas qui tombent au fond du récipient.

Si à ce moment on injecte cet extrait musculaire, il ne produit plus aucun accident, même si les masses granulaires volumineuses sont introduites dans les vaisseaux en même temps que le liquide plus clair qui les entoure.

En continuant à observer ce filtrat, on constate qu'il devient le siège de nouvelles floculations. Les colloïdes mélangés par la trituration, réagissant les uns sur les autres, mûrissent progressivement et précipitent tour à tour.

Vingt-quatre heures après sa préparation, l'extrait tissulaire, conservé aseptiquement, est devenu définitivement inoffensif, alors que, pendant les premières heures, il s'était montré tantôt toxique, tantôt inactif, la toxicité apparaissant au moment où les floculations survenaient.

Le rythme des crises successives chez un animal qui a reçu une injection unique de filtrat musculaire correspond sensiblement au rythme de la floculation ; le mûrissement colloïdal paraissant s'effectuer avec la même vitesse *in vivo* et *in vitro*.

Au début de leur formation, ces floculats sont capables de déterminer le choc; mais, quand ils ont dépassé un certain stade dans leur agglomération, ils deviennent sans danger.

Les précipités qui se font dans le sang, à chaque phase de floculation, occasionnent non seulement des accidents de choc plus ou moins atténués, mais aussi des lésions hémorragiques dans les parenchymes, lésions dont les effets s'ajoutent et qui peuvent se terminer par la mort.

Ces expériences donnent l'explication du tableau symptomatique du choc traumatique dans lequel les signes typiques intenses du début du choc peuvent passer inaperçus en raison de l'absorption parfois lente et progressive des albumines susceptibles de floculer : l'ensemble des accidents et des lésions secondaires, dont les précipitations successives sont responsables, permettra de comprendre les alternatives de dyspnée, d'angoisse, d'agitation, de modification du rythme cardiaque, de sueurs, de diarrhée, de migraine, d'hématurie, etc. et de calme relatif, qui caractérisent ces chocs ainsi que leur issue parfois fatale.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Les feuillets embryonnaires en rapport avec les affinités du virus vaccinal.* Note de MM. **C. Levaditi** et **S. Nicolau**, présentée par M. Roux.

L'un de nous a émis l'hypothèse que des relations étroites doivent exister entre l'affinité des microorganismes pathogènes pour les divers tissus des vertébrés et les feuillets embryonnaires d'où ces tissus dérivent (¹). « *Les infections du mésoderme, les « mésodermoses », sont engendrées, en général, par des bactéries, des champignons, des spirilles ou des protozoaires, en un mot, par des microorganismes visibles et, pour la plupart, cultivables, tandis que les infections de l'ectoderme, les « ectodermoses », sont provoquées par des germes dont la majorité sont des virus filtrants et invisibles.*

Nous avons tenté de vérifier cette hypothèse en étudiant l'affinité du virus vaccinal adapté au cerveau (*neurovaccine*) (²), pour les divers tissus du lapin, en tenant compte de l'origine embryonnaire de ces tissus.

Dans 10 expériences, une émulsion cérébrale virulente, préalablement centrifugée, a été injectée dans la veine de l'oreille. Dans une autre l'émulsion fut introduite par le bout périphérique de l'artère carotide et dans la dernière elle fut injectée dans la trachée du lapin. En même temps les animaux étaient épilés sur la peau du flanc

(¹) C. Levaditi, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 370.
(²) C. Levaditi et S. Nicolau, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 249.

(Calmette et Guérin). Les lapins étaient sacrifiés du 6ᵉ au 10ᵉ jour, alors que la peau épilée était couverte d'une riche éruption vaccinale. La recherche du virus dans les tissus était effectuée en inoculant des émulsions sur la peau épilée et rasée de lapins neufs.

I. Affinité pour les tissus dérivés de l'ectoderme. — A. *Ectoderme proprement dit.* — 1° *Peau.* Chez tous les animaux, la vaccine s'est localisée à la peau, surtout lorsque l'épiderme avait été irrité. — 2° *Cornée.* Certains lapins ont fait de la *kératite vaccinale.* — 3° *Glande mammaire en lactation.* Présence du virus en abondance et lésions des acinis chez une lapine pleine.

B. *Segment bucco-pharyngé de l'ectoderme.* — Le virus vaccinal existe dans la *salive* des animaux infectés par les veines, par la peau et même dans le cerveau. Il y apparaît, en petite quantité, dès le 4ᵉ jour et, en abondance, le 7ᵉ et le 8ᵉ jour. Le germe ne provient pas de la *glande salivaire.* En effet l'examen de cette glande révèle des quantités de virus de beaucoup inférieures à celles que contient la salive. Son origine est purement locale. La muqueuse buccale montre des pustules vaccinales au niveau de la langue, et dont l'aspect macroscopique et la structure sont caractéristiques. Il en résulte que la *vaccine offre une affinité marquée pour le segment bucco-pharyngé de l'ectoderme, quelle que soit sa voie de pénétration dans l'organisme du lapin.* On peut, d'ailleurs, l'ensemencer directement sur la muqueuse buccale, en badigeonnant cette muqueuse avec du virus frais (pustules linguales et virulence de la salive dès le 4ᵉ jour).

C. *Système nerveux central* (*segment invaginé de l'ectoderme*). — Le cerveau, examiné à neuf reprises, s'est montré ou dépourvu de vaccine, ou très pauvre en virus (1 à 2 pustules). Comment se fait-il que la neurovaccine, si étroitement adaptée au système nerveux, ne se localise pas dans le cerveau, quand on l'introduit dans le torrent circulatoire? Le virus vaccinal ne pullule dans le cerveau qu'après une irritation préalable de celui-ci, de même qu'il ne se développe abondamment sur la peau qu'après épilage. Il suffit, en effet, chez un animal infecté par voie intraveineuse, d'injecter dans le cerveau de l'*eau salée* ou du *bouillon*, pour constater que, dans ces conditions, l'encéphale devient une riche culture de neurovaccine. L'*affinité du virus pour le système nerveux* (*ectoderme invaginé*) *apparaît ainsi nettement.*

II. Affinité pour les tissus dérivés de l'endoderme. — A. *Foie.* — L'examen du foie, pratiqué à cinq reprises, a révélé la présence de faibles quantités de virus (2 à 20 pustules).

B. Il n'en est pas de même du *poumon* qui, souvent, s'est montré très riche en germes. Cet organe joue le rôle de filtre vis-à-vis du virus injecté dans la veine auriculaire; grâce à ses affinités tissulaires, il retient le microbe, sans cependant réagir par des lésions intenses.

III. Affinité pour les tissus dérivés du mésoderme. — Contrairement aux organes de l'ectoderme et de l'endoderme, les tissus dérivés du mésoderme sont ou totalement avirulents, ou très pauvres en germes. Il en est ainsi du *sang*, de la *rate* (hypertrophiée), de la *moelle osseuse*, *des ganglions lymphatiques* (¹), des *muscles*, du *rein* (ce dernier fut quatre fois stérile et deux fois presque avirulent). *L'affinité de la neurovaccine pour les tissus dérivés du mésoderme est pratiquement nulle.*

IV. Une place à part doit être réservée aux glandes sexuelles, *testicule* et *ovaire*. *Quelles que soient les conditions expérimentales, l'ovaire et le testicule contiennent des quantités considérables de vaccine.* Le germe apparaît dans l'ovaire dès le deuxième jour, alors que nulle manifestation vaccinale n'est encore apparue sur la peau épilée du même animal. Sa présence dans ces organes se traduit, d'ailleurs, par des lésions de la glande interstitielle (ovaire), ressemblant à celles de la vaccine cutanée. Ces lésions semblent indiquer une localisation primitive de germe sur les cellules de cette glande.

Ce fait, particulièrement important, démontre l'affinité du virus vaccinal pour le *plasma germinatif*, sans distinction de sexe (²). *Tout se passe comme si les cellules germinatives, malgré leur origine mésodermique, renfermaient à l'état latent les caractères ectodermiques qui dominent les affinités tissulaires de la vaccine.*

V. *Les capsules surrénales* ont fourni des résultats intéressants. Dans la moitié des cas, elles renfermaient autant de virus vaccinal que l'ovaire ou le testicule du même animal. L'origine ectodermique nerveuse (sympathique) de la substance médulaire pourrait expliquer l'affinité du germe pour les capsules surrénales.

Conclusions. — Conformément à notre hypothèse, *la vaccine, virus filtrant et invisible, offre une affinité élective pour tous les tissus dérivés de l'ectoderme et pour certains organes de provenance endodermique, alors que son affinité pour les tissus d'origine mésodermique est, pour ainsi dire, nulle.* Les éléments

(¹) Exception faite du ganglion sous-maxillaire, lequel contient le virus qui lui parvient des pustules linguales.

(²) Le virus a été trouvé en abondance dans l'*ovule fécondé* intra-utérin.

germinatifs qui, eux, renferment, à l'état potentiel, tous les caractères tissulaires sans distinction d'origine embryonnaire, sont aussi ceux pour lesquels le virus vaccinal montre l'affinité la plus marquée et la plus constante. Certaines cellules ectodermiques (épiderme, cerveau) nécessitent une irritation préalable pour fixer le germe et lui permettre de pulluler. Pour que ce germe puisse s'attaquer à un élément cellulaire donné, il faut donc que cet élément ait une origine ecto-endodermique et que, de plus, il soit mis en état de prolifération, de rajeunissement, par une irritation préalable. A moins qu'il s'agisse de cellules germinatives, auquel cas cette irritation est inutile, attendu que ces cellules remplissent d'emblée toutes ces conditions (caractères ectodermiques potentiels, multiplication active et continue). Ces conclusions sont d'accord avec nos recherches *sur la culture du virus vaccinal dans les néoplasmes épithéliaux et conjonctifs du rat et de la souris.*

MICROBIOLOGIE. — *Action d'un suc gastrique artificiel sur les granulations pulmonaires tuberculeuses du cobaye.* Note de MM. **E. Fernbach** et **G. Rullier**, présentée par M. Roux.

Dans deux communications antérieures ([1]), nous avons montré, par quatre séries d'expériences, la grande différence dans la manière dont se comportent vis-à-vis d'un suc gastrique artificiel ([2]) complet, ou de ses éléments pris séparément, d'une part les bacilles tuberculeux de culture (race bovine de Vallée) et d'autre part les granulations soit pulmonaires, soit spléniques, provenant de l'inoculation au cobaye de bacille de même âge et de même race.

Après un contact de 3 heures à 52° plus 37 heures à 15° avec du suc gastrique complet, la diminution de la virulence, s'il s'agit de bacilles de culture, se manifeste par une évolution ralentie de la maladie, mais les animaux meurent tous tuberculeux. Nous ne pouvons cependant affirmer

---

([1]) *Société d'Études scientifiques sur la tuberculose*, séances du 8 janvier 1921 et du 14 janvier 1922.

([2]) Formule du suc gastrique artificiel employé :

Pepsine en paillettes (Billault)	50^{cg}
HCl pur	10 gouttes
Eau distillée, q. s. p. f.	70^{cm^3}

que ce ralentissement de l'évolution soit le fait du suc gastrique lui-même plutôt que celui d'un de ses éléments (pepsine — taux d'acidité), température d'action.

Au contraire, *la virulence disparaît entièrement s'il sagit de granulations*; les granulations se résorbent *in situ* en 3 ou 4 jours, sans laisser de trace apparente au point d'inoculation, sans donner lieu à aucune manifestation tuberculeuse ultérieure. Aucun des éléments du suc gastrique, agissant séparément ne nous a donné les même résultats.

Que devient donc la virulence des granulations soumises au suc gastrique complet, pendant la durée de la digestion? C'est ce que nous étudions dans l'expérience décrite ci-après.

Expérience du 19 mai 1921. — Des granulations pulmonaires, d'un cobaye mort le 3 mai, conservées à la glacière dans lé liquide de Ringer, de pureté microbienne contrôlée, renfermant de 45 à 50 bacilles par champ (oc. comp. VI. Imm. homog. $\frac{1}{15}$ Stiassnie), ont été divisées le 17 mai en 7 lots dont 6 sont introduits dans le liquide de digestion, à raison de 20 granulations ayant à peu près le même volume pour 140^{cm^3} de liquide.

A............	Témoin sans digestion.				
B............	Contact de			40^h	à 15^o
C............	»	$0^h 15^m$ à 52^o	+	$39^h 45^m$	»
D............	»	$0^h 30^m$ »	+	$39^h 30^m$	»
E............	»	1^h »	+	39^h	»
F............	»	2^h »	+	38^h	»
G............	»	3^h »	+	37^h	»

Chaque série de granulations, après lavage, est mise en émulsion, à raison de 5 granulations pour 2^{cm^3} d'eau distillée (dose par animal) et inoculée sous la peau de l'abdomen à 7 groupes de cobayes neufs (2 témoins pour A, 4 animaux pour chaque série, soit en tout 26 animaux).

Au 1^er^ mars 1922, soit 284 *jours après l'inoculation*, *les résultats* sont les suivants :

A. Les témoins sont morts dans les délais normaux, avec de grosses lésions de tuberculose généralisée.

B. La décroissance de la virulence est à peine sensible si l'on agit pendant 40 heures à la température de 15° : évolution à peine ralentie de la maladie.

Cette décroissance est déjà plus appréciable dans les séries C et D : les effets de l'inoculation se traduisent par la formation de nodules sous-cutanés persistants et par des lésions ganglionnaires chez quelques ani-

maux; dans la série E seulement par la formation de nodules sous-cutanés toujours persistants, dont les éléments bacillaires sont rapidement résorbables par un organisme neuf; enfin, dans la série F, par des réactions locales minimes et fugaces.

La série G reste indemne, ce qui confirme nos précédentes expériences et porte actuellement à 18 le nombre des animaux inoculés de la même façon et sans aucun dommage.

De tous ces faits, nous pouvons tirer la conclusion suivante :

En traitant par un suc gastrique artificiel, dans les conditions de température sus-indiquées, des granulations pulmonaires dues à l'inoculation au cobaye de bacilles tuberculeux (race bovine de Vallée), *nous sommes à même de constater que la virulence de ces granulations décroît à peu près régulièrement jusqu'à devenir nulle, à mesure que la durée du temps de contact s'accroît.*

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

A. Lx.

ERRATA.

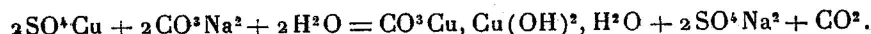
(Séance du 6 mars 1922.)

Note de M. et M[me] *G. Villedieu*, Contribution à l'étude des bouillies cupriques :

Page 708, ligne 10, *au lieu de*

$$SO^4Cu + CO^3Na^2 + 2H^2O = CO^3Cu(OH)^2, H^2O + SO^4Na^2,$$

lire



$$2SO^4Cu + 2CO^3Na^2 + 2H^2O = CO^3Cu, Cu(OH)^2, H^2O + 2SO^4Na^2 + CO^2.$$

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE FÉVRIER 1922 (*suite et fin*).

Catalogue of Double Stars from observations made at the Royal Observatory. Greenwich with the 28-inch refractor during the years 1893-1919, sous la direction de Sir FRANK WATSON DYSON. London, Majesty's stationery office, 1921; 1 vol. 31^{cm}.

L'œuvre scientifique de Laplace, par H. ANDOYER. Paris, Payot, 1922; 1 vol. 15^{cm}.

Origine et formation des mondes, par l'abbé TH. MOREUX. Paris, Octave Doin. 1922; 1 vol. 23^{cm}. (Présenté par M. B. Baillaud.)

Précis de parasitologie, par J. GUIART. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1922; 1 vol. 19^{cm},5. (Présenté par M. Joubin.)

La stérilité féminine, ses causes, son traitement, par JULES BATUAUD. Paris, Octave Douin, 1922; 1 vol. 18^{cm},5. (Présenté par M. Branly.)

The wheat plant, par JOHN PERCIVAL. Londres, Duckworth et C^{ie}, 1921; 1 vol. 25^{cm}.

L'éther actuel et ses précurseurs, par E.-M. LÉMERAY. Paris, Gauthier-Villars et C^{ie}, 1922; 1 vol. 18^{cm}. (Présenté par M. Lecornu.)

Les actualités de Chimie contemporaine, publiées sous la direction de A. HALLER. 1re série : par R. CORNUBERT, D. FLORENTIN, A. MAILHE, E. BOURQUELOT, J. MARTINET, E. NOELTING, M. SOMMELET et M. DELÉPINE. Paris, Octave Doin, 1922; 1 vol. 19^{cm}. (Présenté par M. Haller.)

Corrections des signaux horaires déterminés au Bureau international de l'heure en 1920, par G. BIGOURDAN. Paris, Gauthier-Villars et C^{ie}, 1922; 1 fasc. 25^{cm}.

Rapport annuel sur les travaux effectués par le Bureau international de l'heure en 1921, par G. BIGOURDAN. Paris, Gauthier-Villars et C^{ie}, 1922; 1 fasc. 25^{cm}.

Éther ou relativité, par MAURICE GANDILLOT. Paris, Gauthier-Villars et C^{ie}, 1922; 1 vol. 19^{cm}.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 MARS 1922.

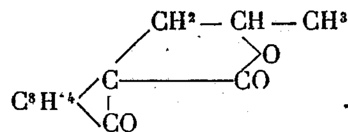
PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **R.-G. Aitken**, astronome à l'Observatoire de Lick, qui assiste à la séance.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouveaux caractères distinctifs des trois propanol-2-camphocarbonolides fondant respectivement à* 141°, 117°-118° *et* 89°-90°. Note de M. **A. Haller** et de Mme **Ramart-Lucas**.

Dans notre dernière Communication (1), nous avons montré les conditions dans lesquelles se forment ces olides qui nous paraissent répondre toutes trois à la formule



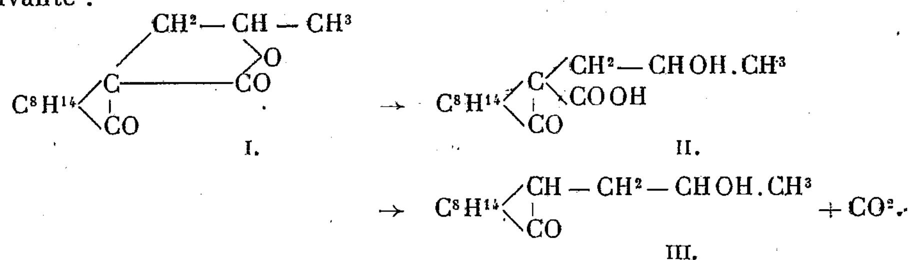
Rappelons tout d'abord que deux d'entre ces composés [F. 141° et 89°-90°] se forment aux dépens de l'allylcamphocarbonate de méthyle solide et que l'isomère à point de fusion le plus bas ne se produit qu'en petites quantités.

Soupçonnant que sa formation pouvait être due à l'action ultérieure de l'acide sulfurique concentré sur l'olide fondant à 141°, nous avons chauffé cette dernière olide (5g) avec une nouvelle quantité d'acide concentré, pendant une heure. Après précipitation de la masse noirâtre par de l'eau, lavage

(1) A. Haller et Mme Ramart-Lucas, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 115.

et cristallisation fractionnée, nous avons, en effet, réussi à isoler 0g,05 à 0g,07 de l'isomère fondant à 89°-90°. Cet essai devra être répété sur de plus grandes quantités de matière.

Action de l'alcoolate de sodium sur les trois olides en solution dans l'alcool absolu. — I. 2g,36 de l'olide fondant à 141° ont été dissous à froid dans une quantité suffisante d'alcool absolu et additionnés de 5cm³ d'une solution d'alcoolate de sodium à 4,6 pour 100 de Na. Le liquide, à peine louche, a été ensuite abandonné sur de l'acide sulfurique, sous une cloche à dessiccation. Au bout de quelques jours, on a constaté la formation d'une masse pâteuse qui s'est desséché peu à peu. Le tout a été repris par l'eau, agité avec de l'éther pour enlever les petites quantités d'olide non atteinte par l'alcali, et la solution légèrement alcaline fut enfin sursaturée par de l'acide sulfurique étendu. On a obtenu un précipité extrêmement léger sous la forme de paillettes blanches et brillantes qui, lavées et séchées, fondent vers 160°-170° en se décomposant. La formation de cet acide ainsi que sa décomposition sous l'influence de la chaleur peuvent se traduire de la façon suivante :



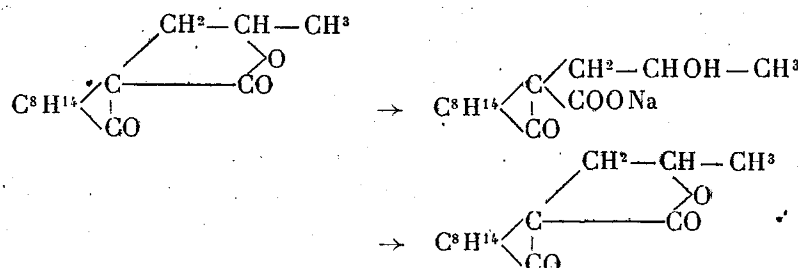
L'analyse a enfin démontré que la nouvelle molécule répond bien à la formule II. Un essai de décomposition à chaud, réalisé dans un petit tube communiquant avec un autre contenant de l'eau de baryte, a justifié le dédoublement de la molécule en acide carbonique et en camphopropanol-2, identique à celui qui se forme quand on fait bouillir une solution alcoolique de l'olide avec de la potasse [1].

L'acide propanol-2-camphocarbonique est soluble dans l'alcool, d'où il cristallise en petites tables dures et brillantes. Peu soluble dans l'éther et l'éther de pétrole, il se dissout dans les alcalis caustiques et les carbonates alcalins. Son pouvoir rotatoire dans l'alcool $[\alpha]_D = +33°5'$.

Pour le distinguer de son isomère décrit plus loin, nous appellerons cet acide, *acide propanol-2-camphocarbonique* α, *cis-trans*.

(1) *Loc. cit.*

II. Si l'on soumet la propanol-2-camphocarbonolide fondant à 117°-118° au même traitement alcalin que son isomère, on obtient, par évaporation lente, un résidu solide qui se dissout intégralement dans l'eau. Mais, à la différence de ce même isomère, quand on traite le nouveau propanol-2-camphocarbonate de sodium formé par un acide, on régénère intégralement l'olide fondant à 117°-118° avec toutes ses propriétés primitives :



Les faits observés nous permettent d'attribuer à l'olide 117° et à l'acide transitoire qui en dérive une configuration *cis-cis*.

Nous avons mis à profit cette lactonisation spontanée pour séparer l'olide fondant à 117°-118° de son mélange avec son isomère de point de fusion 141°. Dans notre dernière Communication, nous avons en effet appelé l'attention sur la difficulté qu'on éprouve à isoler la première à l'état pur, étant donnée l'impossibilité de préparer de l'allylcamphocarbonate de méthyle exempt de son isomère solide. Le mélange des deux olides provenant de l'action de l'acide sulfurique sur l'éther liquide est, après purification, traité par la quantité théorique de sodium dans l'alcool absolu et abandonné sous une cloche à dessiccation. La masse solide formée est reprise par l'eau, filtrée et sursaturée par de l'acide sulfurique. Le précipité, recueilli sur filtre lavé et séché, est ensuite épuisé à l'éther qui dissout l'olide fondant à 117°-118° et laisse l'acide *propanolcamphocarbonique* α à l'état insoluble. Nous devons ajouter que la séparation n'est pas totale, soit que la lactonisation ne se fasse pas assez rapidement, soit que l'acide α ne retienne obstinément l'olide formée. Dans tous les cas, il convient de redissoudre l'acide dans le carbonate de soude, de séparer par filtration un peu d'olide 117°-118° insoluble et de le reprécipiter une seconde fois par de l'acide sulfurique.

Dans tous ces traitements, nous avons remarqué que les eaux mères acides, abandonnées à elles-mêmes, laissent déposer, au bout de quelque temps, de fines aiguilles également constituées par de l'olide fondant à 117°-118°, à laquelle se trouve mélangées de petites quantités d'un autre corps de point de fusion plus élevé.

III. La troisième olide, fondant à 89°-90°, trouvée dans les liquides mères de cristallisation de l'olide de point de fusion 141°, se comporte comme cette dernière quand on la soumet, dans les mêmes conditions, à l'action de l'alcoolate de sodium. La masse résiduaire provenant de l'évaporation à froid de la solution alcoolique, dissoute dans l'eau, donne une liqueur un peu jaunâtre, que l'acide sulfurique précipite en blanc. On recueille le précipité, on le lave et on le sèche. Il constitue une poudre blanche un peu plus soluble dans l'éther que l'acide propanolcamphocarbonique α, dont il est isomère ; il se dissout aussi dans l'alcool et dans le carbonate de sodium, mais ses solutions alcalines ne tardent pas à se charger de petites paillettes brillantes sur la nature desquelles nous ne pouvons nous prononcer, étant donné le trop peu de matière à notre disposition. Pouvoir rotatoire dans l'alcool $[\alpha]_D = +25°,3$. L'analyse et les autres propriétés de cet acide nous permettent de le considérer comme un acide propanolcamphocarbonique β fusible entre 115° et 120°, en se décomposant en acide carbonique et en un nouvel alcool camphopropanolique. L'épreuve de cette décomposition a été faite comme celle de l'acide propanolcamphocarbonique α. L'alcool obtenu dans ces conditions se présente sous la forme de tables minces trapézoïdales, très dures, solubles dans l'alcool, l'éther, moins dans l'éther de pétrole, et qui fondent à 100°-101°.

Son pouvoir rotatoire dans l'alcool absolu $[\alpha]_D = +61°,7$, alors que celui, liquide, provenant de la décomposition par les alcalis des deux olides fondant à 141° et 117°-118° est de $[\alpha]_D = +31°25'$ et $+31°6'$.

Comme les deux propanol-2-camphocarbonolides isomères, celle fondant à 89°-90° se dissocie également, quand on la fait bouillir en une solution alcaline de potasse, en carbonate alcalin et camphopropanol, celui-ci identique avec l'alcool provenant de la décomposition, sous l'influence de la chaleur, de l'acide propanolcamphocarbonique β fusible vers 115°-120° en se dissociant. Cet alcool fond en effet à 100°-101° et son pouvoir rotatoire dans l'alcool $[\alpha]_D = +62°4'$.

La phényluréthane de cet alcool diffère nettement de celle de son isomère. Elle se présente en effet sous la forme de cristaux compacts, durs et brillants et fond à 120°-120°,5, tandis que la phényluréthane dérivée de l'alcool camphopropanolique constitue des aiguilles blanches et fines fondant à 117°-117°,5. Le mélange des deux cristaux possède un point de fusion inférieur.

Une différence plus considérable se manifeste dans le pouvoir rotatoire de ces deux phényluréthanes isomères. Celle se rattachant à l'alcool dérivé

des deux olides, fondant respectivement à 141° et 117°-118°, possède le pouvoir rotatoire moyen $[\alpha]_D = +44°,45$, tandis que l'uréthane obtenue avec l'alcool isomère, de point de fusion 100°-101°, a une rotation spécifique de $[\alpha]_D + 5°47'$.

En résumé, des recherches que nous venons d'exposer on peut tirer les conclusions suivantes :

1° Les deux propanol-2-camphocarbonolides fondant respectivement à 141° et 117°-118°, dérivés des allylcamphocarbonates isomères, possèdent, la première, la configuration d'une molécule cis-trans, et la seconde celle d'un composé cis-cis.

2° Cette différence de configuration ressort du fait que l'olide du point de fusion 141° fournit un acide propanolcamphocarbonique isolable comme tel, tandis que son isomère fondant à 117°-118° n'est pas susceptible de donner naissance à un acide alcool stable, celui-ci se lactonisant aussitôt mis en liberté de son sel de sodium. L'attitude différente des deux olides nous a fourni un moyen de les séparer, la première (F. 141°) à l'état d'acide propanol-2-camphocarbonique et la seconde à l'état d'olide primitive (F. 117°-118°).

3° La troisième olide (F. 89°-90°), qui semble dériver de l'olide (F. 141°), soumise au même traitement que ses isomères, a fourni un second acide propanolcamphocarbonique (β) différant du composé α et par son point de décomposition (115°-120°) et par le camphopropanol solide (F. 100°-101°) auquel il donne naissance. La phényluréthane de ce dernier alcool se distingue également de celle de l'alcool isomère et par l'habitus de ses cristaux et par son pouvoir rotatoire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Le théorème de Cauchy sur l'intégrale d'une fonction entre des limites imaginaires*. Note (¹) de M. G. **Mittag-Leffler**.

Les restrictions du théorème général que j'ai donné dans les *Comptes rendus* (t. 173, 1921, p. 1041), théorème d'où découlent les théorèmes de Cauchy et de Laurent, n'ont pas été exprimées d'une manière assez précise. Elles doivent être modifiées de la manière suivante.

Il suffit de poser

$$f(x) = x\,F(x); \qquad x = \rho\, e^{i\vartheta}$$

et d'assujettir $f(x)$ à la condition :

(¹) Séance du 6 mars 1922.

A. *$f(x)$ est uniforme et continue pour tout domaine appartenant à* E; puis, en posant

B. $$\frac{f(\rho_1 e^{i\nu_1})-f(\rho e^{i\nu_1})}{(\rho_1-\rho)e^{i\nu_1}}-\frac{f(\rho e^{i\nu_1})-f(\rho e^{i\nu})}{\rho(e^{i\nu_1}-e^{i\nu})}=\omega;$$

il suffit de supposer que $\rho e^{i\nu}$, $\rho_1 e^{i\nu_1}$, $\rho e^{i\nu_1}$ appartenant à E, il correspond à tout nombre positif ε, arbitrairement petit, des quantités positives δ et δ_1 telles que

$$|\omega|<\varepsilon$$

tant que

$$|\rho_1-\rho|<\delta;\qquad|\nu_1-\nu|<\delta_1.$$

Le théorème de Cauchy découle de ces deux suppositions.

On voit que l'égalité B peut être transformée dans l'égalité suivante :

$$\frac{f(\rho_1 e^{i\nu_1})-f(\rho e^{i\nu})}{\rho_1 e^{i\nu_1}-\rho e^{i\nu}}-\frac{f(\rho e^{i\nu_1})-f(\rho e^{i\nu})}{\rho(e^{i\nu_1}-e^{i\nu})}=\omega\frac{(\rho_1-\rho)e^{i\nu_1}}{\rho_1 e^{i\nu_1}-\rho e^{i\nu}},$$

où

$$|\omega|\left|\frac{(\rho_1-\rho)e^{i\nu_1}}{\rho_1 e^{i\nu_1}-\rho e^{i\nu}}\right|<|\omega|=\varepsilon$$

tant que

$$|\rho_1-\rho|<\delta,\qquad|\nu_1-\nu|<\delta_1.$$

Posons alors

C. « Qu'il correspond à

$$\frac{f(\rho e^{i\nu_1})-f(\rho e^{i\nu})}{\rho(e^{i\nu_1}-e^{i\nu})}$$

une quantité $f'_\nu(\rho e^{i\nu})$ donnée d'une manière univoque et telle que

$$\left|\frac{f(\rho e^{i\nu_1})-f(\rho e^{i\nu})}{\rho(e^{i\nu_1}-e^{i\nu})}-f'_\nu(\rho e^{i\nu})\right|<\varepsilon$$

dès que $|\nu_1-\nu|<\delta_1$. »

On obtient, dans ce cas,

$$\left|\frac{f(\rho_1 e^{i\nu_1})-f(\rho e^{i\nu})}{\rho_1 e^{i\nu_1}-\rho e^{i\nu}}-f'_\nu(\rho e^{i\nu})\right|<2\varepsilon,$$

où

$$|\rho_1-\rho|<\delta,\qquad|\nu_1-\nu|<\delta_1.$$

D. « En mettant

$$x=\rho e^{i\nu},\qquad h=\rho_1 e^{i\nu_1}-\rho e^{i\nu},$$

il correspond par conséquent, x appartenant au domaine E, à chaque nombre ε un autre nombre positif η tel que

$$\left|\frac{f(x+h)-f(x)}{h}-f'_\nu(x)\right|<$$

tant que $|h|<\eta$. »

Les conditions A, D sont celles admises, en général, comme conditions de Cauchy.

Ma démonstration, qui suppose les conditions A et B au lieu de A et D, fut publiée 27 ans avant celle de M. Goursat qui, de son côté, au lieu de D, présume seulement

$$\text{E.} \qquad \text{« } \lim_{|h|=0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$$

pour chaque point x de E. »

La condition E de M. Goursat n'implique pas ma condition B, mais celle-là, d'un autre côté, n'embrasse pas la condition E.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *A propos des efflorescences du* Rhodymenia palmata; *présence d'un xylane chez les Algues floridées.* Note de MM. C. **Sauvageau** et G. **Denigès**.

De toutes les Algues floridées qui entraient jadis dans l'alimentation des habitants des contrées septentrionales, le *Rhodymenia palmata* fut l'espèce la plus appréciée. Ses propriétés digestives ne peuvent être comparées à celles du Carragaheen, ou des autres Floridées qui fournissent une phycocolle, puisqu'il ne donne pas de matière gelable après ébullition dans l'eau; elles ne peuvent être les mêmes que celles du *Dilsea edulis*, souvent employé aussi, sinon confondu avec lui, dont les cellules sont bourrées d'amidon, car on n'y voit pas d'éléments figurés de réserve.

Stenhouse, reprenant en 1844 les observations de Gaultier de Claubry (¹), trouva de la mannite chez les sept Fucacées et Laminariacées examinées; l'unique Floridée étudiée, le *R. palmata* récolté sur les côtes britanniques, en renfermait aussi, en proportion intermédiaire entre celle de l'*Alaria esculenta* et celle du *Fucus vesiculosus*. Cependant Kylin, qui a vu de la mannite chez presque toutes les Algues brunes où il l'a cherchée, n'a pu la mettre en évidence chez aucune Floridée; par contre, quatre Floridées, récoltées en juillet sur les côtes suédoises, renfermaient, selon lui, du tréhalose en proportion variant de 14,8 pour 100 du poids sec, chez le *R. palmata*, à 2 pour 100 chez le *Furcellaria fastigiata*. Ce sucre n'avait jusqu'alors été signalé chez aucune Algue. Toutefois l'auteur n'a pas, à proprement parler, isolé ce tréhalose; il en a déduit la nature par le pouvoir rotatoire de la solution en expérience, par la difficulté de l'hydrolyser, et par la non-formation d'une osazone avant hydrolyse; il en a fait le dosage par la mesure du pouvoir rotatoire avant et après

(¹) Bibliographie *in* C. Sauvageau, *Utilisation des Algues marines*, Encyclopédie scientifique de Doin, Paris, 1920.

hydrolyse, et en admettant que la solution ne renfermait aucune autre sorte de sucre. Cette méthode indirecte n'est pas à l'abri de toute critique.

Ayant employé des matériaux frais, Kylin ne nous renseigne pas sur la nature des efflorescences du *R. palmata* auxquelles les Islandais trouvent un goût douceâtre. Et, si la détermination de Kylin était exacte, cette saveur pourrait être due au tréhalose, à moins toutefois que celui-ci ne se transforme en mannite, pendant la dessiccation, comme Bourquelot l'a constaté chez divers Champignons.

Le *R. palmata* que nous avons étudié provenait de Roscoff; nous en avons récolté pendant deux étés, et la Station biologique nous en a expédié à diverses saisons. Séché au soleil ou à l'ombre, il nous a fourni de très abondantes efflorescences de chlorure de potassium, mais jamais de mannite ni de tréhalose; la sortie du KCl commence promptement, parfois dès le lendemain, et elle peut se continuer durant plusieurs mois; la plante ainsi séchée reste souple. Puis, croyant imiter le procédé employé par les Islandais dans la préparation du « söl », nous avons laissé dans l'eau douce durant un, deux et trois jours, en juillet et en août, du *R. palmata* fraîchement récolté; la plante ainsi lavée a perdu tout son KCl; elle sèche rapidement, devient raide, de consistance parcheminée, mais ne produit plus aucune efflorescence. Depuis, nous avons appris, par l'algologue Helgi Jónsson de Reykjavik, que la préparation du « söl », loin de comporter un lavage, demande même la préservation de la rosée si une journée ne suffit pas à sa dessiccation. Le söl est une marchandise devenue rare, car les Islandais en ont perdu l'usage; M. Jónsson a néanmoins pu nous en envoyer un paquet obtenu d'un commerçant d'Eyrarbaki; la plante était garnie de cristaux de KCl (moins abondants toutefois que sur nos exemplaires de Roscoff) et d'une moindre quantité de cristaux de mannite plus petits et plus adhérents. Le goût particulier de la « hneita » est donc dû au mélange de mannite et de KCl. La présence de mannite, indiquée par Stenhouse, dépend vraisemblablement des localités où eut lieu la récolte; nous avons déjà constaté un phénomène comparable à propos des efflorescences des *Cystoseira* [1].

Cependant, des *R. palmata* jeunes, adultes ou âgés, que nous avions fait

(1) C. Sauvageau et G. Denigès, *Sur les efflorescences des Algues marines du genre* Cystoseira (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1049). Le *Rhodymenia* renferme une quantité considérable de KCl; ainsi, la plante récoltée à la fin de novembre, après avoir fourni des efflorescences de KCl représentant 6 pour 100 de son poids sec (à 105°), en renfermait encore 25 pour 100, soit en tout 31 pour 100, proportion égale à celle que nous avons citée chez le *Cyst. concatenata;* des exemplaires récoltés à Roscoff en mai, et ceux d'Eyrarbaki, dont les efflorescences n'ont pas été pesées, en renfermaient, les premiers 25 pour 100, et les seconds 9 pour 100 environ.

sécher à Roscoff, ou bien que nous avions reçus en vrac en bon état de fraîcheur, traités selon la méthode de Bourquelot, ne nous ont donné ni mannite ni tréhalose (1). Nous avons alors cherché ces principes, sans plus de succès, dans un envoi de *R. palmata* fructifié, récolté en novembre et qui, selon nos indications, avait été mis aussitôt dans l'alcool à 94°; aucune cellule végétative ne présentait d'amidon, tandis que l'iode colorait les tétraspores en brun acajou d'autant plus foncé qu'elles étaient plus près de leur maturité.

Or, un peu avant les Mémoires de Kylin, Mme Swartz, étudiant la digestibilité de diverses Algues, expérimenta sur du *R. palmata* acheté aux États-Unis et en retira un pentosane, soluble dans l'eau chaude, qui disparaît en presque totalité dans le tube digestif de l'homme. Nous nous sommes servi de la conserve alcoolique ci-dessus pour rechercher ce pentosane en suivant point par point le laborieux mode opératoire méticuleusement exposé par Mme Swartz; or le pentosane obtenu par nous et l'osazone de son produit d'hydrolyse (point de fusion vers 152°) ont tous les caractères qu'elle a mentionnés.

---

(1) Em. Bourquelot, *Les hydrates de carbone chez les Champignons* (*Bull. Soc. mycol.*, t. 5, Paris, 1889, et Volumes suivants). Nous avons fait des essais comparatifs avec du tréhalose pur, préparé par Bourquelot et dû à l'obligeance de M. Bougault; l'un de nous, qui s'occupait plus particulièrement du côté chimique de cette Note, a trouvé un procédé grâce auquel la caractérisation microscopique du tréhalose devient aussi facile que celle de la mannite. L'artifice de Bourquelot, surtout employé pour permettre ultérieurement la cristallisation d'une masse importante de solution sucrée, et consistant à déposer une goutte de cette solution concentrée sur une lame de verre préalablement frottée avec un cristal de tréhalose pur, se prête mal à une caractérisation microchimique nette de ce sucre, les cristaux obtenus sur la lame étant confus et enchevêtrés. L'emploi de l'acétone avec la technique suivante résout la difficulté.

Une gouttelette de la solution à essayer est évaporée à une *très douce chaleur* sur lame de verre, en s'arrêtant avant dessiccation complète que la chaleur propre de la lame suffit à parfaire. Il reste un résidu amorphe ayant, même avec le tréhalose pur, l'aspect d'un vernis, que l'on raye dans tous les sens avec la pointe effilée d'un agitateur portant une trace de tréhalose cristallisé; s'il renferme de ce sucre, il s'opacifie en passant de l'état vitreux à l'état cristallin, mais des cristaux nets ne sont pas encore apparents. Pour les mettre en évidence, on dépose, sur le résidu opacifié, une goutte d'acétone qu'on laisse évaporer et l'on répète cette opération au moins trois ou quatre fois. Finalement, la préparation présente de nombreux et volumineux hexaèdres et octaèdres, d'autant plus apparents que la masse à identifier est plus minime. Cette réaction, des plus sensibles, nous eût permis de démasquer le tréhalose si le *R. palmata* de Roscoff en avait renfermé.

Rappelons que sa technique consiste, essentiellement, à soumettre l'algue à l'action de l'eau bouillante pendant une douzaine d'heures, à concentrer jusqu'à consistance sirupeuse le produit de décoction et à verser le sirop obtenu dans trois fois son volume d'acétone. On purifie le précipité formé par l'alcool bouillant, puis par l'éther, et on le dessèche dans le vide. L'opération totale répétée sur le produit sec fournit, finalement, une poudre d'un blanc crème, offrant la réaction des pentosanes de Salkowski (précipité blanc floconneux par la liqueur de Fehling) et donnant, par distillation en milieu chlorhydrique, du furfurol mélangé de 5 à 6 pour 100 de méthylfurfurol qui indique le mélange d'une petite quantité de méthylpentosane.

M[me] Swartz n'a point déterminé la nature du sucre réducteur pentosique qu'elle a obtenu par l'hydrolyse de son pentosane; allant plus loin qu'elle dans cette voie, nous l'avons identifié avec le xylose par les caractères de son osazone et surtout par la formation de xylonobromure de cadmium. L'aspect microscopique des cristaux obtenus, aiguilles groupées en masses sphéroïdes radiées et surtout lamelles losangiques très allongées bien caractéristiques, et leur formule chimique $(C^5H^9O^6 - Cd - Br) + H^2O$, cadrent, en effet, avec ceux du sel dont G. Bertrand a si ingénieusement appliqué la formation à l'identification du xylose. Le pentosane du *R. palmata* est donc un xylane; jusqu'à présent, ce corps n'avait jamais été signalé chez aucune Algue; on le rencontrera sans doute chez d'autres Floridées.

Nous n'avons pas encore identifié le méthylpentosane mélangé au xylane, mais il n'est point téméraire de penser que le méthylpentose qui en dérive par hydrolyse puisse être l'origine de la mannite trouvée, dans certaines circonstances, et dont il ne diffère que par les éléments d'une molécule d'eau, dont la fixation, si elle n'a pu être réalisée *in vitro*, n'est peut-être point au-dessus des ressources de l'activité cellulaire. Du reste, l'absence de groupements hexosiques, en quantité appréciable, dans la réserve hydrocarbonée du *R. palmata* ne permet guère d'autre interprétation.

M. Émile Borel offre à l'Académie un Livre qu'il vient de faire paraître, intitulé : *l'Espace et le Temps*. Ce Livre est une introduction élémentaire aux Ouvrages didactiques sur la théorie de la relativité; il est inspiré par l'idée que la meilleure manière de faire avancer la Science n'est pas d'adopter vis-à-vis des théories d'Einstein une attitude négative. Quelque part de

vérité que puissent renfermer certaines objections théoriques, un fait prime en effet toutes les contestations : Einstein, non seulement est allé plus loin que la physique du XIX^e siècle dans la coordination des phénomènes connus, mais il y a ajouté la prévision de phénomènes nouveaux, prévision jusqu'ici sanctionnée par l'expérience. Même si, en utilisant ses travaux, on arrivait, par quelque artifice analytique, à coordonner les résultats anciens et nouveaux en prenant comme point de départ les méthodes de la physique du XIX^e siècle, cela ne suffirait pas à prouver la supériorité de ces méthodes anciennes sur les méthodes nouvelles, puisque ce serait seulement après coup qu'on aurait réussi là où les plus éminents savants du XIX^e siècle avaient échoué. C'est seulement le jour où, en partant de principes différents, on arrivera à prévoir de nouveaux phénomènes tout en coordonnant aussi bien les phénomènes connus, que ces nouveaux principes devront s'adjoindre à ceux d'Einstein ou les remplacer s'ils ne peuvent s'y adjoindre sans contradiction.

L'auteur serait heureux si ce petit Livre pouvait contribuer à faire disparaître quelques-uns des préjugés qui subsistent encore contre les nouvelles théories. La discussion des points encore obscurs et le développement de la théorie dans des directions diverses constituent en effet une tâche assez grande pour qu'il soit désirable de ne pas accroître encore cette tâche en imposant aux relativistes la réfutation continuelle d'objections futiles.

M. G. Bigourdan fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier sous le titre : *Gnomonique ou Traité théorique et pratique de la construction des cadrans solaires*, suivi de Tables auxiliaires relatives aux cadrans et aux calendriers.

NOMINATIONS.

MM. Fournier et Favé sont désignés pour représenter l'Académie à la réunion d'été que l'*Institution of naval architects* tiendra à Paris les 4, 5 et 6 juillet 1922.

PRÉSENTATIONS.

Pour la première ligne de la liste de candidats à présenter pour la chaire d'*Histoire naturelle des corps organisés*, vacante au Collège de France, M. *André Mayer* obtient 45 suffrages, contre 4 à M. *Maurice Doyon*.

Pour la seconde ligne, M. *Maurice Doyon* réunit l'unanimité de 44 suffrages.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne. . . . . M. **André Mayer**
En seconde ligne . . . . M. **Maurice Doyon**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Le principe de relativité et la théorie de la gravitation. Leçons professées à l'École Polytechnique et au Muséum d'Histoire naturelle*, par M. Jean Becquerel. (Présenté par M. Émile Borel.)

2° Jacques Pellegrin. *Les Poissons des eaux douces de l'Afrique du Nord française, Maroc, Algérie, Tunisie, Sahara.* (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

3° *Nova Caledonia. Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux îles Lovalty : Botanique*, rédigé par Hans Schinz et A. Guillaumin. Vol. I, Livre III. (Présenté par M. le Prince Bonaparte.)

4° *Les régions polaires pendant la guerre*, par Charles Rabot, précédées des *Rapports sur les récentes expéditions norvégiennes au Spitzberg* (1919-1921), par Adolf Hoel. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

5° Société de Chimie physique. *Recueil des Procès-Verbaux des Communications scientifiques faites devant la Société depuis le* 8 *décembre* 1909 *jusqu'au* 24 *juin* 1914. Publié à la mémoire des membres de la Société morts pendant la guerre 1914-1918. (Présenté par M. G. Urbain.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination des équations différentielles du second ordre intégrables par quadratures*. Note de M. **Jules Drach.**

Il s'agit ici des équations de la forme

$$(1) \qquad y'' = \mathrm{R}(y'), \qquad \text{où} \quad y' = \frac{dy}{dx}, \quad y'' = \frac{d^2 y}{dx^2},$$

et où R désigne une fraction rationnelle de y' dont les deux termes sont de degré *donné* en y', leurs coefficients étant des fonctions quelconques de x et y. Les cas de réduction les plus importants sont ceux où l'équation (1) possède une intégrale première algébrique (par suite rationnelle) en y', soit $\varphi = \mathrm{R}_1(y')$, et où l'équation $dy - y'\,dx = 0$ correspondante est aussi susceptible de réduction. Cela exige que, pour l'équation

$$\mathrm{X}(\psi) = \frac{\partial\psi}{\partial x} + y'\frac{\partial\psi}{\partial y} = 0,$$

l'un des éléments

$$\psi, \qquad \mathrm{K} = \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^m, \qquad \mathrm{J} = \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} : \frac{\partial\psi}{\partial y},$$

ou $\mathrm{I} = \{\psi, y\}$, soit rationnel en y'. Il faut y joindre le cas où l'on peut ajouter une relation $\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - \rho\frac{\partial\psi}{\partial y} = 0$, où ρ est rationnel (ou algébrique à deux valeurs) en y'; ψ étant donné par un système complet aux variables x, y, φ.

Lorsque ψ, K ou J sont rationnels en y', (1) peut s'intégrer par des quadratures. J'ai réussi à former explicitement les *types* des équations (1) qui présentent ces réductions.

I. La méthode sera précisée dans l'hypothèse où φ, intégrale première de (1), est *entière* en y' :

$$(2) \qquad \varphi = a_0 y'^n + a_1 y'^{n-1} + \ldots + a_n$$

et de *degré minimum*, de sorte que $\frac{\partial\varphi}{\partial y'}$ et $\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}y'$ sont sans diviseur commun en y'.

Si l'on suppose que ψ est aussi un polynome entier en y', de degré $m = (n+p)$:

$$\psi = b_0 y'^m + b_1 y'^{m-1} + \ldots + b_m,$$

on aura à satisfaire à l'identité en y' :

$$(\varphi, \psi) = \frac{\partial\varphi}{\partial y'}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y}y'\right) - \frac{\partial\psi}{\partial y'}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}y'\right) = 0.$$

C'est le système (Σ) d'équations aux dérivées partielles pour les a et les b que l'on va intégrer : Un changement de la fonction y, donné par une quadrature partielle, et un autre : $x_1 = f(x)$, de la variable, permettent de poser

$$a_0 = 1, \quad b_0 = x \quad (\text{ou } b_0 = 1)$$

et donnent la condition immédiate

$$mxa_1 - n(y + b_1) = X(x).$$

En observant que

$$\frac{\partial\psi}{\partial y'} = \Lambda(y')\frac{\partial\varphi}{\partial y'},$$

où Λ est un polynome de degré p, on aura $(n-1)$ conditions algébriques entières entre les a et les b, exprimant cette divisibilité.

Une intégrale est définie par

$$\Lambda(\lambda) = 0, \quad \psi(\lambda) = C = \text{const.};$$

elle exprime que l'équation $\psi(y') = C$ possède une intégrale singulière.

Les intégrales qui manquent résultent de l'expression

$$d\psi = K(dy - y'\,dx) \quad \text{où} \quad K = \frac{\partial\psi}{\partial y} - \Lambda\frac{\partial\varphi}{\partial y}:$$

Si u_i désigne l'une des $(m-1)$ racines de $K(y') = 0$, on a

$$\psi(u_i) = F_i(\varphi_i), \quad \Lambda(u_i) = \frac{\partial F_i(\varphi_i)}{\partial\varphi_i} \quad \text{avec } \varphi(u_i) = \varphi_i,$$

où les F_i sont des fonctions arbitraires. Ces φ_i sont ici les *variables caractéristiques d'Ampère* du système (Σ).

Il n'y a pas de difficulté à traiter le cas où K a des racines multiples.

II. Précisons également la méthode lorsqu'il existe pour $dy - y'\,dx = 0$ où

$$(2) \qquad \varphi = y'^n + a_1 y'^{n-1} + \ldots + a_n = (y' - \mu_1)\ldots(y' - \mu_n),$$

une intégrale ψ avec un multiplicateur K de la forme

$$K = K_0(y' - b_1)^{\beta_1}\ldots(y' - b_m)^{\beta_m},$$

où les β sont rationnels, positifs ou négatifs (ou même quelconques, ce qui correspond à J rationnel en y'). Les racines de $\frac{\partial\varphi}{\partial y'} = 0$ sont des pôles pour l'intégrale $\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}$.

La résolvante en K s'écrit :

$$\left(\frac{\partial K}{\partial x} + \frac{\partial K}{\partial y}y'\right)\frac{\partial\varphi}{\partial y'} - \frac{\partial K}{\partial y'}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}y'\right) - K\frac{\partial\varphi}{\partial y} = 0,$$

et les racines de $\frac{\partial\varphi}{\partial y'} = 0$ ne peuvent rendre K nul ou infini. Pour intégrer le système (Σ) correspondant on observera qu'on peut prendre $K_0 = 1$ et ensuite : 1° que $\varphi(b_i) = \Phi_i =$ const. est l'intégrale de $y' - b_i = 0$; 2° que pour une racine ω_i de $\frac{\partial\varphi}{\partial y'} = 0$, $\varphi(\omega_i) = \varphi_i =$ const. est l'intégrale de

$$dy\left(\frac{\frac{\partial K}{\partial y'}}{K}\right)_\omega - \left[1 + \left(\frac{\frac{\partial K}{\partial y'}}{K}\right)_\omega\right] dx = 0.$$

Enfin, on a entre les μ_i et les b la relation

$$n(\Sigma\beta_i b_i) = (1 + \Sigma\beta_i)\Sigma\mu_i.$$

Ceci conduit à introduire explicitement, comme variables indépendantes les *caractéristiques d'Ampère* qui sont ici φ_i et Φ_i. En posant $\Sigma\mu_i = \Phi$, on exprime les μ et les ω algébriquement en φ_i, Φ; les b_i au moyen de φ_i, Φ_i puisque Φ est algébrique en φ_i, Φ_i. Si l'on écrit alors

$$d\psi = K(dy - y'\,dx) = \Omega\left(\frac{M_1\,d\Phi_1}{y' - b_1} + \ldots + \frac{N_1\,d\varphi_1}{y' - \omega_1} + \ldots\right),$$

où

$$\Omega = K(y' - b_1)\ldots(y' - b_m)(y' - \omega_1)\ldots(y' - \omega_{n-1}),$$

on exprimera que $d\psi$ est une différentielle exacte en φ_i, Φ_k pour y' donné par (2) : cela exige

$$M_i = \frac{\partial\theta}{\partial\Phi_i}, \qquad N_k = \frac{\partial\theta}{\partial\varphi_k},$$

où θ est la solution générale d'un système d'équations de Laplace (T), solution qu'on obtient par des quadratures en partant de la solution, qui dépend du paramètre φ :

$$\theta = \Omega^{-1}.$$

Il ne reste qu'à établir entre les variables φ_i, Φ_k, x et y autant de relations que d'éléments. Ces relations sont les intégrales des combinaisons intégrables, que l'on obtient aisément, du système aux différentielles totales obtenu en identifiant les deux formes de $d\psi$.

La méthode indiquée est l'extension naturelle de celle qui m'a servi déjà à former les intégrales premières rationnelles des équations $y'' = F(x, y)$ et de l'équation différentielle des lignes géodésiques. Elle sera développée ailleurs, avec ses conséquences relatives aux transformations de contact en x, y, y'.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la transformation des substitutions rationnelles en substitutions linéaires.* Note de M. GASTON JULIA.

1. $Z_1 = R(Z)$ étant une substitution rationnelle donnée, on cherche une fonction $f(z)$ satisfaisant à $f[S(z)] = R[f(z)]$, $S(z)$ étant une substitution linéaire. Si l'on ne s'astreint pas à la considération des points doubles de $[Z|R(Z)]$ [laquelle donne naissance à des fonctions connues], il y a une infinité de manières de résoudre le problème, comme M. Picard l'a indiqué dans plusieurs Mémoires. Voici une nouvelle méthode pour traiter la question. On part d'une petite courbe C du plan Z (premier feuillet) limitant une aire (C) ne contenant aucune racine de $R'(Z) = 0$, pour simplifier. Lorsque Z la décrit dans le sens positif $Z_1 = R(Z)$ décrira dans le sens positif une petite courbe C_1, limitant une aire (C_1). On suppose C et C_1 extérieures, ce qui aura toujours lieu si C est assez petite ([1]) et n'entoure pas un point double de $[Z|R(Z)]$; de plus l'aire C_1 est supposée portée par un *deuxième feuillet*, relié au premier par une ligne de croisement intérieure à C_1. La partie du premier feuillet extérieure à C, avec celle du deuxième intérieure à C_1, forme une surface de Riemann Σ_0 à deux contours C et C_1 dont la connexion est celle de l'aire latérale d'un cylindre de révolution. [On aurait pu aussi bien ([2]) supposer C_1 sur un $n^{\text{ième}}$ feuillet, les $2^{\text{ième}}, 3^{\text{ième}}, \ldots, (n-1)^{\text{ième}}$ feuillets étant des plans entiers, chacun d'eux relié au précédent par une ligne de croisement, le $(n-1)^{\text{ième}}$ relié à l'aire (C_1) du $n^{\text{ième}}$ par une ligne de croisement intérieure à C_1.] Lorsque Z décrit Σ_0, $Z_1 = R(Z)$ décrit une aire Σ_1, de même connexion que Σ_0, qui s'ajuste à Σ_0 le long de C_1, $Z_2 = R(Z_1)$ décrit Σ_2 qui s'ajuste à Σ_1 par une courbe C_2, etc. A la limite, la surface $\Sigma = \Sigma_0 + \Sigma_1 + \Sigma_2 + \ldots$ aura la connexion d'un cylindre de révolution *illimité dans un sens.* Elle sera représentable conformément sur un anneau circulaire (γ, γ') par une fonction $\zeta = \varphi(Z)$, qui à C fera correspondre un cercle γ, et aux courbes $C_1, C_2, \ldots$ qui morcellent Σ fera correspondre des courbes $\gamma_1, \gamma_2, \ldots$ parcourant l'anneau $(\gamma\gamma')$ et tendant uniformément vers le cercle intérieur γ' pour $n = \infty$. Les aires $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2, \ldots$ ayant le même *module de représentation conforme*, le cercle γ' devra se réduire à un point O centre de γ.

([1]) La supposition que C est assez petite n'intervient que pour simplifier l'exposition.

([2]) La supposition essentielle est que Σ_0, limitée par C et C_1, ait la connexion d'un cylindre fini.

Deux points Z et Z_1 qui se correspondent sur Σ par $Z_1 = R(Z)$ sont transformés en deux points $\zeta = \varphi(Z)$ et $\zeta_1 = \varphi(Z_1)$ intérieurs au cercle γ et $\neq 0$ qui se correspondent analytiquement. La correspondance analytique $\zeta_1 = \psi(\zeta)$ doit conserver l'origine $\zeta = 0$ et par suite elle s'étend à l'*origine* : $\psi(\zeta)$, holomorphe dans γ, nul pour $\zeta = 0$, transforme l'aire (γ) en l'aire (γ_1) complètement intérieure à (γ) et la correspondance est biunivoque; donc $|\psi'(0) = \sigma| < 1$.

Mais on sait qu'il existe une fonction $z = \theta(\zeta)$, holomorphe dans (γ), $[\theta(0) = 0,\ \theta'(0) = 1]$, telle que $\theta[\psi(\zeta)] = \sigma\theta(\zeta)$ et comme $\zeta = \psi_{-1}(\zeta_1)$ [fonction inverse de $\psi(\zeta)$] est holomorphe dans (γ_1), $\zeta = \theta_{-1}(z)$ sera une fonction holomorphe de z dans l'aire simple $(\mathfrak{S})$ que décrira z quand ζ décrira (γ).

En définitive, à Z et Z_1 de Σ correspondront z et z_1 de $(\mathfrak{S})$ liés par la relation $z_1 = \sigma z$. La fonction $z = \theta[\varphi(Z)]$, uniforme sur Σ, représente d'une manière conforme Σ sur $(\mathfrak{S})$ de façon que $z_1 = \theta[\varphi(Z_1)] = \sigma z$. Inversement, $Z = f(z)$ sera *uniforme et méromorphe dans* $\mathfrak{S}$ et telle que

$$f(\sigma z) = R[f(z)] \quad \text{et} \quad |\sigma| < 1;$$

seulement $z = 0$ sera *point singulier essentiel de* $f(z)$. En posant $z = e^{-u}$, la fonction $f(e^{-u}) = F(u)$ admet la période $2\pi i$, est méromorphe dans un certain demi-plan $\mathcal{R}(u) \geqq \alpha$ et l'on a

$$F(u + \omega) = R[f(u)],$$

avec $\omega = -\log\sigma$. Cette fonction est une de celles qui ont été signalées par M. Picard. *Elle dépend de la formation de Σ_0 qui renferme une large part d'arbitraire.*

Si C était un petit cercle entourant un point double répulsif et C_1 sur le même feuillet que C de façon que Σ_0 *soit simplement l'anneau* (C, C_1), on retrouverait pour $f(z)$ les fonctions de Poincaré.

2. On a ainsi résolu le problème suivant : Représenter conformément Σ_0, limitée par *deux contours* C *et* C_1, qui se correspondent d'une façon biunivoque et *analytique* par $Z_1 = R(Z)$, sur une aire plane annulaire limitée par deux contours $\mathfrak{S}$ et $\mathfrak{S}_1$ qui se correspondent *linéairement* par $z_1 = \sigma z$: *On a linéarisé la substitution entre les contours.*

La résolution du problème particulier de l'aire à deux contours sert à traiter le problème plus général suivant :

Étant donnée une aire limitée par $2p$ *contours* qui se correspondent deux à deux d'une façon biunivoque et *analytique*, la représenter conformément

sur une aire plane à $2p$ contours de façon que les p substitutions analytiques entre les contours deviennent *linéaires*. (Voir les travaux de M. Koebe.)

Il est en particulier possible de *linéariser simultanément p substitutions rationnelles quelconques*. Décrivons, sur un premier feuillet, p petits contours deux à deux extérieurs $C_1, C_2, \ldots, C_p$; leurs p transformés $C'_1, C'_2, \ldots, C'_p$, respectivement par $[Z|R_1(Z)]$, $[Z|R_2(Z)]$, ..., $[Z|R_p(Z)]$ seront supposés tracés sur un 2^e, un 3^e, ..., un $(p+1)^{\text{ième}}$ feuillet; les aires (C_1), ..., (C_p), (C'_1), ..., (C'_p) étant supposées deux à deux extérieures, on reliera (C'_1), ..., (C'_p) au premier feuillet chacune par une ligne de croisement intérieure; on aura ainsi une aire Σ_0 limitée par $C_1, C_2, \ldots, C_p, C'_1, C'_2, \ldots, C'_p$, qui a même connexion qu'une aire plane contenant le point à l'infini et limitée par $2p$ contours intérieurs. Il est possible de la représenter, par $z=\varphi(Z)$, sur une telle aire σ_0 limitée par $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_p, \gamma'_1, \gamma'_2, \gamma'_p$, et de telle façon qu'aux couples $[Z, R_i(Z)]$ décrivant C_i et C'_i correspondent des couples $[z|S_i(z)]$ décrivant γ_i et γ'_i, S_i étant une substitution linéaire. $Z=f(z)$, fonction inverse de $\varphi(Z)$, sera uniforme et méromorphe dans l'aire σ_0 à $2p$ contours, et elle vérifiera les p équations fonctionnelles

$$f[S_i(z)] = R_i[f(z)] \qquad (i=1, 2, \ldots, p),$$

où $S_i(z) = \dfrac{\alpha_i z + \beta_i}{\gamma_i z + \delta_i}$.

$f(z)$ sera encore méromorphe dans tout le domaine déduit de σ_0 par les substitutions qui sont des *produits de puissances entières positives* des S_i. On a ainsi pour $f(z)$ un domaine d'uniformité limité par une infinité de courbes déduites des γ_i, γ'_i par les substitutions précédentes. Si l'on opère des substitutions où entrent comme facteurs des puissances entières négatives des S_i, $f(z)$ cesse en général d'être uniforme. Le groupe engendré par les p substitutions S_i et leurs inverses est kleinéen, σ_0 est son domaine fondamental; mais on ne choisira dans ce groupe que les substitutions dont tous les facteurs ont des exposants positifs ou nuls pour étendre de façon certaine, à partir de σ_0, le domaine où $f(z)$ reste uniforme.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégrale définie et la mesure des ensembles.* Note de M. **Stoïlow**.

1. L'intégrale de Lebesgue

$$\int_a^b f(x)\,dx \tag{1}$$

exprime la mesure superficielle de l'ensemble de points du plan xOy dont les coordonnées satisfont à

$$a < x < b, \quad o < y < f(x)$$

[cette dernière inégalité étant remplacée par l'inégalité inverse si $f(x) < o$].

Je vais montrer ici que l'on peut exprimer par une intégrale simple connue (1) la mesure superficielle d'un ensemble quelconque à deux dimensions, mesurable au sens de Borel-Lebesgue. On pourrait étendre facilement le raisonnement au cas des ensembles à n dimensions et exprimer leur mesure par des intégrales $n-1$ fois multiples.

2. Disons qu'une propriété a lieu sur *presque toutes les droites parallèles à une direction*, si les parallèles où elle n'est pas vérifiée coupent une transversale (par exemple l'un des axes des coordonnées) suivant des points dont l'ensemble est de mesure *linéaire* nulle.

Si un ensemble E, formé de points du plan xOy, est mesurable superficiellement, il est mesurable linéairement sur presque toutes les droites parallèles à une direction donnée quelconque, c'est-à-dire que les ensembles $E_{(d)}$, partie commune entre E et la droite (d) sont presque tous mesurables.

Considérons en effet toutes les droites parallèles (d) qui contiennent au moins un point de E. Si E est mesurable, il existe un ensemble fermé F contenu dans E et tel que $E-F$ est de mesure extérieure plus petite que ε^2, aussi petite que soit la quantité positive ε. Soient $E_{(d)}$ et $F_{(d)}$ les parties communes de E et de F avec la droite (d).

On peut montrer que si $E-F < \varepsilon^2$ les droites (d), où l'on a $E_{(d)}-F_{(d)} > \varepsilon$, coupent l'un des axes en des points dont l'ensemble *est de mesure linéaire inférieure à* ε.

En faisant tendre F vers E, les droites (d) où $E_{(d)}-F_{(d)}$ ne tendra pas vers zéro couperont l'axe en un ensemble de points de mesure linéaire nulle.

3. Pour mesurer E on pourra donc faire abstraction des ensembles E_d où $E_{(d)}-E_{(d)}$ ne tend pas vers zéro ave ε, c'est-à-dire où $E_{(d)}$ n'est pas mesurable linéairement.

Soit alors T l'ensemble des points où les droites (d) coupent l'axe. Il y aura dans T un ensemble de mesure nulle correspondant aux $E_{(d)}$ non mesurables. Le reste de T pourra se partager en deux ensembles : l'un sera la projection de la limite des F croissants et tendant vers E, l'autre sera la projection de certains $E_{(d)}$ *de mesure linéaire nulle*. Le premier sera néces-

sairement mesurable, l'autre pourra ne pas l'être. Il est clair que l'on pourra faire abstraction de tous les points de E qui se projettent suivant ce dernier ensemble, quand il s'agira de mesurer E. On pourra donc remplacer E par un ensemble E_1, limite des ensembles fermés F qui tendent vers E.

4. Soit F un ensemble fermé quelconque. Il pourra toujours être considéré comme limite d'aires à contours élémentaires et il est aisé de se rendre compte qu'une telle aire, et par conséquent la mesure de F, peut s'exprimer par l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} m(\xi)\,d\xi, \tag{2}$$

où $m(\xi)$ désigne la mesure extérieure linéaire de la partie commune de F et de la droite $x = \xi$. Il en serait de même de la mesure de E_1.

D'autre part si l'on envisage l'intégrale (2) pour l'ensemble E, il est clair que la contribution de la partie de E qu'il faut négliger pour avoir E_1 est nulle dans cette intégrale. *Donc l'intégrale* (2) *appliquée à l'ensemble* E *exprime la mesure de ce même ensemble.*

5. Il est à remarquer que $m(\xi)$ est toujours positive ou nulle. Pour que la mesure de E soit nulle, il faut donc que la projection de E sur un axe soit de mesure nulle, ou bien que $m(\xi) = 0$, pour « presque toutes les valeurs de ξ ». Les ensembles dont toutes les projections sont nulles, dont je me suis occupé dans une Note antérieure ([1]), satisfont évidemment *à la fois* à ces deux conditions. On pourrait donc dire que la mesure de ces ensembles est doublement nulle, mais tous les ensembles de cette espèce n'ont pas toutes leurs projections nulles.

ASTRONOMIE. — *Sur les observations de l'éclipse partielle de Soleil du* 1er *octobre* 1921, *faites à Buenos-Ayres* (*République Argentine*). Note de **M. J. Ubach**, présentée par M. Bigourdan.

Avec un équatorial Zeiss (objectif 130^{mm}, d. f. 235^{cm}), je pris à Villa Devoto (limite ouest de Buenos-Ayres) 44 mesures micrométriques de la corde luni-solaire, à des instants déterminés, et j'observai les deux contacts. On fit, pendant quelques nuits, de nombreuses observations pour l'exacte détermination des constantes. Les deux chronomètres dont je me

([1]) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 539.

servais furent très soigneusement contrôlés, plusieurs jours avant et après l'éclipse, par radiotélégraphie avec les signaux du Service de la Marine et téléphoniquement avec la Station astronomique du Bureau de Géodésie de l'Institut géographique militaire.

Je renvoie à un autre temps le calcul des 44 mesures des cordes et ne calcule actuellement que les contacts, y compris ceux communiqués par l'Observatoire de La Plata.

Pour en tirer la correction des coordonnées de la Lune, il fallait comparer les observations des contacts avec les distances, tirées des Tables, des centres Soleil-Lune aux mêmes instants.

En conséquence on tira rigoureusement des Tables les lieux géocentriques pour les instants observés; puis on introduisit parallaxe et réfraction et l'on calcula la distance *apparente* des centres à l'aide de la formule

$$D = (\alpha - \alpha')^2 \cos^2 \frac{1}{2}(\delta + \delta') + (\delta - \delta')^2. \tag{1}$$

La distance *observée*, correspondant à un contact, résulte de la somme des demi-diamètres affectés de la parallaxe et raccourcis par la figure elliptique des disques, résultant de la réfraction. La valeur du raccourcissement aux points des contacts était calculée par l'équation de l'ellipse, ce qui demandait des calculs préalables, surtout de l'angle du rayon aboutissant au point de contact, avec l'axe horizontal.

La comparaison de la distance calculée et de la distance observée a été faite à l'aide de la différentielle de l'équation (1), dans laquelle on introduisit aussi la correction du demi-diamètre.

Par ce procédé, on a obtenu huit équations de condition, d'où l'on a tiré finalement, pour la correction des coordonnées lunaires, telles qu'elles résultent des Tables dont se sert la *Connaissance des Temps :*

$$\text{Æ} : +0^s,61; \quad - \text{Décl} : +1'',9,$$

ce qui donne $+9'',7$ pour la correction en longitude.

PHYSIQUE. — *Micromanomètre à sensibilité réglable.* Note (¹) de M. F. Michaud, présentée par M. E. Bouty.

L'appareil se compose de deux récipients à large surface (par exemple, deux grands flacons à tubulure inférieure), reliés par un tube de verre de

(¹) Séance du 13 mars 1922.

faible diamètre muni d'un robinet. L'ensemble est rempli partiellement d'un liquide contenant en suspension des particules assez grosses pour échapper au mouvement brownien. On pointe au microscope celles de ces particules qui se trouvent suivant l'axe du tube, en visant à travers une lamelle couvre-objet de microscope, collée sur le tube par une goutte de baume de Canada.

Pour faire une mesure, on fait régner dans un des flacons la pression inconnue, et l'on immerge plus ou moins, dans le liquide de l'autre flacon, une aiguille suspendue à un fil qui s'enroule sur un tambour gradué. La différence de niveau produite se calcule aisément connaissant la longueur de la partie immergée de l'aiguille, son diamètre et la section du récipient. Entr'ouvrant alors le robinet, on juge, d'après le mouvement des particules, du sens dans lequel il faut agir sur le tambour pour arriver à l'équilibre.

Lorsque la communication complète est établie, la sensibilité est 100 fois plus grande que celle du micromanomètre de Henry (¹). Par une journée très calme (l'appareil est sensible aux moindres variations de la pression atmosphérique), à une heure où les vibrations du sol étaient réduites et en utilisant un tube un peu large (5^{mm} de diamètre), pour diminuer le ralentissement causé par la viscosité, j'ai pu saisir une différence de pression de $\frac{1}{1000}$ de barye, correspondant à une dénivellation de $\frac{1}{100}$ de micron d'eau.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur un nouvel obturateur d'objectif pour la prise de photographies aériennes avec les appareils à grand foyer.* Note de M. A. GUILLEMET, présentée par M. Ch. Lallemand.

L'emploi de la photographie aérienne au levé des plans de précision et au contrôle des indicateurs d'altitude, de direction et d'inclinaison à bord des avions, est conditionné par la précision obtenue sur les clichés photographiques eux-mêmes.

Pour les grands objectifs (foyers de $0^m,50$ et de $1^m,20$), on n'a utilisé jusqu'ici que des *obturateurs* de *plaques :* une fente éclairante se déplace devant la plaque, à une vitesse assez faible (temps total dépassant $\frac{1}{5}$ de seconde pour les plaques 18×24) et surtout à une vitesse variable, le mécanisme ne fonctionnant qu'au moment de la prise du cliché.

(¹) A. HENRY, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1078.

On obtient ainsi le maximum de clarté; mais, par suite des déplacements de l'avion sur sa ligne de vol pendant le temps total de l'exposition du cliché, celui-ci peut être *déformé* gravement, et ne plus correspondre, par conséquent, à une perspective géométrique du terrain.

En vue d'annuler ces déformations, j'ai effectué en 1919 l'étude d'un *obturateur d'objectif*, susceptible de donner une clarté suffisante et de permettre l'exposition, pendant toute la durée d'ouverture, de l'ensemble de la plaque sensible.

Or, pour obtenir le maximum de précision et de netteté, il faut limiter à $\frac{1}{20}$ de millimètre au maximum le déplacement, sur le cliché, de l'image d'un point du terrain pendant toute la durée t du temps de pose. En exprimant l'altitude A en kilomètres et la vitesse v de l'avion en mètres par seconde, on trouve alors, pour l'objectif de $0^{m},50$:

$$t \leqq \frac{A}{10v}.$$

On est ainsi conduit à l'adoption d'un obturateur donnant des temps de pose compris entre $\frac{1}{150}$ et $\frac{1}{300}$ de seconde, ce qui implique une durée maxima de $\frac{1}{600}$ de seconde pour chacune des périodes d'ouverture et de fermeture, afin que l'objectif reste totalement ouvert pendant une partie suffisante du temps de pose.

On ne peut songer à réaliser de pareilles vitesses avec des pièces métalliques mises en mouvement juste au moment de la prise du cliché. La solution adoptée est la suivante.

L'appareil comprend :

1° Un dispositif sélecteur laissant périodiquement passer la lumière pendant une durée totale égale au temps de pose désiré ($\frac{1}{200}$ à $\frac{1}{300}$ de seconde).

Ce dispositif est constitué par quatre disques métalliques dont les plans sont très voisins et dont l'axe commun est parallèle à l'axe optique de l'objectif.

Les deux premiers disques sont échancrés chacun sur un secteur de 100° de façon à laisser l'objectif intégralement découvert pendant les $\frac{2}{3}$ du temps de pose; ils sont animés, en sens inverse, des mêmes vitesses angulaires V, qui doivent être comprises entre 50 et 100 tours à la seconde. La durée de superposition totale ou partielle des échancrures de ces deux disques détermine le temps de pose.

Les deux autres disques, échancrés chacun sur un secteur un peu inférieur à 60°, sont respectivement animés des vitesses $\frac{V}{6}$ et $\frac{V}{36}$, de sorte que l'objectif ne peut être découvert que tous les 36 tours des disques les plus rapides.

Par exemple, avec quatre disques, dont les deux plus rapides tournent chacun à 72 tours-seconde et les deux autres tournent respectivement à 12 tours-seconde et

à 2 tours-seconde, on obtient une ouverture d'une durée totale de $\frac{1}{72} \times \frac{100}{360} = \frac{1}{260}$ de seconde, toutes les demi-secondes.

2° Un *dispositif d'armement* très simple, qui permet d'utiliser, en temps voulu, ou à intervalles réguliers (obturateur automatique), l'ouverture ainsi périodiquement donnée.

Il consiste en un volet recouvrant l'échancrure du plus lent des disques et pouvant la démasquer en glissant dans son plan; le volet porte à cet effet une butée qui peut être arrêtée, soit à intervalles réguliers par l'intermédiaire d'une came, soit à volonté par l'intermédiaire d'un ergot mobile manœuvré par un poussoir. Le disque continue son mouvement lorsque le volet s'arrête, et l'échancrure se trouve démasquée. Au moment où l'ouverture est maxima, la butée du volet est automatiquement libérée, et le volet est rappelé à sa position de fermeture par un ressort.

Le mouvement des organes de l'appareil est entretenu *pendant toute la durée de prise de la série des photographies*, soit au moyen d'un embrayage sur une poulie commandée par le moteur de l'avion, soit par un petit moteur indépendant; la force nécessaire est inférieure à 0,5 HP.

L'ensemble de l'appareil est placé dans un carter en aluminium qui peut être facilement fixé à la chambre photographique (devant l'objectif), avec interposition d'un joint élastique pour éviter la transmission des vibrations du système rotatif. Tous les axes de rotation dont la vitesse dépasse un tour à la seconde sont montés sur roulements à billes.

Dans le cas de l'obturateur automatique, on peut régler à diverses valeurs l'intervalle de prise de deux photographies successives par la manœuvre d'un petit engrenage balladeur. Pour le régime des 72 tours-seconde déjà indiqué, les intervalles possibles sont 8, 12 et 16 secondes.

Un appareil d'étude a donné, au cours d'essais effectués en 1921, des clichés nets et suffisamment lumineux dans des conditions passables de clarté atmosphérique, et, malgré les vibrations violentes imposées à l'ensemble de l'appareil photographique, on n'a constaté sur les épreuves aucun flou appréciable.

Le rendement lumineux, caractérisé par le rapport de la quantité de lumière entrant dans l'objectif, pendant le fonctionnement de l'obturateur, à celle qui y entrerait si l'objectif restait intégralement ouvert pendant tout le temps de pose donné par l'obturateur, est voisin de 80 pour 100 pour les objectifs usuels de $0^m,50$.

L'obturateur d'objectif peut d'ailleurs être adapté à des chambres photographiques munies d'objectifs quelconques; le rendement lumineux atteint alors, en régime normal :

90 pour 100 pour les objectifs de $0^m,26$ de foyer;
60 pour 100 pour les objectifs de $1^m,20$ de foyer.

Grâce à cet appareil, dont on étudie actuellement l'installation à bord d'un avion d'essai équipé en vue de la réfection du Cadastre, on est maintenant parfaitement outilllé pour prendre des clichés aériens rigoureusement assimilables à des perspectives géométriques. Cette condition devait nécessairement être réalisée avant la mise au point des appareils de restitution d'une part, et des appareils de contrôle du vol en avion d'autre part.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Spectre d'absorption de la vapeur de benzène et grandeurs fondamentales de la molécule de benzène.* Note [1] de M. **Victor Henri**, présentée par M. G. Urbain.

L'énergie d'une molécule dépend de trois sortes de mouvements : celui des électrons, celui des noyaux atomiques dans la molécule et celui de la molécule tout entière. La théorie des quanta appliquée à chacun de ces mouvements conduit, pour une molécule biatomique, à une expression de la forme

$$E_1 = [B + (bp + b'p^2 + \ldots) + \alpha q^2]hc,$$

où B est une fonction compliquée d'un entier τ, b représente la fréquence des vibrations des noyaux atomiques, et α caractérise le mouvement de rotation de la molécule : $\alpha = \frac{h}{2\pi^2 \mathfrak{J} c}$, h est la constante de Planck $6,55.10^{-27}$, $c = 3.10^{10}$ et $\mathfrak{J}$ le moment d'inertie de la molécule par rapport à un axe de rotation.

D'après la théorie de Bohr une molécule absorbe un quantum $h\nu$, lorsqu'elle passe d'un niveau énergétique E_1 à un niveau E_2; on obtient ainsi, pour le nombre de vibrations d'une bande d'absorption :

$$(1) \quad \frac{1}{\lambda} = A - B + (an + a'n^2 + \ldots) - (bp + b'p^2 + \ldots) + \alpha(m^2 - q^2)\ldots,$$

n, p, m, q sont des nombres entiers 0, 1, 2, ..., et en vertu du principe de correspondance de Bohr on a

$$q = m \qquad \text{ou} \qquad q = m \pm 1.$$

Le premier exemple de molécule compliquée que nous présentons est celui du benzène, qui comprend 12 noyaux atomiques et 42 électrons.

Le spectre d'absorption ultraviolet de la vapeur de benzène a été étudié

---

[1] Séance du 13 mars 1922.

par un grand nombre d'auteurs; mais toutes les études faites jusqu'ici sont très incomplètes; en effet, on n'a mesuré que les positions des têtes de bandes, sans jamais obtenir la structure fine des bandes.

En perfectionnant la source lumineuse, étincelle de haute fréquence d'aluminium dans l'eau, ce qui donne un spectre continu très intense jusqu'à $\lambda = 1950$ Å; en photographiant sur des plaques Schumann ou sur des plaques à grain très fin et couche très mince; en étudiant la vapeur de benzène dans un très bon vide sous une épaisseur de 50^{cm} et à des pressions variant graduellement depuis $0^{mm},01$ jusqu'à 65^{mm}, nous avons pu obtenir la structure fine des bandes et repérer ainsi plus de 350 bandes d'absorption.

Les bandes les plus fortes sont visibles déjà à la pression de $0^{mm},01$, tandis que les bandes les plus faibles n'apparaissent que pour la pression de 65^{mm}. L'échelle des intensités varie donc de 6500 à 1. Cette intensité est proportionnelle au nombre de molécules qui subissent le saut d'énergie correspondant.

Résultats. — 1° Le spectre d'absorption ultraviolet de la vapeur de benzène peut être représenté très exactement par la formule (1).

Ce spectre se compose de quatre séries de bandes superposées, obéissant aux formules suivantes :

$$\text{(I)} \qquad \frac{1}{\lambda} = 37703 + 921,4n - (159p + 2p^2) + 2(m^2 - q^2),$$

$$\text{(II)} \qquad \frac{1}{\lambda} = 37494 + 921,4n - (159p + 2p^2) + 2(m^2 - q^2),$$

$$\text{(III)} \qquad \frac{1}{\lambda} = 37613 + 921,4n - (159p + 2p^2) + 2(m^2 - q^2),$$

$$\text{(IV)} \qquad \frac{1}{\lambda} = 37426 + 921,4n - 166p + 2(m^2 - q^2),$$

où n a les valeurs 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; $p = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$; $q = m$ ou $q = m \pm 1$ et $m = 1, 2, \ldots, 10$.

Aux huit valeurs de n correspondent huit groupes de bandes dont les plus intenses ont les longueurs d'onde suivantes :

$$A = 2667; \quad B = 2589; \quad C = 2528,5; \quad D = 2471;$$
$$E = 2415,9; \quad F = 2363,5; \quad G = 2324,4; \quad H = 2275,2.$$

A ces huit groupes de bandes correspondent les huit bandes du benzène liquide ou dissous.

Aux différentes valeurs de p correspondent les positions des têtes de bandes dans chaque groupe.

Enfin les valeurs de m donnent la structure fine de chaque bande.

2° L'intensité des bandes est la plus forte pour les valeurs les plus faibles de p; elle diminue très rapidement lorsque p augmente.

3° Les constantes $a = 921,4$ et $b = 159$ représentent, d'après la théorie précédente, les nombres de vibrations des noyaux atomiques ou des groupes d'atomes dans la molécule. Il en résulte que le spectre d'absorption infrarouge devrait s'exprimer par la formule

$$\frac{1}{\lambda} = an - bp = 921,4n - 159p \ldots \quad (2)$$

Le spectre d'absorption infrarouge du benzène a été étudié par Coblentz et Puccianti. Nous trouvons que ce spectre est très exactement représenté par la formule théorique (2) :

Combinaisons.	λ calculé.	λ observé.	Combinaisons.	λ calculé.	λ observé.
$a-b$.....	$13^{\mu},1$	$13^{\mu},0$	$4a-4b$.....	$3^{\mu},28$	$3^{\mu},25$
$2a-6b$.....	14,4	11,8	$5a-6b$.....	2,74	2,75
$2a-5b$.....	9,8	9,6	$6a-9b$.....	2,45	2,49
$2a-4b$.....	8,4	8,7	$6a-6b$.....	2,19	2,16
$2a-3b$.....	7,3	7,3	$8a-9b$.....	1,71	1,71
$2a-2b$.....	6,6	6,7	$9a-9b$.....	1,46	1,44
$3a-6b$.....	5,5	5,4			

4° La structure fine des bandes, qui résulte de la rotation des molécules, a donné pour toutes les séries $\alpha = 2 = \frac{h}{8\pi^2 \mathfrak{J} c}$.

On en déduit pour le moment d'inertie de la molécule de benzène $\mathfrak{J} = 1,45.10^{-38}$.

5° On sait que le benzène cristallise dans le système rhomboédrique en donnant des bipyramides, le rapport des axes étant égal à 0,89 : 1 : 0,80. On peut supposer que la molécule de benzène a la forme d'une bipyramide qui diffère peu d'un octaèdre, les six carbones occupant les six sommets. La valeur précédente du moment d'inertie permet alors de calculer la distance entre les atomes de carbone; on trouve $1,85.10^{-8}$ cm et par le diamètre de la molécule $2,6.10^{-8}$ cm.

Or la distance entre les atomes de carbone est dans le diamant égale à $1,54.10^{-8}$ et dans le graphite $1,75.10^{-8}$ cm. Enfin, à partir de la viscosité de la vapeur du benzène, on calcule pour le diamètre de la molécule $3,2.10^{-8}$ cm.

Ces résultats montrent que la molécule de benzène est un édifice très symétrique, dont les mouvements obéissent aux lois simples déduites pour les molécules biatomiques. Il y aurait lieu de supposer que dans le benzène les carbones sont liés trois par trois, la molécule serait formée de deux moitiés $C^3H^3 - C^3H^3$ qui vibrent l'une par rapport à l'autre; cette hypothèse est appuyée par les expériences de J.-J. Thomson qui a montré qu'en introduisant du benzène dans un tube à rayons positifs on obtient des groupes C^3H^3 chargés négativement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Spectre d'absorption ultraviolet du phénol dans différents solvants.* Note de M. **F.-W. Klingstedt**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons entrepris l'étude quantitative de l'absorption des rayons ultraviolets par une série de dérivés du benzène.

L'absorption a été mesurée par deux méthodes suivant les techniques de V. Henri : d'une part avec le spectre d'étincelle Fe-Cd ou Cu; d'autre part avec le spectre continu que donne une étincelle de haute fréquence d'aluminium dans l'eau. Les spectres continus ont été étudiés quantitativement points par points pour tous les demi ou même tous les $\frac{1}{5}$ de millimètre au moyen du microphotomètre de Fabry et Buisson.

Le spectre d'absorption du phénol a été étudié dans des solvants différents, ainsi que pur, liquide ou solide, en couche très mince, égale environ à $\frac{1}{10000}$ de millimètre, et à l'état de vapeur.

Résultats :

1° Le spectre d'absorption du phénol dissous dans le pentane ou l'hexane, que nous appelons *spectre normal*, comprend dans l'ultraviolet deux régions : 1° entre $\lambda = 2860$ et 2400 Å; 2° entre $\lambda = 2325$ et l'ultraviolet extrême, que nous avons étudié jusqu'à $\lambda = 1944$ Å.

On trouve dans la première région d'abord trois bandes étroites intenses, dont les positions et les valeurs des coefficients d'absorption moléculaires ε (défini par $J = J_0 . 10^{-\varepsilon cd}$) sont les suivants :

$$A - \lambda = 2772, \ \varepsilon = 2400; \quad B - \lambda = 2705, \ \varepsilon = 2000; \quad C - \lambda = 2643, \ \varepsilon = 1300.$$

Puis une ou deux bandes faibles vers $\lambda = 2550$, $\varepsilon = 700$.

Dans l'ultraviolet extrême on observe deux bandes larges :

$$\lambda = 2150, \ \varepsilon = 8500 \quad \text{et} \quad \lambda = 2040, \ \varepsilon = 10500.$$

Rappelons que le benzène dissous dans le pentane présente d'après

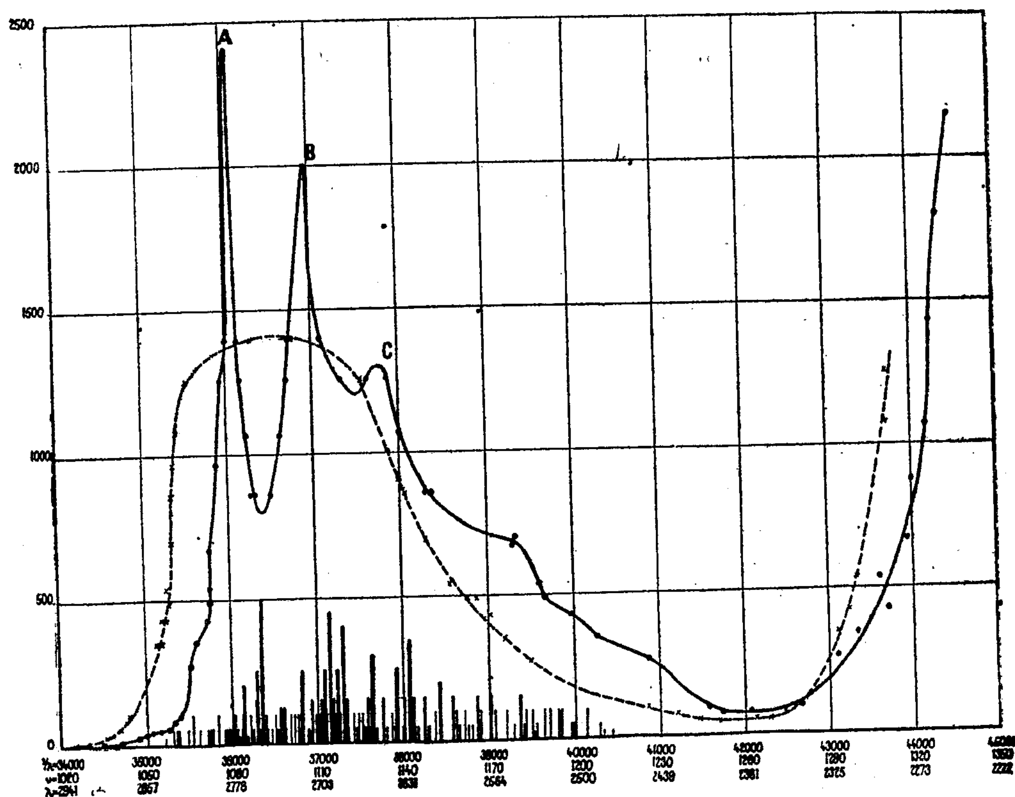


Fig. 1.

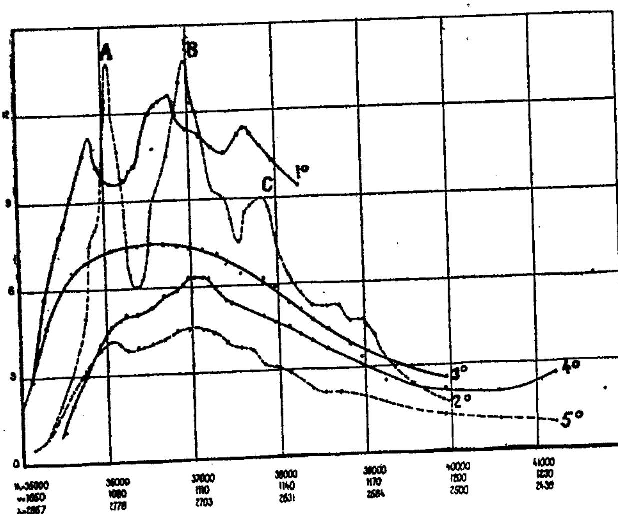


Fig. 2.

V. Henri un premier groupe de huit bandes entre 2686 et 2290, ε variant entre 9 et 234, et un deuxième groupe de trois bandes entre 2068 et 1944, pour lesquelles ε varie entre 5600 et 7900.

2° Le spectre d'absorption normal des solutions de phénol se déduit du spectre de la vapeur par élargissement et fusion des bandes, avec un déplacement vers le rouge. La figure 1 contient en trait plein le spectre d'absorption du phénol dans le pentane, et dans le bas le spectre de la vapeur mesuré par Witte. On voit que les moindres irrégularités dans la forme des bandes de la solution correspondent à des bandes étroites et intenses de la vapeur.

3° Le spectre d'absorption du phénol en solution change avec la nature du solvant. Ce changement est plus ou moins profond suivant les solvants, que l'on peut diviser en deux groupes :

a. Les solvants du premier groupe ne modifient pas l'aspect général du spectre d'absorption. Ils produisent seulement un déplacement et un élargissement des bandes. Tels sont le CCl^4, $CHCl^3$, l'éther, etc.

La figure 2 contient les spectres d'absorption dans le CCl^4 (1°), le pentane (2°), l'alcool éthylique (3°), l'eau (4°) et le phénol liquide pur (5°); ces courbes ont été tracées les unes au-dessus des autres.

Le Tableau suivant donne les positions des bandes et les fréquences $\left(\text{en } \frac{1}{\lambda} \text{cm}^{-1}\right)$:

	Bande A.		Bande B.		Bande C.	
Phénol vapeur	2750	36364	2686	37301	2626	38081
» liquide	2772	36075	2705	36968	–	–
Sol. hexane et pentane	2772	36075	2705	36968	2643	37836
» $CHCl^3$	2778	35997	2710	36900	2651	37722
» CCl^4	2790	35842	2721	36751	2658	37622
» éther	2794	35791	2732	36603	2673	37411

Le déplacement vers le rouge produit par ces solvants est presque le même (sauf pour l'éther) que celui que l'on observe pour le spectre d'absorption du benzène.

b. Les solvants du deuxième groupe — alcools méthylique et éthylique, eau, etc. — modifient complètement le spectre d'absorption du phénol. La figure 1, courbe pointillée, correspondant à la solution alcoolique, et la figure 2, courbes 3° et 4°, montrent nettement ces modifications.

On n'observe dans ces solvants qu'une seule bande très large et uniforme; la position du maximum est : dans l'eau $\lambda = 2698$, dans l'alcool méthylique

$\lambda = 2720$ et dans l'alcool éthylique $\lambda = 2738$; le coefficient d'absorption du maximum est dans les trois cas égal à 1400.

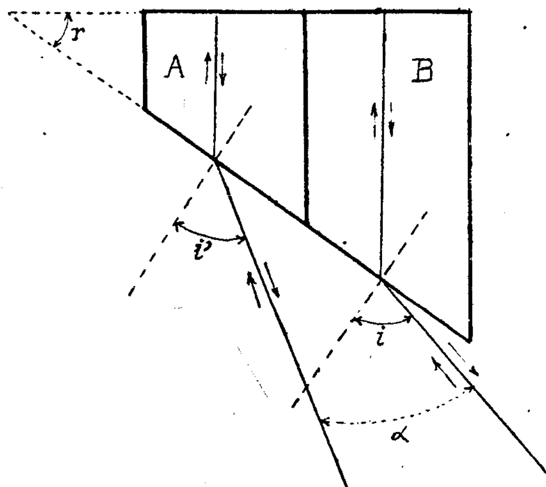
Ces solvants ne modifient pas le spectre d'absorption du benzène ou du toluène, ils ne produisent pour ces corps qu'un déplacement des bandes.

4° Le spectre d'absorption du phénol par liquide et solide occupe une place intermédiaire entre les deux types précédents.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une méthode optique pour la détermination de la solubilité réciproque de liquides peu miscibles.* Note de M. C. **Chéneveau**, présentée par M. Paul Janet.

Il est possible de connaître par une méthode optique, avec une précision au moins égale à celle de la méthode pondérale, la solubilité réciproque de liquides peu miscibles.

Le procédé employé consiste à utiliser la méthode d'autocollimation en la rendant différentielle. A cet effet, un prisme creux, dont l'angle est d'environ 30°, fermé par de bonnes glaces à faces parallèles, est séparé en deux compartiments A et B qui contiennent, l'un le liquide considéré comme solvant, l'autre la solution (voir la figure). La face réfléchissante sera, au besoin, argentée.



Si l'on appelle N l'indice de réfraction, par rapport à la raie D, du liquide qui se trouve en B, n l'indice de la solution placée en A, en admettant que l'indice de la solution soit inférieur à celui du solvant, on a les relations sui-

vantes :

$$N = \frac{\sin i}{\sin r}, \qquad n = \frac{\sin i'}{\sin r},$$

$$N - n = \frac{\sin i - \sin i'}{\sin r} = \frac{2}{\sin r} \sin \frac{i - i'}{2} \cos \frac{i + i'}{2}.$$

Or, si le cercle du goniomètre, au centre duquel la face antérieure du prisme est disposée, peut être entraîné par une vis à tête graduée permettant d'estimer la seconde d'arc, on peut mesurer avec précision la différence $i - i' = \alpha$. Comme α est assez petit pour que $\cos\frac{\alpha}{2}$ soit remplaçable par l'unité, on a

$$2 \sin \frac{i - i'}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} = \sin \alpha$$

et, finalement,

$$\text{(1)} \qquad N - n = \frac{\sin \alpha \cos \left(i - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin r}.$$

Il est donc facile d'obtenir la différence d'indice du solvant et de la solution d'une façon assez indépendante de la température.

Si l'on a déterminé l'indice N du solvant, on déduit alors l'indice n de la solution et l'application de la loi optique des solutions à la solution formée par x grammes du liquide dissous dans 100^g de solvant donne

$$\text{(2)} \qquad (100 + x) \frac{n - 1}{d} = 100 \frac{N - 1}{D} + x \frac{n_0 - 1}{d_0},$$

d, D, d_0 étant les densités de la solution, du solvant et du liquide dissous dont l'indice est n_0. On en déduit alors x.

J'ai appliqué, en particulier, cette méthode à l'étude de la solubilité réciproque de l'aniline et de l'eau. Voici, par exemple, les résultats obtenus par la formule (1), à 15°, pour la dissolution de l'eau dans l'aniline :

$$i = 50°39'35'', \qquad r = 29°23'6'', \qquad \alpha = 30'39''6,$$
$$N - n = 0{,}01150.$$

D'autre part, d'après la formule (2), on peut déduire la solubilité de l'eau dans l'aniline et celle de l'aniline dans l'eau en grammes de corps dissous pour 100^g de solvant.

Le Tableau suivant permet de comparer les résultats de la méthode optique et de la méthode pondérale et de faire ressortir leur bonne concordance :

Eau dans l'aniline.
Méthode optique ($t = 15°$).

$$N - n = 0{,}01150.$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{N-1}{D} = 0{,}5750 \\ \frac{n-1}{d} = 0{,}5642 \\ \frac{n_0-1}{d_0} = 0{,}3338 \end{array}\right\} x = 4{,}68 \text{ pour } 100$$

Méthode pondérale ($t = 14°{,}6$).

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Eau....} & 0^g{,}4952 \\ \text{Aniline.} & 10^g{,}5152 \end{array}\right\} x = 4{,}70 \text{ pour } 100$$

Aniline dans l'eau.
Méthode optique ($t = 16°$).

$$n - N = 0{,}00900.$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{N-1}{D} = 0{,}3334 \\ \frac{n-1}{d} = 0{,}3421 \\ \frac{n_0-1}{d_0} = 0{,}5750 \end{array}\right\} x = 3{,}73 \text{ pour } 100$$

Méthode pondérale ($t = 15°{,}9$).

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Aniline.} & 0^g{,}8644 \\ \text{Eau....} & 23^g{,}3751 \end{array}\right\} x = 3{,}70 \text{ pour } 100$$

Il est également facile d'établir que l'abaissement d'indice de l'aniline $N - n$ est proportionnel à la quantité p grammes d'eau qui a été dissoute par 100^g d'aniline. On a trouvé par exemple, pour la raie D, à 20°,

$$1{,}5860 - n = 0{,}0027\,p.$$

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'observation des nuages en prévision du temps.* Note de M. Gabriel Guilbert.

De l'étude des nuages que nous avons entreprise il y a plus de quarante ans, nous avons déduit certains principes ou conclusions dont nous tenons à conserver la priorité, notamment vis-à-vis de la Note de MM. Werhlé et Schereschewsky (¹).

C'est en 1886, le 6 avril, que nous présentâmes, à la Société météorologique de France, le résumé de longues années d'observations de nuages (²). Le principe essentiel exposé alors consistait dans l'ordre de passage découvert dans l'ensemble des météores aqueux. Cet ordre, nous le présentions sous le nom de *succession nuageuse*.

La succession nuageuse comprend l'ensemble de tous les nuages supérieurs et moyens qui s'offrent à la vue, depuis les cirrus les plus élevés, filiformes ou filamenteux jusqu'aux nuages d'orage (cirro-nimbus), et depuis les

(¹) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 314.
(²) *Annuaire de la Société météorologique de France*, avril-mai 1887, p. 162.

cirrus moutonnés jusqu'aux cirrus pommelés (cirro-cumulus) les plus abaissés.

Nous présentions aussi une nouvelle classification des nuages que nous avons depuis lors employée dans nos registres d'observations quotidiennes (1883-1920) et dans le *Bulletin météorologique du Calvados* (1892-1920). Cette classification se base avant tout sur la nature des nuages, certifiée par les phénomènes lumineux.

Distinguer l'ordre de passage des nuages est notre première acquisition météorologique, mais en découvrir l'ordre de superposition est une autre tâche que nous croyons avoir heureusement remplie. Nous avons reconnu que cet ordre de superposition est invariable.

Nous avons découvert simultanément que la vitesse des cirrus supérieurs pouvait rester égale durant plusieurs jours, mais que la vitesse des différentes couches nuageuses pouvait être des plus inégales : des cirrus pommelés, dans une succession nuageuse, peuvent être rapides sous des cirrus filamenteux lents et inversement.

Il s'agissait ensuite de découvrir les relations qui pouvaient unir la succession nuageuse à la dépression barométrique. Le 1er février 1887, nous exposions à la Société météorologique de France (1) nos conclusions sur ce point et nous établissions, non seulement l'accord, théorique et pratique, des successions nuageuses et des dépressions barométriques, mais aussi leur « désaccord », c'est-à-dire l'indépendance absolue des deux ordres de phénomènes. La « succession nuageuse » doit le plus souvent concorder avec le cyclone — et cette relation était connue — mais nous établissions, fait nouveau, que cette même succession nuageuse pouvait précéder, suivre, ou accompagner la dépression, comme elle pouvait aussi exister sans elle, parfois même au-dessus de l'anticyclone. L'individualité ou l'autonomie de la succession nuageuse était donc mise hors de doute.

Mais, si la succession nuageuse constitue une entité indépendante, ses indications doivent nécessairement parfois contredire les déductions tirées de la pression : c'est ce que nos observations mirent en pleine lumière.

Dès 1878, nous avions prévu une tempête par les nuages seuls. A partir de 1887, nous nous appliquâmes à prévoir le temps quotidiennement par les nuages et le baromètre, considéré comme l'indice des dépressions.

En 1890, M. Mascart présentait à l'Académie le résumé de notre méthode,

---

(1) *Annuaire de la Société météorologique de France*, avril-mai 1887, p. 167.

principalement quant à la prévision des tempêtes ([1]). La vitesse des cirrus devenait l'une de nos bases principales, car nous établissions que cette vitesse était en corrélation avec l'importance des bourrasques et que la direction de ces cirrus supérieurs indiquait la position du centre cyclonique, et sa direction initiale.

Nous avons donc créé, et nous tenons à ces acquisitions, une méthode de prévision locale pour les successions nuageuses (vent et baromètre observés en un seul point), puis, en 1890-1891, une méthode toute nouvelle basée sur les vents comparés aux gradients barométriques, et enfin une méthode mixte, nuages et isobares, que nous considérons encore comme la vraie méthode scientifique de prévision du temps. Cette dernière méthode distingue, en la succession nuageuse, plusieurs parties constitutives. Les cirrus sont *l'avant-garde* ou simplement *le début ; le centre* de la succession nuageuse est constitué par le pallio-cirrus, pluvieux de 4000^m à 6000^m d'altitude ou représenté par des bancs épais de cirrus, ou encore par des cirrus moutonnés et pommelés, plusieurs par places. *L'arrière* suit avec ses cirro-nimbus d'averses, au milieu d'éclaircies et, comme toute succession nuageuse est nécessairement limitée dans l'espace, nous avons désigné certains nuages : les cirrus genre filamenteux et les cirrus irisés, comme caractéristiques du *bord* ou de *l'extrême bord* de la succession nuageuse.

Ces noms sont discutables, mais il ne suffit pas de les modifier pour découvrir un fait nouveau. C'est pourquoi nous tenons à préciser les faits acquis.

Nous signalerons encore nos études sur la superposition des successions nuageuses, dont les *groupes nuageux* restent distincts, principalement quant à la vitesse. Nos remarques sur la vitesse future des orages et des grains, basées sur l'inégalité de vitesse des courants supérieurs, les uns très lents, presque immobiles, les autres animés d'une vertigineuse vitesse. De ces multiples observations présentées, soit à la *Société météorologique de France*, soit à l'*Association française pour l'Avancement des Sciences*, soit dans le *Bulletin météorologique du Calvados*, découlent des prévisions rationnelles du temps de chaque jour, des diverses précipitations, des variations de température, etc.

Sans doute, il reste beaucoup à faire dans l'observation des nuages. Leurs modifications, leurs transformations certaines, la mesure des intervalles qui

([1]) *Comptes rendus*, t. **111**, 1890, p. 127.

les séparent, en hauteur ou en étendue, le mode des précipitations et leur nature, la mesure exacte de leurs vitesses et de leur altitude, demandent de multiples observations simultanées, mais ce ne sont pas de nouvelles dénominations qui suffiront à résoudre ces problèmes de l'atmosphère et à constituer de nouvelles méthodes de prévision.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence de phénomènes de charriage à l'extrémité orientale de la chaîne Ibérique, près de Montalban (province de Téruel, Espagne).* Note de M. **H. Joly**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai consacré plusieurs mois de 1921 à l'étude géologique des montagnes qui constituent ce que l'on a coutume d'appeler la chaîne Ibérique ou la chaîne Celtibérique, et qui s'étendent sur une largeur moyenne de 50^{km}, des environs de Burgos à l'Ouest aux environs de Téruel à l'Est. J'ai pu observer un certain nombre de faits nouveaux, les uns relatifs à la tectonique, d'autres à la stratigraphie.

Les auteurs espagnols ou français, parmi lesquels il faut citer en première ligne De Cortazar et M. Dereims, qui ont écrit sur la constitution géologique des montagnes de cette chaîne, n'ont fait qu'effleurer la partie tectonique, étant amenés à en signaler les anomalies, uniquement à l'occasion de leurs descriptions stratigraphiques. Nulle part dans leurs Ouvrages ne se trouve signalée l'observation de charriages, et les plus grandes complications tectoniques qu'ils aient remarquées semblent être des renversements.

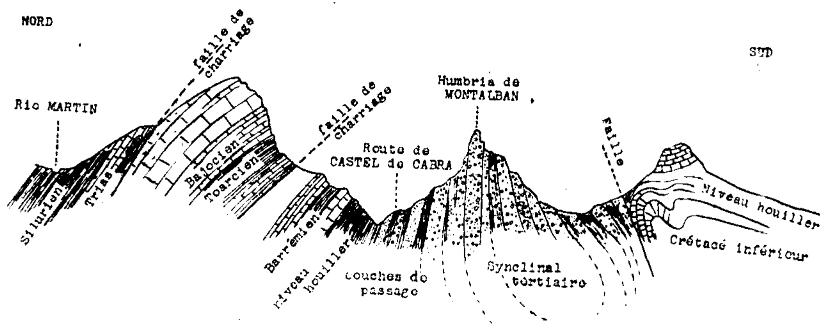
C'est ainsi que dans la région de Castel de Cabra, vers l'extrémité orientale de la chaîne, De Cortazar (1) signale, sans toutefois y attacher d'importance, une faille séparant le Jurassique du Crétacé et qui fait apparaître les couches du Lias en position verticale, le Lias arrivant même, selon cet auteur, à être renversé sous des terrains plus récents aux environs de Montalban et de Cuatrodineros. M. Dereims (2) réédite la même observation, ajoutant que l'Infralias et le Lias se redressent et se renversent sur le Crétacé inférieur qui les surmontait. « Ce renversement, écrit M. Dereims, est facile à observer le long du rio Adovas, à 2^{km} à l'est de Montalban : dans les éboulis qui couvrent l'Aptien, on trouve en abondance les ammo-

(1) De Cortazar, *Bosquejo de la provincia de Teruel* (*Bol. del Mapa Geol. de España*, t. **12**, 1885).

(2) Dereims, *Rech. dans le sud de l'Aragon* (Thèse, Lille, 1908).

nites et les brachiopodes du Toarcien. » Une coupe accompagne cette description.

J'ai tenu à observer les mêmes localités, et j'ai pu relever une belle coupe le long du rio de Palomar, celui sans doute que M. Dereims appelle rio Adovas, en amont et en aval du pont pittoresque par lequel la route de Montalban à Castel de Cabra franchit cette rivière. Cette coupe est la suivante.



Coupe le long du rio de Palomar.

Elle dessine un vaste synclinal, en champignon renversé; à flanc sud couché assez fortement vers le Nord sous l'effet d'une poussée d'un anticlinal crétacé qui est venu le surplomber par suite d'une faille de charriage. L'axe de ce synclinal est occupé par une masse puissante de poudingues que les auteurs espagnols ont rattachée au Tertiaire inférieur. Sur le flanc nord du synclinal, les couches, d'abord redressées, notamment pour former près du pont sur le rio de Palomar ces murailles verticales, désignées dans le pays sous le nom de *Humbrias* (formes humaines), se renversent bientôt avec le Crétacé à couches de charbon, puis avec le Crétacé inférieur (Barrêmien) à Ostracés. Sur ce dernier repose, par l'intermédiaire d'une faille de charriage, du Jurassique en série normale; Toarcien à *Dumortieria*, *Grammoceras*, lamellibranches et brachiopodes, surmonté de Bajocien avec *Cancellophicus*, puis de Bathonien.

Sur le Jurassique vient reposer, par l'intermédiaire d'une nouvelle faille de charriage, le Trias avec marnes bariolées et gypse. Enfin, à l'extrémité nord de la coupe, le Silurien repose sur le Trias (cette dernière partie de la coupe est prise sur la rive droite du rio Martin, presque au pied du vieux château de Montalban).

Il semble que l'on puisse interpréter la disposition des couches de la coupe précédente dans le sens d'un bassin crétacéo-tertiaire relativement

étroit et fragile qui a été resserré sur lui-même et comprimé, contre une sorte de *horst* septentrional silurien, par le refoulement vers le Nord de couches crétacées et tertiaires exhaussées, et s'étendant d'ailleurs assez largement vers le Sud en plateforme. Deux accidents principaux à allure de faille de charriage ont été la résultante de ce plissement : l'un au Nord, assez vertical, plongeant vers le Nord, l'autre au Sud, plus incliné et plongeant vers le Sud. Le Silurien lui-même, loin d'être resté immobile, a été affecté par les plis de la même époque ; j'ai pu le constater en étudiant le versant Nord de la bande primaire de Montalban-Segura.

Un peu plus à l'Ouest, à Montalban même, à hauteur du pont sur le rio Martin, on retrouve encore le Jurassique redressé reposant par faille sur la tête des poudingues tertiaires, mais, cette fois, sans intercalation de Crétacé.

L'existence de déplacements horizontaux de forte amplitude, dans cette partie de la chaîne Ibérique, semble donc un fait bien établi. Peut-être s'exagèrent-ils jusqu'à mériter le nom de *charriages*.

D'autre part, la coupe ci-dessus fait ressortir un parallélisme complet entre les strates du Crétacé et celles du Tertiaire, en opposition avec ce qui est indiqué dans la coupe de M. Dereims. Il n'est même pas possible d'établir sur le terrain une séparation entre ces deux systèmes; car, entre les grès blancs, jaunâtres et versicolores, alternant avec des argiles bariolées, qui appartiennent bien nettement au Crétacé, et la masse des conglomérats tertiaires, on observe des alternances de sédiments gréseux et de sédiments argileux de même teinte, mais dans lesquels s'introduit de plus en plus l'élément « conglomérat bréchoïde » qui finit par dominer complètement.

Cette transformation se fait progressivement sur une série puissante de 70^{m}, et la continuité des couches avec le même faciès ne permet pas de placer la lacune signalée par M. Dereims s'étendant à tout le Crétacé supérieur et qui semble aussi un fait bien établi; mais il m'a paru bon de signaler que, malgré la lacune, il n'y a pas eu, entre le Crétacé et le Tertiaire, de phénomène de plissements ayant laissé des traces.

BOTANIQUE. — *Détermination de l'*optimum *d'humidité du milieu extérieur chez les Oscillaires.* Note de M. **Henri Coupin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

On sait que les Oscillaires, Algues du groupe des Cyanophycées, plongées dans un récipient contenant de l'eau douce (je ne parle que des espèces non

marines, les seules que j'ai étudiées), se divisent en éléments courts (hormogonies), qui, en partie (¹) entraînées par les bulles d'oxygène provenant de l'assimilation chlorophyllienne, gagnent les régions supérieures. Arrivées là, les hormogonies rampent à la surface de l'eau, atteignent les bords et s'y élèvent sur une faible hauteur (1^{cm} environ), qui n'est jamais dépassée. Le même fait se produit dans les différents endroits où elles vivent, par exemple le bord des marais, des ruisseaux, des murs, etc. On peut se demander quelles sont les raisons de cette manière de se comporter et, *a priori*, en chercher l'explication dans certains besoins d'oxygénation, de géogropisme, de lumière (²), de nécessités osmotiques, de consistance du milieu, etc. Je ne chercherai pas à démêler l'influence de tous ces facteurs, et, s'ils agissent tous dans le même sens, à chercher quel est celui qui est prépondérant. Je n'envisagerai que celui de la « consistance » de milieu, ce qui revient à étudier sa plus ou moins grande richesse en eau. Il est difficile d'obtenir des milieux plus ou moins humides et plus ou moins secs. Cependant j'y suis parvenu, jusqu'à un certain point, avec une exactitude qu'il ne faudrait cependant pas exagérer, en constituant des gelées formées d'une quantité plus ou moins grande de gélose (gonflée à chaud, puis refroidie) dans de l'eau douce ou dans du liquide de Knop. Les Oscillaires, semées à la surface, y prospèrent plus ou moins bien.

Sur la gélose à 0,5 pour 100, gelée qui ne fait presque pas prise et reste très liquide, les Oscillaires prospèrent mal, et, souvent même, pas du tout, surtout si, en raison de la pesanteur, elles s'immergent tant soit peu.

Sur la gélose à 1 pour 100, les Oscillaires se développent parfaitement, aussi bien en surface qu'en profondeur, de telle sorte qu'en quelques jours, les petits amas ensemencés se montrent entourés d'un large halo vert, où les hormogonies sont bien isolées et se déplacent lentement.

Sur la gélose à 2 pour 100, le développement est très médiocre, nul en profondeur, tandis qu'en surface les Oscillaires se présentent en longs filaments appliqués parallèlement les uns aux autres en « faisceaux » verts, visibles à l'œil nu.

Sur la gélose à 3 pour 100 le développement est nul en profondeur, et à peu près nul en surface (filaments fasciculés); il le devient tout à fait dans la gélose à plus de 3 pour 100.

(¹) Ce point serait à élucider, car il m'a bien semblé constater l'ascension d'hormogonies en dehors de toute production de bulles d'oxygène (tout au moins sur les parois du récipient).

(²) De quelques observations superficielles, il m'a semblé que les Oscillaires demandent beaucoup de lumière pour assimiler.

On voit que, dans tous ces milieux plus ou moins aqueux, le développement optimum paraît être celui qui s'effectue dans la gélose à 1 pour 100 et qu'il est médiocre, à la fois, dans les milieux très humides (gélose à 0,5 pour 100) et dans les milieux peu humides (gélose à 2 et 3 pour 100), voire même nul dans les milieux très peu humides (gélose à plus de 3 pour 100). La grande compacité du milieu (gélose à 2 ou 3 pour 100) amène les filaments à se fasciculer.

Il semble donc que si l'humidité est indispensable au développement des Oscillaires, ce qui n'avait pas besoin d'être démontré, il ne faut pas qu'elle soit ni trop forte ni trop faible. Si, dans les milieux naturels, les Oscillaires quittent l'eau elle-même, pour gagner les parois voisines et y grimper, c'est qu'elles sont à la recherche de l'optimum de l'humidité qui leur convient; elles s'arrêtent dès qu'elles l'ont atteint, car, au delà, la sécheresse, même relative, les ferait languir, puis périr.

La quantité d'eau du milieu extérieur apparaît ainsi comme l'un des facteurs importants de la manière dont se comportent les Oscillaires, mais peut-être n'intervient-elle qu'indirectement en agissant sur les besoins plus ou moins grands d'oxygénation de ces Algues bleues, si répandues partout.

En tout cas, des constatations ci-dessus résumées, il résulte que, si les Oscillaires sont des végétaux normalement aquatiques, elles cherchent, ce qui est assez particulier, et, je crois, peu répandu, à fuir l'eau le plus possible, jusqu'à ce qu'elles aient atteint la limite de la sécheresse relative compatible avec leur existence; il leur faut de l'eau, mais modérément.

BOTANIQUE. — *Reproduction des* Vaucheria *par zoospores amiboïdes*. Note de M. A. DE PUYMALY, présentée par M. P.-A. Dangeard.

En 1879 (1) Stahl mentionnait chez *V. geminata* DC. une reproduction asexuée fort remarquable. Il s'agissait, en effet, de zoospores amiboïdes qui sortent en grand nombre d'une cellule mère, rampent quelque temps, puis s'arrondissent, s'entourent d'une membrane et finalement germent en donnant chacune un nouvel individu. Cette observation, inattendue chez un *Vaucheria*, semble être restée exceptionnelle, soit qu'elle n'ait pas attiré l'attention des botanistes autant qu'elle le méritait, soit que les conditions

(1) E. STAHL, *Ueber die Ruhezustände der* Vaucheria geminata (*Bot. Zeit.*, t. 37, 1879, p. 129).

dans lesquelles elle est possible ne se trouvent réalisées que très rarement. Or, j'ai récolté, en février, dans les environs de Bordeaux, des échantillons de *V. hamata* DC., qui me permettent de confirmer et de compléter la découverte de Stahl.

La plante que j'ai étudiée, franchement aérienne, formait à la surface d'une terre sablonneuse un lacis filamenteux d'un vert pâle; çà et là, cependant, la teinte verte était plus vive. Les régions pâles montraient la structure normale des *Vaucheria*, mais, dans les parties fortement colorées, l'aspect était tout autre : les filaments, pourvus d'une ramification nettement dichotomique, étaient segmentés en une série d'articles plus ou moins égaux. Évidemment, on se trouvait ici en présence d'une forme comparable à celle que Kützing (*Tab. phycol.*, IV, pl. 98) figure sous le nom de *Gongrosira dichotoma* et que Stahl range dans le cycle de développement de *V. geminata* (¹). Les articles ont, au début, la structure ordinaire des *Vaucheria;* placés dans l'eau, ils germent en émettant chacun un tube germinatif; celui-ci peut naître en un point quelconque de leur surface et sa direction est des plus variables. Mais ces articles, capables de reproduire la plante par voie végétative, sont en réalité l'état jeune de futurs sporanges. Ultérieurement, en effet, leur contenu comme l'a vu Stahl, est le siège de divisions simultanées : ainsi s'isolent un nombre variable, mais assez grand, de spores.

Dans les cultures de Stahl, peu d'articles germaient directement; la plupart donnaient des spores. Cet auteur ne s'est pas aperçu que ses comportements différents dépendent de l'état de différenciation où se trouvent les articles lorsqu'on les transporte dans l'eau, de sorte qu'il en a conclu que la reproduction par spores est plus fréquente que la multiplication végétative. Or j'ai obtenu l'une ou l'autre à volonté suivant l'âge des éléments mis en expérience : au contact de l'eau, les articles âgés, déjà transformés en sporanges, fournissaient des spores, tandis que les jeunes, à structure de *Vaucheria*, ne se différenciaient pas en sporanges et germaient directement.

La sporogénèse débute en général dans les articles apicaux. A mesure qu'elle s'accomplit, les cellules mères, ou sporanges, perdent leur contour cylindrique pour devenir doliiformes et finalement presque sphériques; en même temps, les cloisons

(¹) Actuellement le terme de *Gongrosira* désigne un genre d'Ulotrichales bien différent.

transversales continuent à s'épaissir un peu, tandis que les parois longitudinales restent minces jusqu'au moment de la déhiscence. Celle-ci, dans mes cultures, s'est toujours produite le matin, de préférence au point du jour. Une ou deux heures avant, la portion interne de la membrane, de nature pectique, se gonfle tellement que les parois longitudinales deviennent sept à huit fois plus épaisses; mais cet état précède de très près la sortie des spores et n'est pas celui sous lequel se présente habituellement la forme *Gongrosira*, comme pourraient le laisser supposer les figures de Stahl, sur lesquelles certains auteurs, G.-S. West entre autres (*Algæ*, I. Cambridge, 1916, p. 246), se sont appuyés pour attribuer à ces articles une membrane normalement épaisse, ce qui leur donnerait la signification de kystes. La gélification pectique qui provoque le gonflement en question s'étend, mais à un degré moindre, à la partie externe de la membrane qui, tout d'abord, se distend, puis finalement se rompt. C'est par cette déchirure que s'échappe en bloc le contenu de l'article sous la forme d'un sac allongé, dont la mince membrane se perce, au bout de quelques minutes, d'un orifice étroit, par lequel les spores sont expulsées une à une et brusquement. Ces spores motiles présentent des caractères singuliers : ce sont des masses protoplasmiques nues, dont la forme change à chaque instant et qui se déplacent à l'aide de mouvements amiboïdes. Entre chaque mouvement de progression, cependant, leur contour est plus ou moins claviforme; à ce moment-là, elles sont longues de 26^{μ} à 33^{μ} et larges de 12^{μ} à 14^{μ} au niveau de la partie la plus renflée. Leur extrémité la plus mince est hyaline, presque dépourvue d'inclusions, tandis que le reste du corps renferme des chloroplastes, des gouttelettes d'huile et tantôt un, tantôt deux noyaux que Stahl n'avait pu mettre en évidence.

Contrairement à l'affirmation de cet auteur et contrairement à ce qu'on aurait pu supposer par analogie avec ce qui a lieu chez les zoospores ordinaires, la région claire ne représente pas le pôle antérieur de la spore, mais bien sa partie postérieure : c'est toujours, en effet, sur l'extrémité la plus renflée, riche en inclusions, que naissent les pseudopodes. C'est également par cette extrémité que se fait la fixation des spores, dont les mouvements très lents (10^{μ} à la minute en moyenne), non influencés par la lumière, durent souvent 2 à 3 heures. En cessant de se mouvoir, la cellule s'arrondit, s'entoure d'une membrane, tandis que les inclusions émigrent à la périphérie de son corps et qu'une vacuole, dont la taille grandit rapidement, en occupe le centre. La spore arrondie, de 17^{μ} à 20^{μ} de diamètre, grossit un peu par la suite, puis germe au bout de 5 à 7 jours : chaque spore émet un tube qui s'allonge en un filament de *Vaucheria*.

Les deux espèces *V. geminata* et *V. hamata*, d'ailleurs très voisines, sont les seules où cette curieuse reproduction soit connue; elles sont indifféremment aquatiques ou aériennes, mais les individus, qui nous ont fourni des zoospores amiboïdes, à Stahl et à moi, croissaient hors de l'eau. Ce fait et, en outre, mes expériences, relatées plus haut, laissent présumer que ce mode de reproduction est incompatible avec la vie aquatique et ne pourrait s'observer chez les espèces constamment submergées. Quelques gouttes

de rosée d'ailleurs semblent suffire pour produire la déhiscence des sporanges.

Une étude plus détaillée, accompagnée de dessins, paraîtra à ce sujet dans un Mémoire en préparation sur les Algues vertes aériennnes.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la composition chimique de l'Ergot de Diss et de l'Ergot d'Avoine.* Note de M. **Georges Tanret**, présentée par M. L. Maquenne.

De tous les ergots que l'on rencontre sur les Graminées (ergots dus, on le sait, à l'infection de l'ovaire par le *Claviceps purpurea*), celui de seigle est à peu près le seul connu, tant au point de vue chimique qu'au point de vue physiologique. Des autres, nous ne savons rien, ou presque rien. La question mérite pourtant quelques recherches : outre son intérêt propre (un champignon pathogène est-il capable de se reproduire sur différents hôtes avec les mêmes caractères chimiques que ceux qui l'accompagnent sur son milieu habituel), une pareille étude paraît d'autant plus opportune que le seigle ergoté est devenu, depuis la fermeture des frontières russes, d'une rareté telle et d'un prix si élevé qu'on a pu craindre un moment sa disparition de notre arsenal thérapeutique. Il serait donc désirable de voir si notre territoire national ne pourrait pas fournir un succédané de l'ergot de seigle, permettant au besoin à la France de s'affranchir de sa dépendance vis-à-vis des marchés étrangers, l'Espagne étant, à l'heure actuelle, presque seule à en fournir le monde entier.

Dans cet ordre d'idées, j'ai entrepris l'examen de deux ergots que l'éminent botaniste d'Alger, M. le Professeur Trabut, m'a signalés comme se rencontrant, en plus ou moins grande abondance, sur le diss et sur l'avoine.

I. Le Diss (*Ampelodesmos tenax* Linck) est une haute graminée sauvage qui croît en abondance sur les terrains argilo-calcaires de l'Afrique du Nord, principalement dans l'Est-Algérien. L'Ergot de Diss, dont la forme rappelle celle de l'ergot de seigle, mais plus allongée, plus fine et plus arquée, a déjà fait l'objet des Mémoires surtout descriptifs de Bourlier et Coudray, de Lallemant (1863) : quelques observations cliniques de ces auteurs, jointes aux expérimentations physiologiques de Germaix (1882), semblent montrer que les propriétés de cet ergot sont analogues à celles du seigle ergoté.

Mes analyses ont porté sur une dizaine de kilos d'ergot, récoltés en juin 1921, dans la province de Constantine.

L'ergot, finement moulu, est épuisé par l'alcool à 85° chaud. Le résidu de la distillation de cet alcool se compose de deux parties : un liquide aqueux rouge et un mélange de graisses et de résines.

Celles-ci ont été reprises par l'éther, qui dissout les graisses : la résine, rougeâtre et pulvérulente, reste insoluble. L'extraction de l'*ergotinine* en est particulièrement délicate et l'on échoue si on lui applique les méthodes classiques d'isolement. Par un procédé, dont le détail sera donné dans un autre Recueil, j'ai isolé $0^g,10$ d'*ergotinine* brute par kilo de diss, celle-ci étant formée d'un mélange à proportions sensiblement égales d'ergotinine cristallisée et d'ergotinine amorphe, dite aussi *hydroergotinine* ou *ergotoxine*.

Des graisses de cet ergot on a de plus retiré de l'*ergostérine* ($1^g,20$ au kilo) qui s'y est montrée quatre à six fois plus abondante que dans l'ergot de seigle.

Quant au liquide aqueux qui doit sa couleur sang à un pigment rouge, la *scléréythrine*, analogue à celui du seigle ergoté et précipitable par SO^4H^2 à 40 pour 100, on l'a déféqué par le sous-acétate de plomb : après élimination du plomb et de l'acide acétique, on l'a concentré en sirop clair et repris par l'alcool à 90° bouillant : par refroidissement, l'alcool a d'abord laissé déposer de la *mannite* ($8^g,80$), puis une faible cristallisation de *tréhalose* ($0^g,70$). On a de plus dosé $2^g,80$ de sucre réducteur (*glucose*).

Dans l'extrait alcoolique privé de ses sucres on a enfin recherché la présence de l'*ergothionéine*. Celle-ci, précipitée à l'état de chloromercurate qu'on a ensuite décomposé par H^2S, a été obtenue cristallisée : $0^g,40$ par kilo.

II. L'Avoine est, en Algérie, assez souvent parasitée par le *Claviceps purpurea*. L'ergot d'avoine, petit et trapu, a une distribution assez capricieuse et se rencontre surtout dans la province d'Oran. Ses proportions sont très variables selon les années : les avoines ergotées peuvent, exceptionnellement, contenir parfois assez d'ergot pour que les éleveurs leur attribuent certains accidents observés par eux chez les Équidés, en particulier des avortements chez les juments; mais la proportion qu'elles en renferment est en général assez faible (150^g environ au quintal) pour ne pas nécessiter de triage et ne pas attirer l'attention des propriétaires et des vétérinaires.

1^{kg} d'ergot a fourni 60^g de graisses et 18^g de résines, desquelles on a pu facilement obtenir $1^g,80$ d'ergotinine brute : celle-ci, reprise par l'alcool, a permis d'isoler $0^g,80$ d'ergotinine cristallisée, blanche et pure, à $[\alpha]_D = +369°$. Comme le rendement moyen des seigles ergotés espagnols est de $0^g,40$ à $0^g,60$ d'alcaloïde cristallisé par kilogramme, on voit la haute teneur de l'ergot d'avoine en ergotinine. La quantité d'ergostérine (mélange d'ergostérine vraie à $[\alpha]_D - 126°$ et de fongistérine à $[\alpha]_D - 22°$) a d'autre part été de $0^g,75$.

Les liqueurs aqueuses contiennent, comme dans le cas précédent, la scléréryhrine caractéristique des ergots. Concentrées, après traitements convenables, et reprises par l'alcool, elles abandonnent une abondante cristallisation (32^g par kilogramme) d'un mélange sucré à $[\alpha]_D + 126°$. Devant la difficulté de séparer celui-ci en ses constituants par l'action des divers solvants, à froid et à chaud, on l'a soumis à des précipitations fractionnées par la baryte et l'alcool : quand les fractions de tête ont atteint $+165°$, on les a reprises par l'alcool à 85° chaud : en recueillant les cristaux déposés de l'alcool encore tiède, on a obtenu du tréhalose tout à fait pur. Quant aux fractions de queue, ayant $+70°$, on les a additionnées d'une quantité de molybdate d'ammoniaque égale au double de la proportion de mannite qu'elles étaient supposées contenir : en même temps qu'on mesurait un brusque accroissement du pouvoir rotatoire, on ne tardait pas à voir se déposer le complexe organo-molybdique que j'ai décrit antérieurement [1], à $[\alpha]_D = +52°,5$, qui, décomposé ensuite par $Ba(OH)^2$, a donné de la mannite pure. Le mélange sucré primitif était ainsi formé de 70 pour 100 de tréhalose et de 30 pour 100 de mannite (ergot vieux de huit mois). On a dosé en outre $14^g,2$ de sucre réducteur (glucose) par kilogramme.

La quantité d'ergothionéine isolée a été de $0^g,50$.

III. On voit par ces recherches que l'on retrouve dans l'ergot de diss et dans l'ergot d'avoine les mêmes principes que dans l'ergot de seigle. Mais la proportion en est fort variable quand on passe de l'un à l'autre. En particulier celui de diss est pauvre en ergotinine cristallisée, alors que celui d'avoine est plus riche que la moyenne des seigles ergotés ordinaires. Si

---

(1) G. TANRET, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1500. La caractérisation de la mannite par l'isolement direct de son complexe molybdique a réussi d'emblée sur une cristallisation à $[\alpha]_D + 143°$, formée de 8 parties de tréhalose et de 2 de mannite.

donc l'ergot de diss ne paraît, au point de vue des principes étudiés, pouvoir constituer un succédané de l'ergot de seigle que dans les années de disette et les périodes de crise, il n'en est pas de même de l'ergot d'avoine qui semble pouvoir être substitué au seigle ergoté dans tous ses emplois. A ce titre, la récolte de ces ergots pourrait constituer pour nos provinces algériennes une source de revenus, et même de richesses, qu'il leur serait facile d'exploiter.

ZOOLOGIE. — *Sur les relations du Crustacé et de l'Éponge chez les Cirripèdes spongicoles.* Note de M. **Ch.-J. Gravier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Parmi les exemplaires nombreux d'un Cirripède spongicole nouveau [*Acasta armata* Gravier (¹)] que j'ai rapportés de la Côte des Somalis en 1904, il en est deux qui sont entièrement remplis par l'Éponge qui leur servait de support. D'après M. E. Topsent, cette Éponge appartient à la famille des *Renieridæ*, dont la taxonomie présente de grandes difficultés; son tissu compact est soutenu essentiellement par des spicules siliceux à un axe.

En se fixant à la surface de l'Éponge, la larve du Cirripède y trouve un précieux support. Les Éponges créent autour d'elles, grâce aux mouvements de leurs appareils vibratiles, une circulation intense dans l'eau qui les baigne, favorable à tous égards au Crustacé. Autour de la région occupée par ce dernier, l'Éponge continue à croître; peu à peu, le Crustacé s'enfonce passivement dans la masse de son hôte. Même dans le cas le plus favorable, où le Cirripède est fixé normalement à la surface du support, l'Éponge, en grandissant, finit par atteindre le niveau de l'orifice de la muraille. A ce moment, entrent en jeu, chez l'*Acasta armata*, les épines recourbées vers l'extérieur, portées par la muraille, qui peuvent arrêter, au moins un certain temps, l'envahissement par l'Éponge de la cavité où vit le Cirripède. Ces soies robustes peuvent être considérées comme des organes de défense vis-à-vis de l'Éponge; elles permettent aux cirres de continuer à se mouvoir et d'assurer la respiration et l'alimentation de l'animal. Mais quand les tissus de l'Éponge se développent autour et au-dessus de l'orifice de la muraille, la vie du Crustacé devient de plus en

(¹) Cf. *Bull. Mus. Hist. natur.*, t. **27**, 1921, p. 353.

plus pénible, puis tout à fait impossible. Le Cirripède meurt et l'Éponge peut pénétrer à l'intérieur du revêtement calcaire de ce Cirripède.

Comment l'Éponge pénètre-t-elle dans la cavité circonscrite par le squelette externe du Crustacé? L'un des exemplaires signalés plus haut est presque entièrement rempli par les tissus de l'Éponge; il reste, au sommet, une cupule remplie de débris variés qui sont, en partie au moins, formés par ce qui reste de l'animal. L'envahissement a dû se faire ici par la base, dont il ne subsiste plus que quelques fragments à la surface du moule interne constitué par l'Éponge. On remarque d'ailleurs, chez la plupart des individus de grande taille parvenus à l'état adulte, que la base est fortement corrodée, tandis que chez les jeunes, en général, elle demeure intacte et elle présente à sa surface de fines stries d'accroissement. Chez certains exemplaires, la base a l'aspect d'une écumoire qui serait incomplètement percée. Le calcaire de la base, de consistance homogène apparemment, est fort irrégulièrement entamé. Des plages relativement étendues, avec leurs stries parallèles au bord libre, conservent leur intégrité, alors qu'autour d'elles, tout est plus ou moins profondément creusé. Il y a aussi des perforations isolées dans des territoires bien conservés. Il paraît très vraisemblable que c'est l'Éponge qui, avec ses faisceaux de spicules siliceux à un axe, attaque la base calcaire peu épaisse du Cirripède, tout comme les Cliones percent les coquilles des Mollusques et aussi les Madréporaires des récifs, qu'elles minent parfois assez profondément pour en provoquer l'éboulement et l'émiettement. L'attaque de la base se fait lorsque le Cirripède est parfaitement vivant; on voit, en effet, des individus en très bon état et encore jeunes, dont la base est déjà toute corrodée par l'Éponge. Il est possible qu'en pénétrant à l'intérieur du squelette d'individus jeunes des Cirripèdes en question, l'Éponge parvienne à les tuer avant leur enfouissement complet.

Du reste, l'envahissement peut se faire par ailleurs chez les *Acasta*, notamment par les fenêtres dont est percée normalement la muraille de certaines espèces et qui, chez l'animal vivant, ne sont fermées que par une mince membrane. De plus, chez les *Acasta*, la muraille paraît être simplement posée sur la base et l'Éponge peut s'insinuer entre ces deux parties du test. Dans la masse de l'Éponge qui servait de support aux Cirripèdes dont il est question ici, on trouve les enveloppes calcaires de quelques-uns de ces derniers, qui ont été englobés graduellement par leur substratum vivant.

Parmi les exemplaires d'*Acasta glans* Lamarck des collections du

Muséum, il en est un qui est rempli par l'Éponge cornée servant de support; le test est intact. On aperçoit très nettement, au niveau de la séparation de la muraille et de la base, des fragments du squelette corné de l'Éponge qui paraissent avoir été en continuité avec les fibres cornées de la partie de l'Éponge extérieure à la paroi calcaire du Crustacé; il semble bien que c'est par ce lieu de moindre résistance que s'est faite la pénétration de l'Éponge dans le Cirripède. Il en est de même pour un spécimen d'*Acasta cyathus* Darwin des mêmes collections.

Chez une autre Éponge cornée donnant asile à des exemplaires d'*Acasta lævigata* J.-E. Gray, la plupart des Cirripèdes sont situés au fond de puits qui se refermaient peu à peu au-dessus d'eux quand l'Éponge a été recueillie. Il s'est formé comme des sortes de galles autour des Crustacés; plusieurs d'entre eux sont même enfouis dans le support. Leur présence n'est plus indiquée que par une saillie à la surface; il n'y a plus trace de l'ouverture primitive.

J'ai signalé des faits du même ordre chez les Madréporaires des récifs de Coraux ([1]) attachés au sol ou à des supports solides, comme les Éponges, et incapables, comme celles-ci, de réagir directement contre les animaux si variés qui viennent se fixer à leur surface. Ces êtres sédentaires se défendent cependant, à leur façon, contre leurs hôtes encombrants, commensaux ou parasites, qu'ils enveloppent finalement et auxquels ils fournissent d'abord un gîte et, ultérieurement, un tombeau.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

É. P.

([1]) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 210-212.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 MARS 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. *Louis Ranvier*, survenu à Vendranges (Loire), le 22 mars dernier :

M. **Henneguy** donne lecture d'une Notice nécrologique.

L'Académie perd en la personne de M. **Ranvier**, doyen de la Section d'Anatomie et de Zoologie, l'un de ses membres les plus anciens et les plus éminents, qui a grandement honoré la Science française.

Né à Lyon, le 2 octobre 1835, Louis-Antoine Ranvier, tout en poursuivant des études médicales, fut de bonne heure attiré vers les recherches de science pure et se consacra à l'Histologie et à l'Anatomie pathologique.

L'Histologie, vers 1860, sous l'influence des travaux de Leydig, Kölliker, Max Schultze, venait de faire à l'étranger de réels progrès. Elle n'était représentée chez nous que par Charles Robin qui, disciple intellectuel de Schwann, professait des idées en opposition avec celles de la jeune école allemande. Ranvier, encore jeune étudiant, comprit que la France, patrie de Bichat, fondateur de l'Anatomie générale, ne pouvait se laisser devancer par les nations étrangères; il eut la noble ambition de contribuer par ses propres recherches à étendre nos connaissances sur la structure intime des tissus des organismes. Avec l'aide de son camarade d'internat, Cornil, il installa, rue Christine, à Paris, un petit laboratoire privé, dans lequel les deux collaborateurs, tout en préparant leur *Traité d'Anatomie pathologique,* qui devait rapidement devenir classique, enseignaient aux étudiants en Médecine les principes de l'Histologie.

Les premiers travaux de Ranvier attirèrent l'attention de Claude Bernard

qui, en 1867, le prit comme préparateur de son Cours au Collège de France, puis lui confia la direction d'un laboratoire d'Histologie de l'École pratique des Hautes Études, rattaché à sa chaire, et obtenait, en 1875, des pouvoirs publics, la création pour son collaborateur d'une chaire d'Anatomie générale dans ce même établissement.

C'est au Collège de France que, pendant plus de 30 années, Ranvier travailla avec une ardeur inlassable et fit toutes les belles découvertes qui ont illustré son nom. En 1886, il entrait à l'Académie de Médecine et, l'année suivante, notre Compagnie l'appelait à remplacer Ch. Robin dans la Section d'Anatomie et de Zoologie. Il était déjà, à cette époque, correspondant et membre honoraire de nombreuses Sociétés et Académies étrangères et docteur *honoris causa* de l'Université de Würzburg.

Il est difficile de résumer l'œuvre de notre confrère : elle comprend tout le domaine de l'histologie. Il n'est pas de système de tissus qu'il n'ait étudié en soumettant ses observations à toute la rigueur de la méthode expérimentale qu'il tenait de son maître Claude Bernard. Doué d'une dextérité manuelle des plus remarquables, en employant des procédés de dissociation aussi simples qu'élégants, imaginés par lui, et des modes de coloration nouveaux, permettant de différencier les éléments des tissus, il a pu trouver un très grand nombre de faits nouveaux des plus importants, que n'ont pu que confirmer, à l'aide de méthodes plus compliquées, les histologistes qui, après lui, ont étudié les mêmes objets. A l'habileté du technicien il joignait l'ingéniosité de l'expérimentateur. Ranvier ne se contenta pas, en effet, de décrire et figurer la structure des tissus et de leurs éléments, comme l'avaient fait ses prédécesseurs, il voulut connaître le fonctionnement de ces tissus et des cellules. Il a créé, selon l'expression de Claude Bernard, l'histologie expérimentale, ébauchée par Bichat. C'est en cela surtout que son œuvre se distingue de celle des histologistes allemands, ses contemporains.

Dans ses magistrales leçons, professées au Collège de France et publiées par ses élèves, sur le *Système musculaire*, sur le *Système nerveux*, sur les *Appareils nerveux terminaux des muscles de la vie organique*, la physiologie tient une aussi large place que l'histologie proprement dite.

Les faits nouveaux dont le savant professeur du Collège de France a enrichi la Science sont trop nombreux pour qu'on puisse seulement les énumérer. Je me bornerai à signaler les principaux. Dans le domaine du système nerveux, la découverte des étranglements annulaires lui a permis de montrer que la gaine de Schwann des fibres à myéline est constituée

par une série de cellules placées bout à bout. Il établit les caractères distinctifs des fibres nerveuses sans myéline et des fibres conjonctives. Ses recherches sur la régénération des terminaisons nerveuses dans la cornée et les épithéliums l'ont amené à admettre que la croissance des fibres nerveuses a lieu par bourgeonnement. Dans le système musculaire, il distingua les muscles rouges à contraction plus ou moins lente des muscles pâles qui se contractent plus rapidement, et il étudia avec soin le mode de vascularisation et d'innervation de ces muscles. Pour le tissu conjonctif, dont la constitution avait donné lieu à de nombreuses controverses, il a montré que les cellules, qu'on voit si nettement dans le tissu lâche, se retrouvent dans ce qu'il a appelé le *tissu conjonctif modelé*, les ligaments et les tendons. Il convient enfin de rappeler ses recherches sur le développement et la constitution du système osseux, sur la structure de la peau et des corpuscules du tact, sur la rétine, sur le sang et le développement des vaisseaux, sur les glandes muqueuses et le mécanisme de leur sécrétion. Toutes ces découvertes forment un ensemble considérable et se trouvent résumées dans son célèbre *Traité technique d'Histologie*, Ouvrage absolument original, qui fut traduit en plusieurs langues, et qui est encore aujourd'hui entre les mains de tous les histologistes.

Ranvier n'a pas été un travailleur solitaire. Sa réputation mondiale attirait à son laboratoire de nombreux élèves et des savants étrangers qui venaient s'initier à ses méthodes ou entreprendre des recherches sous sa direction et celle de son dévoué collaborateur Malassez. Il était le chef incontesté de l'École histologique française, et tous les maîtres actuels de la médecine, de la physiologie, de l'anatomie pathologique, comme de l'histologie, peuvent revendiquer l'honneur d'avoir été ses disciples.

Après une vie de labeur incessant, bien que jouissant encore de toutes ses facultés physiques et intellectuelles, notre confrère pensa qu'il avait droit à un repos bien mérité. Il abandonna son enseignement du Collège de France et se retira dans sa belle propriété de Thélys, non loin de Roanne, où, comme Cincinnatus, il se consacra aux travaux champêtres. C'est là qu'il vient de s'éteindre dans sa quatre-vingt-huitième année. Depuis vingt ans, il avait cessé d'assister à nos séances et beaucoup d'entre nous ne l'ont pas connu. Mais ceux qui, comme moi, ont eu la bonne fortune d'être son élève, son collègue et son ami, et de pouvoir apprécier les qualités de l'homme privé en même temps que la grande valeur du savant, conserveront de lui un souvenir ému et reconnaissant.

L'œuvre de Ranvier est impérissable et ses travaux demeureront un titre de gloire pour notre pays.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une théorie classique de Cauchy.* Note de M. E. GOURSAT.

Dans deux Notes récentes [1], M. Mittag-Leffler est revenu sur une ancienne démonstration du théorème de Cauchy, pour la comparer avec celle que j'ai publiée en 1900. Pour éviter tout malentendu, je voudrais préciser en quelques mots les conclusions de cette comparaison.

La démonstration que j'ai donnée suppose uniquement *l'existence de la dérivée*, tandis que la plupart des démonstrations antérieures supposaient, plus ou moins explicitement, que le rapport

$$\frac{f(z+h)-f(z)}{h}$$

end *uniformément* vers $f(z)$ lorsque $|h|$ tend vers zéro. Dans la démonstration plus ancienne à laquelle il fait allusion, M. Mittag-Leffler avait remplacé cette condition par une condition analogue; une expression formée avec les valeurs de la fonction $f(z)$ en trois points infiniment voisins doit tendre *uniformément* vers zéro. Ma démonstration est donc la première, du moins je le crois jusqu'à preuve du contraire, qui ne fait intervenir aucune condition de ce genre. C'est un point que je tenais à préciser, parce que les Notes de M. Mittag-Leffler pouvaient donner lieu à quelque confusion.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la fabrication de la soude à l'ammoniaque.* Note de M. H. LE CHATELIER.

Les expériences de M. Toporescu, relatives à la préparation du bicarbonate de sodium, qui sont données ci-dessous [2], permettent de formuler quelques conclusions intéressantes au sujet de la fabrication de la soude à l'ammoniaque, en particulier de calculer le rendement théorique de l'opération, c'est-à-dire la proportion de NaCl transformable en $NaHCO^3$ cristallisé. La comparaison entre ce rendement théorique et le rendement pratique obtenu dans les usines permet de se rendre compte de la perfec-

---

(1) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1041, et t. 174, 1922, p. 789.

(2) Page 870.

tion plus ou moins grande avec laquelle sont conduites les opérations industrielles.

Pour cette discussion, j'emploierai la représentation géométrique sur diagramme carré (*fig.* 1), dont j'ai indiqué l'usage il y aura bientôt trente

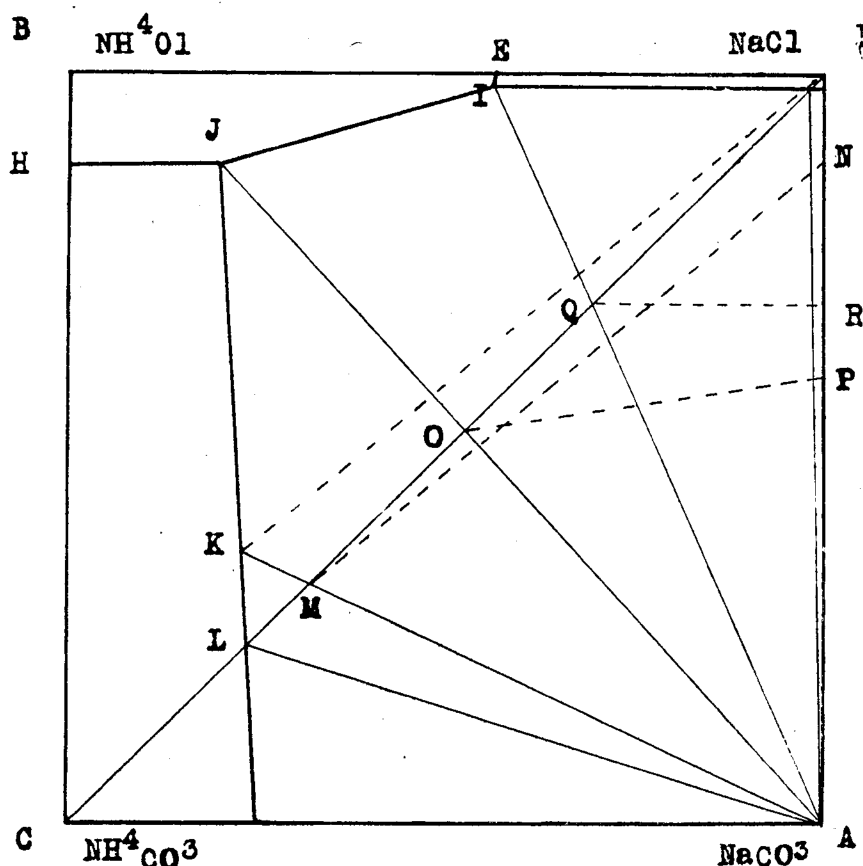


Fig. 1.

ans[1] et dont j'ai précisé récemment les conditions d'emploi[2]. Dans le but de mieux fixer les idées, je prendrai un mélange salin déterminé, renfermant, par exemple, $0^{mol},32$ de NaCl et $0^{mol},68$ de NH^4HCO^3, représenté sur le diagramme par le point figuratif M, situé sur la diagonale CD. La quantité d'eau nécessaire pour dissoudre une molécule de ce mélange est, d'après les expériences de M. Toporescu, de 400^g.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 118, 1894, p. 415.
(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 345.

En évaporant cette solution, le bicarbonate cristallise progressivement et, en même temps, le point figuratif de la dissolution se déplace suivant la ligne MK. Le prolongement de cette ligne passe par le sommet du carré A, parce que le dépôt du bicarbonate ne modifie pas les proportions relatives de chlore et d'ammonium existant dans la dissolution.

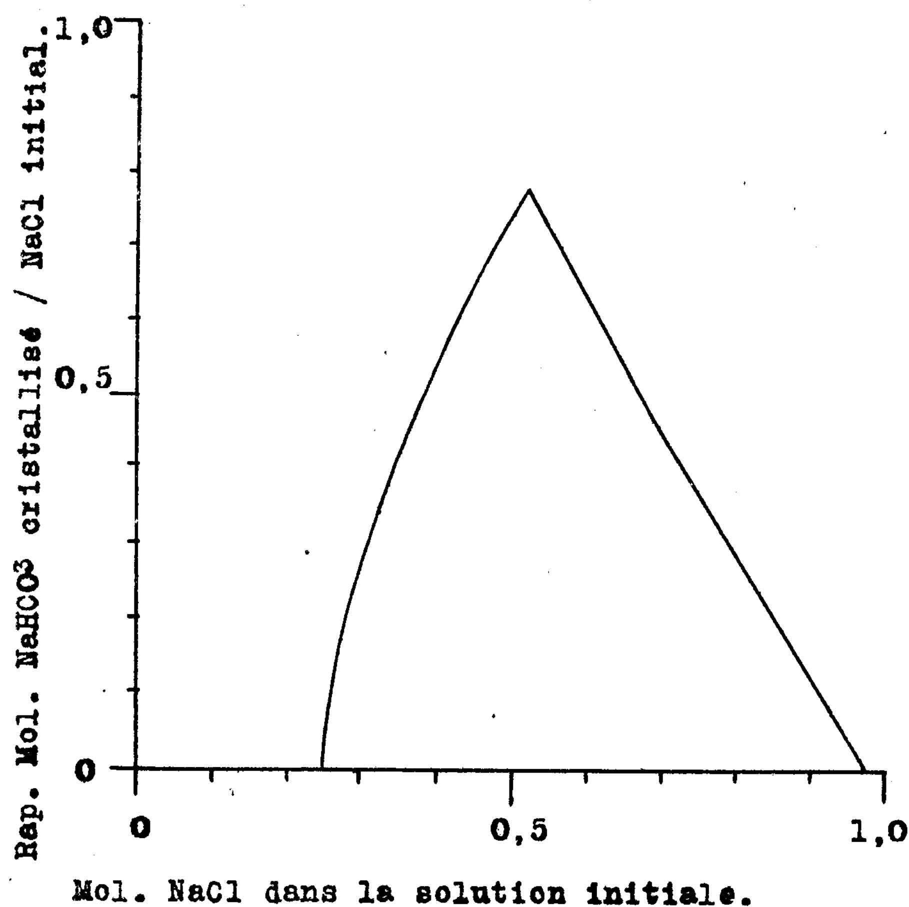


Fig. 2.

Tant que le point figuratif n'est pas arrivé en K, il se dépose exclusivement du bicarbonate. Pour avoir ce sel pur, il ne faut pas dépasser la concentration correspondant à ce point. Au delà, on aurait un dépôt simultané des deux bicarbonates d'ammonium et de sodium; le point figuratif suivrait alors la ligne KJ.

On calcule graphiquement la proportion de bicarbonate cristallisé au

moment où l'on atteint le point K, en employant la règle que j'ai indiquée précédemment ([1]). On joint le point K au sommet D du carré, puis par le point M on mène une parallèle à cette droite. Cette parallèle coupe le côté AD du carré au point N et le segment DN donne le nombre de molécules de bicarbonate cristallisé, la longueur du côté du carré représentant une molécule. On trouve ainsi une quantité de bicarbonate égale à $0^{mol},11$. Le rapport de ce nombre à la quantité initiale de chlorure de sodium mise en expérience, $0^{mol},32$, donne le rendement 0,345.

On peut, par la même méthode, calculer le rendement pour des mélanges de composition initiale quelconque. Dans le procédé habituel de fabrication de la soude, où l'on rejette chaque fois les eaux résiduaires après en avoir récupéré l'ammoniaque, les points figuratifs des divers mélanges mis en expérience se trouvent nécessairement sur la diagonale CD parce qu'il y a toujours égalité entre le nombre d'atomes de Na et de Cl, entre le nombre de molécules de NH^3 et CO^3H. Voici les résultats du calcul pour un certain nombre de mélanges. On a donné dans la première colonne l'indication de la quantité d'eau nécessaire pour dissoudre 1^{mol} du mélange salin mis en expérience et dans la dernière colonne la quantité d'eau nécessaire pour dissoudre 1^{mol} du mélange final.

Points du diagramme.	Eau pour 1^{mol} sel.	Na Cl initial.	Na H CO^3 recueilli.	Rendement final.	Eau pour 1^{mol}.
1 — L........	280 g	0,238	0,000	0,000	280 g
2 — MK........	400	0,320	0,110	0,345	240
3.............	450	0,384	0,200	0,522	210
4.............	490	0,446	0,300	0,673	165
5.............	505	0,500	0,370	0,740	140
6 — OJ........	510	0,525	0,400	0,765	127
7.............	490	0,604	0,350	0,580	122
8 — QI........	460	0,695	0,310	0,453	118
9.............	400	0,782	0,210	0,345	134
10............	161	0,980	0,000	0,000	161

Ces valeurs du rendement ont été reproduites graphiquement sur la figure 2. On remarquera que le rendement maximum est placé au sommet d'un angle très aigu, de telle sorte que pour de très légers changements dans la composition initiale, dans un sens ou dans l'autre, le rendement diminue très rapidement. C'est là un point essentiel à prendre en considé-

([1]) *Loc. cit.*, p. 349.

ration dans la fabrication; il est indispensable de régler avec une très grande précision la composition des mélanges traités.

Le mode opératoire envisagé dans cette discussion ne correspond pas aux conditions de la pratique; on ne procède jamais par concentration de dissolutions initialement très diluées. On introduit au contraire les sels dans une quantité fixe d'eau, qui reste invariable pendant toute la cristallisation du bicarbonate. Au point de vue théorique peu importe, car l'état final d'un système en équilibre est indépendant des états intermédiaires par lesquels il est antérieurement passé. Cela suppose, bien entendu, que toutes les opérations sont rigoureusement réversibles, qu'il ne se forme pas, par exemple, de croûtes imperméables de bicarbonate de sodium sur des sels non encore dissous, qui seraient ainsi éliminés du champ de la réaction, comme cela peut se produire si l'on introduit les deux sels $NaCl$ et NH^4HCO^3 à l'état solide dans un volume donné d'eau. Pour éviter cet enrobage, il est indispensable de prendre les sels à un très grand état de finesse.

En faisant dissoudre 1^{mol} du mélange optimum dans 76^g d'eau, soit

	Molécules.	Poids.
		g
$NaCl$	0,525	29,2
NH^4HCO^3	0,475	39,5
	1,000	68,7
Dans eau	76^g	

on doit théoriquement retirer, à la température de 15°, 42^g de bicarbonate de sodium cristallisé. En faisant cette expérience, j'ai obtenu $41^g,8$. Le sel avait été lavé avec une solution saturée de bicarbonate pur.

Industriellement, on part en réalité d'une solution de chlorure de sodium plus ou moins voisine de la saturation, dans laquelle on fait dissoudre de l'ammoniaque provenant de la distillation des eaux résiduaires, puis on fait passer de l'acide carbonique de façon à obtenir le bicarbonate d'ammonium, qui réagit au fur et à mesure sur le chlorure de sodium.

Prenons le cas d'une solution saturée de chlorure de sodium renfermant 1^{mol} de ce sel, soit $58^g,5$ dans 163^g d'eau et ajoutons-y 1^{mol} d'ammoniaque, puis faisons passer l'acide carbonique à saturation. Il doit, d'après le Tableau précédent, se précipiter $0^{mol},74$ de bicarbonate. Il restera $2^{mol} - 0^{mol},74$, soit $1^{mol},26$ des différents sels dissous dans 163^g d'eau. Cela correspond pour 1^{mol} de sels à $163 : 1,26$, soit 130^g d'eau. Ce poids est

inférieur à la quantité nécessaire pour dissoudre les sels restants, quantité qui, d'après la dernière colonne du Tableau précédent, est de 140^g. Par conséquent, dans ce cas, le point K du diagramme sera dépassé et il se déposera, en même temps que le bicarbonate de sodium, une petite quantité de bicarbonate d'ammonium; pour éviter cet inconvénient, il faudrait ajouter au début un peu d'eau à la solution saturée de sel, employer au total, pour 1^{mol}, 175^g d'eau au lieu de 163^g.

Voici les résultats d'un calcul semblable pour les divers mélanges du Tableau précédent, en partant toujours de la solution saturée de 1^{mol} de NaCl. La première colonne donne la quantité d'eau finale, calculée pour 1^{mol} des sels restants, en supposant que la réaction a atteint la limite théorique précédemment indiquée et la seconde colonne donne la quantité d'eau qui serait nécessaire pour dissoudre réellement la quantité des sels restant finalement en présence :

Numéros et lettres.	Eau finale calculée.	Eau finale nécessaire.	Différence.
2 — MC	59	240	—181
3	79	210	—131
4	110	165	— 55
5	130	140	— 10
6 — OJ	143	127	+ 16
7	148	122	+ 26
8 — QI	163	118	+ 45
9	175	134	+ 41

Dans le cas des quatre premiers mélanges, il serait indispensable d'étendre la solution initiale de chlorure de sodium pour éviter le dépôt de bicarbonate d'ammonium. Pour les quatre derniers mélanges, au contraire, il faudrait ajouter à la solution saturée une certaine quantité de sel solide en excès pour obtenir le rendement théorique.

Ces conclusions ne peuvent pas être immédiatement soumises au contrôle de la pratique industrielle parce que la température est habituellement supérieure à 30° et parce que la carbonatation n'est jamais complète. Les expériences en cours permettront de compléter ultérieurement cette discussion.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Études sur la fermentation lactique. Le souvenir chez les microbes* (¹). Note de MM. **Charles Richet**, **Eudoxie Bachrach** et **Henry Cardot**.

I. En poursuivant nos études sur la fermentation lactique, nous avons été amenés à constater un phénomène imprévu, c'est que, lorsqu'une intoxication, même très légère et de courte durée, a touché un microbe, sa descendance s'en *souvient* longtemps après, quoiqu'elle soit depuis longtemps revenue en apparence à l'état tout à fait normal, au *statu quo ante*.

II. Voici comment se peut démontrer ce souvenir chez le ferment lactique.

Il peut y avoir souvenir pour l'accoutumance ou pour l'anaphylaxie.

Prenons d'abord le cas de l'accoutumance.

Celle-ci commence dès le premier passage (24 heures). Après avoir végété pendant 24 heures dans un bouillon de culture contenant de l'arséniate de K, le ferment est déjà quelque peu accoutumé; car, si on le fait végéter sur milieu arsénical, il pousse déjà plus activement que le ferment normal non accoutumé, et la différence est extrêmement nette.

Or cette différence, c'est-à-dire l'accoutumance à l'arsenic, se maintient pendant longtemps, même si l'on fait pendant longtemps pousser, sur milieu normal, ce ferment différencié.

On verra nettement cette persistance latente (souvenir) de l'accoutumance dans le graphique suivant (*fig.* 1).

Après passage de 24 heures sur milieu normal, le souvenir est très net. Après 9 et 15 jours de passages successifs sur milieu normal, et même après 30 jours de passages, c'est-à-dire 30 ensemencements successifs, le souvenir apparaît encore, quoique atténué. Ce chiffre de 30 ensemencements représente un nombre énorme de filiations qui, quoique ayant évolué dans un milieu normal, n'ont cependant pas oublié qu'une génération mère avait il y a longtemps subi l'action passagère de l'arsenic.

Ainsi il y a persistance héréditaire de la très courte et légère accoutumance à l'arsenic. Un mois (30 passages) ne suffit pas pour effacer le souvenir de 24 heures (1 passage).

(¹) Le mot *souvenir* ne signifie ici nullement, bien entendu, souvenir conscient. Il s'agit seulement de la mémoire cellulaire, organique, élémentaire, et sans conscience, qui est le retentissement prolongé d'une intoxication antérieure ancienne.

En outre, ce souvenir n'est pas celui de l'individu, mais de la race.

D'ailleurs, à tous points de vue autres que l'accoutumance à l'arséniate de K, le ferment est redevenu identique au ferment normal, et cela dès le premier passage.

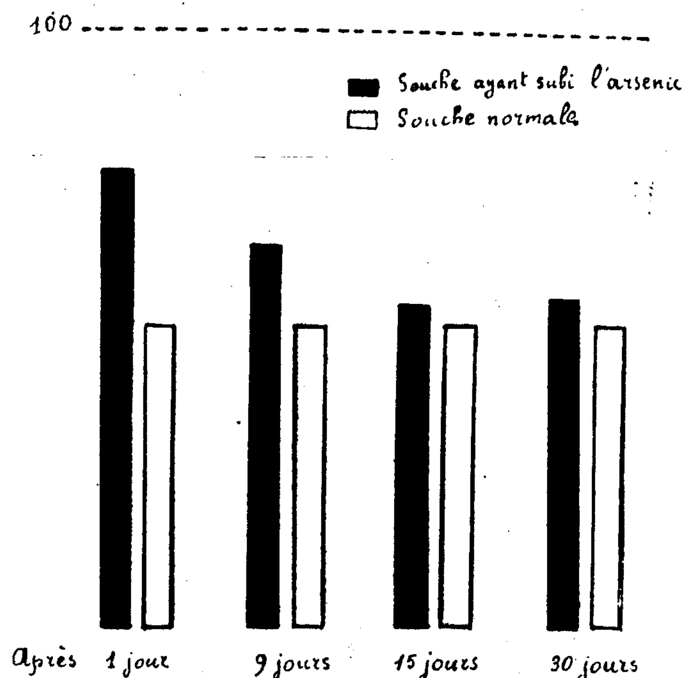


Fig. 1.

III. On peut mener la complication plus loin, et même très loin, c'est-à-dire intoxiquer le ferment non plus par un seul poison, mais par trois poisons à la fois. Même si cette intoxication ne dure qu'un temps très court (24 heures), le ferment garde, après des ensemencements successifs pendant une semaine et peut-être, pendant plus longtemps, le souvenir de *chacun* de ces trois poisons.

L'expérience suivante le prouve. Le ferment normal a été cultivé dans un bouillon contenant à la fois de l'arséniate de K, du sulfate de Cd, et du sulfate de Cu, à doses légèrement offensives. Puis on a ensemencé pendant 7 jours (c'est-à-dire par 7 ensemencements successifs) ce même ferment dans un milieu normal, et l'on a constaté qu'il se souvient à la fois, et très nettement, de l'arséniate de K, du sulfate de Cd et du sulfate de Cu.

Mais comme les sels de cuivre produisent la sensibilisation anaphylactique et non l'accoutumance, le souvenir pour les sels de cuivre se traduit par une

diminution de l'activité, tandis que pour l'arséniate de K et le sulfate de Cd qui donnent l'accoutumance, il y a accroissement d'activité.

Le graphique suivant (*fig.* 2) montre le phénomène dans toute sa netteté, et il se comprend sans légende explicative.

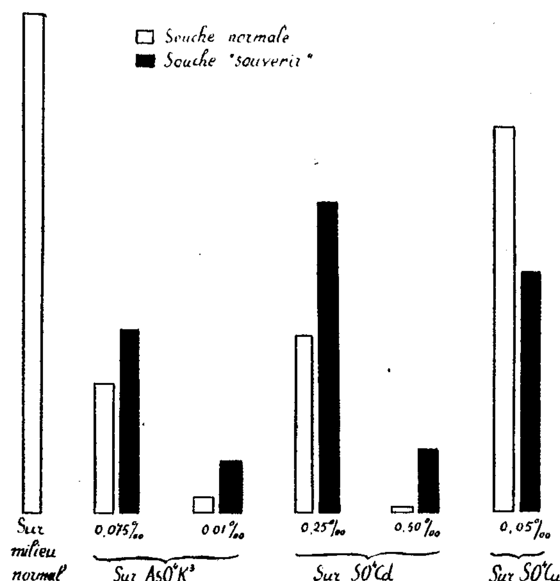


Fig. 2.

Ce qui rend cette expérience spécialement intéressante, c'est qu'elle prouve en toute évidence que le *souvenir* n'est nullement quelque maladie persistante du ferment, soit un affaiblissement, soit une exagération de sa vitalité. En effet, selon la nature des substances toxiques avec lesquelles il a été pendant 24 heures en contact, il est à la fois affaibli et activé. Il paraît affaibli pour le cuivre qui anaphylactise; il paraît activé pour le cadmium et l'arsenic qui accoutument. En réalité, en milieu normal, il n'est ni affaibli ni activé. Nulle autre modification n'apparaît que son accoutumance à certains poisons, et son anaphylaxie à d'autres.

IV. La conclusion qu'on en peut déduire au point de vue de la physiologie générale est très importante.

En effet, comme les ferments microbiens gardent longtemps le souvenir d'une intoxication aussi faible que passagère. il s'ensuit que chaque ferment ensemencé, pris à telle ou telle origine, est différent de tous les autres, puisque les origines ne sont pas identiquement les mêmes. Il a sa caracté-

ristique, son individualité ([1]). Il est lui-même, et non pas autre, de par son évolution antérieure, de par les milieux dans lesquels il a vécu, milieux qui n'ont jamais pu être identiques entre eux.

Notre individualité psychologique (c'est-à-dire notre personnalité) est évidente, de par nos souvenirs, nos volontés qui sont particulières à notre *moi*, et qui ne nous permettront pas de nous assimiler à quelque autre personnalité qui n'est pas nous-même. Il semble qu'il en soit de même pour l'individualité microbienne, comme aussi sans doute pour l'individualité de toute cellule vivante.

Autrement dit, il est prouvé par nos expériences que *lorsque deux cultures de microbes, de même espèce, ont vécu, même très peu de temps, dans des milieux même très peu différents, elles sont différentes l'une de l'autre.*

ÉCONOMIE INDUSTRIELLE. — *Sur le salaire parabolique.* Note de M. **Ch. Lallemand.**

Parmi les questions importantes dont l'industrie, dans les dernières décades, a dû se préoccuper, figure le mode de rémunération du travail.

Pendant longtemps, les seuls systèmes en usage ont été, d'une part, le *salaire au temps* (soit à l'heure, à la journée, au mois ou à l'année) et, d'autre part, le *salaire à la tâche*. Sous la pression de l'expérience, et en vue de mieux répondre aux conditions du problème, on a progressivement été conduit à substituer à ces deux systèmes, relativement simples, d'autres solutions un peu plus complexes.

Dans une Note sur les *Formules modernes de Salaire*, M. F. Bayle a passé en revue les divers procédés successivement essayés. D'après lui, le premier en date serait le système que, dès l'année 1888, c'est-à-dire il y a 34 ans, j'avais imaginé, sous le nom de *salaire parabolique*, pour la rémunération des opérateurs et manœuvres employés aux travaux du Nivellement général de la France. Il n'est peut-être pas inutile d'en indiquer sommairement ici le principe, avec les résultats pratiques obtenus.

En établissant le contrat de travail, le patron met en balance, d'une part, le salaire à payer et, de l'autre, le travail produit; de son côté, sciemment ou non, l'ouvrier compare ce même salaire avec l'effort correspondant à

([1]) Nous disons *individualité* et non *personnalité*; car le mot personnalité implique la conscience.

dépenser par lui, effort qui, à chaque instant, toutes choses égales d'ailleurs et pour un même travail élémentaire, croît avec la fatigue de l'organisme à cet instant.

Le problème à résoudre était de concilier du mieux possible les divers intérêts en présence. Or, d'une part, le salaire au temps ne vise aucun des deux facteurs en cause : dépense d'énergie, pour l'ouvrier; rendement, pour le patron. Et, d'autre part, le salaire à la tâche, ne visant que le second de ces éléments, intéresse plus l'employeur que l'ouvrier.

J'ai imaginé une formule mixte, ayant pour objet d'assurer automatiquement à l'ouvrier une sorte de participation dans les bénéfices de l'entreprise. Cette formule est basée sur les considérations suivantes :

A. *Cas d'un travail individuel.* — Le salaire élémentaire dS, correspondant à un travail très petit dT, doit croître, ai-je dit, comme l'énergie dépensée à exécuter ce travail. Or cette dépense est proportionnelle, d'une part, à dT, et, de l'autre, à la fatigue des muscles au même moment, fatigue elle-même en rapport avec le travail T déjà accompli par l'ouvrier depuis son arrivée au chantier.

α étant un coefficient constant, on a donc la relation différentielle

$$dS = \alpha T\, dT,$$

dont l'intégrale est

$$S = S_0 + \frac{\alpha T^2}{2},$$

S_0 désignant le salaire minimum, payé même pour un travail nul. La courbe représentative du salaire, au lieu d'être une ligne droite comme dans le cas du travail à la tâche, est ici une parabole, d'où le nom donné au système.

Soient maintenant :

F, la part des frais généraux afférente à la période de temps (heure, jour, mois ou année) durant laquelle a été exécuté le travail T;

ϖ, le prix correspondant de revient de l'unité de travail.

On a

$$\varpi = \frac{F + S}{T} = \frac{F + S_0}{T} + \frac{\alpha T}{2}.$$

Les coefficients α et S_0 doivent être choisis de manière que, d'une part, dans les plus mauvaises conditions, l'ouvrier reçoive un salaire convenable, et que, d'autre part, le prix de revient diminue à mesure que le rendement augmente. Ceci exige que la dérivée $\frac{d\varpi}{dT}$ soit négative, tout au moins pour les

valeurs de T inférieures au rendement maximum T_m susceptible d'être atteint, dans les circonstances les plus favorables, durant la période considérée de temps.

Or on a.

$$\frac{d\varpi}{dT} = -\frac{F + S_0}{T^2} + \frac{\alpha}{2}.$$

Pour que la condition précédente soit remplie dans tous les cas, il faut et il suffit que les coefficients α et S_0 satisfassent à la relation

$$\alpha \leqq \frac{2(F + S_0)}{T_m^2},$$

les frais généraux F étant ici évalués à leur minimum.

B. *Cas d'un travail collectif.* — La théorie précédente s'applique, sans difficulté, au cas d'un travail exécuté par une équipe formée d'agents de divers grades ou de diverses spécialités; mais, dans ce dernier cas, S représente le salaire global à partager entre les intéressés.

Voici comment on peut faire ce partage. Soient :

$n_1, n_2, \ldots$ les nombres respectifs d'agents des 1[re], 2[e], ... catégories;
$s_1, s_2, \ldots$ les salaires individuels correspondants;

$s_1, s_2, \ldots$ doivent satisfaire aux deux conditions suivantes :

1° La somme des salaires partiels doit être égale au salaire global à répartir :

$$n_1 s_1 + n_2 s_2 + \ldots = S;$$

2° $k_1, k_2, \ldots$ étant des nombres proportionnels aux salaires habituels, connus, des agents des diverses spécialités, on doit avoir :

$$\frac{s_1}{k_1} = \frac{s_2}{k_2} \ldots = \frac{n_1 s_1 + n_2 s_2 + \ldots}{n_1 k_1 + n_2 k_2 + \ldots} = \frac{S}{H},$$

H étant une nouvelle constante définie par la condition

$$H = n_1 k_1 + n_2 k_2, \quad \ldots.$$

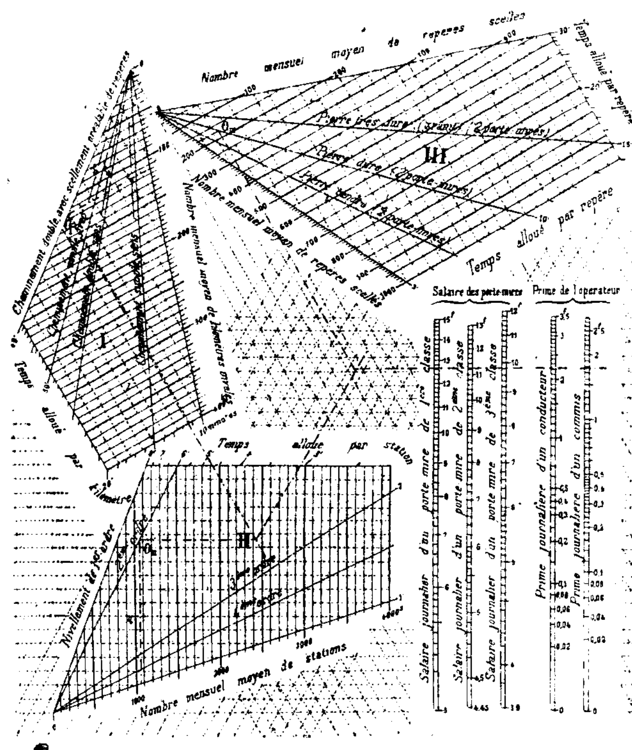
D'après cela, le salaire individuel des agents de chacune des catégories est une fraction constante du salaire global de l'équipe :

$$s_1 = k_1 \frac{S}{H}, \qquad s_2 = k_2 \frac{S}{H}, \qquad \ldots.$$

Il suffit donc de déterminer S comme dans le premier cas.

C. *Application au travail des équipes du Service du Nivellement général de la France.* — Ce travail étant évalué d'après le temps normal nécessaire

Abaque hexagonal servant au calcul des primes et salaires des opérateurs et porte-mires du Service du Nivellement général de la France.
(Échelle de 1/2.)



L'exemple représenté sur l'abaque répond aux données suivantes, pour un mois d'opérations : 114^{km} de cheminements doubles, avec scellement préalable des repères [point O_I sur l'échelle I]; 1065 stations du niveau (nivellement de 2e ordre) [point O_{II} sur l'échelle II]; 170 repères scellés dans la pierre dure [point O_{III} sur l'échelle III].

1° Par chacun des points O_I, O_{II}, O_{III}, on a tracé une directrice parallèle aux lignes-guides ponctuées (...) entre lesquelles se trouve le point considéré;

2° Par le point de rencontre des deux directrices de O_I et de O_{II}, on a mené une parallèle aux lignes ponctuées constituant le troisième réseau de lignes-guides;

3° Par le point d'intersection de cette parallèle avec la directrice de O_{III}, on a tracé une horizontale coupant les échelles de salaires et de primes.

Sur ces échelles, à la rencontre de l'horizontale en question, on lit finalement le salaire journalier des porte-mires et la prime journalière de l'opérateur, savoir :

1° $12^{fr},65$, $11^{fr},25$ et $9^{fr},80$, respectivement pour les porte-mires de première, deuxième et troisième classe;

2° $2^{fr},20$, ou $1^{fr},80$, pour la prime de l'opérateur, selon qu'il est conducteur ou commis des Ponts et Chaussées.

à son exécution, la théorie qui précède conduit à la formule suivante :

$$S = \frac{k}{H^2}\left[S_0 + \frac{(L\lambda + N\nu + R\rho)^2}{\beta}\right],$$

L représente le nombre mensuel moyen de kilomètres nivelés;
N, le nombre mensuel moyen de stations du niveau;
R, le nombre mensuel moyen de repères scellés;
λ, le nombre de minutes alloué par kilomètre nivelé (temps variable selon la nature des opérations : cheminement simple ou double, avec ou sans scellement préalable de repères);
ν, le nombre de minutes alloué par station du niveau (nombre variable avec l'ordre du nivellement);
ρ, le nombre de minutes alloué par repère scellé (nombre variable avec la dureté de la pierre dans la région);
S', le temps mensuel total correspondant;
S_0, le temps journalier moyen correspondant;
K, un coefficient égal à 9, 8 ou 7, suivant la classe du porte-mire;
H et β, deux constantes respectivement égales à $9^{f},44$ et à 108000.

Mon adjoint, M. Prévot, a traduit en un abaque hexagonal reproduit ci-contre, cette formule où figurent, en fait, onze variables, savoir : six données, L, N, R, λ, ν, ρ, et cinq inconnues, les salaires — d'avant-guerre — des trois classes de porte-mires et les primes des deux classes d'opérateurs.

Sur les trois échelles binaires I, II, et III correspondant aux trois éléments du rendement, on a tracé, une fois pour toutes, les droites correspondant aux temps unitaires alloués pour les diverses opérations élémentaires.

L'abaque est imprimé sur les feuilles même de paie, de manière à permettre aux intéressés d'y contrôler la correction du tracé des lignes conduisant à l'indication de leur salaire.

Avec ce nouveau mode de rémunération, le salaire des porte-mires qui, en 1884, réglé à la journée, ne dépassait pas $6^{fr},30$ en moyenne, s'est élevé à $12^{fr},25$ en 1888, pendant que, simultanément, le prix de revient kilométrique des nivellements de premier ordre s'abaissait, de 40^{fr} en 1884, à 33^{fr} en 1888.

M. A. de Gramont présente à l'Académie un Mémoire dont il est l'auteur, intitulé : *Sur l'emploi de l'analyse spectrographique en métallurgie : spectres de dissociation des aciers spéciaux*, extrait de la *Revue de Métallurgie*, numéro de février 1922.

Cette étude, accompagnée de planches spectrales, porte sur les aciers au nickel, au chrome, au cobalt, au molybdène, au tungstène, au vanadium et au titane. Les alliages examinés contenaient de deux à quatre de ces éléments réunis dans le même acier, sans que leur détermination rapide en fût rendue moins aisée.

CORRESPONDANCE.

M. A. **Schuster** adresse le programme des travaux de la deuxième assemblée générale du *Conseil international des Recherches*, qui se tiendra à Bruxelles, du 25 au 29 juillet prochain.

M. le **Ministre du Travail** invite l'Académie à lui désigner un de ses Membres qui occupera, dans la *Commission supérieure des Maladies professionnelles*, la place vacante par l'expiration des pouvoirs de M. *Widal*, rééligible.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Ministère des régions libérées. *Reconstitution foncière et cadastre. Emploi de la photographie aérienne aux levés cadastraux et aux levés géographiques.* Rapport sur les études techniques effectuées en 1919 et 1920 sous la direction de M. H. Roussilhe. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Nouvelle géographie universelle, par Ernest Granger, 1re Partie.

ALGÈBRE. — *Sur un théorème d'algèbre.* Note de M. **Paul Montel.**

1. M. Landau a démontré que l'équation trinome

$$1 + x + a x^m = 0$$

a toujours une racine dont le module ne dépasse pas 2 et que l'équation quadrinome

$$1 + x + a x^m + b x^n = 0$$

a toujours une racine dont le module ne dépasse pas un nombre inférieur

à $5\frac{2}{3}$. Il a posé la question de savoir si l'équation à $k+1$ termes

$$1 + x + a_1 x^{m_1} + a_2 x^{m_2} + \ldots + a_{k-1} x^{m_{k-1}} = 0,$$
$$1 < m_1 < m_2 < \ldots < m_{k-1}$$

a toujours une racine dont le module est limité supérieurement par un nombre $\varphi(k)$ ne dépendant que du nombre des termes de l'équation (1).

Dans une Note récente, M. Sarantopoulos a annoncé qu'il avait obtenu une démonstration algébrique de l'existence de ce nombre $\varphi(k)$ (2).

Je me propose d'énoncer ici une proposition faisant connaître la valeur tout à fait simple de $\varphi(k)$ et quelques généralisations de cette proposition.

On établit, par une voie très élémentaire, le théorème suivant :

L'équation à $k+1$ termes

$$1 + x + a_1 x^{m_1} + a_2 x^{m_2} + \ldots + a_{k-1} x^{m_{k-1}} = 0,$$
$$1 < m_1 < m_2 < \ldots < m_{k-1}$$

a toujours une racine dont le module est inférieur ou égal à k. La valeur maximum de ce module n'est atteinte que pour les racines de l'équation

$$\left(1 + \frac{x}{k}\right)^k = 0.$$

2. Supposons que, au lieu de fixer le coefficient de x, on ait fixé, dans l'équation, le coefficient de la puissance x^p. On peut toujours, par le changement de x en λx, admettre que ce coefficient est égal à l'unité; on a alors l'équation à $k+1$ termes

$$1 + a_1 x^{m_1} + a_2 x^{m_2} + \ldots + x^p + \ldots + a_{k-1} x^{m_{k-1}} = 0,$$
$$m_1 < m_2 < \ldots < p < \ldots < m_{k-1}.$$

Une équation à $k+1$ termes, dont le terme constant et le coefficient de x^p sont égaux à l'unité, a toujours une racine dont le module est inférieur ou égal à $\sqrt[p]{C_k^p}$, en désignant par C_k^p le nombre des combinaisons de k objets, pris p à p.

---

(1) E. Landau, *Ueber den Picardschen Satz* (*Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich*, t. 51, 1906, p. 317-318). — *Sur quelques généralisations du théorème de M. Picard* (*Annales de l'École Normale*, 3e série, t. 24, 1907, p. 198-201).

(2) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 592.

3. Considérons maintenant l'équation à $k+1$ termes

$$1+x^2+a_1x^{m_1}+a_2x^{m_2}+\ldots+a_{k-1}x^{m_{k-1}}=0;$$
$$2<m_1<m_2<\ldots<m_{k-1},$$

nous pourrons ici donner une limite supérieure des modules de deux racines de l'équation qui ne dépendra que du nombre k et énoncer le théorème suivant :

Une équation à $k+1$ termes dont les deux termes de moindre degré sont 1 *et x^2 a toujours deux racines dont le module est inférieur ou égal au nombre $\sqrt{\frac{k(k+1)}{2}}=\varphi$. Le module maximum n'est atteint que pour les racines des équations*

$$\left(1\pm\frac{ix}{\varphi}\right)^k\left(1\mp\frac{kix}{\varphi}\right)=0.$$

Pour l'équation

$$1+x^p+a_1x^{m_1}+a_2x^{m_2}+\ldots+a_{k-1}x^{m_{k-1}}=0,$$
$$2<p<m_1<m_2<\ldots<m_{k-1},$$

j'ai obtenu des résultats moins précis.

Une équation à $k+1$ termes dont les deux termes de moindre degré sont 1 *et x^p a toujours p racines dont le module ne dépasse pas un nombre fixe $\varphi(p, k)$, ne dépendant que de p et de k.*

Je crois que l'on peut prendre $\varphi(p, k)=\sqrt[p]{C^k_{p+k-1}}$, mais je ne l'ai pas démontré rigoureusement.

4. Considérons enfin l'équation à $k+p$ termes

$$1+\alpha_1x+\alpha_2x^2+\ldots+\alpha_px^p+a_1x^{m_1}+\ldots+a_{k-1}x^{m_{k-1}}=0,$$
$$\alpha_p\neq 0,\qquad p<m_1<\ldots<m_{k-1},$$

dans laquelle les nombres $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ sont fixes. On établit la proposition suivante :

Une équation à $k+p$ termes dont les $p+1$ termes de moindre degré sont fixes et dont le coefficient de x^p n'est pas nul a toujours p racines dont les modules ne dépassent pas une limite $\varphi(p, k, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p)$ ne dépendant que des entiers p et k et des valeurs des coefficients $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$, des termes en x, $x^2, \ldots, x^p$, le terme constant étant supposé égal à l'unité.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations non linéaires aux dérivées partielles du second ordre du type elliptique.* Note de M. **Georges Giraud.**

Les propriétés énoncées dans ma dernière Note [1] relative à l'équation du type elliptique

$$(1) \qquad F\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2}, \ldots, \frac{\partial^2 u}{\partial x_m^2}, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial x_m}, u, x_1, \ldots, x_m\right) = 0,$$

admettant la solution $u = 0$, appellent une rectification et peuvent recevoir quelques compléments.

Tout d'abord le contour C, sur lequel on donne

$$u = t\varphi(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{m-1}),$$

a été supposé suffisamment petit : or il est au moins plus simple de le supposer, en outre, convexe, et même à courbures principales en chaque point assez fortes. Ces conditions sont remplies si C est une hypothèse. Le rayon assez petit, cas auquel je me bornerai dans ce qui suit. Toute hypothèse sur le signe de F'_u devient alors inutile.

Le fait que la solution obtenue est analytique à l'intérieur du contour C ne s'apercevait pas directement sur les limitations données dans ma dernière Note. Pour éviter de recourir à d'autres considérations, par exemple aux raisonnements de M. Gevrey [2], on peut établir ce point comme il suit.

Supposons que l'hypersphère C de rayon a, sur laquelle on donne u, soit intérieure à une hypersphère D de rayon a', telle que F soit holomorphe quand $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ est dans D ou sur son contour, u et ses dérivées ne sortant pas d'un domaine $\mathfrak{S}$ assez petit et comprenant les valeurs

$$u = \frac{\partial u}{\partial x_1} = \ldots = \frac{\partial^2 u}{\partial x_m^2} = 0.$$

Soit

$$(2) \qquad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 = a'^2$$

l'hypersphère D. Introduisons, au lieu de $x_1, x_2, \ldots, x_m$, des variables

---

[1] *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 543. J'ai changé en m le nom du nombre des variables, pour éviter la confusion avec le rang n des approximations successives.

[2] Maurice Gevrey, *Sur la nature analytique des solutions des équations aux dérivées partielles* (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, t. 35, 1918, p. 129), où les résultats sont démontrés pour $m = 2$, et annoncés pour $m > 2$.

complexes

$$z_k = x_k + i y_k \qquad (k = 1, 2, \ldots, m),$$

et considérons le domaine linéairement connexe, comprenant l'intérieur de D, et limité par l'enveloppe des hypersphères

$$(3)\quad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 + y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_m^2 - 2y_1\eta_1 - 2y_2\eta_2 - \ldots - 2y_m\eta_m = a'^2,$$

où $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ sont des paramètres liés par la seule relation

$$(4)\qquad \eta_1^2 + \eta_2^2 + \ldots + \eta_m^2 = b'^2.$$

Pour avoir l'enveloppe, on doit poser

$$(5)\qquad y_k = \lambda\eta_k \qquad (k = 1, 2, \ldots, m),$$

et λ est donné par l'équation

$$(6)\qquad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 + (\lambda - 1)^2 b'^2 = a'^2 + b'^2;$$

la portion utile de cette enveloppe est celle qui satisfait aux inégalités

$$(7)\qquad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 \leqq a^2, \qquad \lambda \geqq 0.$$

Considérons le domaine analogue où a', b' sont remplacés par a et par le nombre b tel que $a'b = ab'$. Si a', b' et le rapport $a' : b'$ sont assez petits, le domaine complexe défini par les relations (5), (6), (7) peut être substitué au domaine réel de ma Note précédente; chaque fois qu'on passe d'une approximation à la suivante, on le remplace par un domaine plus petit, homothétique du précédent, et contenant toujours C à son intérieur. Les rapports successifs $(a' - a) : a$ tendent vers zéro et jouent un rôle analogue, dans les limitations, au nombre R de ma dernière Note. On prouve ainsi la convergence uniforme dans le domaine défini par les relations analogues à (5), (6), (7), où a', b' sont remplacés par a, b. *La limite est par suite holomorphe à l'intérieur de ce domaine.*

La démonstration s'appuie sur le fait que les caractéristiques des sphères

$$(8)\quad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 + y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_m^2 - 2y_1\eta_1 - 2y_2\eta_2 - \ldots - 2y_m\eta_m = a^2$$

où les paramètres $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ sont liés par la relation

$$(9)\qquad \eta_1^2 + \eta_2^2 + \ldots + \eta_m^2 = c^2,$$

c étant assez grand, peuvent être substituées au domaine réel dans la solution du problème de Dirichlet; en effet, le conoïde caractéristique de M. Hadamard, relatif à un point d'une de ces multiplicités, n'a alors absolument que ce point de commun avec la multiplicité.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le rôle de la loi de Gauss dans la théorie des erreurs.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

Le rôle de la loi de Gauss dans la théorie des erreurs s'explique par la loi des grands nombres, qu'on peut énoncer comme suit : *des erreurs indépendantes les unes des autres, très nombreuses et très petites, ont une somme qui obéit à la loi de Gauss.*

Depuis Bernoulli, Gauss, Laplace et Poisson, de nombreux auteurs ont montré l'importance de cette loi. Mais il ne semble pas qu'on ait donné de démonstration à la fois rigoureuse et ne s'appuyant que sur des hypothèses assez larges pour qu'on puisse aisément admettre qu'elles sont vérifiées en pratique. Poincaré n'a considéré que le cas où la fonction caractéristique $\varphi(z)$, valeur probable de $\cos zx + i \sin zx$, est développable en série de Taylor; mais sa méthode a une portée bien plus grande qu'il ne l'a indiqué. J'ai déjà donné des indications sur ce sujet dans mon cours de l'École Polytechnique, et je me propose d'y revenir avec plus de développements. J'indique seulement ici les hypothèses qu'il faut faire sur les lois de probabilité composantes pour arriver au résultat.

Désignons par $F(x)$ la probabilité pour que, dans une de ces lois, l'erreur soit inférieure à x, et supposons sa valeur probable (si elle est finie), ramenée à zéro par addition d'une constante. Il faut supposer :

1° Que les très grandes valeurs de l'erreur sont très peu probables; d'une manière précise que l'erreur quadratique moyenne m, définie par

$$m^2 = \int_{-\infty}^{-\infty} x^2 \, dF(x),$$

soit finie et que, si petit que soit ε, on puisse déterminer un nombre c, le même pour toutes les lois composantes, tel qu'on commette sur l'intégrale précédente une erreur relative inférieure à ε en négligeant les valeurs de x supérieures à c.

2° Qu'aucune erreur ne constitue une fraction appréciable de l'erreur totale; d'une manière précise, que m^2 constitue une fraction inférieure à ε de la somme $M^2 = \Sigma m^2$.

L'importance de la deuxième condition est évidente. Pour mettre en évidence celle de la première, nous allons étudier le cas de lois pour lesquelles m soit infini.

Considérons d'abord la loi de probabilité définie par

$$(1) \qquad F'(x) = \frac{a}{\pi(x^2 + a^2)}.$$

Elle jouit des propriétés suivantes : si deux erreurs obéissent à cette loi, avec des valeurs a et b du paramètre, l'erreur totale obéit à la même loi, avec la valeur $a + b$ du paramètre. Si n erreurs obéissent à cette loi, l'erreur totale obéit à la même loi, le paramètre devenant n fois plus grand (et non $\sqrt{n}$ fois, comme dans l'énoncé habituel de la loi des grands nombres). La précision ne peut pas être augmentée en prenant la moyenne de n mesures, à moins qu'on ne prenne le soin d'écarter, dans une proportion déterminée, les mesures ayant donné les plus grandes et les plus petites valeurs; sans cette précaution, l'influence de quelques mesures très défectueuses empêcherait d'obtenir une bonne évaluation de la quantité à mesurer.

Ces résultats peuvent s'étendre à d'autres lois. Si l'on cherche toutes les *lois stables*, c'est-à-dire tous les cas dans lesquels deux erreurs obéissant à des lois de même forme (c'est-à-dire se ramenant l'une à l'autre par un changement d'unité) ont pour somme une erreur obéissant à une loi de la même forme, on trouve pour la fonction caractéristique d'une telle loi

$$(2) \qquad \log\varphi(z) = -|az|^{\alpha}, \qquad (0 < \alpha \leqq 2).$$

Pour $\alpha = 2$, on a la loi de Gauss, et, pour $\alpha = 1$, celle définie par la formule (1). La relation entre les paramètres des lois composantes et celui de la loi résultante est

$$A^{\alpha} = \Sigma a^{\alpha}.$$

Si $\alpha > 1$, on peut développer une théorie de la compensation des erreurs identique à celle déduite de la loi de Gauss, à cela près que les poids des différentes mesures sont proportionnels à $a^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$. Si $\alpha \leqq 1$, cela n'est pas possible; pour $\alpha < 1$ la précision des mesures, au lieu d'augmenter si l'on remplace plusieurs mesures par leur moyenne, diminue.

Chacune de ces lois a un *domaine d'attraction* composé de lois de probabilité pour lesquelles elle joue le même rôle que la loi de Gauss pour les lois pour lesquelles m est fini. Ce domaine comprend les lois pour lesquelles la valeur probable de $|x|^p$ est finie si $p < \alpha$ et infinie si $p > \alpha$.

Indiquons enfin les circonstances qui se présentent si l'on compose des lois appartenant à plusieurs domaines d'attraction différents, par exemple p lois de la forme (1), avec le paramètre a, et q lois de la forme de Gauss,

avec le paramètre b. On trouve pour la loi résultante

$$\log \varphi(z) = -pa|z| - qbz^2,$$

d'où

$$\log \varphi\left(\frac{z}{p}\right) = -a|z| - \frac{qb}{p^2} z^2.$$

A la limite, si p et q sont du même ordre de grandeur, on trouve la loi définie par la formule (1). D'une manière générale, c'est la loi correspondant à la plus petite valeur de α qui l'emporte. Le résultat peut changer si p et q ne sont pas du même ordre de grandeur; on remarque en particulier dans l'exemple cité que si $q = cp^2$, on trouve à la limite la loi définie par

$$\log \varphi\left(\frac{z}{p}\right) = -a|z| - bcz^2,$$

qui n'est pas une loi stable. On peut être tenté de considérer comme évident qu'on ne peut obtenir à la limite qu'une loi stable. Cela n'est exact que si p et q sont du même ordre de grandeur, et, dans ce cas, la démonstration du fait énoncé est immédiate.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les espaces conformes généralisés et l'Univers optique.* Note de M. E. Cartan, présentée par M. Émile Borel.

D'après une définition générale donnée dans une Note précédente [1], un espace conforme généralisé est un espace qui jouit, au voisinage de chaque point, de toutes les propriétés de l'espace conforme et pour lequel on a une loi de repérage mutuel de deux systèmes de référence attachés à deux points infiniment voisins. Je rappelle que dans un espace conforme les seules propriétés intrinsèques des figures sont celles qui se conservent par une transformation conforme (déplacement, similitude, inversion ou combinaison de ces transformations); la notion de distance n'existe pas (tandis que celle d'angle subsiste); néanmoins on peut parler du rapport des longueurs de deux vecteurs infiniment petits issus d'un même point. Analytiquement, les transformations conformes sont les transformations les plus générales qui conservent l'équation obtenue en annulant une forme quadratique de différentielles à coefficients constants (l'équation $dx^2 + dy^2 + dz^2 = 0$ pour l'espace conforme ordinaire). En relativité restreinte la propagation de la lumière se fait d'après l'équation $dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 = 0$: cette équa-

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 734-736.

tion définit un Univers conforme à quatre dimensions; les rayons lumineux jouent dans cet Univers le même rôle que les droites isotropes dans l'espace conforme ordinaire.

Les transformations conformes qui laissent invariant un point donné A forment un sous-groupe du groupe conforme : par une inversion de centre A ce sous-groupe se ramène au groupe des similitudes (déplacements et homothéties); en particulier les transformations qui, par l'inversion considérée, se réduisent aux translations, jouissent de la propriété de remplacer tout cercle passant par A en un cercle tangent; autrement dit, *elles conservent toutes les directions issues de* A; nous donnerons à ces transformations particulières le nom d'*élations*. En définitive, il résulte de ce qui précède que toute transformation conforme qui laisse fixe un point donné A peut se ramener : 1° à une homothétie de centre A; 2° à une rotation autour de A; 3° à une élation. C'est l'existence de ces élations qui distingue l'espace conforme de l'espace euclidien des similitudes dont l'Univers de H. Weyl peut être considéré comme une déformation (¹).

Cela posé, à tout espace conforme généralisé correspondra une équation obtenue en annulant une certaine forme quadratique de différentielles; mais cette équation ne suffira pas pour définir l'espace généralisé, car elle ne donnera qu'une partie des éléments nécessaires au repérage mutuel de deux systèmes de référence attachés à deux points infiniment voisins. Quelle que soit cette loi, elle se traduira, pour tout contour fermé infiniment petit partant d'un point A et y revenant, par une transformation conforme infiniment petite associée à ce contour et qu'on pourra toujours décomposer : 1° en une translation; 2° en une homothétie de centre A; 3° en une rotation autour de A; 4° en une élation de centre A. L'espace conforme généralisé aura ainsi une courbure de translation ou torsion, une courbure d'homothétie, une courbure de rotation et une courbure d'élation.

L'équation obtenue en annulant le ds^2 de l'Univers d'Einstein définit une infinité d'espaces conformes généralisés. Les rayons lumineux seront les droites isotropes généralisées d'un de ces espaces si celui-ci est dénué de torsion.

A une équation $ds^2=0$ donnée correspondent une infinité d'espaces conformes généralisés dénués de torsion. Parmi tous ces espaces on peut en trouver un et un seul satisfaisant aux conditions supplémentaires suivantes :

1° Il n'a pas de courbure d'homothétie;

(¹) *Loc. cit.*

2° Le tenseur de Ricci [1] est identiquement nul.

Il est évident que les propriétés géométriques de cet espace, qu'on pourrait appeler *normal*, sont liées d'une manière invariante à l'équation $ds^2 = 0$ donnée.

Si l'espace considéré est à $n = 3$ dimensions, la condition 2° entraîne la suppression de la courbure de rotation; toute direction issue de A reste invariante par le déplacement associé à un contour fermé quelconque partant de A et y revenant : on peut dire que toutes les directions issues d'un point sont *stables*. Si la seule courbure d'élation qu'admet l'espace normal vient elle-même à disparaître, l'espace est identique à l'espace conforme ordinaire.

Si $n > 3$, la condition 2° n'entraîne pas en général la disparition de la courbure de rotation. Mais si cette courbure est nulle, la courbure d'élation est aussi nulle d'elle-même et l'espace est identique à l'espace conforme proprement dit.

Le cas $n = 4$ est particulièrement important. Nous pouvons convenir d'appeler *Univers optique d'Einstein* l'espace conforme généralisé normal défini en annulant le ds^2 de l'Univers d'Einstein. C'est conformément aux propriétés géométriques de cet Univers optique que se fait la propagation de la lumière. La courbure de rotation de cet Univers est définie en chaque point par dix quantités scalaires, ou encore par une forme quadratique ternaire à coefficients complexes, qu'un changement du système de référence transforme par une substitution orthogonale. Au point de vue géométrique, la propriété suivante mérite d'être signalée. Il existe en chaque point A quatre directions *optiques* (c'est-à-dire annulant le ds^2) privilégiées. Elles sont caractérisées par la propriété que si AA' est l'une d'elles, elle se conserve par le déplacement associé à un parallélogramme élémentaire admettant comme côtés AA' et une autre direction optique *quelconque* issue de A. Dans le cas du ds^2 d'une seule masse attirante (ds^2 de Schwarzschild), ces quatre directions optiques privilégiées se réduisent à deux (doubles) : les deux rayons lumineux qui leur correspondent iraient au centre d'attraction ou en viendraient.

Une autre remarque intéressante est fondée sur la relation entre le tenseur de Ricci et le tenseur d'énergie. Elle peut se formuler de la manière suivante : *Dans toute région vide de matière, la courbure de l'Univers matériel d'Einstein est de la même nature géométrique que la courbure de rotation d'un espace*

---

[1] Cf. C. Bompiani, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 739.

conforme généralisé normal. C'est là un énoncé assez curieux de la loi de la gravitation d'Einstein.

Je signalerai en terminant une propriété intéressante du système d'équations différentielles qui définit les *cercles généralisés* d'un espace conforme généralisé normal. Si n est quelconque, on connaît sans intégration un multiplicateur de Jacobi de ce système. Mais si $n = 3$, on connaît en outre un invariant intégral linéaire relatif (ce qui ramène l'intégration à celle d'un système d'équations canoniques). Il est facile de donner une interprétation géométrique de cet invariant. Considérons un pinceau de cercles et une courbe fermée quelconque entourant le pinceau. Imaginons, dans l'espace conforme tangent attaché à chaque point M de cette courbe, les deux sphères (S) et (Σ), l'une tangente, l'autre normale à la surface latérale qui limite le pinceau, qui admettent un contact du second ordre avec le cercle généralisé passant par M. La sphère (S') attachée au point infiniment voisin M' fait avec la sphère (Σ) un angle très voisin de $\frac{\pi}{2}$, soit $\frac{\pi}{2} + \varepsilon$. L'intégrale des quantités ε étendue au contour fermé est indépendante de ce contour et ne dépend que du pinceau donné. Cette propriété, qui est naturellement vraie dans l'espace ordinaire, s'étend à tout espace normal à trois dimensions.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Étude des pertes par frottements dans les moteurs à combustion interne.* Note de M. **André Planiol**, présentée par M. G. Kœnigs.

L'étude de ces pertes a été entreprise dans l'espoir de dégager une loi régissant les variations, en fonction de la pression moyenne au diagramme développé, des frottements internes des moteurs à combustion.

Cette loi permettrait de déduire la valeur du rendement organique, pour une charge quelconque, de mesures mécaniques directes substituées aux méthodes méticuleuses et incertaines basées sur l'emploi de l'indicateur de Watt.

Il a été reconnu expérimentalement qu'une telle loi serait très bien représentée par la formule simple

$$C_f = a + b\Pi \qquad (1)$$

dans les cas étudiés jusqu'à présent.

Les expériences ont été poursuivies depuis deux ans sur un moteur

expérimental : monocylindrique à 4 temps, marchant au gaz de ville, construit par les ateliers de Winterthur : il développe 30 HP à 200 t : m avec une compression volumétrique

$$\frac{v+V}{v}=7,0.$$

Ce moteur, de construction très soignée, et spécialement établi pour les recherches, a été progressivement muni de tous les dispositifs expérimentaux nécessaires.

Les procédés mis en œuvre ont été les suivants :

a. Mesure du rendement organique à l'indicateur et au frein de Prony.

b. Entraînement du moteur, tournant à vide, par différentes machines électriques étalonnées.

c. Mesure directe des résistances passives par la méthode cinétique due à M. le professeur Witz, amenée au plus haut degré possible de précision.

Ces deux dernières méthodes, l'une recoupant l'autre, ont en outre conduit à l'étude des variations de C_f en fonction de la vitesse d'une part, et d'autre part en fonction de la température de l'eau de refroidissement, étroitement liée à la température de paroi du cylindre, et, par suite, aux conditions de graissage du piston, celle-ci rendue nécessaire par l'influence prépondérante de cette température de l'eau sur les variations de C_f obligeant au calcul de corrections de température.

Enfin la méthode de mesures directes à l'indicateur a donné d'excellents résultats grâce à la vitesse de rotation modérée du moteur, grâce aussi au soin extrême apporté à l'élimination des erreurs systématiques accumulées dans ces mesures.

Ces erreurs sont de toutes sortes, venant tant de l'indicateur lui-même (jeux du mécanisme amplificateur, lancés dynamiques et surtout frottements de tout l'appareillage mobile) que de ses commandes de mouvement (jeux, longueur excessive des cordes, défaut de similitude des mouvements), tant enfin que de la communication de l'indicateur avec le cylindre moteur (pulsations de la colonne gazeuse, résistances de passage excessives).

Cette dernière source d'erreurs systématiques a pu être mise en évidence d'une façon complète par un dispositif nouveau de tampons interchangeables munis de canaux de passage de profils variés dont est muni le moteur expérimental.

Les erreurs accidentelles ont été éliminées dans la mesure du possible

par l'usage de plusieurs indicateurs différents, employant des pistons et ressorts très variés, ainsi que par la mise en œuvre de plus d'un millier de diagrammes, portant sur près de dix mille cycles moteurs.

L'ensemble des résultats ainsi obtenus a confirmé d'une façon excellente les vues qui ont guidé ces travaux, et a montré que le couple résistant de frottement du moteur expérimental exprimé en kilogrammètres pouvait être mis sous la forme

$$(2) \qquad C_f = 16 + 4.5\,\Pi.$$

En aucun cas la différence entre les résultats expérimentaux et les valeurs fournies par cette formule n'atteint un kilogrammètre de couple.

Le couple moteur indiqué maximum C_{im} de ce moteur étant de 140^{kgm} environ on voit que l'erreur n'excède presque jamais un demi pour cent sur le rendement organique, résultat qu'il eût peut-être été téméraire d'escompter *a priori*.

Afin de pouvoir comparer entre eux les résultats relatifs à des moteurs de puissance différente, il est désirable de transformer la formule (1) afin de rendre à ses coefficients le même degré de généralité qu'au rendement organique. Il suffit pour cela de diviser lesdits coefficients par C_{im} et d'écrire

$$(3) \qquad C_f = C_{im}(\alpha + \beta\Pi).$$

Dans ces conditions, la formule (2) devient

$$(4) \qquad C_f = 140(0,114 + 0,032\,\Pi).$$

Mais il importe de contrôler la généralité de ces résultats.

Ce travail, récemment entrepris, se poursuit actuellement par des essais faits en usine sur des moteurs industriels, par les méthodes indiquées dans ma Note du 6 mars et rappelées ci-dessus, du moins par celles qui sont applicables à chaque cas particulier.

Chacun de ces essais est évidemment beaucoup moins complet et beaucoup moins sûr que ceux faits sur le moteur expérimental, mais la vérification cherchée finira par se dégager de l'accumulation des documents ainsi obtenus.

Voici, à titre d'indication, les coefficients relevés sur un moteur S.M.I.M. de 35 chevaux à 220 t:m au gaz pauvre :

$$(5) \qquad \alpha = 0,115, \qquad \beta = 0,033$$

d'autant plus remarquablement concordants avec ceux de la formule (4)

que ce moteur, incomplètement rodé lors de l'essai, présentait certainement des frottements plus grands qu'une machine usagée.

On voit donc que, si les résultats obtenus par la suite restent aussi favorables, la présente étude aura atteint son but pratique en instituant une méthode permettant de *calculer le rendement organique des machines à combustion sans avoir directement recours à l'indicateur*.

Il n'est pas inutile de faire remarquer que si les mesures nécessaires au calcul de la pression moyenne au diagramme développé II et du couple de transvasement C_t entraînant l'emploi de l'indicateur, ces mesures se font dans des conditions de précision infiniment plus favorables que dans le calcul des pertes par différence entre le travail indiqué et le travail effectif.

Il résulte en effet des phénomènes mis en jeu que, pour la mesure de la pression moyenne ou diagramme développé, la principale cause d'erreur, due aux frottements de l'indicateur, n'influe guère sur le résultat, et que dans la mesure de C_t elle n'affecte qu'un terme correctif toujours petit par rapport à C_f.

Si donc l'application de la méthode exposée ici rencontre dans la pratique des difficultés, celles-ci ne sauraient provenir de l'emploi de l'indicateur, source principale des erreurs dans la mesure du rendement organique par la méthode habituelle.

C'est en partie à cause de ce fait qu'il a paru intéressant de la signaler.

TOPOGRAPHIE. — *Sur les applications de la photographie aérienne et de l'appareil de photorestitution.* Note de M. H. **Roussilhe**, présentée par M. Ch. Lallemand.

J'ai montré (¹) comment on peut transformer les clichés pris en avion en *carte précise*, en effectuant d'abord un redressement photographique à l'aide d'un appareil spécial, et en transformant ensuite ce redressement (perspective conique) en plan (projection orthogonale), par l'intermédiaire des corrections de relief si celui-ci est connu. Lorsque le nivellement du terrain est inconnu, on se sert des redressements de plusieurs vues photographiques de la même région, et l'on détermine la planimétrie et le relief comme en topographie régulière, par la méthode des *intersections*.

Les difficultés d'application pratiques sont nombreuses : la présente Note

(¹) *Annales hydrographiques*, 1917.

a pour but de montrer comment elles ont été résolues, après construction et étude expérimentale de l'appareil de photorestitution. Les essais ont porté sur l'emploi des objectifs de $0^{m},50$ pour la rédaction des plans cadastraux au $\frac{1}{2000}$.

1° Le redressement photographique ne déforme pas la perspective du terrain si l'*image du plan du cliché est un plan*. Après étude de la profondeur et de la courbure du champ, on a constaté que l'image du cliché est entièrement au point sur l'écran de projection, placé dans les conditions théoriques, si l'on opère *à demi-diaphragme* (ouverture f : 11), et si l'on agrandit le cliché original au moins une fois et demie.

2° La projection photographique est assimilable à une perspective conique vue du point nodal d'émergence de l'objectif, si la *distance des points nodaux* est inférieure à l'écart probable de mise au point sur l'écran, ce qu'on vérifie expérimentalement pour la plupart des objectifs de $0^{m},50$ (Krauss, Zeiss, Lacour-Berthiot).

3° L'image photographique obtenue par redressement est nette dans toute son étendue et est identique à une perspective géométrique si l'*agrandissement* des clichés varie entre 1,5 et 2,5 et si l'objectif n'a pas de *distorsion* dépassant $0^{mm},05$ à 12^{cm} du centre de plaque. Cette dernière condition est vérifiée expérimentalement pour les objectifs courants de $0^{m},50$. On peut donc redresser exactement et agrandir à l'échelle du $\frac{1}{2000}$, (à $0^{mm},1$ près environ) les clichés pris à une *altitude* comprise entre 1500^{m} et 2500^{m}.

4° Dans ces limites d'emploi, la *longueur focale* principale f, donnée par l'équation caractéristique simple $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$, est pratiquement *constante*. Les *abaques* établis, en appliquant la théorie des lentilles minces, pour la détermination des coordonnées de l'avion au moment de la prise du cliché, sont donc applicables, sous réserve des corrections à faire subir aux résultats lorsque la longueur focale f s'écarte notablement de $0^{m},50$.

5° Enfin le redressement photographique doit être effectué sur un *support indéformable* pendant les manipulations au laboratoire et le séchage. On emploie à cet effet, soit des *cadres tenseurs*, soit des papiers sensibles *collés à froid* sur une plaque de verre, permettant l'exploitation ultérieure par transparence.

Ces conditions nécessaires étant réalisées, la théorie indique les résultats suivants, vérifiés par *les expériences de* 1919-1920 :

A. Le redressement photographique du terrain est une vue perspective dont les éléments *inconnus* sont : la position de l'avion, la direction de la

ligne de vol et l'inclinaison du cliché au moment où celui-ci a été pris. L'appareil de photorestitution permet de déterminer ces inconnues (en moyenne en 25 *minutes*), la seule quantité à connaître étant la longueur focale de l'objectif employé pour la prise des photographies. On utilise d'autre part, dans l'appareil de restitution, un objectif *à peu près* identique à celui de l'avion.

La méthode de restitution est la suivante : on fait coïncider les images, projetées sur l'écran, de trois points de repère du cliché, avec les positions géodésiques de ces points, portées sur l'écran (dans un système de représentation conservant les longueurs à l'approximation de $\frac{1}{10}$ de millimètre au plus).

La position normale de restitution s'obtient après une première approximation permettant de tenir compte des différences d'altitude des repères.

On agit successivement sur les distances de mise au point (p et p') et sur les angles (α, α') du cliché et de l'écran de projection, avec l'axe principal de l'appareil (ligne joignant le centre de plaque du cliché au point nodal d'émergence de l'objectif).

D'autre part, *le cliché tourne dans son plan* (recherche de la direction des lignes de plus grande pente du cliché) et l'objectif est *décentré*, par basculement autour du point nodal d'émergence, afin d'assurer la correspondance exacte des plans conjugués.

On prend alors une épreuve photographique de l'agrandissement redressé.

B. On mesure sur l'appareil les longueurs p, p' et les angles α, α', et l'on en déduit, *en moins d'une minute* (par simple lecture des abaques), l'inclinaison t du cliché (à $0°,5$ près au plus), le pied v de la verticale de la station photographique et l'altitude A, ces deux éléments *à moins de* 10^{m} *près* si le cliché est pris entre 1500^{m} et 2500^{m}.

C. Si alors on combine plusieurs clichés en traitant les stations photographiques comme des stations topographiques ordinaires, on obtient, par *intersections*, les positions planimétriques, en moyenne *à* $\frac{1}{10}$ *de millimètre près*, soit, à l'échelle du $\frac{1}{2000}$, *à* $0^{m},20$ *près*. Les altitudes sont déterminées à $0^{m},50$ près seulement.

D. Enfin, le plan cadastral ainsi obtenu coïncide, à $\frac{1}{10}$ de millimètre près, avec *un plan dressé par les méthodes ordinaires de la topométrie*.

Si l'on observe que les résultats obtenus jusqu'à ce jour sont légèrement viciés par les déformations inhérentes aux clichés, pris avec des *obturateurs de plaques* à vitesse faible par rapport à celle de l'avion, on est en droit d'espérer une approximation juste de l'ordre de l'approximation finale des positions du canevas géodésique, c'est-à-dire une méthode nouvelle d'un rendement parfait en qualité, d'un rendement considérable en quantité.

Pour terminer je ferai observer que la photorestitution des clichés aériens est actuellement considérée comme le seul procédé précis et pratique pour

le contrôle des enregistreurs de direction et d'altitude en avion, l'étude de la stabilité de vol, celle des appareils de lancement de bombes, etc. Cette méthode est donc susceptible de très intéressantes applications en navigation aérienne, civile ou militaire.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Sur un nouveau wattmètre.* Note [1] de M. H. CHAUMAT.

Les wattmètres des types Zipernosky, Carpentier, etc. (à couple de torsion appliqué de l'extérieur pour ramener la bobine mobile à sa position d'équilibre primitive) ont pour eux l'avantage d'une grande sécurité théorique : ils sont rigoureusement proportionnels dans les limites où le couple de torsion d'un ressort est proportionnel à l'angle de torsion. Il en résulte une grande facilité de construction puisque la graduation peut être faite *a priori* et une simplicité d'étalonnage très grande aussi puisqu'on peut se borner à déterminer un point. Ils présentent par contre un inconvénient très grave en ce que les moindres vibrations extérieures amorcent des oscillations de l'aiguille qui rendent incertaine la position d'équilibre. Ces vibrations extérieures sont surtout dues à l'intervention directe de l'observateur qui tourne le tambour de torsion : dans le cas d'un régime peu constant, cette intervention est de chaque instant et la précision de la lecture devient médiocre même entre les mains d'opérateurs exercés.

Ceci explique la grande faveur dont jouissent à l'heure actuelle les wattmètres à lecture directe surtout si le système mobile est pivoté et non suspendu et si le couple de torsion est donné par des spiraux et non par des ressorts en hélice. Mais ces appareils nécessitent une graduation particulière à moins qu'ils ne répondent à une condition qui en fait des appareils proportionnels; c'est le cas du wattmètre de Siemens et Halske.

Cette condition est la suivante :

Soit M le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits du wattmètre. Soit α l'angle des deux plans d'enroulement de ces deux circuits. La valeur du couple électrodynamique développé par deux courants I et i est

$$\mathrm{I}\, i \frac{d\mathrm{M}}{d\alpha}.$$

[1] Extraite d'un pli cacheté reçu dans la séance du 20 février 1905 et inscrit sous le nº 6959.

Ce couple est équilibré par un couple de torsion $C\beta$ (β angle de torsion du ressort, angle ayant une origine quelconque).

On voit que si Ii est proportionnel à P (cas des wattmètres où P représente la puissanee à mesurer) et si d'autre part

$$\frac{dM}{d\alpha} = \text{const.},$$

β *sera proportionnel à* P.

Pour qu'un appareil à lecture directe soit à indications proportionnelles, il faut donc que M soit une fonction linéaire de l'angle α.

Or cette condition ne peut être remplie que d'une façon approximative par des artifices de construction.

Un cas particulier où cette condition serait rigoureusement remplie et où de plus on aurait à toutes charges $M = 0$ serait très intéressant d'abord pour la proportionnalité et aussi parce qu'il n'y aurait pas de correction variable avec la charge provenant de $M \neq 0$ dans l'emploi de l'appareil en courant alternatif.

Le dispositif ci-après réalise ces deux conditions :

L'équipage mobile à fil fin a la forme d'un cadre rectangulaire D; il est pivoté entre pierres et la position d'équilibre ainsi que le couple de torsion sont assurés par deux ressorts spiraux R bandés l'un contre l'autre. Ces ressorts sont attachés d'une part à l'axe et d'autre part à un point fixe du socle. Cet équipage porte une aiguille A mobile sur un cadran divisé en parties égales E.

Le circuit à gros fil S (circuit des ampères du wattmètre) porte un enroulement à forte section et les deux extrémités du circuit aboutissent à deux bagues C et C′ sur lesquelles frottent deux balais B et B′. Ce circuit n'est pas fixe; on peut le faire tourner à la main à l'aide de la manette M autour de l'axe de rotation du circuit D; il porte un index I.

On procède ainsi : l'appareil étant mis en service, on amène l'index I en regard de l'aiguille A. On lit alors l'angle de déviation de A sur le cadran, soit β.

La coïncidence entre l'aiguille A et l'index peut être assurée de façon grossière. Si α est l'angle d'écart entre ces deux index, le coefficient d'induction mutuelle est de la forme

$$M = M_0 \sin\alpha,$$

(l'index A étant perpendiculaire au plan d'enroulement de D, l'index I dans le plan d'enroulement de S).

Le couple électrodynamique est donc de la forme

$$KM_0 \cos\alpha = KM_0\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right).$$

Pour des angles d'écart de 5 à 6 degrés d'un côté ou de l'autre, ce couple variera de $\frac{1}{200}$ de sa valeur moyenne.

En résumé, ce dispositif et cette façon d'opérer présentent les avantages suivants :

1° M nul à toutes charges (pas de correction en courant alternatif);

2° Proportionnalité rigoureuse;

3° L'intervention de l'opérateur se borne à faire tourner des pièces *massives* bien centrées; il n'y a donc pas d'oscillations à craindre : on n'agit pas sur les points d'attache des ressorts;

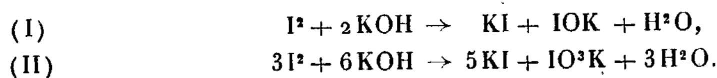
4° En cas de régime légèrement variable l'opérateur peut ne pas intervenir puisqu'on peut tolérer pour α une amplitude de 10° à 12°;

5° L'emploi de l'instrument peut s'admettre jusqu'à des angles de près de 360° (au moins trois fois l'amplitude de la graduation des appareils à lecture directe). Pour la clarté de la figure, la manette M a été placée du côté opposé à la potence de support du pivotage. Rien n'empêche de la mettre de l'autre côté et l'on pourrait d'ailleurs imaginer de très simples dispositifs permettant plus d'un tour si les ressorts restent proportionnels.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cinétique des solutions alcalines d'iode.* Note de M. O. Liévin, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'iode réagit sur les solutions alcalines pour donner finalement un iodate; mais il se forme d'abord un produit instable. Schönbein (¹) signala le fait, et admit l'existence d'un hypoïodite, analogue à l'hypochlorite.

On représente d'ordinaire le phénomène par les deux équations :



$$\text{(I)} \qquad I^2 + 2KOH \rightarrow KI + IOK + H^2O,$$
$$\text{(II)} \qquad 3I^2 + 6KOH \rightarrow 5KI + IO^3K + 3H^2O.$$

La deuxième réaction serait lente et totale, mais la première est réversible et équilibrée, comme l'a montré M. Péchard (²).

(¹) Schönbein, *Journ. für prakt. Chemie*, t. 84, p. 385.

(²) Péchard, *Comptes rendus*, t. 128, 1899, p. 1453.

Appelons, avec cet auteur :

I_1 l'iode ayant réagi suivant (I),

I_2 l'iode ayant réagi suivant (II),

I_3 l'iode resté libre.

I_1 et I_3 ne peuvent être dosés avec exactitude, car tout réactif agissant sur l'iode ou l'hypoïodite déplace l'équilibre [1]; mais il est facile de déterminer avec grande précision I_2, c'est-à-dire la proportion d'iodate, si l'on a d'abord détruit I_1 et I_3 par un réactif approprié. On peut employer à cet effet l'hyposulfite de soude, l'anhydride arsénieux ou l'eau oxygénée.

Étudions l'évolution des mélanges d'iode et de divers alcalis.

Voici les résultats obtenus avec la soude :

Soit le système $0{,}005\,I^2 + 0{,}02\,KI + a\,NaOH$.

Si $a > 0{,}01$, l'iode libre disparaît très vite, d'autant plus vite que a est plus grand; l'hypoïodite disparaît aussi complètement au profit de l'iodate, mais il persiste plus longtemps s'il y a plus de soude. Voici le temps τ au bout duquel, à 13°, la formation d'iodate est à moitié terminée :

a (mol. par litre)...	0,014	0,02	0,03	0,04	0,05	0,10	0,20	0,40
τ (minutes)........	<1	<2	<4	5	8	15	30	48

L'influence de l'iodure est aussi importante que celle de la soude : ce sel accélère considérablement la formation d'iodate, comme le montre le Tableau suivant :

Mélanges : $0{,}005\,I^2 + b\,KI + 0{,}20\,NaOH$ à 10°.

b (mol. par litre)........	0,03	0,06	0,11	0,21	0,41
τ (minutes).............	35	18	13	7	4

Nous retrouvons ainsi un résultat important, signalé par Forster et Gyr [2], puis par Skrabal [3], et assez inattendu : *l'iodure est le produit d'une réaction qu'il catalyse; la soude retarde une réaction où elle est consommée.*

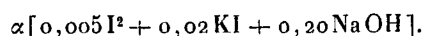
Il est évident, d'après cela, que le mécanisme de la transformation n'est pas simple. Comme dans toutes les réactions d'ordre élevé, la dilution fait baisser la vitesse. Voici la valeur de τ à 13° pour les systèmes répondant à la composition :

---

(1) Bougault, *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 949, et *J. Ph. et Ch.*, 7e série, t. 16, 1917, p. 33.

(2) Forster et Gyr, *Zeit. f. Elektrochemie*, t. 9, 1903, p. 1.

(3) Skrabal, *Monat. f. Chem.*, t. 28, 1907, p. 319.



$\alpha[0,005\,I^2 + 0,02\,KI + 0,20\,NaOH]$.

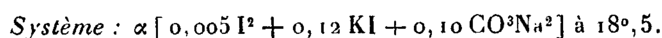
Valeur de α	2	1	0,5	0,25
Valeur de τ	16	30	55	120
Produit $\alpha\tau$	32	30	27,5	30

La constance du produit $\alpha\tau$ semble indiquer qu'il s'agit d'une réaction bimoléculaire.

En remplaçant la soude par la potasse, on obtient des résultats en tous points analogues; par contre, les mélanges d'iode et de carbonate ou phosphate tribasique de soude présentent une évolution toute différente.

L'addition d'alcali accélère maintenant la formation d'iodate; l'iodure, au contraire, la retarde.

Enfin la dilution fait croître la vitesse de réaction : c'est là un *fait nouveau* que les chiffres suivants mettent en évidence :



Système : $\alpha[0,005\,I^2 + 0,12\,KI + 0,10\,CO^3Na^2]$ à $18^\circ,5$.

Valeur de α	2	1	0,5
Valeur de τ	50^{min}	11^{min}	3^{min}

Il est à remarquer que, dans tous les cas, la concentration en iodate influe à peine sur la vitesse de transformation de l'iode en iodate : cela confirme bien que cette transformation est intégrale et illimitée.

Conclusion. — En milieu alcalin, l'iode se transforme en iodate par des mécanismes bien différents suivant le degré d'alcalinité. L'alcali, l'eau, l'iodure influent sur la réaction tantôt pour l'accélérer, tantôt pour la retarder, et l'on peut constituer des milieux dont l'évolution est indépendante de ces facteurs, en mélangeant convenablement des bases fortes et des bases faibles.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la préparation du bicarbonate de sodium.* Note de M. E. Toporescu, présentée par M. H. Le Chatelier.

La fabrication de la soude à l'ammoniaque n'a été jusqu'ici l'objet, malgré sa grande importance industrielle, que de publications scientifiques très incomplètes. L'Ouvrage classique de Schreib (1) fournit la description

(1) Schreib, *Traité de la fabrication de la soude par le procédé à l'ammoniaque* (Traduction de L. Gauthier. — Béranger, éditeur).

Depuis la rédaction de cette Note, j'ai eu connaissance d'un travail sur le même sujet de Janecke (*Zeit. f. ang. Chem.*, t. 20, 1907, p. 1559). Je crois cependant devoir publier le résultat de mes recherches, parce qu'ils ne confirment pas seulement ceux de Janecke, mais aussi les complètent.

détaillée des procédés techniques, mais aucun renseignement précis sur les équilibres auxquels donne lieu la réaction chimique qui sert de base à toute cette industrie :

$$NaCl + NH^4HCO^3 = NaHCO^3 + NH^4Cl.$$

Je me suis proposé de combler cette lacune en déterminant à différentes températures les conditions d'équilibre de chacun de ces quatre sels avec leurs solutions saturées. Je donne aujourd'hui les résultats relatifs à la température de 15°.

Les différents sels, mis en contact avec une quantité d'eau insuffisante pour les dissoudre en totalité, étaient placés dans un thermostat et le mélange était maintenu pendant six heures en agitation au moyen d'une hélice. Ce temps est bien supérieur à celui qui est strictement nécessaire pour atteindre la saturation. On laissait ensuite reposer pendant une heure et l'on prélevait avec une pipette un certain volume de la solution clarifiée.

Les nombres donnés ci-dessous sont chacun la moyenne de trois prises. Les écarts entre les mesures ne dépassaient pas généralement les erreurs imputables aux pesées ou aux mesures volumétriques. En cas de divergences plus importantes, de nouvelles analyses ont été faites de façon à n'utiliser pour la moyenne que des nombres concordants. Le Tableau ci-dessous résume les résultats ainsi obtenus à la température de 15°.

Composition des solutions saturées à 15°.

Sels solides en présence de la solution saturée.	Grammes pour 100 d'eau.				Nombre de molécules dans 1^{mol} de mélange.				Grammes d'eau dissolvant 1^{mol} de mélange.
	ClNa.	ClNH⁴.	CO³HNa.	CO³HNH⁴.	ClNa.	ClNH⁴.	CO³HNa.	CO³HNH⁴.	
$ClNa$	35,7	″	″	″	1	″	″	″	163,3
$ClNH^4$	″	35,1	″	″	″	1	″	″	152,8
CO^3HNa	″	″	8,9	″	″	″	1	″	876,8
CO^3HNH^4	″	″	″	18,4	″	″	″	1	424,1
$ClNa + ClNH^4$	27,2	20,3	″	″	0,55	0,45	″	″	118,5
$ClNa + CO^3HNa$	35,7	″	1,05	″	0,98	″	0,02	″	161,4
$CO^3HNa + CO^3HNH^4$	″	″	6,2	19,6	″	″	0,23	0,77	307,7
$CO^3HNH^4 + ClNH^4$	″	35,4	″	7,02	″	0,88	″	0,12	138,3

Composition des solutions aux deux points triples.

Sels solides en présence de la solution saturée.	Grammes pour 100 d'eau.				Nombre de molécules dans 1^{mol} de mélange.				Grammes d'eau dissolvant 1^{mol} de mélange.
	Na.	NH⁴.	Cl.	CO³H.	Na.	NH⁴.	Cl.	CO³H.	
$ClNa + ClNH^4 + CO^3HNa$	10,5	6,6	29,3	1,2	0,54	0,46	0,97	0,03	118,1
$ClNH^4 + CO^3HNH^4 + CO^3HNa$	3,4	11,2	24,5	5,9	0,22	0,78	0,87	0,13	126,6

Indépendamment de ces déterminations, quelques mesures ont été faites sur des mélanges en proportions variables des deux sels $NaHCO^3$ et NH^4Cl, de façon à mieux préciser la courbure de la surface de solubilité du bicarbonate de sodium.

Nous avons représenté nos mesures au moyen du diagramme carré de M. H. Le Chatelier (voir figure).

L'examen de ce diagramme permet de se rendre immédiatement compte de la composition des solutions qui peuvent par évaporation laisser précipiter du bicarbonate de sodium pur. Les points figuratifs de ces compositions correspondent à la très grande surface comprenant le sommet du carré marqué $NaHCO^3$. Sur les lignes du diagramme, il se précipiterait au contraire un mélange des deux sels, dont les domaines viennent se couper sur cette ligne. On peut enfin calculer par la règle donnée par M. Le Chatelier

la quantité des différents sels qui cristallisent, quand on soumet à une évaporation progressive une solution de composition initiale donnée.

Je poursuis des mesures relatives aux températures de 35° et de 50°, températures qui se rapprochent davantage des conditions de la pratique industrielle et ne semblent pas encore avoir fait l'objet de recherches complètes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la décomposition catalytique de l'acide oléique.* Note [1] de M. **Alphonse Mailhe**, transmise par M. Paul Sabatier.

J'ai montré antérieurement [2] que la décomposition catalytique des huiles végétales sur cuivre-magnésie ou cuivre-alumine, conduit à des produits liquides partiellement incomplets qui sont transformés, par hydrogénation sur nickel, en composés saturés. Les uns, peu importants, sont de nature acide; les autres sont constitués par des hydrocarbures forméniques, aromatiques et cycloforméniques.

En même temps que des produits liquides, il se forme des gaz riches, de l'eau et de l'acroléine.

La décomposition des glycérides inférieurs, triacétine, tributyrine, triisovalérine ne conduit pas à une réaction semblable. Par contre, la myristine et la palmitine subissent une décomposition de même nature que celle des huiles.

Il semble par conséquent que la production des hydrocarbures est liée à la haute richesse carbonée de l'acide qui constitue le glycéride. J'ai été amené ainsi à examiner la décomposition catalytique des acides gras élevés.

Les vapeurs d'*acide oléique*, dirigées dans un tube en cuivre renfermant des boulettes de cuivre-alumine, chauffées à 600°-650°, se décomposent normalement en donnant des produits liquides, de l'eau et du gaz.

Le gaz présente la composition suivante :

	Pour 100.
CO^2	6,7
CO	10
C^nH^{2n}	10
C^nH^{2n+2}	38
CH^4	11
H	24

(1) Séance du 20 mars 1922

(2) *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 358 et 658.

Les produits liquides sont acides. Traités par la soude diluée, on obtient un produit jaune ambré qui commence à distiller à 40°. Les diverses fractions s'échauffent fortement par l'acide sulfurique qui absorbe plus de la moitié du liquide. La portion distillant de 40° à 50° fournit avec le brome un liquide lourd qui bout à 190°-200°; c'est le bibromure d'amylène.

Au lieu de séparer les hydrocarbures incomplets par l'acide sulfurique, j'ai soumis tout le liquide neutre provenant de la décomposition de l'acide oléique, à l'action hydrogénante du nickel à 180°-200°. On obtient ainsi un liquide incolore d'odeur agréable, ne décolorant plus le brome. Par rectification, on peut isoler deux séries de produits, les uns bouillant de 40° à 150°, les autres distillant de 150° à 250°. Les premiers fournissent les fractions suivantes :

	D_{10}.		D_{10}.
60°- 75°	0,7047	105°-110°	0,7440
75- 80	0,7154	110-115	0,7477
80- 85	0,7198	115-120	0,7514
85- 90	0,7247	120-125	0,7545
90- 95	0,7294	125-130	0,7572
95-100	0,7325	130-135	0,7601
100-105	0,7360	135-140	0,7636

Le produit distillant de 60° à 75° est très peu attaquable par le mélange sulfo-nitrique; il est surtout formé d'hexane.

Dans la portion 85°-90°, on isole par nitration de la *nitrobenzine*, changée en aniline, et dans la partie bouillant à 105°-110°, on identifie facilement le *toluène* par son dérivé dinitré. Le liquide résiduel, catalysé sur nickel, fournit une petite quantité de carbures aromatiques; si on les sépare, le résidu a une densité $D_{10} = 0,7090$, voisine de celle de l'*heptane*.

Le même traitement sur la portion 130°-135° permet d'identifier le *métaxylène* et un liquide de densité $D_{10} = 0,7310$, voisine de celle du *nonane*, $D_{13} = 0,7228$.

La fraction distillant de 150° à 250° a une densité $D_{10} = 0,8450$.

Ces résultats montrent que la décomposition catalytique de l'acide oléique conduit à des gaz riches et à des produits hydrocarbonés liquides que l'hydrogénation sur nickel transforme en un mélange de carbures aliphatiques et de carbures cycliques parmi lesquels se trouvent la benzine, le toluène et le métaxylène.

MINÉRALOGIE. — *Sur la stasite, un minéral nouveau, dimorphe de la dewindtite.* Note de M. ALFRED SCHOEP.

La chalcolite de Kasolo (Katanga, Congo belge) est souvent imprégnée de divers autres minéraux uranifères. J'y ai trouvé de petites géodes de kasolite ainsi que des amas peu volumineux et de minces couches de dewindtite. C'est également sur la chalcolite de Kasolo que j'ai découvert le minéral qui fait l'objet de la présente Note; on l'y rencontre quelquefois en quantité suffisante pour le séparer des minéraux étrangers dans un état de pureté très satisfaisant, supérieur même à celui dans lequel j'ai pu obtenir la dewindtite.

Ce minéral, examiné à l'œil nu, est de couleur jaune, plutôt sale; mais au microscope on constate qu'il est formé de petits prismes très aplatis suivant h^1 (100), brillants, transparents, d'un beau jaune d'or. Les plus longs d'entre eux atteignent rarement $0^{mm},09$ et leur largeur ne dépasse guère $0^{mm},04$. Ils possèdent suivant h^1 un clivage qui paraît facile; ils sont nettement limités à l'une de leurs extrémités par une face p (001); mais à cause de la très faible épaisseur de ces prismes on ne peut apercevoir de p que la trace qui est perpendiculaire à la zone [001]. La cassure est irrégulière à l'autre extrémité. Ces cristaux sont biréfringents et s'éteignent suivant leur allongement qui est de signe positif. L'indice de réfraction est plus élevé que celui de l'iodure de méthylène.

La densité du minéral déterminée à l'aide du pycnomètre est de 5,03 à 17° C.

Au point de vue chimique il se comporte comme la dewindtite. Dans le tube fermé il donne de l'eau et devient rouge brun à chaud; il reprend sa couleur par refroidissement. Sur le charbon, à la flamme oxydante du chalumeau, il fond facilement en un globule noir, sans donner d'auréole. Mélangé à du carbonate de sodium, il donne à la flamme réductrice des globules de plomb. Il se dissout dans l'acide azotique; cette solution donne avec la liqueur molybdique un abondant précipité jaune de phosphomolybdate d'ammonium. Le minéral se dissout également bien dans l'acide chlorhydrique, avec formation de cristaux de chlorure de plomb, et dans l'acide sulfurique avec dépôt d'un précipité blanc de sulfate de plomb. Ces solutions sont colorées en jaune par l'uranium.

Deux portions du minéral, différentes en qualité, ont été soumises à l'analyse.

Elles furent séchées à 100° jusqu'à poids constant, et c'est sur la poudre ainsi desséchée que les analyses ont été faites. Cette dessiccation n'altère pas le minéral au point de vue de sa transparence, ni de ses autres propriétés optiques observables.

La portion du minéral, la plus parfaitement débarrassée de toute gangue est désignée par I; l'autre, un peu moins pure, par II. J'ai fait sur la portion I les dosages dont les résultats se trouvent dans les colonnes A_I, B_I, C_I, D_I. M. W. Steinkuhler, qui m'assiste dans ces recherches, a fait plusieurs analyses de la portion II; les moyennes en sont données dans la colonne E_{II}.

	A_I.	B_I.	C_I.	D_I.	E_{II}.
Insoluble	0,74	0,40	1,17	»	0,50
Perte par calcination	6,60	6,71	»	»	6,24
H^2O	»	»	»	5,60	»
PbO	25,53	26,20	26,08	»	26,20
UO^3	56,28	55,77	»	»	56,20
P^2O^5	10,32	10,62	»	»	10,60
CaO	»	»	0,30	»	»
MgO	»	»	»	»	»
Total	99,47	99,70	»	»	99,74
	0,30	0,30	»	»	0,30
	99,77	100,00	»	»	100,04

La magnésie se trouve dans le produit analysé à l'état de traces.

Dans le Tableau suivant, la colonne 1 contient les chiffres moyens donnés par les analyses A_I et B_I pour les composants principaux. Ces chiffres sont rapportés à 100 dans la colonne 2. Une troisième colonne reproduit, en regard, les résultats trouvés pour la dewindtite.

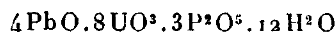
	1.	2.	3.
PbO	25,86	26,40	23,55
UO^3	56,02	57,19	60,13
P^2O^5	10,47	10,68	10,84
H^2O	5,60	5,70	5,46

Les analyses du nouveau minéral accusent pour celui-ci une plus forte teneur en plomb et une teneur moindre en uranium. Mais pour l'un et l'autre minéral la somme $(PbO + UO^3)$ est à peu près la même, 83,59 et 83,68.

Si l'on divise les nombres de la colonne 2 par les poids moléculaires, on trouve :

PbO	0,113
UO_3	0,198
P^2O^5	0,075
H^2O	0,317

ce qui conduit à la formule



$$4PbO.8UO^3.3P^2O^5.12H^2O$$

qui est celle trouvée précédemment pour la dewindtite. Le minéral diffère de celle-ci par sa densité, sa couleur, la couleur de sa poussière, la forme de ses cristaux dont la symétrie vraie n'est pas encore établie.

Sa radioactivité est un peu inférieure à celle de la dewindtite.

Le minéral qui vient d'être décrit est nouveau. Je propose de lui donner le nom de *stasite*, en l'honneur du chimiste belge J.-S. Stas. La stasite et la dewindtite sont deux variétés dimorphes d'un même composé.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Hérédité anormale de la couleur des embryons d'une variété de Pois* (Pisum sativum *L.*). Note de M. **L. Blaringhem**, présentée par M. L. Guignard.

Dans les expériences classiques de Mendel, la couleur jaune des embryons de *Pisum sativum* domine la couleur verte, et la ségrégation en deuxième génération a provoqué la découverte d'une proportion numérique simple 3J : 1V. Mendel (1865) l'a vérifiée sur 8023 descendants dont 6022 étaient jaunes et 2001 verts; Correns (1900), Tschermak (1900), Hurst (1904), Bateson (1905), Lock (1905) ont obtenu des résultats concordants portant à 53064 les embryons dénombrés, avec ségrégation en 49117 jaunes et 13947 verts, soit 3,01 : 1. Pour obtenir ces résultats, *il faut choisir les lignées.*

Bateson (1905, et *Mendel's Principles*, 1909, p. 40) signale des embryons panachés « piebald »; « en de rares cas, en F_1, on trouve des embryons verts; beaucoup de variétés récentes ont des cotylédons teintés de vert et de jaune », et il suggère que les circonstances de la maturation peuvent altérer la couleur. C. E. White (1916) croit aussi à une influence possible des années humides où la maturation se produirait mal. Les conditions exceptionnelles des étés 1920 et 1921 fournissent à ce sujet complète garantie; en fait, la lignée détermine les aberrations; *il y a des lignées instables au point*

de vue de l'hérédité de la coloration des embryons; il y en a d'autres, et C. E. White (1916) l'a montré avec une grande netteté, où la dominance est renversée, le vert dominant le jaune.

Le Muséum d'Histoire naturelle me remit au printemps 1911 une collection de *Pisum* provenant de Hohenheim (Wurtemberg); mise en culture de 1911 à 1914 en lots séparés par des parcelles d'Orges, je vérifiai la constance des caractères sur 15 à 20 plantes par génération. En 1913, 1 plante sur 18 de la Sorte *Pariser Gold*, classée dans *Pisum sativum* var. *axiphium* Alefeld, présenta une variation notable; alors que toutes les graines des 17 autres plantes étaient d'un jaune bien pur, comme les graines reçues et celles de la génération précédente, la variante, qui fournit seulement 5 cosses, donna 27 graines jaunes et 2 graines vert jaunâtre. Plantées en 1914, j'ai pu m'assurer qu'en cette année les plantes de graines jaunes ne donnèrent que des jaunes et les deux graines vertes que des graines vertes.

Les descendants verts de 1914 furent remis en culture en 1919 sous le n° **9**; 30 graines donnèrent des plantes peu vigoureuses dont 11 seulement fertiles; tous les embryons étaient d'un vert pâle uniforme; mais en 1920, sur 28 plantes (lot **91**), 25 (dont les lignées **911** à **919**) ne donnèrent que des embryons verts et 3 (lignées **921**, **922**, **923**) respectivement 17, 12 et 10 verts pour 5,4 et 11 jaunes franc.

Les épreuves de 1921 furent faites sur une vaste échelle; les embryons jaunes de **921**, **922**, **923** ne donnèrent que des embryons jaunes, sauf une plante avec 15 embryons jaunes et 1 strié de vert; les descendants verts des mêmes lignées se disjoignent et fournissent :

921 :	14 jaunes,	28 verts,	95 intermédiaires	= 137;
922 :	15 »	33 »	117 »	= 165;
923 :	21 »	18 »	49 »	= 88;

la lignée **923** donnant en quelque mesure 3 verts pour 1 jaune, soit la proportion inverse du cas normal. Mais ce n'est, sans doute, qu'un exemple accidentel, d'autant plus qu'il est nécessaire, pour analyser les descendances des lignées **911** à **919**, de sérier les teintes des embryons [1018] en catégories dérivées :

Lignées	911.	912.	913.	914.	915.	916.	917.	918.	919.
Jaune blanc [95]	4	11	0	0	15	9	22	13	21
Mi-blanc mi-vert [189]	27	32	18	17	25	14	19	15	22
Jaune vert [390]	52	47	41	38	43	42	28	54	45
Vert franc [337]	31	22	68	75	31	27	26	23	34
Vert foncé [7]	0	0	4	3	0	0	0	0	0

Comme dans la plupart des exemples d'hérédité intermédiaire, quelques plantes

se distinguent par des particularités inattendues. Ainsi, dans la lignée 917, une plante ne donne que des graines jaunes dans les 2 cosses inférieures, que des graines vertes franc dans les 3 cosses supérieures; une autre donne de bas en haut 1 cosse intermédiaire, 2 jaunes, 1 mi-vert mi-blanc; dans d'autres lignées, 911, le vert franc passe par teintes graduées aux très rares jaunes (3 pour 100). Il est matériellement impossible de constater un schéma de disjonction selon le mode mendélien, même en décomposant les caractères en plusieurs facteurs indépendants, selon le procédé de Nilsson-Ehle.

O.-E. White (1916) a, en effet, constaté que la variété *Goldkönig* du *Pisum sativum* se comportait comme si la couleur des embryons dépendait de trois couples de facteurs G, Y, T, le facteur G (vert) dominant Y (jaune) et I servant à expliquer les anomalies. Mais il faudrait sans doute d'autres termes pour rendre compte de la disjonction de la Sorte *Sutton's non pareil* qui, d'après Bateson (1905), donne souvent des Pois jaunes avec des Pois verts. Bateson et Miss Kelby (1904) notent des colorations mixtes chez les Sortes *Merveille d'Amérique*, *Téléphone*, etc. La même Sorte *Merveille d'Amérique* se comporte dans les croisements de P. Baccarini (1911) d'une manière si irrégulière qu'il lui est impossible de définir la couleur dominante. Enfin E. Zederbauer (1914), étudiant lui aussi la génétique de *Merveille d'Amérique*, constate que la valeur du caractère change au cours de l'existence de l'individu; en 1917, il conclut que les individus jeunes, ordinairement récessifs, tendent dans les croisements avec les individus plus âgés à prendre une condition de véritable dominance. Nous sommes loin, dans ces exemples, de la loi simple de ségrégation des caractères énoncée par Mendel.

En résumé, certaines lignées de *Pisum sativum* présentent comme les *Hordeum* (Blaringhem, 1909), comme les Lins (Blaringhem, 1921) des irrégularités frappantes dans la transmission des caractères discontinus. Il faut faire un triage sévère des lignées pour vérifier rigoureusement les lois de Mendel; elles seules constituent les véritables *variétés régressives* utilisables comme réactifs pour l'analyse mendélienne de la descendance. Les lignées irrégulières fournissent d'autre part des réactifs sensibles à l'action du climat, de l'âge et, d'une façon générale, des conditions particulières de nutrition. Il est intéressant de posséder une lignée du *Pisum sativum* sensible quant à la coloration des embryons, qui permet des dénombrements rapides et le gain d'une année de culture à cause des phénomènes de xénie.

BOTANIQUE. — *Sur l'élongation des racines.*
Note (¹) de M. **H. Ricome**, présentée par M. Gaston Bonnier.

L'élongation des racines est si minime qu'il est difficile de montrer que la réaction à la pesanteur y est de même sens que dans les tiges; la multiplication cellulaire masque cette réaction.

Nos expériences antérieures portaient sur des organes fendus longitudinalement et pouvaient paraître insuffisantes à établir cette affirmation; mais voici une preuve concluante.

On n'a jusqu'ici trouvé d'autre moyen d'empêcher la racine de se diriger vers le bas que la roue de Knight et le dispositif pendulaire imaginé par nous. Dans les deux cas, on ne fait qu'égaliser l'action de la pesanteur autour de l'axe de l'organe. Dans l'expérience actuelle, la pesanteur oriente la racine verticalement *vers le haut.*

Il est possible de détruire la majeure partie des cellules en état de division active, en piquant la racine dans le sens de son axe avec une aiguille. L'expérience échoue avec une aiguille à dissection qui fait éclater les tissus superficiels. Elle réussit avec une fine aiguille à coudre qui perfore les cellules voisines de l'axe sans détériorer les autres. Dans ce cas, un grand nombre de cellules intactes demeurent capables d'élongation. Si l'on enfonce l'aiguille de 2^{mm} à 3^{mm}, on obtient régulièrement une incurvation de la racine vers le haut.

Si la racine ainsi traitée est placée dans l'eau en position normale, il se produit dès la première heure une courbure affectant une longueur qui atteint parfois 15^{mm}. Cette courbure est due à une modification de la tension relative des tissus et non à l'intervention de la pesanteur. Mais l'élongation se produit, et la pesanteur fait sentir son effet tropique. Alors la courbe primitive se déforme de façon qu'au bout de quelques heures la racine est redevenue verticale descendante et que seul le sommet est redressé vers le haut. La racine est donc coudée et le coude est situé régulièrement vers le cinquième ou le sixième millimètre.

Si la racine est placée en position horizontale, les mêmes phénomènes se manifestent. La courbure de tension se produit en direction quelconque (le traumatisme détruisant les cellules irrégulièrement), mais le coude résultant

(¹) Séance du 20 mars 1922.

de l'élongation relève le sommet vers le haut. Le coude est à la même distance de l'extrémité que dans le cas précédent.

Ainsi il suffit de gêner la multiplication cellulaire en détruisant les cellules les plus actives pour constater que l'effet de la pesanteur sur l'élongation est la même que dans la tige et non inverse comme on le croyait.

Nous avons déjà établi expérimentalement que la région des divisions cellulaires de la tige réagit en se dirigeant vers le bas. Ainsi se trouve complétée la démonstration expérimentale de l'effet inverse de l'action de la pesanteur sur les zones en état de division et en état d'élongation, effet dont le résultat le plus frappant est l'orientation de la racine vers le bas et l'orientation de la tige vers le haut.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une nouvelle fermentation acide produite par le* Sterigmatocystis nigra. Note de M. **Marin Molliard**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Au cours de mes recherches sur la production des acides organiques libres par le *Sterigmatocystis nigra* j'ai montré en particulier que cette Mucédinée était capable, dans certaines conditions, de transformer en acide citrique une partie du sucre mis à sa disposition; c'est ce qui se passe par exemple quand le développement du Champignon s'effectue en présence d'un milieu ne contenant, en outre des doses normales de sucre et de sels minéraux, qu'une quantité insuffisante d'azote.

On observe d'autre part fréquemment que les quantités d'acide citrique et d'acide oxalique libres produits (les deux acides apparaissent par exemple dans le cas où c'est le phosphore qui est fourni en quantité insuffisante) se montrent nettement inférieures à celles qui correspondent à l'acidité libre présentée par le milieu de culture; il faut donc admettre qu'il existe au moins une autre substance acide s'ajoutant aux deux précédentes.

J'ai pu déterminer la nature d'une telle substance dans un cas où son étude est rendue particulièrement facile du fait qu'elle apparaît seule et en quantité très importante. Cultivons le *Sterigmatocystis nigra* sur un milieu ne contenant, pour une dose normale de saccharose (7^g pour 150^{cm^3}), pour le $\frac{1}{25}$ d'azote et de sels minéraux nécessaires au développement optimum de la Mucédinée; la marche de la culture, effectuée à 36°, est alors très spéciale

et se trouve présenter, entre autres caractères, ceux qui sont résumés par le Tableau suivant :

Durée de la culture (en jours).	Poids du mycélium sec (en mg).	Acidité (en cm³ N).	Sucre consommé (en mg).
10	779	12,3	5145
20	845	13,6	5812
30	994	11,9	6555
40	1150	10,9	6856

Au bout de 10 jours le maximum d'acidité est à peu près réalisé et, à partir de ce moment, la disparition du sucre est très lente; on ne met en évidence dans le milieu de culture ni acide oxalique, ni acide citrique; mais le liquide présente d'une manière très intense la réaction de Berg relative aux acides-alcools.

Si l'on remplace le liquide précédent par un milieu n'en différant que par une dose double de sucre, on obtient des résultats analogues, mais avec une exagération de l'acidité; le développement physiologique de la culture se traduit de la manière qui suit :

Durée (en jours).	Poids du mycélium sec (en mg).	Acidité (en cm³ N).	Acide citrique dosé.	Sucre consommé (en mg).
2	288	8,96	0	»
4	507	32	0	»
6	696	32,8	0	»
8	877	36,2	0	»
10	1015	37,4	0	9216
20	1134	38	330	10469
30	1295	36,4	389	11700
40	1299	32,4	289	12762

Jusqu'au 6e jour, il ne se produit pas trace d'acide citrique; le liquide reste limpide par addition d'acétate de plomb et ne donne pas la réaction de Denigès; ce n'est que vers le 8e jour qu'on peut obtenir une réaction qualitative de l'acide citrique et seulement vers le 20e jour qu'on peut le doser à l'état de citrate tricalcique. A aucun moment on ne décèle d'acide oxalique. Et cependant le maximum d'acidité du liquide se trouve presque atteint dès le 4e jour.

Des cultures de la série précédente, prélevées au 6e jour, permettent d'isoler facilement à l'état de sels de calcium ou de zinc l'acide-alcool produit en si grande abondance, de le séparer ainsi du sucre restant et de le régénérer à l'état libre par la décomposition de ces sels.

Il s'agit d'un acide ne cristallisant pas, mais restant sirupeux; son pouvoir rotatoire, les caractères de ses sels (le sel de cinchonine, en particulier, est insoluble dans l'alcool), ceux de sa phénylhydrazide, les résultats fournis par l'analyse élémentaire du sel de calcium, m'amènent à l'identifier à l'acide monobasique *d*-glucosique, que Léon Boutroux a déjà signalé comme un produit dérivant du glucose sous l'emploi de certains ferments acétiques.

L'acide en question apparaît comme le produit le plus simple qui puisse résulter de l'oxydation du glucose, et j'ai pu constater qu'il constitue à son tour un aliment pour le *Sterigmatocystis nigra* et peut subir une oxydation totale, au même titre d'ailleurs que l'acide citrique et l'acide oxalique, quand on fournit au milieu de culture tous les éléments nécessaires au développement normal du Champignon.

La méthode des milieux déséquilibrés, outre qu'elle montre le rôle important et spécifique des différents éléments chimiques dans les phénomènes biologiques d'oxydation, permet donc de mettre en évidence certains produits du métabolisme intermédiaire des substances organiques; d'après mes recherches, les diverses substances dérivant successivement de l'oxydation du sucre interverti s'accumulent dans les conditions suivantes :

1° Quand on diminue notablement les quantités de la source d'azote et de l'ensemble des sels minéraux, il s'accumule de l'acide glucosique, soit à l'état pur, soit d'une manière très prédominante par rapport à l'acide citrique;

2° Si l'on ne diminue que la dose de la substance azotée, c'est l'acide citrique qui devient le plus important;

3° Vient-on à faire porter la réduction sur le phosphore, on obtient une forte acidité libre résultant surtout d'un mélange d'acide citrique et d'acide oxalique;

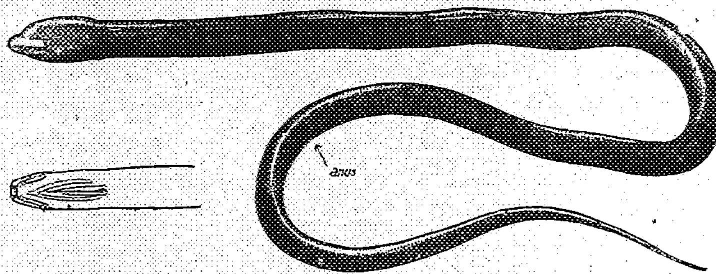
4° Quand la réduction intéresse le potassium, on assiste à une accumulation considérable d'acide oxalique;

5° Enfin, dans un milieu équilibré, il n'apparaît que des traces d'acides libres et l'on peut considérer qu'on est en présence du phénomène respiratoire normal.

ZOOLOGIE. — *Sur un nouveau Poisson aveugle des eaux douces de l'Afrique occidentale.* Note de M. JACQUES PELLEGRIN présentée par M. Bouvier.

La faune ichtyologique des eaux douces de l'Afrique est loin d'être complètement connue et peut nous réserver encore des découvertes fort intéressantes. Tout récemment, M. Boulenger [1] décrivait comme le premier Poisson aveugle africain, un Barbeau sans yeux, le *Cæcobarbus Geertsi*, pêché dans un lac de la grotte de Thysville (Bas-Congo).

M. le Dr Bouet, chargé d'affaires de France au Libéria, a recueilli aux environs de Monrovia un Poisson qui, bien qu'appartenant à un groupe fort différent, présente également le caractère d'être aveugle et constitue une forme tout à fait curieuse. La capture de cet échantillon unique, mesurant 233mm de longueur, a été faite à 11h du soir dans un petit ruisseau d'eau



Typhlosynbranchus Boueti (Tête vue en dessous).

douce se jetant dans un marigot, à 2km ou 3km de la mer. L'étude de ce spécimen montre qu'il s'agit d'un genre nouveau de la famille des Synbranchidés, auquel je donne le nom de *Typhlosynbranchus*, c'est-à-dire Synbranche aveugle, dédiant volontiers l'espèce au Dr Bouet qui l'a rapportée au Muséum de Paris.

Le genre *Typhlosynbranchus* se trouve caractérisé par un corps nu, cylindrique, extrêmement allongé, vermiforme, terminé en pointe grêle et sans traces de nageoires. Les yeux sont absents. La bouche, bien fendue, est bordée de lèvres développées. Les dents sont coniques, en une seule rangée, sauf en avant sur les prémaxillaires et à la mandibule ; les dents palatines sont unisériées. L'appareil branchial se présente exté-

(1) *Revue zoologique africaine*, t. 9, 1921, fasc. 3, p. 252.

rieurement à la face inférieure de la tête comme un long pli médian longitudinal, bordé de bourrelets avec en arrière un orifice minuscule unique. Intérieurement on ne distingue pas de lamelles branchiales sur les trois arcs branchiaux antérieurs. L'anus est placé un peu après le début du tiers postérieur du corps.

Dans le *T. Boueti* la hauteur du corps est contenue 46 fois environ dans la longueur, celle de la tête 20 fois. Les narines sont bien séparées, les antérieures à l'extrémité du museau, les postérieures sur le sommet de la tête. La teinte générale est noirâtre.

La disposition de l'appareil branchial externe à orifice unique médian permet de placer ce Poisson apode dans la famille des Synbranchidés, mais il doit y occuper une place très à part à cause de la forme et de l'étroitesse de cet orifice excessivement réduit, ovalaire, tandis que dans les autres espèces du groupe il y a simple réunion, à la partie inférieure de deux fentes latérales bien développées.

Les Synbranchidés sont des Poissons anguilliformes dont on connaît trois genres : *Monopterus, Synbranchus, Chilobranchus*, répandus dans les eaux douces et saumâtres du sud-est de l'Asie, de l'Amérique du Sud, de l'Australie et dont une seule espèce, le *Syngnathus afer* Boulenger, a été signalée jusqu'en Afrique occidentale. Tous peuvent vivre longtemps hors de l'eau et beaucoup s'enterrent dans la vase pendant la sécheresse.

Déjà chez les *Monopterus*, on observe l'atrophie ou l'absence des lamelles branchiales sur les arcs branchiaux antérieurs; d'autre part chez certains *Synbranchus*, comme le *S. caligans* Cantor, de Malaisie, l'œil est très réduit, caché sous la peau. Ces caractères se trouvent encore plus accentués chez le *Typhlosynbranchus Boueti*. Il faut sans doute chercher dans ses habitudes limicoles l'origine de la cécité de ce Poisson, qui doit passer dans la vase, c'est-à-dire dans un milieu quasi opaque, une grande partie de son existence et qui, en outre, ne sort peut-être que la nuit à la recherche de sa nourriture.

BIOLOGIE. — *Sur les caractères d'un hybride mâle provenant de l'union d'un Canard Pilet mâle* (Dafila acuta *L.*) *et d'un Canard sauvage femelle* (Anas Boschas *L.*). Note de M. **A. Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Le Canard Pilet et le Canard sauvage forment, pour les ornithologistes, deux espèces assez distinctes pour être rangées dans deux genres différents.

Les femelles de ces deux sortes d'Oiseaux sont d'ailleurs assez ressemblantes, mais les mâles se différencient très nettement l'un de l'autre par de nombreux caractères faciles à observer. Dans leur *Traité d'Ornithologie*, qui date de 1867, Gerbe et Degland (¹) affirment que, parmi le gibier apporté sur les marchés de Paris, on trouve parfois des hybrides de deux espèces, dont il s'agit ici. Effectivement l'hybridation du Pilet et du Canard sauvage paraît se produire sans difficulté. En 1920, au jardin zoologique de Toulouse, naquirent plusieurs hybrides résultant de l'accouplement d'un Pilet mâle avec une femelle d'*Anas boschas*. L'un de ces hybrides était du sexe mâle, et dans la présente Note, je me propose de faire connaître les caractères de cet Oiseau en le comparant avec les mâles de Pilet et d'*Anas boschas*.

L'hybride en question, encore vivant aujourd'hui, ressemble au Canard sauvage mâle par la couleur vert foncé des plumes de la tête et du cou (à cause de ce caractère, le mâle de Canard sauvage est appelé communément *Col vert*). Cette partie du plumage est au contraire gris brunâtre chez le Pilet mâle.

Ses pattes sont rougeâtres, comme celles du Canard sauvage, alors que celles du Pilet sont de couleur beaucoup plus foncée.

Les plumes noires sus-caudales, qui sont droites et très longues chez le Pilet (ce caractère l'a fait appeler *longicaude* ou *acuticaude*) sont au contraire enroulées en demi-cercle chez l'hybride, et à ce point de vue encore, ce dernier se rapproche du Canard sauvage mâle. Toutefois, l'enroulement est moins marqué chez l'hybride que chez le Canard sauvage.

La taille de l'hybride est supérieure à celle du Pilet, et de même ordre de grandeur que celle du Canard sauvage.

L'hybride se rapproche au contraire du Canard Pilet par les caractères suivants :

Il présente deux bandes blanches placées derrière le cou et montant vers la région de la tête; elles sont cependant un peu moins longues que chez le Pilet. Ce caractère fait complètement défaut chez le Canard sauvage.

L'hybride a un bec bleu noirâtre, comme le Pilet (le bec est rougeâtre chez le Canard sauvage).

Le miroir de l'aile est très semblable à celui du Pilet : il a un reflet vert dans sa partie moyenne, est bordé d'une bande roussâtre du côté de la base

---

(¹) Voir le tome 2, pages 508 et 517 de l'Ouvrage de ces deux auteurs (*Ornithologie européenne*, 1867).

de l'aile, et d'une bande noire puis blanche du côté opposé. On sait que le miroir du Canard sauvage a un reflet bleu violacé dans sa région moyenne et est bordé de noir et de blanc sur ses deux bords latéraux.

D'autres caractères du plumage de l'hybride sont plus ou moins nettement intermédiaires entre les caractères correspondants des mâles des deux espèces parentes. Je citerai seulement ici la couleur du devant de la poitrine. On sait que, chez le Canard sauvage mâle, cette partie du plumage est d'une belle couleur roux marron foncé, tandis que chez le Pilet mâle elle est blanche. Chez l'hybride elle est blanche en majeure partie, mais des traces de roux marron foncé s'observent dans la zone périphérique de cette région du corps.

On peut dire, en résumé, que l'hybride mâle du Canard Pilet mâle et du Canard sauvage femelle ressemble davantage, par certains caractères, soit à l'un, soit à l'autre des mâles des deux espèces desquelles il dérive. Mais on doit noter qu'à d'autres points de vue il est plus ou moins intermédiaire entre ces deux animaux. Ces conclusions sont tout à fait analogues à celles auxquelles me conduisit l'étude d'un hybride mâle de Canard musqué et d'Oie d'Egypte ([1]). Ces deux cas se rapportent à la catégorie des hybrides chez lesquels les produits directs de l'union des deux parents d'espèces différentes présentent des caractères du parent mâle, des caractères du parent femelle et des caractères nouveaux ou plus ou moins intermédiaires à ceux des deux espèces souches.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Zinc et cancer.* Note de M. **Paul Cristol**, présentée par M. Widal.

C. Delezenne ([2]) a montré que plus un tissu est riche en phosphatides ou en nucléoprotéides, plus il contient de zinc. D'autre part, il a émis l'hypothèse que le zinc y remplit, sous une forme appropriée, le rôle de catalyseur dans les phénomènes d'hydrolyse des phosphatides et des acides nucléiques. Enfin il a vérifié une fois avec M. Pettit qu'un animal intoxiqué à dose

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 68. (Dans le titre de cette Note, il faut lire *Chenalopex* au lieu de *Chenalopes.*)

([2]) Delezenne, *Le zinc constituant cellulaire de l'organisme animal* (*Ann. Inst. Pasteur*, t. 33, 1919, p. 68).

faible par du venin de cobra (très riche en zinc) présentait des divisions caryocinétiques anormales des cellules nerveuses.

Ces faits nous ont incité à étudier, au point de vue de leur teneur en zinc, les tumeurs cancéreuses.

Nous avons employé les techniques analytiques utilisées par M. Delezenne.

Voici les premiers résultats obtenus :

Tumeurs conjonctives.

	H^2O pour 100.	Poids sec analysé.	SO^4Zn pesé.	Zn pour 1000 frais.	Zn pour 1000 sec.
		g	mg		
Fibrome utérin 1.....	81,18	4,21	3,2	0,057	0,3069
» » 2.....	81,05	9,09	6,5	0,053	0,294
» » 2 (¹)..	74,30	7,583	6,9	0,092	0,369

Tumeurs épithéliales.

Cancer de l'utérus....	75,67	5,00	9,8	0,193	0,794
Cancer du foie.......	78,46	8,41	11,4	0,119	0,549
Cancer du sein 1.....	75,01	9,60	9,3	0,098	0,424
Cancer du sein 2.....	74,55	6,357	12,3	0,200	0,783
Cancer de la face.....	78,0	7,255	10,3	0,128	0,574

Ces chiffres sont intéressants, d'abord par la différence qu'ils montrent entre les tumeurs conjonctives bénignes et les tumeurs épithéliales malignes.

D'autre part, il est important de noter l'élévation de la teneur de zinc de la portion centrale du fibrome utérin n° 2. Or cette partie était molle et l'examen histologique y a montré un commencement de dégénérescence sarcomateuse, tandis que la partie périphérique était purement fibromateuse.

Enfin les deux cancers du sein cités étaient tous deux des cancers alvéolaires, mais alors que le second qui atteint un taux de zinc très élevé ($0^g,783$ pour 1000 de tissu sec) était un épithélioma typique, le premier contenant seulement $0^g,424$ pour 1000 de zinc était un cancer alvéolaire dendritique avec forte réaction fibreuse du type squirrheux (examen histologique du Professeur Grunfellt).

(¹) Parties périphériques et parties centrales dégénérées.

Ces premiers résultats semblent montrer que la teneur élevée en zinc des tissus cancéreux est fonction de la prolifération et de l'activité cellulaire et nucléaire.

HISTOLOGIE COMPARÉE. — *Sur le tissu lymphoïde de l'intestin moyen des Myxinoïdes et sur sa signification morphologique.* Note de M. **Jacques Mawas**, présentée par M. Henneguy.

L'intestin moyen des Myxinoïdes présente une structure histologique remarquable. Elle consiste dans la présence, dans l'intérieur même de la paroi intestinale, d'un tissu lymphoïde abondant, ordonné par rapport aux vaisseaux tributaires de la veine porte. Il ne s'agit point ici, comme on pourrait le croire au premier abord, d'amas lymphoïdes banaux, comme on en rencontre dans tous les intestins des Vertébrés, mais bien, sinon d'un tissu spécial, du moins d'une structure et d'un ordonnancement caractéristiques qu'il nous semble intéressant de signaler.

Nous laisserons de côté, dans cette Note, l'étude de l'épithélium intestinal et du riche réseau capillaire qui lui est sous-jacent, pour porter notre attention sur la paroi intestinale proprement dite. Cette paroi est limitée d'une part par une puissante ceinture de faisceaux conjonctifs soutenant l'épithélium et, d'autre part, par le muscle circulaire intestinal, doublée de l'endothélium de la cavité générale. Tout en étant parfaitement circulaire, elle envoie des prolongements en forme de festons du côté de l'épithélium qu'elle soulève en plusieurs endroits. Étudiée au niveau ou entre les villosités, elle présente le même aspect.

On y constate un tissu graisseux spécial formé par d'immenses cellules dont les noyaux géants ressemblent à un amas de boyaux chromatiques à incisures profondes, contenant un ou plusieurs nucléoles. Ces noyaux ressemblent à ceux de certaines glandes d'Invertébrés; leur étude serait intéressante à entreprendre pour ceux qui voudraient étudier le rôle du noyau dans l'élaboration et la fixation des réserves graisseuses dans ces cellules spéciales, qui diffèrent par certains points de leur structure des cellules des coussinets adipeux sous-épidermiques. Dans ce tissu graisseux, et plus spécialement à sa périphérie, règne un réseau de capillaires, anastomotiques, doublé d'un manchon de globules blancs, plus ou moins épais. Les capillaires sont larges, remplis de sang. Ils sont limités par un endothélium à cellules

plates et à noyaux allongés. Autour de chaque capillaire, on constate des amas plus ou moins abondants de cellules lymphoïdes. Ces amas forment de véritables manchons cellulaires péricapillaires. En plus de ces manchons, il existe des cordons lymphoïdes pleins. Ils réunissent les uns aux autres les manchons de différents capillaires éloignés et se continuent directement avec eux. On se trouve donc en présence d'un système hémo-lymphatique complexe, essentiellement composé par des capillaires sanguins doublés de manchons lymphoïdes et réunis les uns aux autres par des cordons pleins de même nature. En d'autres termes, il existe dans l'intérieur de la paroi intestinale des Myxinoïdes un système de réseau lymphoïde à larges mailles, ordonné par rapport aux vaisseaux sanguins.

Quelle est maintenant la constitution histologique de ce tissu? Elle est très simple. Quelle que soit la région envisagée, on n'y trouve qu'une seule espèce de cellule lymphoïde, avec des formes dégénératives ou évolutives, ressemblant au grand mononucléaire des Vertébrés. Ces cellules sont fréquemment en karyokinèse. Elles ne semblent jouer aucun rôle dans la formation des globules rouges.

Quant à la signification morphologique de ce réseau hémo-lymphatique intra-intestinal, nous pensons qu'il s'agit bien là d'une rate interstitielle, diffuse dans la paroi intestinale. Ce serait chez *Myxine glutinosa* la forme la plus simple et la disposition la plus primitive que l'on connaisse de cet organe si compliqué chez les Vertébrés supérieurs. Les Myxines nous offrent le type idéal de la rate schématique : du tissu lymphoïde, autour des capillaires veineux, appartenant au système porte.

MÉDECINE. — *Traitement de la contracture par l'excitation électrique des muscles non contracturés dans les lésions du faisceau pyramidal et dans la contracture secondaire à la paralysie faciale périphérique. Évolution de la chronaxie au cours du traitement.* Note ([1]) de M. **Georges Bourguignon**, présentée par M. d'Arsonval.

I. Dans une précédente Note ([2]) j'ai montré que, en règle générale, dans la contracture causée par les lésions du faisceau pyramidal, la chro-

([1]) Séance du 20 mars 1922.

([2]) G. Bourguignon, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 773.

naxie diminue au point moteur des muscles contracturés, et augmente dans leurs antagonistes non contracturés.

Cette constatation m'a suggéré l'idée de reprendre le traitement de la contracture proposé par Duchenne de Boulogne et d'en contrôler les effets par l'étude de la chronaxie.

Duchenne de Boulogne avait proposé de traiter la contracture des hémiplégiques et des paraplégiques par la faradisation des antagonistes non contracturés. Après lui, ce traitement fut tour à tour employé et rejeté. Actuellement, la plupart des cliniciens déconseillent l'emploi de tout traitement électrique chez les hémiplégiques et les paraplégiques, dans la crainte de provoquer ou d'augmenter la contracture. M'appuyant sur la connaissance que j'avais acquise de la chronaxie chez ces malades, j'ai essayé de traiter les muscles non contracturés à chronaxie normale ou augmentée, dans l'espoir d'augmenter la tonicité des muscles non contracturés et de diminuer ainsi, indirectement, l'hypertonicité des muscles contracturés. L'expérience a confirmé ces prévisions. J'ai choisi quelques hémiplégiques et quelques paraplégiques présentant un écart notablement plus grand que normalement entre la chronaxie des extenseurs et des fléchisseurs et j'ai fait des excitations à l'aide de chocs faradiques espacés au rythme d'environ 80 excitations à la minute, sur les muscles à chronaxie augmentée. Les excitations sont faibles, donnant une contraction à peine supérieure au seuil. Dans chaque séance, chaque muscle traité est excité 15 à 20 fois. Les séances ne se répètent que 2 à 3 fois par semaine, avec repos de traitement au bout de 12 séances. Je veille avec soin à ne provoquer aucune excitation par diffusion dans les muscles contracturés.

Grâce à ce traitement, j'ai obtenu, comme Duchenne de Boulogne, l'amélioration de la contracture. Ainsi, en quelques séances, un hémiplégique contracturé en flexion au membre supérieur peut ouvrir complètement la main; dans un cas de maladie de Little, avec contracture du triceps sural produisant un pied équin, l'excitation des extenseurs des orteils et du jambier antérieur a relâché la contracture du triceps au point que la malade pouvait, au bout d'une dizaine de séances, appuyer le talon sur le sol.

En même temps, j'ai constaté, chez les malades améliorés, que l'excitation électrique fait diminuer la chronaxie des muscles antagonistes excités, alors que la chronaxie des muscles contracturés augmente : *l'équilibre normal entre la chronaxie des fléchisseurs et des extenseurs tend à se rétablir.*

II. Ces résultats me conduisirent à étudier une contracture d'origine

très différente, celle qui succède si souvent à la paralysie faciale périphérique.

Dans ce cas, la chronaxie reste élevée dans les muscles contracturés, parce que la contracture succède à la dégénérescence. Ce qu'on peut dire, c'est qu'on ne trouve jamais de chronaxies très grandes dans les contractures secondaires à la paralysie faciale.

Dans les muscles du côté sain, on trouve la chronaxie augmentée de 2 à 5 fois la valeur normale : *les muscles symétriques du côté sain se comportent donc comme les muscles antagonistes des muscles contracturés chez les hémiplégiques*. Cette constatation m'a donné l'idée de traiter la contracture secondaire à la paralysie faciale par l'excitation des muscles sains. Chez la totalité des malades ainsi traités, actuellement au nombre de 5, la contracture s'est améliorée au point que, pratiquement, les malades n'en éprouvent presque plus aucune gêne.

J'ai appliqué à ces cas exactement le même traitement qu'aux hémiplégiques et aux paraplégiques. Dans le traitement électrique de la contracture, quelle qu'en soit la cause, il faut se garder de faire la moindre excitation sur les muscles contracturés ou à chronaxie diminuée : le traitement échouerait et l'on risquerait d'aggraver la contracture.

Après le traitement de la contracture secondaire à la paralysie faciale périphérique, la chronaxie est revenue à sa valeur normale du côté sain, et se rapproche de la normale du côté malade.

Les résultats fonctionnels sont meilleurs dans la contracture secondaire à la paralysie faciale périphérique que dans la contracture causée par les lésions du faisceau pyramidal. C'est que, dans le cas de la paralysie faciale périphérique guérie avec contracture, la contracture constitue toute la maladie, tandis que chez les hémiplégiques et les paraplégiques, la diminution de la contracture laisse subsister la lésion du faisceau pyramidal.

De ces faits on peut donc conclure :

1° L'excitation électrique, bien localisée, des muscles *non contracturés, à chronaxie normale ou augmentée*, constitue un excellent traitement de la contracture d'origine centrale des lésions du faisceau pyramidal, comme l'avait vu Duchenne de Boulogne.

2° C'est le traitement de choix, sinon le seul efficace, de la contracture secondaire à la paralysie faciale périphérique.

3° Les résultats de ces traitements s'accusent non seulement cliniquement, mais aussi par la tendance au retour à l'équilibre normal des chronaxies.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Action préventive et curative dans la syphilis du dérivé acétylé de l'acide oxyaminophénylarsinique (sel de soude).* Note [1] de MM. **C. Levaditi** et **A. Navarro Martin**, présentée par M. Roux.

Dans une Note récente [2], un de nous a insisté sur l'utilité d'une prophylaxie de la syphilis par simple ingestion d'un médicament spirillicide efficace, plus pratique que les applications locales de pommades ou les injections préventives. Les essais réalisés au moyen de sels solubles de bismuth (lactate), administrés préventivement par la bouche, ayant fourni des résultats peu satisfaisants, nous nous sommes adressés aux arsenicaux. Parmi ceux-ci, le *dérivé acétylé de l'acide oxyaminophénylarsinique* (sel de soude) [3] (désigné 190), nous a paru le plus indiqué. Ce sel est, en effet, stable, facilement maniable, très soluble, riche en arsenic [4] et relativement peu toxique [5]. Son efficacité thérapeutique en injection sous-cutanée, dans la syphilis expérimentale du lapin, est incontestable, ainsi que nous l'avons montré antérieurement [6].

Nous avons entrepris des expériences de prophylaxie et de traitement par *la voie digestive* au moyen de ce composé. Les essais préventifs expérimentaux sont en cours; ils ont déjà abouti à des résultats favorables. Dans cette Note, nous résumons les *effets thérapeutiques sur l'animal et les quelques tentatives préliminaires faites sur l'homme.*

Dispositif expérimental. — Des lapins porteurs de lésions syphilitiques riches en tréponèmes, sont mis à jeûn pendant 24 heures, puis on leur administre, par voie stomacale, 10^{cm^3} à 20^{cm^3} de la solution de 190 à 10 pour 100. Examen de l'évolution de la lésion et recherche des spirochètes.

Expérience 1. — *Lapin* 8-E, $P = 2750^g$, porteur de lésions préputiales riches en *tréponèmes neurotropes*, reçoit, *per os*, 2^g de 190. Les tréponèmes disparaissent le

---

(1) Séance du 22 mars 1922.

(2) Sazerac et Levaditi, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 128.

(3) Fourneau, *Annales de l'Institut Pasteur*, t. 35, 1921, p. 571.

(4) 30,3 pour 100 d'*arsenic*.

(5) La dose toxique pour le lapin, en injection sous-cutanée, est de $0^g,5$ par kilogramme.

(6) Levaditi et Navarro, *Annales de l'Institut Pasteur*, t. 36, 1922, p. 46.

deuxième jour: nouvelle ingestion de 2g du même produit. *Les lésions guérissent le quatrième jour* et les spirochètes disparaissent définitivement. *Dose totale* = 4g, *soit* 1g,5 *par kilogramme.*

EXPÉRIENCE 2. — *Lapin* 55-B-*f*, P = 3080g, porteur de deux nodules scrotaux (diamètre 1cm,4 et 1cm,6) et d'un petit chancre riche en *tréponèmes dermotropes* (Virus Fournier-Schwartz).

On administre, par la bouche, 2g de 190. *Les tréponèmes disparaissent dès le premier jour.* Les nodules diminuent progressivement. Guérison complète et définitive le huitième jour. *Dose totale* : 2g, *soit* 0g,66 *par kilogramme.*

EXPÉRIENCE 3. — *Lapin* 45-O, P = 3150g, porteur de lésions intenses préputiales et anales, riches en *Spirochæta cuniculi*, reçoit 1g de 190 *per os*. Disparition des spirochètes le deuxième jour et guérison de la lésion le troisième jour. Absence de récidive, aucune perte de poids. *Dose totale* : 1g, *soit* 0g,30 *par kilogramme.*

Plusieurs autres expériences analogues faites avec des doses inférieures (0g,15 par kilogramme) ont fourni des résultats identiques.

EXPÉRIENCE 4. — *Macaccus cynomolgus* n° 00, est infecté par scarification des arcades sourcilières, avec du virus d'origine humaine. 12 jours après, lésions locales papulo-érosives renfermant des tréponèmes. 9 jours après le début de ces lésions, alors que celles-ci contenaient de nombreux tréponèmes, ingestion de 1g,50 de 190. Les lésions se détergent le troisième jour; nouvelle ingestion de 1g de 190. Disparition des spirochètes le troisième jour, et guérison définitive le sixième jour.

Ces expériences montrent que le 190, *administré par voie buccale, provoque la guérison rapide et définitive des lésions syphilitiques, tant chez le lapin que chez le singe* (*même action sur le Spirochæta cuniculi*). Les tréponèmes disparaissent dès le deuxième ou le troisième jour, et il n'y a pas de récidive.

Le médicament est toxique *per os*, à la dose de 0g,66 par kilogramme; les animaux succombent tardivement (de 19 à 24 jours après l'ingestion). Il est, au contraire, bien toléré quand cette dose ne dépasse pas 0g,30 ou 0g,40 par kilogramme. La dose thérapeutique par voie digestive, difficile à établir d'une manière précise, se rapproche de celle qui a été trouvée par voie sous-cutanée. Ce fait, ainsi que l'étude de l'élimination de l'arsenic par l'urine chez l'homme et chez l'animal (M. et Mme Trefouël) montrent que le 190 s'absorbe rapidement et en quantité notable par la muqueuse digestive.

Action thérapeutique chez l'homme. — Nous avons traité par cette méthode deux sujets (A et B) porteurs de gros chancres multiples du fourreau, riches en tréponèmes. La dose totale absorbée *per os* a été de 16g chez A et de 14g chez B, à raison de 1g à 2g par jour, pris à jeun. Aucun trouble n'a été observé au cours du traitement, hormis une élévation passagère de la

température, dont la vraie raison nous échappe. Les tréponèmes ont disparu définitivement après le premier gramme chez A, après le septième gramme chez B, et les chancres se sont cicatrisés rapidement. Chez A, quelques taches ayant l'aspect de macules roséoliques sont apparues 12 jours après le début du traitement; elles ont disparu peu après.

MM. L. Fournier, L. Guénot et A. Schwarz ont entrepris parallèlement des essais thérapeutiques d'après la méthode sus-indiquée, sur des malades, aux diverses périodes de la syphilis. Les résultats obtenus sont conformes aux précédents.

Action préventive chez l'homme. — A la suite de ces données expérimentales et cliniques, X, âgé de 25 ans, s'est offert à être scarifié aux deux bras avec du virus syphilitique dermotrope, le 3 février 1922 (infection massive). Le même virus a servi à inoculer, aux arcades sourcilières, le *Macaccus cynomolgus* n° 13. X reçoit, 2 heures et demie et 16 heures après la scarification, 2g de 190 par la bouche (en tout 4g).

Le macaque montre des lésions papuleuses le dixième jour, lésions qui augmentent progressivement dans la suite. X n'a présenté aucun accident local pendant 47 jours d'observation. La réaction de Bordet-Wassermann est restée continuellement négative. Ces recherches ont été faites en collaboration avec M. A. Marie (1).

Conclusions. — *Le dérivé acétylé de l'acide oxyaminophénylarsinique* (sel de soude) *est un médicament qui, administré par la bouche, prévient la syphilis et provoque la cicatrisation rapide des manifestations syphilitiques, tant chez l'animal que chez l'homme;* mais il est encore trop tôt pour savoir si ce mode de traitement amène une guérison définitive de la maladie.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

---

(1) D'après les constatations de M. Navarro, le 190, administré par la bouche, agit favorablement dans les trypanosomiases expérimentales (Nagana de la souris et du cobaye).

ERRATA.

(Séance du 12 décembre 1921.)

Allocution de M. *Georges Lemoine* :

Page 1219, ligne 11, *au lieu de* Geguin, *lire* Seguin.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 AVRIL 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce le décès, survenu le 27 mars, de M. **Ph.-A. Guye**, Correspondant de l'Académie, pour la Section de Chimie, professeur à l'Université de Genève.

M. **A. Haller** donne lecture de la Notice suivante :

Physico-chimiste éminent, M. **Ph.-A. Guye**, professeur à l'Université de Genève, était, quoique jeune encore, un des plus anciens Correspondants de la Section de Chimie. Son œuvre, aussi étendue qu'originale, se distingue par un souci constant de la rigueur et de la précision.

Pénétré, dès ses débuts dans la science, que des mesures n'ont de réelle valeur que si l'on s'adresse à des corps purs et chimiquement définis, M. Ph.-A. Guye a consacré plusieurs années à des recherches qui lui ont permis de se familiariser avec toutes les méthodes en usage dans la synthèse minérale et organique, ainsi que dans l'analyse.

Bien armé au point de vue de la technique expérimentale, et après avoir passé son doctorat à l'Université de Genève, M. Ph.-A. Guye vint à la Sorbonne dans le laboratoire de Ch. Friedel où une orientation nouvelle fut donnée à ses travaux.

C'est à Paris qu'il commença ses importantes recherches sur la dissymétrie moléculaire, recherches qui font en quelque sorte suite à celles, classiques, de Pasteur, Le Bel, Van't Hoff, etc. Elles ont eu une répercussion considérable dans le domaine de l'asymétrie et lui ont valu le prix Vaillant de l'Académie des Sciences. Joint à un Mémoire sur « le coefficient critique et la détermination du poids moléculaire au point critique »,

ce travail a fait l'objet de sa thèse en Sorbonne. Retournant à Genève comme professeur de Chimie théorique et technique à l'Université, M. Ph.-A. Guye y continua ses recherches, forma des élèves et devint, au bout de peu d'années, un véritable chef d'École.

Indépendamment d'études d'ordre purement scientifique qu'à aucun moment il ne consentit à perdre de vue, le savant Professeur aborda des travaux relatifs à l'électrochimie et en rapport avec le développement des industries électrotechniques de son pays. Les uns concernent l'électrolyse des chlorures alcalins, et les autres la production de l'acide azotique synthétique. Ces derniers ont été, au début, effectués avec MM. Naville et Ch.-A. Guye et poursuivis plus tard par l'auteur seul. Cette contribution importante, apportée à la solution d'un des problèmes les plus captivants de synthèse industrielle, a été récompensée par l'attribution aux auteurs suisses de la médaille d'or de notre Société d'encouragement pour l'Industrie nationale.

Les vingt dernières années de l'activité scientifique de l'illustre chercheur ont été consacrées au contrôle des poids atomiques. Il est difficile de résumer des travaux de ce genre, parce que leur intérêt réside principalement dans le soin apporté à la purification des produits à étudier, et à l'exécution de tous les détails des opérations, ainsi que dans la critique judicieuse des expériences. D'après Sir E. Thorpe, dont la compétence en ces matières est bien connue, « les méthodes physico-chimiques, adoptées à Genève pour contrôler les poids atomiques par la densité des gaz corrigée de l'écart à la loi d'Avogadro, réalisent, au point de vue de la précision, un progrès aussi important par rapport aux méthodes de Stas que celui accompli par ces dernières méthodes comparées aux observations anciennes ».

L'action de M. Ph.-A. Guye ne s'est pas bornée à celle du chercheur original et ingénieux dans le domaine qui lui était dévolu. Désireux de doter les pays de langue française d'un organe spécial où seraient publiés les travaux se rattachant à sa science de prédilection, il fonda, dès 1903, le *Journal de Chimie physique*, qu'il alimenta en grande partie par des Mémoires sur des recherches exécutées dans son propre laboratoire. Malgré les difficultés de toute nature qu'il a dû surmonter, malgré une santé précaire due à un surmenage intensif, notre regretté confrère a tenu à assurer l'existence de cette précieuse publication jusqu'à sa mort.

C'est dans le même ordre d'idées que, pour affranchir les chimistes suisses de l'obligation de recourir aux périodiques allemands, il a, de concert avec un certain nombre de ses collègues, créé, en pleine guerre, les *Helvetica acta*

chimica destinées à recueillir tous les travaux de chimie effectués dans les laboratoires disséminés sur tout le territoire de la République. Très attaché à la France et par le cœur et par l'esprit, M. Ph.-A. Guye, tout en étant un patriote éprouvé, n'a cessé de préconiser et de défendre la culture et les méthodes françaises, afin de dégager ses compatriotes de l'emprise allemande. Il a mis dans cette tâche délicate une ardeur patriotique, un tact et une continuité tels que ses avis étaient très écoutés, non seulement du corps enseignant helvétique, mais encore des pouvoirs publics auprès desquels son influence devenait sans cesse grandissante. Véritable animateur et entraîneur, il a fait école et formé de nombreux disciples avec l'espoir que, peu à peu, les chaires de haut enseignement pussent être confiées en majeure partie à ses nationaux, et certaines d'entre elles à des savants de formation latine.

J'ajouterai enfin, qu'aussitôt la guerre déclarée, il a mis généreusement et sans bruit sa science et sa grande pratique au service de notre pays et des alliés. Nombreux et variés sont les conseils d'ordre technique qu'il a bien voulu nous donner, de façon à hâter et à améliorer nos fabrications de guerre.

La mort prématurée de notre confrère met non seulement en deuil sa famille, ses amis et son pays, mais elle constitue aussi une perte irréparable pour la science chimique et pour notre propre pays.

LITHOLOGIE. — *Sur une syénite à corindon et sillimanite formée par endomorphisme du granite.* Note de M. **A. Lacroix.**

Madagascar fournit annuellement à l'industrie des abrasifs plusieurs centaines de tonnes de gros cristaux de corindon dont j'ai déterminé sur place les conditions de gisement [1] dans des micaschistes au contact du granite.

Dans un seul gisement, sur la rive gauche du ruisseau Antavy, près du toby d'Anjomakely, au sud-est d'Antsirabe, j'ai observé l'injection de ces micaschistes par des apophyses granitiques. Ces micaschistes présentent alors le phénomène classique de la feldspathisation, mais avec une particularité spéciale; ils renferment en abondance du microcline, mais pas de quartz. La feldspathisation est très apparente, même à l'œil nu, parce que

(1) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 797.

les cristaux de corindon, au voisinage immédiat du granite, sont cerclés d'une petite zone blanche feldspathique dépourvue de mica, qui manque loin du contact.

Ces micaschistes injectés prennent un aspect gneissique, puis leur texture schisteuse disparaît et l'on passe ainsi progressivement à une roche presque exclusivement feldspathique, au milieu de laquelle sont distribuées des fibres de sillimanite et de gros isoscéloèdres de corindon. J'ai montré comment cette dernière roche, dépourvue de quartz, n'est autre chose que le résultat de la transformation du magma granitique dont toute la silice libre a été saturée par l'alumine non combinée du sédiment pour donner naissance à la sillimanite, alors que l'excès d'alumine a cristallisé sous forme de corindon; malheureusement les échantillons que j'ai recueillis étaient tellement altérés (transformation partielle du feldspath en argile latéritique), qu'il ne m'avait pas été possible de faire l'étude chimique de cette roche endomorphe d'un type si nouveau.

Depuis mon expédition de Madagascar, deux autres gisements ont été découverts dont MM. Michaut, Chulliat et Perrier de la Bâthie m'ont fourni de nombreux échantillons. L'un de ces gisements se trouve à 10^{km} au sud-sud-ouest d'Ambodilaza (6^{km} ouest-sud-ouest de Tamatave), l'autre, au milieu de la région forestière au sud de Beforona, dans un ravin de la Sahamaloto, affluent de l'Iaroka; dans ces deux points, la coupe n'est pas aussi nette qu'à Anjomakely, on peut constater seulement que la syénite à corindon est intercalée au milieu de roches schisteuses très latéritisées, mais l'identité des conditions de formation n'est pas douteuse; on y trouve, en effet, d'une part des types à facies gneissique, riches en biotite, et d'une autre, des échantillons pauvres en mica ou dépourvus de mica. Lorsque celui-ci existe, les cristaux de corindon sont encore séparés de lui par une zone exclusivement feldspathique.

Je prendrai, comme exemple, le gisement de la Sahamaloto, sur lequel je suis le mieux documenté. La roche, en place, a été observée en un point appelé Ambatofotsy. La caractéristique de ce nouveau gisement, aussi bien que de celui d'Ambodiliza, réside en ce que le corindon, au lieu d'être gris et opaque, comme à Anjomakely, est rouge (rubis) et parfois translucide; la proportion de corindon y est souvent considérable, et je possède des séries d'échantillons établissant des passages entre des roches ne renfermant que 4 ou 5 pour 100 de ce minéral, et d'autres qui en sont presque exclusivement formées. Les types les plus riches en corindon sont à grain fin, et ils ont l'apparence d'une aplite dont le grenat serait remplacé par du corindon, au

milieu duquel se distinguent des cristaux plus gros du même minéral, avec souvent quelques petits cristaux de disthène, tranchant par leur belle couleur sur le fond rouge et blanc des autres éléments.

L'examen microscopique montre, comme à Anjomakely, l'extrême abondance de la sillimanite. Celle-ci devient localement prédominante, et l'on passe ainsi progressivement à des roches singulières ne renfermant que peu ou pas de corindon, roches micacées ou non, essentiellement constituées par des baguettes de sillimanite, à clivage nacré, longues de plusieurs centimètres, au milieu desquelles se voient, çà et là, de gros cristaux noirs de spinelle, ou bien des nodules uniquement formés par du corindon rose, finement grenu, et qui, sous un volume réduit, sont identiques à une roche qui va être décrite plus loin.

Toutes ces roches sont parfois traversées par des veinules de damourite, soit en larges lames, soit en masses verdâtres, crypto-cristallines. L'examen microscopique montre que, dans les deux cas, ce mica résulte de l'épigénie de tous les minéraux précités : corindon, sillimanite, microcline. On sait que Genth a signalé jadis des pseudomorphoses de corindon de ce genre et que la damourite du gisement originel de Pontivy accompagne le disthène, aux dépens duquel elle s'est certainement formée.

L'analyse suivante (M. Raoult) donne la composition d'un échantillon de cette syénite endomorphe que j'ai choisi aussi pauvre que possible en corindon :

SiO^2	47,10
Al^2O^3	40,60
Fe^2O^3	0,76
FeO	1,61
MgO	0,38
CaO	0,46
Na^2O	1,60
K^2O	5,32
TiO^2	1,03
H^2O (+)	0,92
» (—)	0,22
	100,00

Cette composition, conduisant aux paramètres 1.5.1(2).2, caractérise un type lithologique inconnu jusqu'ici; la composition minéralogique calculée [47,3 pour 100 de feldspaths (microcline 31,1 pour 100, albite 13,5 pour 100, anorthite 2,5 pour 100), 42,4 pour 100 de sillimanite et 4,0 pour 100 de corindon] correspond assez bien avec la composition réelle.

Les contacts qui viennent d'être décrits ont un grand intérêt théorique en ce qu'ils fournissent un exemple incontestable de transformation endomorphe du magma granitique par assimilation d'un sédiment. La composition chimique de celui-ci (richesse en alumine) et aussi le caractère minéralogique exceptionnel de la roche résultante en rendent facile l'interprétation.

La caractéristique des cristaux de corindon provenant de ces syénites et qui les distingue de ceux formés dans les micaschistes consiste en ce que, tandis que ces derniers, toujours opaques, sont encroûtés de biotite et possèdent par suite des faces rugueuses, ceux dont il s'agit ici, au contraire, ont des faces planes, souvent brillantes, et sont fréquemment translucides. L'existence de semblables cristaux dans un assez grand nombre de rivières de l'île me fait penser que des recherches ultérieures feront découvrir beaucoup de contacts du genre de ceux qui sont étudiés (¹) ici, mais leur forme prête à une autre remarque.

A la suite des expériences synthétiques par fusion ignée de M. Morozewicz, on a admis assez généralement que le grand aplatissement des cristaux de corindon était la caractéristique différentielle de l'alumine cristallisée dans un magma fondu ; les cristaux d'Ambodilaza et d'Ambatofotsy montrent qu'une telle conclusion ne doit pas être généralisée ; dans ces gisements, en effet, et dans celui d'Anjomakely, on rencontre toutes les formes connues de développement cristallographique du corindon et elles ont été formées sous l'influence de conditions identiques. A Anjomakely, ce sont des isoscéloèdres très aigus, dépourvus de base; ils se rencontrent aussi bien dans le micaschiste dépourvu de feldspath, et dans le micaschite très feldspathisé, que dans la syénite dépourvue de mica. Dans les deux autres gisements, pour ces diverses conditions, la forme dominante consiste en tables hexagonales, aplaties suivant a^1, limitées par le prisme d^1, avec de petites facettes p. Dans les portions à structure pegmatique, dépourvues de biotite, les cristaux sont quelquefois allongés suivant l'axe vertical, avec une large base accompagnant un isoscéloèdre aigu (²). Il est donc bien évident que ce ne sont pas les conditions physiques de la cristallisation qui ont influé sur la forme des cristaux; il faut plus probablement faire

(¹) Ce sont eux qui ont certainement fourni les *rubis* transparents recueillis dans quelques-unes de ces rivières; ceux-ci proviennent donc d'un autre type de gisement que les gemmes de Birmanie et de Siam qui se trouvent dans des calcaires cristallins.

(²) A Ambodilaza cette forme est réalisée aussi dans une pegmatite un peu quartzifère renfermant de la muscovite et des trapézoèdres de grenat almandin.

intervenir, comme dans les expériences de M. P. Gaubert ([1]), l'action de très petites quantités de matières étrangères, qui se manifestent par des différences de coloration; en effet, les cristaux aplatis sont toujours rouges, les cristaux allongés et basés rosés avec taches bleuâtres, les isoscéloèdres aigus, gris et opaques.

Il me reste à décrire une roche qui jusqu'ici n'a été recueillie que sous la forme de blocs roulés pesant jusqu'à plusieurs centaines de kilogrammes, soit dans la Sahamaloto ([2]), soit dans d'autres rivières de l'île. Cette roche que j'appelle *corindonite* est uniquement constituée par du corindon, rose ou gris, très finement grenu ([3]), avec, de loin en loin, une très petite quantité de spinelle d'un noir foncé, de tourmaline et de muscovite. Comme cette corindonite, extrêmement dure et tenace, est accompagnée de blocs de la roche à sillimanite décrite plus haut qui en renferme parfois des nodules, il est fort vraisemblable qu'elle provient d'un gisement analogue, mais la démonstration directe de cette hypothèse n'a pu être faite.

A Antohidrano, sur la Sahanangary, affluent de droite de l'Ivoloina, au nord de Tamatave, un autre type de corindonite ([4]) a été recueilli sous forme de blocs non en place; il est à gros grain, constitué par du corindon gris perle dont les cristaux enchevêtrés, présentant des plans de séparation suivant p, ont en moyenne 3^{mm} à 4^{mm} de diamètre. On y distingue aussi quelques plages de muscovite et de biotite chloritisée, avec de petites taches blanches terreuses, représentant probablement la place de feldspaths disparus.

Enfin, pour compléter ce qui concerne l'histoire du corindon à Madagascar ([5]), je signalerai dans le voisinage du dernier des gisements qui viennent d'être cités, l'existence d'une roche à très grands éléments, essentiellement formée par des lames de clinochlore, de gros grains de

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 147, 1908, p. 1483.

([2]) Il a été exploité environ 3000 tonnes dans cette rivière.

([3]) Une corindonite très analogue est connue dans l'Inde, dans la province de Rewah, où elle forme un banc épais, intercalé entre un gneiss et une amphibolite.

([4]) Cette corindonite n'est donc pas comparable à l'*émeri*, dans lequel la teneur en corindon atteint rarement plus de 80 pour 100 et reste généralement très au-dessous de cette valeur.

([5]) Les tufs basaltiques renferment fréquemment (Ankaratra, Massif d'Ambre, etc.) des cristaux de corindons arrachés en profondeur à des roches anciennes; ils sont d'un bleu foncé (saphir) et par suite de couleur fort différente des cristaux étudiés dans cette Note; je ne connais pas la nature exacte de leur gisement originel.

spinelle hercynite, avec accessoirement du corindon gris bleuâtre; cette roche me semble fort différente de l'origine de celle des roches qui font l'objet de cette Note; elle offre au contraire une très grande ressemblance avec celle d'une roche qui constitue des filons ou des ségrégations dans les péridotites de quelques gisements de la Caroline du Nord que j'ai eu l'occasion de visiter autrefois. Malheureusement, je n'ai aucune précision sur les conditions de gisement des échantillons qu'il m'a été possible d'étudier.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la détermination du diamètre des étoiles par la méthode interférentielle.* Note [1] de M. **Maurice Hamy.**

Dans une Communication antérieure [2], j'ai indiqué la marche générale à suivre, pour déterminer le diamètre ε d'un petit astre, par la méthode interférentielle, lorsque l'éclat de sa surface diminue, du centre au bord, par suite de l'absorption d'une atmosphère symétrique. Cette méthode est fondée sur l'observation des franges d'Young, visibles au foyer d'une lunette dirigée vers l'astre, lorsque l'objectif est recouvert d'un écran, dans lequel sont pratiquées deux fentes égales et parallèles, disposées à la distance l. Les franges, bien visibles lorsque l est suffisamment petit, diminuent de netteté, lorsque l croît, et disparaissent au moment où cette distance acquiert une valeur convenable, en relation avec le diamètre ε. C'est cette propriété qui sert de point de départ pour évaluer ε d'après les observations.

Je me propose, dans la présente Note, d'indiquer les opérations à exécuter, pour déterminer ε, en supposant que l'éclat, le long d'un rayon du disque de l'astre, puisse s'exprimer par la formule

$$E = A_0 + A_1\sqrt{1-\rho^2} + A_2(1-\rho^2) + A_3(1-\rho^2)^{\frac{3}{2}} + A_4(1-\rho^2)^2$$

qui s'applique exactement au Soleil, comme je l'ai montré antérieurement, ρ désignant le rapport, au demi-diamètre de l'astre, de la distance angulaire d'un point du disque au centre, et A_0, A_1, ... des constantes.

Appelons λ la longueur d'onde des radiations qui pénètrent dans l'œil de

(1) Séance du 27 mars 1921.

(2) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 342.

l'observateur, et posons

$$m = \pi \frac{l\varepsilon}{\lambda},$$

$$U_0 = \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n \frac{m^{2n}}{(1.2\ldots n)^2} \times \frac{1}{n+1} \qquad = \frac{4}{\pi}\int_0^1 \sqrt{1-u^2}\cos 2mu\,du,$$

$$U_1 = \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n \frac{m^{2n}}{(1.2\ldots n)^2} \times \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{8}{3\pi}\int_0^1 (1-u^2)^{\frac{3}{2}}\cos 2mu\,du,$$

$$B = \frac{A_0}{2} + \frac{A_1}{3} + \frac{A_2}{4} + \frac{A_3}{5} + \frac{A_4}{6},$$

$$\begin{aligned} C = {} & A_0 \frac{U_0}{2} \\ & + A_1 \frac{1}{4m^2}\left(\frac{\sin 2m}{2m} - \cos 2m\right) \\ & + A_2 \frac{U_1}{2} \\ & + A_3 \frac{9}{4m^2}\left[\frac{1}{4m^2}\left(\frac{\sin 2m}{2m} - \cos 2m\right) - \frac{1}{3}\frac{\sin 2m}{2m}\right] \\ & + A_4 \frac{1}{m^2}(2U_1 - U_0). \end{aligned}$$

On démontre que les maxima d'intensité des franges sont proportionnels à $B + C$ et les minima à $B - C$, ou inversement suivant les valeurs de l. Le Tableau ci-dessous fournit les coefficients de A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, figurant dans l'expression de C, en fonction de m :

Coefficients figurant dans l'expression de C.

	Coefficients				
m.	de A_0.	de A_1.	de A_2.	de A_3.	de A_4.
0,0	+0,5000	+0,3333	+0,2500	+0,2000	+0,1667
0,1	4975	3320	2492	1994	1663
0,2	4901	3280	2467	1977	1650
0,3	4779	3215	2426	1949	1630
0,4	4611	3125	2369	1910	1601
0,5	4401	3012	2298	1861	1565
0,6	4153	2877	2213	1802	1522
0,7	3871	2724	2116	1735	1472
0,8	3562	2554	2008	1659	1417
0,9	3231	2371	1890	1577	1355
1,0	2884	2177	1764	1489	1290
1,1	2527	1975	1632	1395	1220
1,2	2168	1769	1496	1298	1147

m.	Coefficients de A_0.	de A_1.	de A_2.	de A_3.	de A_4.
1,3.........	1811	1561	1308	1198	1071
1,4.........	1464	1354	1219	1097	0993
1,5.........	1131	1152	1080	0996	0916
1,6.........	0817	0957	0944	0895	0838
1,7.........	0527	,0771	0813	0796	0760
1,8.........	0265	0597	0686	0699	0684
1,9.........	+0,0034	0436	0567	0606	0610
2,0.........	−0,0165	0290	0455	0518	0538
2,1.........	0330	0160	0352	0435	0469
2,2.........	0461	+0,0047	0258	0357	0404
2,3.........	0558	−0,0049	0174	0285	0343
2,4.........	0622	0128	0101	0220	0286
2,5.........	0655	0190	+0,0037	0162	0233
2,6.........	0660	0236	−0,0016	0110	0186
2,7.........	0640	0267	0059	0065	0143
2,8.........	0597	0283	0094	+0,0027	0105
2,9.........	0537	0287	0119	−0,0005	0071
3,0.........	0461	0280	0135	0031	0043
3,1.........	0376	0263	0144	0051	+0,0018
3,2.........	0284	0238	0147	0066	−0,0002
3,3.........	0190	0207	0143	0075	0018
3,4.........	0096	0172	0135	0081	0030
3,5.........	−0,0007	0135	0123	0082	0039
3,6.........	+0,0076	0096	0109	0080	0045
3,7.........	0148	0058	0091	0076	0048
3,8.........	0210	−0,0021	0073	0069	0049
3,9.........	0258	+0,0012	0054	0061	0048
4,0.........	+0,0294	+0,0042	−0,0035	−0,0052	−0,0046

Désignons par l_0 la distance des fentes correspondant à l'évanouissement des franges. Le rapport K de l'intensité des maxima à celle des minima a alors pour valeur l'unité. Appelons μ la valeur correspondante de m. Soit l_i une autre valeur de la distance des fentes, supposée inférieure à l, α_i le rapport connu $\frac{l_i}{l}$, $m_i = \alpha_i\mu$ le rapport $\frac{\pi l_i \varepsilon}{\lambda}$ et K_i la valeur observée du rapport K, lorsque les fentes sont placées à la distance l_i. Supposons que l'on possède quatre valeurs de K_i correspondant à quatre valeurs distinctes de l_i. On a

$2C = 0$.............................. Pour $l = l_0$ et $m = \mu$.
$(B+C)_1 - K_1(B-C)_1 = 0$............ Pour $l = l_1$ et $m = \alpha_1\mu$.
$(B+C)_2 - K_2(B-C)_2 = 0$............ Pour $l = l_2$ et $m = \alpha_2\mu$.
$(B+C)_3 - K_3(B-C)_3 = 0$............ Pour $l = l_3$ et $m = \alpha_3\mu$.
$(B+C)_4 - K_4(B-C)_4 = 0$............ Pour $l = l_4$ et $m = \alpha_4\mu$.

Ces équations linéaires et homogènes, par rapport aux A, déterminent μ, $\frac{A_1}{A_0}$, $\frac{A_2}{A_0}$, $\frac{A_3}{A_0}$, $\frac{A_4}{A_0}$. Pour les utiliser, il convient d'en prendre quatre quelconques, d'y remplacer μ successivement par quelques valeurs de m, inscrites dans le Tableau numérique ci-dessus, et de résoudre chacun des systèmes ainsi obtenus par rapport à $\frac{A_1}{A_0}$, $\frac{A_2}{A_0}$, ..., $\frac{A_4}{A_0}$. On porte ensuite chacune des valeurs de μ considérées et les valeurs correspondantes de $\frac{A_1}{A_0}$, ..., $\frac{A_4}{A_0}$, dans le premier membre de la cinquième équation. On obtient ainsi autant de résidus de substitution que de valeurs de μ essayées. La valeur de μ qui répond à la question se trouve en cherchant, par interpolation entre les résidus calculés, celle qu'il faut choisir pour avoir un résidu nul. On en conclut ensuite, également par interpolation des diverses valeurs trouvées pour $\frac{A_1}{A_0}$, la valeur véritable de ce rapport qui correspond à la valeur exacte de μ. On obtient de même $\frac{A_2}{A_0}$, $\frac{A_3}{A_0}$, $\frac{A_4}{A_0}$.

La connaissance de μ et de l_0 fournit le diamètre ε par la relation

$$\mu = \pi \frac{l_0 \varepsilon}{\lambda}.$$

Celle des rapports $\frac{A_1}{A_0}$, ..., $\frac{A_4}{A_0}$ fournit la répartition de la lumière sur le disque de l'astre.

Dans les calculs indiqués ci-dessus, il convient de prendre comme point de départ des substitutions de μ la valeur $\mu = 1,9$ immédiatement inférieure à la valeur $\mu = 1,916$ qui fournit le diamètre, dans le cas où la surface de l'astre est uniformément éclairée, c'est-à-dire lorsque $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0$. On substituera ensuite $\mu = 2,0$, puis $\mu = 2,1$, ..., jusqu'à ce que le résidu de la substitution, dans la cinquième équation, change de signe. On interpolera ensuite comme il a été dit ci-dessus.

Application au Soleil. — En terminant, nous ferons, des formules données plus haut, une application particulière au Soleil, supposé transporté dans les espaces interstellaires. Ici le problème se simplifie, puisque la répartition de la lumière sur le disque est connue. On a vu antérieurement qu'elle correspond aux valeurs suivantes des A,

$$A_0 = 0,257379, \quad A_3 = 0,076874,$$
$$A_1 = 0,941025, \quad A_4 = -0,019945.$$
$$A_2 = -0,255333,$$

Il suffit d'une seule équation pour déterminer ε, par exemple celle qui correspond à l'évanouissement des franges et qui se réduit à

$$C = 0.$$

Cette équation est vérifiée par la valeur

$$\mu = \pi \frac{l_0 \varepsilon}{\lambda} = 2,10.$$

Si, au lieu de tenir compte des variations d'éclat, du centre au bord du disque, on négligeait ces variations, on trouverait un diamètre ε' défini par la relation

$$\frac{\pi l_0 \varepsilon'}{\lambda} = 1,916.$$

On en déduit

$$\varepsilon' = 0,91\,\varepsilon.$$

L'erreur commise, dans l'hypothèse de l'homogénéité, atteint le dixième de la valeur du diamètre exact. Cette erreur serait naturellement plus importante pour les astres possédant une atmosphère fortement absorbante; tel est particulièrement le cas des étoiles géantes.

ANALYSE SPECTRALE. — *Dosage du krypton et du xénon en valeurs absolues par spectrophotométrie.* Note de MM. **Charles Moureu** et **Adolphe Lepape.**

1. La méthode spectrophotométrique de dosage du krypton et du xénon que nous avons fait connaître en 1911 permet de déterminer de minimes quantités de ces gaz très rares (de l'ordre de grandeur de celles qui existent dans l'air et les gaz naturels souterrains), si l'on connaît préalablement leurs proportions dans l'air atmosphérique [1].

Elle repose sur l'emploi de solutions titrées de krypton et de xénon dans l'argon, obtenues en mélangeant à de l'argon pur (rigoureusement privé de krypton et de xénon) des proportions croissantes d'*argon brut* de l'air (mélange des cinq gaz rares extrait de l'air atmosphérique). En traitant par le charbon de noix de coco ($0^g,25$) refroidi à $-23°$ (chlorure de méthyle bouillant) un volume constant (4^{cm^3}) de ces diverses solutions titrées, dans

(1) Ch. Moureu et A. Lepape, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 691; t. 153, 1911, p. 740.

des conditions bien déterminées et exactement renouvelables, on enrichit en krypton et en xénon une fraction constante (absorbée par le charbon) du volume gazeux total mis en œuvre. Ce volume d'argon enrichi en krypton et en xénon ($0^{cm^3},02$ environ) est ensuite dégagé du charbon et accumulé dans un petit tube de Plücker (pression 3^{mm}). On note alors l'intensité de la raie principale du spectre visible du krypton (raie jaune λ 5870,915) ou du xénon (raie bleu indigo λ 4671,225), en utilisant les raies voisines de l'argon (λ 5912,31 et λ 5860,54 pour le krypton, λ 4702,5 pour le xénon), appartenant au *même spectre*, comme repères photométriques. L'examen spectrophotométrique est ainsi effectué à l'aide d'un simple spectroscope à vision directe (modèle Jobin ou Pellin) (¹).

Pour doser le krypton et le xénon dans un mélange gazeux quelconque, il suffira d'en séparer les gaz rares *lourds* (argon + krypton + xénon) (²), puis de préparer une ou plusieurs solutions de ces derniers dans de l'argon pur et de soumettre ces mélanges aux mêmes opérations que les solutions titrées d'argon de l'air (fractionnement par le charbon à — 23° de 4^{cm^3} du gaz et examen spectrophotométrique du résidu gazeux fixé par le charbon).

De l'intensité de la raie principale du krypton ou du xénon on déduira immédiatement quelles sont les solutions titrées respectives d'argon brut de l'air équivalentes aux solutions des gaz lourds employées, et, par suite, quelles proportions de krypton et de xénon renferment ces derniers, si les proportions des deux gaz dans l'air sont supposées connues (³).

2. Cette méthode est compliquée, elle est délicate, puisqu'elle exige,

---

(¹) Pour les détails du mode opératoire, voir Ch. Moureu, *Journ. Chimie-Physique*, t. 11, 1913, p. 108. L'examen spectrophotométrique exige l'absence de tout spectre parasite, et notamment de celui de l'*hydrogène;* il convient donc d'éliminer complètement toute trace des gaz ordinaires du gaz étudié et de purger très soigneusement les électrodes (cuivre) du tube de Plücker.

(²) Les opérations à effectuer sont décrites dans les Mémoires suivants : Ch. Moureu, *Journ. Chimie-Physique*, t. 11, 1913, p. 63; Ch. Moureu et A. Lepape, *Ann. de Chimie*, t. 4, 1915, p. 137; t. 5, 1916, p. 5 et p. 225.

(³) En vue de rendre minima l'erreur inhérente à l'appréciation des intensités lumineuses relatives des lignes spectrales comparées, on s'efforce de réaliser des mélanges gazeux tels que l'on obtienne l'égalité d'intensité entre les raies mesurées et les repères appartenant à l'argon. Du fait que la raie du krypton utilisée est dans la région jaune, tandis que celle du xénon est dans la région bleue du spectre, où la sensibilité de l'œil est moindre, il résulte que la précision du dosage du krypton est nettement supérieure à celle du dosage du xénon. Nous pensons que l'erreur commise dans le dosage du krypton est de l'ordre de 10 pour 100.

dans toutes les expériences, l'exacte répétition de tous les détails de la technique opératoire, et, surtout, elle est tributaire de la connaissance des proportions de krypton et de xénon dans l'air.

La préparation de solutions titrées artificielles de krypton pur et de xénon pur dans l'argon pur nous a permis de nous affranchir de la plupart de ces complications et restrictions, c'est-à-dire de simplifier notre méthode primitive tout en la rendant absolue.

Nous avons d'abord purifié avec tout le soin possible, par fractionnements répétés sur le charbon de noix de coco refroidi, des quantités importantes des trois gaz : argon, krypton et xénon, préalablement privés de toute trace de gaz ordinaire [1], de manière à obtenir finalement environ 2^l d'argon pur; 50^{cm^3} de krypton pur et 25^{cm^3} de xénon pur [2]. Nous avons ensuite constitué des solutions titrées connues d'argon et de krypton et d'argon et de xénon, en ajoutant, à un grand volume d'argon pur, un volume très exactement mesuré, soit de krypton pur, soit de xénon pur. A ces solutions titrées mères correspondent les données suivantes :

	Volumes à 0°-760mm.			
Solution titrée.	Argon pur.	Krypton pur.	Xénon pur.	Titre.
De krypton dans l'argon....	$425^{cm^3},10$	$9^{cm^3},44$	»	$2,17.10^{-2}$
De xénon dans l'argon......	$443^{cm^3},80$	»	$9^{cm^3},30$	$2,09.10^{-2}$

En diluant dans l'argon pur des volumes connus de ces solutions mères, nous avons ensuite obtenu des solutions de titres voisins de 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}.

---

(1) Le krypton et le xénon ont été extraits de l'oxygène liquide industriel par un procédé que l'un de nous publiera prochainement. L'argon brut qui a servi de matière première pour obtenir l'argon pur provenait également de l'air; c'était de l'argon industriel, ne renfermant que très peu d'oxygène et d'azote, et seulement d'infimes traces de néon, de krypton et de xénon.

(2) Nous n'avons pas admis, comme critère de pureté, la simple « pureté spectrale », car, dans les mélanges de gaz rares (et il semble en être de même pour les autres éléments), la sensibilité spectrale d'un composant est d'autant plus faible que son nombre atomique est plus bas. Un échantillon n'a donc été considéré comme pur que lorsqu'il s'est montré rebelle au fractionnement, c'est-à-dire lorsque les portions de gaz libre et de gaz fixé par le charbon refroidi ont présenté des spectres identiques (étincelle directe et étincelle condensée). Les raies les plus persistantes (raies ultimes de M. de Gramont) dont nous nous sommes servis pour rechercher une trace d'impureté légère dans un gaz plus lourd, sont :

Ar λ 4806,14; 4765,04; 4228,31 pour la recherche de Ar dans Kr;
Kr λ 4355,7 pour la recherche de Kr dans Xe.

L'examen spectrophotométrique direct (¹) de ces solutions et de solutions intermédiaires a immédiatement montré que les limites de dilutions permettant d'apprécier convenablement l'intensité de Kr λ5870,91 ou Xe λ4671,22, par comparaison avec les raies d'argon utilisées comme repères photométriques, sont les suivantes :

Solutions de krypton dans l'argon.............	0,5 à 4,5.10^{-3}
Solutions de xénon dans l'argon................	2 à 8 .10^{-4}

Pour certaines dilutions choisies entre ces limites, nous avons déterminé les intensités des raies Kr λ5870,91 et Xe λ4671,22 sous diverses pressions. La loi de variation de l'intensité lumineuse en fonction de la pression gazeuse dans le tube de Plücker est, pour chaque solution titrée, sensiblement linéaire.

L'ensemble des résultats relatifs à toutes les solutions titrées étudiées est représenté par un faisceau de lignes (droites) divergentes, issues d'un point voisin de l'origine. Voici les valeurs directement observées des pressions gazeuses (en millimètres de mercure) auxquelles correspond, pour quelques-unes des solutions étudiées, l'égalité d'intensité de la raie variable avec chacun des repères photométriques :

Solutions titrées de krypton dans l'argon.

Titre $\frac{Kr}{Kr + Ar}$.	Pression sous laquelle l'intensité de Kr λ5870,91 égale celle de Ar λ5860,54 (intensité = 2).	Ar λ5912,31 (intensité = 6).
	mm	mm
0,46.10^{-3}.............	12,5	»
0,98.10^{-3}.............	4,8	11,5
1,18.10^{-3}.............	4,3	10
1,5 .10^{-3}.............	2,9	7,4
2,0 .10^{-3}.............	2,3	6,0
3,2 .10^{-3}.............	1,5	3,7
4,3 .10^{-3}.............	1,4	3,0

(¹) Spectroscope à vision directe modèle Jobin; tube de Plücker forme U, à électrodes de cuivre, de 5^{cm^3} environ de capacité, dont la partie capillaire, observée « en bout », a 60^{mm} de longueur et $1^{mm},2$ de diamètre intérieur. Décharge directe d'une forte bobine de Rhumkorff dont le circuit primaire est alimenté par le courant alternatif du secteur (1,8 amp.).

Solutions titrées de xénon dans l'argon.

Titre $\frac{Xe}{Xe + Ar}$.	Pression sous laquelle Xe λ 4671,22 = Ar λ 4702,5 (intensité = 2).
	mm
$2,0.10^{-4}$	12,7
$4,1.10^{-4}$	5,6
$5,9.10^{-4}$	2,7
$7,8.10^{-4}$	1,9

3. Le réseau de lignes que les données de ce genre permettent de construire ([1]) constituent, en réalité, les courbes d'étalonnage du dispositif spectrophotométrique (celui-ci comprend, en dehors du tube de Plücker, la bobine de Ruhmkorff et la source qui l'alimente, ainsi que le spectroscope, auquel il convient d'ajouter l'observateur lui-même), auquel on ne doit faire subir aucune altération appréciable pendant toute la série des mesures.

Le dosage du krypton ou du xénon dans un mélange argon-krypton ou argon-xénon se présentera ainsi, suivant sa composition centésimale :

a. Le titre en krypton ou en xénon est compris entre les limites indiquées ci-dessus. — Dans ce cas, le simple examen spectrophotométrique direct du mélange gazeux étudié permet de déterminer à quelle solution titrée il est équivalent et, par suite, quelle quantité absolue de krypton ou de xénon il contient.

b. Le titre en krypton ou en xénon est supérieur aux limites d'examen direct. — En diluant le mélange étudié dans de l'argon pur, on se trouve ramené au cas précédent.

c. Le titre en krypton ou en xénon est inférieur aux limites d'examen

---

([1]) En examinant le Tableau précédent, on remarquera, particulièrement à propos des solutions titrées de krypton, qu'à intensité lumineuse constante, *le produit du titre par la pression est approximativement constant.* Si l'on admet que les intensités des raies d'argon étalons restent constantes malgré une variation de pression dans le tube de Plücker de 1 à 4 (nous avons l'impression que, dans les conditions de nos expériences, ces intensités varient peu), la constance de ce produit signifie que l'intensité de la raie du krypton ne dépend que de la quantité absolue de ce dernier et nullement de la quantité d'argon qui l'accompagne. Le nombre des atomes de krypton vibrants serait donc sensiblement proportionnel au nombre total d'atomes de krypton présents dans la colonne lumineuse et indépendant du nombre des atomes d'argon au milieu desquels ces atomes de krypton sont noyés (la partie capillaire du tube de Plücker contient environ 10^{16} atomes d'argon et 10^{13} atomes de krypton).

direct (gaz lourds de l'air et des mélanges gazeux naturels) (¹). — On éliminera une partie de l'argon, de manière à obtenir, dans la partie conservée des gaz lourds, une proportion convenable de krypton ou de xénon. En employant 1^{cm^3} à 2^{cm^3} de gaz rares lourds, nous avons constaté qu'un seul fractionnement à l'aide du charbon de noix de coco ($0^g,25$) refroidi à $-80°$, permet d'accumuler 90 pour 100 environ du krypton dans le résidu gazeux ($\frac{1}{10}$ environ du volume total) soumis à l'examen spectrophotométrique. Dans ces conditions, la présence du xénon n'empêche nullement l'appréciation de l'intensité de la raie jaune du krypton; cependant, des proportions importantes de xénon seraient gênantes et il conviendrait d'éliminer partiellement ce gaz (par fractionnement sur le charbon maintenu à la température ordinaire), avant de procéder au dosage du krypton.

Le volume des mélanges argon-krypton ou argon-xénon à mettre en œuvre pour l'application de la méthode ne dépend que des dimensions du tube de Plücker employé. Quand il s'agit des gaz naturels, il suffit d'utiliser un volume de gaz lourds dix ou vingt fois plus grand que celui du gaz qu'on accumulera dans le tube de Plücker pour la mesure spectrophotométrique; il peut donc correspondre à *quelques centimètres cubes seulement de gaz naturel.*

Nous estimons que l'erreur relative que comporte notre méthode d'analyse peut être inférieure à 10 pour 100 dans le cas du krypton et à 20 pour 100 dans le cas du xénon.

ZOOLOGIE. — *L'appareil maxillaire d'*Histriobdella homari ; *affinités des Histriobdellides avec les Euniciens.* Note de MM. **F. Mesnil** et **M. Caullery.**

Découvert en 1853 par P. J. Van Beneden, qui en donna une bonne description en 1858 (²), réétudié depuis par Ed. Van Beneden, Foettinger (³), Cr. Shearer (⁴), ce curieux parasite qui vit sur les œufs et dans la cavité

(¹) Nos recherches antérieures (*loc. cit.*) ont établi que la composition des gaz rares *lourds* (argon + krypton + xénon) est sensiblement constante dans tous les mélanges gazeux naturels (air, gaz de sources thermales, grisous, gaz volcaniques, etc.).

(²) P. J. Van Beneden, *Bull. Acad. roy. Belgique*, 2ᵉ série, t. 5, 1858, p. 270.

(³) Foettinger, *Archives Biologie*, t. 5, 1884, p. 435. — Ed. Van Beneden in Foettinger.

(⁴) Cr. Shearer, *Quart. Journ. of micr. Sc.*, t. 55, 1910, p. 287.

branchiale des homards, est bien connu dans son anatomie ; il en est de même du type très voisin que Haswell ([1]) a rencontré sur les branchies d'une écrevisse australienne (*Astacopsis tasmanicus*) et décrit en 1900 sous le nom de *Stratiodrilus astaci*. Quant aux affinités de ces formes, les opinions des auteurs que nous venons de citer sont assez divergentes : celle de P. J. Van Beneden qu'il s'agit d'une hirudinée aberrante n'a plus été reprise; pour les autres, il s'agirait d'Archiannélides avoisinant, soit *Protodrilus* et *Polygordius*, soit les Rotifères.

Dès 1900, à la lecture du Mémoire de Haswell, nous avions eu l'attention attirée sur l'appareil maxillaire des Histriobdellides et sur sa ressemblance avec les mâchoires si caractéristiques des Annélides polychètes de la famille des Euniciens. Mais, faute d'observations personnelles, nous nous étions contentés d'indiquer incidemment notre opinion que *Histriobdella* est un « Eunicien dégradé » ([2]).

En septembre 1921, ayant trouvé *Histriobdella homari* dans la cavité branchiale des homards pêchés dans l'anse Saint-Martin ou aux environs du cap de la Hague, la ressemblance de son appareil maxillaire avec celui des Euniciens s'est immédiatement imposée à nous. Nous avons alors repris l'étude comparative de cet appareil et ce sont nos résultats que nous désirons consigner ici brièvement.

L'appareil maxillaire des *Histriobdella* est logé, comme celui des Euniciens, dans un bulbe situé ventralement par rapport à l'œsophage et distinct de celui-ci. Il se compose de deux parties, une dorsale et une ventrale, correspondant respectivement à la mâchoire supérieure M_s et à la mâchoire inférieure M_i des Euniciens.

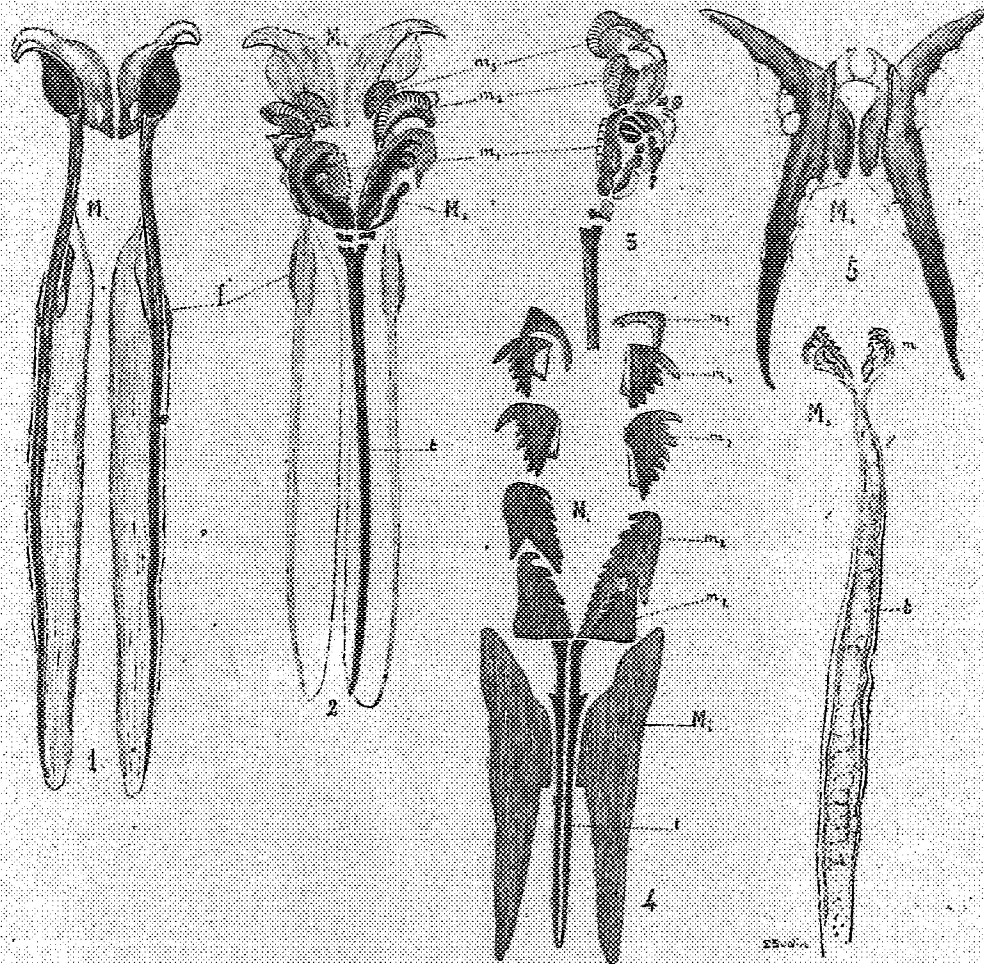
La mâchoire supérieure M_s est construite sur le type *prionognathe*. Elle se compose d'une pièce médiane assez longue (*tige* ou *manubrium*, *t*, *Träger* des auteurs allemands) qui porte, articulées à son extrémité supérieure, une série de petites maxilles; nous en comptons trois paires (m_1-m_3). La première paire (m_1), de beaucoup la plus développée, est articulée, par une série de pièces qui rappelle un peu les os du tarse, avec le manubrium; elle porte, à son bord libre ou interne, une plaque munie de quatre ou cinq dents

---

([1]) HASWELL, *Quart. Journ. of micr. Sc.*, t. 43, 1900, p. 299.

([2]) In *Recherches sur les Orthonecticles*, *Arch. Anat. microsc.*, t. 4, 1901 (voir note de la page 460). — Nous avons trouvé la même opinion exprimée par Hatschek dans le troisième fascicule, paru en 1891, de son *Lehrbuch der Zoologie* (p. 414). Haswell la relève en une ligne sans la discuter. Elle n'a pas, à notre connaissance, attiré l'attention d'autres savants. Certains auteurs ont parlé vaguement de Polychètes dégradés.

bien rangées et sensiblement de même longueur; se projetant sur cette plaque, on observe des pièces chitineuses particulièrement fortes et de cou-



Lettres communes à toutes les figures : M_1, mâchoire inférieure; M_2, mâchoire supérieure; *f*, frein; *t*, tige ou manubrium; m_1, ..., m_3, maxilles.

Fig. 1-3. — Appareil maxillaire d'*Histriobdella* : 1, mâchoire inférieure vue du côté dorsal; 2, mâchoire supérieure dont les maxilles sont écartées (au-dessous, en grisé, mâchoire inférieure); 3, maxilles droites avec une portion de la tige. G = 950 D. environ.

Fig. 4. — Appareil maxillaire de *Notocirrus geniculatus* (d'après Marion et Bobretzky); les mâchoires inférieures ont été disposées pour la commodité du dessin.

Fig. 5. — Appareil maxillaire de *Labrorostratus parasiticus* jeune (plus tard, la tige apparaît double). G = 525 D. environ.

leur noire. Les deux autres paires de maxilles présentent à leur bord libre une structure pectinée; elles sont soutenues par des supports évidemment mus, comme les pièces de la première paire, par des muscles propres.

Toute cette mâchoire supérieure est placée directement au-dessus de la mâchoire inférieure M_i et paraît liée à elle par l'intermédiaire de deux pièces (f) nommées *freins* (bridles) par Haswell. Cette mâchoire inférieure est formée de deux pièces allongées, qui ont été comparées par P.-J. van Beneden à des élytres de Coléoptères, et dont chacune se termine en avant par une partie dentée qui se prolonge latéralement en une forte pointe recourbée en forme de bec. Le tout constitue une sorte de gouttière relativement fixe et dans laquelle vient glisser la mâchoire supérieure pour se porter en avant. Dans ce mouvement en avant, les maxilles s'écartent comme les branches d'une pince qu'on ouvre.

Cet appareil maxillaire d'*Histriobdella* est donc construit tout à fait sur le type de celui des Euniciens, particulièrement sur le type prionognathe et se présente avec des connexions identiques. Nous représentons ici pour le prouver l'appareil maxillaire de deux Euniciens : celui d'une espèce de grande taille à vie libre, *Notocirrus geniculatus*, et celui d'un parasite de la cavité cœlomique de divers Syllidiens, *Labrorostratus parasiticus* (1).

Les mêmes lettres indiquent les pièces correspondantes. Chez les uns comme chez les autres, il y a une mâchoire inférieure formée de deux pièces : ces pièces, chez *Histriobdella*, sont d'un type un peu spécial, qui rappelle celui des *Lumbriconereis*. Chez les uns comme chez les autres, les mâchoires supérieures comprennent un manubrium axial, simple ou double, qui porte une série de maxilles : celles-ci sont, chez *Notocirrus*, au nombre de cinq paires armées de fortes dents; il n'y en a qu'une ou deux de chaque côté chez *Labrorostratus* (2). On voit donc que *Histriobdella* est intermédiaire comme nombre de maxilles. La forme de ces maxilles d'*Histriobdella* diffère : seule la paire inférieure est munie de dents; les autres présentent une fine pectination. Mais ces types de maxilles existent chez d'autres Euniciens, par exemple chez *Ophryotrocha* (3).

---

(1) Nous avons étudié ce dernier appareil sur l'exemplaire que nous avons recueilli en 1915 (Voir *Bull. Soc. Zool.*, 1915, p. 160) et aussi sur deux exemplaires en bon état de la collection de Saint-Joseph, conservée au Muséum d'Histoire naturelle, mis obligeamment à notre disposition par M. le professeur Gravier que nous remercions ici.

(2) Comme l'a déjà fait remarquer de Saint-Joseph, ces maxilles sont rudimentaires; leur régression est soulignée par le fait qu'elles restent aussi petites, quel que soit le développement de l'annélide, alors que la mâchoire inférieure et le manubrium croissent régulièrement.

(3) Voir les excellents dessins qu'en a donnés J. Bonnier (*Bull. scient. France et Belgique*, t. 25, 1893, p. 198, pl. II et III en particulier).

Il résulte avec évidence, des données précédentes, que l'*appareil maxillaire d'*Histriobdella, *par son plan, sa structure et ses connexions, est identique à celui des Euniciens, et cette similitude ne nous paraît pas pouvoir s'expliquer autrement que par des affinités réelles*. D'autre part, les appendices céphaliques rappellent aussi les Annélides de cette famille (cf. en particulier *Ophryotrocha*) et, dans le genre *Stratiodrilus* Haswell, il y a, en outre, des cirres latéraux métamériques.

L'ensemble de l'anatomie est du type annélidien simplifié (absence d'appareil sétigère) et spécialisé à certains égards. Le système nerveux, en particulier, est très différencié, ainsi que l'appareil génital. Ces faits, comme la haute différenciation et la disposition caractéristique de l'appareil maxillaire, ne sont guère compatibles avec l'idée qu'il s'agirait d'une forme primitive (Archiannélide des auteurs), mais, au contraire, imposent d'y voir un Eunicien dégradé, ainsi qu'Hastchek et nous-mêmes l'avions supposé.

ÉLECTIONS.

A l'unanimité des 39 suffrages, M. **F. Widal** est désigné pour représenter l'Académie à la *Commission supérieure des maladies professionnelles*.

Par 31 suffrages contre 10 à M. *Jean Le Roux*, 3 à M. *Eugène Fabry* et 1 à M. *Einstein*, M. **René Baire** est élu Correspondant pour la Section de Géométrie en remplacement de M. *Nœther*, décédé.

NOMINATIONS.

M. **Joubin** est désigné pour représenter l'Académie au *VII^e Congrès national des Pêches maritimes*, qui se tiendra à Marseille en octobre 1922.

PLIS CACHETÉS.

M. **H. de Bellescize** demande l'ouverture de deux plis cachetés reçus respectivement dans les séances du 21 mars 1921 et 10 octobre 1921 et inscrits sous les n^os 8854 et 8923.

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent des Notes intitulées :

Pli n° 8854 : *Relais pour amortir les oscillations libres des résonateurs ;*

Pli n° 8923 : *Amortissement des oscillations libres et développement des oscillations forcées dans les résonateurs.*

(Renvoi à l'examen de M. M. Leblanc.)

CORRESPONDANCE.

M. **Ch. Lallemand**, Président de l'*Union géodésique et géophysique internationale*, remet à l'Académie le programme de la première Assemblée générale de l'Union, qui se tiendra, du 2 au 10 mai prochain, à Rome, dans le Palais de l'Académie des Lincei.

Au cours de cette Conférence, à laquelle prendront part les quatre Sections déjà constituées et relatives, la première à la Géodésie, la deuxième à la Météorologie, la troisième à l'Électricité atmosphérique et au Magnétisme terrestre, et la quatrième à l'Océanographie physique, on doit organiser deux nouvelles Sections consacrées l'une à la Sismologie, l'autre à la Vulcanologie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° E. Cartan. *Leçons sur les invariants intégraux.* Cours professé à la Faculté des Sciences de Paris. (Présenté par M. P. Appell.)

2° *XXV^e-XXIX^e Bibliographie Géographique* (1915-1919), faisant suite à la Bibliographie géographique annuelle des « Annales de Géographie », publiée sous la direction de Elicio Colin. (Présenté par M. R. Bourgeois.)

3° Amet. *La Houille bleue.*

4° E. Rabaté. *La destruction des mauvaises herbes.* (Présenté par M. P. Viala.)

5° E. Rabaté. *La taille des arbres fruitiers de plein vent (prunier d'ente, reine-claude, pêcher, pommier).* (Présenté par M. P. Viala.)

M. **Krempf** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la formule d'interpolation de Stirling.* Note de M. N.-E. NÖRLUND.

Dans la théorie des approximations numériques, les méthodes d'interpolation sont d'un grand secours; pour l'Astronomie, elles ont une importance capitale. On en fait usage dans la construction des tables numériques, dans le calcul des éphémérides et encore quand on a besoin de faire une différentiation mécanique ou une intégration mécanique. Le calculateur se sert le plus souvent de la formule d'interpolation suivante

$$F(z) = F(0) + \sum_{s=0}^{\infty} z(z^2-1^2)(z^2-2^2)\ldots(z^2-s^2)(a_s+b_s z), \tag{1}$$

qui remonte à Stirling et qui a été retrouvée par Lagrange. Les coefficients a_s et b_s s'expriment aisément par les valeurs de la fonction $F(z)$ dans les points $z=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Comme cette série se présente aussi dans plusieurs problèmes d'analyse, je me suis demandé à quelle condition elle sera convergente.

Je démontre d'abord que, si la série converge au voisinage d'un point quelconque, elle convergera uniformément dans tout domaine fini du plan. La série représente donc toujours une fonction entière. Cette fonction est d'ailleurs d'une nature bien particulière comme nous allons le voir. La série (1) diverge par conséquent dans tous les cas où l'on a fait usage de cette formule d'interpolation. Il est bien singulier que, dans les calculs numériques, l'on tombe si souvent sur des séries divergentes.

Pour trouver la condition de convergence, je fais remarquer que le terme complémentaire de la série (1) est égal à l'intégrale suivante :

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{z(z^2-1^2)(z^2-2^2)\ldots(z^2-n^2)}{x(x^2-1^2)(x^2-2^2)\ldots(x^2-n^2)}\,\frac{F(x)}{x-z}\,dx. \tag{2}$$

Posons $x = re^{iv}$. Comme ligne d'intégration, je prends une courbe qui est composée de deux arcs de la lemniscate de Bernoulli, qui a pour équation $r^2 = 2n^2\cos 2v$, réunis par deux arcs d'un cercle ayant l'origine pour centre et avec le rayon $\log n$. Ce choix du chemin d'intégration est un point essentiel dans notre démonstration. Il va nous permettre d'indiquer, avec une très grande précision, la condition qui assure la congruence de la série. Si l'on avait cheminé le long d'une autre courbe, on aurait tronvé une inégalité moins

précise. Afin de pouvoir énoncer la condition de convergence sous une forme simple, je définis une certaine fonction $\psi(\varphi)$ par les deux expressions suivantes. On aura

$$\psi(\varphi) = \cos\varphi \log\left(\sqrt{\cos 2\varphi} + \sqrt{2}\cos\varphi\right)^2 + 2\sin\varphi \arcsin\left(\sqrt{2}\sin\varphi\right)$$

dans l'intervalle $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$, et $\psi(\varphi) = \pi \sin\varphi$ dans l'intervalle $\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$. La fonction $\psi(\varphi)$ doit en outre être paire et admettre la période π. On vérifie aisément que cette fonction est continue et positive pour toutes les valeurs de φ. Elle est croissante dans l'intervalle $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ et décroissante dans l'intervalle $\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$. Enfin elle satisfait aux inégalités

$$\pi \geq \psi(\varphi) \geq 2\log(1 + \sqrt{2}),$$

et l'on aura

$$\psi(0) = \psi(\pm\pi) = 2\log(1 + \sqrt{2}),$$
$$\psi\left(\pm\frac{\pi}{2}\right) = \pi.$$

Cela posé, reprenons la série (1). On démontre que la fonction entière $F(z)$ qu'elle représente satisfait à l'inégalité

$$|F(re^{i\varphi})| < re^{\pi r} \text{ const.}$$

Mais cette inégalité ne suffit pas pour assurer la convergence de la série. Posons

$$h(\varphi) = \limsup_{r=\infty} \frac{\log|F(re^{i\varphi})|}{r}.$$

Par une étude approfondie du reste (z) on démontre que la série (1) converge et représente la fonction $F(z)$ si $h(\varphi) < \psi(\varphi)$ pour toutes les valeurs de φ. D'autre part on démontre que la convergence de la série entraîne que $h(\varphi) \leq \psi(\varphi)$. Mais on peut aller plus loin. Admettons que la fonction entière $F(x) = F(re^{i\varphi})$ satisfasse aux inégalités

$$|F(x) - F(-x)| < r^{\beta_1} e^{r\psi(\varphi)},$$
$$|F(x) + F(-x)| < r^{\beta_2} e^{r\psi(\varphi)},$$

pour toutes les valeurs suffisamment grandes de r. L'intégrale (2) fait voir que la série (1) converge si $\beta_1 < 0$, $\beta_2 < 1$. Ces conditions de convergence ne suffisent pas pour assurer la convergence absolue; mais la série (1) converge absolument si $\beta_1 < -1$ et $\beta_2 < 0$. Il arrive que $h(\varphi) = \psi(\varphi)$ pour toutes les valeurs de φ. Mais un cas particulièrement intéressant est celui où

l'on a $h(v) = \psi(v)$ dans un nombre fini de points dans l'intervalle $-\pi \leq v \leq \pi$ pendant que $h(v) < \psi(v)$ pour toute autre valeur de v. En ce cas les inégalités $\beta_1 < \frac{1}{2}$, $\beta_2 < \frac{3}{2}$ entraînent la convergence de la série (1). On démontre d'ailleurs que, s'il y a un nombre fini de points de contact entre les courbes $h(v)$ et $\psi(v)$, ces points sont toujours situés à l'extérieur des deux intervalles $\frac{3\pi}{4} > v > \frac{\pi}{4}$, $-\frac{\pi}{4} > v > -\frac{3\pi}{4}$.

Remarquons encore que M. Ogura [1] a démontré que la série d'interpolation de Stirling converge si $F(x)$ est une fonction entière et paire qui satisfait à la condition

$$|F(re^{iv})| < e^{\lambda r}, \qquad 0 < \lambda < \log 2.$$

Nous venons de voir qu'on peut remplacer λ par une fonction de v qui est toujours supérieure ou égale à $\log(3 + 2\sqrt{2})$.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Surfaces isothermiques à représentation sphérique isotherme.* Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. Goursat.

1. Les surfaces isothermiques I, qui ne sont ni de révolution ni minima, et dont la représentation sphérique est isotherme, n'ont pas été étudiées comme elles le méritent. On les obtient en déterminant les solutions $z(x, y)$, $X(x)$, $Y(y)$ du système

$$r + t + e^{2z} = 0, \tag{1}$$

$$2(X - Y)s + X'q - Y'p = 0. \tag{2}$$

On écarte la solution $X = Y =$ const. qui donne les surfaces minima.

L'équation (1) exprime que l'élément linéaire $e^{2z}(dx^2 + dy^2)$ convient à la sphère unité et (2) que le rapport $\frac{R'}{R}$ des rayons principaux de I est égal à $\sqrt{\frac{X}{Y}}$.

2. *De toute surface I_0 déjà connue, on déduit par des quadratures de différentielle totale une famille de surfaces I_h où la constante h est un paramètre de forme*, car z, X, Y étant une solution de (1) et (2), le système z, $X + h$, $Y + h$ est une autre solution : ce fait si simple ne semble pas avoir encore

[1] *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, t. 45, 1921, p. 31-40.

été signalé. D'ailleurs chaque surface I_0 ou I_h est accompagnée de la surface isothermique associée, solution nouvelle correspondant au changement de signe de $\sqrt{\frac{X}{Y}}$ ou $\sqrt{\frac{X+h}{Y+h}}$.

Les solutions classiques : quadriques et cyclides de Dupin, donnent ainsi de nouvelles surfaces, transcendantes, dont les coordonnées sont des fonctions algébrico-logarithmiques de deux paramètres.

3. Dérivant (2) une fois en x, ou y, puis deux fois en (x, y) et éliminant X″, Y″, on obtient

$$(3)\qquad 2(X-Y)\left(\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} - \frac{\gamma r}{p} - \frac{\beta t}{q}\right) + X'\left[3\gamma - \frac{3st}{q} - \frac{tr}{p}\right] - Y'\left[3\beta - \frac{3sr}{p} - \frac{tr}{q}\right] = 0,$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ désignant les dérivées troisièmes de z. Il y a deux cas à distinguer: dans le premier cas, (2) et (3) ont leurs coefficients en X—Y, X′ et Y′ proportionnels, et l'on retrouve simplement les quadriques, cyclides de Dupin et surfaces qui en dérivent par la remarque du numéro précédent; dans le second cas, on peut résoudre (2) et (3) comme équations linéaires en

$$p_1 = \frac{X'}{X-Y} \qquad \text{et} \qquad q_1 = \frac{-Y'}{X-Y},$$

dérivées premières de $z_1 = \log(X-Y)$, et la fonction z doit vérifier le système

$$(4)\qquad r + t + e^{2z} = 0,$$

$$(5)\qquad \frac{\partial p_1}{\partial y} = \frac{\partial q_1}{\partial x} = -p_1 q_1,$$

d'où l'on a éliminé complètement X, Y; la solution générale dépend d'un nombre limité de constantes, compris entre trois et sept. On ne peut éviter parmi ces constantes trois constantes parasites provenant de la substitution $(x, y; mx+n, my+n_1)$: les autres sont des constantes essentielles, auxquelles s'adjoindra ensuite h. La longueur des calculs rend la discussion complète assez difficile, mais on trouve aisément une solution particulière : du pôle (0, 0, 1) de la sphère unité, je fais la projection stéréographique d'un faisceau homofocal de coniques situées dans l'équateur et ayant même centre que la sphère; on obtient un réseau sphérique isotherme solution de notre problème et dépendant d'un paramètre essentiel c, distance focale du faisceau plan. Les surfaces correspondantes sont transcendantes, sauf une,

dont je donne les équations paramétriques en fonction de deux paramètres u, v :

$$(6)\quad \begin{cases} x = \dfrac{-2t^2\theta^2 + 3t^2 + 3\theta^2 - 6}{(c^2-1)^2 c}\, 2t\theta \\ y = \dfrac{-2t_1^2\theta_1^2 + 3t_1^2 + 3\theta_1^2 - 6}{(c^2+1)^2 c}\, 2it_1\theta_1 \\ z = u^{\frac{3}{2}} v^{\frac{3}{2}} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} t &= \sqrt{1 + \frac{c^2-1}{2}u}, \\ t_1 &= \sqrt{1 - \frac{c^2+1}{2}u}, \\ \theta &= \sqrt{1 + \frac{c^2-1}{2}v}, \\ \theta_1 &= \sqrt{1 - \frac{c^2+1}{2}v}. \end{aligned}$$

4. Au lieu d'éliminer X, Y pour chercher le réseau sphérique isotherme, on peut, au contraire, éliminer z pour chercher X, Y. La substitution $(X, Y; kX + h, kY + h)$ introduit avec m, n, n_1 une nouvelle constante parasite k. Si, pour abréger, je désigne par (ξ, η) soit le couple (X, Y) soit le couple $(\sqrt{X+h}, \sqrt{Y+h})$, on trouve que, dans le premier cas, les fonctions X, Y satisfont à l'un des systèmes

$$(a)\quad \begin{cases} \xi'^2 = A(\xi - e_1)(\xi - e_2)(\xi - e_3) \\ \eta'^2 = -A(\eta - e_1)(\eta - e_2)(\eta - e_3) \end{cases}$$

$$(b)\quad \begin{cases} \xi'^2 = A(\xi - e_1)(\xi - e_2) \\ \eta'^2 = -A(\eta - e'_1)(\eta - e'_2) \end{cases} \qquad (e_1 + e_2 = e'_1 + e'_2);$$

$$(c)\quad \begin{cases} \xi'^2 = A(\xi - e_1) \\ \eta'^2 = -A(\eta - e'_1) \end{cases}$$

(a) donne les quadriques, e_1, e_2, e_3 étant des constantes distinctes ou non; (b) donne les cyclides de Dupin déduites d'une ellipse et hyperbole focales, les constantes e_1, e_2, e'_1, e'_2 doivent être toutes distinctes; (c) donne les cyclides de Dupin relatives à deux paraboles focales, e_1 et e'_1 doivent être distinctes. A est toujours différent de zéro. L'exemple obtenu comme solution du second cas donne le système

$$(d)\quad \begin{cases} X'^2 = A(X+h)(\sqrt{X+h} - e_1)(\sqrt{X+h} - e_2), \\ Y'^2 = -A(Y+h)(\sqrt{Y+h} - e_1)(\sqrt{Y+h} - e_2). \end{cases}$$

où e_1 et e_2 sont distinctes ou non, avec la restriction $e_1 + e_2 \neq 0$ On remarquera que, si dans (b) on fait $e'_1 = e_1$, $e'_2 = e_2$, et si (ξ, η) signifie $(\sqrt{X+h}, \sqrt{Y+h})$, (b) coïncide avec (d). J'ai vérifié que le système (1), (2) est incompatible en z pour X, Y solutions de

$$X'^2 = A(X - e_1), \qquad Y'^2 = -A(Y - e_1)$$

ou solutions de

$$X'^2 = A(X - e_1)(X - e_2), \qquad Y'^2 = -A(Y - e_1)(Y - e_2)$$

et je tiens pour assez vraisemblable que la solution générale du second cas est constituée par l'exemple explicité.

GÉOMÉTRIE. — *La courbure de l'espace.* Note de M. **J. Le Roux**, présentée par M. G. Kœnigs.

Parmi les notions qui servent de base à la Théorie de la Relativité généralisée d'Einstein, il y en a une qui paraît à première vue très curieuse et très intéressante. C'est celle de la courbure de l'espace, à laquelle se rattache la question de savoir si l'univers est fini ou infini.

Malheureusement cette notion repose sur une analyse inexacte et incomplète des faits.

Dans la théorie des surfaces, la courbure totale est déterminée par la forme analytique de l'élément linéaire. Il semble qu'en se donnant l'élément linéaire d'une multiplicité à plusieurs variables, on doit donc s'attendre à trouver des invariants qui représenteront des propriétés intrinsèques de la multiplicité considérée, indépendantes des variables auxquelles on la rapporte. Pour reconnaître jusqu'à quel point cette généralisation est fondée, il faut analyser le sens de l'expression *élément linéaire*.

Dans la théorie des surfaces, on entend par là la forme que prend le ds^2 euclidien à trois variables : $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, quand on exprime les trois coordonnées en fonction de deux paramètres u et v. L'expression considérée implique donc une *comparaison entre deux formes de différentielles*, à deux et à trois variables. De plus nous attachons à l'élément linéaire euclidien à trois variables le sens concret, expérimental, d'une mesure effectuée à l'aide d'une règle que l'on peut déplacer sans altération de longueur. C'est l'invariant du groupe euclidien des déplacements.

En résumé, nous ne pouvons arriver à la notion de courbure des surfaces que par la considération simultanée de deux formes quadratiques et l'attribution à l'une d'entre elles d'un sens physique déterminé.

Si nous considérons une seule forme, comme dans la Théorie de la Relativité, nous pourrons encore calculer des invariants, qui auront une signification analytique, mais nous n'aurons pas le droit de faire correspondre à ces invariants une propriété de l'espace. Cette conclusion résulte nettement

des considérations suivantes dans lesquelles je me borne au cas de deux variables.

Dans un plan (P) j'imagine un cercle réel (C)

$$x^2+y^2-R^2=0$$

et un cercle imaginaire (C′)

$$x^2+y^2+R^2=0.$$

Je construis un triangle rectiligne ABC intérieur au cercle (C). Je mesure les éléments de ce triangle, côtés et angles, de trois manières différentes : d'abord au sens euclidien, ensuite au sens cayleyen, en prenant successivement comme conique fondamentale le cercle (C) puis le cercle (C′).

Premier cas [euclidien]. — L'élément linéaire du plan est

$$ds^2=dx^2+dy^2;$$

les géodésiques sont les droites du plan; la somme des angles du triangle ABC est égale à deux droits. L'invariant de courbure de Gauss est nul. Les lignes droites peuvent s'étendre à tout le plan; dans ce cas, les longueurs croissent indéfiniment.

Deuxième cas [mesure cayleyenne, cercle fondamental (C)]. — L'élément linéaire du plan est

$$ds^2=R^2\frac{R^2(dx^2+dy^2)-(x\,dy-y\,dx)^2}{(R^2-x^2-y^2)^2}.$$

Les figures devront être limitées au disque intérieur au cercle fondamental. Les géodésiques sont les droites du plan; la somme des angles du même triangle ABC est inférieure à deux droits. L'invariant de courbure est égal à $-\frac{1}{R^2}$. La distance d'un point du disque à un point de la circonférence du cercle (C) est infinie. L'aire cayleyenne du disque est elle-même infinie. Les relations métriques entre les éléments sont celles de la géométrie de Lobatschewsky.

Troisième cas [mesure cayleyenne, cercle fondamental (C′)]. — L'élément linéaire du plan est

$$ds^2=R^2\frac{R^2(dx^2+dy^2)+(x\,dy-y\,dx)^2}{(R^2+x^2+y^2)^2}.$$

Les figures peuvent s'étendre à tout le plan. Les géodésiques sont encore les droites du plan; la somme des angles du triangle ABC est supérieure à deux droits; l'invariant de courbure est égal à $+\frac{1}{R^2}$. La distance de deux

points est toujours bornée. Si deux points P et Q d'une droite s'éloignent indéfiniment en sens contraire (au sens euclidien), leur distance cayleyenne tend vers πR. Les relations métriques sont celles de la géométrie de Riemann. L'aire totale du plan est limitée et égale à $2\pi R^2$.

Dans ces trois cas, ce sont les mêmes éléments physiques qui interviennent : c'est le même plan, les mêmes géodésiques, les mêmes segments de droites, les mêmes angles. Ce qui a changé c'est la métrique, définie par le choix de la forme quadratique. L'invariant de Gauss fournit donc une propriété de la forme quadratique de différentielles que nous avons arbitrairement choisie; il ne peut traduire aucune propriété intrinsèque ni du plan, ni des figures que nous y avons tracées.

Suivant le mode de mesure adopté, le plan sera à courbure nulle, négative ou positive, à volonté; les relations métriques seront celles de la géométrie d'Euclide, de Lobatschewsky ou de Riemann; une portion limitée du plan pourra avoir une aire infinie, ou bien, au contraire, le plan tout entier aura une aire finie.

Dans la discussion qui précède, j'ai interprété la signification des variables x, y de manière à obtenir toujours les mêmes géodésiques, malgré le changement de forme de l'élément linéaire. Il est également possible, par un changement d'interprétation très simple, de faire correspondre au même plan et au même élément linéaire des géodésiques différentes. Par exemple, dans le second cas, on peut prendre comme géodésiques les arcs de cercles normaux au cercle fondamental, utilisés par Poincaré pour la théorie des fonctions fuchsiennes.

Ces résultats s'étendent immédiatement au cas d'un nombre quelconque de variables.

Ils entraînent les conséquences suivantes :

1° A un espace donné, il ne correspond *a priori* aucune forme quadratique qui s'impose comme expression de l'élément linéaire;

2° A un élément linéaire donné, il ne correspond aucune propriété essentielle de l'espace pour lequel cette forme définit la métrique. Les invariants dits *de courbure* définissent des propriétés de la forme et non de l'espace;

3° Il n'y a pas d'espaces euclidiens ou non euclidiens, ni même, à proprement parler, de géométrie euclidienne ou non euclidienne : il y a seulement des métriques qui sont euclidiennes et d'autres qui ne le sont pas;

4° Le problème de savoir si l'univers est fini ou infini n'a pas de sens au point de vue mathématique. Il est à volonté fini ou infini suivant la métrique choisie;

5° A un même élément linéaire peuvent correspondre des géodésiques différentes et à des éléments linéaires différents les mêmes géodésiques. Le résultat dépend de l'interprétation physique des coordonnées.

La théorie d'Einstein paraît fondée, en grande partie, sur la méconnaissance de ces principes.

CALCUL MÉCANIQUE. — *Sur des balances à calcul.* Note de M. STANISLAS MILLOT, présentée par M. d'Ocagne.

Dans une Note antérieure (¹) sur une balance pour le dosage des rayons X en radiographie et radiothérapie, combinée par M. Miramond de Laroquette et nous-même, il fut moins question de la balance, simple instrument de calcul, que de constatations expérimentales faites au sujet des rayons X.

Avant d'indiquer une nouvelle application du principe de la balance, il nous paraît donc utile de rappeler ce principe.

Supposons que le résultat cherché dépende d'une équation de la forme

$$f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n = 0, \quad (1)$$

où f_1, par exemple, contiendrait l'inconnue z_1.

Toute équation calculable par logarithmes pourra être remplacée par une relation de cette forme entre des logarithmes.

Sur un plateau bien plan, et suspendu par deux couteaux de manière à osciller librement autour d'un axe horizontal, on pose des poids, tous égaux, à des distances de l'axe respectivement égales à $f_2, f_3, \ldots, f_n$, compte tenu du signe de chaque fonction.

Pour maintenir le plateau horizontal, il faudra placer un poids égal aux précédents à une distance de l'axe qui, en vertu de (1), sera précisément égale à f_1.

Comme en nomographie, les échelles simples de $f_1, f_2, \ldots, f_n$ peuvent être remplacées par des échelles binaires.

En traçant sur le plateau ces échelles simples ou binaires, on rend immédiats le placement des poids relatifs aux données et la lecture du résultat cherché.

Il est loisible, sous certaines conditions, soit de faire partir plusieurs échelles, relatives à un même problème, de points extérieurs à l'axe, soit de diviser une échelle trop longue en plusieurs tronçons.

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 525.

La balance radiologique, sous sa forme actuelle, possède une échelle ainsi sectionnée, des décalages et une échelle binaire ; comme elle fournit directement des résultats dépendant parfois de six données, c'est un bon exemple des ressources de la méthode.

On peut concevoir une balance à calcul qui, pour la résolution de problèmes généraux, serait, à divers points de vue, très supérieure à la règle à calcul actuellement en usage.

Traçons sur le plateau, perpendiculairement à l'axe d'oscillation, des échelles analogues à celles de la règle à calcul et graduées d'après les logarithmes des nombres, des sinus, des cosinus, des tangentes, des puissances décimales de 10 ou de e, des logarithmes naturels ou vulgaires, etc. Chaque échelle, tracée dans un sens dit *positif*, sera doublée d'une échelle semblable dans le sens contraire, dit *négatif*.

Dans toute formule calculable par logarithmes on chassera les dénominateurs pour n'avoir dans chaque membre qu'un produit de facteurs.

Puis on appliquera les règles suivantes :

Tous les poids relatifs aux facteurs du premier membre seront mis sur les échelles du sens positif, tous ceux relatifs aux facteurs du second membre seront mis sur les échelles de sens négatif.

Si certains facteurs sont des puissances entières ou des racines d'indice entier, on emploiera, au lieu du poids unitaire, un poids double pour le carré, triple pour le cube, moitié moindre pour la racine carrée, etc., dans la mesure permise par le jeu de poids dont on disposera.

Prenons un exemple :

En étudiant un appareil de levage, nous avons trouvé que la tension, en un certain point, dépendait du poids à soulever et de sept angles. Pour que notre exemple contienne un carré, nous supposerons égaux deux de ces angles et nous aurons la formule

$$x = \mathrm{P}\frac{\sin\alpha \sin\gamma \sin\varepsilon}{\sin\beta \sin^2\delta}\cos\eta.$$

Le dénominateur chassé, elle devient

$$x \sin\beta \sin^2\delta = \mathrm{P} \sin\alpha \sin\gamma \sin\varepsilon \cos\eta.$$

On posera donc :

Sur l'échelle des nombres, sens négatif, un poids en P ;

Sur l'échelle des sinus, sens négatif, un poids en α, un poids en γ et un poids en ε ;

Sur l'échelle des cosinus, sens négatif, un poids en η ;

Sur l'échelle des sinus, sens positif, un poids en β et un poids *double* en δ ;

Sur l'échelle des nombres, sens positif, un poids qui, lorsque l'horizontalité du plateau sera rétablie, marquera le point de la graduation dont la cote est la valeur de x.

Dans ce problème d'ordre pratique, les trois angles α, β, γ n'étaient pas fixes, mais variaient entre certaines limites pendant le déplacement du fardeau P.

En manœuvrant les poids relatifs à α, β, γ et x, sans toucher aux autres poids, on verra très aisément pour quelle valeur maxima de la tension x il conviendra de consolider l'appareil de levage au point considéré.

Par la règle à calcul seule, il serait très pénible de résoudre un tel problème, qui n'est qu'un jeu pour la balance, munie au besoin d'un régulateur de sensibilité.

Les propriétés fondamentales de la balance ont été utilisées avant nous pour la construction d'appareils de calcul; nous avons seulement voulu montrer comment on pourrait généraliser l'emploi de ce procédé de calcul en donnant à la balance la forme d'un plateau oscillant, sur lequel seraient placées diverses combinaisons d'échelles, variables selon les problèmes à résoudre.

MÉCANIQUE. — *Sur les déformations planes et le problème de la poussée des terres.* Note de M. **Georges Rémoundos.**

1. Dans un Mémoire récent (¹) M. Boussinesq a fait une étude du problème général de la poussée des terres qui l'a amené au système

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial x} + k\left[\frac{\partial(u\cos 2\omega)}{\partial x} + \frac{\partial(u\sin 2\omega)}{\partial y}\right] = b_1,\\ &\frac{\partial u}{\partial y} + k\left[\frac{\partial(u\sin 2\omega)}{\partial x} + \frac{\partial(u\cos 2\omega)}{\partial y}\right] = b_2,\end{aligned}\right.$$

où $u = \frac{N_1 + N_2}{2}$ désigne la tension moyenne, k le sinus de l'angle de terre coulante, ω l'azimut de la plus grande (en valeur absolue) des tensions principales et les b_1 et b_2 les projections coordonnées du poids spécifique de la masse pulvérulente. M. Boussinesq fait une élimination de u qui le conduit à deux équations du troisième ordre en ω dont il s'exprime ainsi :

« Un tel ensemble si compliqué de relations aux dérivées partielles, et même seulement l'équation du second ordre *non linéaire* relative au cas d'un massif sans pesanteur, semblent, dès l'abord, de nature à rebuter toute tentative un peu générale d'intégration. De fait, on n'y a guère traité que des cas particulièrement simples. »

2. Je me propose d'indiquer ici une méthode par laquelle, moyennant

---

(¹) *Poussée des terres, etc.* (*Annales de l'École Normale supérieure*, 3e série, t. 35, janvier 1918).

une transformation bien connue, je ramène le problème de la poussée des terres à des équations du *second* ordre et *linéaires*.

En écrivant le système (1) sous la forme

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial[u(1-k\cos 2\omega)]}{\partial x}+\frac{\partial[ku\sin 2\omega-b_1 y]}{\partial y}=0,\\ &\frac{\partial[ku\sin 2\omega-b_2 x]}{\partial x}+\frac{\partial[u(1-k\cos 2\omega)]}{\partial y}=0,\end{aligned}\right.$$

et en posant

$$z=\int_{x_0}^{x}[ku\sin 2\omega-b_1 y]\,dx,$$

j'obtiens les équations

$$(3)\qquad ku\sin 2\omega-b_1 y=\frac{\partial z}{\partial x}\quad \text{et}\quad u(1+k\cos 2\omega)=-\frac{\partial z}{\partial y}+Y,$$

qui donnent la solution générale de la première équation (2). Nous n'avons maintenant qu'à substituer cette solution dans la seconde équation (2) pour obtenir les équations suivantes :

$$(4)\qquad Rr+2Ss+Tt+M=0,$$

où

$$R=k^2-1,\qquad S=\pm\frac{\partial P}{\partial p},\qquad T=k^2+1\pm 2\frac{\partial P}{\partial q},$$

$$M=(1-k^2)b_2-(1+k^2)Y'\pm 2\frac{\partial P}{\partial y}\quad (^1),$$

$$P=\sqrt{k^2(q-Y)^2+(p+b_1 y)^2},$$

$$p=\frac{\partial z}{\partial x},\qquad q=\frac{\partial z}{\partial y},\qquad r=\frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\qquad s=\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y},\qquad t=\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Les équations (4), auxquelles je ramène le problème général de la poussée des terres, sont du *second* ordre et *linéaires* en r, s, t.

Je tiens à signaler que la méthode indiquée dans cette Note est applicable non seulement dans le problème de la poussée des terres, mais encore dans tout problème de déformation plane.

MÉCANIQUE. — *Loi de la hauteur dangereuse des talus argileux.* Note de M. **Frontard**, présentée par M. Mesnager.

Soit un massif en terre cohérente, de cohésion C, angle de frottement interne φ, limité par un talus rectiligne d'inclinaison i, supérieure à φ. Con-

(1) Partielle par rapport à y indépendamment des p et q.

servons les notations et les axes de coordonnées obliques précédemment définis dans nos Notes antérieures.

Nous avons déterminé les équations d'une courbe, dénommée *cycloïde de glissement*, telle que, si un cisaillement de la matière s'amorce suivant l'un des éléments de cette courbe, il ne pourra théoriquement se propager que suivant ladite courbe.

Pour qu'un élément de la courbe se trouve atteint par le glissement, il faut et il suffit que la poussée oblique élémentaire r atteigne la valeur critique

$$r = p\frac{\cos(2\alpha - 2i + \varphi)}{\cos(2\alpha + \varphi)} = \mathrm{C}\cos\varphi\frac{\cos(2\alpha - 2i + \varphi)}{\sin i - \sin\varphi\cos(2\alpha - i + \varphi)},$$

tandis que la pression verticale conjuguée, s'exerçant sur l'élément plan parallèle au talus, a pour valeur

$$p = \Delta y\cos i = \mathrm{C}\cos\varphi\frac{\cos(2\alpha + \varphi)}{\sin i - \sin\varphi\cos(2\alpha - i + \varphi)}.$$

On se trouve ainsi amené à distinguer, dans l'arc de cycloïde envisagé au-dessous de la ligne de plus grande pente du talus, deux branches distinctes, savoir :

1° *Branche inférieure* OC, comprise entre le pied du talus et le point C pour lequel l'angle α a la valeur $\alpha = \frac{\pi}{4} = \frac{\varphi}{2} + i$. Toutes les actions moléculaires sont ici des *compressions*.

Au point C, la poussée est nulle.

Le point C a pour coordonnées, dans le système $\mathrm{O}xy$,

$$\left[\lambda_c = -\lambda_0 = -\operatorname{arc\,cos}\frac{\sin^2 i - \sin\varphi}{\sin i(1 - \sin\varphi)}\right],$$

$$x_c = \frac{2\mathrm{C}}{\Delta}\frac{\sin i\cos\varphi}{\sin(i - \varphi)}\left[\frac{\cos\varphi}{\sin i(1 - \sin\varphi)} + \frac{\operatorname{arc\,cos}\frac{\sin^2 i - \sin\varphi}{\sin i(1 - \sin\varphi)}}{\sqrt{\sin(i - \varphi)\sin(i + \varphi)}}\right],$$

$$y_c = \frac{2\mathrm{C}}{\Delta}\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right).$$

2° *Branche* CA prolongeant supérieurement la précédente. Cette branche ne fera pas partie, en général, de la véritable solution du problème, parce que les actions moléculaires supportées par ses différents éléments comprennent des efforts *d'extension*, auxquels les terres sont incapables de résister, et surtout de résister suivant la loi de Coulomb. Par surcroît, dans le cas d'un talus fortement incliné, elle sort des limites verticales du talus, hors desquelles les formules employées ne sont plus applicables.

Rappelons d'ailleurs que la profondeur verticale

$$\frac{2C}{\Delta}\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)=y_c$$

est, ainsi que Resal l'a montré, celle où les terres sont normalement soumises à fissuration par le simple jeu des alternatives de sécheresse et d'humidité.

En définitive, la branche supérieure véritable CA de la courbe de rupture, située entre la surface et le point d'ordonnée y_c, est de forme indéterminée, la fissuration devant s'y opérer par extension sans qu'un emplacement précis puisse lui être assigné.

Soit A_1 le point de la ligne de plus grande pente du talus, qui se trouve sur la verticale du point C, et soit H sa différence de niveau avec le pied O du talus. On a

$$\begin{aligned} H &= OA_1 \sin i = x_c \sin i \\ &= \frac{2C}{\Delta}\frac{\sin^2 i\cos\varphi}{\sin(i-\varphi)}\left[\frac{\cos\varphi}{\sin i(1-\sin\varphi)}+\frac{\arccos\dfrac{\sin^2 i-\sin\varphi}{\sin i(1-\sin\varphi)}}{\sqrt{\sin(i-\varphi)\sin(i+\varphi)}}\right]. \end{aligned}$$

Il est dangereux de donner au talus d'inclinaison i une hauteur égale ou supérieure à H. Car ce talus sera exposé à glisser suivant la cycloïde ci-dessus. Et, au contraire, si l'on a affaire à un talus de hauteur inférieure à H, ce talus se montrera stable parce que la place manquera, entre son pied et la verticale de sa crête, pour tracer une cycloïde de glissement valable.

Telle est la véritable loi des hauteurs dangereuses des massifs argileux. Elle se corrobore assez aisément par l'étude plus approfondie des composantes horizontales $r\cos i$ des poussées r, dont l'intégrale

$$Q=\int r\cos i\,dy$$

se trouve avoir toujours une valeur relativement faible par rapport au poids

$$P=\int p\,dx,$$

le rapport $\frac{Q}{P}$ tendant même vers zéro dans les deux cas limites extrêmes $i=\frac{\pi}{2}$ et $i=\varphi$.

Et elle donne, dans le cas des substances de frottement nul (beurre,

savon, voire argiles), un résultat remarquablement simple, savoir :

$$H = \frac{C}{\Delta}(2 + \pi - 2i).$$

Soit, pour i infiniment petit,

$$H = \frac{C}{\Delta}(2 + \pi).$$

D'où l'on déduit la loi suivante qui fait pendant à celle des matières pulvérulentes établies par Rankine :

Étant donnée une matière cohérente, de frottement interne nul, il est impossible d'en constituer un massif à talus rectiligne de hauteur supérieure à une limite déterminée, si faible que soit l'inclinaison dudit talus.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Mesure de la pression dans l'atmosphère du Soleil.* Note de M. A. **Perot**, présentée par M. H. Deslandres.

Dans une précédente Communication [1] j'ai indiqué un procédé de mesure de la pression dans les masses gazeuses, basé sur la variation avec la pression du rapport des longueurs d'onde de deux radiations émises ou absorbées, dont les coefficients de variation avec la pression sont différents. Ce procédé donne, comme je l'ai montré, des résultats indépendants de toutes les causes dont l'effet est une variation relative de longueur d'onde constante pour tout le spectre (effets Doppler, Einstein).

J'ai appliqué tout d'abord cette méthode à la région de l'atmosphère solaire, où se produit l'absorption des raies b du magnésium et trouvé la pression sensiblement nulle.

Depuis, M. Salet [2] a appliqué ma méthode aux raies du fer dans les atmosphères du Soleil et de certaines étoiles en utilisant des clichés spectroscopiques obtenus autrefois par M. Hamy, et il a trouvé pour la première quelques dixièmes d'atmosphère.

La mesure de la pression dans la couche solaire de renversement des raies du fer présente un grand intérêt à cause de la vérification du principe de la relativité généralisée d'Einstein; MM. Fabry et Buisson utilisant d'anciennes mesures et s'appuyant par extrapolation, peut-on dire, sur le

(1) A. Perot, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 578.
(2) Salet, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 151.

résultat que j'avais trouvé pour le magnésium, ont montré récemment [1] que si, au lieu d'évaluer la pression à quelques atmosphères, ils supposaient la pression faible, certaines anomalies de leurs comparaisons entre les raies solaires et les raies terrestres disparaissaient et que les résultats trouvés satisfaisaient à la loi d'Einstein.

Comme j'avais annoncé l'intention de le faire, je viens de mesurer la pression dans la couche du fer et ai l'honneur de présenter aujourd'hui le résultat de ces recherches.

J'ai utilisé 5 raies dont les longueurs d'onde sont en angströms : 4219,5; 4227,6; 4233,8; 4236,1; 4294,3. La première et la dernière ont un faible coefficient de pression, les trois intermédiaires en ont un élevé.

J'ai commencé par déterminer la variation relative du rapport des longueurs d'onde prises 2 à 2, la pression variant de 76^{cm} à 4^{cm} de mercure, puis par la mesure correspondante faite dans le spectre solaire et dans un spectre terrestre à la pression atmosphérique, déterminé la pression dans le Soleil; les résultats trouvés sont les suivants :

Raies 4227,6 et 4219,5.........	Pression	38^{cm}
» 4233,8 et 4219,5.........	»	24
» 4294,3 et 4236,1.........	»	41

dont la moyenne est 34^{cm} de mercure.

La pression est donc de moins d'une demi-atmosphère, voisine de 35^{cm}.

Les trois déterminations sont concordantes aux erreurs expérimentales près, la plus erronée sans doute s'écartant de la moyenne de 10^{cm} de mercure seulement.

Ce résultat est intéressant, d'abord parce qu'il donne à la vérification du principe de relativité faite par MM. Fabry et Buisson une valeur certaine, et ensuite parce qu'il se rapproche singulièrement des nombres trouvés par M. Salet sur l'atmosphère du Soleil.

Je ferai en outre remarquer que dans un milieu dont la pression est aussi élevée les électrons ne peuvent se mouvoir avec quelque vitesse : ceci cadre bien avec le fait que je n'ai pas trouvé dans l'atmosphère solaire de vitesse descendante pour la vapeur de fer, et que la loi de rotation de cette vapeur est très voisine, sinon identique à celle des taches.

---

(1) Fabry et Buisson, *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 1020.

ASTRONOMIE. — *Observations de l'éclipse partielle de Soleil du 28 mars 1922 faites à l'Observatoire de Lyon (Saint-Genis-Laval).* Note de M. **Jean Mascart**, présentée par M. B. Baillaud.

L'état du ciel, très nuageux avec tendance à des ondées mélangées de neige, rendait problématique la possibilité de voir le phénomène; néanmoins, bien que plusieurs observateurs aient manqué le premier contact, des trouées se sont présentées aux moments favorables pour noter les contacts, qui ont été observés de la manière suivante en temps moyen de Greenwich :

Commencement.	Fin.	Instrument et ouverture.	Grossissement.	Observateurs.
h m s »	h m s 3.30.40,5	Coudé m 0,320	75	H. G.
1.10.25,0	» 41,5	Br. 0,160	70	J. G.
1.10.25,5	» 38,5			M. B.
»	» 39,5	Eich. 0,160	102	C. B.
»	» 44,5			P. F.
»	» 25,5	Cherch. 0,038	8	Ch. G.
1.10. 7	3.39. 9	»		*Conn. des Temps*

et ces observations présentent un écart très sensible avec les contacts prévus par la *Connaissance des Temps*.

Les observateurs étaient, dans l'ordre ci-dessus :

MM. H. Grouiller, J. Guillaume, Mlles M. Bloch et C. Bach, MM. Ph. Flajolet et Ch. Gallissot. Aux équatoriaux Brünner et Eichens, les observations ont été faites par projection de l'image sur un écran fixé à l'instrument en arrière de l'oculaire; avec des moyens de fortune, M. Ch. Gallissot a, en outre, expérimenté un dispositi avec prisme qui, à la première occasion, sera utilisé dans de meilleures conditions d'installation.

Malgré les nuages, qui ont gêné ou interrompu fréquemment les opérations, 80 mesures de la corde commune et de l'angle de position ont été effectuées à l'équatorial Brünner. Enfin, à Lyon même, un des membres les plus dévoués de notre Association d'observateurs, M. J. Ellsworth, a noté le premier contact et effectué, à l'aide d'un réfracteur de $0^m,058$, 14 photographies dont on peut déduire utilement des mesures de corde commune (gross. 30). Observations visuelles par projection.

Les résultats détaillés de ces mesures seront publiés ultérieurement.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse de Soleil du 28 mars 1922, à l'Observatoire de Strasbourg.* Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. B. Baillaud.

L'état du ciel n'a pas été très favorable à l'observation de l'éclipse du 28 mars; il a été presque entièrement couvert par d'épais nuages pendant la majeure partie du phénomène. Le vent était très faible.

L'heure du premier contact n'a pu être notée en raison de ces circonstances; mais, dans une éclaircie inattendue, la fin de l'éclipse a pu être observée très correctement à l'équatorial de 50^{cm}. Les images étaient calmes.

Voici les nombres trouvés :

	Dernier contact.	Observateur.
Observation directe par projection....	$15^h.26^m.28^s$	Danjon
— (t.m.Gr.)......................	15.26.27	Rougier
D'après la mesure des cordes.........	15.26.31,2	Danjon

La *Connaissance des Temps* indiquait pour le dernier contact $14^h 26^m,7$, légèrement en *retard* par conséquent sur l'observation.

ASTRONOMIE. — *Observations de l'éclipse de Soleil du 28 mars 1922.* Note de M. **Th. Moreux**, présentée par M. B. Baillaud.

A l'Observatoire de Bourges, l'éclipse partielle de Soleil a été favorisée, au moins pour sa première partie, par un temps assez favorable. Les observations ont été faites à l'équatorial de 160^{mm}, soit visuellement avec des grossissements variant de 125 à 320, soit par projection.

A $13^h 10^m 54^s$ heure annoncée par la *Connaissance des Temps* (T. M. G.) j'ai pu constater que le premier contact n'avait pas encore lieu; puis un faible nuage a interrompu l'observation pendant 16 secondes; mais à $13^h 11^m 11^s$ le nuage étant disparu, j'ai pu noter une faible échancrure du disque solaire. De sa grandeur j'ai calculé que le contact avait dû avoir lieu 9 ou 10 secondes auparavant.

Ainsi l'heure du premier contact aurait été pour Bourges voisine de $13^h 11^m 0^s$ à une seconde près.

Le ciel s'est couvert entièrement 20 minutes après la plus grande phase de l'éclipse et a rendu inobservable le dernier contact.

PHYSIQUE. — *Détermination du point d'inversion supérieur de la chaleur spécifique de la vapeur saturée de benzine.* Note de MM. G. **Bruhat** et A. **Delaygue**, présentée par M. J. Violle.

On sait que, pour certains corps, la chaleur spécifique m' de la vapeur saturée présente deux points d'inversion. Aux basses températures et au voisinage du point critique, m' est négatif, et le début de la détente adiabatique de la vapeur saturée s'accompagne d'une condensation partielle. Dans l'intervalle de température compris entre les deux points d'inversion, m' est positif, et c'est la compression adiabatique de la vapeur saturée qui produit une condensation.

L'existence des deux points d'inversion n'a été montrée expérimentalement, à notre connaissance, que par les mesures calorimétriques de M. Mathias (1) sur le gaz sulfureux. L'existence du point d'inversion inférieur a été montrée par Cazin (2), pour la benzine et le chloroforme, par l'observation de la condensation par détente ou par compression. Nous nous sommes proposé d'étendre cette dernière méthode au point d'inversion supérieur.

Dispositif expérimental. — Nous avons choisi pour cette étude la vapeur de benzine, et nous avons réalisé les températures et les pressions nécessaires à l'aide d'un appareil de Cailletet. Le tube est entouré d'un manchon de verre rempli de glycérine ; ce liquide est chauffé au moyen d'une résistance parcourue par un courant électrique, et la température en est donnée par un thermomètre. La glycérine reste assez transparente jusqu'au voisinage de sa température d'ébullition (environ 285°) pour permettre l'observation.

Pour faire une expérience, on maintient la température et la pression constantes pendant un temps suffisant pour que l'équilibre soit bien réalisé ; la quantité de benzine placée dans le tube a été choisie de façon à ce qu'il reste un peu de benzine liquide au-dessus du mercure. On peut alors produire une compression en abaissant brusquement le levier de la pompe, ou une détente en ouvrant, pendant un temps très court, le robinet à pointeau. Ces phénomènes, très brusques, sont adiabatiques, et chacune des deux phases se comporte comme si elle était seule : on observe la vapeur sur un point fixe de la portion du tube qu'elle occupe.

Résultats. — Dans les expériences citées plus haut, Cazin a pu observer

(1) Mathias, *Journ. de Phys.*, 3e série, t. 5, 1896, p. 381.
(2) Cazin, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. 14, 1868, p. 374.

la condensation de la vapeur de benzine par détente jusqu'à 115°, par compression à partir de 130°. Dans notre dispositif, la vapeur est observée sous une épaisseur plus faible, et les détentes à basse pression sont moins brusques; par contre, les compressions peuvent être plus rapides et plus importantes. Aussi, tandis que nous n'avons pas pu observer le brouillard par détente, nous avons pu observer le brouillard par compression à partir de 122°. Nous réalisions une compression correspondant à toute la course du levier de la pompe : au-dessous de 122°, il apparaît seulement un dépôt de rosée sur les parois du tube, qui sont maintenues à température constante par le thermostat ; à 122°, un léger brouillard apparaît à la fin de la compression dans toute la masse de la vapeur. La compression réalisée est d'environ un quart d'atmosphère et la température en fin de compression est voisine de 125°; la température du point d'inversion inférieur est donc plus basse que 125°, et nos expériences, jointes à celles de Cazin, permettent de l'évaluer à 122° C.

A mesure qu'on élève la température au-dessus de 122°, le brouillard obtenu par compression augmente. En même temps le dépôt de rosée sur les parois du tube devient un dépôt de gouttelettes liquides, et le refroidissement à volume constant qui suit l'échauffement adiabatique devient assez rapide pour produire un brouillard intense, qu'il faut éviter de confondre avec celui qui se produit pendant la compression même. En élevant la température, et en ayant soin, au voisinage du point d'inversion supérieur, de n'effectuer que de petites compressions, nous avons pu observer le brouillard de compression jusqu'à 252°; la température d'inversion est donc supérieure à 252°.

Par détente adiabatique, pour des températures voisines de 280°, toute la masse de vapeur s'emplit d'un brouillard qui a l'apparence d'une fumée, et qui se dissipe très rapidement quand le tube revient à la température initiale. Nous avons pu, en abaissant la température, observer cette fumée jusqu'à 267°; la température d'inversion est donc inférieure à 267°.

Conclusions. — En résumé, nous avons montré, par une méthode plus directe que la méthode calorimétrique de M. Mathias, l'existence du point d'inversion supérieur de la chaleur spécifique de la vapeur de benzine saturée; nous avons trouvé deux limites, 252° et 267°, entre lesquelles la température est certainement comprise. Comme le brouillard nous paraît plus facile à observer par compression que par détente, nous admettons pour la température d'inversion la valeur 258° C.

Nous avons d'autre part fait l'étude théorique de la chaleur spécifique de

la vapeur de benzine saturée, en partant de l'équation caractéristique de la benzine, prise sous la forme de Clausius, et de ses constantes calorimétriques, chaleur de vaporisation ou chaleur spécifique de la vapeur non saturée. Nous publierons dans un autre Recueil le détail de ces calculs, ainsi que le diagramme complet des adiabatiques du mélange liquide-vapeur. Nous indiquerons simplement ici qu'ils nous ont donné pour les valeurs des deux températures d'inversion 121° et 254° C., en bon accord avec les valeurs expérimentales 122° et 258°.

PHYSIQUE. — *Sur les spectres corpusculaires des éléments.* Note de M. **Maurice de Broglie**, présentée par M. E. Bouty.

Les recherches, précédemment décrites [1], ont été poursuivies avec un appareil agrandi, permettant une dispersion plus considérable des spectres corpusculaires enregistrés; le diamètre maximum des trajectoires circulaires, suivies par les corpuscules dans un champ magnétique, peut atteindre 26^{cm}, ce qui rend possible d'utiliser pour la plaque photographique une longueur de 24^{cm}.

Pour obtenir un champ étendu et uniforme convenable, l'emploi d'un solénoïde sans fer a paru le plus commode et le plus sûr, au moins tant que l'intensité de champ ne dépasse pas 200 unités.

La dispersion, que l'on peut évaluer en indiquant la différence de quantum en nombre de volts, correspondant à des raies séparées par 1^{mm} sur le cliché, varie avec l'énergie cinétique des corpuscules et le champ employé; mais on donnera une idée des résultats obtenus en disant que, pour des corpuscules ayant un quantum de 15000 volts, la dispersion peut atteindre facilement 130 volts par millimètre et, pour un quantum de 45000 volts, 600 volts par millimètre.

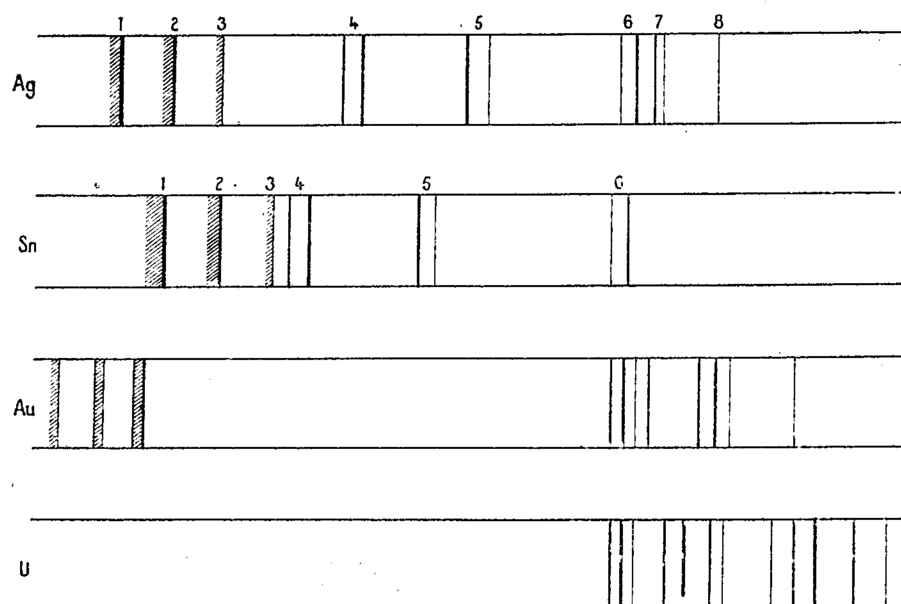
Cette dispersion peut devenir beaucoup plus grande pour les corpuscules de faible énergie restante.

Je crois intéressant de reproduire schématiquement ici la disposition de quelques spectres.

Ces schémas indiquent simplement la position des lignes qui apparaissent sur les clichés, sans avoir la prétention de donner l'aspect de ceux-ci, qui

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 746 et 806, et t. 173, p. 527 et 1157.

seront reproduits dans une publication ultérieure, avec des données numériques.



Tous ces spectres corpusculaires ont été excités par un tube Coolidge à anticathode de tungstène, qui agit surtout par ses quatre lignes α_1, α_2, β et γ de la série K; le premier se rapporte à un radiateur d'argent et le second à un radiateur d'étain; les lignes 1, 2 et 3 sont les flots d'électrons qui sont excités par les raies de fluorescence de l'argent et de l'étain sur les niveaux L et M de ces éléments, 4 représente l'action de $\alpha_1\alpha_2$ du spectre X incident sur le niveau K du radiateur et 5 l'action de β et de γ sur le même niveau, 6 et 7 montrent les flots qui correspondent à $\alpha_1\alpha_2$ agissant sur les niveaux L et M de l'argent et 8 se rapporte à β et au niveau L.

Les deux derniers schémas sont relatifs à des radiateurs d'or et d'uranium; ils présentent un ensemble complexe de lignes caractéristiques, qui s'interprètent en combinant les raies du spectre incident avec les niveaux L et M de ces métaux lourds; les lignes qui existent au début du spectre de l'or correspondent aux rayons L de fluorescence de cet élément.

Pour identifier l'origine des raies, on peut interposer, entre la source de rayons X et l'appareil, un écran sélectif, qui absorbe certaines radiations beaucoup plus fortement que d'autres; c'est ainsi qu'un écran contenant des oxydes de terres rares (néo-ytterbium $N = 70$) fait pratiquement disparaître les raies β et γ du spectre K du tungstène et permet de contrôler

l'évanouissement correspondant des raies qui sont le reflet de ces dernières sur les niveaux du radiateur employé.

Après avoir, par divers dispositifs, atténué autant que possible les causes de voile de la plaque, j'ai vérifié que le fond spectral continu restant était bien dû à des rayons β possédant des vitesses variant d'une façon continue; un écran très mince d'or ou d'argent, placé au voisinage de l'émulsion, permet de s'en rendre compte et de mettre en évidence le rapide accroissement de l'absorption quand la vitesse des électrons décroît.

A ce point de vue, il y a lieu de penser que l'absorption des corpuscules par la matière doit être, à un certain degré, sélective, et présenter de brusques accroissements quand le quantum des rayons augmente, puisque les rayons cathodiques de vitesses croissantes déclanchent l'émission de nouvelles séries de rayons X quand leur énergie grandit. Cependant cet effet doit être très petit, vis-à-vis de l'absorption générale, à cause de la valeur très faible que possède le rendement de transformation de l'énergie cathodique en énergie de rayons X; en fait, je n'ai pu, jusqu'à présent, l'observer avec certitude.

Les plaques Lumière sigma donnent de bons résultats pour ce genre de travail; des essais ont été également tentés avec des plaques Schumann, celles-ci sont nettement plus sensibles, mais la difficulté de leur emploi et l'imperfection que présentent souvent les émulsions contre-balancent jusqu'à un certain point cet avantage.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'entretien simultané d'un circuit oscillant et de circuits harmoniques.* Note de M. C. Gutton, présentée par M. G. Ferrié.

Lors de l'entretien d'oscillations électriques par une lampe à trois électrodes, les variations pendulaires du potentiel de la grille ne produisent pas des oscillations pendulaires de l'intensité du courant dans le circuit de plaque. A cause de la forme courbe des caractéristiques de la lampe, il n'y a pas proportionnalité entre les variations du potentiel de la grille et celles du courant de plaque.

Le circuit oscillant a une impédance très grande pour la fréquence fondamentale du courant de plaque parce qu'il est accordé. Il résonne sur cette fréquence qui y prend une intensité prépondérante.

L'impédance du circuit oscillant, pour les fréquences harmoniques, est,

au contraire, très faible et les harmoniques du courant de plaque ne sont pas supprimés par le circuit oscillant.

Si donc, outre le circuit oscillant principal, on dispose sur le circuit de plaque un circuit accordé sur l'un de ces harmoniques, il vibrera en même temps que le premier, sans qu'il soit nécessaire de le coupler au circuit de grille.

Il est ainsi possible d'entretenir, simultanément, par une seule lampe, une oscillation et toute la série de ses harmoniques. Chacun d'entre eux résonne, dans un circuit distinct, qui supprime l'harmonique correspondant du courant de plaque.

En ajoutant au circuit principal un seul circuit oscillant de période variable, on peut y faire résonner successivement tous les harmoniques.

Si le circuit harmonique n'est pas exactement accordé, il est le siège d'oscillations forcées qui ont, malgré le désaccord, la fréquence exacte de l'harmonique.

Les intensités des courants dans les circuits harmoniques augmentent lorsqu'on fait croître le couplage du circuit principal avec les circuits de grille ou de plaque de la lampe. Ils s'exagèrent aussi lorsqu'on baisse ou lorsqu'on augmente la tension moyenne de la grille en intercalant sur le circuit de grille une batterie de piles.

Ce sont justement les conditions pour lesquelles la trajectoire du point de fonctionnement, sur le diagramme des caractéristiques, pénètre profondément dans les régions très courbées ou horizontales de celles-ci.

Lorsqu'on diminue les couplages jusqu'aux plus petites valeurs compatibles avec l'entretien d'oscillations et lorsqu'on fixe, en réglant la tension de grille, le point de fonctionnement moyen au voisinage du point d'inflexion d'une caractéristique, on n'utilise plus que les parties presque rectilignes de ces courbes et les harmoniques deviennent faibles.

L'entretien simultané par une même lampe d'une oscillation fondamentale et de ses harmoniques fournit un moyen facile d'obtenir avec intensité des oscillations, dont les fréquences sont dans un rapport connu, et d'appliquer la méthode d'étalonnage des ondemètres, imaginée par M. Abraham, ou celle qui a été récemment décrite par M. Mercier (1).

L'adjonction à un oscillateur de circuits, dont les fréquences sont des sous-multiples de la fréquence fondamentale, supprime les harmoniques du courant de plaque. Lorsque, pour augmenter la stabilité des oscillations,

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 448.

on est obligé d'utiliser des couplages plus élevés que le couplage minimum, ou de baisser la tension de grille afin d'améliorer le rendement, il y a intérêt à se débarrasser des harmoniques. On constate, en effet, que leur suppression fait augmenter l'amplitude des oscillations dans le circuit principal. L'intensité moyenne du courant de plaque croît, il est vrai, un peu; mais, au total, le rendement est amélioré et, par suite, l'échauffement de la lampe diminué.

Pour les faibles couplages du circuit oscillant et des circuits de grille et de plaque, qui fournissent des oscillations peu stables, la suppression des harmoniques fait, au contraire, diminuer l'amplitude des oscillations et le courant moyen de plaque.

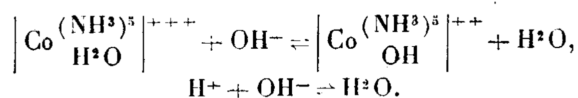
CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'hydrolyse des sels roséocobaltiques.* Note [1] de **M. P. Job**, présentée par M. Georges Urbain.

Dans une précédente Communication [2], j'ai montré que l'on peut suivre, par des mesures de force électromotrice, l'hydrolyse des complexes roséocobaltiques sous l'influence de la baryte. Cette méthode permet une étude quantitative de la réaction.

Si, en effet, la force électromotrice mesurée est exactement déterminée par la concentration C, des ions OH dans la solution, elle est liée à cette concentration par l'équation

$$E = E_1 - 0{,}057 \log_{10} C \qquad \text{(au voisinage de 15°)}, \tag{1}$$

E_1 étant la différence de potentiel qui correspond à une concentration des ions oxhydryle égale à l'unité. Il est, d'autre part, facile d'obtenir une relation entre la concentration C et la quantité de baryte ajoutée à la solution du complexe cobaltique. Si nous supposons la dilution assez grande pour que ce complexe et la baryte soient totalement dissociés en ions, les réactions sont les suivantes [3] :



$$\left|\mathrm{Co}\begin{matrix}(NH^3)^5\\ H^2O\end{matrix}\right|^{+++} + OH^- \rightleftharpoons \left|\mathrm{Co}\begin{matrix}(NH^3)^5\\ OH\end{matrix}\right|^{++} + H^2O,$$
$$H^+ + OH^- \rightarrow H^2O.$$

(1) Séance du 20 mars 1922.
(2) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 613.
(3) Cette équation exprime l'égalité des charges positives et négatives.

Désignons par C_{aq}, C_{Ox}, C_H les concentrations respectives des ions roséo, hydroxo et hydrogène, dans la solution ; l'application de la loi d'action de masse donne :

$$C_{aq} \times C \;= K C_{Ox},$$
$$C_H \times C_{OH} = \varepsilon^2.$$

Enfin, si Γ est la concentration primitive de l'ion roséo, a la proportion d'ion OH ajouté et si la solution de baryte est suffisamment concentrée pour que le volume puisse être considéré comme invariable pendant l'opération, on a

$$C_{aq} + C_{Ox} = \Gamma,$$
$$3 C_{aq} + C_H + 2 C_{Ox} + a\Gamma = 3\Gamma + C_{OH} \quad (^1).$$

De ces quatre équations, on tire

$$(2) \qquad a = \frac{C}{C+K} - \frac{1}{\Gamma}\frac{\varepsilon^2}{C} + \frac{C}{\Gamma}.$$

J'ai eu recours à une électrode d'oxygène ([2]), et j'ai obtenu des résultats très satisfaisants, en me servant d'un fil platiné très fin, plongeant de 1^{mm} environ dans la solution et autour duquel circulait un courant très lent d'oxygène (quelques bulles par minute). Il suffisait, au début, de quelques heures, et, après chaque addition de baryte, de quelques minutes, pour obtenir une valeur constante de la force électromotrice.

J'ai vérifié que la courbe de titrage d'une solution $\frac{N}{500}$ d'acide chlorhydrique peut être calculée par les équations (1) et (2) où l'on fait

$$E_1 = 0.41, \qquad K = 0, \qquad \varepsilon^2 = 0,5.10^{-14}$$

(constante de dissociation de l'eau au voisinage de 15°. L'électrode d'oxygène donne donc une mesure correcte de la concentration des ions OH et l'on peut appliquer en toute confiance la méthode proposée à l'étude de l'hydrolyse d'un sel roséocobaltique.

Le Tableau suivant donne quelques-uns des résultats obtenus en traitant, à 16°, par la baryte (solution à $0^{mol},0952$ par litre), une solution de sulfate roséo contenant $\frac{1}{500}$ d'ion roséo par litre ([3]). L'expérience donne la valeur, E, de la face électromotrice, pour une proportion donnée, a, d'ion OH

---

(1) Je suppose également que le sel roséo est un sel d'acide fort.

(2) Voir, par exemple, FOERSTER, *Elektrochemie wässeriger Lösungen*, 1915, p. 164 et suiv.

(3) La solution était agitée mécaniquement pendant toute la durée de l'expérience.

ajoutés. La concentration C se calcule à partir de l'équation

$$E = 0,41 - 0,057 \log C \tag{3}$$

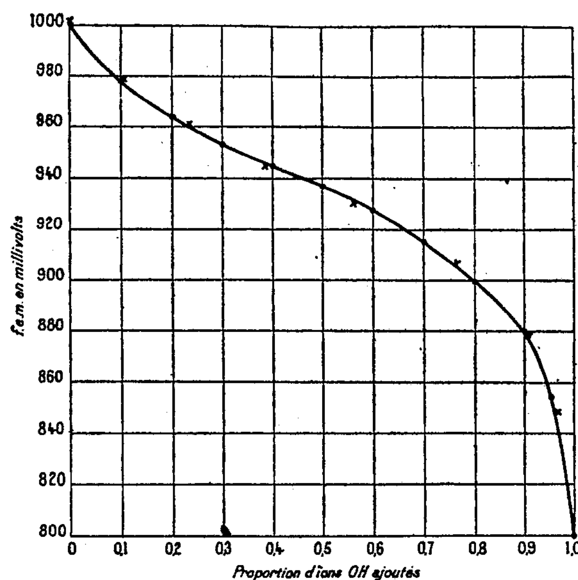
et la constante d'équilibre à partir de l'équation

$$a = \frac{C}{C+K} - \frac{0,5.10^{-14}}{2.10^{-3}.C} + \frac{C}{2.10^{-3}}, \tag{4}$$

où le dernier terme est négligeable.

a.	E (volts).	C.	K.
0	1,001	$4,26.10^{-11}$	$6,15.10^{-10}$
0,2	0,965	$1,86.10^{-10}$	6,8
0,3	0,954	$2,81.10^{-10}$	6,25
0,4	0,946	$3,97.10^{-10}$	5,8
0,6	0,928	$8,30.10^{-10}$	5,5
0,8	0,900	$2,51.10^{-9}$	6,2
0,9	0,880	$5,49.10^{-9}$	6,1

Les valeurs de K sont très sensiblement constantes et égales à 6.10^{-10}



En portant cette valeur dans l'équation (4), on peut calculer a pour différentes valeurs de C; l'équation (3) donne les valeurs de E correspondantes, que l'on peut comparer aux valeurs mesurées. J'ai porté sur la figure, à côté

de la courbe expérimentale, les points ainsi calculés, représentés par une croix : on voit que la concordance est excellente [1].

Il est donc hors de doute que, sous l'influence des ions OH, les sels roséo se transforment en sels hydroxo selon la réaction que j'ai indiquée, la constante d'équilibre de cette réaction étant à 16°, voisine de 6.10^{-10}. On peut en déduire la constante K' d'hydrolyse de l'ion roséo

$$\left(\left|\mathrm{Co}\begin{matrix}(\mathrm{NH^3})^5\\ \mathrm{H^2O}\end{matrix}\right|^{+++} \rightleftharpoons \left|\mathrm{Co}\begin{matrix}(\mathrm{NH^3})^5\\ \mathrm{OH}\end{matrix}\right|^{++} + \mathrm{H^+}\right) \quad : \quad K' = \frac{K}{\varepsilon^2} = 1,2.10^5.$$

Ces valeurs auraient pu être obtenues par la seule mesure de la différence de potentiel $\frac{O^2}{\text{solution}}$, sans addition de baryte. L'intérêt de la méthode que j'ai employée est de se contrôler elle-même et de donner une base expérimentale à l'interprétation chimique des mesures.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur les monochlortoluènes.* Note [2] de MM. A. **Wahl**, G. **Normand** et G. **Vermeylen**, présentée par M. Haller.

On sait que la chloruration nucléaire du toluène conduit à un mélange d'ortho et de parachlortoluène dont la détermination des propriétés relatives a déjà fait l'objet d'un grand nombre de travaux. Toutefois, comme les divers auteurs ont opéré dans des conditions très différentes, il s'ensuit que leurs résultats présentent entre eux une grande divergence.

Ainsi Seelig [3] a trouvé dans le chlortoluène préparé en présence de fer une proportion de 58 à 60 pour 100 d'ortho et 32 à 29 pour 100 de parachlortoluène. Cohen et Dakin [4], en chlorant en présence d'aluminium amalgamé, ont obtenu 65 pour 100 d'orthochlortoluène. Au contraire, en dégageant du chlore électrolytique au sein du toluène, en suspension dans l'acide chlorhydrique bouillant, Cohen, Dawson et Crossland [5] ont obtenu surtout l'isomère para (2,5 parties de para pour 1 partie d'ortho)

---

(1) Comme autre vérification, j'ai mesuré la force électromotrice correspondant à une solution $\frac{N}{1000}$ d'ion roséo sans addition de baryte ($a = 0$). Valeur expérimentale $0^{\text{volt}},995$, valeur calculée 0,994.

(2) Séance du 27 mars 1922.

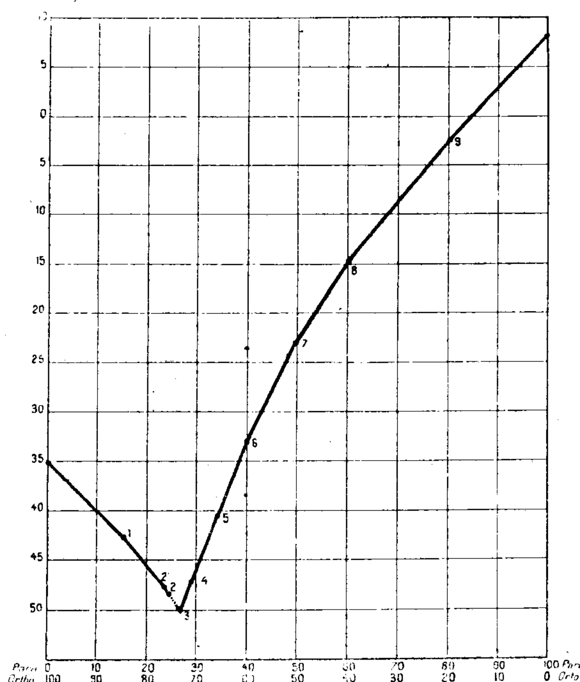
(3) Seelig, *Liebig's Annalen*, t. 237, 1886, p. 153.

(4) Cohen et Dakin, *Chem. Soc.*, t. 75, 1892, p. 893.

(5) Cohen, Dawson et Crossland, *Ibid.*, t. 87, 1905, p. 1034.

et ce résultat est confirmé par Fichter et Glautzstein (¹). D'autre part, R.-L. Datta et F.-V. Fernandes (²) ont isolé surtout de l'orthochlortoluène dans la réaction de l'eau régale au bain-marie. Enfin Seyewetz et Biot (³), en faisant bouillir le toluène avec du tétrachlorure de plomb ammoniacal, ont obtenu exclusivement l'isomère ortho. Excepté Seelig, tous ces auteurs ont dosé les isomères par oxydation et séparation des acides chlorbenzoïques; c'est là une méthode longue et fort délicate.

Désirant étudier la chloruration du toluène dans un but industriel il nous a paru utile de disposer d'un procédé de dosage plus rapide et plus commode et nous avons pensé faire appel aux propriétés physiques telles que la densité et le point de solidification commençante, méthodes qui avaient déjà été employées avec succès par van der Laar (⁴) dans l'étude de la bromuration du toluène. Les deux chlortoluènes purs nécessaires à ce travail ont été préparés au départ des toluidines pures et également



Courbes des points de fusion des mélanges des monochlortoluènes ortho et para.

par séparation du mélange technique par la sulfonation ménagée. Les détails en seront fournis dans un autre recueil. Voici les constantes des corps purs (⁵).

(¹) Fichter et Glautzstein, *Berichte*, t. 49, 1916, p. 2479.

(²) Datta et Fernandes, *J. amer. chem. Soc.*, t. 36, 1914, p. 1007.

(³) Seyewetz et Biot, *Bull. Soc. chim.*, t. 29, 1903, p. 222.

(⁴) Van der Laar, *Rec. trav. Pays-Bas*, t. 26, 1905, p. 1.

(⁵) Les points de fusion indiqués sont : + 7°,4 pour le parachlortoluène (Seubert, *Berichte*, t. 22, p. 2519) et —34° pour l'ortho (Haase, *Ibid.*, t. 26, 1893, p. 1053).

Orthochlortoluène :

Éb.$_{760,4}$ = 158°,4 — 158°,7 (corr.); F = — 35°,1; D_{20}^{20} = 1,0843.

Parachlortoluène :

Eb.$_{759,9}$ = 161°,7 — 152°,2 (corr.); F = + 7°,8; D_{20}^{20} = 1,0714.

Nous avons alors établi la courbe des variations de la densité prise à 20°, en fonction de la composition des mélanges; cette courbe se confond avec une ligne droite.

D'autre part, nous avons construit le diagramme de fusion des mélanges et nous avons obtenu les points suivants :

Parachlortoluène pur		+ 7°,8
Mélange à 19,4 pour 100 d'ortho		— 2,4
» 39,9	»	—14,7
» 50,4	»	—23,1
» 60,2	»	—33,0
» 66,2	»	—40,5
» 71,3	»	—47,3
» 73,0	»	—49,8
» 75,4	»	—48,4
» 76,4	»	—47,8
» 84,8	»	—42,6
Orthochlortoluène pur		—35,1

Nous avons appliqué ces données au dosage des isomères dans le chlortoluène préparé en présence de 2,5 à 3 pour 100 de fer. Le produit, lavé, était ensuite soumis à une série de distillations fractionnées pour en séparer le toluène inaltéré ainsi que les dérivés polychlorés; la formation de ces derniers était partiellement évitée en ne chlorant que jusque 60 à 70 pour 100.

Voici quelques-uns des résultats obtenus :

	Température.	Point de solidification commençante.	Composition ortho.	Composition para.	Densité.	Densité calculée.
I	0° à 5°	—28°,5	56	44	1,0789	1,0786
II	10 à 15	—30,2	57,5	42,5	1,0791	1,0788
III	10 à 15	—31,5	58	42	1,0786	1,0789
IV	15 à 20	—30,2	57,5	42,5	1,0785	1,0788

Les opérations I, II et IV ont porté sur 1^{kg} de toluène; l'opération III a été effectuée sur une dizaine de kilogrammes.

On voit, par ces chiffres, que dans ces limites de température la composition moyenne du chlortoluène obtenue correspond sensiblement à 57 à 58 pour 100 d'ortho pour 43 à 42 pour 100 de parachlortoluène. L'influence de la température est peu sensible, d'ailleurs des chlorurations effectuées à des températures de 30°, 40°, 50° et 60°, ont fourni des résultats qui diffèrent très peu des précédents.

Si dans la chloruration on remplace le fer par l'aluminium, la réaction s'amorce brusquement, la masse se colore et à la distillation il reste un résidu abondant de produits polymérisés.

Parmi l'action des catalyseurs, la plus curieuse est celle du chlorure de plomb. MM. Seyewetz et Biot (*loc. cit.*) indiquent que l'ébullition du toluène avec le tétrachlorure ammoniacal $RCl^4.2NH^4.Cl$ fournit *exclusivement* de l'orthochlortoluène. Pour une cause inexpliquée nous n'avons pu observer de réaction sensible dans ces conditions. Nous avons alors chloré le toluène en présence de $PbCl^2$, espérant qu'il pourrait se produire transitoirement $PbCl^4$, susceptible d'agir comme sa combinaison ammoniacale. La réaction du chlore, en présence de $PbCl^2$, ne commence qu'à la température du bain-marie; *mais, tandis qu'en l'absence de catalyseur, il se forme exclusivement du chlorure de benzyle, on constate qu'en présence de* $PbCl^2$ *la formation du chlorure de benzyle passe au second plan et qu'il se forme surtout du chlortoluène.* Celui-ci est constitué par un mélange d'ortho et de parachlortoluène dans lequel la proportion d'ortho est voisine de 62 pour 100, c'est-à-dire légèrement supérieure à la normale.

L'action catalytique du chlorure de plomb n'avait pas encore été signalée. Elle permet d'expliquer la formation du chlortoluène que l'on observe accidentellement dans la préparation industrielle du chlorure de benzyle lorsqu'il s'introduit fortuitement de l'humidité dans les appareils. Celle-ci contribue à l'attaque du plomb avec dépôt abondant de chlorure de plomb qui catalyse la réaction.

GÉOLOGIE. — *Observations tectoniques sur les terrains secondaires de la bordure méridionale des Vosges.* Note de M^lle **G. Cousin**, présentée par M. Émile Haug.

La revision des contours des terrains secondaires des environs de Belfort, en vue de la publication d'une seconde édition de la feuille Lure-Mulhouse de la Carte géologique au 80000^e, m'a permis de faire des observations tectoniques sur tout un ensemble auquel M. W. Kilian a donné autrefois [1] le nom de *Falaise sous-vosgienne.* Cet ensemble est constitué par une bande de terrains allant du Trias inférieur au Kimeridgien et formant

(1) W. Kilian, *Contribution à la connaissance de la Franche-Comté septentrionale; les collines préjurassiennes et le Jura du Doubs* (*Annales de Géographie*, n° 11, 1894, p. 319-345).

bordure des Vosges dans leur partie méridionale. Cette bande, diversement fracturée, se poursuit d'une manière ininterrompue du SW au NE, sur plus de 50^{km}, c'est-à-dire, pour préciser, des environs de Rougemont (Haute-Saône) jusqu'à plus de 10^{km} au delà de Belfort.

Dans cette série, la dénomination de « falaise » peut, à vrai dire, s'appliquer aux calcaires bajociens et bathoniens qui forment dans la topographie une saillie parfois escarpée (la Côte, le Coudrai, le Mont, la Miotte, par exemple) entre les marnes calloviennes et oxfordiennes, d'une part, et les marnes liasiques, d'autre part. Sur son versant nord, cette série normale de terrains secondaires se redresse contre le massif ancien d'une manière assez régulière. Sur son versant sud, elle est en relation directe avec les plissements jurassiens du pays de Montbéliard. Tandis que la partie méridionale de la falaise a une allure relativement tranquille, avec pendage au SE à peu près constant, la partie septentrionale est affectée d'une série de cassures et de décrochements, liés, sans doute, à la fois à la formation de la dépression alsatique tertiaire et à des actions orogéniques tangentielles contemporaines des plissements du Jura. J'ai plus particulièrement étudié les accidents des terrains secondaires au voisinage du massif ancien, dans la région comprise entre Chagey au SW et Saint-Germain au NE.

A. Un premier accident met en contact le Dévonien et le Permien des *Collines sous-vosgiennes*, qui forment les reliefs du Salbert et de l'Arsot, avec les terrains secondaires. C'est une grande faille dont le tracé, d'après mes observations, est le suivant : elle prend naissance dans le Permien des environs de Chenebier, passe au N de Belfort, coupe perpendiculairement la vallée de la Savoureuse et se termine dans le Permien de la forêt de l'Arsot. Elle prend, en quelque sorte, la falaise sous-vosgienne en écharpe.

Une sécheresse particulièrement intense m'a permis de suivre la faille dans le lit de la Savoureuse, et d'en voir d'ailleurs la continuation sur la rive gauche, alors que la figuration précédente de l'accident le limitait à la rive droite, dans les alluvions, vers Cravanche. Le Permien qui, dans toute la région, a une grande épaisseur est ici très réduit. Redressé, avec un fort pendage au SE, il occupe une cinquantaine de mètres seulement entre le Dévonien et le Grès Bigarré. De la tranchée du chemin de fer stratégique au Champ de Mars de Belfort, on peut établir la succession suivante :

Schistes et phyllades du Dévonien avec pendage à 40° au SE, s'enfonçant sous le Permien étiré et broyé, puis immédiatement, le Grès Bigarré avec pendage et direction semblables au reste des assises de la falaise. La faille intéresse ici non seulement le Permien, mais aussi le Grès Vosgien,

qui manque pour reparaître ensuite un peu plus au Nord dans la forêt de l'Arsot, quand l'accident prend fin.

B. Les anciens tracés figurent un grand décrochement qui suit exactement le cours de la Savoureuse, de Danjoutin à Giromagny. Ce décrochement perpendiculaire à la faille précédemment décrite changerait la direction de la falaise et repousserait au nord le Primaire des collines sous-vosgiennes. Or il y a *continuité parfaite de direction entre le Dévonien de la rive droite et de la rive gauche de la Savoureuse et, de même, continuité dans la bordure secondaire*.

Après la terminaison vers l'E de la grande faille Chenebier-Arsot, les termes de la bordure secondaire se trouvent tous représentés. Une coupe prise entre le fort de Rudolphe et le village de Perouse montre une succession normale, du Grès Vosgien au Lusitanien. Malgré cette succession normale, la partie de la Falaise comprise entre la Miotte et le point où la route Belfort-Strasbourg coupe le ruisseau de la Rate, montre un Jurassique redressé à 45° et étiré. Sont surtout affectés par cet étirement le Lias et l'Oolithique inférieur. Sous le Lias, le Trias a un pendage assez faible et, sur l'Oxfordien, le Séquanien est incliné à peine à 25°.

C. Du ruisseau de la Rate aux Errues, j'ai relevé une série de décrochements et d'affaissements perpendiculaires à la direction générale de la falaise. De ce fait, la bordure secondaire est divisée en compartiments poussés contre le massif ancien avec d'autant plus d'intensité qu'on se dirige vers le N.

1° Un premier décrochement va de Denney à Vétrigne. Il redresse les couches secondaires contre le massif primaire. Cet accident amène un décalage des assises secondaires de part et d'autre de la cassure. Après le Grès Bigarré du fort de Roppe, le Muschelkalk et le Keuper sont extrêmement réduits. Le Lias fait face au Muschelkalk de Vétrigne, le Bajocien et le Bathonien font face au Lias de la vallée de la Rate. Le Bajocien affleure dans la tranchée du chemin de fer électrique, il a encore un pendage SE d'environ 30°; mais, à une centaine de mètres plus au nord, ce pendage passe à 80°, la direction des couches demeurant sensiblement la même, SW-NO.

2° Un deuxième décrochement va du bas du village de Roppe à l'étang de l'Autruche. Le Trias tout entier est, cette fois, très étiré. L'ensemble du Lias a une centaine de mètres à peine. Les calcaires du Bajocien et du Bathonien, mis à découvert par une série d'exploitations, se montrent en bancs verticaux, de direction WSW-ENE et passent même, dans la

partie NE de ce deuxième compartiment, à un pendage NW voisin de 70°.

3° Un troisième décrochement suit le thalweg supérieur du ruisseau de l'Ermite, entre la route Belfort-Strasbourg et le bois d'Éguenigue. Avec ce troisième accident, le rapprochement du Jurassique contre le massif primaire est maximum. Le Trias et le Lias sont tellement étirés que l'Oolithique inférieur de la falaise est presque directement en bordure du Permien d'Anjoutey. Dans ce dernier compartiment, le Bajocien et le Bathonien présentent aussi un pendage NW de 60° environ et semblent plonger sous le Permien du bois d'Éguenigue.

Sur le Jurassique inférieur *vertical* ou *renversé* de ces trois fractions décrochées reposent, en *contact anormal*, les calcaires sublithographiques du Séquanien. Ils forment une grande table dont les couches sont à peine inclinées au NE. Ce Séquanien constitue le grand plateau qui s'étend de Roppe, où l'on voit sa superposition directe aux calcaires bathoniens verticaux, à Phaffans, à Menoncourt et aux Errues.

L'étude de ces divers accidents me conduit à l'interprétation suivante : lors de l'établissement du golfe tertiaire d'Alsace, les couches secondaires de la bordure méridionale des Vosges se sont infléchies et brisées du côté où se produisait la dépression. Puis, lors des plissements jurassiens, des forces tangentielles ont poussé les assises inférieures de la falaise jusqu'à les redresser complètement contre le massif vosgien. Plus loin, elles ont décollé le Séquanien qui a glissé vers le NW sur le Rauracien, l'Oxfordien et le Callovien, venant ainsi recouvrir directement les termes réduits et verticaux du Jurassique inférieur.

GÉOLOGIE. — *Contribution à l'étude du bassin tertiaire du sud de Rennes. Découvertes de lits à Poissons et à Plantes dans des argiles noires au sommet du Chattien.* Note de MM. **L. Dangeard** et **Y. Milon**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

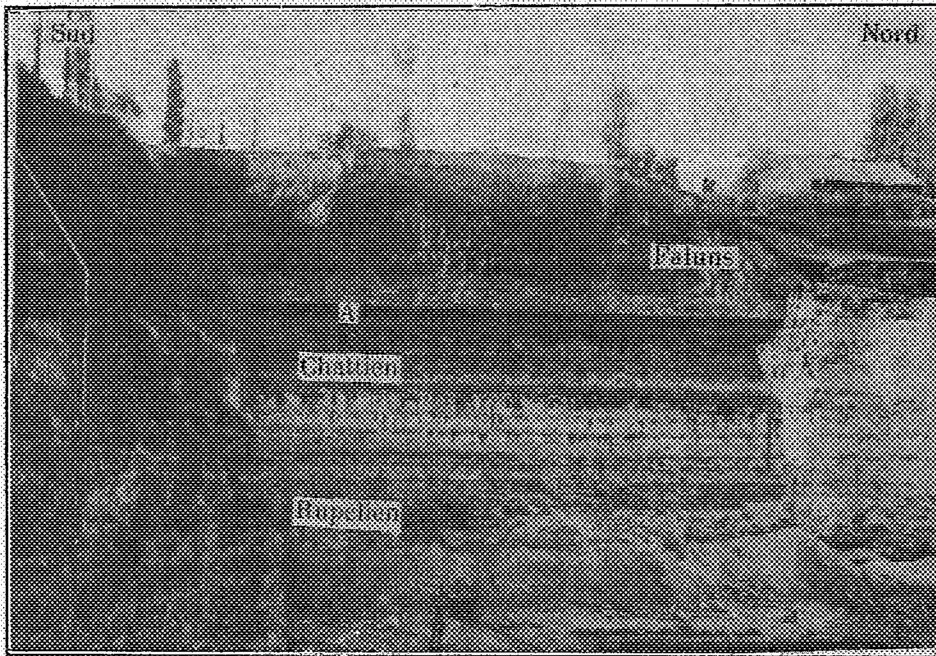
Les grandes carrières de la Chaussairie et de Lormandière, exploitées pour l'alimentation de fours à chaux importants, sont des lieux classiques pour l'étude du bassin tertiaire du sud de Rennes. Elles ont fait l'objet de remarquables travaux de la part de Tournouër, Delage, Lebesconte, Vasseur.

La coupe la plus complète se voit à la Chaussairie, où les couches marno-calcaires du *Rupélien* et du *Chattien* sont ravinées par les *faluns vindo-*

boniens. Le front de taille ouest de cette carrière, montre sous les bancs de base des faluns (*maçonnal ferré*) et au-dessus des derniers bancs calcaires du Chattien (*brulemort*) deux niveaux argileux considérés jusqu'alors comme azoïques.

L'argile inférieure de couleur bleue, épaisse d'environ 50^{cm}, est traversée par des racines fossilisées sur place, verticales et ramifiées.

Une surface légèrement ondulée, un délit un peu sableux où abondent les



DÉCOUVERT OUEST DE LA CARRIÈRE DE LA CHAUSSAIRIE.
A. *Argiles noires à Poissons et à plantes.*

débris de plantes, séparent l'argile inférieure d'une argile noire zonée, plus épaisse (1^{m} en moyenne) qui nous a fourni les représentants admirablement conservés d'une flore riche, et d'une faune à caractère lagunaire, nouvelle pour l'Ouest.

Un premier examen permet de distinguer parmi les débris végétaux : des rhizomes de Nymphéacées, des feuilles de Fougères, de Monocotylédones et Dicotylédones, montrant les plus fines nervures; des fragments de tiges ayant, en général, conservé la structure des tissus; de nombreuses graines, et des oogones de Chara.

Les éléments remarquables de la faune sont des Poissons délicatement

conservés dans les feuillets d'argile. On peut distinguer parfaitement les détails les plus fins de leur squelette, et observer en place : les écailles, les dents, les otolithes. Parmi les nombreux échantillons récoltés, nous avons pu reconnaître des Percoïdes, appartenant au genre *Smerdiss* Agass. et à un genre voisin de *Properca* Sauv.

Les lits à Poissons alternent dans l'argile avec des lits à Ostracodes; çà et là existent des « nids » à petits mollusques (Limnées, Potamides, Planorbes).

Nous avons retrouvé les mêmes formations argileuses à Poissons et à Plantes, dans la carrière de Lormandière à 1^{km} environ à l'ouest de la précédente. Ces dépôts avait été rapportés, avec doute, au Quaternaire par Vasseur (*Thèse*, 1881).

M. Kerforne a signalé récemment la présence de graines, dans une terre d'ombre, à la partie supérieure des argiles noires. Ces dernières nous ont fourni les mêmes fossiles qu'à la Chaussairie, moins abondants et moins bien conservés (débris de Poissons, feuilles et graines). On observe au-dessous les mêmes traces « d'ancien sol » avec racines en place dans l'argile bleue.

En résumé, les argiles noires de la Chaussairie et de Lormandière renferment de précieux documents paléontologiques, leur étude fera mieux connaître, pour notre région, le régime des lagunes, à la fin de l'Oligocène.

BOTANIQUE. — *Sur l'hypocotyle de la Mercuriale.*
Note (¹) de M. P. Bugnon, présentée par M. Guignard.

La théorie qui semble actuellement la plus satisfaisante pour interpréter la disposition de l'appareil conducteur dans l'axe hypocotylé a été émise par G. Chauveaud (²) et peut être brièvement résumée comme suit : la plupart des stades de l'évolution phylogénique subie par l'appareil conducteur des Plantes vasculaires sont encore représentés dans la racine, tandis que, dans la feuille et dans la tige, les derniers stades seuls figurent, en apparaissant d'emblée; mais on peut trouver au cours de l'ontogénie, dans l'axe hypocotylé et dans les cotylédons, en s'élevant à partir de la première

(¹) Séance du 27 mars 1922.

(²) G. Chauveaud, *L'appareil conducteur des plantes vasculaires et les phases principales de son évolution* (*Ann. Sc. nat.*, 9ᵉ série : *Bot.*, t. 13, 1911, p. 113).

racine, les divers degrés de cette suppression progressive des premiers stades, de cette accélération embryogénique basifuge.

L'existence possible de bois centripète transitoire dans l'hypocotyle et jusque dans les cotylédons, sa disparition plus ou moins précoce suivant les niveaux, sont les deux faits essentiels sur lesquels repose cette théorie.

Or, si l'on étudie chez la Mercuriale (*Mercurialis annua* L.) par exemple, la différenciation progressive de l'appareil conducteur dans l'embryon, au cours de son développement intraséminal, on constate les faits suivants :

Un embryon jeune, considéré au stade représenté en I (*fig.* 1), offre déjà l'ébauche reconnaissable de son appareil conducteur, tant dans ses cotylédons que dans sa radicule. Dans chaque cotylédon, il existe un cordon procambial médian, dichotome vers le haut, ce qui permet de le distinguer aisément, et deux cordons procambiaux latéraux plus faibles. Le médian est également bifurqué vers le bas; les deux branches de cette bifurcation, auxquelles se rattachent les deux cordons latéraux, atteignent le cylindre central de la radicule à la base de celle-ci, d'ailleurs très voisine de la base des cotylédons; elles aboutissent en deux points diamétralement opposés du cylindre radical, dans le plan de séparation des deux cotylédons et se réunissent alors aux branches symétriques du cotylédon opposé. L'hypocotyle, compris entre le niveau où ces branches reçoivent les cordons procambiaux latéraux des cotylédons et le niveau où elles s'accolent deux à deux à la base du cylindre central de la radicule, est encore réduit à quelques assises de cellules sensiblement isodiamétriques. La continuité de l'appareil conducteur cotylédonaire et de l'appareil conducteur radical est établie à ce stade.

Au cours des stades suivants, les cotylédons s'agrandissent dans toutes les directions, conservant ainsi à peu près leur forme initiale presque circulaire; leurs trois cordons procambiaux primitifs se ramifient peu à peu par dichotomies successives, mais en gardant sensiblement la même importance relative qu'au début. La radicule ne prend qu'un faible développement. La région hypocotylée, par contre, s'allonge beaucoup par un intense accroissement intercalaire longitudinal. Le contraste entre ce mode d'accroissement de l'hypocotyle et le mode d'accroissement intercalaire dispersé des cotylédons est particulièrement net à un stade jeune tel que celui qui est représenté sur la microphotographie de la figure 2.

Ainsi, la région hypocotylée, traversée par les branches de bifurcation des cordons procambiaux médians des cotylédons, et qui est d'abord très courte, s'étire considérablement en parallélisant tous ses tissus, y compris les branches procambiales.

Dès le début de la germination, l'accroissement intercalaire longitudinal reprend activement dans l'hypocotyle et lui fait acquérir finalement une longueur de plusieurs centimètres. Une nouvelle zone d'accroissement intercalaire longitudinal intense s'établit en outre dans la région d'extrême base de chaque cotylédon; cette zone reste comprise entre le niveau de la jonction des cordons procambiaux latéraux avec les branches de bifurcation du cordon procambial médian et le niveau d'origine de cette bifurcation; l'organe appelé *pétiole cotylédonaire*, pouvant atteindre finalement une longueur supérieure à 1^{cm}, dérive de cet accroissement intercalaire tardif; le sommet

de la bifurcation inférieure du cordon procambial médian de chaque cotylédon se trouve dès lors reporté dans la base du limbe cotylédonaire adulte (III, *fig.* 1).

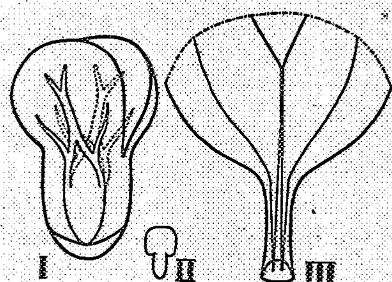


Fig. 1. — *Mercurialis annua* L.

I. Perspective de l'appareil conducteur d'un très jeune embryon d'environ 4/10mm de longueur totale; le contour des cordons procambiaux de l'un des cotylédons a été figuré en pointillé.

II. Embryon adulte. Gr. : 30/7.

III. Base d'un cotylédon adulte, après germination; seuls, les cordons vasculaires principaux ont été figurés. Gr. : 30/7.

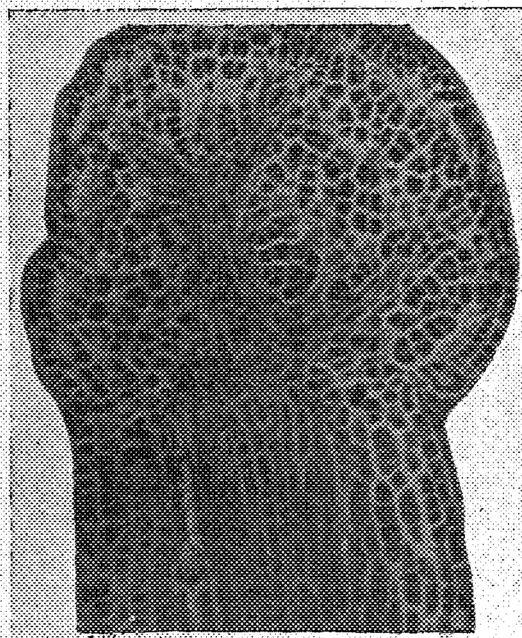


Fig. 2.

Microphotographie d'une coupe longitudinale à travers un jeune embryon de *Mercurialis annua* L., atteignant environ 6/10mm de longueur totale. Le plan de la coupe est un peu oblique par rapport au plan cotylédonaire de sorte que l'un des cordons procambiaux latéraux est seul visible. En dehors des cordons procambiaux, les cellules du cotylédon sont sensiblement isodiamétriques et se recloisonnent à peu près également dans toutes les directions; dans l'hypocotyle, au contraire, les recloisonnements cellulaires se font surtout dans la direction longitudinale. Gr. : 200.

Or la différenciation ligneuse débute aussitôt que commence la germination. Les premiers vaisseaux formés dans les régions où l'accroissement intercalaire longitudinal est intense deviennent adultes et incapables de s'allonger activement avant que cet accroissement soit achevé; ils sont donc étirés mécaniquement par les tissus plus jeunes, en voie d'allongement, qui les environnent; leurs spirales d'épaississement sont distendues, brisées finalement en tronçons, eux-mêmes écartés les uns des autres. Ces vais-

seaux disparaissent plus ou moins complètement, mais pour la même raison que dans les longs entre-nœuds de la tige des Graminées, des Cucurbitacées, etc., entre-nœuds qui résultent aussi d'un accroissement intercalaire longitudinal tardif. Si les mêmes vaisseaux persistent dans la racine, c'est que précisément l'accroissement intercalaire ne joue qu'un rôle très effacé dans l'allongement de ce membre.

L'accroissement intercalaire longitudinal intense qui se manifeste dans l'hypocotyle et dans la base des cotylédons de la Mercuriale suffit donc à expliquer le caractère transitoire des premiers vaisseaux qui s'y développent. D'autre part, si cet accroissement ne se produisait pas, le passage entre l'appareil conducteur des cotylédons et celui de la première racine paraîtrait s'effectuer très brusquement, sur une hauteur extrêmement réduite, et G. Chauveaud, au lieu de représenter l'accélération basifuge comme faible chez la Mercuriale, serait amené à la considérer comme très forte.

Il paraît vraisemblable que tous les cas de faible accélération basifuge signalés par cet auteur peuvent être interprétés comme celui de la Mercuriale; or ce sont eux qui ont donné naissance à la théorie. Sans eux, sans l'accroissement intercalaire par conséquent, la théorie de l'accélération basifuge n'aurait sans doute jamais vu le jour.

C'est l'intervention plus ou moins intense, plus ou moins précoce, c'est la localisation particulière de l'accroissement intercalaire longitudinal, phénomène secondaire au cours du développement ontogénique, qui paraissent déterminer, dans l'hypocotyle et dans les cotylédons, les dispositions vasculaires variables interprétées par G. Chauveaud comme l'évidente manifestation d'une accélération basifuge plus ou moins forte.

BOTANIQUE. — *Un grand Palmier du Centre de Madagascar.* Note (¹) de M. **Henri Jumelle.**

Ce Palmier de Madagascar, dont nous allons voir l'intérêt au point de vue des hypothèses qu'il est permis d'émettre sur l'ancienne flore du Centre de l'île, fut nommé en 1907 *Chrysalidocarpus decipiens* par Beccari, de Florence, qui, d'ailleurs, n'en connut que les feuilles et les inflorescences.

Ultérieurement, en 1913, dans son bel Ouvrage sur les *Palme del Mada-*

(¹) Séance du 27 mars 1922.

gascar, le botaniste italien crut pouvoir rapporter à cette espèce celle que nous venions de décrire sous le nom de *Neodypsis basilongus*, Palmier du mont Vatovavy.

Les graines de notre *Neodypsis* étant toutefois à albumen ruminé (puisque c'est là un caractère du genre, alors que l'albumen des *Chrysalidocarpus* est homogène), Beccari, qui n'avait pas vu les graines de son *C. decipiens*, ne pouvait conserver le premier terme générique : il créa le genre *Macrophloga ;* et le *Chrysalidocarpus decipiens*, englobant notre *Neodypsis basilongus*, devint le *Macrophloga decipiens*.

Nous avons toujours fait toutes réserves, en dépit de quelques similitudes de caractères, sur cette identification du *C. decipiens* et du *N. basilongus*, et nous avions raison, car nous possédons aujourd'hui des spécimens complets de *C. decipiens* récoltés par M. Perrier de la Bâthie dans le Manankazo, au nord-ouest de Tananarive et au nord-est d'Ankazobé, et les graines recueillies avec ces spécimens sont à albumen homogène. Il nous faut donc faire disparaître ce genre *Macrophloga*, malencontreusement créé par la réunion de deux espèces distinctes, et rétablir le *Chrysalidocarpus decipiens*, qui est bien un *Chrysalidocarpus* et n'est pas à confondre avec le *Neodypsis basilongus*.

Ce *Chrysalidocarpus decipiens*, que Beccari croyait être plutôt de petite taille, est, en réalité, un très beau Palmier, peut-être même, selon M. Perrier de la Bâthie, le plus beau Palmier de Madagascar. Son tronc grisâtre, souvent couvert de Lichens, et de 10^m à 20^m de hauteur, est un peu ovoïde vers le milieu, où il peut avoir 70^{cm} de diamètre. Les feuilles des pieds adultes ont de $2^m,50$ à $3^m,50$ de longueur. Leurs gaines, longues d'au moins 50^{cm}, sont lisses. D'où le nom de *madiovozona* que les indigènes donnent à l'espèce, comme d'ailleurs au *Neodypsis basilongus* et au *Chrysalidocarpus oleraceus*, et d'une façon générale aux Palmiers dont le bourgeon terminal est comestible, et qui, d'autre part, ont la gaine (*vozona*, cou) lisse (*madio*, propre) [1]. Au sommet de cette gaine, le pétiole, court et en gouttière (20^{cm} à 25^{cm}), se continue par un rachis qui porte de nombreux segments dont les deux basilaires, très pendants, correspondent aux deux segments inférieurs, accompagnés et prolongés par la nervure marginale qui, dans

(1) Plus exactement, sans doute, pour les Malgaches, le « cou » n'est pas la gaine foliaire isolée, mais, sur le Palmier entier, l'ensemble des gaines situé au sommet du tronc, au-dessous de la touffe des limbes, qui est la « tête ». Lorsque, comme chez le *Neodypsis Lastelleana*, les gaines sont couvertes extérieurement d'un épais duvet rouge, le cou est rouge (*mena*), et le Palmier est un *menavozona*.

la feuille jeune et non encore déchirée, bordait le segment externe et les sommets des autres segments. Tous ces segments, lorsque la feuille est épanouie, sont plus ou moins infléchis vers le milieu et dirigés en divers plans, ce qui donne au limbe un aspect ébouriffé. Les spadices, insérés aux aisselles des feuilles inférieures, qu'ils font tomber en se développant, sont deux ou trois fois ramifiés ; et leurs épis floraux sont, comme dans tout le genre, à glomérules normalement triflores. Mais ainsi qu'on l'observe encore dans d'autres *Chrysalidocarpus*, l'une des trois ou quatre inflorescences que donne simultanément un pied ne porte que des fleurs femelles, par suite de l'avortement des fleurs mâles latérales, et, inversement, les deux ou trois autres spadices ne portent que des fleurs mâles, la fleur femelle médiane restant rudimentaire.

La floraison a lieu en février et mars, et c'est vers juillet que mûrissent les fruits, qui sont presque globuleux ou un peu plus larges (14^{mm}), que longs (12^{mm}).

Le Manankazo, où ont été récoltés les échantillons qui nous ont permis cette rapide description, est, à 1500^{m} d'altitude, une petite région inhabitée qui doit son nom à la rivière qui l'arrose; et le nom (*manana*, avoir; *hazo*, arbre) est significatif, car il indique combien est exceptionnelle la présence d'arbres dans cette contrée. En fait, à 100^{km} à la ronde, il n'y a pas, dit M. Perrier de la Bâthie, d'autre végétation arborescente que ces quelques bois où, sur la latérite gneissique, reste encore une vingtaine d'exemplaires du *C. decipiens*. Et c'est, selon toute vraisemblance, parce qu'il n'y a pas d'habitants, et, par suite, pas de feux de brousse, que ce petit îlot forestier a persisté.

Quant au *C. decipiens*, on le retrouverait encore vers les sources de l'Ikopa, en amont de Tananarive, vers 1500^{m} d'altitude; M. Perrier de la Bâthie en a vu un pied sur le Vavato, au sud de Betafo, vers 2000^{m}; et les échantillons d'herbier étudiés par Beccari provenaient d'Ankafina, au nord de Fianarantsoa, dans le Betsileo méridional.

Il n'est vraiment pas possible d'admettre que la distribution de l'espèce ait toujours été limitée à ces quelques localités éloignées les unes des autres; et il doit apparaître, au contraire, comme à peu près certain qu'il fût une époque où le Palmier, disséminé dans le centre de Madagascar, et représenté par de bien plus nombreux individus, qui reliaient les uns aux autres les rares boqueteaux actuels, était l'un des éléments d'une végétation dont ces localités sont les derniers vestiges. Or cette végétation ne pouvait être celle des Graminées cosmopolites d'aujourd'hui, puisque les graines

du *Chrysalidocarpus decipiens* ne germent pas dans les endroits découverts. Le Palmier était donc accompagné d'autres arbres, comme il l'est au Manankazo; et ceux qui pensent que l'Imerina fut jadis boisée sont en droit de trouver là, à l'appui de la thèse qu'ils soutiennent, un nouvel argument.

PHYSIOLOGIE. — *Sur un mécanisme intervenant dans la fixation des graisses par la glande cortico-surrénale.* Note de MM. **A. Policard** et **Juliana Tritchkovitch**, présentée par M. Roux.

Nous avons montré récemment que les glandes sébacées étaient capables de fixer directement les graisses, en circulation dans le sang sous forme d'hémoconies, à la condition que leurs cellules soient bourrées de grosses vacuoles adipeuses, ainsi que cela se présente chez les animaux engraissés.

Sur le même objet de recherche, c'est-à-dire sur des souris colorées vitalement au rouge écarlate par mélange de cette couleur à la nourriture, nous avons pu faire des observations de même ordre sur la glande cortico-surrénale.

Chez les souris, la cortico-surrénale présente une teneur assez variable en corps gras décelables par les réactifs histologiques habituels. Les unes montrent les cellules de la zone fasciculée, et spécialement les spongiocytes, bourrés de grosses vacuoles de graisse. Chez d'autres, la quantité de graisse est plus réduite; un des éléments essentiels de ces variations semble être l'état de la nutrition, les vacuoles adipeuses sont nombreuses et volumineuses chez les animaux engraissés, elles sont réduites de taille et de nombre chez les animaux maigres.

Quel que soit ce mécanisme, la fixation du rouge écarlate, témoin de la fixation des graisses alimentaires, paraît se faire comme pour les sébacées. Dans les cortico-surrénales riches en grosses vacuoles de graisse, il y a fixation directe des hémoconies porteuses du rouge écarlate et la cortico-surrénale montre une zone moyenne colorée en rose pâle, l'intensité de la coloration étant toujours bien moindre que pour les sébacées. Quand la cortico-surrénale renferme seulement de fines vacuoles de graisse, il n'y a pas de coloration. Il y a un rapport constant entre la coloration vitale de la glande et le volume des vacuoles de graisse histologiquement figurées. Chez un animal amaigri mais en voie d'engraissement, par conséquent

élaborant de la graisse, il n'y a pas fixation de couleur tant que le volume des enclaves adipeuses des cellules cortico-surrénales n'ont pas atteint un certain volume.

Ces observations permettent deux considérations. La première concerne le mécanisme de la fixation de la graisse circulante par la cellule de la cortico-surrénale. Cette fixation paraît se faire directement sans intervention d'une destruction préalable de la graisse, à condition que les vacuoles adipeuses de la cellule soient entourées d'une enveloppe protoplasmique très mince et au contact immédiat ou presque immédiat avec le sang véhiculant les particules de graisse; ces conditions ne sont réalisées que lorsque les vacuoles adipeuses sont très volumineuses. Il y a, pour cette glande, mise en jeu d'un mécanisme identique à celui qui se déroule au niveau des sébacées.

Nos observations nous permettent, d'autre part, de donner une interprétation d'expériences fort intéressantes faites par Ponomarew (de Tomsk) (1). Cet auteur, en nourrissant des souris avec de la graisse colorée, avait également observé une coloration de la cortico-surrénale. Il avait tiré de ses expériences la conclusion que cette glande devait être considérée comme une glande adipopexique et que, vis-à-vis de la cholestérine, elle jouait le rôle d'un organe fixateur, non sécréteur. La capacité de la cortico-surrénale de fixer la graisse circulant dans le sang est incontestable. Nos expériences confirment pleinement celles de Ponomarew. Mais elles montrent aussi que cette fixation n'est pas constante et paraît beaucoup moins relever d'une propriété spécifique de la glande que d'un processus banal, d'ordre purement physique et pouvant se manifester dans d'autres organes, comme les sébacées. Elle ne se montre que si la glande renferme de grosses vacuoles de graisse capables de fixer au passage, par un mécanisme du reste encore obscur, les hémoconies circulant dans le sang et de les absorber par fusion, comme les grosses gouttelettes d'une émulsion qui se détruit absorbent les plus petites. Les faits de Ponomarew, bien exacts, ne permettent cependant pas de tirer des conclusions sur le mode de fonctionnement et le rôle lipopexique spécifique de la cortico-surrénale, rôle fort probable du reste, mais à notre avis plus complexe et restant encore à démontrer.

---

(1) Ponomarew, *Ueber den Ursprung der Fettsubstanzen in der Nebennierenrinde* (*Beitr. path. Anat.*, t. 59, 1914, p. 307-349).

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'équilibre superficiel du sérum et de quelques solutions colloïdales.* Note de M. **P. Lecomte du Noüy**, présentée par M. Charles Richet.

Un grand nombre de mesures nous ont permis de bien mettre en évidence le fait que la tension superficielle de la plupart des solutions colloïdales n'est point une grandeur constante, mais varie en fonction du temps. Cette propriété, qui avait été remarquée pour l'oléate de soude par quelques observateurs, ne semble pas avoir été l'objet de recherches méthodiques. La raison de l'obscurité, où cette question se trouve encore, est donnée par l'inapplicabilité des méthodes couramment employées pour mesurer la tension superficielle à ce problème. L'emploi d'un nouvel appareil permettant de mesurer de minute en minute la tension superficielle de la même couche de liquide nous a conduit à une meilleure connaissance du phénomène, et a mis en évidence des faits nouveaux.

Cet appareil est basé sur la méthode décrite par Weinberg en 1892, à savoir l'arrachement d'un anneau. Mais au lieu de mesurer l'effort nécessaire pour produire l'arrachement par l'addition de poids, ce qui rend la technique difficile, nous utilisons la torsion d'un fil métallique. L'effort peut être ainsi rendu aussi progressif et aussi lent que l'on désire, en démultipliant le mouvement au moyen d'une vis et d'un pignon hélicoïdal. L'anneau (en platine iridié) est suspendu comme un étrier à l'extrémité d'un léger levier d'aluminium, et nous avons pu, grâce à ce dispositif, obtenir des chiffres concordant absolument avec ceux de Weinberg.

Plus de dix mille mesures ont été faites. Nous allons résumer le plus rapidement possible les résultats d'un premier groupe d'expériences.

La tension superficielle, à température constante, du sérum sanguin et de ses solutions, des solutions d'oléate de soude, de glycocholate et de taurocholate de soude, et de saponine, diminue en fonction du temps, spontanément, très rapidement pendant les dix premières minutes, puis plus lentement (2^{cm^3} de solution placés dans un verre de montre étaient employés pour les mesures).

La courbe du phénomène est très voisine de celle des phénomènes d'adsorption, et est exprimée d'une façon satisfaisante par une équation de la forme

$$\gamma = \gamma_0 e^{-kt^{\frac{1}{2}}},$$

γ_0 = tension initiale, γ = tension superficielle (t = temps en minutes).

Pour le sérum, en tenant compte de la valeur initiale de la tension, la chute varie entre 2 et 5 dynes en 20 minutes. Lorsque le sérum est dilué avec la solution isotonique de NaCl, le phénomène est observable jusqu'à une dilution au $\frac{1}{1000000}$, mais on constate un maximum aux environs de $\frac{1}{10000}$. Pour cette concentration, elle atteint 12 à 15 dynes en 2 heures. Avec l'oléate de soude, dans les mêmes conditions, la chute est de 20 dynes. Le phénomène donne des valeurs intermédiaires pour les autres substances colloïdales étudiées.

Quand la tension superficielle d'un sérum a atteint son équilibre maximum, il suffit d'une très légère agitation pour le faire remonter presque à sa valeur initiale. Mais avec le temps, ce phénomène diminue progressivement et finit par disparaître. La chaleur prolongée, même à 56°, a pour résultat de stabiliser également la tension superficielle du sérum.

En laissant s'évaporer dans les verres de montre les solutions, on observe les faits suivants, intéressants au point de vue physico-chimique autant qu'au point de vue biologique :

Jusqu'à des dilutions variant, suivant l'animal, de $\frac{1}{10000}$ à $\frac{1}{600000}$, les cristaux de NaCl, au lieu de se former au fond du verre de montre, en groupes bien définis, à l'aspect géométrique, comme cela a lieu dans le cas du chlorure de sodium pur, couvrent toute la surface concave du verre d'une couche adhérente et compacte de cristaux microscopiques ayant l'aspect d'un disque blanc, avec une tache plus claire au centre. Dans cette région centrale il n'y a que de tout petits cristaux épars. Ces phénomènes sont surtout marqués aux dilutions de $\frac{1}{1000}$ à $\frac{1}{100000}$. A la dilution du $\frac{1}{100}$ on observe une formation circulaire périodique de cristaux.

La dimension de ces dépôts cristallins étant, à très peu près, celle du liquide avant évaporation, il est clair qu'en s'adsorbant dans la couche superficielle, les substances colloïdales qui diminuent la tension entraînent avec elles les molécules cristalloïdes présentes dans la solution. La présence, dans cette couche concentrée, d'électrolytes, explique que la précipitation aura tendance à s'y produire. Quand le liquide s'évapore, le sel, adsorbé dans la surface du liquide, ne peut se concentrer dans la masse, et se dépose progressivement sur les parois.

Ces phénomènes se produisent probablement aux surfaces de séparation de liquides non ou peu miscibles ; on conçoit avec quelle facilité se développent les membranes qui délimitent les individus élémentaires. Dans ce cas, le principe bien connu de Gibbs n'est plus exact.

ENTOMOLOGIE. — *Sommeil d'hiver cédant à l'hiver chez les larves et nymphes de Muscides.* Note de M. E. **Roubaud**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Beaucoup de mouches passent l'hiver sous la forme de larves ou de pupes inactives qui donnent naissance, au printemps, à la forme ailée. Cette hibernation, larvaire ou nymphale, qui n'exclut d'ailleurs pas, dans certains cas, l'hibernation propre des adultes nés avant l'hiver, est généralement considérée comme liée au simple ralentissement de l'activité métabolique sous l'influence du froid. Les recherches qui font l'objet de cette Note montrent que le phénomène doit être considéré comme plus complexe, au moins dans nombre de cas.

Pour beaucoup d'espèces de Muscides, et certainement aussi pour bien d'autres insectes, le sommeil d'hiver n'est pas plus déterminé par le froid que le sommeil nocturne par la nuit. Il résulte d'un arrêt cyclique de l'activité métabolique, indépendant de l'abaissement thermique.

On peut distinguer, chez les Muscides à plusieurs générations annuelles, deux types différents, au point de vue du métabolisme des générations diverses :

1° Les espèces *homodynames*, dont les générations sont douées d'une activité biologique constante, obéissant toute l'année aux influences thermiques. Le froid peut provoquer à tous les stades de développement une suspension momentanée de cette activité, un sommeil hivernal non obligatoire, non nécessaire, qui cède immédiatement à une élévation de la température. Lorsque celle-ci est maintenue favorable, les générations se succèdent indéfiniment, été comme hiver, avec la même continuité. C'est le cas pour la mouche domestique, le Stomoxe (*St. calcitrans*), les Drosophiles, etc.

2° Les espèces *hétérodynames*, qui présentent, dans leur cycle annuel, des générations d'activité biologique dissemblable : à des générations douées d'évolution rapide, obéissant normalement aux influences thermiques, succède une génération brusquement ralentie par une période d'inertie obligatoire ou diapause, qui échappe aux influences thermiques.

La diapause, dans les espèces que j'ai étudiées, survient à l'automne. Coïncidant avec l'hiver, elle n'est nullement provoquée par le froid. Elle n'affecte qu'une période évolutive déterminée, tantôt la larve en fin de

croissance, tantôt la nymphe au début de ses transformations. Elle est variable dans l'intensité de l'inertie physiologique qui la caractérise.

A. Chez la mouche verte (*Lucilia sericata*), les larves mûres hivernent en diapause. Placées à l'étuve à 20°-25°, elles sont mobiles et excitables, mais ne se transforment point. L'action prolongée de cette température pendant plusieurs mois aboutit à la mort. Par contre, la diapause cède à de brusques excitants mécaniques ou physiques. Les larves, *saignées*, *brûlées*, *centrifugées* ou exposées pendant quelques minutes à une température *incompatible avec la vie* (45°), se transforment rapidement et donnent un adulte normal en quelques jours. La reprise de l'évolution ne survient qu'après un *temps perdu* ou retard de deux à plusieurs jours, sur l'excitation provoquée.

La diapause est également rompue par une exposition *prolongée* à basse température. Des larves soumises en glacière à + 4° pendant 26 jours, puis portées à l'étuve à 20°, se pupifient en 3 jours et éclosent en 11 jours. Une exposition de quelques jours seulement au froid (3 à 5 jours) ne peut briser la diapause.

B. Chez l'Anthomyide, *Mydæa platyptera*, les larves mûres des générations d'automne passent également l'hiver en diapause. Leur évolution suspendue reste inactivée, à la fois par la chaleur et par les excitants brusques, mécaniques ou physiques. Seule, l'action prolongée du froid fait céder la diapause, mais avec un *temps perdu* de plus d'un mois. Des larves ayant subi l'action du froid en novembre et décembre, puis placées à 20°, n'éclosent qu'en février.

C. Chez *Sarcophaga falculata* Pand., la diapause affecte la pupe nouvellement formée, en octobre. Comme dans le cas précédent, ni la chaleur, ni les excitations brusques ne parviennent à rompre le sommeil d'hiver de ces pupes. Seule, l'action prolongée du froid ramène le développement avec un *temps perdu* considérable : des pupes en glacière à + 4°, du 8 décembre au 3 janvier, n'éclosent que deux mois et demi plus tard, à 20°.

Les pupes, qui n'ont point ou n'ont qu'insuffisamment subi l'action du froid, n'éclosent pas.

Dans ces expériences, le froid apparaît donc comme un facteur *réactivant*, indispensable à la vie de l'espèce. Sans l'intervention de ce facteur, obligatoire, le cycle des espèces hétérodynames à diapause hivernale resterait indéfiniment suspendu. Il faut l'hiver pour faire cesser le sommeil d'hiver. On peut rapprocher ces phénomènes de diapause hivernale larvaire ou

nymphale chez les Muscides, de la diapause embryonnaire cédant au froid, observée chez certains papillons séricigènes (1).

On retrouvera certainement chez nombre de mouches et d'insectes de tous ordres, à la base des phénomènes d'estivation ou hibernation, dont les manifestations sont si variées, des particularités physiologiques de même nature.

HISTOLOGIE. — *Sur les fibres perforantes de l'os des Mammifères.* Note de M. E. **Grynfeltt**, présentée par M. Henneguy.

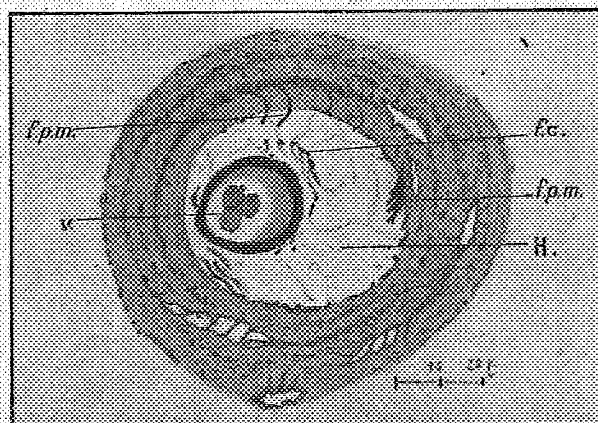
Avec Kölliker et Ranvier, il est actuellement admis que les *fibres perforantes* ou *fibres de Sharpey* de l'os des Mammifères appartiennent exclusivement à l'os périostique. Elles représentent des faisceaux conjonctifs, plus ou moins calcifiés, partiellement englobés, au cours de l'ossification, dans la substance fondamentale néoformée. Ces fibres perforantes seraient donc « un caractère exclusif de l'os périostal », suivant les termes de Tafani, et par conséquent on ne les trouverait dans les os longs que dans les parties qui procèdent du périoste, c'est-à-dire « dans les lamelles fondamentales périphériques et dans toutes les lamelles interstitielles en connexions génétiques avec ces dernières » (Kölliker). Elles feraient totalement défaut dans les lamelles périmédullaires et dans les systèmes de Havers.

Cette formule paraît exacte, quand on étudie l'os par les anciennes méthodes, qui suffisent pour mettre en évidence les grosses fibres perforantes, soit sur de minces lamelles usées à la meule, soit sur des coupes décalcifiées et dissociées, comme le faisait Sharpey.

Mais quand on emploie les méthodes de décalcification actuelles (celle de Haug à la phloroglucine, ou de Schaffer par exemple), qui sont moins brutales et permettent d'obtenir des fragments osseux relativement faciles à couper, avec un minimum d'altération des tissus mous, et surtout, quand on traite ces coupes par les colorants électifs du collagène (picro-noir naphtol de Curtis, ou picro-fuchsine de Laguesse), on met facilement en évidence des fibres perforantes dans toutes les parties de l'os, périostales ou autres. La seule différence est que, dans les parties qui n'ont aucun lien génétique direct avec le périoste, les fibres perforantes sont beaucoup plus

(1) Duclaux a nettement montré l'influence du froid de l'hiver sur le développement de l'œuf du ver à soie de race univoltine,

fines. Ce ne sont plus de puissants faisceaux conjonctifs, qui plongent dans la substance osseuse, comme dans l'os périostique, mais de délicates fibres collagènes, qui entrent dans la constitution de la trame de la moelle. On sait, d'ailleurs, qu'elles sont plus nombreuses à la périphérie, au contact de la paroi des canaux de Havers, ou contre les lamelles qui bordent la cavité médullaire centrale des os longs. Il en est de même dans les portions spon-



Section transversale d'un système de Havers au niveau de la diaphyse du 5e métatarsien chez un homme de 35 ans.
H, canal de Havers; *f*, *c*, fibres conjonctives de la moelle; *f*, *p*, *m*, fibres perforantes médullaires; *v*, vaisseau sanguin.

gieuses de ces organes (épiphyses) ou dans les os courts, d'origine enchondrale et non périostique.

Ces fines fibres perforantes ont été vues par Renaut dans les systèmes intermédiaires haversiens et il les compare à des *fibres de Sharpey minuscules*. Il est arrivé à les apercevoir par une technique assez délicate, qui consiste à *déranger au pinceau* le contenu d'un canal de Havers, de manière à l'écarter de la lamelle osseuse qui le borde. Alors, dans l'intervalle, il put entrevoir ces fibres, très fines, malaisées à distinguer sans colorations électives. Si l'on ajoute à cela, que ces fibres sont particulièrement cassantes et qu'elles se rompent tout près de leur point de pénétration dans la lamelle osseuse, on comprend que le fait signalé par Renaut, qui n'en a donné aucune figure, ait passé inaperçu. Avec les techniques de décalcification et de coloration électives actuelles, je le répète, elles sont au contraire d'une observation relativement facile.

En résumé, je distingue dans l'os deux catégories de fibres perforantes :

1° *Les fibres perforantes périostales*, ou *fibres de Sharpey* des classiques, en général plus épaisses, et qui n'existent que dans les portions de l'os résultant de l'ossification fibreuse (système des lamelles fondamentales périphériques et systèmes intermédiaires d'origine périostique).

2° *Les fibres perforantes médullaires*, beaucoup plus fines, en continuité avec les minces fibres collagènes de la trame conjonctive de la moelle, et que l'on rencontre à la surface de toutes les lamelles osseuses qui sont au contact de cette dernière (lamelles périmédullaires et lamelles des systèmes de Havers).

Par conséquent, dans toutes les parties de l'os, il existe des fibres perforantes qui pénètrent la substance fondamentale, où elles sont plus ou moins calcifiées et noyées dans l'osséine. Elles se continuent hors des lamelles osseuses avec les fibres collagènes qui entrent dans la constitution de la trame des formations conjonctives ambiantes, c'est-à-dire du périoste en dehors et de la moelle en dedans.

CYTOLOGIE. — *Sur la conjugaison parallèle des chromosomes et le mécanisme de la réduction chromatique.* Note de M. P. Bouin, présentée par M. Widal.

Depuis que van Beneden a montré que les cellules sexuelles mûres renferment seulement la moitié du nombre de chromosomes caractéristique de l'espèce, des recherches extrêmement nombreuses ont été poursuivies pour expliquer le mécanisme de ce phénomène si remarquable. Les premiers auteurs ont simplement admis que le spirème des spermatocytes I se partage, par divisions transversales, en un nombre de chromosomes égal à la moitié du nombre normal. D'autres, comme Montgomery, considèrent que les chromosomes, après la dernière division des spermatogonies, s'accolent deux à deux et bout à bout. Ils pensent qu'une division longitudinale se produit au début de la phase d'accroissement et détermine la genèse de tétrades constituées par deux chromosomes fendus longitudinalement. Les divisions maturatives séparent les éléments constitutifs de ces tétrades et déterminent la réduction numérique des chromosomes.

En face de cette théorie de la conjugaison bout à bout, s'en est établie une autre, celle de la conjugaison parallèle, due à de Winiwarter. Cet auteur admet que les chromosomes apparaissent en nombre normal au début de la prophase des spermatocytes I; ils s'allongent en filaments très fins (leptotènes), qui s'accolent deux à deux dans le sens longitudinal (filaments diplotènes) et qui se soudent pour former des anses épaisses (filaments pachytènes). Le noyau renferme ainsi un nombre de doubles chromosomes, égal à la moitié du nombre normal ou somatique. La première mitose de maturation sépare les chromosomes doubles en chromosomes simples (mitose

réductionnelle, mitose hétérotypique; la deuxième sépare des chromosomes issus de la fissuration longitudinale des chromosomes simples livrés par la première division maturative (mitose équationnelle, mitose homéotypique). La réduction s'opérerait partout selon le schéma précédent, dit schéma hétérohoméotypique par Grégoire.

Bien que l'accord ne soit pas complètement fait, la plupart des biologistes acceptent la théorie de la conjugaison parallèle. Mais une question se pose à ce sujet. Les chromosomes qui s'accouplent dans le sens longitudinal sont-ils les mêmes que ceux fournis aux spermatocytes et aux ovocytes par la dernière division des spermatogonies et des ovogonies? Ce fait est important à préciser. En effet, outre la démonstration définitive du mécanisme de la réduction, des questions intéressantes s'y trouvent rattachées, comme celle de la continuité substantielle des chromosomes et celle de la pureté chromosomiale des gamètes, principale exigence de l'hypothèse mendélienne.

Dans tous les cas observés jusqu'ici, un stade de repos nucléaire s'interpose entre la dernière mitose des spermatogonies et ovogonies et la prophase des spermatocytes et ovocytes, rendant impossible toute réponse à la question précédente. A. et K.-E. Schreiner ont toutefois observé, chez *Tomopteris onisciformis* notamment, que le noyau des spermatogonies ne présente pas un stade de repos complet. Les chromosomes spermatogoniaux se résolvent en un réseau chromatique où ils conservent jusqu'à un certain point leur individualité; ils sont encore reconnaissables, bien que difficilement, jusqu'à la période de maturation. Mais ce cas ne satisfait pas *Meves*, qui considère qu'il existe chez *Tomopteris*, entre la dernière division goniale et la prophase de la première cinèse maturative, une série de stades pendant lesquels la distinction des chromosomes est impossible.

C'est un cas analogue à celui de *Tomopteris*, mais d'une précision et d'une netteté convaincantes, que j'ai constaté dans la spermatogenèse d'*un Myriapode*, *Scolopendra cingulata*.

Les spermatogonies, chez la Scolopendre, se trouvent amassées dans l'extrémité distale et filiforme du testicule. La dernière division goniale s'arrête à la fin de l'anaphase, les deux cellules filles restant réunies par le résidu fusorial, les chromosomes, sous forme de bâtonnets courts et trapus, demeurant nets et distincts dans la vacuole nucléaire. Ils sont au nombre de vingt-quatre, plus un hétérochromosome.

Ces chromosomes s'allongent peu à peu en filaments minces qui s'incurvent en forme d'anses longues et grêles, et qui orientent leurs extrémités libres vers la région du cytoplasme où se trouve le centrosome. Ces anses leptotènes s'accolent deux à deux suivant toute leur longueur, se raccourcissent et donnent finalement des anses plus épaisses où toute trace de leur double constitution a momentanément disparu. Ce sont les anses pachytènes. Quand elles se sont écartées les unes des autres, on peut constater que leur nombre est réduit de moitié; il n'est plus que de douze. Les anses pachytènes se fissurent ensuite suivant leur longueur et forment des

chromosomes doubles qui s'allongent à nouveau, qui s'anastomosent entre eux et aussi, mais moins étroitement, avec les autres chromosomes. La chromatine se retire de ce double réseau et s'amoncelle en gros amas que l'on peut homologuer aux « chromoplastes » de Janssens. Quand le noyau va entrer en première cinèse maturative, les grains chromatiques reprennent eur place sur les filaments achromatiques anastomosés et très vite reconstituent des doubles chromosomes qui ont la forme classique en O, en C, en Y, en X et quelquefois la forme de fausses tétrades. La substance des doubles chromosomes se rassemble en deux bâtonnets courts et trapus qui se disposent sur le fuseau l'un au-dessus de l'autre et qui sans doute représentent chacun une moitié longitudinale de l'anse pachytène, c'est-à-dire une anse leptotène ou un chromosome spermatogonial.

Les deux chromosomes de chaque figure chromatique se séparent pendant l'anaphase de la première mitose de maturation. La deuxième se fait par fissuration longitudinale des chromosomes simples livrés aux spermatocytes de second ordre. On peut la voir s'indiquer dès la métacinèse de la première division spermatocytaire.

Conclusion. — Chez la Scolopendre, il n'existe pas d'intercinèse entre la dernière division goniale et la prophase spermatocytaire. Les vingt-quatre chromosomes des spermatogonies se transforment directement dans les spermatocytes en vingt-quatre filaments leptotènes, qui se conjuguent deux à deux, longitudinalement, pour former donze anses pachytènes. Après un stade de repos nucléaire, douze filaments doubles réapparaissent qui se condensent en douze paires de chromosomes en forme de bâtonnets. Ceux-ci se divisent longitudinalement pour la deuxième cinèse de maturation. La maturation se fait donc, dans cet objet, selon le schéma hétérohoméotypique et la réduction numérique des chromosomes est obtenue, sans que l'observation présente aucun des doutes qui ont été élevés jusqu'ici sur la réalité du phénomène, par la conjugaison longitudinale des chromosomes spermatogoniaux.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Azotémie et hyperprotéidoglycémie expérimentales.* Note de MM. **H. Bierry**, **F. Rathery** et **F. Bordet**, présentée par M. Roux.

Ce qui frappe immédiatement lorsqu'on étudie la glycémie chez les sujets atteints de néphrite grave, c'est le chiffre élevé du sucre protéidique. Cette

élévation anormale et *durable* du taux du sucre protéidique, dont nous avons signalé l'existence (¹), se rencontre chez les néphrétiques avec azotémie marquée. Ainsi à l'azotémie s'ajoute un signe chimique, insoupçonné, qui porte cette fois non plus sur l'augmentation d'un élément excrémentitiel, mais sur la variation en quantité et en qualité d'un élément constituant du plasma sanguin et, tout de suite, l'idée vient à l'esprit de voir dans *l'hyperprotéidoglycémie* du breightique l'exact pendant de *l'hyperglycémie* du diabétique.

Quelle valeur attacher à cette hyperprotéidoglycémie? Faut-il y voir simplement un syndrome plasmatique marchant de pair avec l'azotémie, ou faut-il y chercher l'indice d'une phase seconde dans l'évolution de la maladie? En accord avec les théories générales de Claude Bernard relatives au « phénomène d'organisation » et à la « constance » du milieu intérieur, nous n'hésitons pas à reconnaître dans la perturbation permanente, apportée sur un des éléments constituants du plasma sanguin, le stigmate chimique qui révèle un trouble profond du métabolisme, trouble que nous préciserons en publiant nos faits nouveaux concernant le mécanisme même de la production et de la destruction du sucre protéidique.

Il est logique, en effet, de penser qu'un fonctionnement rénal défectueux, aussi bien en ce qui touche les *activités* glandulaires *diverses* du rein, qu'en ce qui touche la régulation du milieu intérieur et son épuration, puisse avoir un retentissement sur les divers organes, par suite sur les nutritions locales, et entraîner secondairement des variations dans les éléments constituants du plasma; variations qui peuvent correspondre, pour une part, à des nécessités physico-chimiques d'équilibre.

Nos observations cliniques et nos expériences faites dans le but de dissocier les deux syndromes plasmatiques : azotémie et hyperprotéidoglycémie, viennent à l'appui de cette conception. Nous avons, en effet, pensé à provoquer, chez le chien, l'un ou l'autre phénomène, ou bien les deux successivement en notant le moment d'apparition et l'intensité de l'un des deux phénomènes par rapport à l'autre.

Nous donnons aujourd'hui les résultats relatifs à ce dernier mode opératoire, il s'agit de la suppression brusque et totale de l'excrétion urinaire par la ligature des uretères.

Choix des animaux. — Étant donnée la fréquence de la néphrite, chez le

(¹) *Comptes rendus Soc. Biologie*, 18 décembre 1920; *Paris médical*, 13 août 1921.

chien, nous n'avons utilisé que des animaux placés en observation, au chenil, pendant 6 et 15 jours, et présentant une glycémie protéidique normale.

Ligature des uretères. — La ligature était faite en une seule séance; on utilisait la voie dorso-lombaire.

Prises de sang et dosages. — Dans certaines expériences nous n'avons fait que deux prises de sang, une avant l'opération, l'autre précédant un peu la mort de l'animal; dans d'autres expériences nous avons pratiqué trois à quatre saignées. Nous nous sommes assurés que de telles saignées n'avaient pas de répercussion sensible sur le taux du sucre protéidique. Les analyses ont porté sur le *plasma artériel;* nous avons déterminé : l'eau, l'urée, le sucre libre et le sucre protéidique, les diverses protéines et l'azote de ces protéines.

Les dosages de sucre ont été faits en suivant les techniques indiquées par l'un de nous avec P. Portier et L. Fandard, adaptées à de petites quantités de plasma. La méthode d'évaluation des protéines fera l'objet d'une Communication ultérieure.

Voici, à titre d'exemple, les chiffres d'urée, de sucre libre, de sucre protéidique, d'azote des protéines globales, fournis par deux de nos expériences; ces chiffres sont rapportés à 1000$^{cm^3}$ d'eau, pour le plasma artériel :

	Plasma artériel pour 1000$^{cm^3}$ d'eau			
	Urée.	Sucre libre.	Sucre protéidique.	N des protéines totales.
Chien IV :				
Avant ligature des uretères....	g 0,54	g 1,33	g 1,46	g 9,72
30 heures après ligature......	1,96	1,07	1,85	8,28
Chien VI :				
Avant ligature...............	0,56	1,03	1,12	9,62
24 heures après..............	3,38	1,23	1,82	»
48 heures après..............	3,70	1,33	2,04	»
3 jours après................	4,46	1,42	2,07	9,55

Conclusion. — A la suite de la suppression brusque, chez le chien, de l'excrétion urinaire ne permettant une survie que de 2 ou 3 jours, l'élévation du taux du sucre protéidique dans le plasma sanguin est, parallèlement à celle du taux de l'urée, moins rapide et moins intense. Jamais nous n'avons pu observer, chez nos animaux, des chiffres de sucre protéidique compa-

rables à ceux que nous avons signalés chez les breightiques ([1]), chiffres pouvant dépasser trois fois le chiffre du sucre protéidique rencontré chez l'homme normal.

Ceci vient à l'appui de cette idée, que si l'azotémie est le témoin d'une élimination rénale défectueuse, comme l'a montré Widal, l'hyperprotéidoglycémie est bien le stigmate plasmatique qui révèle un trouble progressivement amené et profond du métabolisme.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Sur un type d'arthrite fréquemment observé chez les cobayes infectés par le* Micrococcus melitensis. Note de M. **Et. Burnet**, présentée par M. Roux.

L'arthrite est avec l'orchi-épididymite la complication la plus caractéristique de la fièvre méditerranéenne chez l'homme. Si intéressant qu'il soit de déterminer sa cause des manifestations articulaires dans les maladies infectieuses, ces arthrites ont été peu étudiées. Les traités signalent chez l'homme deux cas seulement où le *Micrococcus melitensis* a été mis en évidence dans l'exsudat articulaire.

Si, malgré les expériences déjà anciennes de l'Institut Pasteur de Tunis ([2]), l'on ne s'était pas habitué à considérer le cobaye, comme un médiocre animal d'expérience pour l'étude de la fièvre méditerranéenne, on aurait pu observer chez lui, sous l'action du *melitensis*, des arthrites fréquentes, multiples, graves, accompagnées d'ostéite, et dont il est facile de mettre la cause en évidence.

Sur une centaine de cobayes infectés, depuis dix-douze semaines, de *M. melitensis*, soit par inoculation sous-cutanée, soit par ingestion, nous en avons trouvé vingt qui étaient atteints de cette complication.

Un présentait une arthrite d'un genou ; un, d'un genou et d'une articulation sterno-costale ; un, d'un genou et d'un poignet; un, des deux poignets et de cinq articulations sterno-costales et chondrosternales, avec, en plus, des abcès multiples à *melitensis* dans la corne gauche de l'utérus ;

([1]) Le taux des protéines globales du plasma des breightiques (évaluées en azote et rapportées à 1000^{cm^3} d'eau pour le plasma veineux) s'est montré voisin de la normale dans certains cas, dans d'autres nettement inférieur.

([2]) Ch. Nicolle et Conseil, *Le cobaye animal réactif de la fièvre méditerranéenne* (*Archives de l'Institut Pasteur de Tunis*, 1910, fasc. 3).

les seize autres, de l'arthrite d'un ou (en nombre à peu près égal) des deux poignets.

L'arthrite saute aux yeux; le genou est triplé de volume; les poignets sont arrondis et les pattes antérieures ont pris l'aspect de baguettes de tambour. Les parties molles périarticulaires sont œdématiées. Sous une pression même modérée, l'animal pousse des cris: ces arthrites sont toujours douloureuses.

Sur la radiographie, elles apparaissent comme des arthrites vraies, surtout celles du genou, plus faciles à examiner à cause de leur volume. La substance osseuse est raréfiée et décalcifiée; l'image plus claire contraste avec l'image opaque de l'os sain. Les surfaces articulaires ont perdu leur netteté. De plus, le fémur, et le tibia sur presque toute sa longueur, offrent des lésions d'une ostéo-myélite.

Les coupes histologiques s'accordent avec l'image radiographique : on y voit les lésions d'une violente ostéo-myélite, avec destruction de l'os et propagation aux surfaces articulaires et aux parties molles périarticulaires.

Rien de plus facile que de mettre en évidence, dans ces arthrites, le *M. melitensis*. Il n'y a qu'à piquer avec une pipette l'articulation, qui se laisse pénétrer aisément, et à ensemencer la gouttelette de sérosité que l'on aspire; ou à trancher l'articulation et à faire un prélèvement par grattage. Sur 12 ensemencements (2 du genou, 2 d'abcès costaux, 8 de poignets), 10 ont donné des cultures plus ou moins abondantes de *melitensis*. Les deux cas négatifs concernent un poignet (l'ensemencement avait été très maigre) et un cas de lésions costales où le pus était secondairement infecté de staphylocoques et de colibacilles.

Sur 75 cobayes témoins (14 cobayes tuberculeux et 61 cobayes neufs), 1 était porteur au poignet d'un petit abcès juxta-articulaire causé par une blessure banale; 2 avaient à un poignet une arthrite tout à fait pareille aux arthrites à *melitensis*. Or le sang de ces deux cobayes a été trouvé agglutinant pour le *melitensis* (à $\frac{1}{80}$ et $\frac{1}{400}$); le *melitensis* a été isolé de leurs ganglions inguinaux, et l'arthrite de l'un d'eux a donné aussi une culture de *melitensis*. Ces deux cobayes avaient été infectés, soit dans leur élevage d'origine comme le fait a déjà été signalé [1], soit chez nous par contagion indirecte. En somme, sur 73 cobayes témoins, il n'existait pas un seul cas d'arthrite, alors qu'il y en avait chez 20 pour 100 des cobayes infectés de *M. melitensis*.

---

(1) Charles Nicolle et E. Conseil, *loc. cit.*

Ces faits mettent hors de doute l'existence d'arthrites et d'ostéites à *melitensis* et expliquent la fréquence des complications analogues dans la fièvre méditerranéenne de l'homme.

Puisque, chez le cobaye infecté, le *M. melitensis* est toujours présent dans la moelle des os longs, il faut penser, chez la chèvre et chez l'homme infectés, à la moelle osseuse comme l'un des « gîtes microbiens » dans les périodes où le *melitensis* est absent du lait et du sang, et où, de ce fait, il n'existe pas d'autre preuve de l'infection qu'une réaction agglutinante et une intradermoréaction positives.

La séance est levée à 16 heures et demie.

É. P.

ERRATA.

—

(Séance du 27 mars 1922.)

Note de M. *Ch. Lallemand*, Sur le salaire parabolique :

Page 849, ligne 2, *au lieu de* H^2 (dans la formule), *lire* H; ligne 15, *au lieu de* K, *lire* k; lignes 18, 19 et 20, *au lieu de* « cette formule où figurent, en fait, onze variables, savoir : six données, L, N, R, λ, ν, ρ, et cinq inconnues, les salaires — d'avant-guerre — des trois classes de porte-mires et les primes des deux classes d'opérateurs », *lire* « cette formule où figurent, en fait, huit variables, savoir : sept données, L, λ, N, ν, R, ρ et k, plus une inconnue, le salaire — d'avant-guerre — de chacune des trois classes de porte-mires ou la prime correspondante de l'une des deux classes d'opérateurs. »

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mars 1922.

Diagnostic chimique, microscopique et parasitologique, par L. Guiart et L. Grimbert. Paris, J. Lamarre, 1922; 1 vol. 18cm,5. (Présenté par M. L. Guignard.)

Études expérimentales de Technologie industrielle; 60e Mémoire : *Essai mécanique des fils d'acier*, par Ch. Fremont. Paris, chez l'auteur, 1921; 1 fasc. 27cm. (Présenté par M. Lecornu.)

La théorie et la pratique des radiocommunications; tome II : *La propagation des ondes électromagnétiques à la surface de la Terre,* par Léon Bouthillon. Paris, Delagrave, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Blondel.)

Ministère de la Guerre. Commission A. L. V. F. *Tables de Balistique extérieure:* tome II : *Notations et unités. Introduction. Avertissement. Exemples d'emploi. Tables de portées. Tables des coefficients de la formule d'interpolation des portées. Tables des variations de la portée et de la dérivation;* — tome II : *Tables des durées de trajet. Tables des vitesses restantes. Tables des angles de chute:* — tome III : *Tables des abscisses du sommet. Tables des ordonnées du sommet. Table de correction à la loi exponentielle de la densité de l'air* (*d'après le professeur Gamba*). Paris, 1921; 3 vol. lithographiés 36cm.

Les ingénieurs et la guerre. La mobilisation technique et scientifique, par Albert Ranc. Paris, Étienne Chiron, 1922; 1 vol. 20cm. (Présenté par M. J.-L. Breton.)

Flore complète illustrée en couleurs de France (*Alsace et Lorraine comprises*), *Suisse et Belgique*, par Gaston Bonnier. Tome V. Paris, Orlhac, s. d., 1 vol. en feuilles, 34cm.

Observations and Experiments on the Occurence of Spark Lines (*Enhanced Lines*) *in the Arc.* Part I : *Lead and Tin*, par G.-A. Hemsalech et A. de Gramont. Extrait de *Philosophical Magazine*, 6e série, vol. 43, no 254, février 1922, Londres.

L'outillage de l'industrie chimique, agricole et alimentaire, par L. Lindet. Paris, Léon Eyrolles, 1922; 1 vol. 25cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 AVRIL 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de Pâques, la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 18 avril au lieu du lundi 17.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Hisashi Kimura**, *Rigakuhakushi*, directeur de l'Observatoire de Latitude de Mizusawa, et à M. **Alphonse Demoulin**, professeur à l'Université de Gand, Membre de l'Académie royale de Belgique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Définition arithmétique d'une distribution de masses s'étendant à l'infini et quasi périodique, avec une densité moyenne nulle.* Note de M. **Émile Borel**.

Les conférences faites la semaine dernière par M. Albert Einstein au Collège de France ont attiré à nouveau l'attention sur le problème de l'Univers fini ou infini. Les cosmogonies dans lesquelles la place particulière que nous occupons se distingue intrinsèquement des autres régions de l'Univers ont quelque chose de peu satisfaisant; d'autre part, bien des objections peuvent être élevées contre un Univers sensiblement homogène, dans lequel la densité moyenne de la matière serait supérieure à un nombre fixe; dans la théorie d'Einstein, un tel Univers ne peut être infini, en raison de la courbure due à la gravitation. D'autre part, du fait que l'Univers n'est pas infini, doit-on en conclure qu'il se ferme sur lui-même, sans recoupements et sans singularités? Ce que nous savons du problème de la défor-

mation des surfaces, même dans les cas les plus simples, fait soupçonner toutes les difficultés d'une telle question.

Il me semble qu'il est possible de concevoir un Univers infini dont la structure ne donne lieu à aucune de ces deux objections; voici le principe arithmétique simple qui permet de mettre en évidence les propriétés essentielles d'une belle structure [1].

Considérons tous les entiers positifs ou négatifs qui, dans le système décimal, s'écrivent avec les seuls chiffres 0 et 1, ils forment une suite (α) qui s'étend de $-\infty$ à $+\infty$:

$$(\alpha)\qquad \begin{cases} \ldots, & -111, \; -110, \; -101, \; -100, \; -11, \; -10, \\ -1, & 10, \; 11, \; 100, \; 101, \; 110, \; 111, \; 1000, \; \ldots. \end{cases}$$

Il est clair que le nombre des entiers de la suite (α) ayant moins de n chiffres est égal à $2^n - 1$; le plus petit des intervalles qui contient ces entiers (de moins de n chiffres) est égal à $\frac{2}{9}(10^n - 1)$; la densité moyenne de ces entiers dans cet intervalle est donc $\frac{9}{2}\,\frac{2^n - 1}{10^n - 1}$ et est par suite inférieure à $\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$; cette densité tend très rapidement vers zéro lorsque n augmente indéfiniment. La densité moyenne des points qui représenteraient, sur un axe Ox, les nombres de la suite (α) est donc nulle, lorsque l'on considère l'axe Ox tout entier.

Néanmoins, chacun de ces points représentatifs est tel qu'il y a sur Ox, au moins d'un côté, des points qui en sont voisins; d'une manière plus précise, il y a un point dont la distance au point donné est au plus égale à 1, au moins 3 dont la distance est au plus égale à 11, au moins 7 dont la distance est au plus égale à 111, etc. On constate donc que si certains de ces points sont, de l'un des deux côtés, contigus à un grand intervalle vide, ils se rattachent du moins de l'autre côté à une région dont la structure est sensiblement la même quel que soit le point choisi. Ceci peut encore être précisé; portons d'un point A correspondant, par exemple, au nombre 10100101 et désignons par B le point obtenu en ajoutant à l'abscisse de A une puissance élevée de 10, par exemple 10^{15} et par B' le point dont l'abscisse est opposée à celle de B; les points B et B' sont aussi éloignés que l'on

(1) On trouvera dans une Note intéressante de M. C. V. L. Charlier [*How an infinite world may be built up* (*Arkiv för Matematik*, etc., t. 16)] des précisions numériques et des évaluations de statistique stellaire. Mais le savant directeur de l'Observatoire de Lund se place à un point de vue plus concret que le nôtre.

veut de A et la structure dans leur voisinage est tout à fait semblable à la structure dans le voisinage de A. C'est là un caractère très net de quasi-périodicité de la suite.

Le nombre zéro joue dans la suite un rôle spécial (¹); en fait, dans le voisinage de zéro, les étendues dont la densité est très faible sont, quelque sens que l'on attache aux mots *très faible*, sensiblement doubles des étendues analogues obtenues par une translation suffisamment éloignée. La suite est néanmoins quasi homogène si l'on se place pour définir l'homogénéité, non en un point arbitrairement choisi de la droite (point qui tomberait avec une probabilité égale à l'unité dans un grand espace vide), mais en l'un des points définis par la suite (α).

Cette construction s'étend à un nombre quelconque de dimensions; il suffit de considérer les points dont toutes les coordonnées cartésiennes sont des nombres de la suite (α).

Les considérations précédentes n'ont pas d'autre but que de rendre formellement intelligible un univers infini, sous une forme qui est simple au point de vue purement mathématique et qui n'implique aucun anthropocentrisme peu satisfaisant au point de vue philosophique. Il resterait à voir si cette conception peut être adaptée, sans de trop grandes complications, aux conditions aux limites à l'infini, qu'entraîne la théorie de la relativité généralisée. S'il n'en était pas ainsi, l'hypothèse de l'univers infini resterait possible, mais l'hypothèse de l'univers fini serait plus *commode*, au sens où Poincaré disait que l'hypothèse héliocentrique est plus commode que l'hypothèse géocentrique.

En présentant son second Mémoire (²) *Sur l'approximation des fonctions de grands nombres*, publié dans le Tome 57 des *Mémoires de l'Académie*, M. **Maurice Hamy** s'exprime de la façon suivante :

Nécessité par des recherches en cours sur la diffraction des images des astres circulaires de grands diamètres, dans les instruments astronomiques (³), le présent Mémoire se rapporte à la formation du dévelop-

(¹) C'est là un fait qui mériterait d'être approfondi au point de vue de la théorie des ensembles, mais qui importe peu ici.

(²) Le premier Mémoire a été publié dans le *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1908.

(³) Suite aux Mémoires déjà publiés sur la question (*Ibid.*, 1917 et 1920).

pement asymptotique de l'intégrale $\int f(z)\varphi^n(z)\,dz$, où n désigne un nombre élevé, lorsque $\varphi(z)$ représente E^{iz} ou E^{-iz}, E étant la base des logarithmes népériens. La loi de succession des termes du développement, inabordable dans le cas général, se présente alors sous forme simple. L'expression fournissant la valeur de l'intégrale est liée à la disposition du contour d'intégration, par rapport à certains points du plan de la variable z, comme je l'ai expliqué dans une Note antérieure [1]. J'ajoute que, dans certains cas, très importants à considérer au point de vue des applications, j'indique la marche à suivre, pour trouver une limite supérieure de l'erreur commise, en s'arrêtant à un terme de rang déterminé, dans le développement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une application de la théorie des équations intégrales.* Note de M. **Ivar Fredholm.**

Soit $\Phi(s)$ une fonction rationnelle telle que le demi-plan supérieur des s soit conformément représenté sur un domaine fini D dans le plan des u par la relation $u=\Phi(s)$. Considérons l'équation intégrale linéaire correspondant au problème de Dirichlet pour le domaine D. Cette équation s'écrit

$$\varphi(t)+\lambda\int_{-\infty}^{+\infty} f(t,s)\,\varphi(s)\,ds=\alpha(t), \tag{1}$$

où

$$f(t,s)=\frac{1}{2\pi i}\,\frac{\partial}{\partial s}\log\frac{\Phi(s)-\Phi(t)}{\overline{\Phi}(s)-\overline{\Phi}(t)},$$

$\overline{\Phi}(s)$ étant la fonction rationnelle qu'on obtient en changeant le signe de i dans tous les coefficients de $\Phi(s)$. Il s'agit d'abord de calculer les noyaux itérés. Cela peut se faire de la manière suivante. La fonction $\Phi(s)$ étant supposée du degré n prend chaque valeur n fois et l'on peut diviser le plan des s en n parties que j'appelle *domaines élémentaires*, de sorte que, dans chaque domaine élémentaire, $\Phi(s)$ prend chaque valeur une seule fois. Des hypothèses faites sur $\Phi(s)$, il s'ensuit que le demi-plan supérieur des s se trouve à l'intérieur d'un des domaines élémentaires, soit ε_0. Le pôle a de $\Phi(s)$ dans ε_0 est négativement imaginaire. On trouve maintenant que les noyaux itérés de l'équation (1) sont des fonctions rationnelles que l'on

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921.

obtient de la manière suivante. L'équation $\Phi(u) = \Phi(s)$ a n racines

$$u = s,\ \Psi_1(s),\ \ldots,\ \Psi_{n-1}(s),$$

où les Ψ représentent des fonctions algébriques formant un groupe. De même l'équation $\overline{\Phi}(u) = \overline{\Phi}(s)$ a les n racines

$$u = s,\ \overline{\Psi}_1(s),\ \ldots,\ \overline{\Psi}_{n-1}(s),$$

où les $\overline{\Psi}$ représentent un groupe. En considérant maintenant les noyaux itérés $f_r(t, s)$ comme fonctions de s leurs pôles sont en partie variables avec t et en partie des constantes. Les pôles variables s'obtiennent en appliquant à t successivement les transformations Ψ et $\overline{\Psi}$, et les pôles constants s'obtiennent en opérant de la même manière sur $\bar{a}$ et sa quantité conjuguée a. Après un calcul facile, mais trop long pour trouver place ici, on trouve les expressions suivantes pour les noyaux itérés. Posons pour abréger

$$\Omega_\nu(t, s) = \sum_{i_1, \ldots, i_\nu} \frac{1}{s - \Psi_{i_1} \overline{\Psi}_{i_2} \ldots t},$$

$$\overline{\Omega}_\nu(t, s) = \sum_{i_1, \ldots, i_\nu} \frac{1}{s - \Psi_{i_1} \overline{\Psi}_{i_2} \ldots t},$$

où les indices $i_1, i_2, \ldots, i_\nu$ parcourent indépendamment l'un de l'autre les valeurs $1, \ldots, n-1$. Alors on a, si r est pair,

$$2\pi i f_r(t, s) = \overline{\Omega}_r(t, s) - \Omega_r(t, s) + \sum_{\nu=0}^{r-1} [\overline{\Omega}_\nu(\bar{a}, s) - \Omega_\nu(a, s)] - \sum_{\nu=1}^{r} [\overline{\Omega}_\nu(a, s) - \Omega_\nu(\bar{a}, s)]$$

et si r est impair

$$2\pi i f_r(t, s) = -\overline{\Omega}_r(t, s) + \Omega_r(t, s) + \sum_{\nu=0}^{r} [\overline{\Omega}_\nu(\bar{a}, s) - \Omega_\nu(a, s)] - \sum_{\nu=1}^{r-1} [\overline{\Omega}_\nu(a, s) - \Omega_\nu(\bar{a}, s)]$$

Par les recherches sur l'application des équations intégrales au problème de Dirichlet, on sait que $f_r(t, s)$ tend vers une limite $\omega(s)$ quand r croît infiniment et que cette fonction nous donne la densité de l'électricité en équilibre sur un cylindre dont la section est D, de sorte qu'en appelant σ la longueur de l'arc de la directrice du cylindre et $\varepsilon(\sigma)$ la densité de l'électricité en équilibre, on a

$$\omega(s)\, ds = \varepsilon(\sigma)\, d\sigma.$$

Du fait que $\omega(s)$ satisfait à l'équation

$$\omega(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(t) f_r(t, s)\, dt,$$

on peut tirer la conclusion que $\omega(s)$ est une fonction uniforme ne présentant pas d'autres singularités que des pôles et leurs points-limites.

Ces pôles s'obtiennent en appliquant aux points a, $\bar{a}$ toutes les transformations appartenant au groupe dont les transformations fondamentales sont les Ψ et les $\overline{\Psi}$. Ce problème électrostatique étant ainsi résolu, on peut immédiatement trouver la fonction $F(u)$ qui représente conformément l'extérieur du domaine D sur un cercle. On trouve, en désignant par $\varphi(s)$ la fonction dont $\omega(s)$ est la dérivée logarithmique, le résultat

$$\varphi(s) = F[\Phi(s)].$$

De l'expression analytique de $\varphi(s)$, qui découle facilement des expressions des noyaux itérés données plus haut, on peut conclure que $\varphi(s)$ jouit de la propriété intéressante de se reproduire par toutes les substitutions du groupe formé par les Ψ et les $\overline{\Psi}$. Cette propriété peut aussi être démontrée en partant du fait que $F(u)$ réalise la représentation conforme mentionnée plus haut et en utilisant les méthodes de Schwartz.

CHRONOMÉTRIE. — *Les problèmes mécaniques des ressorts réglants.* Note de M. **Jules Andrade.**

Je conserve dans cette Note le numérotage des paragraphes et les notations de ma dernière Note; dans celle-ci (13 mars 1922) je posais le problème de la détermination du doublet de spiraux le plus propice à la réalisation de l'isochronisme, en ayant égard aux divers frottements résiduels d'un balancier réglant rigide et en nous efforçant de maintenir ces perturbations dans un domaine d'approximation comparable à celui que l'on peut atteindre dans la régularité du moment statique transmis au balancier par ses ressorts réglants; on sait d'ailleurs que cette dernière approximation avec des spiraux de 17 tours peut dépasser le millionième.

VI. Les frottements comportent :

1° Sur la tête du pivot, le frottement né d'une pression génératrice dont la

partie principale est le poids B du balancier, mais cette pression principale est, tour à tour, renforcée ou affaiblie par une *pression longitudinale* due à l'élasticité des deux spiraux réglants associés.

2° Les frottements dus à l'ensemble des pressions complémentaires transverses exercées par les spiraux sur les viroles du balancier; ces frottements, par un appui latéral, s'exercent surtout sur la petite *circonférence d'ébats* de l'appui supérieur transverse de l'axe du balancier.

3° Enfin, les frottements latéraux dus à un petit écart transverse du centre de gravité variable du système des deux spiraux et accidentellement à un décentrage du balancier.

J'étudierai dans cette Note les deux premiers frottements, après avoir tout d'abord précisé le doublet que nous voulons étudier.

VII. Les spiraux cylindriques ici associés sont à *enroulements symétriques*, *de même matière et de même section* et d'*étendues angulaires presque égales*.

Ces spiraux s'attachent très sensiblement à une virole commune du balancier. P_0 désignant le nombre $2K\pi$, où K est l'un des entiers 13, 14, 15, 16 et 17 ; l'étendue angulaire P du *premier spiral* sera

$$2K\pi - \frac{\pi}{2} \quad \text{ou encore} \quad P_0\left(1 - \frac{1}{4K}\right),$$

tandis que l'étendue angulaire analogue P' du *deuxième spiral* sera

$$2K\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{ou} \quad P_0\left(1 + \frac{1}{4K}\right).$$

Dès lors, les deux pitons Q et Q' sont dans deux azimuts opposés à l'égard de l'axe du balancier.

Ces spiraux travaillent dans le même sens; mais, comme $P' - P = \pi$, la régularité du moment statique transmis par ces spiraux au balancier sera réalisée à l'ordre relatif de $\frac{1}{P_0^3}$, comme le montrera l'emploi de la formule (2) de ma dernière Note aux deux spiraux ci-dessus définis. Il nous reste à évaluer les frottements.

L'écart actuel u du balancier à son point mort *sera compté positif* dans le sens où nos deux spiraux *se ferment ensemble;* sur le plan transverse de la virole commune W, projetons les deux pitons respectivement en Q_1 piton du premier spiral, et en Q_2 piton du deuxième spiral.

L'attraction transverse de la virole due au premier spiral, dirigée suivant le vecteur WQ_1, et l'attraction de la même virole due au deuxième spiral,

dirigée suivant le vecteur WQ_2, respectivement déduites des formules (1) de ma première Note, seront

$$(3)\quad \begin{cases} F_1 = \dfrac{2EIu}{R^2P_0^2\left(1-\dfrac{1}{4K}\right)^2}\left[1+\dfrac{u-\sin\omega_1}{P_0\left(1-\dfrac{1}{4K}\right)}\right]\dfrac{WQ_1}{R} & \left(\omega_1 = P_0 - \dfrac{\pi}{2}+u\right), \\ F_2 = \dfrac{2EIu}{R^2P_0^2\left(1+\dfrac{1}{4K}\right)^2}\left[1+\dfrac{u-\sin\omega_2}{P_0\left(1+\dfrac{1}{4K}\right)}\right]\dfrac{WQ_2}{R} & \left(\omega_2 = P_0 + \dfrac{\pi}{2}+u\right). \end{cases}$$

VIII. Si les spiraux avaient des étendues angulaires égales, les pressions longitudinalés sur la virole commune *s'équilibreraient par raison de symétrie*. Pour évaluer, sinon la valeur exacte, *du moins l'ordre* de la résultante des deux pressions longitudinales des deux spiraux, il sera permis d'adopter, pour l'évaluation de ces deux pressions, l'hypothèse dite « des techniciens », mentionnée dans mon petit Volume sur les organes réglants. Si, par exemple, le premier spiral est situé le plus bas, les pressions longitudinales *évaluées dans le sens de la verticale descendante* seront respectivement

$$(4)\quad \begin{cases} H_1 = \dfrac{2EIu}{R^2P_0^2\left(1-\dfrac{1}{4K}\right)^2}\left[1+\dfrac{u-\sin\omega_1}{P_0\left(1-\dfrac{1}{4K}\right)}\right]\dfrac{h'}{R}, \\ H_2 = \dfrac{-2EIu}{R^2P_0^2\left(1+\dfrac{1}{4K}\right)^2}\left[1+\dfrac{u-\sin\omega_2}{P_0\left(1+\dfrac{1}{4K}\right)}\right]\dfrac{h''}{R}, \end{cases}$$

h' et h'' désignent dans ces formules les valeurs *sensiblement égales*, des distances des deux pitons au-dessus du plan transverse de la virole W.

La pression longitudinale est alors sensiblement

$$B + H_1 + H_2,$$

et l'on a *sensiblement*

$$(5)\quad H_1 + H_2 = \frac{h}{R}\,\frac{2EIu}{R^2P_0^2}\left[\frac{u}{K}+\frac{2u\cos u}{P_0}\right];$$

le moment du frottement sur la tête du pivot sera donc, avec un rayon moyen ρ de la base du pivot et avec un coefficient f de frottement,

$$-(B + H_1 + H_2)\rho f\varepsilon,$$

formule où ε désigne $\operatorname{sgn}\left(\dfrac{du}{dt}\right)$, en adoptant la notation $\operatorname{sgn} a$ pour représenter un facteur ± 1, mais du signe de a.

IX. Analysons maintenant la résultante des pressions élastiques trans-

verses F_1 et F_2. Cette résultante, appliquée à la virole commune du balancier, se décompose :

1° En une attraction *centripète* de la virole, par l'axe du balancier et dont la valeur Φ est

(6) $$\Phi = \frac{4EIu}{R^2P_0^2}\left[1 + \frac{3}{16}\frac{1}{K^2}\right] + \frac{4EIu^2}{R^2P_0^3};$$

2° En une pression parallèle au diamètre des pitons, $Q_1\,Q_2$, et dont la valeur ψ est

(7) $$\psi = \frac{4EI}{R^2P_0^3}u\cos u + \frac{2EI}{R^2H_0^2}\frac{u}{K}, \quad \text{force faible comparée à } \Phi.$$

En projetant ψ sur la direction de Φ, nous aurons la valeur approchée de la pression transverse globale $\Phi' = \varphi - \psi\sin u$ et qui, en posant

$$m = 1 + \frac{3}{16}\frac{1}{K^2}$$

sera

(8) $$\Phi' = \frac{4EIu}{R^2P_0^2}m + \frac{2EI}{R^2P_0^3}\left(2u^2 - 2u\sin u\cos u - u\sin u\frac{P_0}{K}\right).$$

X. En rappelant la constante de l'ajustage des deux spiraux

$$N = \frac{EI}{L}\left(1 + \frac{2}{P^2}\right) + \frac{EI}{L'}\left(1 + \frac{2}{P'^2}\right),$$

δ et γ les coefficients de frottement respectifs sur le collier et la tête de pivot du balancier, σ le rayon du collier, ρ le rayon moyen de la tête du pivot de l'axe du balancier, élément géométrique dont la définition précise est d'autant plus malaisée qu'il est plus réduit et qui représente le rayon d'un cercle sur lequel on peut supposer que s'exerce le moment de frottement dû au poids B du balancier uniformément réparti et qui serait le double du rayon réel si la portée était plate; A le moment d'inertie du balancier et ω^2 le rapport $\frac{N}{A}$, l'équation du mouvement de ce balancier sera

(9) $$\frac{d^2u}{dt^2} = -\omega^2 u - \eta\varepsilon\delta\sigma\omega^2\frac{\varphi'}{N} - \varepsilon f\rho\frac{B + H_1 + H_2}{N}\omega^2. \quad (\eta = \operatorname{sgn} u), \quad \left(\varepsilon = \operatorname{sgn}\frac{du}{dt}\right).$$

La méthode de la variation des constantes nous permettra, à l'approximation relative de N (réalisable au millionième), de réduire l'équation précédente au type beaucoup plus simple

(9 *bis*) $$\frac{d^2u}{dt^2} = -\omega^2 u - \alpha\eta\varepsilon u - \beta\varepsilon;$$

α et β étant deux petites quantités positives qui, avec ω^2, formeront les caractéristiques de l'ajustage pour la discussion numérique du problème posé et dont il reste à dégager les conclusions.

BOTANIQUE. — *Une nouvelle espèce de* Syncephalastrum; *affinités de ce genre.* Note [1] de M. **Paul Vuillemin.**

Le genre *Syncephalastrum* fut créé par F. Cohn d'après des spécimens aperçus par E. Frank en 1883 dans des cultures d'*Aspergillus Oryzæ*. La première espèce, *Syncephalastrum racemosum* Cohn fut publiée seulement en 1886 par Schrœter et rangée dans la famille des Piptocéphalidées de Brefeld à la suite du genre *Syncephalis*. L'année suivante je décrivais une seconde espèce, *Syncephalastrum nigricans* Vuillemin 1887. Elle est hétérothallique d'après des échantillons qui me furent communiqués en 1906 par M. Francis Blakeslee. J'ai retrouvé cette espèce en 1916 dans des cultures ensemencées avec des expectorations humaines par les D^rs Raymond et J. Parisot. Deux autres espèces sont décrites par Bainier, *S. cinereum* Bainier 1907 et *S. fuliginosum* Bainier 1907. Les cultures de Bainier mettent en évidence des caractères moins apparents dans les deux premières espèces.

J'ajouterai une nouvelle espèce qui se distingue de prime abord par les baguettes sporogènes en partie ramifiées comme chez quelques *Syncephalis*. Dans les précédentes espèces elles sont toutes simples. Je l'ai découverte en 1912 dans des cultures ensemencées avec des crachats humains à Tomsk (Sibérie) par le D^r Bogolepoff.

Le *Syncephalastrum* était parasite d'un *Rhizopus*. Je le nomme *Syncephalastrum Rhizopi*. Il me fut impossible de l'isoler de son hôte. Voici ses caractères :

Pédicule atteignant 1^{mm} de hauteur avec un calibre de 10^{μ}-14^{μ}, terminé par une vésicule de 27^{μ}-50^{μ}. Baguettes simples à deux spores; rameau latéral contenant une seule spore. La spore mesure 7^{μ}-$9^{\mu} \times 4^{\mu}$. Le pédicule est simple et fixé au support par des rhizoïdes dont l'extrémité effilée se renfle brusquement en suçoir arrondi dans la membrane du *Rhizopus*. Ces crampons ne partent pas directement du pédicule, mais du mycélium, qui, à son voisinage, est robuste et muni de quelques cloisons. Coloration légèrement fuligineuse.

---

[1] Séance du 3 avril 1922.

Nous possédons des données suffisantes pour fixer les affinités de ce genre paradoxal. J'ai réservé la question des affinités lorsque, en 1902, j'ai placé les *Syncephalastrum* parmi les Céphalidées, section physiologique de l'ordre des Mucorinées. Le mycélium rattache le genre *Syncephalastrum* à la famille des Mucoracées, le genre *Syncephalis* à la famille des Piptocéphalidées. La ressemblance des deux genres résulte de l'adaptation convergente, non de l'homologie. Les crampons des *Syncephalis* sont homologues des tubes sporophores; ce sont des branches de bifurcation d'un système dichotomique. Les rhizoïdes des *Syncephalastrum* dépendent du mycélium, de l'appareil végétatif.

La famille des Mucoracées se divise en trois tribus : les Mucorées, les Rhizopées, les Absidiées. Bainier décrit chez le *Syncephalastrum cinereum* et le *S. fuliginosum* des stolons enracinés qu'il compare à juste titre à ceux du *Pseudoabsidia* Bainier. Ce nom générique tombe en synonymie de *Tieghemella* de Toni, genre de la tribu des Absidiées. Ce qu'il importe de retenir, c'est que les stolons des *Syncephalastrum* sont homologues de ceux des Absidiées.

Les stolons, résultant d'une modification physiologique des appareils sporogènes, ne suffisent pas à caractériser une tribu. La systématique trouve un point d'appui plus solide dans la structure des sporocystes, appelés improprement *sporanges* (1).

La tribu des Absidiées se distingue de celle des Mucorées par l'apophyse, portion rigide du pédicule annexée au sporocyste. La columelle qui, chez les Mucorées, possède le même degré d'élasticité que le pédicule et reste indéformable après la déhiscence, est mince et dépourvue d'élasticité chez les Absidiées. Son ampleur est en général inverse de celle de l'apophyse. Dans le genre *Rhizomucor*, où elle est volumineuse, elle est souvent déformée, étranglée, aplatie par la masse sporogène en voie de croissance et, dès que la turgescence est supprimée par la dispersion des spores, elle se ride, se chiffonne, sauf dans les vieilles cultures lentement desséchées où un épaississement secondaire l'envahit en même temps que le pédicule. La chétive columelle des *Lichtheimia* s'affaisse après la déhiscence et s'effondre dans l'apophyse rigide et évasée. L'absence de columelle chez les *Syncephalastrum* est le dernier terme de la réduction de cet organe, dont l'élas-

(1) Les Champignons n'ont pas, comme les Fougères par exemple, de sporange dont l'enveloppe est formée d'un tissu indépendant des spores. La paroi du sporocyste des Phycomycètes est la membrane même du cénocyte qui se divise en spores.

ticité va en décroissant des Rhizopées aux Mucorées et des Mucorées aux Absidiées.

Contrairement à la columelle, l'apophyse va en croissant des *Rhizomucor* aux *Lichtheimia* et des *Lichtheimia* aux *Syncephalastrum*. Dans ce dernier genre, l'énorme vésicule d'où rayonnent les baguettes sporogènes n'est autre qu'une apophyse commune à de nombreux sporocystes grêles. Comme l'apophyse de plusieurs autres Absidiées, cette vésicule est souvent colorée et séparée du pédicule par une cloison; chez le *S. fuliginosum*, sa base est évasée en entonnoir comme l'apophyse des *Absidia*.

Les zygospores du *S. nigricans* diffèrent complètement de celles des *Piptocephalis* et des *Syncephalis;* elles sont ornées de dents coniques, raboteuses et munies de suspenseurs opposés, peu dilatés. Elles n'ont pas de fulcres comme celles des *Absidia;* mais le *Mycocladus verticillatus* Beauverie, qui est une Absidiée, n'en présente pas non plus. L'appareil de reproduction sexuée confirme les affinités des *Syncephalastrum* avec les Mucoracées; il ne dément pas son rattachement aux Absidiées.

Le genre *Syncephalastrum* appartient donc à la famille des Mucoracées et à la tribu des Absidiées.

M. G. **Bigourdan** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *L'Astronomie en Alsace et particulièrement à Strasbourg*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Édouard Retterer et Serge Voronoff. *La glande génitale mâle et les glandes endocrines*.

2° S. Burt Wolbach, John L. Todd and Francis W. Palfrey. *The Etiology and Pathology of Typhus*.

3° E. Fichot. *Sur les systèmes géodésiques équilatères à la surface du sphéroïde terrestre*.

M. A. **Karpinskij** adresse des remercîments pour la distinction dont ses travaux ont été l'objet.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la géométrie conforme des systèmes de cercles.* Note de M. E. Vessiot.

On peut appeler *géométrie conforme* l'étude de celles des propriétés des figures de l'espace que n'altèrent pas les transformations dites *conformes*. De cette géométrie relèvent des théories classiques, telles que celles des systèmes orthogonaux, des systèmes cycliques, etc. La présente Note se rapporte à la géométrie conforme des systèmes de cercles.

1. *Invariants d'un système de deux cercles.* — Soient A et B deux cercles quelconques; α, α' et β, β' deux couples orthogonaux de sphères se coupant respectivement suivant A et B. Les angles Ψ et Ψ_1, réels ou imaginaires, définis par

$$\cos\Psi = \cos(\alpha,\beta)\cos(\alpha',\beta') - \cos(\alpha,\beta')\cos(\alpha',\beta), \tag{1}$$

$$\sin^2\Psi_1 = \sin^2(\alpha,\mathrm{B}) + \sin^2(\alpha',\mathrm{B}) = \sin^2(\beta,\mathrm{A}) + \sin^2(\beta',\mathrm{A}), \tag{2}$$

ne dépendent, en fait, que des deux cercles; et sont égaux à l'angle de ceux-ci, s'ils se coupent. L'un ou l'autre de ces angles pourrait donc être appelé, dans le cas général, *angle des deux cercles* A et B. M. Kœnigs ayant introduit sous ce nom, par une voie toute différente du reste, un angle qui n'est autre que Ψ, on pourra donner à Ψ_1 le nom d'*inclinaison relative* des deux cercles. La différence $\sin^2\Psi_1 - \sin^2\Psi$, qui s'annule quand les cercles se rencontrent, mesure, au point de vue conforme, l'*écart* des deux cercles (¹).

Les angles Ψ et Ψ_1, étant *deux invariants*, indépendants du système des deux cercles, caractérisent ce système et ses homologues, au point de vue conforme. M. E. von Weber (²) a introduit, à cet effet, deux autres invariants ω et ω', dont je rappelle la définition. Soient K et K' les deux *cercles perpendiculaires* (³) *communs* à A et B; ω et ω' sont les angles sous lesquels se coupent respectivement les sphères a et b contenant l'une K et A, et

(¹) Si l'on définit les cercles par leurs coordonnées pentasphériques, on retrouve ici une forme doublement quadratique introduite par M. Kœnigs; et l'on constate immédiatement l'identité de Ψ avec l'angle de deux cercles de M. Kœnigs (*Annales de Toulouse*, 1888).

(²) *Arkiv für Mathematik und Physik*, 1904. L'auteur indique la formule (1) et la première des formules (3), qui en résulte.

(³) Je dis que deux cercles sont *perpendiculaires* s'ils sont sur une même sphère, et s'ils sont orthogonaux.

l'autre K et B, et les sphères a' et b' contenant l'une K' et A, et l'autre K' et B. Ceci rappelé, on a les relations immédiates

$$(3) \quad \begin{cases} \cos\Psi = \cos\omega\cos\omega', \qquad \sin^2\Psi_1 = \sin^2\omega + \sin^2\omega', \\ \sin^2\Psi_1 - \sin^2\Psi = \sin^2\omega\sin^2\omega'. \end{cases}$$

2. *Pentasphère et symétries du système.* — Soient p et q les sphères bissectrices du couple de sphères a, b; p' et q' les sphères bissectrices du couple a', b'. Elles forment avec r, *sphère orthogonale commune* à A et B, un pentasphère orthogonal qu'on peut appeler le *pentasphère du système* A, B; car de ses relations avec les cercles A et B résultent les propriétés du système. On constate, par exemple, que le système A, B reste invariant par les *symétries* (¹) effectuées par rapport à r, et par rapport aux six cercles d'intersection des sphères p, q, p', q'; et que quatre de ces symétries échangent les cercles A et B; et de là découlent diverses propriétés angulaires des sphères des faisceaux A et B, que j'omets pour abréger.

3. *Applications aux surfaces cerclées.* — Si A est cercle générateur d'une surface cerclée, et si B est le cercle générateur infiniment voisin, le pentasphère du système A, B devient un *pentasphère orthogonal* limite Π, *associé au cercle générateur* A. De la considération de ce pentasphère on déduit les propriétés conformes de la surface : je me bornerai dans cette Note aux propriétés différentielles du premier ordre.

Soient H et H' les positions limites des cercles perpendiculaires communs à A et B; leurs pieds sur A s'appelleront les deux couples des *points centraux;* les sphères passant par A et H, par A et H' seront les *sphères centrales;* à chacune on associera son *adjointe*, orthogonale à A aux points centraux correspondants. Le pentasphère Π est formé de sphères centrales, de leurs adjointes, et de la sphère orthogonale à A et au cercle infiniment voisin; les points où cette dernière coupe A sont les foyers du cercle A_0, commun aux sphères adjointes, qui va jouer un rôle important.

Ce cercle A_0 sert, en effet, à définir les points de A par une *coordonnée invariante :* c'est l'angle θ de l'une des sphères adjointes avec la demi-

(¹) Il y a *trois espèces de symétrie conforme*, ayant des propriétés analogues aux trois espèces de symétrie euclidienne. La *symétrie par rapport à une sphère* est classique. Je dis que deux points sont *symétriques par rapport à un cercle* C; s'ils sont communs à deux cercles perpendiculaires à C; et que deux points sont *symétriques par rapport à un couple de points* I, J, s'ils sont avec eux sur un même cercle, et s'ils sont conjugués harmoniques, par rapport à eux, sur ce cercle.

sphère qui passe par A_0 et le point m considéré. On définira, d'autre part, toute sphère s passant par A au moyen de l'angle φ qu'elle fait avec la sphère centrale dont la sphère choisie pour origine des θ est l'adjointe.

Cela posé, pour que m soit un des points de contact de s avec la surface, il faut et il suffit que θ et φ soient liés par la *formule de distribution* (analogue à celle de la théorie des surfaces réglées)

$$(4) \qquad \operatorname{tang}\theta = \operatorname{tang}k \operatorname{tang}\varphi, \qquad \operatorname{tang}k = \lim \frac{\omega'}{\omega}.$$

Soient $d\varpi$ et $d\varpi'$ les parties principales de ω' et ω. On peut poser

$$(5) \qquad d\sigma^2 = d\varpi^2 + d\varpi'^2, \qquad \cos k = \frac{d\varpi}{d\sigma}, \qquad \sin k = \frac{d\varpi'}{d\sigma}.$$

On constate que $d\sigma$ est la partie principale commune de Ψ et Ψ_1 ; on dira que c'est l'angle du cercle générateur A et du cercle infiniment voisin. La variable σ, dont elle est la différentielle, sera associée à θ, pour définir, *d'une manière invariante*, les points de la surface. *L'invariant différentiel du premier ordre* k s'est introduit de lui-même ; $\frac{d}{d\sigma}$ est un *paramètre différentiel.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les formes canoniques invariantes des systèmes algébriques et différentiels.* Note de M. **Maurice Janet.**

1. On a déjà observé [1] que certains systèmes algébriques ne peuvent, par aucun changement de variables, être ramenés à la forme canonique étudiée par M. Delassus [2], forme que nous appellerons (D). Il nous semble utile de remarquer de plus que ce ne sont pas seulement des systèmes exceptionnels que cette forme laisse échapper, mais bien des systèmes d'un caractère aussi simple et normal que le suivant : deux équations homogènes du deuxième degré en x, y, z, t (en langage géométrique, une biquadratique de l'espace projectif ordinaire). La théorie classique du résultant permet en effet de déduire des équations données une équation du quatrième degré ne contenant pas x; il y a donc, au plus, dans les équations

(1) Gunther, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1147. — Robinson, *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 106.

(2) *Annales de l'École Normale*, 1896 et 1897; *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1897; *Encyclopédie* (t. 1, vol. 2, fasc. 1).

d'ordre P que l'on peut déduire des équations proposées [1],

$$\Gamma_4^P - 4P - \Gamma_3^{P-4} = \frac{P^3+3P^2+2P}{6} - 2$$

équations indépendantes par rapport aux monomes d'ordre P contenant x; or, il y a en tout

$$\Gamma_4^{P-1} = \frac{P^3+3P^2+2P}{6}$$

monomes de cette espèce, ce qui suffit à prouver le fait annoncé, comme on le voit immédiatement en se reportant à la définition des « ensembles canoniques » de monomes.

2. Les remarques que j'ai exposées dans une précédente Note [2] conduisent tout naturellement à une *forme canonique invariante* qui a l'avantage d'être tout à fait *générale*. Elle se rapproche d'ailleurs d'une manière curieuse de la forme (D) : pour les monomes d'un ordre déterminé P, le classement utilisé dans l'une est inverse du classement utilisé dans l'autre.

Pour montrer combien l'application de la méthode est aisée, reprenons l'exemple cité plus haut. Si les équations d'une biquadratique sont résolues par rapport à x^2 et xy, autrement dit si ces équations peuvent s'écrire

$$A \equiv x^2 + ay^2 + \ldots = 0,$$
$$B \equiv xy + by^2 + \ldots = 0,$$

les termes non écrits contenant l'une au moins des lettres z, t, on formera la combinaison [3]

$$C \equiv yA + (by - x)B.$$

Le système formé par $A = 0$, $B = 0$, et les équations obtenues en égalant à zéro les formes F_3 :

$$Ax, \quad Ay, \quad Az, \quad At, \quad By, \quad Bz, \quad Bt,$$

est sous la forme canonique voulue.

---

(1) Γ_n^P représente le nombre des monomes, à n variables, d'ordre P,

$$\Gamma_n^P = \frac{(P+1)(P+2)\ldots(P+n-1)}{1.2\ldots(n-1)}.$$

(2) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 432.

(3) Nous supposons, ce qui est permis, $a + b^2 \neq 0$; $C = 0$ est résoluble par rapport à y^3.

On constatera que les nombres (σ) du système F_3 sont [1]

$$\sigma_1 = 8, \qquad \sigma_2 = 4, \qquad \sigma_3 = 0,$$

$\sigma_1 + 2\sigma_2 + 3\sigma_3$ se trouve *égal* et non pas inférieur au nombre des conditions auxquelles doit satisfaire une forme *d'ordre* 4 pour faire partie du module (F_3).

3. D'après ce qui précède, il convient de n'accepter qu'avec quelques réserves les conséquences que l'on a tirées, pour l'étude générale des systèmes, de la forme canonique (D). On peut se demander si, malgré cela, il serait possible de conserver *sans modification profonde* l'énoncé [2] d'après lequel « si un système algébrique définit dans l'espace à $n-1$ dimensions (coordonnées homogènes $x_1, x_2, \ldots, x_n$) des multiplicités (M) à $n-2$, $n-3, \ldots, 0$ dimensions de degrés respectivement $\mu_{n-1}, \mu_{n-2}, \ldots, \mu_1$, la solution (S) du système aux dérivées partielles correspondant [3] dépend [4] de fonctions arbitraires de $n-1, n-2, \ldots, 1$ variables en nombre respectivement $\mu_{n-1}, \mu_{n-2}, \ldots, \mu_1$ ». Les dimensions et degrés des multiplicités (M) déterminent-ils entièrement le degré de généralité de (S)?

Il n'en est pas ainsi. On doit, il est vrai, pour l'affirmer, s'accorder au préalable sur le sens à donner aux mots *degré de généralité* de la solution d'un système différentiel.

En raison de l'invariance des nombres (σ), il nous semble naturel de considérer que les solutions de deux systèmes ont le même degré de généralité seulement si les nombres (σ) de même ordre P des deux systèmes sont respectivement égaux (en ajoutant, si l'on veut même, la restriction : P suffisamment grand), autrement dit *si les fonctions caractéristiques* [5] (d'Hilbert) des deux « modules » *sont les mêmes.* Or il est bien connu que la fonction caractéristique d'un module ne dépend pas seulement des *dimensions* et *degrés* des multiplicités correspondantes. En nous bornant toujours à un exemple de caractère très élémentaire, les fonctions caractéristiques des modules correspondant à une biquadratique et à une quartique unicursale sont respectivement $4P$ et $4P + 1$.

4. Ajoutons que la considération des nombres (σ), et de nombres ana-

---

(1) Voir Note du 13 février 1922.

(2) Delassus, *Annales de l'École Normale*, 1897, p. 44.

(3) Obtenu en remplaçant chaque monome par la dérivée correspondante.

(4) Outre des constantes arbitraires, en nombre fini.

(5) « Postulazione » des géomètres italiens.

logues dans le cas de plusieurs fonctions inconnues, pourrait peut-être remplacer avec quelque avantage celle des « invariants » définis par M. Delassus ([1]).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Démonstration d'un théorème de M. Borel.* Note de M. **Torsten Carleman**, présentée par M. Émile Borel.

Je me propose de démontrer un théorème que M. Borel a énoncé comme vraisemblable, sans en donner de démonstration ([2]).

Considérons des fonctions $F(x)$ s'annulant, ainsi que leurs n premières dérivées pour $x = 0$ et $x = 1$; posons

$$(1) \qquad \beta_p^{2p} = m_p^2 = \int_0^1 [F^{(p)}(x)]^2\, dx,$$

et supposons $m_0 = 1$. On démontre, comme dans ma Note sur le théorème de M. Denjoy ([3]), que la suite $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{n+1}$ n'est pas décroissante. Introduisons la fonction

$$(2) \qquad \Phi(z) = \int_0^1 e^{-zt}[F(t)]^2\, dt.$$

On a $\Phi(0) = m_0 = 1$. D'autre part, en effectuant p intégrations par parties et utilisant l'inégalité de Schwarz, on obtient

$$(3) \qquad \log|\Phi(-1+iy)| \leqq 1 + p\,\frac{\log 2\beta_p}{|-1+iy|}.$$

Marquons sur la droite $\mathfrak{R}(z) = -1$, une suite de points

$$z_\nu = -1 + iy_\nu \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, n+1),$$

tels que $|z_\nu| = 2e\beta_\nu$ et posons

$$(4) \qquad \begin{cases} \omega(y) = 0 & (0 < y < y_1), \\ \omega(y) = p & (y_p \leqq y \leqq y_{p+1}), \\ \omega(y) = n+1 & (y_{n+1} \leqq y < \infty); \end{cases}$$

nous aurons

$$(5) \qquad \log|\Phi(-1+iy)| \leqq 1 - \omega(y).$$

La fonction $\Phi(z)$ est régulière et bornée dans le demi-plan $\mathfrak{R}(z) \geqq 1$.

([1]) *Annales de l'École Normale*, 1908.

([2]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 373.

([3]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 505.

Posons $u = \log|\Phi(z)|$ et désignons par v la fonction de Green (infinie en $z = 0$) qui correspond au demi-cercle $\mathcal{R}(z) \geqq -1$; $|z+1| = \rho$; en utilisant l'intégrale $\int\left(u\frac{\partial v}{\partial n} - v\frac{\partial u}{\partial n}\right)ds$, tenant compte des singularités de $|\Phi(z)|$ et faisant tendre ρ vers l'infini, on démontre l'inégalité

$$(6) \qquad \log|\Phi(0)| \leqq \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+y^2}\log|\Phi(-1+iy)|\,dy.$$

En tenant compte de (5) et de $\Phi(0) = 1$, on en conclut

$$0 \leqq 1 - \frac{2}{\pi}\int_{y_1}^{\infty}\frac{\omega(y)}{1+y^2}\,dy,$$

et l'on en déduit

$$\frac{\pi}{2}\left(1+\frac{1}{y_1^2}\right) \geqq \int_{y_1}^{\infty}\frac{\omega(y)\,dy}{y^2} = \frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} + \cdots + \frac{1}{y_{n+1}},$$

le calcul de l'intégrale étant aisé d'après (4). Comme $y_\nu < 2e\beta_\nu$, on en conclut

$$S_{n+1} = \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2} + \cdots + \frac{1}{\beta_{n+1}} \leqq \pi e\left(1+\frac{1}{y_1^2}\right).$$

La relation $m_0 = 1$ entraîne $m_1 \geqq \pi$ et, par suite, $y_1^2 > 4\pi^2e^2 - 1$; il vient donc

$$(7) \qquad S_{n+1} \leqq \pi e\left(1 + \frac{1}{4\pi^2e^2 - 1}\right) = k'.$$

En remplaçant $F(x)$ par $CF(x)$, on peut lever la restriction $m_0 = 1$; on a, quel que soit m_0,

$$(8) \qquad S_{n+1} < k'\left(1+\frac{1}{m_0}\right).$$

Pour démontrer le théorème que nous avons en vue, il faut montrer que l'on peut trouver, indépendamment de m_0, une borne supérieure de S_{n+1} lorsqu'on connaît une borne inférieure de β_1. En appliquant la formule (8) à $F'(x)$ au lieu de $F(x)$, on obtient, à l'aide d'un calcul élémentaire, l'inégalité

$$S_n \leqq 2k'\left(1+\frac{1}{\beta_1}\right) + 1 + \frac{1}{\beta_1},$$

et, si l'on remarque que β_1 est certainement plus grand que $2M'_0$ en désignant par M'_p le maximum de $|F^{(p)}(x)|$, il viendra, en raison de l'inégalité

$\beta_p < \sqrt[p]{M'_p}$ pour toute fonction $F(x)$ s'annulant pour $x = 0$ et $x = 1$, ainsi que ses n premières dérivées,

$$\frac{1}{M'_1} + \frac{1}{\sqrt{M'_2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{M'_3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt[n+1]{M'_{n+1}}} \leqq (2k' + 1)\left(1 + \frac{1}{2M'_0}\right).$$

Pour démontrer le théorème de M. Borel, il suffit d'observer que, si l'on pose

$$F(x) = f\left[1 - 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2\right],$$

la condition $F(x)$ satisfait à nos conditions du moment que $f(x)$ satisfait aux conditions de M. Borel

$$(9) \qquad f(0) = f'(0) = \ldots = f^{(n)}(0) = 0, \qquad f(1) = 1.$$

D'autre part, M_p étant le maximum de $|f^{(p)}(x)|$ pour $0 \leqq x \leqq 1$, un calcul facile montre que l'on a

$$\sqrt[p]{M'_p} < 5\sqrt[p]{M_p}.$$

A cause de l'inégalité $M_0 = M'_0 \geqq 1$, on aura finalement, en tenant compte de la valeur de k',

$$(10) \qquad \frac{1}{M_1} + \frac{1}{\sqrt[2]{M_2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{M_3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt[n+1]{M_{n+1}}} < \frac{15\pi e}{2}\left[1 + \frac{1}{4\pi^2 e^2 - 1}\right] = k.$$

C'est le résultat énoncé par M. Borel, la limite supérieure obtenue ne dépendant pas de n, du moment que les conditions (9) sont remplies.

Je ne me suis proposé, dans ce qui précède, que de démontrer l'existence d'une borne supérieure finie k pour la somme (10) et je ne me suis pas efforcé de trouver la plus petite valeur de k que peut fournir la méthode employée.

Remarques sur la Note de M. Carleman, par M. **Émile Borel.**

La démonstration donnée par M. Carleman de l'énoncé que j'avais induit du théorème de Denjoy est remarquable par sa profondeur et par sa simplicité. Il serait toutefois désirable d'arriver à donner une démonstration, sinon algébrique ([1]), du moins ne faisant appel qu'aux variables réelles,

([1]) Le théorème de Carleman, énoncé sous la forme de l'inégalité (10), est vrai pour une fonction quelconque s'il est vrai pour un polynome, du moment que l'on ne limite pas le degré de ce polynome en fonction de n. C'est une conséquence de la théorie de l'approximation des fonctions continues par les polynomes.

du théorème auquel M. Carleman vient d'attacher son nom. Ce théorème de Carleman me paraît en effet devoir être considéré, avec le théorème de Denjoy, comme l'un des théorèmes fondamentaux de la théorie des fonctions indéfiniment dérivables de variables réelles.

La démonstration à laquelle j'avais songé et que je n'ai pu arriver à rendre rigoureuse me conduisait à la valeur e pour le nombre que M. Carleman appelle k. Il serait intéressant de vérifier si cette indication est ou non justifiée et en tout cas de déterminer plus précisément le nombre k. Il serait encore plus intéressant de compléter les théorèmes de Denjoy et de Carleman par une étude asymptotique aussi précise que possible des séries de terme général $\frac{1}{\sqrt[n]{M_n}}$; pour cette étude, il y aurait peut-être avantage à substituer à ces séries les séries de terme général $\frac{M_n}{M_{n+1}}$, qui doivent avoir les mêmes propriétés et qui sont peut-être plus aisées à manier.

GÉOMÉTRIE. — *Quelques propriétés des surfaces réglées en liaison avec la théorie du parallélisme de M. Levi-Cività.* Note de M. A. **Myller**, présentée par M. Appell.

Considérons une surface (S) et une courbe (C) tracée sur la surface. Soit, dans la surface, une série de directions parallèles le long de la courbe (C) et définissons-les en nous donnant les cosinus directeurs en fonction de l'arc de la courbe

$$(1)\qquad \begin{cases} \alpha = \alpha(s), \\ \beta = \beta(s), \\ \gamma = \gamma(s). \end{cases}$$

Ces directions peuvent être considérées comme génératrices rectilignes d'une surface réglée tangente à (S) le long de (C). Cette surface réglée a la propriété importante d'avoir comme ligne de striction la courbe (C). En effet, soient M et M′ deux points infiniment voisins sur la courbe (C). La génératrice par M est fixée par (1), celle par M′ est fixée par

$$(2)\qquad \begin{cases} \alpha(s+ds) = \alpha(s) + \alpha'(s)\,ds + \ldots, \\ \beta(s+ds) = \beta(s) + \beta'(s)\,ds + \ldots, \\ \gamma(s+ds) = \gamma(s) + \gamma'(s)\,ds + \ldots. \end{cases}$$

(1) *Rendiconti del Circolo matem. di Palermo*, t. XLII, 1917, p. 173.

D'après M. Levi-Cività, cette génératrice (2) doit faire avec une direction quelconque issue de M dans le plan (T) tangent à (S), le même angle que la génératrice (1) passant par M fait avec la même direction. Cela à un infiniment petit de second ordre près. On a alors

$$a\alpha' + b\beta' + c\gamma' = 0, \tag{3}$$

où a, b, c sont les cosinus directeurs d'une direction quelconque dans le plan (T). Le vecteur dont les composantes sont $\alpha' ds$, $\beta' ds$, $\gamma' ds$ est celui qui ajouté au vecteur (1) nous donne le vecteur (2). Il est d'après (3) perpendiculaire au plan tangent en M. Par conséquent le plan (N) passant par la droite (1) parallèle à la direction (2) est perpendiculaire au plan (T) tangent en M. Ce plan (N) est le plan tangent à la surface réglée au point à l'infini de la génératrice (1). Le plan tangent (T) étant perpendiculaire à (N) est le plan tangent au point central M. La courbe (C) est donc la ligne de striction de la surface réglée.

La réciproque est évidente. Les génératrices d'une surface réglée sont parallèles dans la surface le long de la ligne de striction.

Si nous faisons tourner chaque génératrice d'un même angle dans son plan tangent autour du point de contact, on sait que les nouvelles directions restent parallèles le long de (C). Il s'ensuit un théorème de M. Pirondini ([1]) que toutes les surfaces ainsi obtenues ont la même ligne de striction (C). En particulier pour un angle de 90° on obtient la surface conjuguée de P. Serret ([2]).

Supposons que la surface développable tangente à (S) le long de (C) est un cylindre. Ce cylindre, ayant les génératrices parallèles, fait partie de la série de surfaces à génératrices parallèles tangentes à (S) le long de (C). Les génératrices d'une quelconque de ces surfaces font un angle constant avec les génératrices correspondantes d'une autre de ces surfaces et par conséquent font un angle constant avec les génératrices du cylindre. Il s'ensuit un théorème de M. Dini ([3]) que toutes ces surfaces réglées ont un cône directeur droit circulaire.

En tenant compte du fait que les directions parallèles le long d'une ligne géodésique d'une surface font un angle constant avec la géodésique, il résulte immédiatement le théorème suivant de O. Bonnet ([4]) : Si une courbe

---

([1]) *Giorn. di mat.*, t. 23, 1885, p. 296.

([2]) P. Serret, *Théorie nouvelle des lignes à double courbure* (Paris, 1860).

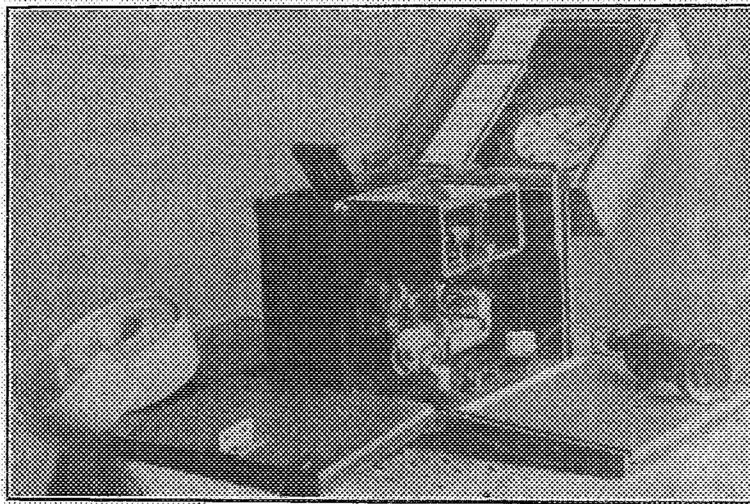
([3]) *Giorn. di mat.*, t. 3, 1865, p. 283.

([4]) *J. École Polyt.*, t. 19, 1848, p. 71.

tracée sur une surface réglée possède deux des trois propriétés suivantes : 1° être géodésique; 2° être ligne de striction; 3° couper les génératrices sous un angle constant, elle possède aussi la troisième.

CHRONOMÉTRIE. — *Chronographe électrique, enregistrant, en chiffres, le temps au centième de seconde.* Note (¹) de MM. Henri Chrétien et Paul Ditisheim, présentée par M. Bigourdan.

Le chronographe imprimant électrique, dont le premier exemplaire est mis sous les yeux de l'Académie, se compose de deux parties essentielles distinctes:



Chronographe imprimant portatif.

A. Un moteur électrique synchronisé, combiné pour imposer un mouvement de rotation bien uniforme à un arbre, sous le contrôle intermittent d'une horloge ou d'un chronomètre pourvus de contacts électriques;

B. Un mécanisme imprimant, dans lequel le moteur synchronisé produit l'avance des tambours chiffrés, dont l'empreinte est prise en temps voulu à l'aide d'un mécanisme de frappe.

Les caractéristiques essentielles de ce chronographe sont les suivantes :

1° *Emploi exclusif de l'électricité comme puissance motrice*, tant pour pro-

(¹) Séance du 3 avril 1922.

duire le mouvement de la chiffraison que pour les opérations d'impression proprement dites : frappe des types, avance du papier; etc. Ceci permet de réduire considérablement les dimensions totales du chronographe sans accroître d'une manière appréciable celles de la source électrique, indispensable dans tous les cas. Un élément d'accumulateur de 40 ampères-heure de capacité du type *transportable* employé pour les automobiles, mesurant $18 \times 12 \times 6$ cm permet de faire fonctionner le chronographe pendant plus de 50 heures;

2° *Dispositif de synchronisation à vitesse intermédiaire constante*, c'est-à-dire assurant non seulement l'uniformité *moyenne* de la vitesse, comme cela a lieu dans les chronographes actuels, à vitesse corrigée (ralentie) périodiquement, par la synchronisation, et qui présentent, par suite, ce que les astronomes appellent une *équation décimale*, mais assurant encore l'uniformité de la *vitesse instantanée* elle-même;

3° *Caractère isolé et discontinu de la chiffraison imprimée*, de sorte que les caractères se présentent sur une seule ligne et seulement ceux qui sont utiles pour la lecture, ce qui n'est pas le cas des chronographes à allure continue, où l'impression comporte non seulement les caractères à retenir mais encore ceux qui sont situés de part et d'autre, et où la lecture de chaque chiffre ne peut se faire qu'en considération du chiffre des unités immédiatement inférieures;

4° *Immobilisation complète des types au moment de l'impression*, conséquence nécessaire du caractère discontinu des impressions, ce qui présente, d'autre part, l'avantage d'assurer la netteté parfaite de celle-ci.

Principe de la synchronisation à vitesse intermédiaire constante. — Considérons un moteur électrique à courant continu dont la vitesse normale de rotation soit plus grande que celle qu'on veut lui imposer définitivement. Au moyen d'un interrupteur multiple spécial, dit *échappement électrique*, le courant est lancé dans le moteur et coupé périodiquement; les fermetures du circuit, commandées par le chronomètre directeur, se succèdent à *intervalles de temps égaux*; les couvertures du circuit, commandées par une came calée sur un arbre entraîné par le moteur lui-même au moyen d'un réducteur de vitesse, se produisent à *intervalles angulaires* égaux, correspondant au nombre de tours que le moteur *doit* faire dans chaque intervalle de temps. L'échappement électrique joue donc le rôle d'un échappement mixte; il fonctionne comme *échappement à temps* pour la fermeture du circuit et comme *échappement de position* pour sa rupture.

On conçoit facilement que, dans ces conditions, un régime tende à

s'établir dans lequel l'intervalle de synchronisation se scinde en deux intervalles, durant le premier desquels l'énergie que la source fournit au moteur est égale à celle qu'il dissipe pendant toute la période. La vitesse de régime aura donc une allure périodique ; elle oscillera entre deux valeurs, Ω_m et Ω_M, atteignant la plus petite d'entre elles, Ω_m, au moment de la fermeture du circuit par le chronomètre directeur, et la plus grande, Ω_M, au moment de la rupture du circuit par le moteur lui-même.

Telle est la méthode de synchronisation imaginée par M. W.-P. Gerrish, de l'Observatoire d'Harvard College et appliquée par lui à l'entraînement de quelques équatoriaux de l'Observatoire.

On voit qu'un moteur synchronisé par cette méthode ne tourne pas avec une vitesse *intermédiaire* constante. On peut, il est vrai, réduire l'oscillation de la vitesse à telle valeur que l'on veut par l'adjonction d'un volant de moment d'inertie approprié, ainsi que le fait M. Gerrish.

Mais l'emploi d'un volant pour diminuer le coefficient d'irrégularité du moteur présente un gros inconvénient pour l'application que nous avons en vue ici; les variations de vitesse étant ralenties, la prise de régime est longue, ce qui constitue déjà un inconvénient en soi, mais fait en outre que tout dérangement intempestif dans la marche du moteur est lent à disparaître. En d'autres termes, la liaison synchronisante est trop *lâche*. L'analyse mathématique de la question montre que la *rigidité* de la synchronisation augmente quand on diminue le moment d'inertie du moteur et qu'on augmente l'amortissement par les résistances passives fonctions croissantes de la vitesse. C'est une conclusion qui est, dans son domaine, l'analogue de celle que Cornu a tiré de l'étude de la synchronisation électromagnétique des systèmes oscillants et qui pose un dilemme au problème de la synchronisation des moteurs de chronographe par la méthode de M. Gerrish.

Nous en sommes sortis par l'artifice suivant :

Par l'emploi d'une force électromotrice convenable et au moyen d'une résistance de réglage placée en série avec l'induit, on peut faire en sorte qu'en régime la durée de la phase d'accélération du moteur soit très sensiblement égale à celle de sa phase de ralentissement. Les accélérations moyennes pendant ces deux périodes sont alors égales et de signes contraires.

Ceci posé, considérons un deuxième moteur, de tous points identique au premier et synchronisé de la même manière, mais où les époques de fermeture du circuit sont exactement à cheval sur les époques analogues du premier moteur. Les mouvements de ces deux moteurs sont alors sensible-

ment en opposition de phase, la vitesse du premier s'accélérant quand celle du second se ralentit, et réciproquement. La moyenne arithmétique de ces vitesses, que l'on recueille mécaniquement par l'emploi d'un train différentiel, est constante à un très haut degré d'approximation, et cela, même avec un moment d'inertie très faible et un amortissement énergique.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur une coïncidence remarquable dans la théorie de la relativité.* Note de M. **Maurice Sauger**, présentée par M. Émile Borel.

Soit un astre de masse m; à une distance r le potentiel de gravitation newtonien a pour valeur (en appelant G la constante de gravitation)

$$\frac{Gm}{r}.$$

Supposons qu'un corps tombe de l'infini en chute libre; il prendra un mouvement accéléré et, arrivé à la distance r de l'astre, sa vitesse V donnée par le théorème des forces vives sera égale à

$$V = \sqrt{\frac{2Gm}{r}}.$$

Sous l'effet de cette vitesse, dans la théorie de la relativité restreinte :

1° Le corps se contracte longitudinalement, c'est-à-dire précisément dans la direction radiale. Par suite les règles de mesure sont raccourcies et leur longueur primitive doit être multipliée par le facteur de réduction de Lorentz ici égal à

$$\sqrt{1 - \frac{2Gm}{rc^2}}$$

(c désignant la vitesse de la lumière).

Conséquemment, si nous mesurons un élément de ligne radial dr, nous lui trouverons maintenant comme expression

$$\frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{2Gm}{rc^2}}};$$

2° Les dimensions normales à la vitesse ne subissent aucun changement et la longueur d'un élément de ligne tangentiel aura toujours pour

évaluation

$$r\,d\theta;$$

3° Les battements des horloges entraînées sont ralentis et, par suite, les temps d'oscillation allongés. En conséquence, une durée dt sera estimée

$$dt\sqrt{1-\frac{2Gm}{rc^2}}.$$

Associons maintenant les résultats précédents, le temps étant pris, comme d'habitude, sous une forme imaginaire; il vient pour l'expression de l'intervalle fondamental ds sous l'effet de la vitesse acquise et en remarquant que ces trois quantités sont pòrtées par des axes orthogonaux (l'élément de ligne tangentiel est perpendiculaire à l'élément radial et la coordonnée imaginaire de temps est perpendiculaire aux deux coordonnées d'espace) :

$$ds^2=\frac{dr^2}{\left(1-\frac{2Gm}{rc^2}\right)}+r^2\,d\theta^2-dt^2\left(1-\frac{2Gm}{rc^2}\right).$$

Coïncidence remarquable, nous retrouvons précisément la formule d'Einstein-Schwarzschild qui détermine l'intervalle fondamental dans le champ statique d'une particule.

A première vue, on pourrait être tenté d'expliquer ce résultat par le principe d'équivalence en considérant que les actions mécaniques subies par le corps du fait de son mouvement sont les mêmes que celles produites par la gravitation s'il restait immobile. Mais il y a lieu d'observer notamment que :

a. Les formules de Lorentz sur lesquelles nous nous appuyons ne font état que de l'influence d'une translation à vitesse uniforme et non d'un mouvement accéléré;

b. Que la loi de Newton que nous avons admise pour l'expression du potentiel diffère spécifiquement de la loi d'Einstein, de laquelle est déduite la formule de Schwarzschild ainsi retrouvée.

Tout porte à croire, en conséquence, que ces approximations fournissent des écarts opposés qui, finalement, se compensent, d'où précisément la coïncidence observée.

ASTRONOMIE. — *Éclipse de Soleil du 28 mars 1922, observée à l'Observatoire de Ksara (Syrie).* Note de MM. **Berloty** et **Combier**, présentée par M. Bigourdan.

L'éclipse était partielle ici et le premier contact seul était observable. L'heure a été notée au chronomètre t. m. Leroy (nº 1220), dont la correction avait été déterminée le jour même, trois heures environ avant l'éclipse, par comparaison avec les signaux horaires de 10^h45^m t. m. c. Gr. de la Tour Eiffel.

Les heures indiquées ci-dessous le sont en t. m. a. Gr.

	Calcul. C.	Observ. O.	O. — C.
Premier contact.........	$1^h39^m31^s,5$	$1^h39^m12^s$	$-19^s,5$

On a noté ensuite les heures d'occultation de sept taches solaires *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* dont la troisième (*c*) assez grosse, présentait de la pénombre.

	Disparition. h m s	Réapparition. h m s
Tache *a*........................	2.22.56,5	2.23.12,2
» *b*........................	23.25,2	»
» *c* { pénombre.............	29.58,2	»
» *c* { ombre.................	30.29,0	30.46,7
» *d*........................	31.45,4	»
» *e*........................	35. 7,4	»
» *f*........................	45. 0,5	»
» *g*........................	3. 7.21,0	»

La tache *g* pénétrait derrière la Lune presque tangentiellement.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse annulaire de Soleil du 27-28 mars 1922, faite à l'Observatoire astronomique de Valence (Espagne).* Note de M. I. **Tarazona**, présentée par M. Bigourdan.

La méthode suivie et les éléments de calcul indispensables pour connaître les époques H_1 et H_2 des contacts extérieurs, etc. sont ceux indiqués dans la *Connaissance des Temps pour* 1922.

Pour coordonnées géographiques de l'Observatoire, on a adopté

$$\varphi = 39°28'17'' \text{ N.}, \qquad L = 22'22'' = 1^m29^s,5 \text{ W. Greenwich.}$$

L'observation a été faite par projection avec l'équatorial Grubb de l'Observatoire, en employant l'oculaire le plus faible.

Comme garde-temps on a employé le chronomètre Perez-Seckel, n° 2092, dont l'état et le mouvement ont été déterminés par comparaison avec les signaux du Bureau international de l'heure, transmis par T. S. F.

Quoique le vent et les nuages aient altéré parfois l'azur du ciel, le temps a été beau pendant presque toute l'éclipse, surtout pour l'observation des contacts. Les bords lunisolaires oscillaient fortement aux approches du dernier contact.

M. Marti Ortells (V.) a pris trois photographies de l'éclipse avec le même équatorial Grubb dûment modifié.

Voici les résultats de l'observation oculaire :

I. L'entrée et la sortie du bord lunaire se sont effectuées aux points prévus par le calcul.

II. Les heures des contacts, exprimées en temps civil moyen de Greenwich, sont :

	Tarazona.			*Marti Ortells.*		
	Observation.	Calcul.	O.—C.	Observation.	Calcul.	O.—C.
Premier contact...	$12^h50^m31^s,5$	$43^s,6$	$-12^s,1$	$12^h50^m28^s,5$	$43^s,6$	$-15^s,1$
Dernier contact....	$15^h36^m41^s,4$	$20^s,7$	$-39^s,3$	$15^h36^m54^s,4$	$20^s,7$	$-26^s,3$

M. de Benito (E.), de la Faculté de Droit de cette Université, a observé l'éclipse chez lui avec une petite lunette astronomique. Les points d'entrée et de sortie lunisolaires, à partir du point Nord, ont été ceux prévus par le calcul. Quant aux heures des contacts, l'observation a devancé le calcul, notamment pour la sortie ou dernier contact.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le quatrième trimestre de* 1921. Note de M. **J. Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Il y a eu 76 jours d'observations dans ce trimestre (¹) et l'on en déduit les principaux faits suivants :

Taches. — Le nombre des groupes de taches est de 19 au lieu de 32 (²), mais l'aire totale est très peu moindre, par suite de formations relativement importantes : on a, en effet, 2470 millionièmes au lieu de 2565.

(¹) Avec l'aide de Mlle Bloch.

(²) Voir *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1338.

Cette diminution des groupes a été environ trois fois plus forte dans l'hémisphère austral, avec 6 groupes, que dans l'autre hémisphère, où il y en a eu 13, au lieu de 16, de part et d'autre, précédemment.

Les jours sans taches ont été plus nombreux dans ce trimestre que dans le précédent : 18 au lieu de 10; il en résulte une proportion de 0,24 au lieu de 0,10.

Les formations suivantes (¹) ont atteint un développement qui a permis de les voir à l'œil nu; leur passage au méridien central s'est produit aux dates que voici :

Novembre................	18,3	à la latitude de	+ 8°
»	24,8	»	— 6°
Décembre................	15,5	»	+ 8°
»	21,7	»	— 5°

On en avait noté trois dans le précédent trimestre.

Régions d'activité. — Malgré la présence de quelques beaux champs, les facules ont diminué tant en nombre qu'en étendue : il y a eu, effectivement, 77 groupes et une aire de 52,1 millièmes, au lieu de 112 groupes et 75,2 millièmes.

La diminution des groupes est, dans sa répartition, de 10 au sud de l'équateur, avec 34 groupes au lieu de 44, et de 25 au nord, avec 43 groupes au lieu de 68.

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Octobre 1921. — 0,19.			
5– 8	2	6,7	—11		12
8–14	5	12,2	— 1		24
10–19	8	16,5		+12	26
15–25	11	20,8		+ 7	70
20–28	7	22,6		+ 8	368
22– 2	12	27,9		+ 3	311
28–29	2	30,9		+11	10
	31 j.		— 6°,0	+ 8°,2	
		Novembre. — 0,36.			
12–24	10	18,3		+ 8	425
19–25	4	23,8		+ 4	62
19–30	5	24,8	— 6		501
		Novembre (suite).			
3	1	30,4	— 6		4
	22 j.		— 6°,0	+6°,0	
		Décembre. — 0,17.			
3	1	2,8		+ 9	3
6	1	10,4	—12		5
11–14	4	10,9		+ 8	27
9–21	11	15,5		+ 8	248
19–24	5	18,6		+11	29
15–27	9	21,7	— 5		299
25	1	23,7		+10	4
27–29	3	29,9		+10	42
	23 j.		— 8°,5	+ 9°,3	

(¹) Il y a lieu de remarquer que le premier et le troisième de ces groupes sont des retours de celui qui a passé au méridien central le 22,6 octobre à + 8° de latitude (Voir Tableau I). Le quatrième est un retour du second, qui a persisté et est revenu pour la cinquième fois dans le présent mois de mars.

en posant

$$x = \text{tang}\,\varphi\,\text{tang}\,\Phi,$$

tangφ, quoique de valeur faible, peut donner un facteur de correction élevé si tangΦ est très grand comme c'est le cas pour des appareils d'utilisation ayant un facteur de puissance très faible (de l'ordre de quelques centièmes par exemple).

On sait que tang$\varphi = \frac{l\omega}{r}$, l étant le coefficient de self-induction du circuit à fil fin du wattmètre, ω la pulsation du courant alternatif, r la résistance totale du circuit à fil fin du wattmètre, résistances additionnelles non inductives comprises.

Voici un procédé permettant l'élimination et la détermination du facteur de correction.

Le cadre mobile à fil fin porte deux circuits identiques isolés l'un de l'autre et superposés, et pouvant être mis, par des dispositifs appropriés, soit en parallèle, soit en série.

Soit l le coefficient de self-induction de ce cadre mobile quand les bobines sont en parallèle; il sera quatre fois plus grand si les bobines sont mises en série. Si, quand on fait cette manœuvre à l'aide de commutateurs appropriés, on fait varier en même temps les résistances additionnelles en service de façon que la résistance totale du circuit à fil fin reste constante, on fera varier par suite dans le rapport de 1 à 4 la valeur de tangφ et si P_2 est la lecture faite lorsque les deux circuits du cadre mobile sont en série, on a

$$P_v = \frac{P_2}{1 + 4x}. \qquad (3)$$

Il convient de remarquer qu'alors la constante de l'appareil n'est plus la même que dans la première expérience. Pour le même courant i dans le circuit à fil fin, chaque spire est parcourue par le courant $\frac{i}{2}$ lorsque les deux enroulements du cadre mobile sont en parallèle. Quand ces enroulements sont en série, la résistance totale restant la même, c'est un courant i qui passe dans chaque spire.

Le nombre d'ampères-tours du cadre mobile passe donc de 1 à 2 de l'une à l'autre expérience et par suite aussi le couple directeur.

Il sera facile de tenir compte de cette variation de la constante de l'instrument.

On peut pourtant disposer les choses de façon que cette constante reste

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1921.	Sud. 90°–40°	40°–30°	30°–20°	20°–10°	10°–0°	Somme.	Nord. Somme.	0°–10°	10°–20°	20°–30°	30°–40°	40°–90°	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	»	»	»	»	2	2	5	3	2	»	»	»	7	821
Novembre...	»	»	»	»	2	2	2	2	»	»	»	»	4	992
Décembre...	»	»	»	1	1	2	6	5	1	»	»	»	8	657
Totaux...	»	»	»	1	5	6	13	10	3	»	»	»	19	2470

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1921.	Sud. 90°–40°	40°–30°	30°–20°	20°–10°	10°–0°	Somme.	Nord. Somme.	0°–10°	10°–20°	20°–30°	30°–40°	40°–90°	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	»	1	4	7	5	17	22	5	4	2	3	8	39	22,9
Novembre...	2	»	2	2	5	11	14	7	3	»	1	3	25	17,6
Décembre...	»	»	1	2	3	6	7	5	1	»	»	1	13	11,6
Totaux....	2	1	7	11	13	34	43	17	8	2	4	12	77	52,1

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Sur un dispositif permettant l'élimination et la détermination du facteur de correction des wattmètres.* Note de M. **Henri Chaumat**, présentée par M. Paul Janet.

La valeur P_v de la puissance vraie consommée par un appareil fonctionnant sur courants alternatifs est donnée, comme on le sait, par la formule suivante :

$$P_v = P_l \frac{1 + \tan^2\varphi}{1 + \tan\varphi \tan\Phi}, \tag{1}$$

dans laquelle P_l est la puissance lue telle qu'elle résulte de l'étalonnage en courant continu, φ la différence de phase entre la tension aux bornes et le courant dans le circuit à fil fin du wattmètre, Φ le déphasage propre à l'appareil dont on mesure la puissance.

Cette formule ne permet la détermination de la puissance vraie que par une méthode d'approximations successives qui ne donne pas d'exactitude pour les faibles différences de potentiel ou les valeurs élevées de Φ.

Dans les appareils courants, φ est très faible et l'on peut toujours négliger $\tan^2\varphi$ devant l'unité, si bien que la formule (1) se réduit à la suivante :

$$P_v = \frac{P_l}{1 + \tan\varphi \tan\Phi} = \frac{P_1}{1 + x}, \tag{2}$$

la même. Pour cela, on disposera le circuit à gros fil, dit *circuit série du wattmètre*, en deux enroulements pouvant être mis également en série ou en parallèle. Pour un courant principal I, le nombre d'ampères-tours sera NI pour les circuits en série, N étant le nombre total des spires. Ce nombre d'ampères-tours du circuit à gros fil passera à $\frac{NI}{2}$ lorsque les deux enroulements seront en parallèle pour le même courant principal I.

On procédera alors de la sorte :

Première expérience. — Les deux enroulements du circuit à fil fin sont en parallèle, les deux enroulements du circuit à gros fil sont en série. On lit P_1 et l'on a

$$P_v = \frac{P_1}{1+x}.$$

Deuxième expérience. — Les deux enroulements du circuit à fil fin sont en série, les deux enroulements du circuit à gros fil sont en parallèle. On lit P_2 et l'on a

$$P_v = \frac{P_2}{1+4x},$$

d'où

$$P_v = \frac{4P_1 - P_2}{3},$$

les deux constantes étant restées ici les mêmes.

Les dispositifs précédents permettant de faire exactement la correction quand elle est nécessaire, on n'a donc plus à craindre l'importance du facteur de correction; on peut, dès lors, employer des circuits mobiles portant plus de spires, donnant par suite des couples plus grands et réaliser ainsi des appareils plus robustes et plus sensibles.

Par exemple on réalise couramment des appareils où l est de l'ordre de 0,009 henry (soit 0,01) et fonctionnant avec une résistance totale de 4000 ohms sous 110 volts. Même en décuplant cette valeur de la self-induction, pour la fréquence 50, $\tan^2\varphi$ serait inférieur à $\frac{1}{16000}$ et, par suite, négligeable devant l'unité.

Ces dispositifs permettront enfin l'emploi des wattmètres à des fréquences plus élevées que les fréquences industrielles courantes.

On peut remarquer en outre qu'il résulte des formules précédentes que l'on a

$$x = \frac{4P_1 - P_2}{P_2 - P_1} = \operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang}\Phi;$$

$\tang \varphi$ pouvant être exactement déterminé à l'avance, on déduira de là Φ par sa tangente, ce qui est avantageux pour les usages industriels et plus précis quand on détermine le même angle de phase par son cosinus.

ACOUSTIQUE. — *Sur le bruit des avions.*
Note de M. **Charles Dévé**, présentée par M. Rateau.

Lorsque, debout sur un terrain dur et à peu près uni, on écoute un avion passer au-dessus de sa tête, on perçoit un ronflement de tonalité basse semblant dépourvu de notes élevées. Si l'on baisse la tête, la tonalité monte; en plaçant l'oreille à environ 20^{cm} du sol, la tonalité générale semble monter de plus de deux octaves. L'impression de montée de la tonalité cesse quand l'avion s'éloigne à environ 45^{o} du zénith, elle ne se manifeste jamais pour un observateur placé à une fenêtre d'un étage.

Ce phénomène est, en apparence, identique à celui que produisent d'autres bruits, tels que bruissement du feuillage, bruit d'une cascade, etc. Quand on écoute le bruit d'une cascade, ayant à 1^{m} ou 2^{m} derrière soi un mur, la tonalité du bruit semble monter quand on se rapproche du mur; c'est que ce bruit est formé d'une variété innombrable de bruits de hauteur différente, qui se réfléchissent sur le mur; tous les trains d'ondes élémentaires qui arrivent à l'oreille en phase avec leur train réfléchi donnent des sons renforcés, qui satisfont à la relation $l = \frac{2d}{1}$, $l = \frac{2d}{2}$, ..., $l = \frac{2d}{n}$, l étant la longueur d'onde et d la distance de l'oreille au mur. Tous ces sons renforcés, formant une suite harmonique d'un caractère musical, existent réellement dans le bruit de la cascade, mais sont sélectionnés par la réflexion sur le mur. Au contraire, dans le cas de l'avion, les sons élevés n'existent pas dans le ronflement perçu directement, ou ne s'y trouvent qu'avec une intensité relative très faible.

Une autre explication est donc nécessaire; on peut la trouver dans la forme des ondes du son fondamental, où domine la note produite par les explosions et surtout par les échappements du moteur (environ 100 explosions à la seconde). Or, un son simple de ce genre peut, par réflexion des ondes, donner la sensation de tonalités plus élevées; l'expérience suivante le prouve.

Trois disques tournant à la même vitesse portent chacun 8 clous, qui produisent un bruit lorsqu'on les fait taper sur une baguette. Les clous de

rang impair donnent des ondes qui représentent les ondes directes du moteur; ceux de rang pair engendrent des ondes qui peuvent être assimilées aux ondes réfléchies des précédentes. Les rapports des intervalles successifs des clous sont, pour le premier disque $\frac{1}{5}$, pour le second $\frac{2}{4}$, pour le troisième $\frac{3}{3}$; les trois disques produisent donc le bruit d'un disque à 4 clous équidistants combiné avec le même bruit réfléchi et plus ou moins décalé. Or, ils donnent des bruits de tonalité nettement montante; le bruit du premier disque est à peine plus élevé que celui du disque à 4 clous; le troisième disque produit l'octave du son d'un disque à 4 clous, tandis qu'il devrait donner le silence par interférence si les ondes étaient sinusoïdales. Le phénomène peut donc s'expliquer par la forme caractéristique des ondes de percussion, comparables aux ondes d'explosion.

Quand le front d'une onde réfléchie arrive à l'oreille avec un très petit retard a sur le front d'onde directe, la vague de l'onde se trouve allongée et sa distance b au front suivant diminuée. Le son b est plus élevé que le son fondamental ($l = a + b$), et le son a n'est perçu que si la longueur a devient assez grande pour que les deux vagues d'ondes soient distinctes. On se rend facilement compte du phénomène en composant graphiquement un train d'ondes en forme de vagues assez espacées, avec un train semblable, mais amorti, représentant le train réfléchi.

Il faut tenir compte aussi de ce que le sol n'étant pas une surface géométrique, l'onde réfléchie est d'autant plus floue que l'oreille est loin du sol, et que les différences des chemins acoustiques parcourus par différents éléments réfléchis sont plus grandes; une même différence de ces chemins affecte davantage la forme d'une onde courte que celle d'une onde plus grande; c'est pourquoi la réflexion des sons élevés n'est sensible que près du sol.

Lorsqu'un observateur immobile écoute un avion, le son, sans perdre sa tonalité grave, paraît, par moments, renforcé, et ces renforcements n'ont pas de période (à moins que l'avion ait deux moteurs produisant des battements). Ce phénomène peut s'expliquer par la nature même des ondes. Une onde unique suffit à donner une sensation de hauteur; nul ne confondra le claquement d'une balle de fusil (onde de choc) avec le claquement produit par un gros obus; la sensation de hauteur du son paraît due à la longueur d'onde, qui est fonction de la masse d'air déplacée. Si une seconde onde arrive exactement après le passage de l'onde précédente,

l'oreille doit être impressionnée plus vivement; or, la distance des fronts d'onde dépend de la vitesse de rapprochement ou d'éloignement de l'avion. L'impression de renforcement doit être perçue quand la distance entre les fronts de deux ondes consécutives est un multiple ou un sous-multiple de la longueur d'une onde prise isolément.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une méthode permettant de reconnaître les perles japonaises cultivées* (1). Note de MM. **J. Galibourg** et **F. Ryziger.**

Plusieurs moyens ont été préconisés pour identifier les perles japonaises cultivées. L'un d'eux est basé sur l'emploi de la lumière fournie par l'arc au mercure. Un autre utilise l'immersion dans un liquide de même indice de réfraction que les couches superficielles de la perle cultivée. Ces moyens nous ont donné des résultats irréguliers (2).

Il nous a semblé qu'une méthode plus simple consisterait à examiner directement l'intérieur de la perle en profitant du trou qu'elle comporte nécessairement pour être utilisée comme parure (ce trou peut la traverser de part en part ou n'intéresser qu'une fraction de son épaisseur).

Pour cet examen, nous nous sommes servis d'un microscope ordinaire dont l'axe optique était situé dans le prolongement du trou de la perle. Celle-ci était éclairée latéralement par transparence au moyen d'un faisceau lumineux concentré par une lentille. Pour rendre visible dans le microscope la paroi interne de la cavité, il fallait disposer à l'intérieur de cette cavité un miroir de très faibles dimensions, étant donné que les trous percés dans les perles ont, en général, de deux à six dixièmes de millimètre de diamètre. Un nettoyage sommaire du trou assurait la netteté des vues.

Dans nos premières recherches, nous avons employé comme miroir l'extrémité d'une aiguille d'acier coupée à 45 degrés, la surface inclinée étant polie par le procédé utilisé pour la métallographie microscopique.

Nous avons pu constater ainsi qu'une différence d'aspect très nette existait entre les couches externes et le noyau artificiel: la séparation entre ces deux parties est très accusée, comme le montre la photographie 1.

Des séparations se révèlent également entre certaines zones concen-

(1) Voir les Notes de M. L. Boutan, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 783 et 1021.

(2) D'autres expérimentateurs, et nous-mêmes, avons essayé de différencier les perles japonaises cultivées par leur densité. Il ne semble pas que cette voie ait pu donner mieux que d'utiles indications.

triques des perles naturelles, mais elles sont moins tranchées (voir photographie 2) et se répètent un grand nombre de fois.

Une amélioration sensible de la méthode d'observation a été obtenue en introduisant dans le trou de la perle une goutte de mercure dont le ménisque constitue un excellent miroir convexe qui réfléchit panoramiquement toute la surface intérieure du trou située entre le contour apparent horizontal du ménisque et l'ouverture du trou.

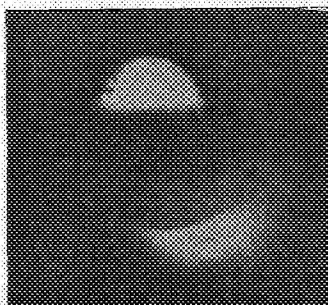


Fig. 1. — Perle cultivée. — Vue prise à la limite de séparation du noyau et des couches d'apport. Le demi-cercle sombre fait partie du noyau, le demi-cercle clair appartient à la matière d'apport. (Miroir à 45° introduit à l'intérieur de la perle.) G × 60.

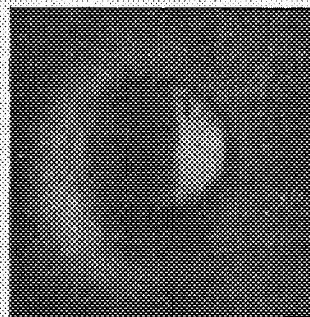


Fig. 2. — Perle naturelle. — Vue prise entre des couches successives. La séparation entre les couches est progressive. (Miroir à 45° introduit à l'intérieur de la perle.) G × 60.

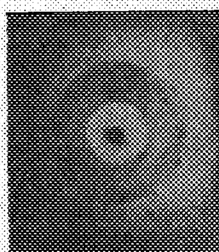


Fig. 3. — Perle cultivée. — Image réfléchie par une gouttelette de mercure immobilisée au tiers supérieur du trou de la perle. G × 60.

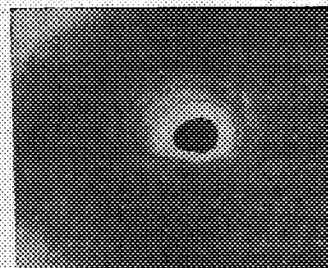


Fig. 4. — Perle naturelle. — Vue prise dans les mêmes conditions que la photo de la figure 3. G × 60.

En déplaçant la goutte de mercure par une méthode quelconque qui peut être très simple, on peut explorer de part en part l'intérieur de la perle.

La photographie 3 montre l'un des aspects obtenus : on voit au centre un cercle noir réfléchissant l'ouverture supérieure du trou, entouré d'un anneau (qui était coloré en vert dans cet échantillon) représentant les

couches d'apport de l'huître sur le noyau artificiel, enfin autour de l'anneau s'étend une couche grise, image du noyau.

Cet aspect est bien différent de ce qu'on obtient avec une perle naturelle où des zones concentriques sont également visibles, mais sont moins brusquement séparées et se suivent généralement en grand nombre (photographie 4).

On pourrait peut-être faciliter les manipulations en remplaçant la goutte de mercure par une petite sphère solide obtenue par fusion d'un fil métallique ou d'un fil de verre noir, mais cette instrumentation est difficile à réaliser et jusqu'ici nous n'avons pas obtenu la même netteté de vue qu'avec le mercure.

Nous pensons que la méthode que nous avons employée avec fruit dans l'examen des perles serait susceptible d'applications, en biologie par exemple, pour l'exploration interne de corps translucides percés d'ouvertures ou creusés de cavités.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la préparation du chlorure d'ammonium.* Note de M. P. MONDAIN MONVAL, présentée par M. H. Le Chatelier.

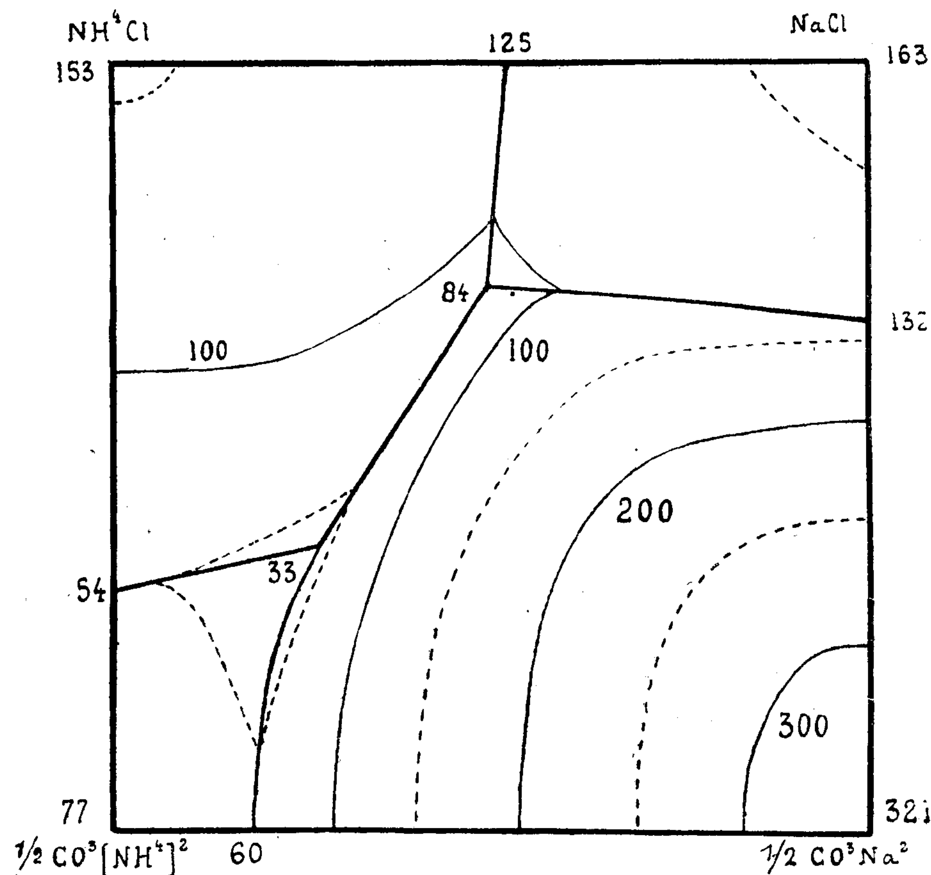
Dans la fabrication de la soude par le procédé dit *à l'ammoniaque*, on obtient des eaux résiduaires renfermant une forte proportion de chlorure d'ammonium. On récupère habituellement l'ammoniaque de ces solutions en les traitant par la chaux; on peut également en retirer par cristallisation le chlorure d'ammonium. Ce dernier procédé semble appelé à se développer comme corollaire de la fabrication synthétique de l'ammoniaque.

Il m'a semblé intéressant d'étudier les conditions de cristallisation de ce sel dans les dissolutions renfermant à la fois du chlorure et du carbonate neutre de sodium et d'ammonium. Par la même occasion, j'ai étendu ces recherches à la cristallisation des trois autres sels qui sont associés au chlorure d'ammonium. Dans cette première Communication, je donne les résultats de mes mesures pour la température de 15°.

Dans les expériences, l'équilibre de saturation du sel ou des sels existant au contact des dissolutions était assuré au moyen d'une agitation prolongée pendant 4 heures. Après repos d'une heure on analysait des prises d'essai tarées. Le CO^2 et NH^4 étaient dosés par volumétrie, le chlore et le sodium pondéralement.

Le mode de représentation utilisé est celui du diagramme carré de

M. Le Chatelier. Les différents ions sont comptés suivant les côtés du carré et chaque point des surfaces de saturation a pour ordonnée perpendiculaire au plan du carré le poids d'eau en grammes dans lequel est dissoute la molécule totale du mélange des sels.



Les surfaces de saturation se coupent suivant des lignes correspondant à la cristallisation simultanée de deux sels. Ces lignes se coupent elles-mêmes en deux points triples, correspondant au dépôt simultané de trois sels. Le domaine de cristallisation du chlorure d'ammonium est figuré par la surface portant à son coin NH^4Cl (153).

Seuls, les points les plus intéressants sont portés sur le diagramme. Ils sont indiqués par un astérisque dans les Tableaux suivants.

Les courbes de niveau relatives à une même masse d'eau tenant en solution une molécule des différents sels sont indiquées de 50^g en 50^g.

TABLEAU I

relatif aux points situés sur les côtés du carré.

Numéros des solutions.	Sels solides.	Poids pour 100g d'eau. NaCl.	NH^4Cl.	$\frac{1}{2}CO^3Na^2$.	$\frac{1}{2}CO^3(NH^4)^2$.	Eau pour 1mol.
		g	g	g	g	g
1*.	NaCl	35,7	»	»	»	163,0
2..	NaCl	27,2	16,9	»	»	128,3
3*.	{ NaCl { NH^4Cl	24,7	20,3	»	»	125,0
4..	NH^4Cl	15,7	25,5	»	»	134,2
5*.	NH^4Cl	»	35,3	»	»	153,0
6..	NH^4Cl	»	31,7	»	17,6	104,2
7*.	{ NH^4Cl { $CO^3(NH^4)^2$	»	31,3	»	61,0	54,0
8..	$CO^3(NH^4)^2$	»	14,5	»	61,2	64,7
9..	$CO^3(NH^4)^2$	»	10,1	»	61,3	68,3
10*.	$CO^3(NH^4)^2$	»	»	»	62,0	77,0
11..	$CO^3(NH^4)^2$	»	»	4,3	59,2	75,9
12*.	{ $CO^3(NH^4)^2$ { CO^3Na^2	»	»	15,9	65,2	60,0
13..	CO^3Na^2	»	»	16,3	27,6	113,0
14*.	CO^3Na^2	»	»	16,5	»	321,0
15..	CO^3Na^2	8,8	»	12,9	»	253,0
16..	CO^3Na^2	18,0	»	13,4	»	178,5
17*.	{ CO^3Na^2 { NaCl	29,1	»	13,7	»	132,0
18..	NaCl	33,5	»	4,3	»	153,0

Nota. — Dans ce Tableau les parties accoladées représentent des points doubles.

TABLEAU II

relatif aux points situés à l'intérieur du carré.

Numéros des solutions.	Sels solides.	Poids pour 100g d'eau. Na.	NH^4.	Cl.	$\frac{1}{2}CO^3$.	Eau pour 1mol.
		g	g	g	g	g
19..	$NaCl + NH^4Cl$	9,4	7,2	27,8	0,8	123,0
20*.	{ $NaCl + NH^4Cl$ { $+ CO^3Na^2$	13,6	10,8	30,2	10,2	84,0
	Point triple A :					
21..	$NaCl + CO^3Na^2$	13,3	6,0	23,3	7,7	110,0
22..	$NH^4Cl + CO^3Na^2$	12,7	14,3	28,2	16,6	74,1
23*.	{ $NH^4Cl + CO^3Na^2$ { $+ CO^3(NH^4)^2$	18,5	39,4	38,5	57,2	33,4
	Point triple B :					
24..	$NH^4Cl + CO^3(NH^4)^2$	10,3	35,4	31,2	46,0	41,3
25..	$NH^4Cl + CO^3(NH^4)^2$	2,3	31,7	21,4	37,7	53,0
26..	$CO^3Na^2 + CO^3(NH^4)^2$	10,9	38,8	21,4	60,8	38,0
27..	NH^4Cl	4,1	12,0	23,7	5,4	123,3
28..	CO^3Na^2	10,6	10,7	21,1	13,8	94,7
29..	CO^3Na^2	7,9	2,3	4,6	10,3	210,5

Pour utiliser ces données expérimentales en vue de la fabrication du chlorure d'ammonium, il faut remarquer que la cristallisation de ce sel ne se produit pas directement en partant de la saumure d'où l'on a extrait le bicarbonate de sodium. On transforme d'abord par une addition d'ammoniaque les bicarbonates en carbonates neutres dont la solubilité est trop grande pour qu'ils puissent cristalliser pendant le refroidissement ultérieur, nécessaire pour la cristallisation du chlorure d'ammonium. En reportant la composition de la solution ammoniacale sur notre diagramme, on peut se rendre compte de la quantité de ce sel qui pourrait cristalliser à la température de 15°.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la vitesse d'absorption de l'acide carbonique par les solutions alcalines.* Note de M. **Paul Riou**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans la fabrication de la soude par le procédé dit *à l'ammoniaque*, une des opérations les plus délicates est la carbonatation de la saumure ammoniacale. La lenteur d'absorption de l'acide carbonique nécessite des carbonateurs de dimensions énormes. Il nous a semblé intéressant de préciser, par des mesures systématiques, la vitesse d'absorption de l'acide carbonique par les solutions alcalines.

La saumure ammoniacale, obtenue en faisant dissoudre dans une solution de chlorure de sodium, l'ammoniaque et une partie de l'acide carbonique récupérés d'une opération précédente, contient à la fois, par suite des équilibres qui se produisent entre les sels en présence, des chlorures de sodium et d'ammonium, des carbonates neutres de sodium et d'ammonium.

Dans ce premier travail, nous avons étudié uniquement l'absorption de l'acide carbonique par les solutions de carbonate neutre de sodium. Nous comptons étendre ensuite ces recherches à l'absorption de l'acide carbonique par l'ammoniaque et par des mélanges de sels d'ammonium et de sodium.

Cette absorption de l'acide carbonique est fonction d'un grand nombre de facteurs indépendants dont il s'agit de mettre en évidence l'influence. A première vue, les facteurs les plus importants à étudier sont : la concentration et la température des solutions de carbonate neutre de sodium, la présence de sels étrangers associés au carbonate neutre, l'agitation des solutions, la dilution de l'acide carbonique par des gaz inertes, et les changements de pression.

Les facteurs étudiés dans ce travail sont : la concentration en carbonate neutre et en sels étrangers, la température, la concentration en acide carbonique et enfin l'agitation.

Mode opératoire. — Pour déterminer la vitesse d'absorption par une surface facilement mesurable, nous nous sommes servis d'un cylindre droit fermé, communiquant avec une burette graduée. La partie supérieure du cylindre laisse passer un agitateur et est munie d'un robinet pour l'introduction du gaz carbonique. Le liquide est introduit par la burette.

Pour la plupart des mesures, nous nous sommes servis cependant d'une burette de Bunte. La burette étant remplie de gaz carbonique, on met dans l'entonnoir du haut la solution de carbonate; on ouvre le robinet supérieur, celui du bas étant fermé. A l'aide d'un chronomètre, on compte le nombre de secondes nécessaires pour absorber un nombre déterminé de centimètres cubes d'acide carbonique. Dans ce cas, la surface absorbante n'est pas directement mesurable. Nous avons fait l'étalonnage par comparaison avec l'appareil précédent : La burette de Bunte convient parfaitement pour les vitesses moyennes; elle est moins exacte pour les petites et les grandes vitesses. Son emploi accélère beaucoup la réalisation des expériences.

Le Tableau suivant donne les vitesses de réaction pour des concentrations variables de carbonate neutre de sodium et pour des mélanges renfermant 6 pour 100 de carbonate neutre avec des quantités variables de bicarbonate et de chlorure de sodium. Les vitesses V sont exprimées en centimètres cubes de gaz carbonique absorbés en une seconde par centimètre carré de surface absorbante. Les concentrations sont exprimées en grammes de sel pour 100g d'eau.

				CO^3Na^2, 6 %.		CO^3Na^2, 6 %.	
CO^3Na^2.	$V.10^4$.	CO^3Na^2.	$V.10^4$.	CO^3NaH.	$V.10^4$.	NaCl.	$V.10^4$.
6	18,75	15	12,50	2	15,00	4	18,64
8	18,29	18	10,64	4	11,80	8	16,66
10	16,66	20	9,86	6	10,00	12	12,50
12	14,70	»	»	8	8,91	»	»

Le deuxième Tableau montre l'influence de la température sur la vitesse de réaction.

Température.	CO^3Na^2, 6 %.	CO^3Na^2, 20 %.	CO^3Na^2, 6 %; CO^3NaH, 6 %.	CO^3Na^2, 6 %; CO^3NaH, sat.; NaCl, 6 %.
15°	18,75	9,86	10,00	»
20	24,19	16,34	12,93	10,00
30	44,11	24,74	19,48	13,63
40	68,94	42,85	30,00	21,43
50	100,00	60,00	41,66	31,25
60	136,00	85,71	57,69	45,45
70	214,28	136,36	83,33	79,00
80	250,00	250,00	107,14	88,23

Le troisième Tableau montre l'influence de la dilution de l'acide carbonique mélangé à l'air, sur la vitesse de réaction pour une solution de CO^3Na^2 à 6 pour 100.

	Concentration en CO^2 pour 100.						
Température.	100.	80.	40.	16.	10,4.	7,4.	3,8.
20°	24,19	20,00	15,62	7,14	3,12	1,66	0,83
40°	78,94	55,55	33,33	14,28	5,55	2,22	1,11

Enfin le dernier Tableau montre l'influence de l'agitation du liquide.

Concentration en CO^2 pour 100	100.	50.	20.
Avec agitation	18,75	12,00	5,14
Sans agitation	9,05	6,00	3,86

L'agitation du gaz n'a pas donné de différences importantes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une application de la méthode optique de détermination de la solubilité d'un liquide dans un autre.* Note de M. C. Chéneveau, présentée par M. Paul Janet.

Imaginons que l'on mette en présence d'aniline une solution aqueuse d'un sel, minéral ou organique, contenant P grammes de sel pour 1000g de solution; admettons tout d'abord que le sel, incapable d'agir chimiquement sur l'aniline, soit insoluble dans ce liquide. L'intérêt de l'emploi de l'aniline est que, sa densité étant très voisine de celle de l'eau, on peut remplacer dans la loi optique des solutions les pouvoirs réfringents spécifiques $\frac{N-1}{D}$ (N, indice de réfraction pour la raie jaune du sodium; D, densité) par les quantités $N-1$. De l'eau va passer dans l'aniline, mais, inversement, de l'aniline va être dissoute par l'eau [1]. On peut cependant montrer qu'*optiquement tout se passe comme si cette solubilité inverse n'existait pas.*

Prenons un poids π de la solution saline aqueuse considérée précédemment qui contient un poids d'eau :

$$E = \pi\frac{(1000-P)}{1000}. \qquad (1)$$

Si nous dissolvons *complètement* cette eau dans l'aniline, il va se déposer un poids de sel π', tel que $\pi' + E = \pi$, que nous pouvons éliminer. Si la

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 815.

quantité d'aniline mise en jeu correspond à 100^g de solution aqueuse finale, la quantité d'aniline dissoute dans l'eau sera $A = \frac{Ep'}{100}$, si p' est le coefficient de solubilité de l'aniline dans l'eau. En résumé, on aura donc en présence dans 100^g de solution : E grammes d'eau dissoute dans l'aniline, A grammes d'aniline dissoute dans l'eau et $(100 - E - A)$ grammes d'aniline restante.

Si R, r, r_0 sont les réfractions spécifiques de l'aniline, de la solution aqueuse d'aniline et de l'eau, la loi optique des solutions donne

$$Er_0 + AR + (100 - E - A)R = 100r$$

ou

$$(2) \qquad Er_0 + (100 - E)R = 100r,$$

c'est-à-dire qu'on obtient la même formule que si *la quantité d'eau* E *s'était uniquement dissoute dans l'aniline*. Et, puisqu'on peut remplacer les pouvoirs réfringents spécifiques r_0, R et r, de l'eau, de l'aniline et de la solution par les grandeurs $(n_0 - 1)$, $(N - 1)$, $(n - 1)$, on déduit de la formule (2)

$$E(n_0 - 1) + (100 - E)(N - 1) = 100(n - 1),$$
$$100(N - n) = E(N - n_0)$$

et, en remplaçant E par sa valeur (1) :

$$(3) \qquad N - n = \frac{\pi(N - n_0)}{100000}(1000 - P) = K(1000 - P).$$

L'abaissement d'indice de l'aniline est proportionnel à la quantité d'eau qui y passe.

Si le sel est soluble dans l'aniline, comme NO^3Ag par exemple, la même relation s'applique encore si l'on a le soin de tenir compte, dans l'abaissement d'indice observé, de la part qui revient au sel dissous.

J'ai vérifié la formule (3) à l'aide de solutions contenant 1 molécule-gramme M de corps dissous pour 1000^g de solution, et j'ai obtenu les résultats suivants, en n'indiquant que les chiffres considérés comme exacts :

Avec une précision de ± 1 pour 100, on peut donc déduire les conclusions suivantes :

1° *Le rapport de l'abaissement d'indice de l'aniline à la quantité d'eau dissoute est bien constant et le même pour des solutions équimoléculaires.*

$\pi = 3,68$ pour 100; $t = 15°$ à $20°$.

t.	Sels.	M.	1000 — M.	N — n.	$K = \frac{N-n}{1000-M}$.
19° à 20°	LiCl	42,5	957,5	0,0086	90.10^{-7}
19 à 20	NH^4Cl	53,5	946,5	0,0086	90
20	NaCl	58,5	941,5	0,0083	88
20	KCl	74,5	925,5	0,0080	88
19 à 20	KNO^3	101	899	0,0085	94
20	KBr	119	881	0,0076	86
16	$MgSO^4$	120	880	0,0080	90
16	$(NH^4)^2SO^4$	132	868	0,0077	88
19 à 20	KI	166	834	0,0079	94
19	$AgNO^3$	170	830	0,0074	89
15	$BaCl^2$	208	792	0,0070	88
15	$CdBr^2$	272	728	0,0068	93
15	$Pb(NO^3)^2$	330	670	0,0064	95
20	$C^{12}H^{22}O^{11}$	342	658	0,0058	88
				Moyenne.	90.10^{-7}
20	Eau	0	1000	0,0091	91.10^{-7}
	Valeur calculée par la formule (3)				93.10^{-7}

2° Si l'on désigne par n' l'indice de la solution où il n'y a que de l'eau en présence d'aniline, on a

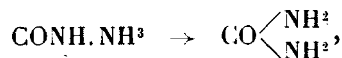
$$n - n' = KM \quad \text{ou} \quad \frac{n-n'}{M} = K,$$

c'est-à-dire que *le quotient de l'abaissement moléculaire d'indice par la masse moléculaire est constant.*

3° On peut encore énoncer ce résultat ainsi : *L'abaissement d'indice par unité de masse est le même* pour tous les sels inorganiques ou les corps organiques sans action chimique sur l'aniline. Le phénomène d'ionisation n'intervient pas.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Aptitude de l'aldéhyde formique à former l'acide cyanhydrique par oxydation, en milieu argentico-ammoniacal.* Note de MM. **R. Fosse** et **A. Hieulle**, présentée par M. E. Roux.

I. L'acide cyanique précède et engendre l'urée, comme dans la synthèse de Wœhler



$$CONH.NH^3 \rightarrow CO\begin{smallmatrix}NH^2\\NH^2\end{smallmatrix},$$

lorsqu'on traite par MnO^4K, en présence de NH^3, une foule de principes naturels ou artificiels : protéiques, acides aminés, hydrates de carbone, glycérine, formaldéhyde, cétones, acides, amines, amides, nitriles et méthylcarbylamine ([1]).

Le précurseur nécessaire de la carbimide, l'acide cyanhydrique, dont la formation par oxydation, en présence d'ammoniaque, de corps sans azote n'avait pu être réalisée, se forme, cependant, en quantités dosables, parfois notables, lorsqu'on provoque la réaction oxydante en présence de sel d'argent ou de mercure ([2]).

Voici, en effet, les rendements en CNH produits par 100g de matière : alcools (0g,5 à 1g,6); phénols (0g,6 à 5g,1); glycérine (3g,6); hydrates de carbone (0g,8 à 1g,7); *formaldéhyde* (8g,58) ([3]).

2. Cette aptitude de la formaldéhyde à former l'acide cyanhydrique apparaît avec beaucoup plus de netteté encore dans les expériences qui suivent.

L'acide cyanhydrique, terme intermédiaire instable précurseur de l'acide cyanique et de l'urée, peut être isolé avec des rendements de 30 *à* 37 *pour* 100, lorsqu'on traite par des doses massives de MnO^4K de très petites quantités de CH^2O, au sein de l'ammoniaque concentrée, en présence de sel d'argent et de NH^4Cl.

Expérience. — Un large tube à essais (diamètre, 22mm à 25mm) reçoit : le polyoxyméthylène sec (0g,01 environ), pesé à la balance de précision, et de l'ammoniaque concentrée (10cm³), ou bien la solution ammoniacale de ce corps à $\frac{1}{1000}$ (10cm³); le chlorure d'ammonium (1g,5 à 1g,7) et, après dissolution, le nitrate d'argent 0cm³,5 à 1cm³ de liqueur normale), puis, finalement, en une seule fois, le permanganate de potassium pulvérisé (5g).

On rince les parois du vase avec de l'ammoniaque concentrée (10cm³) et l'on triture la mixture avec la tige d'un thermomètre, en refroidissant par l'eau de la ville, ou en laissant la température s'élever spontanément vers 60° à 65°. La décoloration du persel est terminée en 5 à 6 minutes.

Après essorage et lavage du précipité à l'eau ammoniacale chaude, le filtrat est chauffé dans un appareil distillatoire avec du zinc pur et de l'acide sulfurique dilué. On dose CNH dans le distillat par la méthode de Denigès, en mesurant avec une burette à $\frac{1}{50}$ de centimètre cube la liqueur décime d'argent consommée.

([1]) R. Fosse, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 320, 908 et 1164; t. 169, 1919, p. 91; t. 171, 1920, p. 635 et 722; t. 172, 1921, p. 161; — *Annales de l'Institut Pasteur*, 1920, p. 715-762; — *Bulletin Soc. chim.*, 1921, p. 158-203. — R. Fosse et G. Laude, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 68 et 1240; t. 173, 1921, p. 318.

([2]) R. Fosse, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1370.

([3]) R. Fosse et A. Hieulle, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 39.

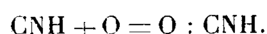
CH^2O.	Ammoniaque.	Liqueur N/1 Ag.	NH^4Cl.	MnO^4K.	Durée.	Temp. max.	Liqueur N/10 Ag.	Rendement HCN.
g	cm³	cm³	g	g	min	°	cm³	%
0,0105	15	0,5	1,7	5	7	67	0,70	36
0,01075	25	0,5	1,7	5	5	50	0,60	30,1
0,0138	20	0,5	1,7	5	8	52	0,78	30,5
0,0115	20	2	1,7	5	7	58	0,80	37,5
0,01	10	1	1,7	5	6	55	0,56	30,2
0,01	20	1	1,7	5	5	60	0,63	34
0,01	20	1	1,7	5	6	55	0,60	32
0,01	20	1	1,7	5	6	55	0,56	30,2
0,01	20	1	1,7	5	6	55	0,62	33,4
0,01	20	1	1,7	5	5	60	0,66	35,6
0,01	20	1	1,5	5	5	62	0,66	35,6
0,01	20	1	1,5	5	5	62	0,67	36,1

3. La majeure partie de l'oxygène du permanganate sert à oxyder de l'ammoniaque, qui passe à l'état d'acides nitreux et nitrique. La transformation de l'aldéhyde formique et de l'ammoniac en acide cyanhydrique

$$CH^2O + NH^3 + O = 2H^2O + CNH$$

n'en utilise qu'une proportion extrêmement faible.

D'autre part, la présence de sel d'argent dans le milieu oxydant ne permet pas d'immobiliser complètement l'acide cyanhydrique et de l'empêcher de se transformer en acide cyanique par oxydation :



$$CNH + O = O : CNH.$$

Expérience. — Après avoir oxydé l'aldéhyde formique, en milieu argentico-ammoniacal, selon le mode opératoire indiqué plus haut, on chauffe le tube réactionnel, 1 heure, vers 95° avec NH^4Cl, afin de transformer en urée le cyanate d'ammonium, qu'il peut éventuellement contenir; on ajoute de l'acide acétique (10^{cm^3}), refroidit pour faire déposer les chlorures, essore et lave avec de l'acide acétique (17^{cm^3}) et de l'eau (4^{cm^3}). Le filtrat, additionné de $1^{cm^3},5$ de solution de xanthydrol dans l'alcool méthylique à $\frac{1}{10}$, abandonne la dixanthylurée, que l'on recueille le lendemain.

1. CH^2O : $0^g,013$; urée dixanthylée : $0^g,0745$. D'où : urée ou cyanate d'ammonium pour 100 : $101^g,36$.

2. CH^2O : $0^g,0102$; urée dixanthylée : $0^g,0635$. D'où : urée ou cyanate d'ammonium pour 100 : $88^g,93$.

Recherche de l'urée contenue dans la liqueur argentico-ammoniacale de CH^2O, *après oxydation et avant chauffage :* traces.

GÉOLOGIE. — *Sur l'allure et les dislocations de la nappe du Cheiron au sud du haut Estéron, jusqu'à la haute vallée du Loup (Alpes-Maritimes).* Note (¹) de M. **Antonin Lanquine**, présentée par M. Émile Haug.

Antérieurement, nous avons résumé, M. Léon Bertrand et moi, les résultats de nos observations sur la région frontale de la grande nappe pyrénéo-provençale du Cheiron (²) dont nous avions indiqué les limites.

A la fin de l'été dernier, j'ai eu l'occasion d'étudier, avec une attention particulière, la région comprise entre Saint-Auban et Végay, d'une part, entre Caille et l'est de Gréolières, d'autre part. Les profondes vallées crétacées du ruisseau de la Faye et de la Gironde, tous deux affluents du haut Estéron, forment la limite nord de cette sorte de rectangle. La haute vallée du Loup, jusqu'au coude brusque que fait ce cours d'eau vers le sud sous le promontoire jurassique de Cipières, en forme la limite méridionale. Mes observations dans cette partie des Alpes-Maritimes complètent et corroborent les données précédemment acquises sur le front de la nappe provençale du Cheiron et fournissent de nouvelles précisions sur les dislocations longitudinales qui affectent cette unité tectonique.

Front de la nappe, entre Végay et les Lattes. — L'étude des versants septentrionaux de la Montagne de Thorenc et de sa prolongation vers l'ouest, la Montagne de Bleine, montre la continuation constante du déversement au nord, qui apparaît si nettement dans la charnière anticlinale de Végay. Quelques coupes de ces versants sont, à cet égard, très démonstratives. Au nord et au nord-ouest du signal de Thorenc, par exemple, à la montée du col de Bleine, dans les pentes au sud du ruisseau de la Faye, entre le ruisseau et le col des Lattes, on voit, comme dans l'entaille de Végay, le même plongement au sud du Jurassique supérieur dominant et entraînant avec lui l'Éocrétacé de la nappe. Les bancs du Jurassique moyen, froissés et réduits dans le flanc nord de la digitation de Végay, n'apparaissent que dans quelques boutonnières des Montagnes de Thorenc et de Bleine, avec un pendage au S., très aigu, ou une allure quasi verticale. Mais le front, marquant en direction la continuité de la digitation supérieure de Végay, est également souligné par le plongement tantôt des calcaires berriasiens et valanginiens, tantôt des calcaires marneux de l'Hauterivien de la nappe. Verticaux

(¹) Séance du 3 avril 1922.

(²) Léon Bertrand et Antonin Lanquine, *Nouvelles observations sur la tectonique du sud-ouest des Alpes-Maritimes* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1460).

ou subverticaux, en face des quelques maisons de la Faye de Mas, ces bancs éocrétacés s'infléchissent et plongent au sud sous le Jurassique supérieur du col de Bleine. Le même mouvement se poursuit au sud du ruisseau de la Faye et du hameau des Lattes, où le Barrémien plonge également sous les termes les plus inférieurs du Crétacé.

A ce bord frontal fait suite, vers le nord, jusqu'au chevauchement alpin du signal de Harpille et de la Montagne de Charamel, le synclinal crétacé, en réalité dissymétrique, dirigé E.-W., dont le flanc méridional s'incurve sous la digitation du Cheiron. Dans le Sénonien de cette large dépression, qui forme le substratum de la nappe, j'ai pu vérifier la continuité de la saillie anticlinale des calcaires turoniens jusqu'au-dessous du signal de Saint-Auban.

Dislocations de la nappe et répercussions alpines. — Des dislocations d'origine alpine, dont la direction générale reste W.S.W. — E.N.E., amènent la rupture de la nappe et les chevauchements vers le sud, qui jalonnent le contact anormal du Jurassique sur le Crétacé tout le long du flanc nord de la vallée de la Lane. Ainsi les Calcaires Blancs recouvrent le Cénomanien plongeant au nord au-dessus de la Ferrière, au rocher de Bleine et sous l'escarpement du Bau de l'Aigo. Au niveau du contact, le Jurassique supérieur est parfois très dolomitique et constamment broyé.

Une rupture de même nature apparaît sous le chaînon jurassique, parallèle au précédent, qui constitue la bordure septentrionale de la vallée supérieure du Loup. Dans la traversée du Bau Roux, au-dessus de Caille, de même qu'au Pas de la Mule, les zones broyées de la base du Jurassique supérieur sont particulièrement nettes; même constatation, le long de la route de Thorenc au pont du Loup, au-dessus de la Haute-Valette. Si l'on examine d'ailleurs le bord de l'escarpement jurassique depuis cette bastide jusqu'au profond ravin que suit le vieux chemin de Gréolières au Plan du Peiron, la rupture de la nappe vers le sud s'y montre accusée par un broyage souvent intense. En plusieurs points même, la répercussion alpine a déterminé des replis dans les calcaires du Jurassique supérieur, qui constituent des charnières surplombantes au-dessus du Cénomanien du flanc nord de la vallée du Loup.

A l'ouest de la dépression élevée du Plan du Peiron, les deux segments de la nappe du Cheiron, séparés par la vallée de la Lane, se fusionnent et s'étalent pour donner la montagne du Cheiron. Les couches éocrétacées du Plan du Peiron et les bandes de même âge, plus ou moins divisées, qui se prolongent vers l'est sur les flancs jurassiques du Bas-Cheiron, se rap-

portent évidemment à des synclinaux dans la nappe. Mais il semble probable qu'une notable partie du Cénomanien, depuis l'ouest de la Ferrière jusqu'au-dessous du Jurassique broyé des Champs Gelés, appartient, au contraire, au substratum de la nappe. La présence et l'allure des lambeaux de Crétacé supérieur, situés immédiatement sous le Jurassique de la Montagne de Bleine, confirment cette interprétation. En outre, une autre confirmation résulte de la considération des plongements du Cénomanien et du Barrémien au voisinage du chevauchement vers le sud du Jurassique des Champs Gelés. Au nord, le Cénomanien plonge à 45° sous les Calcaires Blancs broyés; au sud, il s'enfonce avec la même inclinaison sous le Barrémien et l'Hauterivien de la nappe. On retrouve donc ici le Crétacé du substratum, plus ou moins plissé, comme à l'extrémité occidentale des mêmes segments de la nappe provençale situés sur la feuille de Castellane [1].

Au reste, en quelques points du flanc sud de la vallée de la Lane et à l'entrée nord de la clue de Gréolières, le Jurassique supérieur et le Berriasien forment des charnières tournées au nord et surplombant le Crétacé inférieur. Ces replis peuvent être rapportés à une digitation de la nappe située en arrière de celle du bord frontal.

Enfin plusieurs accidents rapprochés et continus, malgré leur aspect isolé, jalonnent l'étroit chenal creusé par le Loup dans la partie haute de son cours, entre Andon et Gréolières. Ils sont dus aussi à des répercussions alpines et intéressent la bordure nord d'un troisième segment, plus méridional encore, de la nappe, le chaînon de l'Audibergue. C'est, par exemple, le paquet jurassique au nord du Pont-du-Loup; c'est la rupture située sous la Haute-Valette, amenant une mince lame de Crétacé supérieur sous les bancs du Portlandien chaviré. L'accident du Castellaras d'Andon, qui apparaît comme une simple cassure, se rattache à ces répercussions de faible importance.

L'étude de tous ces faits met en évidence la fragmentation plus ou moins accentuée de la nappe provençale du Cheiron par les mouvements alpins. Dans cette région, cependant, les répercussions alpines ont conservé les grandes directions tectoniques des charriages antérieurs.

---

(1) Cf. W. Kilian et A. Lanquine, *Sur les complications tectoniques de la partie sud-est des Basses-Alpes (région de Castellane)* (*Comptes rendus*, t. **161**, 1915, p. 93).

GÉOPHYSIQUE. — *A propos du dernier tremblement de terre provençal.* Note de M. **Adrien Guébhard.**

Mieux est acquise pour la Sismologie l'indépendance causale des manifestations sismiques et volcaniques, plus est intéressante à vérifier la réalité de coïncidence des zones de tremblements de terre avec les grandes lignes de fracture volcanisées intéressant toute l'épaisseur de la croûte terrestre ([1]), surtout en bordure des fosses abruptes d'effondrement des massifs éruptifs anciens ayant constitué les pièces de joint, à contours stellaires, des grands ovales élémentaires dont la soudure plus ou moins complète a laissé un certain jeu à la première enveloppe flottante de la pyrosphère.

Or c'est précisément le cas ([2]) de l'alignement en guirlande jalonnée de taches labradoritiques miocènes qui, de Monaco, par Biot, Foulon, Aix, rejoignant le Plateau Central, constitue près de la moitié d'un grand ovale dont j'ai, en conclusion d'une suite de considérations antérieures ([3]), établi le rôle méconnu de *vraie ligne directrice* de toute l'orogénie des Alpes occidentales.

C'est que, sur le flanc raide de l'ancienne crête éruptive arasée qui limite aujourd'hui la seule moitié restée en activité de l'ancien géosynclinal géminé dont la partie nord n'est que depuis la fin du Pliocène totalement émergée, reste appendu le retroussis de fond de besace ([4]) qui, constamment tiré en bas par l'abondante concentration des produits de démolition torrentielle des Alpes, a tendance, dès que la souplesse vient à lui manquer ([5]) pour obéir automatiquement aux sollicitations de l'isostasie, à procéder par dérapements brusques, décrochements verticaux, strictement

---

([1]) Voir ma Note du 3 octobre 1921, sur *Les vraies « lignes directrices » de l'orogénie terrestre* (*Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 592).

([2]) Voir la figure (p. 593), de la Note précitée.

([3]) Voir, notamment, *A propos de l'écorce résistante* (*Comptes rendus*, t. **166**, 1918, p. 420); *Sur la notion de géosynclinal* (*Ibid.*, p. 498, 1 figure); *A propos du volcanisme* (*Ibid.*, t. **167**, 1918, p. 955, 2 figures). — *Notes provençales*, IV, p. 3 et 6; VII, p. 12; etc.

([4]) Voir *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 455, fig. 1.

([5]) Quoique ces portions les plus profondes de l'écorce en restent aussi les plus minces, elles n'en obéissent pas moins à la loi d'épaississement qui, même si elles se rapprochent du centre, les éloigne de l'isogéotherme de solidification et de l'état de semi-plasticité qui leur a permis très longtemps d'obéir sans déchirures aux poussées antagonistes de la dilatation du magma et de la pesanteur gravitationnelle.

limités par les exigences de l'équilibre hydrostatique. La saccade a généralement un caractère local sussultoire et si elle succède à un état de faux équilibre suffisamment prolongé, le déplacement relatif de la lèvre continentale allégée par rapport au niveau marin peu ou point changé est enregistré sous la forme d'une de ces *plages soulevées* qui font justement l'objet de tant de belles études.

En tout cas, ce genre de sismes, à peine épirogéniques, dus au déplacement relatif des parois affrontées de géosynclinaux distincts, n'a rien de commun avec les grandes catastrophes orogéniques provoquées ([1]) à l'intérieur des cuvettes géosynclinales et en pleine masse sédimentaire par la chasse fatale des dépôts plastiques ou plastifiables sous l'accroissement excessif des superfétations supérieures. Le point de départ de ces sismes-là doit être le plus souvent dans les fosses ombilicales du large des grands océans et l'atténuation de plus en plus grande des surcharges sédimentaires doit en rendre l'éventualité de moins en moins redoutable.

MÉTÉOROLOGIE. — *Les grands mouvements de l'atmosphère et la prévision du temps.* Note de M. **Paul Garrigou-Lagrange**, présentée par M. Georges Lemoine.

Depuis deux ans, nous suivons jour par jour les grands mouvements de l'atmosphère sur une surface aussi étendue que possible et nous les avons toujours trouvés conformes à la théorie que nous avons exposée à diverses reprises. Nous rappellerons brièvement les faits constatés. Il y a des mouvements d'ensemble qui se poursuivent pendant un certain temps dans un sens et avec une intensité nettement déterminés. Pendant un mois moyen, il y en a généralement quatre, mais pendant certains mois, notamment en décembre 1921, il semble n'y en avoir que deux principaux. Nous les avons rapportés à la Lune, parce qu'ils coïncident moins avec les phases qu'avec les périodes de la révolution draconitique. Ces mouvements sont dès lors eux-mêmes périodiques, mais l'action lunaire n'est point telle que l'on croit généralement. La Lune ne fait ni monter ni baisser aucun élément météorologique, notamment le baromètre; elle entraîne des zones entières de l'hémisphère dans des sens déterminés et il en est de même de toutes les actions extra-terrestres. Au-dessous du 30e parallèle, dans les régions

([1]) J'ai développé cette théorie physique du diastrophisme cortical en toute une série de Notes dont je me borne à citer celle du 2 juillet 1919, *Sur le mode de déclenchement du diastrophisme cortical* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1327).

intertropicales, le phénomène est plus simple et plus régulier; au-dessus du 30^e, il se complique, mais il est encore très apparent sur les régions tempérées et jusqu'au 70^e parallèle, où nous avons poussé notre étude, nous avons constaté quatre mouvements qui se ressemblent deux à deux, aux lunistices et aux équilunes.

Nous avons dit, dans nos précédentes Communications, que l'atmosphère éprouve comme une sorte de respiration qui fait monter et descendre alternativement des zones entières de l'hémisphère et ces mouvements sont en rapport avec les déclinaisons lunaires. Il est peut-être préférable, dans nos régions et notamment sur le méridien de Paris, de parler du sens positif ou négatif des transformations en appelant positives celles qui se produisent de la droite vers la gauche, et négatives les inverses. Dans cette manière d'envisager les situations successives, le mouvement serait positif aux deux lunistices et négatif aux équilunes.

Quoi qu'il en soit, il résulte de ces considérations une conception nouvelle de la prévision du temps, qui doit surtout déterminer les transformations générales de l'atmosphère et les rattacher à leurs conditions d'existence. Pour cela une carte bien tracée des pressions sur une surface aussi étendue que possible est nécessaire; mais lorsque nous l'aurons établie, nous pourrons déterminer dans quel sens se produiront les mouvements généraux. Quant à la prévision elle-même, elle résultera sur chaque méridien et sur chaque parallèle de la situation particulière déterminée par la carte et de la position des aires de haute et basse pression. On pourra, d'après la carte et d'après les principes que nous avons posés, définir dans quel sens ces aires seront entraînées, combien de temps chaque mouvement durera et celui par lequel il sera alors remplacé.

Les répercussions sur les autres éléments météorologiques, température, pluie, etc., sont une suite de ces transformations. Au point de vue de la température notamment, les principales vagues de froid qui ont marqué l'hiver 1921-1922 sont facilement explicables : surtout l'abaissement du début, vers le 1er décembre, où le thermomètre est descendu à Paris le 28 novembre à $-9°,2$, alors qu'il ne remontait l'après-midi qu'à $-4°,1$; l'abaissement de février qui a été marqué le 8 par un minimum de $-9°,3$ avec maximum de $-3°,6$ et celui très sensible des environs du 20 mars, en tout semblable, quoique moins fort, à celui du commencement de l'hiver.

L'étude attentive de ces diverses périodes montre qu'il faut faire sur nos régions une grande différence entre les froids qui nous viennent du NW, de l'Islande et du Groenland et ceux qui sont dus au rattachement

du maximum de pression des Açores avec le maximum sibérien. Les premiers, comme je l'ai montré à diverses reprises, sont humides; ils ont surtout sévi au commencement de décembre et au milieu de mars. Les seconds au contraire sont secs et influencent surtout les minima. Ce sont ceux que nous avons ressentis en février, tandis que janvier a été marqué par des mouvements peu intenses.

Ces diverses constatations, jointes à celles que nous avons faites antérieurement, montrent que les mouvements dus à la déclinaison de la Lune se superposent à un mouvement plus général et plus lent qui entraîne l'atmosphère de l'Ouest à l'Est, à raison de 1° par jour. La situation se transforme ainsi peu à peu et se désagrège lentement, comme si dans les hautes latitudes la Lune n'avait pas une action immédiate et complète.

Ces réserves faites, il est possible d'expliquer les principaux mouvements de l'hiver 1921-1922 et l'on eût pu prévoir la durée et le caractère des froids que nous avons subis et le réchauffement anormal de janvier.

On eût pu également prévoir l'arrivée subite et inattendue le 6 novembre 1921, d'un minimum barométrique sur le sud de l'Angleterre et sur le Danemark; mais ici on peut aller plus loin et, en comparant la situation analogue du 8 mars dernier, déterminer en quoi elles diffèrent et comment elles se résoudront l'une et l'autre. Il eût donc été possible de les prévoir, mais comme elles se sont produites à deux périodes opposées du mouvement en déclinaison de notre satellite, la première était accompagnée d'un mouvement des hautes pressions descendues du Nord, tandis que dans la seconde les hautes pressions venaient surtout du Sud. On eût donc pu annoncer le 8 novembre un refroidissement et à l'inverse un réchauffement le 8 mars.

Je n'ai pas l'intention d'insister aujourd'hui sur les mouvements horaires. Je les ai montrés dans l'étude de la marche diurne des éléments météorologiques, corroborés depuis notamment par la discussion des observations du vent à la Tour Eiffel. Il y a là des constatations très intéressantes et très utiles à l'aviation. Les cartes les plus complètes que nous avions à ce sujet et qui se rapportent à la situation de 7 heures du matin et de 6 heures du soir, gardent d'ailleurs la trace de ces phénomènes, et il me suffira de rappeler à ce sujet les cartes du 18 janvier 1922 et des jours qui précèdent et qui suivent dans lesquels la Lune passe à côté ou au-dessus du méridien de Paris dans la carte du matin. Or il est très apparent que le mouvement qui est négatif, la Lune étant dans l'équilune descendante, est plus fort le matin et plus marqué dans la carte de 7 heures que dans celle de 18 heures.

En résumé, on peut conclure de nos constatations actuelles et de celles

que nous avons précédemment exposées, que la connaissance des mouvements généraux de l'atmosphère permet de déterminer le caractère des périodes successives au point de vue notamment de la distribution des pressions et des températures. Quant à la prévision proprement dite, elle permet de l'améliorer notablement en déterminant les transformations qui doivent se produire dans une situation donnée.

BOTANIQUE. — *Température ultra-maxima supportée par les embryons d'*Helianthus annuus *L.* Note de M. **Edmond Gain**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Nos recherches antérieures ont montré que les semences d'*Helianthus annuus*, de variétés diverses, peuvent supporter pendant 1 mois, une température de 60°, et donner, après semis en pleine terre, des plantes qui ne diffèrent pas des plantes témoins [1].

Des embryons de cette même espèce, âgés de 8 mois, et libérés de la coque de la semence, peuvent supporter, sans dommage, une température de 85°, alors qu'ils ne sont plus protégés que par une fine membrane séminale, intacte ou non. Cette expérience répétée avec des semences fraîchement récoltées ne donne plus que des résultats irréguliers, et nous avons pu constater que toutes ces graines peuvent être tuées par un traitement direct à 85°.

Nous nous sommes proposé de vérifier jusqu'à quelle température limite de la vie pouvait être conservée à l'embryon lorsqu'on fait varier les conditions de dessiccation et de chauffage sec qu'on lui impose.

Les résultats obtenus nous permettent de conclure que la dessiccation graduée et le chauffage par paliers, espacés par des périodes de repos et de refroidissement de plusieurs heures ou de plusieurs jours, permettent d'élever la température limite jusqu'à des chiffres qui nous paraissent dépasser notablement ceux qui sont donnés par les travaux classiques.

Nous avons varié les graphiques de chauffage à l'étuve Wiesnegg avec un jeu de brûleurs pouvant réaliser un réglage d'accroissement de la température. Les lectures de température ont été faites simultanément sur deux thermomètres à mercure. Ceux-ci au-dessus de 130° peuvent accuser de légères différences de 2° ou 3°; pour éviter une cause possible d'erreur le chiffre adopté était le plus faible. Les boules des deux thermomètres verti-

(1) Edmond Gain, *Comptes rendus Soc. Biologie*, mai 1921.

caux étaient plongées dans des sachets en gaze lâche d'abri. On n'utilisait que la partie haute de l'étuve.

Les embryons étaient d'abord exposés à l'air libre, à la température du laboratoire pendant 1 à 200 jours. Une exposition trop prolongée est souvent défavorable à la résistance au chauffage. Celui-ci est réalisé en plusieurs étapes avec des paliers d'arrêt sur 80° et 110°. Un troisième chauffage permet de monter la température ensuite jusque 135° à 150° avec maintien de la vie et germination de certains des embryons traités.

Dans les cas les plus favorables, on constate toujours une inégale résistance individuelle des embryons, choisis pourtant parmi les bien conformés. Au fur et à mesure qu'on atteint les températures les plus élevées, le pourcentage des germinations obtenues va en diminuant, et celles-ci manifestent de curieuses anomalies. Les variétés de semences du commerce offrent un matériel plus ou moins homogène, et qui donne des surprises expérimentales. Un facteur qui nous est encore inconnu, mais qui doit tenir aux conditions de refroidissement ou de l'osmose au moment du gonflement, est peut-être aussi la cause de certaines variations constatées. En mai 1921, par exemple, nous avons obtenu des germinations après traitement ultime à 155°, précédé d'un chauffage de 15 minutes, au-dessus de 140°. Nous n'avons pu retrouver depuis une seule résistance aussi exceptionnelle. Les résultats du chauffage dépendent d'ailleurs très nettement de l'énergie germinative initiale des lots de graines soumis à l'expérimentation.

Notre dernier graphique thermique dont le tracé a été combiné en tenant compte de nos observations antérieures, vient d'être appliqué à six lots d'embryons d'origines différentes dont les énergies germinatives différaient avant tout traitement de chauffage. Voici les résultats obtenus :

Températures supportées par les embryons isolés.

Durée du chauffage (minutes).	Températures de chauffage à sec, max.	Nos des prélèvements.	Nombre de germinations obtenues.						Proportion des graines qui ont pu germer	
			N° 66.	N° 67.	N° 68.	N° 69.	N° 70.	N° 71.		
0 (à 110°)...	110°	1	5 sur 5	5/5	4/5	10/10	10/10	2/10	36/45	80 %
20 (110°-125°)..	125	2	5 » 5	4/5	[illegible]/5	12/15	19/20	1/10	45/60	75 %
7 (125°-135°)..	135	3	15 » 15	9/10	7/10	9/15	12/25	0/5	52/80	65 %
3 (135°-145°)..	145	4	16 » 20	6/10	2/10	1/20	3/25	0/10	28/95	29 %
10 (145°-150°)..	150	5	13 » 25	0/25	0/25	0/15	0/15	0/10	13/115	11 %
40 (110°-150°)	Totaux......		54 sur 70	24/55	17/55	32/75	44/95	3/45	174/395	
			77 %	43 %	30 %	42 %	46 %	6 %	44 %	

Pour le lot dont l'énergie germinative est la meilleure (lot n° 66) les proportions de germes obtenus atteignent, comme on le voit, 80 pour 100 à 145° et encore 52 pour 100 à 150°. Ce résultat est rarement obtenu. Après une année d'expérimentation, nous pouvons affirmer que l'on obtient souvent 2 à 5 pour 100 d'embryons choisis d'*Helianthus* qui résistent à un chauffage en paliers qui atteint 145°.

Malgré leurs anomalies de plantules carencées, qui apparaissent d'ailleurs dès les traitements à 100° ou 110°, certains de ces germes ont pu vivre et se développer pendant trois mois en terre. Ils n'ont pas pris l'aspect de plantes normales, mais cette étude est continuée et nous reviendrons sur ce sujet.

Le fait essentiel c'est que des embryons peuvent passer à la vie active après avoir subi des chauffages maintenus parfois 30 minutes au-dessus de 130°, et poussés par paliers jusqu'au delà de 150°.

Les notions classiques relatives à la résistance des mitochondries, et aussi nos connaissances actuelles sur certaines propriétés physiques de la cellule vivante, semblent en discordance avec les résultats expérimentaux que nous présentons ici.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *A propos du « réveil de la terre arable ».* Note de M. A. PETIT, présentée par M. Costantin.

Sous le titre : *Le réveil de la terre arable*, M. A. Lumière a communiqué à l'Académie des Sciences (¹) l'observation suivante : ayant prélevé, au mois de novembre, un échantillon de terreau utilisé dans un jardin au cours de l'été précédent et l'ayant divisé en deux lots identiques, l'un fut soumis à des lavages répétés à l'eau distillée, de façon à entraîner la plus grande partie des produits solubles qu'il pouvait contenir, tandis que l'autre fut simplement arrosé avec une eau distillée de même provenance.

A la température du laboratoire, on a vu apparaître, en quelques jours, à la surface de la portion lavée, et végéter avec une grande rapidité, les petites herbes qui se développent habituellement au printemps, tandis que la fraction de terreau qui avait été seulement abondamment arrosée demeurait stérile.

Le lavage avait donc éliminé des produits s'opposant à la germination des graines.

Je me permets de rappeler que j'ai mentionné une constatation de même

(¹) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 868-871.

nature dès 1909, dans un Ouvrage intitulé : *Principes généraux de la culture des plantes en pots.* On peut en effet y lire ce qui suit à la page 60 :

Le terreau peut encore être préjudiciable à la végétation par sa richesse en matières solubles, comme le prouvent les expériences suivantes. Des Calcéolaires furent cultivées comparativement dans du terreau de couches ordinaire et dans ce même terreau débarrassé d'une partie de ses matières solubles par un lavage modéré; la culture eut lieu en serre, en pots de 17^{cm} de diamètre, et le terreau fut amené chaque jour, par pesée, à contenir une quantité d'eau déterminée, égale aux $\frac{8}{10}$ de celle qui était nécessaire à sa saturation. Voici les résultats obtenus :

	Poids de 5 plantes.
Terreau ordinaire	126^g
Terreau lavé	151^g

Un essai semblable, effectué avec l'Héliotrope, mais dans lequel le lavage du terreau fut plus limité, a conduit aux résultats suivants :

	Poids de 6 plantes.
Terreau ordinaire	280^g
Terreau modérément lavé	311^g

Le préjudice causé quelquefois à la végétation par l'introduction d'une trop forte proportion de terreau de couches dans les mélanges terreux tient donc bien, en partie, à sa richesse en substances solubles.

PHYSIOLOGIE. — *La différenciation des phénomènes de choc par contact.* Note [1] de M. W. **Kopaczewski**, présentée par M. d'Arsonval.

En se déclarant d'accord avec notre théorie d'anaphylaxie et de certains chocs par contact où nous avons attribué un rôle capital à la floculation micellaire, certains auteurs ont ensuite généralisé cette théorie et considèrent cette floculation comme cause de tous les chocs par contact. A la base de cette généralisation se trouvent deux expériences : l'une sur le mécanisme de l'action protectrice de l'oléate de soude que nous avons signalé en 1917 à propos du choc par le sérum de la murène [2] et en 1919 à propos du choc anaphylactique [3]; l'autre, sur la possibilité de substituer les substances floculées ou floculantes les unes aux autres pour réaliser la protection contre les phénomènes du choc, de sorte qu'un animal, ayant survécu à l'un des chocs par contact résiste ensuite aux chocs ultérieurs [4].

(1) Séance du 20 mars 1922.
(2) W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 725.
(3) W. Kopaczewski et A. Vahram, *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 250.
(4) A. Lumière, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 530.

A cette seconde affirmation, on a apporté tout récemment [1] une restriction, en supposant que cette protection mutuelle n'est que passagère (d'environ 20 heures), qu'elle n'est qu'une « accoutumance momentanée ». Néanmoins, durant ce court laps de temps, l'animal est protégé, d'après ces auteurs, « contre *tous* les chocs ».

Nous avons eu l'occasion de constater que cette affirmation n'est pas confirmée par les faits.

Voici nos expériences :

Un lot de cobayes est sensibilisé par une injection sous-cutanée de 0^{cm^3}, 01 du sérum antiméningococcique (Institut Pasteur); quarante jours après les cobayes témoins meurent en convulsion typiques à la suite d'une injection intrajugulaire de 1^{cm^3},0 de ce même sérum ; l'injection de 0^{cm^3},5 ne produit chez d'autres cobayes que des symptômes d'une anaphylaxie passagère (mastication, démangeaisons, émissions d'urine, inquiétude, tremblements, quelques sursauts, convulsions et puis tous ces symptômes disparaissent complètement. Lorsqu'on injecte une heure après cette disparition dans la veine des animaux survivants soit 1^{cm^3} de Kaolin à 1 pour 100 suspendu dans une solution physiologique, soit 4^{cm^3} de l'hydroxyde de fer colloïdal pur, dialysé douze jours (K 8,1.10^{-4}) non stabilisé et non isotonisé, on provoque la mort foudroyante de ces animaux. Certaines de ces expériences, faites au début de 1920 avec M. Comandon, ont été enregistrées cinématographiquement.

Nous nous sommes assurés depuis que les animaux ayant survécu au choc anaphylactique léger ne sont nullement protégés contre les chocs produits par l'introduction de doses massives soit de l'oléate de soude, soit de la peptone, soit des suspensions mécaniques, soit enfin de certains colloïdes, tels que l'hydroxyde de fer, brun de Bismarck, vert direct, etc.

Ainsi on ne peut pas substituer les unes aux autres les substances capables de déclencher les phénomènes de choc par contact, pour réaliser ainsi une protection mutuelle contre les chocs ultérieurs.

Cela ne veut pas dire que certains chocs par contact, dans certaines conditions, ne soient pas de nature à protéger certains autres chocs consécutifs ; il y a là une spécificité dont la nature est loin d'être chimique, comme on suppose, à la suite d'un dogme suranné de la spécificité chimique de ces phénomènes. Les recherches que nous poursuivons actuellement permettront peut-être de mieux connaître cette spécificité.

Examinons les expériences concernant le mécanisme de l'action protectrice de l'oléate de soude. Nous avons expliqué ce mécanisme par l'abaissement de la tension superficielle produit par cette substance et le retard dans

---

(1) A. Lumière, *loc. cit.*, sub. 3.

l'apparition de la floculation micellaire [1]. Certains auteurs considèrent que l'oléate de soude forme avec les sels calciques du sérum, des savons insolubles et que le précipité ainsi formé agit à la manière de petites doses. Mais ces expérimentateurs ont complètement perdu de vue un fait capital : l'hémolyse intense que provoque l'oléate de soude non seulement *in vitro*, mais encore *in vivo*. C'est par cette hémolyse que s'explique tous les faits cités par ces expérimentateurs, à savoir :

1° La production du choc par les fortes doses d'oléate de soude en injections intraveineuses ;

2° L'aggravation du choc par les suspensions mécaniques, en présence de cette substance, et enfin :

3° L'impossibilité de supprimer *totalement* le choc par l'oléate de soude par une ligature de deux carotides.

Effectivement, l'oléate de soude produit la mort par injection intraveineuse, nous l'avons constaté avant d'appliquer cette substance pour protéger les animaux contre les chocs par le sérum de la murène et puis contre le choc anaphylactique [2]. Mais en même temps, nous avons observé des faits qui n'ont pas été cités par d'autres auteurs, et notamment :

Lorsqu'on injecte $2^{cm^3},5$ d'oléate de soude à 1 pour 100 à un cobaye, les symptômes morbides qu'on déclenche ainsi diffèrent sensiblement du tableau symptomatologique d'anaphylaxie, on y voit des tics de tête très fréquents (15 à 20 par minute) des mouvements autour d'un axe, des troubles d'équilibre, de la polypnée, des mouvements désordonnés des yeux ; à une rémission, où l'animal semble devenir normal, succède une nouvelle phase d'excitation ; souvent l'animal ne meurt que le lendemain. A l'autopsie, on constate le laquage du sang.

Par conséquent, au lieu de s'abandonner aux hypothèses de la floculation des sels calciques du sang par l'oléate de soude, il est beaucoup plus plausible d'invoquer le fait brutal et net, d'hémolyse des globules rouges par les savons. Alors, rien donc d'extraordinaire que le choc par les suspensions soit aggravé en présence de l'oléate de soude, grâce à l'hémolyse concomittante intravasculaire ; rien de surprenant que la ligature des carotides soit incapable de supprimer l'hémolyse ailleurs qu'en territoire isolé.

En résumé, les faits relatés constituent des arguments complémentaires en faveur d'une différenciation des chocs par contact ; actuellement déjà, il existe une base expérimentale pour distinguer parmi eux le CHOC CELLULAIRE OU ANA-

---

(1) W. KOPACZEWSKI, *Arch. de Physique biol.*, 1922.

(2) W. KOPACZEWSKI, *Ann. de l'Institut Pasteur* et *loc. cit.*, sub 2.

PHYLACTIQUE, *nécessitant un temps d'incubation, et un* CHOC HUMORAL *qui se déclenche immédiatement. Parmi les* CHOCS HUMORAUX, *on distingue le choc* FLOCULANT, *le choc* LYTIQUE *et le choc* THROMBOPLASTIQUE [1].

PHYSIOLOGIE. — *La respiration maximum aux très hautes altitudes.* Note de M. **Raoul Bayeux**, présentée par M. Roux.

La notion de *respiration maximum,* récemment introduite en physiologie par M. Pech, représente le plus grand volume d'air instantané qu'un sujet est capable de débiter *en une seconde.* Il y a un maximum *inspiratoire* et un maximum *expiratoire.* Ces deux quantités peuvent être égales ou inégales, selon l'état du sujet en expérience. Différente d'un individu à l'autre, la respiration maximum est fixe pour chacun d'eux en état de repos.

Pour qu'on la détermine, le sujet, porteur d'un masque spécial, effectue quelques mouvements de respiration avec toute la vigueur dont il est capable. Le volume de l'air ainsi mis en mouvement est indiqué par un manomètre, relié au masque, et gradué en *litres par seconde.* M. Pech a constaté que, dans les états congestifs du poumon, la respiration maximum est diminuée à l'expiration, ce qui signifie que le poumon se vide moins activement qu'il ne se remplit. La diminution aux deux temps peut même exister, traduisant une diminution de la respiration totale.

J'ai pensé qu'il serait intéressant d'étudier les modalités de la respiration maximum pendant un séjour à une très haute altitude. A cet effet, au cours de ma *treizième* ascension du mont Blanc, j'ai pratiqué sur moi-même et sur un autre sujet une série de déterminations qui font l'objet de la présente Note. Les comparaisons nécessaires ont été faites à Chamonix et à Paris, au repos et après des exercices sportifs d'une durée égale et d'une dépense musculaire comparable à celles que réclame chacune des étapes de l'ascension du mont Blanc. J'ai voulu ainsi faire la part de la fatigue dans les différences constatées aux hautes altitudes.

M. Pech avait fixé à 170^{cl} la respiration maximum d'un sujet de force moyenne. Ce chiffre est trop faible pour les sujets entraînés aux sports. Or, je pratique l'alpinisme depuis près de 25 ans. De même, l'alpiniste qui m'a servi de sujet avait déjà fait plusieurs ascensions du mont Blanc et plusieurs séjours à l'Observatoire Vallot. Cela explique que nous ayons

(1) W. Kopaczewski, *Paris Médical*, 1921, n° 46, et *Revue de Médecine*, mars 1922.

fourni des chiffres supérieurs à la moyenne, en plaine. Au mont Blanc, nous nous sommes sentis congestionnés l'un et l'autre, mais sans éprouver le grand *mal de montagne*, que j'ai décrit. Le Tableau suivant indique le résultat de nos observations.

RESPIRATION MAXIMUM, EN PLAINE, EN ASCENSION ET AU MONT BLANC.

(La première des deux colonnes parallèles indique, en centilitres, l'inspiration maximum ; la deuxième, l'expiration.)

Premier sujet (D. R. Bx).

1921. *Chamonix.*		
30 Juillet	400	325
6 Août	400	350
Oxygénation	400	375
7 Août	400	360
8 »	400	350
9 »	400	350
15 »	400	375
Bionassay (2450^m).		
18 Août	375	325
Tête Rousse (3170^m).		
19 Août	350	300
Chamonix (Retour).		
20 Août	425	425
23 »	400	375
Observatoire Vallot (4370^m).		
31 Août	325	275
1^er Septembre	325	250
2 »	300	250
Oxygénation	330	300
Observatoire Vallot (suite).		
3 Septembre	300	300
5 »	300	275
Oxygénation	350	325
6 Septembre	350	325
9 »	325	300
11 »	325	325
Chamonix (Retour).		
14 Septembre	425	425
Oxygénation	450	450
19 Septembre	400	400
1922. *Paris.*		
1^er Janvier	400	375
Après course à bicyclette (80^km en 7 heures) :		
Le soir	375	350
13 Mars (matin)	400	400
Après course à bicyclette (72^km en 7 heures) :		
Le soir	400	350

Deuxième sujet (M. P.-F. Nr).

1921. *Chamonix.*		
25 Août	310	300
26 »	325	300
27 » Course en montagne		
28 »	350	325
Observatoire Vallot.		
31 Août	275	250
1^er Septembre	225	225
2 »	250	225
Observatoire Vallot (suite).		
3 Septembre	225	225
4 »	250	225
5 »	250	250
7 » Ascension du sommet du mont Blanc (4810^m).		
8 Septembre	275	275
1922. *Paris.*		
Novembre	325	325

De l'ensemble de ces chiffres, dont la régularité est notable, je crois pouvoir tirer les conclusions suivantes :

1° A l'altitude, le *début respiratoire maximum* diminue. Cette diminution porte d'abord sur l'expiration (Chamonix, 1050^m), pour affecter ensuite les deux temps à des altitudes plus élevées (Bionassay, Tête Rousse, mont Blanc). Plus l'altitude s'élève et plus le débit maximum diminue.

2° La fatigue n'intervient que pour une part très faible dans cette diminution. Ainsi, mon débit maximum était diminué aux deux temps au Glacier de Bionassay (2450^m), où l'on accède par un chemin de fer à crémaillère; d'autre part, les plus fortes diminutions ont été enregistrées à l'Observatoire du mont Blanc, pendant le séjour à l'état de repos.

3° Il est notable que le retour à une altitude plus basse (même avec la fatigue qu'il comporte) donne au débit maximum une valeur plus forte qu'avant l'ascension (D. R. Bx, 14 septembre; M. P.-F. Nr, 8 septembre). Ce résultat concorde avec celui que j'avais obtenu jadis par l'étude des valeurs spirométriques (1).

4° Les injections sous-cutanées d'oxygène ramènent vers la normale le débit maximum diminué par l'altitude (D. R. Bx, 6 août, 2 et 5 septembre). Elles exagèrent même le débit extrême obtenu au retour d'une ascension (D. R. Bx, 14 septembre).

PHYSIOLOGIE. — *Nicotine et les nerfs inhibitoires du cœur.* Note de M. W. Koskowski, présentée par M. Roux.

Nous ne croyons pas que des recherches aient été faites jusqu'à présent pour reconnaître si les ganglions inhibitoires du cœur se trouvent en rapport direct trophique avec les pneumogastriques, c'est-à-dire s'ils représentent les terminaisons de ces nerfs, ou bien s'ils sont complètement indépendants au point de vue trophique.

J'ai essayé de résoudre ce problème chez le chien en utilisant les méthodes de la dégénérescence et de la nicotine, cette dernière imaginée par Lengley. Cette expérience nécessite la section des nerfs vagues au cou, ayant pour but de provoquer la dégénérescence de leurs terminaisons cardiaques. La double vagotomie au cou provoque toute une série de troubles très dangereux, qui ont été observés tout d'abord par Pawlow et ses élèves, Kaczkowski et Czeszkow. L'expérience citée ci-dessous montre les difficultés auxquelles on se heurte pour enrayer ces graves phénomènes.

(1) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 291.

L'expérience a été faite en été (juin-juillet 1918) pour éviter l'influence nocive du froid.

Le 1er juin, j'ai fait une fistule gastrique opérant sous morphine et chloroforme. Le 11 juin on a coupé le pneumogastrique droit, au-dessous du nerf laryngé inférieur, pour éviter le trop grand élargissement du larynx et la pneumonie de déglutition. En même temps on a pratiqué l'œsophagotomie. Le 22 juin on coupe le pneumogastrique gauche dans le cou, sans narcose, on en enlève environ 3cm ou 4cm. Dès ce moment on prend toutes les précautions nécessaires pour conserver l'animal.

Aussitôt après l'opération, le nombre des mouvements respiratoires est tombé à six par minute, et à trois quand l'animal était au repos, jamais au-dessous. Les repas fictifs ne donnèrent pas de sécrétion gastrique psychique. Pour éviter la putréfaction et neutraliser l'excès d'acidité, on a lavé l'estomac tous les jours avec de l'eau légèrement alcaline. Pour obtenir une sécrétion « secondaire » de suc gastrique, on a introduit dans l'estomac du bouillon de viande ou un peu de peptone de Witte.

Les hydrocarbones n'étant pas digérés, le chien était nourri exclusivement de viande fraîche ou bouillie, à raison de 100g deux fois par jour. Après que l'œsophagotomie eût été pratiquée, les aliments étaient introduits par la fistule gastrique : d'abord 100g de viande, ensuite 400g de bouillon (1kg de viande pour 1l d'eau).

Avant la deuxième vagotomie, le poids du chien était de 9450g; après, le poids varia entre 8500g-9700g.

Le 9 juillet, c'est-à-dire 17 jours après la deuxième opération, on a fait l'expérience suivante :

Le jour de l'expérience, le chien est à jeun. Poids, 8300g. L'artère fémorale est reliée avec le kymographion. Pression sanguine, 124mm Hg. Battements du cœur, 23 pour 10 secondes.

L'excitation des bouts périphériques des pneumogastriques par un courant même très fort ne provoque aucun ralentissement du rythme cardiaque, ni aucun changement de la pression sanguine.

On injecte dans la veine fémorale 2cm³ d'une solution à 1 pour 100 de tartrate de nicotine et l'on constate :

1 seconde après l'injection de la nicotine, 14 battements du pouls par 10 secondes;

10 secondes après, 4 battements du pouls par 10 secondes (pression s'approche à o);

20 secondes après, 4 battements du pouls par 10 secondes (grande amplitude du pouls, pression près de o);

30 secondes après, 7 battements du pouls par 10 secondes (grande amplitude du pouls, pression 140mm Hg);

45 secondes après, 30 battements du pouls par 10 secondes (petite amplitude du pouls, pression 184mm Hg).

Après 67 secondes, la pression monte à 200mm Hg. La respiration s'arrête. 2 minutes 20 secondes après l'injection, la pression tombe à 36mm Hg, et après 20 autres secondes, à o. Le chien meurt.

A l'autopsie, on trouve les bouts des vagues coupés épaissis et bien séparés.

Il est évident que, malgré la dégénérescence des pneumogastriqueson,

obtient, sous l'action de la nicotine, une courbe de la pression sanguine qui caractérise l'action de cet alcaloïde, ce qui prouve que, malgré la vagotomie et malgré la dégénérescence des pneumogastriques, les ganglions intracardiaques ont conservé leur pouvoir de réaction.

Ces ganglions ne peuvent donc pas être considérés comme des terminaisons des pneumogastriques, dont ils sont indépendants au point de vue trophique.

En même temps, l'expérience nous indique que la nicotine n'agit pas sur le cœur par l'intermédiaire du pneumogastrique, mais directement sur les ganglions intracardiaques.

HISTOLOGIE. — *Le tissu lymphoïde de la valvule spirale de l'intestin moyen de l'*Ammocœtes branchialis *et sa signification morphologique.* Note (¹) de M. **J. Mawas**, présentée par M. Henneguy.

Nous avons décrit antérieurement la disposition particulière du tissu lymphoïde de l'intestin moyen des Myxinoïdes autour des vaisseaux tributaires de la veine porte. Nous avons montré qu'il s'agit bien là d'une rate diffuse intra-intestinale.

Existe-t-il un organe similaire chez les Pétromyzontes?

La question de savoir si une rate existe chez les Cyclostomes s'est posée bien des fois; elle a été généralement résolue par la négative, sa recherche ayant été faite de préférence chez les animaux adultes. Il nous a semblé plus logique de faire d'abord l'étude embryologique de la région où apparait régulièrement la rate chez les Vertébrés, de suivre pas à pas le développement de cette *zone splénique* et de voir ce qu'elle devient chez l'adulte.

Déjà chez un *Ammocœtes* de 5^{mm} on observe l'apparition autour de la veine porte intestinale d'un manchon de tissu lymphoïde indifférencié, étalé dans le sens de la courbure intestinale. Bientôt, ce tissu lymphoïde augmente de volume à tel point qu'il forme une masse lymphoïde indépendante, s'étalant dans la profondeur de la paroi intestinale, dans la région où elle est traversée par le canal cholédoque.

C'est sur les larves de *P. fluviatilis* (*Ammocœtes* Br.) longues de 10^{mm} à 20^{mm}, qu'on observe le mieux l'évolution de ce tissu lymphoïde. Au stade de 20^{mm}, l'organe lymphoïde est constitué. Il demeure dominé par la veine porte et par ses branches, il s'insinue entre les deux bourgeons intestinaux. Il n'a plus alors qu'à s'étendre autour des tubes pancréatiques qui viennent

(¹) Séance du 3 avril 1922.

de se détacher de l'intestin, pour acquérir sa forme définitive. En effet, à partir de ce stade, et qu'on l'étudie comme nous venons de le faire, sur des larves de 5^{cm}, 6^{cm}, 7^{cm}, 10^{cm}, 12^{cm} et 14^{cm}, l'organe est constitué. Il forme la partie essentielle de ce qu'on appelle depuis Rathke (1826) la valvule spirale.

Cette valvule spirale a fait l'objet d'un grand nombre de travaux, parmi lesquels il convient de citer ceux de Edinger, Bizzozero, Giglio-Tos, Neuville, Mme Drzewina; mais, dans tous ces travaux, les auteurs n'ont eu en vue que le rôle que pouvait jouer ce tissu lymphoïde, dans la genèse des globules blancs ou rouges; on l'étudiait au même titre que celui qui existe, par exemple, autour et dans le rein du même animal (¹).

Analysé histologiquement, l'organe lymphoïde de la valvule spirale de l'Ammocœte présente à considérer : 1° un tissu lymphoïde; 2° un système de vaisseaux et de sinus sanguins; 3° un système conjonctif cloisonnant. L'ensemble de l'organe forme un large cordon, entouré par l'intestin invaginé, et réuni au péritoine, par un mince tractus conjonctif. Le tissu lymphoïde, essentiellement constitué par des lymphocytes du type mononucléaire, entoure la veine porte d'un manchon volumineux, de là s'irradient, vers la périphérie de l'organe, une série de cordons pleins, ayant la même structure. Ces cordons s'anastomosent entre eux. L'espace laissé libre par le tissu lymphoïde est occupé par des capillaires sanguins en petit nombre et surtout par des sinus caverneux remplis de sang et de cellules jeunes, à petits noyaux très colorables. Enfin entourant l'organe, une épaisse paroi conjonctive, envoyant régulièrement vers l'intérieur des cloisons plus ou moins épaisses. La paroi a une structure lamellaire; entre les lamelles, il existe un riche réseau de capillaires sanguins. Les lamelles détachées pénètrent dans l'intérieur de l'organe; elles sont doublées par des cellules endothéliales. Elles forment des cloisons incomplètes et délimitent les sinus sanguins.

Si nous nous demandons maintenant quelle est la signification morphologique de la valvule spirale, l'étude histologique et embryologique que nous venons de faire nous autorise à répondre que la valvule spirale correspond à la rate des autres Vertébrés. Embryologiquement, même origine et même zone de développement. Histologiquement même structure : paroi et cloisons conjonctives, sinus sanguins, cordons lymphoïdes, amas lymphoïdes, le tout se développant autour de la veine porte.

La rate des Petromyzontes est donc plus compliquée que celle que nous

(¹) Cependant Mme Drzewina (1905) compare la valvule spirale à une glande hémolymphatique.

avons décrite chez les Myxinoïdes, elle atteint son plus haut degré de perfectionnement chez les larves de 10^{cm} à 12^{cm}, pour rétrograder ensuite au moment de la métamorphose.

ZOOLOGIE. — *Histolyse et Phagocytose musculaires dans le cœlome des Néréides à maturité sexuelle.* Note de M. **Armand Dehorne**, présentée par M. F. Mesnil.

Nos recherches ont été effectuées à la fois sur les formes néréidiennes et hétéronéréidiennes d'un assez grand nombre d'espèces. Comme les résultats obtenus sont absolument identiques chez toutes celles-ci, nous ne croyons pas utile d'en donner ici la liste. Ajoutons encore qu'au point de vue qui nous occupe, nous n'avons relevé aucune différence entre les Néréis mûres, mais ne présentant pas encore de métamorphose externe, et les Hétéronéréis.

On trouve en liberté dans le cœlome des individus à maturité sexuelle de singuliers fuseaux, qui sont manifestement de nature musculaire. Ils prennent en effet les mêmes colorants, et dans la même mesure, que les muscles du corps ; leur structure est fibrillaire comme celle de ces derniers. Ce sont des morceaux de fibres des muscles longitudinaux ou obliques provenant de régions où ils sont soumis à une destruction partielle.

Quelques-uns sont particulièrement volumineux et se laissent d'autant plus vite homologuer. Aucun noyau ne les accompagne ; ils sont constitués par un faisceau compact de tronçons de fibres, chaque tronçon affectant lui-même la forme fuselée. On dirait qu'avant de se scinder en ces tronçons, les fibres condamnées se transforment en une succession de parties étranglées et de parties dilatées, les fuseaux que nous décrivons correspondraient aux parties ventrues.

Mais nous ignorons complètement de quelle manière et à quelle occasion les fibres musculaires se fragmentent en donnant naissance à ces débris fuselés. Nous sommes provisoirement d'avis que leur production ne résulte pas d'une intervention précoce de leucocytes sur les fibres, et nous admettons l'idée d'un morcellement spontané (?) de celles-ci à la suite d'une dégénérescence myolytique inconnue.

De semblables fuseaux striés dans le sens de la longueur, mais de plus petite taille que les précédents, se rencontrent à l'intérieur de leucocytes qui les ont phagocytés. Leur origine musculaire n'est pas douteuse ; dans les coupes traitées par l'hématéine-éosine, ils prennent la même coloration rose-violet que les muscles intacts ; l'Heidenhain les teint en noir comme les fibres musculaires.

D'autre part, les stries longitudinales ne sont pas rectilignes, en général, mais plus ou moins ondulées; ceci étant dû à la constitution même du fuseau formé d'une botte de fragments de fibres, fragments contractés et légèrement tordus en même temps.

Enfin, d'autres éléments contenus dans le cœlome nous montrent le sort réservé aux fuseaux musculaires phagocytés; ce sont les éléocytes à cristalloïdes de Romieu, « grandes cellules mesurant de 30 à 40 microns, qui apparaissent sur le vivant bourrées de gouttelettes d'un brun jaunâtre » ([1]). A leur intérieur, on trouve, d'après cet histologiste, des inclusions cristallines amphophiles avec tendance acidophile et en même temps remarquablement sidérophiles qui « se présentent d'abord sous la forme de rhombes minuscules de 2 à 5 microns. On les voit grandir et arrondir leurs angles pour s'étirer en fuseaux plus ou moins allongés, généralement aigus aux deux extrémités et paraissant striés longitudinalement ».

Nous reconnaissons l'exactitude des figures et de la description de Romieu, mais il nous semble qu'il fait erreur en interprétant ces inclusions plus ou moins rhombiques comme étant des cristalloïdes. Il s'agit de tout autre chose : les éléocytes sont, d'après nous, des formes âgées de leucocytes ayant phagocyté auparavant des débris musculaires fuselés du genre de ceux que nous décrivons plus haut. Ces formes leucocytaires sont des phagocytes alourdis en pleine digestion; aussi les trouvons-nous rarement en train de flotter dans le liquide cœlomique; ils constituent le plus souvent un dépôt, parfois fort épais, à droite et à gauche de la chaîne nerveuse, à la face interne des muscles longitudinaux ventraux.

Au cours du travail de myophagie intracellulaire, les tronçons de fibres constituant les fuseaux peuvent se dissocier et ceux-ci se résolvent en un certain nombre de fragments dont la forme est en effet plus ou moins rhombique. Parfois, il n'y a pas d'éclatement des fuseaux, mais les sucs diastasiques les attaquent de telle sorte qu'ils montrent alors clairement leur constitution fibreuse et fasciculée. Peu à peu, ces débris sont solubilisés à l'intérieur du cytoplasme de l'éléocyte, puis leur substance est utilisée dans un sens ou dans l'autre (graisses, glycogène?).

Il existe donc dans le cœlome des Néréides à maturité sexuelle, comme dans la cavité générale des larves et des nymphes d'insectes, de vrais phénomènes d'histolyse musculaire. Les éléocytes, et les phagocytes, dont ils sont la forme digérante, sont, selon nous, à rapprocher dans une certaine mesure des sphères de granules (*Körnchen-Kugeln*) des Insectes. Les

---

([1]) M. Romieu, *Observations cytologiques sur les leucocytes de* Perinereis cultrifera *Grube* (*C. R. Ass. Anatom.*, 16e réunion, 1921, Paris).

fuseaux à structure fibrillaire sont des sortes de sarcolytes. Seulement, l'histolyse musculaire chez les Néréides n'a pas l'importance de celle qu'on rencontre chez les insectes à métamorphoses complètes, et c'est d'ailleurs pourquoi elle a passé inaperçue jusqu'à présent. D'autre part, chez les Néréides, les phénomènes myolytiques paraissent évoluer lentement et durer longtemps, peut-être pendant la plus grande partie de l'évolution des produits génitaux, laquelle est particulièrement longue chez les femelles[1].

De nombreux leucocytes hyalins, généralement étirés en fuseau, jouent aussi un rôle très actif dans la phagocytose des muscles. Je les ai rencontrés dans toutes les espèces. On trouve à leur intérieur un ou plusieurs faisceaux de fibrilles longues et déliées, dans un état de dissociation plus ou moins avancé. On ne peut douter de la nature de ces fibres quand on a eu sous les yeux des préparations colorées avec des procédés différents; en effet, dans tous les cas, elles se colorent exactement comme les muscles mêmes de l'animal. En particulier, dans des coupes provenant d'individus surosmiqués, elles se colorent aussi difficilement et de la même manière que les fibres des muscles restés en place.

L'aspect des fibres ingérées n'est pas naturellement le même dans tous ces leucocytes étirés. Tantôt l'inclusion fibreuse occupe toute la longueur du leucocyte en forme de croissant et s'étend en arc d'une pointe à l'autre. Tantôt le fragment musculaire est long et replié sur lui-même diversement. En outre, j'ai pu réunir plusieurs stades montrant la progression de la digestion intracytoplasmique. Bien que je n'en puisse apporter de preuve formelle, je crois que ces inclusions proviennent uniquement des fibres circulaires de la musculature intestinale. Romieu, dans le travail déjà cité, a aussi décrit de semblables leucocytes hyalins avec fibrilles, mais sans chercher la signification de ces dernières.

Ainsi donc, il règne, dans le cœlome des Néréides au cours de la maturation des produits génitaux, une activité phagocytaire indéniable. Nous n'en voyons pour le moment que la manifestation la plus bruyante, c'est-à-dire la phagocytose des débris musculaires. Il existe, en effet, bien avant tout prélude de métamorphose externe, une fragmentation sarcolytique de certaines fibres, et les sarcolytes sont, par la suite, la proie des leucocytes. Ces phénomènes, de longue durée, ont lieu chez les mâles comme chez les femelles, et se poursuivent sous le régime de l'épitoquie, parallèlement aux remaniements qui donnent la fibre hétéronéréidienne.

---

(1) R. Herpin, *Sur l'origine et le rôle des cellules à réserves de la cavité générale* (*Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 249).

HYGIÈNE. — *L'*Indice de toxicité *des appareils d'éclairage, de chauffage et des moteurs à explosion.* Note de M. **Kohn Abrest**, présentée par M. d'Arsonval.

Le déversement de l'oxyde de carbone dans l'air nous préoccupe à divers points de vue : toxicologique, hygiénique, économique. Aussi ce sujet est-il fréquemment traité dans les laboratoires.

La lecture des résultats publiés de divers côtés montre qu'il est nécessaire d'adopter l'unité convenable pour le classement des appareils au point de vue de la production de l'oxyde de carbone, et pour évaluer ainsi leur toxicité.

Je proposerai à cet effet, comme il est d'usage en métallurgie pour apprécier la marche régulière des hauts fourneaux, de ne tenir compte que du rapport des volumes *d'oxyde de carbone* et *d'acide carbonique*, produits par la combustion.

Une partie de l'échantillon servira au dosage de l'oxyde de carbone; une autre à celui de l'acide carbonique (on défalquera bien entendu CO^2 atmosphérique).

1° *Pour le prélèvement.* — Je conseillerai d'employer deux flacons d'une capacité de 4^l, au bouchage à l'émeri et munis de tubulures à robinets. Le vide ayant été fait au préalable, on relie les deux flacons l'un à l'autre et on les remplit par aspiration du même échantillon d'air. (Dans beaucoup de cas, cependant, des flacons de 2^l et même de 1^l suffisent.)

2° *Dosage de l'oxyde de carbone.* — On l'effectuera sur l'un des flacons, par le procédé « au sang » [1]. Le gaz prélevé est privé dans le flacon même d'oxygène, par agitation avec une solution alcaline d'hydrosulfite. (Introduire par litre d'air prélevé environ 60^{cm^3} d'une solution aqueuse à 30 pour 100 d'hydrosulfite de soude en poudre et 15^{cm^3} à 20^{cm^3} de lessive de soude à 36°.)

Après avoir rétabli avec de l'eau la pression atmosphérique dans le flacon, le gaz privé d'oxygène est déplacé bulle à bulle (à raison d'environ 600^{cm^3} de gaz par heure) et toujours avec de l'eau à travers 15^{cm^3} d'une solution aqueuse à 1 pour 100 d'un sang quelconque (porc, cobaye, bœuf, etc.) placée dans un tube à spirale muni à sa base d'une tubulure à robinet. On prélève à intervalles convenables, et chaque fois, quelques gouttes de la solution sanguine, pour examen spectroscopique, et l'on arrêtera l'expérience lorsqu'on aura observé que la solution sanguine présente les caractères de l'*hémoglobine oxycarbonée* (persistance des deux bandes primitives après addition d'une goutte de sulfhydrate d'ammoniaque).

---

(1) Voir Ogier et Kohn-Abrest, *Ann. Hyg. et Méd. légale*, 1907. — Kohn-Abrest, *Travaux du Laboratoire de Toxicologie*, 1914, 1919, 1921, 1922. — Kling et Florentin, *Comptes rendus*, 1919. — Florentin et Vandenberghe, *Bull. Soc. chimique*, 1921. — Etc.

Une échelle empirique donne alors la teneur volumétrique en oxyde de carbone du gaz primitif : $CO = \frac{1}{1000}$; gaz (exempt d'oxygène) déplacé : 100^{cm^3}; $CO = \frac{1}{1000}$: 200^{cm^3}; $CO = \frac{1}{15000}$: 500^{cm^3}; $CO = \frac{1}{25000}$: 700^{cm^3}; $CO = \frac{1}{75000}$: 2200^{cm^3} (limite de sensibilité [1]).

Atmosphères oxycarbonées.

	Production de CO^2 et de CO.			Indice de toxicité.
	CO^2.	CO.		Rapport $\frac{CO}{CO^2}$.
	l	l		
1° Gaz d'échappement des moteurs à essence	465-365	650-765	p. 1000^{cm^3} d'essence liq. brûlée.	1,40 à 2,09
1^l d'essence liquide donne par combustion 4200^l de gaz mélangés de 3500^l à 11500^l d'air en excès	109-88	152-185	p. 1000^l de gaz de combustion sans air.	
2° Gaz pauvre	30-30	370-440	pour 1000^l de gaz primitif.	12,3 à 14,0
3° Gaz de combustion des charbons ou du coke				
Charbons maigres C 80 pour 100 — combustion vive	1470	000 à 19	pour 1000^g de charbon brûlé.	0,00 à 0,013
Charbons maigres C 80 pour 100 — combustion lente	1250	180	» »	0,144
Charbon gras C 76 pour 100 — combustion vive	1220	196	» »	0,160
Charbon gras C 76 pour 100 — combustion lente	1300	85	» »	0,065
4° Gaz d'éclairage	15 à 30	65-100	pour 1000^l de gaz d'éclairage.	4,3 à 3,0
5° Produits de combustion du gaz d'éclairage : Débit horaire. (l)				
Becs Bunzen 110 ; Fourneaux simples 120 ; Becs papillons 120	530	0,8 à 3,7	p. 1000^l de gaz d'éclair. brûlé.	0,0015 à 0,007
Becs à incandescence 110	525	0,8 à 7,0	» » »	0,0015 à 0,0134
Radiateurs 350 à 500	520	0,8 à 11,1	» » »	0,0015 à 0,0213
Appareils : mal réglés, brûlant « en dedans », chauffe-bains, défectueux, etc.	480-360	24-180	» » »	0,05 à 0,5

---

[1] Cette échelle est à peu de chose près celle de FLORENTIN et VANDERBERGHE, *loc. cit.*

3° *Dosage de l'acide carbonique.* — Le gaz prélevé est déplacé (avec du mercure) ou bien aspiré, à travers de l'eau de baryte (5^{cm^3} d'eau saturée de baryte, placée dans un flacon laveur quelconque; régime du passage du gaz : environ 1^l en 20 minutes). Le carbonate formé est dosé à l'aide d'une liqueur d'acide nitrique quart normale en présence d'un mélange d'hélianthine et de phénolphtaléine. Le volume de liqueur nécessaire pour passer d'un virage à l'autre exprime l'acide carbonique, à raison de $2^{cm^3},80$ de CO^2 par centimètre cube de liqueur nitrique (¹).

Je proposerai de nommer *indice de toxicité* la valeur numérique du rapport $\frac{CO}{CO^2}$ ainsi trouvé.

Le Tableau ci-dessus résume les déterminations auxquelles j'ai procédé depuis une vingtaine d'années et donne quelques « indices de toxicité » intéressants.

Ce Tableau montre que pour les *moteurs à essence*, l'indice de toxicité est des plus élevés; leurs produits d'échappement sont donc dangereux et ces moteurs utilisent incomplètement le combustible.

Pour les *appareils à charbons*, l'indice varie d'une façon *tout à fait imprévue* selon la qualité du combustible.

Les *appareils à gaz* habituels ne présentent pas d'indices élevés sauf, ainsi que l'ont constaté Kling et Florentin, certains becs à incandescence où l'indice dépasserait 0,02.

Au point de vue de l'hygiène des habitations éclairées ou chauffées au gaz, il suffira de veiller à la bonne aération. Dans ces conditions, des systèmes dont l'indice de toxicité atteint 0,01 et même 0,02 seront sans inconvénient. J'estimerai cependant qu'autant que possible, on devrait exiger un indice inférieur à 0,01.

Cette notion de l'*indice de toxicité* me paraît devoir entrer dans la pratique.

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1019.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 18 AVRIL 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *Sur le problème de la poussée des terres.* Note [1] de M. E. GOURSAT.

Dans une Note récente [2], M. Rémoundos a montré que le système d'équations aux dérivées partielles considéré par M. Boussinesq dans le problème général de la poussée des terres pouvait être remplacé par une équation aux dérivées partielles du second ordre, *linéaire en* r, s, t.

Il me paraît intéressant de faire observer que le système de M. Boussinesq se ramène très facilement à une équation *intégrable* explicitement. Ce système peut en effet s'écrire (voir la Note citée)

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = b_1, \qquad \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = b_2,$$

en posant

$$U = u(1 + k\cos 2\omega), \qquad V = ku\sin 2\omega,$$

et l'élimination de V conduit à l'équation

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{\partial b_1}{\partial x} - \frac{\partial b_2}{\partial y},$$

qui se ramène elle-même à la forme intégrable

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi\, \partial \eta} = \lambda(\xi, \eta),$$

en prenant pour nouvelles variables

$$x + y = \xi, \qquad x - y = \eta.$$

---

[1] Séance du 10 avril 1922.

[2] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 929.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Hypothèses physiques et hypothèses géométriques.* Note de M. ÉMILE BOREL.

Dans ma Note *sur les hypothèses fondamentales de la physique et de la géométrie* (¹), j'ai établi une distinction nette entre les hypothèses de la physique, qui résument les résultats de nombreuses expériences et les hypothèses de la géométrie, considérée comme une science abstraite, qui sont largement arbitraires. Poincaré a définitivement établi cet arbitraire; certaines conséquences en ont été rappelées par M. Le Roux dans une Note récente (²); M. Einstein, au contraire, se place au point de vue concret et regarde la géométrie comme une science physique; il ne peut pas y avoir de contradiction entre ces deux points de vue différents (³). Ce que j'ai proposé dans ma Note citée, c'est de les utiliser l'un et l'autre en introduisant, à côté du ds^2 physique déduit de l'expérience, un $d\sigma^2$ géométrique arbitraire; j'indiquais d'ailleurs que cette introduction est peut-être une complication inutile, mais peut être aussi un artifice analytique commode. C'est seulement lorsque nos connaissances sur la structure physique de l'univers, en particulier dans l'infiniment petit et dans l'infiniment grand, seront plus avancées, que l'on pourra trancher cette alternative. Je n'ai rien de nouveau à dire à ce sujet; le seul but de cette Note était de chercher à prévenir les confusions qui se produisent encore entre les deux points de vue abstrait et concret, comme on a pu le voir aux séances de discussion du Collège de France.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur le maximum de la chaleur de vaporisation.* Note de M. E. ARIÈS.

Tous les faits connus nous montrent la chaleur de vaporisation comme allant en croissant, tandis que la température décroît, depuis l'état critique

(¹) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 189; cette Note a été reproduite dans mon livre sur l'*Espace et le Temps* (Note II).

(²) *Sur la courbure de l'espace* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 924).

(³) Cette distinction entre les points de vue abstrait et concret, ou axiomatique et pratique, est indiquée fort clairement dans une Note intéressante de M. Jean Villey, *A propos de quelques livres sur la théorie de la relativité* (*Bull. Sciences mathém.*, février 1922).

jusqu'aux plus basses températures explorées par l'expérience, ce qui a donné lieu à cette croyance très répandue qu'il doit continuer à en être ainsi jusqu'au zéro absolu, température limite à laquelle la chaleur de vaporisation atteindrait sa valeur maxima.

Mais il convient de remarquer que les plus basses températures explorées ne sont jamais descendues au delà de la moitié de l'échelle thermométrique qui sépare la température critique du zéro absolu, et que, dans cette région inconnue encore fort étendue, il est bien possible que la chaleur de vaporisation, après avoir atteint un maximum, finisse par décroître jusqu'au zéro absolu. Or c'est précisément ce qui se produit.

Pour le démontrer, je m'appuierai sur deux formules classiques, concernant les chaleurs spécifiques m et m' d'un liquide et d'une vapeur maintenus à l'état de saturation, à une température T et sous une tension P.

La première donne indifféremment m ou m' :

$$(1)\qquad \begin{cases} m = C_p - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \frac{\partial P}{\partial T} = C_p - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \frac{L}{u'-u}, \\ m' = C'_p - T\left(\frac{\partial v'}{\partial T}\right)_p \frac{\partial P}{\partial T} = C'_p - \left(\frac{\partial v'}{\partial T}\right)_p \frac{L}{u'-u}. \end{cases}$$

C_p, $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ ou C'_p, $\left(\frac{\partial v'}{\partial T}\right)_p$ sont la chaleur spécifique et le coefficient de dilatation à pression constante à partir de l'état de saturation considéré; u et u' sont les volumes spécifiques du fluide à l'état entièrement liquide ou à l'état entièrement de vapeur.

La deuxième formule est celle de William Thomson, qui résulte des définitions mêmes de m, m' et de la chaleur de vaporisation L :

$$(2)\qquad m' - m = T\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{L}{T}\right) = \frac{\partial L}{\partial T} - \frac{L}{T}.$$

Je ferai l'application de ces formules à un fluide pris à une température assez basse pour que sa vapeur saturée puisse être considérée comme un gaz parfait satisfaisant à la relation $pu' = RT$.

La formule (1), appliquée à la vapeur saturée, devient, en remarquant qu'on peut y remplacer $u' - u$ par u',

$$(3)\qquad m' = C'_p - \frac{L}{T}.$$

Portant cette valeur de m' dans la formule (2), on aura

$$(4)\qquad \frac{\partial L}{\partial T} = C'_p - m.$$

Si l'on fait tendre la température vers le zéro absolu, le premier terme du second membre tend vers la valeur limite C′ que prend la chaleur spécifique à pression constante du corps réduit à l'état de gaz parfait. Le second terme *m* tend à s'annuler, comme on le voit par la formule (1), appliquée à l'état liquide, et dans laquelle les deux termes s'annulent séparément comme je l'ai déjà montré ([1]). C'est, du reste, une conséquence du principe de Nernst que je ne crois plus contestable aujourd'hui.

La formule précédente devient alors

$$\frac{\partial L}{\partial T} = C' \quad \text{pour } T = 0. \tag{5}$$

Elle montre qu'à partir du zéro absolu la chaleur de vaporisation commence par croître et, comme elle doit s'annuler à la température critique, il faut bien qu'elle passe par un maximum.

Je donnerai de la formule (5) une autre démonstration pour satisfaire ceux qui ont encore des doutes sur le principe de Nernst, et sur les véritables valeurs que prennent, au zéro absolu, les chaleurs spécifiques C_p et m d'un corps condensé à l'état liquide, et j'établirai du même coup que ces deux coefficients tendent bien à s'annuler.

La formule de Clapeyron, appliquée aux basses températures, peut s'écrire

$$\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{L}{Tu'} = \frac{LP}{RT^2}.$$

Posons, pour les très basses températures, en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur au premier, A étant une constante encore inconnue,

$$L_1 = L_0 + AT.$$

La formule de Clapeyron pourra se mettre sous la forme

$$\frac{\frac{\partial P}{\partial T}}{P} = \frac{L_0}{RT^2} + \frac{A}{RT},$$

qui donne par intégration, K étant une nouvelle constante,

$$\operatorname{Log} P = -\frac{L_0}{RT} + \frac{A}{R}\operatorname{Log} T + K.$$

C'est la formule (271) donnée par M. Max Planck dans ses *Leçons de*

([1]) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 593.

Thermodynamique (édit. franç., 1913, p. 277). Mais, pour que l'identification des deux formules soit complète, il faut que A ne diffère pas de C′, ce qui démontre la formule (5).

Il en résulte, d'après la formule (4), que m tend vers zéro, et, d'après la formule (1), que la chaleur spécifique C_p tend aussi vers zéro, puisque le second terme s'annule évidemment pour $T = 0$.

L'existence du maximum mis en évidence par la formule (5), fait disparaître le principal argument qui avait conduit à assigner à la chaleur de vaporisation L_0 une valeur nécessairement positive : elle laisse en suspens la question de savoir si cette valeur est nulle ou finie, question importante, car, suivant le cas, on arrive bien vite à des conséquences qui diffèrent considérablement. C'est ainsi que l'entropie de la vapeur saturée tend vers la valeur finie C′ ou vers l'infini, suivant que la chaleur de vaporisation s'annule ou non au zéro absolu.

Pour se faire une opinion sur ces deux hypothèses, dans l'état actuel ne subsiste, à ma connaissance, qu'un seul critérium, l'effet produit par une détente indéfiniment prolongée.

Si $L_0 > 0$, cette détente tend à produire une liquéfaction complète du fluide quand le volume augmente indéfiniment et que la température tend vers le zéro absolu. La quantité de liquide qui s'accroît sans cesse, conserve bien dans cette opération un volume fini, tendant vers le volume u_0 qu'occupe le fluide entièrement condensé au zéro absolu, tandis que la quantité de vapeur en contact avec le liquide occupe un volume indéfiniment croissant, quoique cependant cette quantité tende à s'annuler avec la température.

Si $L_0 = 0$, une détente indéfiniment prolongée finit toujours par faire aboutir le fluide à l'état entièrement gazeux, et non à l'état entièrement liquide, ce qui s'accorde mieux avec les idées généralement reçues.

M. **H. Lecomte** fait hommage à l'Académie du fascicule 3, Tome VII de la *Flore générale de l'Indo-Chine*, publiée sous sa direction : *Cypéracées* (fin), par E.-G. Camus; *Graminées*, par E.-G. Camus et M^lle^ A. Camus.

NOMINATIONS.

MM. **A. Lacroix**, **H. Deslandres**, **G. Bigourdan**, **B. Baillaud**, **Ch. Lallemand**, **L. Favé**, **D. Berthelot**, **L. Joubin**, **G. Ferrié**, Membres de

l'Académie, et M. ÉMILE MATHIAS, Correspondant, sont délégués pour représenter l'Académie à la Conférence de l'*Union internationale d'Astronomie, de Géodésie et Géophysique*, qui se tiendra à Rome du 2 au 10 mai.

CORRESPONDANCE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° ARTURO BRUTTINI. *Ramassage et utilisation des déchets et résidus pour l'alimentation de l'homme et des animaux, pour les engrais et les industries agricoles* (1914-1920).

2° H. OLLIVIER. *Cours de Physique générale.* Tome II : *Thermodynamique et étude de l'énergie rayonnante.* (Présenté par M. J. Violle.)

3° Observatoire JARRY-DESLOGES. *Sur les frontières de la vision.* (Présenté par M. G. Bigourdan.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières d'ordre entier.* Note de M. G. VALIRON, transmise par M. Émile Borel.

Dans une précédente Note ([1]) j'ai montré que, pour toute fonction entière $f(z)$ d'ordre ρ, la série et l'intégrale

$$(1) \qquad \sum_{n_0}^{\infty} \frac{1}{R_n^{\rho}}, \qquad \int_a^{\infty} \frac{\log M(x)}{x^{1+\rho}} dx$$

convergent ou divergent en même temps, et que dans le cas de l'ordre entier la convergence de ces expressions entraîne que le genre de la fonction est $\rho - 1$. On complète aisément ce résultat en utilisant cette autre proposition ([2]) :

Si $n(y, x)$ désigne le nombre des zéros de $f(z) - x$ dans le cercle $|z| \leqq y$,

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1226. Cette Note est développée dans un article du *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1921.

([2]) Voir *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 753. Les résultats énoncés dans cette Note sont démontrés dans un Mémoire sur *Le théorème de M. Picard dans la théorie des fonctions entières* qui doit paraître dans un autre Recueil.

à tout nombre k inférieur à 1 correspond un nombre positif H tel que l'on ait

$$\int_{\alpha}^{r} \frac{n(y, a) + n(y, b)}{y} dy > \mathrm{H} \log \mathrm{M}(kr) \tag{2}$$

à partir d'une valeur de r, pourvu que $a \neq b$.

En multipliant les deux membres de cette inégalité par $\frac{1}{r^{1+\rho}}$ et en intégrant entre α et R on obtient, après une intégration par parties du premier membre et un changement de variables dans le second,

$$\begin{aligned} &\int_{\alpha}^{\mathrm{R}} \frac{n(y, a) + n(y, b)}{y^{1+\rho}} dy \\ &\quad > \frac{1}{\mathrm{R}^{\rho}} \int_{\alpha}^{\mathrm{R}} \frac{n(y, a) + n(y, b)}{y} dy + \rho \mathrm{H} k^{\rho} \int_{\alpha k}^{k\mathrm{R}} \frac{\log \mathrm{M}(y)}{y^{1+\rho}} dy - \mathrm{K}, \end{aligned}$$

K étant une constante dépendant de α, a, b.

Il s'ensuit que si l'intégrale (1) diverge, il en est de même du premier membre de cette inégalité; il est donc impossible que l'intégrale

$$\int_{\alpha}^{\mathrm{R}} \frac{n(y, x)}{y^{1+\rho}} dy$$

soit bornée pour deux valeurs distinctes de x; si $r_n(x)$ désigne le module du $n^{\text{ième}}$ zéro de $f(z) - x$, la série

$$\sum \frac{1}{r_n(x)^{\rho}} \tag{3}$$

ne peut converger que pour une valeur x au plus. D'où ce résultat :

Lorsque l'ordre ρ est entier et que les expressions (1) *divergent, la série* (3) *diverge, sauf peut-être pour une seule valeur de x. En particulier, le genre de $f(z) - x$ est ρ, sauf peut-être pour une valeur de x.*

On sait par les exemples donnés par MM. Wiman, Lindelöf, Boutroux, que le cas exceptionnel peut effectivement se présenter, mais on pouvait croire, par analogie avec ce qui se passe pour la régularité de la croissance, que le nombre des valeurs exceptionnelles pouvait être supérieur à 1 dans certains cas. La proposition précédente montre que *le genre comme l'ordre réel a une valeur normale qui ne dépend que des propriétés moyennes des coefficients.*

Le mode de démonstration qui conduit à l'inégalité (2) peut se généraliser. L'inégalité (2) reste vraie lorsque $n(y, a)$ et $n(y, b)$ désignent le

nombre des zéros des fonctions $f_1(z) = f(z) - P_a(z)$ et $f_2(z) = f(z) - P_b(z)$, $P_a(z)$ et $P_b(z)$ étant deux polynomes non identiques; il suffit pour le voir d'appliquer simultanément q fois la méthode classique de démonstration de M. Borel, en éliminant entre l'identité

$$f_1(z) - f_2(z) \equiv P_b(z) - P_a(z)$$

et ses q dérivées, l'une des exponentielles qui s'introduisent dans $f_1(z)$ et $f_2(z)$. Par suite :

Toutes les fonctions d'ordre entier ρ, $f(z) - P(z)$, *où* $f(z)$ *est une fonction donnée et* $P(z)$ *un polynome arbitraire, sont du même genre* ρ, *sauf peut-être une au plus qui est de genre* $\rho - 1$, *ou bien elles sont toutes de genre* $\rho - 1$, *suivant que les expressions* (1) *relatives à* $f(z)$ *divergent ou convergent.*

ASTRONOMIE. — *Sur le rôle des milieux nébuleux dans la dynamique des systèmes stellaire et planétaire.* Note [1] de M. E. **Belot**, présentée par M. Bigourdan.

Dans une Note antérieure [2], j'ai montré le rôle des rencontres d'étoiles avec les nébuleuses dans la formation des étoiles doubles, multiples, et des amas d'étoiles. Admettons qu'une nébuleuse, ressemblant à l'atmosphère solaire dans sa partie la moins condensée, est formée de gaz très dilués (H, H_e notamment) tenant en suspension des poussières solides ou liquides de densités variées. Quand une nébuleuse ainsi constituée est traversée par une masse stellaire, son attraction y condense les poussières dans l'ordre des densités décroissantes en raison de la résistance du milieu et sa radiation repousse les poussières les plus légères.

Relation entre les vitesses et les types spectraux ou les masses stellaires. — Considérons une étoile de masse M, de rayon équatorial a, ayant un coefficient balistique c (dépendant de son aplatissement et de la direction de son mouvement par rapport à l'axe de rotation), une vitesse V_0 à l'entrée d'une nébuleuse de densité $1 : K$; d'après l'équation donnant Z dans la Note précitée, la vitesse V au temps T sera reliée au parcours Z dans la nébuleuse par la relation

$$Z = \frac{KM}{ca^2} L \frac{V_0}{V} = \frac{KM}{ca^2} L \left(1 + \frac{cV_0 a^2 T}{KM}\right),$$

(1) Séance du 10 avril 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 703.

d'où

$$V_0 T = Z + \frac{Z^2}{2KM} ca^2 + Z^3 \frac{c^2 a^3}{6K^2M^2} + \ldots.$$

On sait que les étoiles diffèrent beaucoup moins les unes des autres par la masse M que par leur rayon a, c'est-à-dire par leur densité. Ainsi, dans un courant d'étoiles de vitesse V_0 rencontrant une nébuleuse, les étoiles géantes de grand rayon a et de faible densité, mettront un temps T plus long à faire le même parcours Z que les étoiles naines de forte densité. Si Z représente l'épaisseur de la nébuleuse, les géantes en sortiront avec une vitesse V plus faible que les naines.

Mais parce que les étoiles de faible densité restent longtemps dans une nébuleuse, elles y accroissent leur masse plus que les naines, et leur masse s'accroît de toutes les matières, même légères, de la nébuleuse, tandis que les naines n'ont que le temps de condenser les poussières denses et non les matières les plus légères.

Ainsi les étoiles géantes accroissent beaucoup leurs masses, perdent beaucoup de vitesse, mais gardent leur faible densité, tandis que les naines augmentent peu leurs masses, perdent peu de vitesse, et tendent à augmenter leur densité.

Les nébuleuses agissent donc sur les étoiles d'un courant comme des filtres sélecteurs des densités et des vitesses dans le sens où *l'augmentation de masse coïncide avec la diminution de vitesse*, autrement dit comme si l'*équipartition de l'énergie* selon Maxwell ($mV^2 = \text{const.}$) tendait à se réaliser. On comprend aussi pourquoi les nébuleuses paraissent dépouillées d'éléments denses.

Mais ce n'est pas tout : les matériaux captés étant différents pour les géantes et les naines, le type spectral change dans le passage des étoiles à travers les nébuleuses dans le sens où *les types dits les plus avancés* (les plus denses) *ont le plus de vitesse*. C'est en quoi consiste le phénomène de Campbell, qui a montré que la vitesse radiale augmente de 9^{km} à 16^{km} en passant des types O et B au type M. De même dans la série descendante de F à M, la vitesse augmente avec la grandeur absolue (phénomène d'Adams Stromberg), parce que celle-ci est liée à la densité qui accélère la condensation.

Pourquoi le milieu résistant de la nébuleuse primitive a laissé subsister une loi des distances des planètes et satellites. — En introduisant la fiction d'une planète réduite à un point mathématique, une théorie classique semble prouver qu'un milieu résistant diminue le grand axe d'une orbite. Mais

cette théorie néglige la rotation de la planète et les actions exercées sur sa surface tant par la pression de radiation P, énorme à l'origine, que par la matière nébuleuse N attirée vers le Soleil. Les pressions P et N transforment l'énergie de rotation en énergie de translation, la première dans le sens orbital, la seconde dans le sens radial tendant à augmenter le rayon de l'orbite. Ces actions agissent donc en sens inverse de la résistance théorique du milieu.

D'ailleurs la pression de radiation vide de matière légère le centre de la nébuleuse, en sorte que les planètes ayant la plus grande vitesse orbitale telles que Mercure, circuleront à l'origine dans une région de faible densité.

De même une planète capte par sa masse une partie de la matière nébuleuse et vide ainsi de cette matière l'arrière de sa trajectoire : par là est facilitée la circulation de ses satellites les plus voisins. Voilà comment on peut expliquer que Phobos et le satellite V de Jupiter aient pu subsister malgré le voisinage de leur planète.

L'objection de Newton contre les tourbillons cartésiens. — Cette objection prononcée par Newton à la fin du livre des *Principes* n'est pas recevable parce qu'il néglige l'action du milieu nébuleux. Newton relève la prétendue contradiction entre le temps périodique $T = a^2$ (loi des aires) que suivrait un tourbillon et la troisième loi de Képler $\left(T = a^{\frac{3}{2}}\right)$. Mais la loi des aires ne peut s'appliquer que dans le vide et pour Descartes comme pour la Physique un tourbillon réel ne peut exister que dans un milieu plein de matière.

Soit MM' un élément de tourbillon entraînant une orbite planétaire qui, *dans le vide*, tendrait à s'éloigner du Soleil avec sa force centrifuge inférieure à l'attraction centrale $F = \frac{M}{R^2}$. Restituons la matière nébuleuse m : attirée par la force F, elle exercera sur MM' une pression centripète P ayant en général une composante tangentielle T qui tendra à augmenter la vitesse angulaire ω de MM'. Dans une nébuleuse à noyau central, la masse M dépend de la loi des densités d autour du centre. Si l'on a

$$d = \frac{K}{R}, \tag{1}$$

la force F est constante. Il arrivera donc un moment où la force centrifuge $\omega^2 R$, d'abord inférieure à F sur l'orbite théorique MM' dans le vide, augmentera par l'action de T jusqu'à ce que $F = \omega^2 R$. Ainsi l'orbite réelle

dans un tel milieu sera précisément une de ces orbites spirales centrifuges à gravitation équilibrée ($\omega^2 R^3 = M$, R et M variable) dont j'ai démontré l'existence dans les milieux nébuleux [1]. Finalement, après la condensation de la nébuleuse, la troisième de Képler sera réalisée pour toutes les planètes circulant d'abord sur ces orbites ; et aucune contradiction du genre de celle que visait Newton n'est à retenir.

Il est à remarquer que l'hypothèse (1) sur *d* est précisément celle qui m'a permis de démontrer la loi des masses dans le système solaire [2].

En résumé, on voit combien il est nécessaire, dans les divers problèmes de dynamique stellaire ou planétaire, d'analyser l'action des milieux nébuleux sans avoir recours à des hypothèses simplistes ne tenant pas compte des réalités.

CINÉMATOGRAPHIE. — *Appareil pour la dissociation rapide des images dans la cinématographie par étincelle électrique.* Note [3] de M. **L. Bull**, présentée par M. Charles Richet.

L'emploi de l'étincelle électrique pour la cinématographie des mouvements rapides [4] a permis d'étendre considérablement le champ d'investigation de cette admirable méthode d'analyse. Et depuis une dizaine d'années les développements de la télégraphie sans fil, en fournissant les moyens de produire des séries d'étincelles à une très haute fréquence, ont permis de reculer encore les limites de ce champ. C'est ainsi que Cranz et Glatzel [5] ont pu obtenir des cinématogrammes allant jusqu'à une fréquence de 92000 images par seconde.

La difficulté technique ne consiste donc plus aujourd'hui à obtenir une fréquence suffisante d'étincelles, mais plutôt à dissocier les images qu'elles fournissent sur la surface sensible chargée de les recueillir. Celle-ci est généralement un film enroulé autour d'un cylindre auquel on imprime un

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 935.

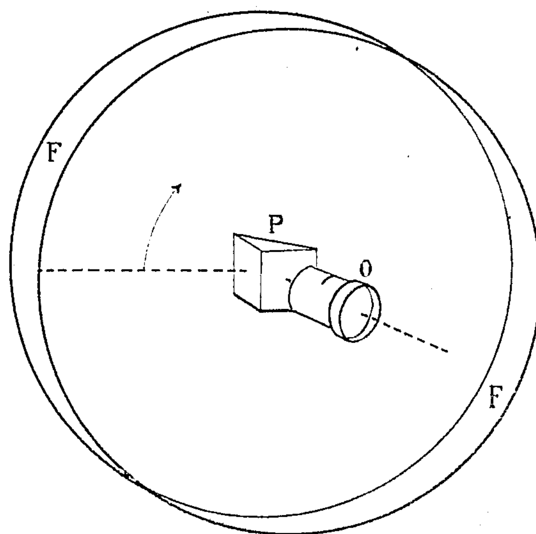
(2) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 704.

(3) Séance du 10 avril 1922.

(4) L. Bull, *Application de l'étincelle électrique à la chronophotographie des mouvements rapides* (*Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 755).

(5) C. Cranz et Br. Glatzel, *Die Verwendung von Gleichstrom-Löschfunkenstrecken zur kinematographischen Aufnahme* (*Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, 30 mai 1912).

mouvement de rotation le plus rapide possible, l'instantanéité de l'étincelle étant telle que l'image photographique qu'elle donne est nette malgré le mouvement du film. Mais il n'est pas facile avec un cylindre tournant de dépasser beaucoup une vitesse linéaire de 100^m par seconde et dans ces conditions le film, lorsque les étincelles se succèdent à des intervalles de $\frac{1}{50000}$ de seconde par exemple, ne se déplace que de 2^{mm} ce qui revient à dire que les images photographiques ne peuvent avoir que 2^{mm}, de large. Quoique cette étroitesse d'image puisse être suffisante dans certains cas où le phénomène se développe suivant une seule direction, il en est d'autres où il peut être indispensable d'avoir des images plus larges.



Nous avons construit un appareil permettant de réaliser ces conditions. Dans cet appareil la dissociation des images se fait de la façon inverse; le film reste immobile et le train d'images, reçu d'abord sur un prisme à réflexion totale, est renvoyé, dissocié par une rotation rapide de celui-ci, sur la surface sensible.

La figure ci-dessus montre schématiquement le dispositif adopté. Le film F, maintenu par un support métallique, forme un cercle de 1^m de diamètre autour du prisme P et de l'objectif O. L'axe optique de l'objectif est perpendiculaire au plan du cercle et le prisme est orienté de manière à réfléchir à angle droit sur le film, les rayons venant de l'objectif. L'axe de rotation du prisme coïncide avec l'axe optique, de sorte que, lorsqu'il tourne, il étale en une seule révolution sur toute la longueur du film, plus de 3^m, la série d'images fournie par l'objectif. Étant donné le faible diamètre de

la partie mobile de l'appareil, le prisme, qui n'a que 6^{cm} de côté, il est facile de le faire tourner, même avec un petit moteur électrique, à 160 tours par seconde. Dans ces conditions, les images sont dissociées sur le film à une vitesse de 500^{m} par seconde, ce qui permet de leur donner, sans qu'elles se recouvrent, une largeur beaucoup plus grande qu'avec l'autre procédé.

Le seul inconvénient de cette méthode est que les images ne restent pas parallèles entre elles d'une extrémité du film à l'autre; elles tournent sur elles-mêmes en même temps que le prisme et avec la même vitesse angulaire. Pour l'analyse des phénomènes, cette rotation n'a pas d'importance; mais si l'on désire faire la synthèse du mouvement par la projection, il est nécessaire, au moment du tirage du positif, de rectifier la position des images.

PHYSIQUE. — *Sur l'action photogénique des ultraradiations.* Note [1] de M. **Albert Nodon**, transmise par M. M. Brillouin.

Dans une précédente Note, j'avais annoncé que le soleil et la haute atmosphère émettent des radiations très pénétrantes, provoquant la décharge des corps électrisés.

Ces *ultraradiations* manifestent leur présence, après leur passage à travers des bâtiments entiers et des parois métalliques. Leur intensité est variable suivant l'état de la surface solaire et celui de l'atmosphère terrestre.

J'ai mis en évidence l'*action photogénique* de ces radiations à l'aide de dispositifs appropriés. En entourant, par exemple, la plaque radiographique d'un carton noir absolument opaque à la lumière, et en disposant cette plaque en plein soleil pendant un temps prolongé, on ne constate au développement aucune impression photogénique.

En découpant dans le carton des ouvertures dans lesquelles on adopte des feuilles métalliques diverses, en fer, zinc, aluminium, magnésium, puis en exposant la plaque au soleil, il ne se produit aucune impression photogénique aux points de contact de l'émulsion avec les métaux.

En remplaçant ces métaux à faible valence par d'autres à valence élevée, tels que le *plomb* et l'*uranium*, on observe, au contraire, une impression photogénique intense.

Un résultat analogue est obtenu en fixant sur le carton noir des silhouettes en plomb ou en carton recouvertes d'oxyde d'uranium, fixé à l'aide d'un

(1) Séance du 10 avril 1922.

adhésif. L'action photogénique se produit, dans ce cas, à travers l'épaisseur du carton.

Les principaux résultats observés furent les suivants :

1° En recouvrant les silhouettes précédentes de disques en carton, en bois, en verre, en aluminium, on diminue sensiblement l'action photogénique. On constate que l'impression produite par les radiations solaires, au moyen des dispositifs précédents, varie dans de grandes proportions d'un jour à l'autre, et que ces variations sont du même ordre de grandeur que celles accusées par un électromètre clos. Si l'on retourne la plaque photographique pendant son exposition au soleil, de façon que le plomb ou l'uranium, ainsi que l'émulsion, soient placés face contre terre, il ne se produit plus d'action photogénique sensible.

2° En disposant la plaque sensible sous une forte incidence, on obtient une impression très étendue et décroissante. On observe une impression analogue à celle d'une forte irradiation, lorsqu'un bloc de plomb est placé à quelque distance de la surface insolée.

Les résultats précédents s'interpréteraient facilement en admettant que le soleil émît des radiations possédant la propriété, après leur passage à travers des substances à valence élevée, de traverser le carton et d'influencer les plaques photographiques.

3° Toutefois, l'action directe d'un rayonnement solaire n'est pas la seule, car en répétant les expériences précédentes dans une pièce close et obscure, on obtient des résultats analogues, après une exposition plus prolongée. Ces résultats s'observent également pendant la nuit. Toutefois, dans les périodes de forte activité, on observe une forte impression avec l'uranium, après quatre heures seulement d'exposition dans une pièce close.

4° Les phénomènes précédents s'interpréteraient facilement par une action provenant directement du soleil et indirectement de la haute atmosphère, mais non du sol. Les actions photogéniques observées sont du même ordre de grandeur que celles accusées par l'électromètre.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Action des acides sur le molybdo-malate d'ammonium.* Note [1] de M. E. **Darmois**, présentée par M. Haller.

J'ai signalé deux composés distincts de MoO^3 avec l'acide malique; ils correspondent respectivement aux proportions $2MoO^3$, $C^4H^6O^5$ (dextro-

[1] Séance du 10 avril 1922.

gyre) et MoO^3, $2C^4H^6O^5$ (lévogyre); ils donnent des sels d'Am très nets; en particulier le sel $2MoO^3$, $C^4O^5H^4Am^2$ est très fortement actif: $[\alpha]_{578} = +22°$ environ.

Ce sel est sensible à l'action des bases qui le convertissent finalement en mélange de molybdate neutre et de malate neutre. Il est également *très sensible à l'action des acides.* On prend par exemple 1^g de sel ($\frac{2}{1000}$ de molécule environ); on ajoute $\frac{x}{1000}$ HCl, on complète à 50^{cm^3}, on polarise sous 2^{dm} pour la raie 578 du mercure. La rotation décroît très rapidement quand x croît et tend vers une valeur limite égale à $-22'$ (température 18°), NO^3H et SO^4H^2 donnent la même valeur limite.

La décroissance de α est plus rapide si l'on augmente la concentration du sel; on étend à 10^{cm^3} et à 5^{cm^3} seulement. Le Tableau suivant donne quelques résultats. Pour rendre les mesures comparables, on divise la rotation lue sous 2^{dm} par 2 et par la concentration initiale du sel.

C = 2.		C = 10.		C = 10.	
x.	$[\alpha]$.	x.	$[\alpha]$.	x.	$[\alpha]$.
0	211	0	218	0	221
2,38	137,5	1,19	164,5	1,19	147
4,76	95	2,38	112	2,38	92,3
9,52	40,25	3,57	76	3,57	50,2
19,04	+ 2,5	4,76	45,5	4,76	24,0
28,56	− 8,15	»	»	»	»
40	− 9,75	20	− 11,5	12,0	−13,5

Une rotation limite est atteinte pour toute concentration; elle est la même pour les trois acides HCl, NO^3H et SO^4H^2; elle dépend peu de la concentration. Elle correspond certainement à la formation d'un composé qui résiste à l'action ultérieure de l'acide. Tout s'accorde à montrer que ce composé est précisément l'acide MoO^3, $2C^4H^6O^5$. Son pouvoir rotatoire, facilement calculable, et sa dispersion rotatoire, très supérieure à celle de l'acide malique ou du malate neutre d'Am, sont caractéristiques.

La mesure polarimétrique est un procédé très sensible pour déceler des quantités très faibles des trois acides. Exemple : 5^{cm^3} de NO^3H au titre 0,03, ajoutés à 1^g du corps dans 50^{cm^3}, donnent une diminution de rotation égale à 11′ pour 578. On peut facilement apprécier 3′-4′, soit $\frac{0,05}{1000}$ d'acide.

J'ai essayé si les acides organiques avaient une action analogue. L'acide acétique agit également, mais beaucoup moins. Il faut $\frac{5}{1000}$ d'acide, c'est-à-dire 33 fois plus pour produire dans les mêmes conditions la même diminution de 11′.

$CH^2Cl.CO^2H$ a une action beaucoup plus nette (0,[illegible]0/1000 environ pour 11′).

$CHCl^2.CO^2H$ est encore plus actif ($\frac{0,10}{1000}$ environ pour 11′).

Les trois acides se rangent ainsi dans l'ordre de leur « force », mesurée par la conductibilité. Les comparaisons peuvent se poursuivre quantitativement.

Pour $CHCl^2.CO^2H$, depuis la teneur zéro en acide jusqu'à $\frac{30}{1000}$ (dans 50^{cm^3}), *la diminution de rotation est proportionnelle à la quantité totale d'ions* H, calculée par la loi d'Ostwald (vérifiée ici dans un grand intervalle de concentration). Le Tableau suivant indique la diminution de $[\alpha]$ (calculé comme ci-dessus) pour la raie 546 du mercure :

Acide total pour 1g sel (50^{cm^3}).	Équiv./litre.	$\delta_{calc.}$	C_{H^+} totale.	$-\Delta[\alpha]_V$.	$\frac{\Delta}{C_{H^+}}$.
millièmes			millièmes		
0,2...........	0,004	0,458	0,0916	5	54,5
0,5............	0,01	0,315	0,161	10	62
1..............	0,02	0,242	0,242	16	66,2
2..............	0,04	0,1785	0,357	23	64,5
4..............	0,08	0,130	0,520	32	61,5
10..............	0,20	0,084	0,840	53	63,0
20..............	0,40	0,061	1,22	75	61,3
30..............	0,60	0,051	1,53	95	62

En moyenne $\frac{1}{1000}$ ion H^+ produit une diminution de 62° dans $[\alpha]$.

Les nombres obtenus pour les deux acides $CH^3.CO^2H$ et $CHCl^2.CO^2H$ sont plus variables; mais dans le domaine où la loi d'Ostwald s'applique et où les mesures gardent quelque précision, le rapport obtenu est du même ordre.

	Acide total pour 1g sel (50^{cm^3}).	Équiv. litre.	$\delta_{calc.}$	C_{H^+} total.	$-\Delta[\alpha]_V$.	$\frac{\Delta}{C_{H^+}}$
	millièmes			millièmes		
$CH^3.CO^2H$	20...	0,4	0,00675	0,135	8,5	63
$CHCl^2.CO^2H$	0,1.	0,002	0,965	0,0965	6,0	62,5

Il n'est donc pas impossible que ce procédé très simple fournisse au moins une estimation de la concentration en ions H de certaines solutions acides.

Je signale de suite que les acides forts minéraux se distinguent des acides organiques, de même que les acides susceptibles d'agir sur MoO (PO^4H^3, $C^2O^3H^2$, etc.).

Pour le moment la réaction envisagée fournit une méthode rapide pour déceler un acide minéral dans l'acide acétique. D'après les nombres ci-dessus, on voit facilement qu'on peut révéler (rotation 5′). $\frac{1}{1000}$ SO^4H^2 dans un litre de vinaigre à 60^g d'acide par litre.

MINÉRALOGIE. — *Nouvelle méthode de recherche de l'or et de l'argent dans les minerais au moyen du chalumeau.* Note de M. **Ad. Braly.**

La méthode généralement employée, due aux travaux de Berzélius, Harkort, Plattner, Atwood, consiste en une fusion avec excès de plomb et borax, suivie d'une coupellation précédée ou non de scorification.

Cette méthode est longue, délicate et impose l'emploi de coupelles en cendre d'os. J'estime plus pratique d'effectuer cette recherche par *scorification complète*, en utilisant de petits scorificatoires de 2^{cm} de diamètre existant dans le commerce.

Pour les adapter à l'opération, il suffit, au moyen d'une lime, de pratiquer dans la paroi et sur toute la profondeur du scorificatoire, une ouverture suffisamment large pour permettre le passage de la flamme soufflée de la lampe à paraffine et l'évacuation des scories.

Le scorificatoire ainsi préparé, le mode opératoire suivant doit être employé :

La charge (minerai, flux, plomb) est introduite en totalité ou par parties dans le scorificatoire; ce dernier est placé sur un support en terre réfractaire en l'inclinant légèrement du côté de l'ouverture. La scorification est effectuée à forte flamme oxydante, en laissant les scories formées s'écouler librement au dehors. L'opération est continuée jusqu'à ce que le bouton soit réduit à la dimension d'un grain de millet. Il est alors dégagé de la scorie et déposé sur une plaque en terre réfractaire. L'action de la flamme est continuée en faisant agir celle-ci tangentiellement au bouton, de façon à le forcer à se déplacer et à abandonner derrière lui sur la plaque la litharge formée.

Pour les minerais d'or et d'argent proprement dits, l'opération est prolongée jusqu'à obtention du bouton de métaux précieux; pour les minerais pauvres, quand le bouton est réduit à la grosseur d'un grain de pavot, il faut achever l'opération sur une petite capsule Le Baillif.

Les boutons d'or et d'argent, visibles à l'œil ou à la loupe, sont, en général, très nets, ronds, et leur diamètre peut être mesuré au microscope au moyen d'un oculaire micrométrique quadrillé.

Cette méthode, outre l'avantage de supprimer les coupelles en cendre d'os, qui sont fragiles et difficiles d'emploi, est d'une exécution beaucoup plus facile et plus rapide que celle employée jusqu'ici.

MINÉRALOGIE. — *La soddite, nouveau minéral radioactif.*
Note de M. ALFRED SCHOEP.

La curite de Kasolo (Katanga, Congo belge) est souvent intimement associée à un minéral de couleur jaune. Les deux minéraux forment des agrégats massifs, cristallins, à grain très fin, auxquels la curite communique une teinte orangée. Ces agrégats sont remplis de filonnets dans lesquels on trouve soit des cristaux de curite brunâtres ou rougeâtres, soit des cristaux jaunes, translucides ou opaques, d'un minéral nouveau dont il est question dans la présente Note.

Ces agrégats renferment parfois de petites masses cristallines, très pures, du nouveau minéral qu'il est aisé d'isoler. Sous cette forme, ce minéral a une couleur jaune terne. Sa dureté est comprise entre 3 et 4. Ses cristaux appartiennent au système rhombique; ils ont rarement plus de quelques centièmes de millimètre. Au microscope, ils apparaissent comme faiblement colorés en jaune lorsqu'on les examine par transparence; quelques-uns ne sont parfaitement translucides que vers les bords et un peu troubles dans la partie centrale. On en trouve qui sont tout à fait opaques et jaunes. Ce qui donne à tous ces cristaux un même aspect, c'est le développement relativement grand des faces du prisme m (110) dont l'angle (110) : ($1\bar{1}0$) est très petit; ce prisme est aplati suivant l'axe a; les seules faces que l'on peut observer au microscope sont celles de ce prisme sur lesquelles les cristaux ont une tendance à se déposer. Ces faces sont striées parallèlement à l'axe c, qui est la direction de n_g.

Le plan des axes optiques est parallèle à (010); il n'a pas été possible de déterminer le signe optique.

A cause de l'uniformité dans la disposition des cristaux sur la lame porte-objet, je n'ai pu mesurer que n_g et n_m. J'ai trouvé

$$1.622 < n_m < 1.654 < n_g < 1.705.$$

Entre les nicols croisés, ces cristaux présentent les couleurs d'interférence en bandes parallèles aux stries des faces du prisme m, ce qui est dû à leur forme en biseau très aigu.

La densité du minéral déterminée sur les portions les plus pures a été trouvée égale à 4,627 à 17°C. Dans le tube fermé le minéral perd de l'eau et donne de l'oxygène; en même temps il change de couleur; de jaune qu'il

était, il devient noir et ne reprend pas sa teinte primitive. La poudre du minéral est jaune pâle; elle est infusible au chalumeau et devient noire.

Le minéral est soluble dans les acides avec formation de silice gélatineuse. La solution est colorée en jaune par l'uranium.

Les analyses ont donné les résultats suivants :

	Analyse 1.	Analyse 2.	Analyse 3.	Analyse 4.	Analyse 5.
Si^2O	7,86	7,88	7,76	»	»
UO^2	85,53	85,13	»	»	»
Fe^2O^3	0,40	»	»	»	»
H^2O	»	»	»	6,12	6,35

Ces différentes analyses ont été faites sur le minéral séché jusqu'à poids constant à 100°. La quantité d'eau qu'il perd dans ces conditions n'est que de 0,56 pour 100.

Les analyses 1, 2, 3 ont été faites sur 0g,500 de matière; les analyses 4 et 5 respectivement sur 0g,3135 et sur 0g,6614.

Les résultats du Tableau qui précède conduisent aux moyennes consignées dans la colonne I du Tableau suivant; la colonne II renferme les chiffres rapportés à 100; la colonne III donne les nombres atomiques trouvés, et la colonne IV ceux que j'ai pris pour établir la formule du minéral.

	I.	II.	III.	IV.
SiO^2	7,83	7,87	0,131	0,125
UO^3	85,33	85,85	0,299	0,300
H^2O	6,23	6,26	0,347	0,350

Cette composition peut s'exprimer par la formule

$$12UO^3.5SiO^2.14H^2O$$

qui correspond aux teneurs calculées suivantes :

$SiO^2 = 7,50$ pour 100; $UO^3 = 86,10$ pour 100; $H^2O = 6,30$ pour 100.

La radioactivité du minéral est en rapport avec sa teneur élevée en uranium.

C'est une espèce minérale nouvelle.

Je propose de lui donner le nom de *Soddite*, en la dédiant à Frédéric S oddy.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Éruptions volcaniques sous-marines profondes.* Note (¹) de M. J. THOULET.

A la suite de l'analyse d'environ 120 échantillons de fonds sous-marins récoltés, entre 600^{m} et 6000^{m}, par le Prince de Monaco pendant ses nombreuses campagnes, dans la région éminemment volcanique des îles du Cap Vert, des Canaries et surtout des Açores, j'ai pu constater un certain nombre de particularités caractéristiques des éruptions sous-marines profondes.

Les échantillons recueillis au tube Buchanan ont la forme de boudins cylindriques de 25^{mm} de diamètre, sur une longueur variable qui atteint rarement une quarantaine de centimètres. Généralement leur structure est sensiblement homogène dans toute leur longueur et ils sont constitués par de la vase à globigérines ordinaire. Dans le voisinage immédiat des évents volcaniques, on en observe de structure hétérogène avec intercalations d'une ou plusieurs couches, tantôt planes et régulières, épaisses de quelques millimètres à 2^{cm} ou 3^{cm}, tantôt très irrégulières (et ordinairement alors plus épaisses), de matériaux volcaniques de divers degrés de finesse, tantôt constituées uniquement par les plus gros éléments des vases à globigérines, tantôt au contraire par de très fines particules d'une vase argilo-calcaire.

Ces variations permettent de juger de l'agitation plus ou moins grande des eaux qui ont laissé déposer sur le sol ces sédiments.

Les échantillons hétérogènes sont peu nombreux, 7 sur 120; ceux à couches irrégulières sont les plus rares, preuve de la grande localisation des éruptions. On n'en a, en réalité, trouvé qu'un seul remarquablement caractérisé dans la fosse de l'Hirondelle, énorme cratère dont la dimension est à peine inférieure à celle du lac Léman, près de l'île São-Miguel des Açores au voisinage de laquelle, au siècle dernier, apparut et disparut l'île de Sabrina.

Le cataclysme sous-marin se produit brusquement. Au-dessous de 730^{m} de profondeur, correspondant à la pression critique de l'acide carbonique, ce gaz se diffuse immédiatement dans l'eau ambiante. Les matières solides en fusion subissent un étonnement qui les réduit en particules très menues; celles-ci, après s'être élevées quelque peu, retombent presque aussitôt en pluie à très courte distance des orifices d'éjection. Nulle part elles ne

(¹) Séance du 3 avril 1922.

doivent apparaître en roche massive, car jamais le tube Buchanan, en laiton, n'a été signalé comme revenu vide et mâchuré, ce qui aurait eu lieu infailliblement s'il avait heurté une roche dure. Le sol meuble n'a été remué que sur un espace très restreint et le trouble même des eaux a été modéré et peu durable, les poussières fines s'étant à peu près immédiatement déposées sous la double influence de la pression exercée par les eaux et de leur salure.

Il est douteux qu'il se soit établi de véritables courants offrant une certaine permanence. Il semble ne s'être produit qu'un choc soudain donnant naissance tout au contact du sol à une sorte de houle avec trajectoire circulaire sur place des molécules liquides toute différente des vagues forcées de la surface qui sous l'action du vent prennent un mouvement de translation horizontale.

Les effets ressentis à la surface de la mer par un navire passant au-dessus de l'épicentre ont été souvent décrits. Ils sont assez peu marqués et bien des fois, surtout si l'éruption est d'origine profonde, ils demeurent inaperçus et sont confondus avec l'agitation habituelle des flots. Le seul effet lointain, et qui peut même être très lointain, consiste dans cette houle de fond qui produit les raz de marée, les *tsunamis* du Japon dont ils ravagent les côtes. Il a lieu là où le sol sous-marin se transforme en sol subaérien, sur les rivages directement opposés aux centres de secousse et dont aucun obstacle continental ne les sépare.

Si l'on joint par une ligne droite l'embouchure de la Loire au cap Finisterre d'Espagne, cette droite prolongée passe non loin de l'archipel des Açores. Or, entre l'entrée de la Manche et l'embouchure de la Loire, au-dessus de cette ligne, les lames de fond, raz de marée, etc., ne sont que trop souvent la cause de sinistres parmi nos pêcheurs bretons. Au-dessous de la ligne, les côtes françaises plus méridionales et les côtes nord de l'Espagne protégées par la masse de la Péninsule Ibérique sont exemptes de cette calamité à laquelle au contraire sont exposées les côtes du Portugal (tremblement de terre de Lisbonne de 1755). Il se pourrait qu'il en fût de même sur les côtes marocaines où ces phénomènes doivent, plus souvent qu'on ne pense, venir superposer leurs effets à ceux du ressac continu sur les rivages atlantiques de l'Afrique.

L'étude microscopique des échantillons permet de découvrir bien des conditions qui ont certainement présidé à leur genèse ; elle confirme ou précise bien des hypothèses résultant d'autres indices. C'est ainsi, par exemple, que le mélange intime de produits volcaniques très différents

entre eux de nature et de densité, de sables lourds, de magmas basaltiques, d'obsidiennes compactes, de fragments diversement volumineux de ponces bulleuses ou filamenteuses ayant évidemment fait partie d'une même pluie de cendres, montre que cette pluie ne s'est pas élevée très haut et qu'elle est retombée presque immédiatement en masse. S'il en eût été autrement, il est évident qu'un triage aurait été effectué par la montée et la descente à travers l'eau. Il est enfin une preuve de la faible agitation relative des eaux ambiantes; le mélange indiquerait en même temps la communauté d'origine de ces déjections et la diversité infinie des conditions physiques régnantes pendant la courte durée du phénomène.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Rosacées. Les premiers stades du développement de l'embryon chez le* Geum urbanum *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. L. Guignard.

Chez le *Geum urbanum*, l'embryon se développe selon des règles simples, assez constantes et très différentes de celles qui ont été observées chez les autres Angiospermes. On retrouve, dans ce nouveau type de développement, au stade octocellulaire, une épiphyse comparable à celle qui a été rencontrée chez le *Myosotis hispida* Schlecht. ([1]), mais ne possédant nullement la même origine.

L'oospore se segmente transversalement pour donner deux cellules superposées *ca* et *cb* (*fig.* 1). La cellule basale, *cb*, se divise peu après par une nouvelle paroi transversale en deux éléments *m* et *ci* (*fig.* 2). La cellule apicale, *ca*, se sépare ensuite par une cloison oblique en deux éléments, *a* et *b*, d'aspect très dissemblable (*fig* 3 et 4). Ainsi se trouve constituée une tétrade proembryonnaire ne différant de celle que l'on rencontre dans la grande majorité des cas que par la direction oblique de la paroi séparant les deux cellules supérieures juxtaposées.

Aux stades suivants, par bipartition de chacun des éléments de la tétrade, prend naissance un proembryon octocellulaire: la cellule *m* se divise tout d'abord par une paroi verticale méridienne (*fig.* 5); plus tard, la cellule inférieure, *ci*, se sépare par une paroi transversale en deux éléments superposés *n* et *n'* (*fig.* 7 et 8). Dans *a* et *b*, les directions des divisions sont, comme dans les deux cellules précédentes, nettement perpendiculaires l'une sur l'autre : la paroi de segmentation se dispose verticalement dans *b*, obliquement dans *a* (*fig.* 6 et 7).

([1]) R. Souèges, *Embryogénie des Boragacées. Les premiers termes du développement de l'embryon chez le* Myosotis hispida *Schlecht.* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 726) ; *Les derniers stades du développement* (*Ibid.*, p. 848).

Les quatre noyaux issus de ces deux dernières cinèses viennent occuper les quatre sommets d'un tétraèdre s'appuyant par l'une de ses faces sur la paroi horizontale limitant supérieurement l'étage *m*. Au sommet du proembryon apparaît ainsi une cellule, *e*, rappelant, par les processus de division qui lui ont donné naissance, par sa disposition et par son rôle histogénique, la cellule épiphysaire que l'on a déjà rencontrée chez le *Myosotis hispida*. C'est cette cellule, en effet, qui engendre, au sommet du proembryon, le groupe cellulaire dont dérive le cône végétatif de la tige.

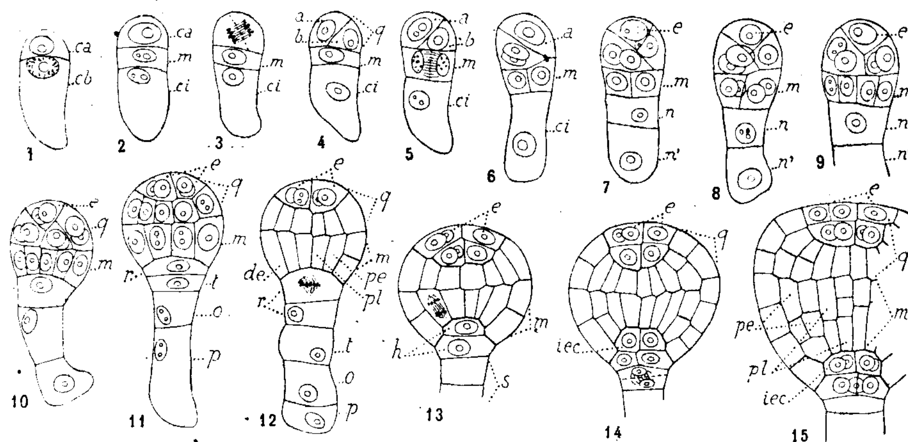


Fig. 1 à 15. *Geum urbanum* L. — Les principaux stades du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m*, cellule intermédiaire de la tétrade ou étage du proembryon engendrant l'hypocotyle; *ci*, cellule inférieure de la tétrade; *q*, étage supérieur du proembryon donnant naissance à la partie cotylée; *a* et *b*, les deux cellules supérieures juxtaposées de la tétrade; *e*, épiphyse; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*, représentant les deux étages inférieurs du proembryon octocellulaire; *r* et *t*, cellules-filles de *n*; *o* et *p*, cellules-filles de *n'*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *h*, hypophyse; *s*, suspenseur proprement dit; *iec*, initiales de l'écorce au sommet radiculaire. Gr. : 350.

L'épiphyse du *Geum urbanum* diffère toutefois essentiellement de celle du *Myosotis hispida* par son origine. Chez cette dernière plante, elle est une unité de quatrième génération; elle est issue d'une cellule petite-fille de la cellule apicale du proembryon bicellulaire et, si l'on veut lui trouver son homologue dans les autres types de développement, par exemple chez le *Myosurus minimus* ou le *Capsella Bursa-pastoris*, on doit la considérer comme correspondant à l'un des quatre octants dont se compose, chez ces plantes, l'étage supérieur *l*. Chez le *Geum urbanum*, l'épiphyse est une unité de troisième génération; elle est engendrée par la cellule-fille de la cellule apicale du proembryon bicellulaire, et son homologue, chez le *Myosurus minimus* ou le *Capsella Bursa-pastoris*, serait l'un des éléments désignés ordinairement sous le nom de quadrants. Il n'y a rien, chez le *Geum urbanum*, qui puisse correspondre aux octants; les deux étages supérieurs *l* et *l'* du proembryon que l'on observe chez la plupart des espèces ne se différencient pas. A cet égard, cette forme embryonnaire peut être rapprochée du *Senecio vulgaris* ou de l'*Urtica pilulifera;* comme chez ces deux dernières espèces, en outre, l'hypocotyle et les initiales du

cylindre central au sommet radiculaire tirent leur origine de l'étage *m* du proembryon; mais là s'arrêtent les analogies.

Au terme de la troisième génération (*fig.* 7), le proembryon du *Geum urbanum* se trouve composé de huit éléments, nettement distribués en quatre étages : *q*, *m*, *n* et *n'*. Les destinées de ces quatre étages peuvent être indiquées dès maintenant : l'étage *q* donne naissance à la partie cotylée et au cône végétatif de la tige; l'étage *m* engendre la partie hypocotylée et les initiales du cylindre central au sommet radiculaire ; aux dépens de *n* se différencient quelques éléments du suspenseur proprement dit et une hypophyse semblable à celle que l'on observe chez le *Capsella Bursa-pastoris*, c'est-à-dire s'individualisant de la même manière et donnant également les initiales de l'écorce au sommet radiculaire et la portion centrale de la coiffe; enfin, aux dépens de *n'*, se constitue la portion inférieure du suspenseur.

BOTANIQUE. — *Le mycélium à boucles chez les Ascomycètes.* Note de M. et M^me **Fernand Moreau**, présentée par M. L. Guignard.

La présence de boucles ou anses chez les Champignons, sur le flanc des hyphes, au niveau des cloisons transversales, est considérée généralement comme caractéristique des Basidiomycètes et comme un critérium utilisable pour distinguer les Ascomycètes des Basidiomycètes. Or, nous venons de rencontrer chez un Ascomycète des formations identiques aux anses des Basidiomycètes.

Nous les avons observées chez le Champignon d'un Lichen, le *Parmelia Acetabulum*. Elles sont strictement localisées sur le trajet de certains hyphes ascogènes qui cheminent à la base des paraphyses et se redressent à l'extrémité pour former des asques.

Les hyphes ascogènes du *Parmelia Acetabulum* proviennent du développement d'un ascogone enroulé, cloisonné, aux cellules uninucléées, parfois prolongé par un trichogyne de même structure, mais dressé vers la surface du thalle et pouvant faire légèrement saillie au dehors. On accorde à cet ascogone une fécondation par une spermatie par l'intermédiaire du trichogyne [1]. En fait, nous avons vu le trichogyne se flétrir sans que l'ascogone nous ait paru avoir reçu une telle fécondation et sans que sa structure

---

[1] E. Baur, *Die Anlage und Entwickelung einiger Flechten apothecien* (*Flora*, Bd. 88, 1901, p. 320).

semble modifiée. Ce n'est que plus tard que les hyphes ascogènes issus de la ramification de l'ascogone, et d'abord à cellules uninucléées, acquièrent la structure binucléée. Seuls les hyphes ascogènes à cellules binucléées possèdent des anses sur le côté.

Ces anses se présentent exactement comme celles des mycéliums à boucles, également à cellules binucléées, des Basidiomycètes, dont Kniep (¹) et Mlle Bensaude (²) ont fait connaître d'une manière précise l'origine et la structure. On les trouve au niveau des cloisons transversales des hyphes et elles présentent, comme celles des Basidiomycètes, une cloison dans leur région la plus proche de l'extrémité en voie de croissance du mycélium. Elles se font sur le flanc de la cellule terminale d'un hyphe au moment où elle se divise.

Après un certain nombre de divisions successives de la cellule terminale, accompagnées de boucles, la formation d'une nouvelle boucle est le prélude de la production d'un asque.

A la naissance d'un asque la cellule terminale d'un hyphe ascogène voit se faire dans sa région moyenne une saillie qui se prolonge en un bec recourbé vers la base du filament; une cloison apparaît un peu au-dessous de la naissance du bec au travers de l'hyphe; une autre se fait à la base du bec. Ces cloisons séparent trois cellules : une cellule terminale binucléée, une cellule subterminale uninucléée, le bec uninucléé. Souvent le bec s'anastomose par son extrémité avec la cellule subterminale, y déverse son noyau, la rend par suite binucléée. Il se fait alors une boucle qui ne diffère pas des boucles ordinaires. La cellule terminale devient un asque, siège d'une fusion nucléaire; l'asque est dans ce cas la dernière cellule d'une chaîne de dikaryocytes. Dans d'autres cas il n'y a pas fusion entre la cellule du bec et la cellule subterminale. La cellule terminale binucléée devenant un asque, celui-ci repose sur une cellule uninucléée et reste flanqué, près de sa base, de la cellule du bec, uninucléée. L'extrémité du filament ascogène présente alors l'aspect décrit par Dangeard (³) sous le nom de crochet ascogène. La formation de l'asque « en crochet » se présente, chez le

---

(¹) H. Kniep, *Beiträge zur Kenntniss der Hymenomyceten* III. *Ueber die Konjugierten Teilungen und die phylogenetische Bedeutung der Schnallenbildungen* (*Zeits. f. Bot.*, Bd 7, A. 6, 1915, p. 369-398).

(²) Mlle M. Bensaude, *Recherches sur le cycle évolutif et la sexualité chez les Basidiomycètes* (*Thèses sc.*, Paris, 1918).

(³) P.-A. Dangeard, *La reproduction sexuelle des Ascomycètes* (*Le Botaniste*, 4e série, 1894, p. 21-58).

Parmelia Acetabulum, comme une déviation légère de la formation d'une boucle sur le flanc d'un mycélium à cellules binucléées, ou comme la production d'une boucle momentanément inachevée.

Mac Cubbin [1], Brown [2], Claussen [3] avaient présenté comme des anomalies de la production des asques « en crochet » des cas de fusion de la cellule dite *terminale* du crochet avec la cellule dite *antépénultième* du crochet, nous dirons de la cellule du bec et de la cellule subterminale de l'hyphe ascogène; c'est en réalité la production d'une boucle ordinaire, à la naissance d'un asque, qu'ils avaient sous les yeux.

Kniep, Mlle Bensaude avaient déjà suggéré le rapprochement des boucles des Basidiomycètes et des crochets des Ascomycètes et admis l'homologie des deux formations. La rencontre de boucles sur le trajet d'hyphes ascogènes nous permet de dire qu'il y a non seulement homologie entre la formation d'une boucle et la naissance d'un « crochet ascogène », mais que les deux phénomènes sont essentiellement identiques.

Nous avons donc observé chez un Ascomycète, le Champignon du *Parmelia Acetabulum*, la présence d'hyphes ascogènes dont les dernières ramifications sont à cellules binucléées et présentent sur leur flanc des boucles identiques à celles des mycéliums, également à cellules binucléées, des Basidiomycètes. L'asque n'est que la cellule terminale d'une chaîne de dikaryocytes; la cloison qui le sépare de la cellule voisine s'accompagne d'une anse, comme toutes les cloisons du mycélium ascogène à cellules binucléées, et l'apparence du « crochet ascogène » est due à une légère modification de la production d'une anse ou à l'observation d'une anse encore incomplètement formée.

Ces faits, en identifiant la formation des asques avec celle de certaines basides pourvues d'une boucle à leur base, en montrant que les mycéliums à dikaryocytes des Ascomycètes offrent des boucles comme ceux des Basidiomycètes, c'est-à-dire possèdent avec eux le même mode de croissance et de division, attestent l'homologie parfaite des phases binucléées dans ces deux groupes et autorisent leur rapprochement phylétique.

---

(1) W.-A. Mac Cubbin, *Development of the Helvellineæ*. I. *Helvella elastica* (*Bot. gaz.*, t. 49, 1910, p. 195-206).

(2) H. Brown, *The development of the ascocarp of* Leotia (*Bot. gaz.*, t. 50, 1910, p. 443); *The development of the ascocarp of* Lachnea scutellata (*Bot. gaz.*, t. 52, 1911, p. 275).

(3) P. Claussen, *Zur Entwickelungsgeschichte der Ascomyceten*, Pyronema confluens (*Zeits. f. Bot.*, Bd 4, 1912, p. 1-64).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence du sélénium et du radium sur la germination des grains.* Note de M. J. **Stoklasa**, présentée par M. L. Maquenne.

On ne s'est aucunement préoccupé jusqu'ici de la présence possible du sélénium ou de ses combinaisons dans l'atmosphère et dans le sol. A la suite d'expériences en date de 1906, j'ai pu établir que ce corps existe dans les émanations volcaniques, ainsi que dans les fumées résultant de la combustion de la houille ou des pyrites, et conséquemment dans l'air. D'ailleurs il tend à s'accumuler dans le sol, par suite de l'emploi comme engrais du superphosphate et du sulfate d'ammoniaque, fabriqués avec de l'acide sulfurique sélénifère, enfin, éventuellement, par oxydation lente de la pyrite, aidée d'influences microbiennes.

On sait combien le sélénium est sensible à l'action de la lumière, qui modifie sa conductibilité électrique; il était par suite intéressant de voir comment ses composés oxygénés ou, ce qui revient au même, les sels qu'il forme avec les bases vulgaires, agissent sur la germination et ultérieurement sur la synthèse végétale en présence ou en l'absence de lumière, avec ou sans radioactivité.

I. Toutes les expériences qui suivent ont été faites à la température de 23°-25°, à la lumière; elles ont porté sur six espèces différentes : *Hordeum distichum*, *Triticum vulgare*, *Secale cereale*, *Avena sativa*, *Vicia faba* et *Polygonum fagopyrum*, cultivées en présence de sélénite Na^2SeO^3 ou de séléniate Na^2SeO^4 de sodium.

Sous la forme de sélénite, le sélénium se montre déjà vénéneux à la dilution de 10^{-6} P.M., soit un millionième d'atome de sélénium; aux doses plus fortes de 5.10^{-6}, 7.10^{-6} et 10^{-5} P.M., la toxicité augmente et avec 5.10^{-5} la faculté germinative de l'orge et du sarrasin est fortement amoindrie. Avec 10^{-4} elle est encore plus faible et à la concentration de 5.10^{-4} P.M., que nous n'avons pas cru utile de dépasser, la plupart des embryons sont tués par le sélénite de sodium.

Le séléniate se comporte tout autrement : à la dose de 10^{-6} P.M., il agit très favorablement sur la faculté et l'énergie germinatives; en quantité cinq fois plus forte il est encore inoffensif, et il faut élever la dose jusqu'à 7.10^{-6} pour voir apparaître un commencement d'action nuisible. Cette action s'accentue davantage avec 6.10^{-5} et à la concentration

de 5.10^{-4} P. M. le séléniate de sodium devient fortement toxique; en tout cas, il l'est moins que le sélénite (1).

II. Nous avons déjà fait connaître l'influence favorable qu'exercent les eaux naturellement ou rendues artificiellement radioactives sur le processus de germination (2).

Les expériences qui suivent ont été effectuées à la lumière, à la température de 23°-25° et sous l'influence d'une radioactivité égale à 30 M.E. agissant en 12 heures sur 100^g de graines supposées sèches. L'action ayant été le plus souvent prolongée pendant 144 heures, les semences ont ainsi supporté une dose de radioactivité équivalente à

$$360 \text{ M.E.} = 144360.10^{-12} = 0^{mg},000144$$

de radium. Sans sélénium les résultats ont été les suivants; les chiffres indiquent le nombre des germinations observées sur 100 :

	Sans émanation.		Avec émanation.
	En 72h.	En 144h.	En 72h.
Hordeum distichum	36	99	97
Secale cereale	37	99	82
Triticum vulgare	35	98	70
Avena sativa	36	98	83
Vicia faba	69	95	99
Polygonum fagopyrum	42	96	98

On voit que, ainsi que nous l'avions reconnu antérieurement, l'énergie germinative est considérablement accrue par l'eau chargée d'émanation; pour déterminer maintenant l'influence de la radioactivité sur la toxicité du sélénium, nous avons employé celui-ci à dose défavorable, c'est-à-dire à une concentration au moins égale à 5.10^{-5} de poids atomique, sous la forme de sélénite de sodium, auquel on ajoutait chaque jour de l'eau radioactive à 30 M. E. Le Tableau suivant indique le nombre des germinations obtenues comparativement avec de l'eau distillée inactive et de l'eau chargée d'émanation.

(1) Ce fait est à rapprocher de l'influence comparée de l'acide sulfureux et de l'acide sulfurique et, si l'on se rappelle que les sels ferreux sont plus nocifs que les sels ferriques, on pourrait peut-être conclure de là que la toxicité des différentes combinaisons qu'un même corps peut former avec l'oxygène est en raison inverse de leur degré d'oxydation. — L. M.

(2) STOKLASA, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1096; *Strahlentherapie*, Band 1, 1914.

Concentration	0,00005 P. M.			0,0001 P. M.			0,0005 P. M.	
	Sans émanation.	Avec émanation.		Sans émanation.	Avec émanation.		Sans éman.	Avec éman.
	110h.	110h.	144h.	110h.	110h.	144h.	110h.	110h.
Hord. dist.	28	85	89	29	83	90	31	72
Trit. vulg.	39	72	90	36	74	92	32	70
Secale cer.	39	75	92	33	72	88	34	68
Avena sat.	36	68	92	34	71	93	33	65
Vicia faba	32	79	90	35	78	88	32	74
Polyg. fagop. .	30	80	93	30	82	90	26	73

Il résulte de là que la radioactivité paralyse l'effet nuisible du sélénite de sodium. On pourrait supposer que sous son influence ce sel est oxydé et transformé en séléniate moins vénéneux; cependant nous avons reconnu que la même action antitoxique s'exerce sur le séléniate, employé à plus forte dose. C'est ce que montre nettement le Tableau suivant; la radioactivité mise en œuvre correspondait comme ci-dessus à 30 M.E. par jour; dans la dernière expérience elle s'élevait au total à 360 M.E., soit à $0^{mg},000144$ de radium pour 100 de matière végétale sèche.

Na^2SeO^4. *Concentration* 10^{-3} P.M.

	Sans émanation.	Avec émanation.	
	En 110h.	En 110h.	En 144h.
Hordeum distichum	43	88	92
Triticum vulgare	48	86	90
Secale cereale	47	78	94
Avena sativa	49	80	93
Vicia faba	42	90	94
Polygonum fagopyrum	46	86	95

En résumé, nous pouvons conclure de ce qui précède que la faculté et l'énergie germinatives des grains sont grandement favorisées par la radioactivité du milieu, qui neutralise en majeure partie les effets toxiques du sélénium, tant sous la forme de sélénites qu'à l'état de séléniates alcalins. C'est là un fait curieux qui nous paraît de haute importance et dont nous nous proposons de poursuivre l'étude.

CYTOLOGIE. — *Sur la présence intra-nucléolaire du centrosome.* Note de M. R. Argaud, présentée par M. Henneguy.

L'incertitude qui plane encore sur l'origine protoplasmique ou nucléaire du centrosome paraît résulter, comme on l'a dit souvent, plutôt d'une technique électivement insuffisante que d'une existence peut-être contingente et transitoire.

Mais, alors même qu'on lui accorde, suivant la tendance actuelle, la valeur d'un protoplasma supérieur, on ne saurait chasser de la pensée cette image obsédante du balancement inéluctable entre son apparition dans le protoplasma actif et la disparition simultanée du nucléole dans le noyau.

On est ainsi tenté, malgré tout ce qui fut écrit, de chercher, avec Lavdowski, l'origine du centrosome dans le nucléole.

On sait, en effet, que le nucléole peut émigrer dans le protoplasma (Montgomery). Ne renfermerait-il pas le centrosome et ne l'entraînerait-il pas avec lui hors du noyau?

C'est, en tout cas, une hypothèse séduisante.

L'observation cytologique suivante a précisément trait à la possibilité d'une semblable conjecture; elle porte sur un myélome de la mamelle, chez l'homme, tumeur dont la partie centrale dégénérée était entourée d'une coque épaisse en pleine activité génétique.

Les préparations colorées par la méthode de Heidenhain, mais après un mordançage de 48 heures dans l'alun de fer à 8 pour 100, montrent des détails structuraux particulièrement curieux.

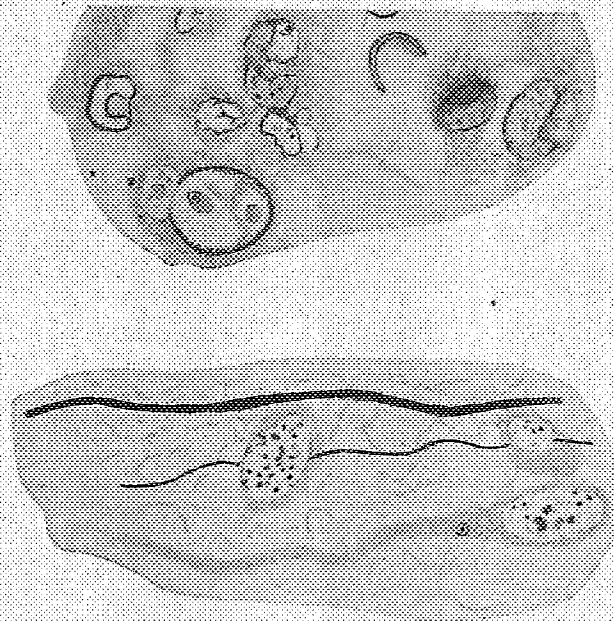
Dans quelques cellules nécrobiotiques, la chromatine effritée vient se tasser à la face profonde de la membrane nucléaire qu'elle souligne d'un large liséré foncé.

Par contre, le ou les nucléoles, hypertrophiés, apparaissent en plein développement au sein d'énormes vacuoles nucléaires. Certains renferment, et c'est le point qui nous intéresse tout spécialement, un petit corps arrondi, légèrement limité par une ligne colorée comme la chromatine et contenant, en outre, un petit grain également teinté.

Malgré leur aspect de centrosome, un doute pourrait naître sur la véritable signification de ces corps intra-nucléolaires. On pourrait se demander s'il ne s'agirait pas simplement des petits nucléolini de Heidenhain.

L'examen des portions histogènes de la tumeur vient lever toute indécision.

Dans quelques cellules dont le protoplasma fibro-plastique élabore de longs prolongements qui s'insinuent entre des fibres récemment formées, le nucléole disparaît du noyau, mais, en revanche, le même objet à l'aspect de centrosome décrit plus haut a quitté, lui aussi, le noyau et s'est logé en plein protoplasma, à la base de la partie fibro-plastique, en pleine zone dynamique par conséquent.



Deux régions d'une coupe pratiquée dans un myélome de la mamelle de l'homme. Le dessin supérieur montre, dans un noyau pycnotique, un centrosome intra-nucléolaire. Dans le dessin inférieur, le centrosome a quitté le noyau et s'est placé à la base d'une longue fibre protoplasmique.
Oc. 6. Zeiss; im. $\frac{1}{15}$ Stiassnie.

Si le nucléole devient alors invisible, c'est probablement parce qu'il se confond avec le protoplasma dont il se rapproche sensiblement par ses principaux caractères. D'ailleurs, les sphères attractives pourraient très bien n'avoir d'autre origine que la substance nucléaire elle-même.

Cette observation nous paraît intéressante à plusieurs titres :

Elle indique tout d'abord l'indépendance absolue du nucléole qui peut s'hypertrophier et révéler avec une grande précision les détails les plus

délicats de sa structure, alors que le noyau pycnotique s'effrite et devient flou.

Elle explique, en outre, l'alternance topographique du nucléole et du centrosome dans une même espèce cellulaire envisagée tour à tour à l'état quiescent et à l'état dynamique, comme aussi l'exclusivité apparente de l'un ou de l'autre de ces deux objets dans les familles extrêmes du monde végétal, exclusivité encore généralement acceptée.

Au moment d'envoyer cette Note, nous prenons seulement connaissance du travail de Georgevitch : *Sur l'origine du centrosome et la formation du fuseau chez* Stypocaulon scoparium.

Nous sommes heureux de constater la vérification, chez les végétaux inférieurs, de l'origine nucléolaire du centrosome que nous venons d'observer chez l'homme.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Vaccination antityphoïdique par scarifications.* Note de MM. Auguste Lumière et Jean Chevrotier, présentée par M. Roux.

A la suite d'expériences de laboratoires qui démontraient la possibilité d'immuniser des animaux en leur faisant ingérer des substances vaccinales, nous avons été les premiers, il y a huit ans, à proposer un procédé de vaccination antityphoïdique empruntant la voie gastro-intestinale (1).

En nous attachant à cette méthode, notre but était d'éviter les inconvénients des injections hypodermiques du vaccin qui s'accompagnent, comme on le sait, de réactions plus ou moins vives et parfois même d'accidents d'une certaine gravité; grâce à l'entérovaccination, on pouvait, en outre, faire bénéficier de l'immunisation les sujets chez lesquels les inoculations sous-cutanées étaient contre-indiquées.

Bien qu'aucun fait précis n'ait été opposé à nos observations, notre méthode ne fut point accueillie favorablement par tous les biologistes, quelques-uns d'entre eux considérant *a priori* comme irréalisable l'immunisation dans les conditions de vaccination que nous avions indiquées. Ces vues de l'esprit ont reçu depuis, le démenti de la pratique et plusieurs expérimentateurs ont apporté récemment à l'appui de notre thèse, des faits

(1) Auguste Lumière et Jean Chevrotier, *Sur la vaccination antityphique par voie gastro-intestinale* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 197).

confirmatifs certains. Mais, en attendant que la vérité se soit dégagée des recherches qui ne manqueront pas d'être poursuivies dans ce domaine, nous avons pensé que l'administration du vaccin par scarifications permettrait peut-être aussi de réaliser l'immunité contre les infections eberthiennes et paratyphiques.

A cet effet, nous avons préparé des cultures sur agar, en fioles de Roux, de bacilles d'Eberth et de bacilles paratyphiques A et B; après 36 heures d'étuve à 37°, nous avons ajouté à ces cultures de l'eau distillée stérilisée, puis recueilli aseptiquement l'émulsion microbienne qui a ensuite été chauffée à 60° pendant 2 heures, en agitant fréquemment.

Après centrifugation, le culot a été mélangé à de la glycérine stérilisée dans la proportion d'une partie de bouillie microbienne pour vingt parties de glycérine, de façon à avoir cinq milliards de microorganismes par centimètre cube.

Des cobayes ayant été rasés sur l'un des flancs, et la peau aseptisée par savonnage et lavage à l'éther, on a pratiqué deux scarifications au niveau de la région ainsi préparée.

Ces scarifications ont été répétées à plusieurs reprises à quatre jours d'intervalle, et en nombre de fois variable suivant les lots d'animaux mis en expérience.

Cinq jours après la dernière scarification, on a administré à des cobayes témoins, non vaccinés, d'abord une injection sous cutanée d'eau salée à 10 pour 100, puis aussitôt après $2^{cm^3},5$ d'une culture virulente de bacille d'Eberth et de bacilles paratyphiques A et B. Tous sont morts, en moins de 24 heures, d'infection suraiguë.

Les animaux chez lesquels dix scarifications avaient été pratiquées, ont survécu 48 heures à ce traitement; ceux qui avaient reçu onze scarifications n'ont succombé qu'au bout de trois à cinq jours, et enfin, à partir de douze scarifications, l'immunisation a été suffisante pour que tous les cobayes vaccinés survivent à l'injection massive qui avait été rapidement fatale chez les témoins.

De nouvelles expériences sont en cours pour déterminer d'une façon plus précise les conditions de l'immunisation, notamment le temps nécessaire à sa réalisation, sa durée, les doses à employer, ainsi que les variations qui peuvent survenir dans la résistance des sujets à l'infection, au fur et à mesure que l'on s'éloigne du moment où ils ont été vaccinés, etc.

Les scarifications ne s'accompagnent d'aucun phénomène réactionnel particulier en dehors de celui qui résulte du traumatisme insignifiant causé par toute érosion de la peau.

A la suite de ce traitement, le sérum des animaux ne paraît par acquérir

de propriétés agglutinantes bien appréciables pour les cultures des microorganismes utilisés, malgré le haut degré d'immunité obtenu.

La méthode des scarifications dont l'efficacité ne fait plus, depuis longtemps, aucun doute lorsqu'elle est appliquée contre la variole, semble dépourvue de tout danger dans le cas de la vaccination antityphoïdique; elle serait par suite mieux acceptée par certains sujets qui redoutent les injections et leurs conséquences, et permettrait d'immuniser ceux chez lesquels des lésions cardiaques, rénales ou autres, contre-indiquent l'emploi du procédé usuel, et en attendant tout au moins que l'entérovaccination ait pu être réhabilitée.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Quelques résultats acquis par la méthode des élevages aseptiques :* I. *Scorbut expérimental;* II. *Infection cholérique du cobaye aseptique.* Note de MM. **Cohendy** et **E. Wollman**, présentée par M. Roux.

Dans une Note antérieure ([1]), nous avons rapporté les premiers résultats de nos recherches établissant que les cobayes aseptiques se développaient aussi bien ou même mieux que leurs témoins nourris avec des aliments stérilisés. Ces recherches ont été reprises après la guerre avec un dispositif nouveau permettant de manier les animaux et de suivre, par pesée directe, les variations de leur poids. Ce dispositif, que nous décrirons ultérieurement, n'est pas encore entièrement au point, et des contaminations plus ou moins tardives se sont produites dans la plupart des cas. Toutefois, étant données la lenteur et la difficulté de ces expériences, nous voudrions, dès maintenant, signaler deux points intéressants qu'elles ont permis d'établir.

Le premier a trait au scorbut expérimental, le second à l'infection cholérique chez le cobaye aseptique ou contaminé par un seul germe (*staphylocoque*, *β. mesentericus*).

I. Dès nos expériences de 1914 nous avions observé, dans quelques cas, aussi bien chez des cobayes aseptiques que chez leurs témoins nourris avec des aliments stérilisés, de l'affaissement et de la parésie du train postérieur. Or les recherches de Holst nous ont appris que de tels accidents (dus aux hémorragies, aux fractures spontanées) étaient caractéristiques du scorbut

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1283. Le travail détaillé annoncé dans cette Note n'a pas paru par suite de la guerre.

expérimental du cobaye. Nous avons donc, dans nos nouvelles recherches, porté l'attention sur ce point et nous avons retrouvé chez nos cobayes aseptiques ou tardivement contaminés d'autres signes notés par Holst : relâchement des molaires, fragilité osseuse ([1]). Ces faits permettent de faire définitivement justice des théories qui assignent au scorbut une origine microbienne. Nul doute qu'il n'en soit de même pour le béri-béri expérimental (polynévrite aviaire), car les accidents décrits par Schottelius chez ses poussins aseptiques ne sont autre chose que des manifestations de cette avitaminose.

Si la méthode des élevages aseptiques permet de préciser la notion de certaines avitaminoses en permettant d'exclure toute participation des microorganismes, elle profite à son tour des données récentes sur les vitamines. C'est ainsi que nous avons pu, tout récemment, obtenir pour la première fois une augmentation de poids de 80 pour 100 chez un cobaye aseptique (contaminé vers le 18ᵉ jour) en ajoutant du jus d'orange stérilisé et de l'autolysat de levure à l'alimentation employée jusqu'ici.

II. Les petits cobayes aseptiques (ou contaminés par un seul germe : *staphylocoque*, *β. mesentericus*) auxquels on fait ingérer, à l'âge de 10 à 15 jours, une ou deux cultures de vibrion cholérique, présentent à leur mort (6 à 9 jours après l'ingestion) un tableau plus ou moins caractéristique : intestin grêle très hyperhémié, cæcum rempli de liquide. Le sang, ainsi que le contenu du tube digestif dans toute son étendue, donnent une culture riche de vibrions : on en constate, du reste, l'extrême abondance à l'examen direct du contenu intestinal.

Il en est tout autrement des témoins non aseptiques nourris avec des aliments stérilisés. Ici les vibrions ingérés disparaissent en 48 et même en 24 heures, de sorte qu'on ne peut plus les mettre en évidence par ensemencement sur bouillon peptoné ou sur gélose. Même lorsque de tels témoins meurent de scorbut ([2]) dans les quelques jours qui suivent l'infection, l'ensemencement du contenu intestinal et du sang reste négatif.

Cette différence dans la façon de se comporter de cobayes aseptiques (ou contaminés d'un seul germe : *staphylocoque*, *mesentericus*) et de leurs témoins pourvus d'une flore intestinale abondante et variée s'explique-t-elle

---

([1]) L'étude histologique des lésions sera publiée ultérieurement.

([2]) Nous ne voulons pas, pour le moment, préjuger des causes de cette mort, les conditions de nos expériences ne permettant pas d'exclure le scorbut expérimental.

par l'action antagoniste de celle-ci, comme le croyait Metchnikoff (¹)? Ou bien faut-il, étant donnés les résultats récents de Sanarelli (²), penser à une action indirecte de cette flore intestinale qui rendrait la muqueuse plus imperméable?

Quoi qu'il en soit, il semble qu'on puisse écarter, à la suite de nos observations, l'idée d'après laquelle l'impossibilité de produire l'infection cholérique chez les lapins à partir d'un certain âge, ainsi que chez les cobayes nouveau-nés, tiendrait à « la plus forte résistance que les parois intestinales acquièrent avec l'âge » chez les premiers, à l'imperméabilité de ces parois dès le début chez les seconds (Sanarelli). Nos petits cobayes, même âgés de 3 semaines, succombent, en effet, avec des vibrions abondants dans le contenu intestinal et dans le sang.

BOTANIQUE. — *Sur l'origine du* Spartina Townsendi *et sur son rôle dans la fixation des vases marines.* Note (³) de MM. **L. Corbière** et **Aug. Chevalier**, présentée par M. L. Mangin.

Le genre *Spartina* Schreb., de la famille des Graminées, renferme une quinzaine d'espèces, pour la plupart américaines. Quatre sont connues sur les côtes d'Europe : *S. stricta* Roth., *S. alterniflora* Lois., *S. juncea* Willd. et *S. Townsendi* Groves; mais elles vivent aussi sur les côtes d'Amérique, et il n'est pas douteux que les trois dernières au moins ont été importées du Nouveau Monde.

En Amérique septentrionale, ces quatre espèces végètent d'une manière presque identique sur les vases salées et elles constituent une formation spéciale, le *Spartinetum* (⁴), qui, au delà de la zone occupée par les Salicornes, s'avance souvent jusque dans la mer.

Comme les palétuviers des régions tropicales, les *Spartina* sont des agents puissants de colmatage. L'espèce qui fait l'objet de cette Note en constitue un exemple remarquable pour les côtes de France.

Le *S. Townsendi* fut découvert en 1879 à Hythe dans la baie de Southampton, à

(¹) *Ann. Inst. Pasteur*, t. 8, 1894, p. 529.
(²) *Ibid.*, t. 34 et 35.
(³) Séance du 3 avril 1922.
(⁴) Warming, *Œcology of Plants*, p. 231.

proximité des S. *stricta* et S. *alterniflora*, et signalé en 1881 par les frères J. et H. Groves qui le décrivirent comme espèce nouvelle autonome. Sa présence fut constatée ensuite en plusieurs points des côtes sud de l'Angleterre et à l'île de Wight. Lord Montagu de Beaulieu suggéra que cette graminée avait été apportée de l'Argentine; mais O. Stapf, conservateur de l'herbier de Kew, ayant repris en 1908 l'étude du *S. Townsendi*, a rejeté l'idée d'une provenance étrangère et voit dans cette plante le résultat d'une hybridation de *S. alterniflora* et *S. stricta*. C'est aussi l'opinion de M. Rouy, qui, dans sa Flore de France, place *S. Townsendi* à côté de *S. Neyrauti* Foucaud, tout en les différenciant. Ce dernier, *Spartina*, trouvé par M. Neyraut en 1885 dans le golfe de Gascogne à l'embouchure de la Bidassoa, a été décrit dès l'origine comme un hybride de *S. alterniflora* et *S. stricta*.

Pour la première fois en France, le *S. Townsendi* fut observé par l'un de nous, en septembre 1906, sur la commune de Brévands (Manche), aux bords du canal de Carentan et à l'embouchure de la Vire. A cette époque il n'offrait que quelques touffes espacées, peu nombreuses, mélangées, aux bords de la Vire seulement, à des colonies de *S. stricta* beaucoup plus étendues.

Par la suite, le *S. Townsendi* a été découvert en plusieurs localités du littoral français : à Réville, Morsalines et Saint-Vaast-la-Hougue (Manche); à Sallenelles (Calvados) à l'embouchure de l'Orne; à Tancarville (Seine-inférieure) à l'embouchure de la Seine; à l'embouchure de l'Elorn près de Brest; à Hendaye, dans les Basses-Pyrénées.

Sur tous ces points, il a été considéré jusqu'à présent comme une plante rare et clairsemée. Telle était aussi notre croyance lorsque, le 29 septembre 1921, nous entreprîmes en commun une herborisation aux environs de Brévands, afin de récolter des échantillons vivants de *S. Townsendi* et d'examiner cette plante relativement à son hybridité supposée. Bientôt notre surprise fut extrême en constatant la prodigieuse extension prise, en quinze années à peine, par ce *Spartina*. Il occupe aujourd'hui de grands espaces dans la baie des Veys, principalement la région au nord des polders, comprise entre les deux embouchures de la Taute et de la Vire, où il s'avance dans la mer dans la direction de Grandcamp, sur une étendue de 3^{km} à 4^{km} de long et au moins 2^{km} de large.

Plus d'un millier d'hectares sont densément envahis par cette espèce, à l'exclusion de toute autre, et elle gagne de plus en plus vers la mer. Du côté des terres, au contraire, elle se rabougrit là où la vase s'affermit par suite de l'exhaussement du sol, et graduellement elle cède la place à d'autres plantes, telles que *Glyceria maritima*, *Suæda*, *Salicornia*, etc. Presque partout, elle a fait disparaître sa congénère *S. stricta*.

S. Townsendi constitue un moyen de colmatage extrêmement puissant, et il nous semble que s'il apparaissait ou était introduit dans la baie du Mont Saint-Michel, il aurait vite occupé toutes les vases meubles de cette région.

Au fond de la baie des Veys il est, à marée haute, complètement submergé par les eaux de la mer; c'est à peine si, çà et là, apparaissent les extrémités des chaumes.

Spartina Tonwnsendi a un pollen bien constitué et donne, à l'automne, des graines en abondance, qui germent facilement.

Par son mode d'envahissement et par sa fécondité, le *S. Townsendi* ne se comporte point comme un hybride, et nous pouvons d'autant moins admettre l'origine qui lui est attribuée par MM. Stapf et Rouy que l'un des parents supposés, le *S. alterniflora*, n'existe pas sur les côtes normandes.

Effectivement, l'un de nous, en comparant le *S. Townsendi* avec les divers *Spartina* existant dans l'Herbier du Muséum de Paris, a constaté que cette plante avait les plus grands rapports avec le *S. glabra* Muhlb. Elle offre notamment une extrême ressemblance avec les spécimens de l'Herbier de Jussieu étiquetés « *S. glabra* Amér. Sept. (Torrey, 1834) » et ceux de l'Herbier V. Jacquemont « Long Island (Cooper, 1824) ». On observe la même robustesse de la plante, les mêmes feuilles, les mêmes épis et en aussi grand nombre (3 à 12), les épillets ont même forme et mêmes dimensions, mais ils sont glabres dans la plante de Torrey et de Cooper. Toutefois, dans sa Monographie des *Spartina* d'Amérique, E. D. Merrill [1] a décrit un *S. glabra* Muhlb. var. *pilosa* Merill, à qui il a donné comme synonyme *S. stricta* Auct. Amer. (non Roth) = *S. stricta maritima* Scribn., qui a les épillets velus et dont la description correspond de tous points avec celle de *Townsendi*. Cette variété vit sur la côte Atlantique, de la Pensylvanie à la Floride.

En comparant à ces mêmes plantes le *S. Neyrauti* Fouc. du golfe de Gascogne, on constate qu'il est tout à fait identique au *S. Townsendi* et par conséquent à la plante d'Amérique.

En résumé *S. Townsendi* et *S. Neyrauti* désignent une même plante. Ce n'est nullement un hybride né sur les côtes d'Europe, mais c'est une plante importée de la côte Atlantique de l'Amérique du Nord, le *S. glabra* Muhlb. var. *pilosa* Merril = *S. alterniflora* Lois. var. *pilosa* (Merrill) Hitchcock [2].

---

[1] E. D. MERRILL, *The North American Species of Spartina* (*U. S. Department Agric. Bur. Pl. Industry*, Bull. n° 9, 1902).

[2] A. S. HITCHCOCK, *The genera of grasses of the United States* (*U. S. Department Agric.*, Bull. n° 772, 1920). Pour les auteurs américains, *S. glabra* et *S. alterniflora* ne forment qu'une seule espèce subdivisée en plusieurs variétés.

Son appellation, d'après les règles de la nomenclature, doit être désormais : *S. glabra* Muhlb. var. *Townsendi* (Groves) Nobis.

Son introduction accidentelle a été, à certains égards, un événement heureux, puisque, grâce à son pouvoir colmatant, plusieurs milliers d'hectares ne tarderont pas à être gagnés sur la mer dans la baie des Veys. Nous avons constaté également que cette plante constituait un fourrage brouté avec satisfaction par les bovins. Enfin, en Amérique, les *Spartina* sont regardés comme une source possible de pâte à papier.

M. R. Goudey adresse une Note intitulée : *La marche des pendules et l'agitation microsismique.*

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 27 mars 1922.)

Note de M. *Georges Giraud*, Sur les équations non linéaires aux dérivées partielles du second ordre du type elliptique :

Page 853, ligne 12, *au lieu de* hypothèse, *lire* hypersphère.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mars 1922 (*suite et fin*).

Jac. Berzelius. Lettres, publiées au nom de l'Académie royale des Sciences de Suède, par H.-G. Söderbaum. Tome VIII : *Correspondance entre Berzelius et Wilhelm Hisinger* (1804-1842). Uppsala, Almquist et Wiksells, 1921; 1 vol. 23cm.

Le principe de la relativité et la théorie de la gravitation, par Jean Becquerel. Paris, Gauthier-Villars, 1922; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Émile Borel.)

Les poissons des eaux douces de l'Afrique du Nord française : Maroc, Algérie, Tunisie, Sahara, par Jacques Pellegrin. Paris, Émile Larose, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

Nova Caledonia. *Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux îles Loyalty : Botanique*, par Hans Schinz et A. Guillaumin. Vol. I, Livre III. Berlin et Wiesbaden, C. W. Kreidel's, 1921; 1 vol. 29cm. (Présenté par M. le Prince Bonaparte.)

Les régions polaires pendant la guerre, par Charles Rabot, précédées des *Rapports sur les récentes expéditions norvégiennes au Spitsberg* (1919-1921), par Adolf Hoel. Paris, Delagrave, 1922; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Société de Chimie physique. *Recueil des Procès-verbaux des Communications scientifiques faites devant la Société depuis le* 8 *décembre* 1909 *jusqu'au* 24 *juin* 1914. Paris, Hermann, 1920; 1 vol. 22cm. (Présenté par M. Urbain.)

Gnomonique ou Traité théorique et pratique de la construction des cadrans solaires, suivi de tables auxiliaires relatives aux cadrans et aux calendriers, par G. Bigourdan. Paris, Gauthier-Villars, 1922; 1 vol. 23cm.

L'espace et le temps, par Émile Borel. Paris, Félix Alcan, 1921; 1 vol. 19cm.

The Danish ingolf-expedition. Vol V, Part 9. *Actiniaria*, par Oskar Carlgren. Copenhague, Hagerup, 1921; 1 vol. 33cm,5.

Nouvelle géographie universelle, par Ernest Granger. Première Partie. Paris, Hachette, s. d.; 1 vol. 31cm.

Ministère des régions libérées. Reconstitution foncière et cadastre. *Emploi de la photographie aérienne aux levés cadastraux et aux levés géographiques*. Rapport sur les études techniques effectuées en 1919 et 1920, sous la direction de M.-H. Roussilhe. Paris, Hallu, 1921; 1 vol. 32cm. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 AVRIL 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie des invariants intégraux.* Note de M. E. GOURSAT.

Dans un Ouvrage récent, *Leçons sur les invariants intégraux,* M. Cartan a fait d'intéressantes applications à la Mécanique de certains invariants intégraux qu'il appelle *complets*, et où le temps t figure non seulement dans les coefficients, mais aussi par sa différentielle dt sous le signe d'intégration. Il a montré comment de tout invariant intégral absolu, au sens de H. Poincaré, on peut déduire un invariant complet, et inversement. Au premier abord, le procédé de M. Cartan paraît absolument distinct des différentes méthodes indiquées par H. Poincaré, et qui permettent de déduire, d'un ou plusieurs invariants intégraux connus, de nouveaux invariants. Mais un examen plus attentif permet de montrer que le procédé de M. Cartan est équivalent en réalité à une combinaison des méthodes de H. Poincaré.

1. Je rappellerai d'abord quelques résultats biens connus. Soit

$$\frac{dx_1}{X_1} = \ldots = \frac{dx_n}{X_n} = dt \tag{1}$$

un système d'équations différentielles, dont les dénominateurs ne renferment pas le temps t, et soit $I_p = \int \omega$ un invariant intégral de ce système, où ω est une forme *symbolique* de différentielles (forme *extérieure* de M. Cartan),

$$\omega = \Sigma A_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_p} dx_{\alpha_1} \ldots dx_{\alpha_p},$$

dont les coefficients ne dépendent pas de t. Différents passages des Mémoires de H. Poincaré ont conduit à une méthode générale permettant de déduire

de l'invariant I_p un invariant intégral d'ordre $p-1$, $I_{p-1}=\int \omega_1$, où ω_1 est une autre forme symbolique de degré $p-1$, qui se déduit de ω en remplaçant successivement dans chaque terme une des différentielles dx_i qui y figurent par X_i et multipliant ensuite le coefficient par ± 1, suivant la place de la différentielle dx_i.

J'ai appelé opération (E) l'opération par laquelle on passe de l'invariant absolu I_p à l'invariant I_{p-1}. Les invariants I_{p-1} ainsi obtenus ne sont pas quelconques; ce sont aussi des invariants intégraux pour tous les systèmes différentiels que l'on obtient en remplaçant, dans les équations (1), dt par $\lambda(x_1, \ldots, x_n)\,dt$, quelle que soit la fonction $\lambda(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Si y_1, $y_2, \ldots, y_{n-1}$ sont $n-1$ intégrales premières, indépendantes de t, du système (1), la forme ω_1 s'exprime uniquement au moyen de $y_1, \ldots, y_{n-1}$, $dy_1, \ldots, dy_{n-1}$. C'est ce que M. Cartan appelle une *forme différentielle invariante* du système (1).

Supposons maintenant que les dénominateurs X_i, et les coefficients de la faune ω, ou du moins quelques-uns, puissent renfermer t. Considérons le système auxiliaire à $n+1$ inconnues

$$(2) \qquad \frac{dx_1}{\overline{X}_1} = \frac{dx_2}{\overline{X}_2} = \ldots = \frac{dx_n}{\overline{X}_n} = \frac{dx_{n+1}}{1} = dt,$$

où $\overline{X}_i$ désigne la fonction X_i, où l'on a remplacé t par x_{n+1}, et soit de même Ω la forme symbolique qui se déduit de ω en remplaçant t par x_{n+1} dans les coefficients. Si l'intégrale $I_p=\int \omega$ est un invariant intégral par le système (1), on vérifie aisément que $I_{p+1}=\int \Omega\,dx_{n+1}$ est un invariant intégral pour le système (2), car les deux systèmes de conditions sont identiques. L'opération (E), appliquée à cet invariant intégral I_{p+1}, conduit à un nouvel invariant d'ordre p, qui est identique à l'invariant complet de M. Cartan, quand on y remplace x_{n+1} et dx_{n+1} par t et dt respectivement.

2. La méthode s'applique aussi aux invariants relatifs. Si $J_p=\int \omega$ est un invariant relatif, au sens de H. Poincaré, des équations (1), $\int \Omega' dx_{n+1}$ est un invariant absolu du système (2). L'opération (E), appliquée à cet invariant, conduit à un nouvel invariant d'ordre $p+1$, $\int \Omega'_1$, où Ω'_1 est la forme dérivée d'une autre forme symbolique Ω_1 de degré p. L'intégrale $\int \Omega_1$

est alors un invariant relatif du système (2), et, en y remplaçant x_{n+1} et dx_{n+1} par t et dt respectivement, on obtient un invariant relatif complet du système (1). C'est ainsi que l'invariant linéaire relatif complet de M. Cartan peut se déduire de l'invariant relatif de H. Poincaré $\Sigma p_i dq_i$.

ENTOMOLOGIE. — *La métamorphose des femelles et l'hypermétamorphose des mâles chez les Coccides du groupe des Margarodes.* Note de M. **Paul Marchal.**

Giard et Valéry Mayet ont attiré l'attention sur les curieuses particularités que présentent les transformations des Margarodes et en particulier du *Margarodes vitium* Gd., vivant au Chili sur les racines de la vigne. Depuis, plusieurs auteurs, tels que Green et Silvestri, ont, pour d'autres espèces, apporté des contributions diverses à l'histoire de ces Insectes.

On sait que la femelle adulte qui rappelle superficiellement, par la forme générale de son corps et la pilosité de ses téguments, certaines larves de Lamellicornes, est surtout caractérisée par l'absence complète de bouche et par la conformation des pattes de la première paire, qui sont adaptées pour fouir et transformées en griffes puissantes.

Elles pondent des œufs en s'entourant d'une masse filamenteuse sécrétée par des glandes cutanées, et de ces œufs naissent des larves primaires hexapodes, très différentes des adultes, et qui paraissent assez variables suivant les espèces.

Les stades successifs qui conduisent jusqu'à la femelle adulte n'ont été suivis que d'une façon incomplète. On sait pourtant que la plus grande partie de la vie des Margarodes se passe sous une forme apode et sphérique à cuticule épaissie, qui prend place entre la première larve hexapode et la forme femelle adulte également hexapode. C'est sous cette forme apode, rappelant l'aspect d'une pilule, que la Cochenille grandit, fixée aux racines des végétaux par ses soies rostrales. Elle est alors entourée d'une enveloppe blanche et nacrée, formée d'écailles sécrétées par l'Insecte et des mues qu'il abandonne au cours de sa croissance ([1]).

C'est à cette enveloppe d'aspect nacré, dont l'origine et la nature sont encore imparfaitement connues, que les Margarodes, souvent appelés *perles de terre*, doivent le nom sous lequel on les désigne.

([1]) A. Giard, *Troisième Note sur les Margarodes* (*C. R. Soc. Biol.*, t. 46, 1894, p. 710).

D'après Giard, lorsque la larve qui se trouve à l'intérieur de cette enveloppe et qu'il appelle *larve-pupe* est arrivée à toute sa croissance, l'Insecte passe par un véritable stade nymphal, au cours duquel on peut observer tous les phénomènes d'histolyse et d'histogenèse que l'on constate chez les nymphes des Insectes holométaboles. Sous l'influence de la sécheresse, il peut y avoir, à ce stade, arrêt du métabolisme (anhydrobiose) et l'Insecte, semblable à un véritable kyste, peut suspendre pendant plusieurs années son évolution. En outre, suivant les conditions de nutrition dans lesquelles se trouve la larve-pupe, celle-ci pourrait se transformer en femelle adulte à des tailles très différentes. Certaines femelles de *Margarodes vitium* ne dépasseraient pas 2^{mm}, tandis que d'autres atteindraient 5^{mm} à 8^{mm} de longueur. Souvent on pourrait ainsi trouver des femelles adultes plus petites que certaines larves [1].

Quant au développement du mâle, il est resté jusqu'ici inconnu, chez toutes les espèces décrites de Margarodes.

N'ayant pas observé le développement du *Margarodes vitium*, je ne puis me prononcer sur la nature des phénomènes marquant les dernières phases de la métamorphose chez cette espèce. Mais ce que je puis avancer, c'est que chez une espèce nouvelle, le *Neomargarodes Trabuti* [2], que j'ai

---

[1] A. Giard, *loc. cit.*

[2] Je dois tout le matériel concernant cette espèce à l'obligeance de M. Bois, professeur au Muséum, et du Dr Trabut, directeur du Service botanique à Alger. Ils ont recueilli les premiers échantillons qui m'ont été remis, à El-Arfiane, près de Tougourt, dans le Sud-Algérien, sur une plante désertique, le *Limoniastrum guyonianum*. Depuis, le Dr Trabut me fit des envois réguliers de rameaux de *Limoniastrum* chargés de kystes de Margarodes aux diverses époques de l'année pour me permettre d'en suivre l'évolution. Les kystes encroûtés de sable occupent la base des rameaux et toutes les parties qui sont plus ou moins couvertes de sable amoncelé.

Je donnerai la description sommaire suivante de ce *Margarodidæ* que je rattacherai, tout au moins provisoirement, au genre *Neomargarodes* de Green :

Neomargarodes Trabuti nov. sp.

Male. — Longueur 4^{mm} à 5^{mm}. Coloration générale rosée avec sclérites jaunes ou bruns; yeux composés rouges. Antennes de sept articles, les quatre premiers courts et n'égalant pas ensemble la moitié de la longueur formée par les trois suivants; quatrième d'une longueur à peu près double du troisième et portant du côté ventral un appendice vésiculaire garni de nombreuses et courtes soies sensorielles.

Les cinquième, sixième et septième articles, cylindriques de longueur légèrement croissante; le cinquième et, à un degré moindre, le sixième, se prolongeant légèrement du côté ventral, au-dessous de l'articulation, en s'élargissant graduellement, mais sans constituer des processus lamelleux comparables à ceux que porte sur les mêmes

étudiée sur un abondant matériel recueilli en Algérie, ces phénomènes se passent, sur divers points, d'une façon fort différente.

Chez le *Neomargarodes Trabuti*, on constate, comme chez le *Margarodes vitium* : 1° l'existence d'une larve primaire hexapode; 2° l'existence d'une larve apode kystoïdale entourée d'une enveloppe nacrée, fixée sur la plante par ses soies rostrales et qui s'accroît par succion de la sève; 3° une croissance s'arrêtant à des tailles très différentes de la forme précédente pour permettre la transformation de la larve apode en une forme hexapode pourvue de grosses griffes antérieures fouisseuses et ayant l'aspect larvaire melolonthoïde bien connu des femelles adultes de Margarodes; les petits exemplaires sortant des petits kystes n'ont guère plus de 2^{mm} de long, tandis que les gros exem-

---

articles le type du genre *Neomargarodes* (*N. erythrocephala* Green). Patte antérieure robuste et conformée pour fouir, le tibia, le tarse et la griffe étant fusionnés, de façon à former un puissant crochet terminal. Ailes larges, dépassant l'abdomen en arrière, bord costal assez fortement denté dans sa région médiane. Deux paires de stigmates thoraciques. Huit paires de stigmates abdominaux. Septième segment abdominal portant sur sa région dorsale une fente transversale sur les lèvres de laquelle débouchent des tubes glandulaires (7 à 9 sur la lèvre supérieure, 10 à 12 sur la lèvre inférieure), donnant insertion à de longues baguettes transparentes ayant l'aspect de verre filé; groupées ensemble elles forment une longue aigrette qui émerge de la partie dorsale de l'abdomen et dont la longueur dépasse le double de ce dernier. Appendice copulateur de longueur environ égale à celle de l'abdomen.

Femelle. — Longueur 8^{mm} à 10^{mm}, ovalaire. Téguments garnis de longues soies capillaires et jaunâtres. Antennes courtes de six articles, premier article large tronconique, les cinq suivants de largeur graduellement décroissante; deuxième, troisième et quatrième beaucoup plus larges que longs, et annulaires; quatrième et cinquième un peu plus longs que ceux qui précèdent; le sixième et dernier presque hémisphérique, chaque article portant un cercle de longues soies; yeux rouges punctiformes, en arrière des antennes. Patte antérieure très large; fémur fort et quadrangulaire : griffe très robuste et courte formée par le tibia, le tarse et l'ongle fusionnés, le bord interne étant profondément sinué en forme de S.

Ongles des pattes intermédiaires et des pattes postérieures falciformes, finement acérés, très allongés, de longueur égalant environ quatre fois celle du tarse et à peu près égale à celle du fémur. Deux grands stigmates thoraciques et huit stigmates abdominaux.

Stades évolutifs du mâle. — *Larve du premier stade.* — Très analogue à celle de la femelle (voir ci-après).

Larve du deuxième stade. — Très analogue à celle de la femelle (voir ci-après).

Larve du troisième stade. — Très analogue à la femelle adulte mais de taille plus petite, pas d'orifice sexuel.

Nymphe. — Blanche, avec régions céphalothoracique et abdominale nettement séparées par un étranglement; pattes et antennes bien développées, pattes antérieures

plaires sortant des gros kystes peuvent avoir jusqu'à 9^{mm}. A part la différence de grandeur, ceux de petite taille et ceux de grande taille semblent d'ailleurs identiques et ont les mêmes allures, se déplaçant par un mouvement d'ondulation et de reptation rapide. Mais la succession des phénomènes devient ensuite très différente, suivant qu'il s'agit de la petite forme ou de la grande forme. En effet, tandis que cette dernière est la femelle adulte, la petite forme qui lui est pourtant morphologiquement si semblable n'est que le dernier stade larvaire du mâle. Cette larve mâle gynécoïde, après avoir erré pendant quelque temps, s'ensable ou se réfugie sous un abri, et s'entoure d'une coque filamenteuse dans laquelle elle s'immobilise, puis se transforme en une nymphe pourvue d'antennes, de pattes et de moignons alaires, qui rejette en arrière d'elle la mue larvaire formée par les tégu-

---

fouisseuses dirigées en avant et rapprochées l'une de l'autre en semblant constituer une sorte de rostre. Moignons alaires bien développés sous forme de palettes arrondies à l'extrémité.

STADES ÉVOLUTIFS DE LA FEMELLE. — *Larve de premier stade.* — Antennes de six articles, le dernier le plus long et fortement renflé en massue, tronqué obliquement du côté externe et portant à ce niveau quelques soies et bâtonnets sensoriels. Première patte forte, bien plus courte que les suivantes, hanche très courte, fémur large et quadrangulaire dépassant en longueur l'ensemble des articles suivants, griffe amincie vers la base, élargie et excavée vers l'extrémité. Deuxième et troisième pattes longues et grêles terminées par une longue griffe falciforme, mais faiblement incurvée, mesurant environ les $\frac{2}{3}$ du tarse. Rostre bien développé avec labium placé en avant d'un tentorium large et robuste, soies rostrales décrivant une longue boucle à l'intérieur du corps. Deux très longues soies à l'extrémité postérieure du corps.

Larve du deuxième stade. — Apode et sphérique d'un diamètre de 1^{mm} à 1^{mm},75, entourée d'une coque écailleuse et nacrée, enrobée elle-même de sable agglutiné; coloration d'un marron plus ou moins foncé et cuticule plus ou moins épaisse, suivant le degré d'évolution. Petit rostre conique, soies rostrales longues et bien développées; antennes rudimentaires et représentées par deux petites tubercules portant plusieurs papilles et deux ou trois courtes soies. Taches oculaires d'un rouge foncé, apparentes surtout sur les individus jeunes à cuticule peu teintée. Deux paires de très gros stigmates thoraciques et huit paires de stigmates abdominaux, le diamètre de ces derniers diminuant d'avant en arrière et le dernier voisin de l'anus étant beaucoup plus petit que les autres. Sur la face ventrale, de chaque côté, du deuxième au sixième segments abdominaux, une série de glandes cutanées avec petits cercles chitineux et une glande semblable médiane un peu plus en avant. Sur la ligne médiane dorsale et en arrière, une série de huit petits cercles transparents au niveau desquels la cuticule est amincie.

Larve du troisième stade. — Stade très analogue au précédent dont il est séparé par une mue, mais de taille plus forte, le diamètre pouvant atteindre 6^{mm}. Glandes ciripares des vestibules stigmatiques plus nombreuses.

ments épaissis du stade précédent. La nymphe se transforme ensuite, probablement au moyen de deux mues successives, en Insecte ailé.

Le mâle adulte, pourvu lui-même de pattes fouisseuses, s'accouple avec la femelle beaucoup plus volumineuse que lui, tantôt à la surface du sol, tantôt à une faible profondeur dans le sable qu'il déplace rapidement avec ses griffes antérieures. Les femelles fécondées s'ensablent définitivement et, s'entourant d'une sécrétion filamenteuse, pondent un amas d'œufs blancs et ovoïdes.

Il résulte de ce qui précède que les Margarodes mâles et femelles passent identiquement par les trois formes adaptatives suivantes : 1° larve primaire hexapode et migratrice destinée à gagner la plante nourricière; 2° larve apode et kystoïdale consacrée à la croissance et secondairement adaptée à la vie fixée sur le végétal; 3° forme hexapode, astome et fouisseuse d'aspect larvaire mélolonthoïde. Tandis que la femelle est néoténique et arrête son évolution à cette forme larvaire, le mâle continue à évoluer pour arriver après deux ou trois autres mues à la forme ailée, en réalisant un exemple remarquable d'hypermétamorphose.

L'hypermétamorphose des Margarodes est caractérisée d'un côté par le trimorphisme larvaire qui vient d'être décrit, d'un autre côté par deux phases d'arrêt de l'activité extérieure, qui permettent la constitution de nouveaux organes et l'élimination de ceux qui deviennent hors d'usage (pièces buccales, etc.), ces phénomènes paraissant toutefois se manifester d'une façon moins complète que chez les Insectes des ordres holométaboles ([1]). Le premier arrêt correspond à la fin du deuxième stade, lorsque l'Insecte cesse de se nourrir avec ses soies rostrales et qu'à son intérieur va se constituer la larve mélolonthoïde fouisseuse d'aspect extérieur semblable à la femelle adulte. Cet arrêt, au cours duquel l'Insecte se trouve dans les conditions d'un véritable kyste, se trouve aussi bien dans l'évolution du mâle que dans l'évolution de la femelle ([2]) et tout au moins chez certaines espèces telles que *Margarodes vitium*, il est susceptible en frappant les phé-

---

([1]) Sans avoir fait encore une étude complète des phénomènes internes de la métamorphose chez les Margarodes, j'ai pourtant constaté par la dissection des larves apodes (troisième stade de la femelle) et des femelles adultes que la destruction des organes est beaucoup moins grande que celle qui existerait, d'après Giard, chez les larves similaires (larves-pupes) du *Margarodes vitium*. Le tube digestif, en particulier, persiste en entier, bien que la bouche fasse totalement défaut chez l'adulte.

([2]) Pour la femelle, en raison d'une mue de croissance supplémentaire, il se trouve toutefois reporté à la fin du troisième stade.

nomènes internes du métabolisme, de se prolonger pendant des années sous l'influence de la sécheresse (hypnodie, anhydrobiose). Chez le *Neomargarodes Trabuti*, il m'a paru se confondre avec la période d'hivernation.

Le deuxième arrêt ne se rencontrant que dans l'évolution du mâle correspond à la phase de nymphose des Insectes holométaboles, et est nécessité par la transformation de la larve mélolonthoïde en Insecte ailé.

PHYSIQUE. — *Cheminement capillaire, diffusion et déplacement.* Note de M. **Louis Lumière**.

Lorsqu'on dispose verticalement une bande d'un tissu quelconque, préalablement mouillé, de telle manière que son extrémité supérieure soit repliée et plonge dans une cuvette contenant de l'eau, on constate bientôt que cette eau, qui forme une nappe apparemment continue, chemine dans les interstices capillaires que laissent les fibres entre elles, pour venir finalement se résoudre en gouttelettes à l'extrémité inférieure.

On réalise ainsi une sorte de siphon présentant cette particularité qu'il ne possède aucune enveloppe extérieure.

Le phénomène se manifeste avec toutes les substances poreuses : tissus, papiers, etc., composés de fibres organiques ou minérales et avec tous les liquides susceptibles d'en mouiller les éléments constitutifs.

Ce cheminement, aussi lent qu'on le désire, d'une lame liquide suivant sa surface, m'a semblé susceptible de recevoir diverses applications et l'expérience, ainsi qu'on le verra plus loin, a pleinement justifié cette hypothèse.

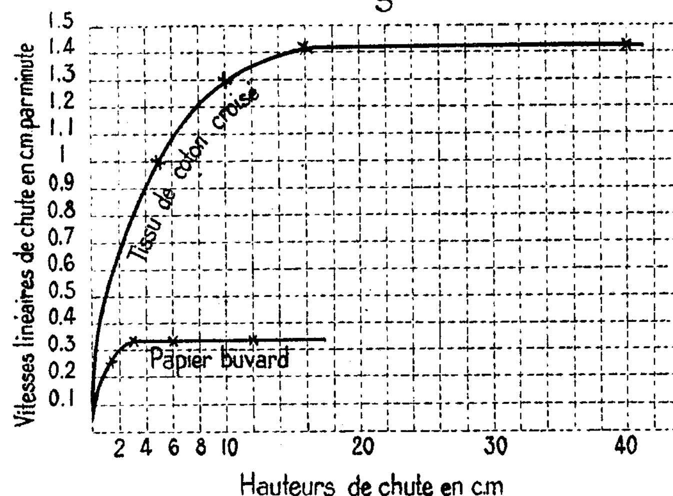
Avant de décrire quelques-unes de ces applications, je crois devoir exposer les résultats de mesures de vitesses d'écoulement qui permettent de préciser, dans de certaines limites, les conditions de fonctionnement de cette sorte de siphon.

Il convient de remarquer que la nature, la finesse et le degré de serrage des fibres du support ainsi que la densité, la viscosité et la tension superficielle du liquide considérés exercent une grande influence sur la vitesse d'écoulement qui est toujours très faible par rapport à celle qui correspondrait à la chute libre.

Le Tableau suivant donne les volumes débités par minute et par centimètre de largeur ainsi que les vitesses linéaires de cheminement en centimètre *par minute*, pour diverses hauteurs de chute, dans le cas d'un tissu de coton croisé particulièrement intéressant et dans celui d'un papier buvard épais, le liquide employé étant de l'eau.

Hauteurs de chute en centimètres.	Volume débité en cm³ par minute et par centimètre de largeur.	Vitesse linéaire en centimètres par minute.
	Tissu de coton croisé. Épaisseur apparente à sec $= 0^{mm},4$.	
cm 5	cm³ 0,045	cm 1
10	0,057	1,3
20	0,061	1,42
40	0,061	1,42
	Papier buvard. Épaisseur apparente à sec $= 0^{mm},3$ (¹).	
1,5	0,02	0,25
3	0,026	0,33
6	0,026	0,33
12	0,026	0,33

Fig. 1



La figure 1 traduit ces résultats sous forme de courbes qui montrent que la vitesse d'écoulement tend à devenir constante à partir d'une hauteur de chute très faible qui est, pratiquement, de 20^{cm} pour le tissu et de 3^{cm} seulement pour le papier buvard employés.

Il n'y aura donc aucun intérêt à dépasser ces valeurs, lorsqu'on utilisera ces substances comme supports de la lame liquide.

(¹) L'épaisseur apparente augmente beaucoup par l'effet du mouillage dans le cas du papier buvard qui subit une sorte de gonflement.

Les vitesses correspondantes en chute libre ($V = \sqrt{2gh}$) seraient respectivement de 198^{cm} et 76^{cm} *par seconde*, c'est-à-dire 8366 et 13818 fois plus grandes.

Applications. — 1° *Élimination des sels solubles retenus par la couche de gélatine des plaques photographiques au cours des manipulations.* — La première tentative d'utilisation se rapporte au lavage des phototypes sur verre au sortir du bain de fixage.

J'ai, dans ce but, construit le dispositif très simple représenté par la figure 2.

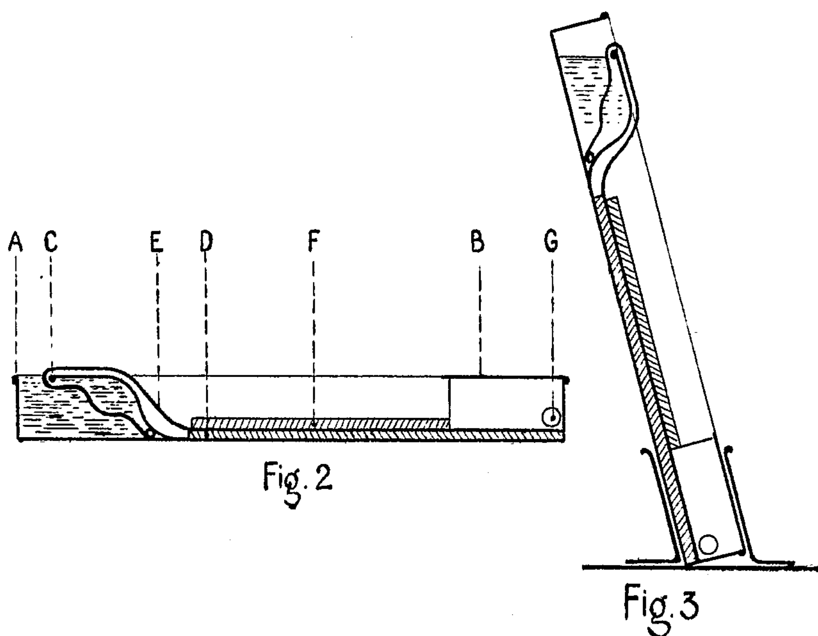


Fig. 2

Fig. 3

Une cuvette métallique A présentant en B un recouvrement est divisée en deux parties par la paroi incurvée C afin de constituer un petit réservoir. Le fond de la cuvette supporte une lame de verre D et une bande de tissu de coton E, assez longue pour plonger jusqu'au fond du réservoir, est appliquée sur toute la surface, comme le montre la figure. Enfin une tubulure G permet le vidage.

Pour utiliser l'appareil, on remplit d'eau le réservoir, puis on applique le phototype à laver F, la couche de gélatine en contact avec le tissu que l'on a pris soin de mouiller préalablement sur toute sa surface. Il convient aussi de laisser une mince couche d'eau sur le fond de la cuvette avant d'y placer la plaque, afin d'éviter l'interposition de bulles d'air. On relève ensuite l'appareil, comme le montre la figure 3. La petite quantité d'eau laissée,

ainsi qu'il vient d'être dit, s'écoule par la tubulure G et la plaque se maintient en place sous l'action de la pression atmosphérique [1].

L'eau du réservoir, siphonnée par le tissu, chemine lentement en une nappe mince qui, par diffusion, se charge de sels retenus par la couche de gélatine et l'on constate que, dans le cas d'une plaque $9^{cm} \times 12^{cm} (S = 108c^2)$, l'élimination des sels est pratiquement complète après 12 à 15 minutes, la consommation d'eau atteignant à peine 30^{cm^3}.

La possibilité d'effectuer le lavage avec une quantité d'eau aussi faible permettra, par l'addition de quelques minimes fragments de glace dans le réservoir, d'opérer à basse température et d'éviter les accidents fréquemment observés pendant l'été.

Il est facile de se rendre compte, *de visu*, du fonctionnement du dispositif en plaçant dans la cuvette une plaque de verre recouverte de gélatine que l'on imprègne d'un liquide coloré n'exerçant pas d'action sur la gélatine. Une solution concentrée de $K^2Cr^2O^7$ est dans ce cas. Après avoir relevé la cuvette ainsi qu'il est exposé plus haut, on voit s'effectuer progressivement la décoloration, et celle-ci devient complète en moins d'un quart d'heure.

2° *Lavage des précipités.* — A la suite de nombreuses expériences, je me suis arrêté au dispositif suivant, qui me semble répondre à tous les desiderata.

Sur une plaque de glace plane A (*fig.* 4), on place une bande B de tissu de coton croisé par exemple, préalablement mouillé, dépassant l'extrémité de la glace d'une longueur de 20^{cm} environ, qu'on laisse pendre verticalement comme le montre la figure. On pose ensuite sur ce tissu, en appuyant un peu, une sorte de cadre C (*fig.* 5) en ébonite, verre ou porcelaine, de 5^{mm} à 10^{mm} d'épaisseur ou plus, même. L'ensemble constitue une cuvette dont le fond est tapissé par le tissu B et dans laquelle on verse le liquide contenant le précipité, puis on étale sur le cadre une deuxième bande de tissu D dont une extrémité plonge dans la cuvette E contenant le liquide de lavage. Le niveau de celui-ci, maintenu constant à l'aide d'un flacon de Mariotte, doit être à 1^{cm} au-dessous du bord de ladite cuvette et à 2^{cm} ou 3^{cm} au-dessus du plan de la surface supérieure du cadre. On fera varier ces hauteurs avec la nature et l'épaisseur du support de la lame liquide de façon que la quantité de liquide apportée en D ne soit jamais supérieure à celle entraînée en B.

---

(1) Celle-ci tend à provoquer, à la surface de la couche, l'empreinte permanente des fibres du tissu. On évitera cette altération superficielle en faisant usage d'un bain de fixage aluné qui durcira la gélatine.

Enfin, on met en place la plaque de glace F (dépolie pour faciliter le mouillage de sa surface), en évitant, autant que possible, d'emprisonner de l'air.

Le précipité se trouve ainsi logé dans une cellule fermée et qui est traversée de haut en bas par un courant très lent provoqué par la succion qui s'exerce du fait du cheminement du liquide dans la bande B. Le liquide

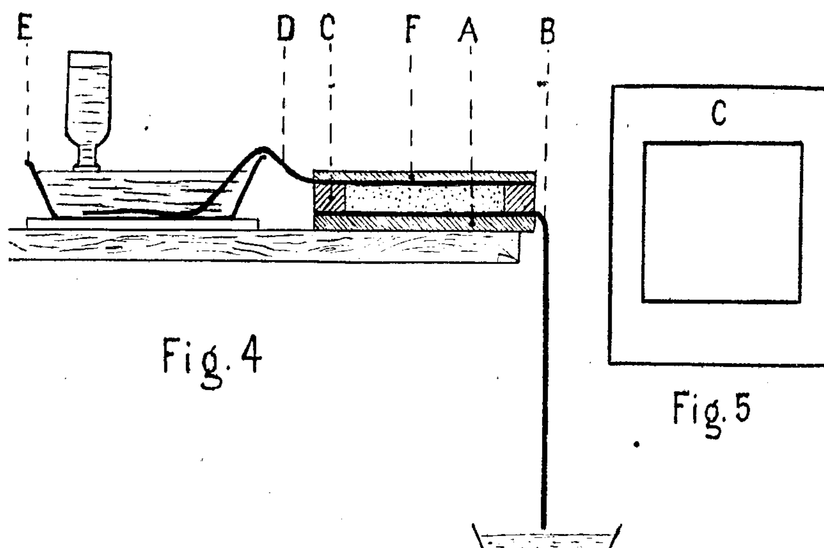


Fig. 4

Fig. 5

venant de D se substitue petit à petit, dans la masse du précipité, à la solution qui contenait les sels solubles à éliminer et, lorsqu'il s'est écoulé un volume correspondant à deux fois environ la capacité de la cellule, le lavage est pratiquement complet.

Il ne reste plus qu'à retirer la glace F et le tissu D pour permettre l'essorage du précipité, le liquide qui l'imprègne étant aspiré assez énergiquement par la nappe B. Après quelques instants, on enlève le cadre C et l'on peut recueillir facilement ce précipité sous forme d'une pâte épaisse.

Le volume de liquide consommé ainsi que la durée de l'opération varient, naturellement, avec la nature du précipité, l'épaisseur et la perméabilité du tissu et la hauteur de chute adoptées.

A titre d'indication, une cellule de $5^{cm} \times 5^{cm}$ et de 1^{cm} de hauteur, soit 25^{cm^3}, permet, au moyen du tissu de coton croisé signalé précédemment, d'obtenir en 1 heure et demie le lavage complet du précipité remplissant ladite cellule et ce, avec une consommation d'eau de 50^{cm^3} environ.

On suivra la marche de l'opération soit en effectuant une réaction de contrôle sur le liquide qui s'écoule à l'extrémité inférieure de la bande B, soit en faisant des touches sur le tissu, au sortir de la cellule, avec une

solution susceptible de donner une réaction colorée, lorsqu'une telle réaction sera possible.

3° *Obtention d'extraits.* — Le dispositif représenté (*fig.* 4) est également applicable à l'extraction, par un solvant approprié, de substances solubles accompagnant une matière solide quelconque. Il convient de remarquer que celle-ci peut être préalablement réduite en poudre très fine, ce qui facilitera l'extraction sans présenter l'inconvénient de troubler la solution recueillie, le cheminement du liquide dans les interstices capillaires de la bande B assurant une excellente filtration.

On réglera la durée de contact par le choix du tissu ou du papier employé ainsi que par la hauteur de chute, c'est-à-dire la longueur de la bande B.

Les quelques exemples qui précèdent montrent l'intérêt économique de la méthode.

Celle-ci est facilement applicable à des opérations industrielles à l'aide d'un matériel très simple, qu'il suffira de modifier pour l'adapter à chaque cas particulier.

Le Prince **Bonaparte** fait hommage à l'Académie du 12e fascicule de ses *Notes Ptéridologiques*, qu'il vient de publier et qui contient un Mémoire de M. **Christensen**, consacré à l'étude d'un groupe de fougères d'Afrique, dit *Microgonium*. Sur les 9 espèces et 3 variétés étudiées, 6 sont nouvelles, ainsi que les 3 variétés; 30 figures accompagnent les descriptions. Les échantillons ont été récoltés à Madagascar par un sagace collecteur M. H. **Perrier de la Bâthie**.

CORRESPONDANCE.

M. **René Baire**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse des remercîments à l'Académie.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces cerclées.* Note [1] de M. E. **Vessiot.**

1. *Invariants différentiels d'une surface cerclée.* — J'ai défini précédemment, pour chaque cercle générateur d'une surface cerclée, deux sphères

---

[1] Séance du 10 avril 1922.

centrales et leurs adjointes, et associé à ce cercle le pentasphère orthogonal Π constitué par ces quatre sphères et par la sphère orthogonale au cercle générateur et au cercle infiniment voisin. J'ai de plus introduit deux variables à caractère invariant, dont l'une, θ, définit les points d'un même cercle générateur; et dont l'autre, σ, qui a pour différentielle l'angle d'un cercle générateur avec le cercle infiniment voisin, définit les cercles de la surface. L'étude de la variation du pentasphère Π, quand la valeur correspondante de σ varie, conduit aux invariants différentiels fondamentaux de la surface.

Pour le montrer, introduisons des coordonnées pentasphériques et des notations vectorielles : toute sphère c, de coordonnées $c_1, c_2, \ldots, c_5$, équivaudra à un vecteur c, de composantes $c_1, c_2, \ldots, c_5$, et l'on supposera

$$c^2 = \sum_k c_k^2 = 1;$$

le cosinus de l'angle de deux sphères c et c' sera égal au produit scalaire $cc' = \sum_k c_k c'_k$. Si ces sphères varient d'une manière continue,

$$dc^2 = \sum_k dc_k^2$$

est le carré de l'angle de c avec la sphère infiniment voisine. Si c et c' sont orthogonales, $c'\,dc = \sum_k c'_k\,dc_k$ est le complément de l'angle que fait avec c' la sphère infiniment voisine de c. C'est ce qu'on peut appeler, pour faciliter le langage, la *rotation propre* (infinitésimale) du couple (c, c'); car, dans le cas où les sphères deviennent des plans, cet élément est égal à la projection orthogonale de la rotation infinitésimale (euclidienne) du dièdre qu'ils forment sur l'arête de ce dièdre.

Soient donc p, p' les sphères centrales, q, q' leurs adjointes, r la sphère orthogonale. La variation infinitésimale du pentasphère Π est définie par un système différentiel (analogue à celui que donnent les *formules de Serret-Frenet*), qui s'écrit, sous forme vectorielle,

$$(\mathrm{S})\quad \begin{cases} \dfrac{dp}{d\sigma} = q\cos k + p'\mathrm{P}, & \dfrac{dp'}{d\sigma} = q'\sin k - p\mathrm{P}, \qquad \dfrac{dr}{d\sigma} = -q\mathrm{R} - q'\mathrm{R}', \\ \dfrac{dq}{d\sigma} = -p\cos k + q'\mathrm{Q} + r\mathrm{R}, & \dfrac{dq'}{d\sigma} = -p'\sin k - q\mathrm{Q} + r\mathrm{R}'. \end{cases}$$

L'invariant k, du premier ordre, a été défini dans ma première Note; les

invariants P, Q, R, R′, du second ordre, sont les vitesses de rotation propre (relatives à σ) des couples (p, p'), (q, q'), (q, r), (q', r).

Tous les invariants différentiels de la surface s'expriment au moyen des *invariants fondamentaux* [1] k, P, Q, R, R′ et de leurs dérivées successives par rapport à σ; et les formules qui donnent ces cinq invariants en fonction de σ sont les *équations intrinsèques* de la surface (S). Ce sont là des conséquences immédiates de l'existence du système. Les surfaces qui correspondent à un même système d'équations intrinsèques (égales entre elles au point de vue conforme) sont fournies par l'intégration de ce système.

Ce système (S) est un *système de Lie*, dont le groupe associé est le groupe orthogonal à cinq variables; on peut en ramener l'intégration à celle d'un système de Lie d'ordre 3, dont le groupe associé est le groupe projectif d'un complexe linéaire. Dans le cas $R = R' = 0$, où les cercles générateurs sont orthogonaux à une sphère fixe, le système (S) se réduit à un système d'ordre 4, dont le groupe associé est le groupe orthogonal à quatre variables, et l'intégration se ramène à celle de deux équations de Riccati [2].

2. *Géométrie sur une surface cerclée.* — Un point m de la surface étant défini par ses coordonnées curvilignes σ, θ, ses coordonnées pentasphériques sont données par la formule vectorielle

$$m = r\, iq \sin\theta + iq' \cos\theta,$$

et la sphère v passant par le cercle générateur, qui est tangente à la surface en ce point, est

$$v = \frac{p \cos\theta \sin k + p' \sin\theta \cos k}{K},$$

avec

$$K^2 = \cos^2\theta \sin^2 k + \sin^2\theta \cos^2 k.$$

Toute la géométrie sur la surface est fondée sur les deux formes quadratiques différentielles dm^2 et $dm\,dv$, dont les expressions sont, en fonction des invariants,

$$dm^2 = -Z^2 - K^2 d\sigma^2,$$

avec

$$Z = H\, d\sigma + d\theta, \qquad H = Q - iR \cos\theta - iR' \sin\theta,$$

$$dm\, dv = \frac{-i}{K}(2 \sin k \cos k\, Z\, d\sigma + L\, d\sigma^2),$$

---

(1) Un autre système d'invariants fondamentaux, mais peu maniable, a été calculé par intégration, au moyen des méthodes de Lie, par M. Basserve, dans sa thèse (Paris, 1915).

(2) J'ai étudé ces questions d'intégration dans une Note des *Comptes rendus* (8 février 1909).

avec

$$L = K^2 P - H \sin k \cos k - \frac{dk}{d\sigma} \sin\theta \cos\theta.$$

La forme dm^2 est proportionnelle au ds^2 de la géométrie euclidienne, qu'elle remplace pour les relations angulaires; en particulier, $Z = 0$ est l'équation différentielle des *trajectoires orthogonales* des cercles générateurs.

La forme $dm\,dv$ s'introduit dans la théorie de la courbure : la formule vectorielle

$$w = \rho m + v, \qquad \text{où} \qquad \rho = -\frac{dm\,dv}{dm^2},$$

définit la *sphère de courbe normale* w, c'est-à-dire celle qui passe en m et a pour centre le centre de courbure normale de la courbe considérée.

La formule qui donne, d'une manière analogue, la *sphère de courbure géodésique* (passant par m et ayant pour centre le centre de courbure géodésique de la courbe) ne fait intervenir que les coefficients de dm^2 et leurs dérivées. Elle se rattache à l'équation des géodésiques de l'élément dm^2.

Le faisceau des sphères dm remplace les plans normaux de la géométrie euclidienne; c'est ainsi que les géodésiques du dm^2 sont les courbes qui, en chacun de leurs points, ont un contact commun du second ordre avec une de ces sphères.

L'équation différentielle des lignes de courbure est

$$\sin k \cos k (Z^2 - K^2\, d\sigma^2) + LZ\, d\sigma = 0.$$

Le premier membre est le numérateur de l'expression Θds, où Θ est la *torsion géodésique;* le dénominateur est $iK^2\sqrt{dm^2}$.

Cet élément $\Theta\, ds$ est, pour toute surface, un invariant conforme, car c'est la rotation propre (infinitésimale) du couple orthogonal formé par la sphère de courbure normale et la sphère de courbure géodésique.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les équations de structure des espaces généralisés et l'expression analytique du tenseur d'Einstein.* Note de **M. E. Cartan**, présentée par M. Hadamard.

Dans quatre Notes récentes [1], j'ai indiqué comment on pouvait étendre la notion habituelle d'espace courbe. Dans le langage des géomètres modernes, l'expression « espace euclidien » désigne un réceptacle de corps

[1] *Comptes rendus*, t. 174, p. 437, 593, 734 et 857.

dits rigides, dont les déplacements forment un certain groupe; un des éléments essentiels de ce groupe est sa *structure*; c'est la loi de composition des déplacements. L'espace non euclidien de Lobatschefsky est de même caractérisé par un groupe, mais de structure différente. Si l'on considère maintenant une surface plongée dans l'espace euclidien, c'est un continuum à deux dimensions sur lequel il n'existe plus de déplacements de corps rigides (à deux dimensions); néanmoins, il est resté à ce continuum une partie, mais une partie seulement, des propriétés infinitésimales de l'espace euclidien : on peut définir la distance de deux points infiniment voisins et l'angle de deux directions issues d'un même point. En passant de l'espace euclidien à la surface, la notion d'espace, *considéré comme support de déplacements se combinant suivant certaines lois*, s'est donc appauvrie et il reste trace de cet appauvrissement dans la notion habituelle d'espace courbe.

M. Levi-Cività, en définissant le transport par parallélisme dans une variété de ds^2 donné, a, au fond, donné un sens à l'expression « translation infiniment petite », permettant ainsi de regarder la variété comme un espace, c'est-à-dire un support de déplacements (infiniment petits); seulement ces déplacements n'engendrent plus un groupe. Si maintenant on définit ces déplacements de la manière la plus générale possible, *le ds^2 n'enferme plus toute la réalité géométrique de l'espace*. Analytiquement, dans l'un et l'autre cas, on peut définir l'espace par ses *équations de structure*.

La structure de l'espace euclidien, c'est la structure du groupe des déplacements euclidiens. Du point de vue de S. Lie, elle s'obtient par la considération des transformations infinitésimales du groupe. Le point de vue que j'ai introduit dans la théorie des groupes continus est différent et peut être présenté ici géométriquement. Imaginons l'ensemble de tous les trièdres trirectangles qui dépendent de six paramètres $x_1, \ldots, x_6$, dont les trois premiers x_1, x_2, x_3 seront les coordonnées (cartésiennes ou curvilignes) de l'origine. On peut passer d'un de ces trièdres (T) à un trièdre infiniment voisin (T') par un déplacement infiniment petit, réductible à une translation et une rotation. Les composantes $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, *suivant les axes du trièdre* (T), de cette translation, et les composantes

$$\omega_{23} = -\omega_{32}, \qquad \omega_{31} = -\omega_{13}, \qquad \omega_{12} = -\omega_{21},$$

suivant les mêmes axes, de la rotation sont, les trois premières, linéaires en dx_1, dx_2, dx_3, les trois dernières linéaires en $dx_1, \ldots, dx_6$, les coefficients des différentielles dépendant eux-mêmes des six variables x_i. Les expressions de Pfaff ω_i, ω_{ij} ne sont pas arbitraires; elles satisfont aux rela-

tions classiques relatives aux déplacements à plusieurs paramètres ([1]), qu'on peut condenser sous la forme suivante :

$$d\omega_i^\delta - \delta\omega_i^d = \sum_k (\omega_k^d \omega_{ki}^\delta - \omega_k^\delta \omega_{ki}^d), \qquad d\omega_{ij}^\delta - \delta\omega_{ij}^d = \sum_k (\omega_{ik}^d \omega_{kj}^\delta - \omega_{ik}^\delta \omega_{kj}^d),$$

(d, δ, symboles de différentiation) ou, plus simplement encore,

$$(1) \qquad \omega_i' = \sum_k [\omega_k \, \omega_{ki}], \qquad \omega_{ij}' = \sum_k [\omega_{ik} \omega_{kj}].$$

Ce sont les équations de structure de l'espace euclidien.

Ces équations peuvent être interprétées géométriquement. Imaginons un contour fermé (C) et une surface (S) limitée par ce contour. Attachons, suivant une loi arbitraire, à chaque point de (S) un trièdre trirectangle (T) dépendant ainsi de deux paramètres. On a alors, d'après (1),

$$(2) \qquad \int_{(C)} \omega_i = \iint_{(S)} \sum_k \omega_k \omega_{ki}, \qquad \int_{(C)} \omega_{ij} = \iint_{(S)} \sum_k \omega_{ik} \omega_{kj};$$

a première formule par exemple indique comment, au moyen d'une intégrale de surface ne faisant intervenir que les composantes du déplacement instantané à deux paramètres du trièdre (T), on peut calculer l'intégrale de la composante ω_1, suivant l'axe des x mobile, de la translation instantanée du trièdre (T); *la structure de l'espace est définie par la loi suivant laquelle interviennent, dans les intégrales de surface, les composantes du déplacement instantané. Il y a groupe parce qu'il n'y a que des coefficients constants.*

Cela posé, dans un espace euclidien *déformé*, on aura, pour les composantes ω_i, ω_{ij}, des déplacements infiniment petits, des formules analogues à (1), mais non identiques. Elles sont modifiées par l'adjonction de termes complémentaires, qui traduiront la divergence entre l'espace considéré et l'espace euclidien. Les équations de structure prendront la forme

$$(1') \qquad \omega_i' = \sum_k [\omega_k \omega_{ki}] + \Omega_i, \qquad \omega_{ij}' = \sum_k [\omega_{ik} \omega_{kj}] + \Omega_{ij},$$

où les Ω_i et les Ω_{ij} sont des éléments d'intégrales doubles :

$$\Omega_i = \sum_{r,s} A_i^{rs} [\omega_r \omega_s], \qquad \Omega_{ij} = \sum_{r,s} A_{ij}^{rs} [\omega_r \omega_s].$$

([1]) Darboux, *Théorie des surfaces*, t. I, p. 49 et 66.

Ce sont les composantes d'une translation et d'une rotation infiniment petites associées à un élément arbitraire à deux dimensions de l'espace; les Ω_i définissent la torsion, les Ω_{ij} la courbure de l'espace. Si le ds^2 est donné, la loi de parallélisme de M. Levi-Civita s'obtient en le décomposant de la manière la plus générale possible en une somme de carrés $\Sigma\omega_i^2$ et en déterminant les $\omega_{ij} = -\omega_{ji}$, *ce qui est toujours possible d'une manière et d'une seule*, par les conditions $\omega'_i = \sum_k [\omega_k \omega_{ki}]$.

Dans le cas général, la loi de conservation s'obtient en écrivant que les intégrales de surface des seconds membres de (2), étendues à une surface fermée (S) limitant un volume (V), sont nulles, ce qui donne

$$(3) \qquad \left\{\begin{aligned} \iint_{(S)} \Omega_i &= \iiint_{(V)} \sum_k (\omega_k \, \Omega_{ki} - \Omega_k \, \omega_{ki}),\\ \iint_{(S)} \Omega_{ij} &= \iiint_{(V)} \sum_k (\omega_{ik} \Omega_{kj} - \Omega_{ik} \omega_{kj}). \end{aligned}\right.$$

Si l'espace est sans torsion, les seconds membres des trois premières formules sont nulles : cela exprime la loi de symétrie du tenseur courbure.

Dans l'Univers d'Einstein, supposé sans torsion, le vecteur qui représente la quantité de mouvement et l'énergie a pour composantes

$$(4) \qquad \Pi_i = \omega_j \Omega_{kl} + \omega_k \Omega_{lj} + \omega_l \Omega_{jk} \qquad (i = 1, 2, 3, 4),$$

les indices i, j, k, l formant une permutation paire des indices 1, 2, 3, 4. *Il est remarquable qu'elles ne font pas intervenir explicitement les coefficients* A_{ij}^{kl} (*symboles de Riemann-Christoffel*) *des formes* Ω_{ij}. La loi de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie se traduit par les formules

$$(5) \qquad \iiint \Pi_i = \iiiint \sum_k \omega_{ik} \Pi_k,$$

où les intégrales des seconds membres sont étendues à un domaine quelconque à quatre dimensions de l'Univers, les intégrales des premiers membres au domaine fermé à trois dimensions limitant le premier.

On conçoit que ce qui a été fait pour le groupe euclidien, dont les équations de structure (1) sont déformées en (1'), *peut se répéter pour n'importe quel groupe, fini ou infini.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la formule d'interpolation de Newton.* Note [1] de M. N.-E. **Nörlund.**

Newton a fait remarquer qu'on peut souvent représenter une fonction $\mathcal{F}(z)$ dont on connaît les valeurs dans les points $z = \omega, 2\omega, 3\omega, \ldots$ par une série de la forme

$$(1) \qquad \mathcal{F}(z) = \sum_{s=0}^{\infty} a_s(z-\omega)(z-2\omega)\ldots(z-s\omega),$$

où les coefficients a_s ne dépendent pas de z. Cette série a été étudiée par MM. Jensen, Bendixson, Pincherle, Landau et Carlson. Soit ω un nombre positif et posons $z = \sigma + i\tau$. On sait que le domaine de convergence de la série est un demi-plan, limité à gauche par une droite parallèle à l'axe imaginaire. Il existe donc un nombre réel λ tel que la série converge si $\sigma > \lambda$, et diverge si $\sigma < \lambda$. L'abscisse de convergence $\lambda = \lambda(\omega)$ dépend du nombre positif ω. Dans une Note précédente [2], j'ai étudié la formule d'interpolation de Stirling. Le calculateur préfère, en général, se servir de la formule de Stirling parce que les premiers termes de cette formule donnent une meilleure approximation que les premiers termes de la formule de Newton. On pourrait donc être tenté de croire que la convergence de la série de Newton devrait entraîner la convergence de la série de Stirling. Mais il n'en est rien. La série de Newton converge dans des cas beaucoup plus étendus que ne le fait la série d'interpolation de Stirling. On démontre que la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction $\mathcal{F}(z)$ se représente par la série (1), c'est qu'elle soit analytique et holomorphe dans un certain demi-plan $\sigma > \lambda$ et y satisfasse à une inégalité de la forme

$$|\mathcal{F}(z)| < e^{k|z|},$$

k étant un nombre positif. Au sujet de la série de Newton, le problème suivant se pose : De quelle manière le domaine de convergence dépend-il de la série des propriétés analytiques de la fonction qu'elle représente? Pour le voir, considérons la fonction $\mathcal{F}(z)$ sur une droite parallèle à l'axe imaginaire et passant par le point σ. En prenant σ suffisamment grand, on sait trouver

---

[1] Séance du 3 avril 1922.

[2] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 919.

un nombre positif k tel que

$$\lim_{\tau=\infty} \mathfrak{F}(\sigma \pm i\tau)\, e^{-k\tau} = 0.$$

Soit ξ la borne inférieure des nombres k pour lesquels cette équation est satisfaite. $\xi = \xi(\sigma)$ est une fonction de σ qu'il s'agit d'étudier. On sait trouver un nombre réel α tel que, pour $\sigma > \alpha + \varepsilon$, la fonction $\mathfrak{F}(z)$ est holomorphe et la fonction $\xi(\sigma)$ est bornée supérieurement, pendant que l'une au moins de ces conditions cesse d'être satisfaite pour $\sigma > \alpha - \varepsilon$, quelque petit que soit le nombre positif ε. En tenant compte d'un théorème dû à MM. Lindelöf [1] et Phragmén, on démontre qu'il existe un nombre positif β tel que, dans l'intervalle $\alpha < \sigma < \beta$, la fonction $\xi(\sigma)$ est positive, décroissante, continue et convexe pendant qu'elle reste constante pour $\sigma \geqq \beta$.

Cela posé, on démontre l'existence d'un nombre positif ω_1 tel que le développement (1) subsiste pour $0 < \omega < \omega_1$, mais non pour $\omega > \omega_1$. Considérons maintenant l'équation

$$\xi(\sigma) = \frac{\pi}{2\omega}. \tag{2}$$

A la valeur ω_1 de ω cette équation fait correspondre une certaine valeur γ de σ. On aura $\alpha \leqq \gamma \leqq \beta$. Quand σ décroît et tend vers α, la fonction $\xi(\sigma)$ tendra vers une limite finie, soit ξ_0, ou elle augmente indéfiniment. Posons dans le premier cas

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2\xi_0}$$

et dans le second cas

$$\omega_0 = 0.$$

A chaque valeur de ω dans l'intervalle $\omega_0 < \omega < \omega_1$ l'équation (2) fait correspondre une et une seule valeur de σ dans l'intervalle $\alpha < \sigma < \gamma$. *Cette valeur de σ est égale à l'abscisse de convergence $\lambda(\omega)$ de la série* (1). La fonction $\lambda(\omega)$ est donc entièrement déterminée par l'équation

$$\xi[\lambda(\omega)] = \frac{\pi}{2\omega}.$$

Des propriétés de la fonction ξ on conclut que $\lambda(\omega)$ est une fonction continue et croissante à l'intérieur de l'intervalle $\omega_0 < \omega < \omega_1$. Mais elle est discontinue dans le point ω_1. On aura en général $\lambda(\omega_1) > \gamma$ et il arrive

---

[1] *Acta mathematica*, t. 31, 1908, p. 381-406.

que $\lambda(\omega_1)$ est infiniment grande. Par conséquent, quand ω décroît en partant du point ω_1, l'abscisse de convergence $\lambda(\omega)$ fait d'abord un saut brusque, puis elle décroît continuellement jusqu'à ce que ω arrive dans le point ω_0, enfin elle reste constante et égale à α dans l'intervalle $0 < \omega \leqq \omega_0$. Si $\omega_0 = 0$ l'abscisse de convergence décroît toujours vers α sans atteindre cette limite pour aucune valeur positive de ω.

Considérons, à titre d'exemple, la fonction entière

$$\mathfrak{F}(z) = e^{x^2}\int_x^{\infty} e^{-t^2}\,dt,$$

où $x = \frac{1}{2} z \sqrt{i}$. On a ici $\alpha = -\infty$ et l'on démontre que $\lambda(\omega) = -\frac{\pi}{\omega}$.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les correspondances ponctuelles de deux surfaces et sur une classe de surfaces analogues aux surfaces isothermiques.* Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. Goursat.

1. Dans trois Notes précédentes (¹) j'ai étudié, sur deux surfaces S et S_1, diverses correspondances ponctuelles suggérées par les formes quadratiques Σdx^2, $\Sigma dc\,dx$, Σdc^2 ou, si l'on préfère, par les trois réseaux : lignes de longueur nulle, lignes asymptotiques, courbes de contact des cylindres circonscrits à génératrices isotropes; les lignes de courbure se conservent et *deux* des trois réseaux indiqués sur S se transforment en *deux quelconques* des trois réseaux de S_1. Ces correspondances exigent assez de conditions pour ne pouvoir s'appliquer à une surface S quelconque : elles offrent donc, en compensation, le moyen de définir géométriquement certaines classes de surfaces intéressantes. Dans le même ordre d'idées, en diminuant le nombre de conditions, nous pourrons définir des classes plus générales de surfaces.

Imaginons, par exemple, une correspondance ponctuelle conservant encore les lignes de courbure, mais transformant *un seul* des trois réseaux de S en *l'un quelconque* des trois réseaux de S_1.

2. Diverses combinaisons étant possibles, envisageons le cas où les lignes de courbure et les lignes asymptotiques de S se transforment en les lignes de même nom de S_1; on néglige, bien entendu, une similitude effectuée soit sur S, soit sur S_1; u, v étant les paramètres des lignes de courbure, S est définie par $\Sigma dc^2 = a^2 du^2 + c^2 dv^2$ et les rayons de courbures principaux R,

(¹) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 763; t. 174, 1922, p. 523 et 661.

R'; a_1, c_1, R_1, R'_1 sont les éléments correspondants de S_1 et l'on introduit une fonction nouvelle λ telle que

$$c^2 R' = \lambda a^2 R, \qquad c_1^2 R'_1 = \lambda a_1^2 R_1. \tag{1}$$

La surface S étant donnée, a, c, λ sont connues et pour que la surface S_1 existe il est nécessaire et suffisant qu'il existe une solution (a_1, c_1) autre que (a, c) du système

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{a_1}\frac{\partial c_1}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{c_1}\frac{\partial a_1}{\partial v}\right) + a_1 c_1 = 0,\\ &\left(\lambda\frac{a_1^2}{c_1^2}+1\right)\frac{\partial^2}{\partial u\,\partial v}\log a_1 + \frac{1}{a_1}\frac{\partial a_1}{\partial v}\frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda\frac{a_1^2}{c_1^2}\right)\\ &\quad = \left(\frac{c_1^2}{a_1^2\lambda}+1\right)\frac{\partial^2}{\partial u\,\partial v}\log c_1 + \frac{1}{c_1}\frac{\partial c_1}{\partial u}\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{c_1^2}{a_1^2\lambda}\right) - \frac{\partial^2}{\partial u\,\partial v}\log\lambda. \end{aligned}\right. \tag{2}$$

Pour certaines surfaces S convenablement choisies, le système (2) admet une solution (a_1, c_1) distincte de (a, c) dépendant soit d'un nombre fini (ou nul) de constantes arbitraires, soit de plusieurs fonctions arbitraires d'une variable. Pour un couple solution (S, S_1) la correspondance ponctuelle, en général, est unique; elle peut, dans certains cas, dépendre de un, deux, trois paramètres arbitraires.

A une surface hélicoïdale ou spirale quelconque correspondent indifféremment soit ∞^4 surfaces spirales, soit ∞^1 hélicoïdes et, en négligeant, suivant convention faite, le glissement d'un hélicoïde sur lui-même ou l'autotransformation par similitude de la surface spirale, la correspondance ponctuelle est unique.

3. Il y a lieu de définir ici une classe particulière de surfaces parmi celles que définit cette conception actuelle. Cette classe est définie par une équation unique aux dérivées partielles du quatrième ordre, identique, sauf un coefficient numérique, à l'équation donnée par Weingarten pour les surfaces isothermiques (voir Darboux, *Théorie des surfaces*, t. 2, p. 248); cette classe renferme en particulier les quadriques, les cyclides de Dupin, les surfaces de révolution, les surfaces minima, les surfaces à courbure totale constante (positive ou négative); en dehors de ces solutions très générales, j'ai mis en évidence, par l'intégration d'une équation différentielle du troisième ordre, des surfaces spirales à quatre paramètres de forme. La propriété caractéristique est de pouvoir ramener simultanément les équations des lignes de courbure et des asymptotiques aux formes respectives

$$du\,dv = 0, \qquad du^2 \pm dv^2 = 0. \tag{3}$$

Le changement de v en iv permet de prendre indifféremment soit le signe $+$, soit le signe $-$. Il est bien clair que chacune des substitutions

$$(u,\ v;\ mu'+n,\ mv'+n_1);\quad (u,\ v;\quad mu'+n,\ -mv'+n_1);$$
$$(u,\ v;\ mv'+n_1,\ mu'+n);\quad (u,\ v;\ -mv'+n_1,\quad mu'+n)$$

réalise une auto-correspondance du type actuel pour une telle surface, de sorte que deux surfaces quelconques de ce type admettent quatre ∞^3 correspondances ponctuelles de l'espèce étudiée dans cette Note, réelles si les courbures totales ont le même signe, imaginaires dans le cas contraire.

Pour former l'équation aux dérivées partielles annoncée, la surface est définie comme enveloppe du plan

$$(4)\qquad (\alpha+\beta)X+i(\beta-\alpha)Y+(\alpha\beta-1)Z+\xi=0,$$

où ξ est une fonction de α, β dont p, q, r, s, t sont les dérivées partielles du premier ou second ordre; on pose, pour abréger,

$$(5)\qquad z=\frac{\xi-p\alpha-q\beta}{1+\alpha\beta},$$

et l'on obtient l'équation

$$(6)\qquad 2\frac{\partial^2}{\partial\alpha\,\partial\beta}\log\frac{r}{t}-\frac{\partial}{\partial\alpha}\left[\sqrt{\frac{t}{r}}\frac{\partial}{\partial\alpha}\log\frac{z+s+\sqrt{rt}}{z+s-\sqrt{rt}}\right]+\frac{\partial}{\partial\beta}\left[\sqrt{\frac{r}{t}}\frac{\partial}{\partial\beta}\log\frac{z+s+\sqrt{rt}}{z+s-\sqrt{rt}}\right]=0.$$

Si l'on supprime en tête le facteur 2, on a l'équation des surfaces isothermiques donnée par Weingarten.

Sur une surface connue du type actuel, conformément aux principes bien connus de Sophus Lie, de simples quadratures fournissent les lignes de courbure et les lignes asymptotiques. En prenant la forme $du^2-dv^2=0$ pour les asymptotiques, la substitution $u=u_1+v_1$, $v=u_1-v_1$, établit, soit sur une seule surface S, soit d'une surface S à une autre surface S_1, une correspondance ponctuelle échangeant cette fois les lignes de courbure en asymptotiques et inversement.

4. Les surfaces isothermiques sont complètement caractérisées par la possibilité de ramener simultanément les équations des lignes de courbure et des lignes de longueur nulle aux formes respectives

$$(7)\qquad du\,dv=0,\qquad du^2+dv^2=0.$$

Si donc dans les formules (3) j'adopte la forme $du^2+dv^2=0$, je définis

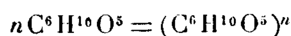
entre chaque surface isothermique et chaque surface définie au n° 3 quatre ∞^3 correspondances ponctuelles échangeant les lignes de longueur nulle de la première en asymptotiques de la seconde, autrement dit remplaçant un réseau orthogonal de la première par un réseau conjugué de la seconde, et conservant les lignes de courbure.

L'intersection des deux classes de surfaces se compose des surfaces isothermiques à représentation sphérique isotherme, surfaces que j'ai déterminées dans une Note précédente (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 921).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la polymérisation de la lévoglucosane.* Note de MM. **Amé Pictet** et **J.-H. Ross**, présentée par M. Georges Lemoine.

L'influence que la pression exerce sur la polymérisation de la glucosane a été signalée dans une précédente Note ([1]). En étendant nos recherches à son isomère, la *lévoglucosane*, nous avons pu constater, d'une manière plus nette encore, cette même influence.

Lorsqu'on chauffe la lévoglucosane à 140° en présence d'une trace de chlorure de zinc, la réaction



$$n\,C^6H^{10}O^5 = (C^6H^{10}O^5)^n$$

s'effectue en quelques minutes; mais elle aboutit à des produits différents suivant la pression à laquelle on opère. En élevant graduellement cette pression, on observe une augmentation concomitante de n, qui prend successivement les valeurs 2, 4, 6 et 8. Nous avons pu préparer de cette manière, par voie de synthèse, une série de polylévoglucosanes tout à fait comparable et parallèle à la série des polyamyloses, que fournit la dégradation progressive de l'amidon sous l'influence du *Bacillus macerans*.

A la pression de 15^{mm} de mercure, nous avons obtenu une *dilévoglucosane* $(C^6H^{10}O^5)^2$. Celle-ci se distingue de la lévoglucosane par son insolubilité dans l'acétone; on peut donc la purifier facilement en dissolvant le produit brut dans l'acide acétique et en versant la solution dans 3 ou 4 fois son volume d'acétone. La dilévoglucosane se précipite sous la forme d'une poudre blanche, amorphe, fusible sans décomposition à 135° et douée d'une saveur faiblement sucrée. Elle se dissout assez facilement dans l'alcool à 95 pour 100 et se dépose par refroidissement; elle est très soluble dans

([1]) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 158.

l'eau, l'acide acétique et la pyridine, mais insoluble dans les autres dissolvants usuels. Poids moléculaire, déterminé par cryoscopie dans l'eau : 322 (calculé 324). Pouvoir rotatoire + 28°, 2 (la polymérisation de la lévoglucosane entraîne donc un changement de signe (du pouvoir rotatoire).

La même opération, faite à la pression atmosphérique, fournit presque exclusivement une *tétralévoglucosane* $(C^6H^{10}O^5)^4$. On la purifie en la dissolvant dans une petite quantité d'eau et en ajoutant de l'alcool. Précipité blanc. Saveur fade et non plus sucrée. Très soluble dans l'eau, assez soluble dans la pyridine, mais insoluble, même à chaud, dans les alcools méthylique et éthylique, ainsi que dans les autres dissolvants organiques. Poids moléculaire 640 (calculé 648). Pouvoir rotatoire + 111°, 9.

Pour étudier le phénomène à des pressions plus élevées, nous avons chauffé la lévoglucosane en tubes scellés, en présence d'un liquide volatil ne possédant pas d'action sur la lévoglucosane ou sur le chlorure de zinc, et dont la tension de vapeurs à la température de 140° fût connue. En nous servant de benzène (4^{atm},6), nous avons obtenu une *hexalévoglucosane* $(C^6H^{10}O^5)^6$. C'est, comme le polymère précédent, une substance amorphe, blanche, très soluble dans l'eau, d'où l'addition d'une faible quantité d'alcool la précipite. Mais elle s'en distingue nettement par son insolubilité dans la pyridine, ainsi que par son poids moléculaire (trouvé 964, calculé 972) et par son pouvoir rotatoire (+ 94°, 1).

Enfin, en remplaçant le benzène par l'éther, dont la tension de vapeurs à 140° est de 13^{atm},3, nous avons vu se former un polymère d'un ordre plus élevé encore, l'*octolévoglucosane* $(C^6H^{10}O^5)^8$. Mêmes solubilités que l'hexomère, mais poids moléculaire 1318 (calculé 1296) et pouvoir rotatoire + 72°, 8.

Ces trois derniers polymères ne présentent pas de points de fusion nets, mais entrent en décomposition vers 195°-200°. Ils possèdent la même saveur fade. Aucun d'eux n'est coloré par l'iode.

On voit par ce qui précède que, par polymérisation à une température constante, mais sous des pressions croissantes, la lévoglucosane donne des produits dont les propriétés se rapprochent de plus en plus de celles des dextrines. Ce fait nous paraît présenter quelque intérêt au point de vue du mécanisme de la transformation du sucre en amidon dans les plantes, cette transformation ayant lieu dans des cellules où règnent de fortes pressions, supérieures peut-être à celles que nous avons employées dans nos expériences.

MINÉRALOGIE. — *Sur les cristaux liquides de phosphate de calcium.* Note [1] de M. P. GAUBERT.

Les rhomboèdres de clivage, obtenus en pulvérisant grossièrement les cristaux de calcite, deviennent monoréfringents et conservent leur forme et une certaine transparence quand on les chauffe au rouge pour chasser l'acide carbonique. Ils se comportent alors comme un corps poreux et adsorbent les matières colorant un liquide n'agissant pas sur la chaux (indophénol ou bleu de Java dissous dans le xylol). Il y a là, par conséquent, un fait comparable à celui qui a été observé avec certaines zéolites, la biotite, etc., quand on leur enlève les bases ne laissant que la silice. Cependant l'état d'agrégation des molécules de chaux n'est pas très constant : la densité et l'indice de réfraction varient légèrement et, en outre, il existe parfois des plages biréfringentes à la périphérie du rhomboèdre. Ces modifications, que j'étudierai dans une autre Note, dépendent surtout de la température à laquelle les cristaux de calcite ont été portés et du temps pendant lequel on les a chauffés.

Ces rhomboèdres attaqués par l'acide orthophosphorique montrent les particularités suivantes. Sur chaque face et y adhérant très fortement, apparaît une masse gélatineuse lamellaire dont l'épaisseur augmente, plus ou moins rapidement, suivant le degré de concentration de l'acide employé.

Avec l'acide orthophosphorique ayant une densité de 1,58, et l'observation étant faite au microscope sur une lame de verre recouverte d'un couvre-objet, on voit que les prismes, ou plutôt les lames gélatineuses rectangulaires, atteignent jusqu'à un demi-millimètre dans la direction perpendiculaire à la face de clivage dont la trace forme l'un des côtés du rectangle. Elles sont biréfringentes et, leur épaisseur augmentant avec le temps, elles peuvent montrer au bout d'un quart d'heure des teintes de polarisation atteignant le bleu de premier ordre. La biréfringence de ces plages n'a pu être mesurée exactement, elle semble toutefois être un peu inférieure à celle de l'apatite.

Les lames ont en général un contour légèrement arrondi à leur extrémité libre et ont à peu près la même épaisseur sur toute leur étendue. Elles s'éteignent perpendiculairement aux faces du rhomboèdre qui les supportent et c'est habituellement le petit indice n_p qui est parallèle à cette

[1] Séance du 18 avril 1922.

direction. Cependant c'est quelquefois n_g. Parfois, les deux sortes d'orientation optique se produisent successivement dans la formation de la même lame qui rappelle alors un cristal maclé.

Une légère pression, exercée avec une aiguille, sur le couvre-objet, aplatit la lame et modifie par conséquent les teintes de polarisation. Si elle n'est pas trop forte, les mêmes couleurs réapparaissent de nouveau dès qu'elle cesse ; la lame de phosphate de chaux se comporte donc comme une membrane élastique.

Quand tous les rhomboèdres attaqués sont dissous, les lames qui adhéraient fortement à ces derniers deviennent libres et s'il n'y a pas trop d'acide phosphorique en excès, elles se réunissent aux voisines et gardent leur orientation optique particulière, ou prennent la même orientation suivant la position qu'elles ont l'une par rapport à l'autre. L'ensemble forme une masse très molle pouvant couler, mouler les bulles d'air se rencontrant sur son passage et former autour de ces dernières des sphérolites à croix noire.

Mais ce liquide biréfringent n'est pas stable; alors qu'au début de leur formation, les lames sont tout à fait transparentes, homogènes, elles deviennent peu à peu troubles par la formation d'un nombre considérable de corpuscules, constitués probablement par des cristaux extrêmement petits. Au bout de plusieurs heures, des cristaux de phosphate monocalcique hydraté ($CaH^4P^2O^8, H^2O$) étudié par Joly font leur apparition.

Avec l'acide orthophosphorique à 60° B. (densité 1,713) le phénomène est le même, mais il se produit plus lentement et au début les lames, étant très minces, semblent être isotropes. Ce n'est qu'au bout de quelques minutes que la biréfringence apparaît. Avec l'acide 45° B., l'attaque est beaucoup plus rapide et la phase biréfringente est de très courte durée.

Si l'on emploie des petits rhomboèdres de calcite intacte, des plages biréfringentes peuvent être observées, mais elles sont beaucoup moins nettes et perdent rapidement leurs propriétés en passant à la phase trouble.

Les faits observés avec les acides lévulique, oléique et autres acides gras montrent une certaine analogie avec ceux qui viennent d'être décrits.

Les mêmes rhomboèdres de clivage de chaux, attaqués à froid par l'acide lévulique très concentré et sur une lame de verre, s'entourent d'une couche biréfringente augmentant très lentement d'épaisseur contrairement à ce qui a lieu avec l'acide phosphorique. Cette couche adhère très fortement à la chaux et quand les rhomboèdres ont disparu, on a une masse gélatineuse de lévulate de calcium beaucoup plus biréfringente que celle obtenue par le phosphate. Comme il s'agit de cristaux mous, les phénomènes observés avec le

microscope polarisant sont très variés, surtout si les lamelles biréfringentes et molles sont noyées dans un excès d'acide lévulique. Ainsi des particules biréfringentes, en apparence complètement isolées les unes des autres, prennent la même orientation sous l'influence d'une certaine pression exercée sur la lamelle couvre-objet et forment des plages de plusieurs millimètres carrés de surface ayant les mêmes propriétés comme s'il s'agissait d'une lame cristalline. On peut ainsi obtenir des plages rigoureusement perpendiculaires à un axe optique positif.

Les cristaux visqueux de lévulate de calcium ne sont pas stables, il se produit finalement les aiguilles monocliniques bien connues de lévulate de calcium hydraté $(C^6H^7O^3)^2Ca, 2H^2O$.

La biréfringence des sels de calcium considérés ne peut pas être attribuée à des tensions existant dans une masse gélatineuse, comme le suppose G. Quincke pour certains précipités ([1]). Elle est dans les cas du phosphate et du lévulate beaucoup trop élevée et en outre elle disparaît quand la substance, tout en conservant sa viscosité, passe à une autre forme.

Ces cristaux liquides ou mous doivent aussi pouvoir se produire dans d'autres cas, mais les rhomboèdres de chaux que j'ai employés permettent de mettre leur existence en évidence en orientant les molécules cristallines et en provoquant ainsi la formation de plages homogènes très étendues dont l'étude est possible au microscope.

MAGNÉTISME. — *État magnétique de basaltes arctiques.* Note ([2]) de M. **P.-L. Mercanton**, présentée par M. le Prince Bonaparte.

A diverses reprises ([3]), en donnant les résultats de mes recherches sur l'aimantation permanente de roches éruptives, j'ai souligné l'intérêt de pareille étude pour l'histoire du champ magnétique terrestre. L'examen de deux séries de basaltes d'âges très différents vient de me donner à nouveau des indications éminemment suggestives.

([1]) On pourrait aussi supposer, bien que ce soit peu probable, qu'il se produit d'abord une lame ou membrane gélatineuse isotrope, devenant ensuite biréfringente en se gonflant par suite de l'adsorption de l'acide employé.

([2]) Séance du 18 avril 1922.

([3]) P.-L. Mercanton, *Aimantation de diabases du Spitzberg* (*Bull. Soc. vaudoise des Sc. nat.*, 1910, p. v-lxxvi), et *État magnétique de basaltes groenlandais* (*Archives de Genève*, novembre 1917).

La première série comprend quatre blocs de basalte franc prélevés dans la nappe où serpente le canion de la Rödelv, à Godhavn, dans l'île de Disco (Grönland occidental), au voisinage de la station arctique danoise et au bord de la mer. Cette nappe semble remplir une ancienne vallée creusée dans le gneiss qui sert de soubassement aux grands escarpements éruptifs du Skarvefjeld et du Blaafjeld. Elle est comme eux d'âge tertiaire.

Les blocs ont été prélevés, à la faveur de la diaclase de la roche, après repérage soigneux de leur position dans l'espace.

Trois d'entre eux soumis, à l'état brut, au contrôle magnétométrique, ont montré sans aucune ambiguïté des polarités sud de leurs faces inférieures et nord de leurs faces supérieures, avec des polarités diverses, mais opposées deux à deux, de leurs faces latérales.

Le quatrième bloc a été taillé en cube, de 7^{cm} d'arête environ, assez imparfait malheureusement, mais suffisant pour autoriser les mesures. Il a décelé une aimantation correspondant à un champ magnétique incliné *australement* de quelque 54° sous l'horizon, donc pôle sud en bas.

Ainsi donc le champ terrestre paraît avoir eu, à l'époque du refroidissement de ce basalte, une inclinaison *australe*. L'hypothèse d'un retournement de la couche de lave, sens pour sens, depuis sa réaimantation du refroidissement semble en effet insoutenable.

La seconde série de roches comprend trois blocs de basalte aussi. Je les ai prélevés dans la falaise, haute de 15^{m} environ, qui termine à la mer, la nappe formant le plateau où se dresse la station de T.S.F de l'ingénieur Ekerold, à l'est de la baie de Jameson, dans l'île arctique de Jan Mayen. Cette coulée provient d'un des cratères adventifs du Beerenberg, au pied sud de la montagne [cratère Esk (Vogt) ou son voisin immédiat].

Ces échantillons ont donné tous trois et sans ambiguïté les preuves d'une aimantation pareille à celle qu'une lave prendrait de nos jours en se figeant dans le champ terrestre de Jan Mayen. La face inférieure était nord et la supérieure sud; or la coulée de lave est incontestablement récente et ne date vraisemblablement que de quelques siècles en arrière.

De l'époque tertiaire (basaltes de Disco) à l'époque moderne (basaltes de Jan Mayen), l'inclinaison magnétique terrestre paraît donc avoir dans les régions boréales changé de sens. La constatation est d'intérêt majeur et fait désirer la contre-épreuve par l'examen de laves de l'hémisphère austral. Une collaboration internationale serait la bienvenue dans ce domaine vaste et plein de promesses.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la phylogénie de l'*Elephas antiquus.
Note de M. SABBA STEFANESCU.

Les paléontologistes qui ont étudié la phylogénie de l'*Elephas antiquus* ne sont pas d'accord; tandis que les uns, tels que Soergel et Dietrich, admettent qu'il descend de l'*Elephas meridionalis*, d'autres, tels que Pohlig et Andrews, par des formes intermédiaires, le font descendre de l'*Elephas africanus*. Or, d'après mes recherches, *les trois espèces précitées appartiennent à trois phylums différents d'éléphants; elles ne sont pas liées par une filiation généalogique directe*. Cette conclusion est basée sur les faits suivants :

I. Georges Cuvier (1) a représenté, vues de face, des lames dentaires d'*Elephas africanus* et d'*Elephas indicus*, afin de démontrer qu'on ne peut les confondre. Falconer et presque tous les paléontologistes qui ont étudié les molaires des éléphants n'ont pas suivi la méthode de Cuvier, mais dernièrement Soergel (2) a fait figurer, vues de face, quelques lames dentaires d'*Elephas meridionalis, antiquus, trogontherii et primigenius*, pour démontrer que chacune d'elles est formée de trois piliers longitudinaux (en allemand drei pfeilern). A mon avis, cette conception est contraire à la réalité des faits observés, car chaque lame dentaire est formée de deux tubercules congénères, différemment différenciés et inégalement développés, T_{tr} et T_{cr}.

II. Pour conclure à l'origine de l'*Elephas antiquus*, j'ai étudié l'organisation des lames dentaires de cette espèce, et j'expose le résultat :

a. Quoique leurs bords internes, normalement fusionnés, sont un peu plus larges que leurs bords externes, les T_{tr} et T_{cr} sont des plaques plus ou moins rectangulaires.

b. Généralement les lames sont presque également larges depuis la base jusqu'au sommet, mais quelquefois elles sont beaucoup plus étroites vers le sommet que vers la base; un rétrécissement plus ou moins brusque sépare les deux parties.

c. A partir du sommet vers la base, suivant les niveaux, les sections transversales formées par l'usure des lames dentaires varient beaucoup d'aspect. Pourtant celles qui ont l'aspect d'un rectangle allongé, accompagné à chacune de ses extrémités par un petit cercle, ellipse ou rectangle, et celles qui ont l'aspect d'un losange très allongé sont caractéristiques. Les

(1) *Ossements fossiles*, 1821, p. 46, pl. III, fig. 5-6.

(2) *Elephas trogontherii und Elephas antiquus*, 1912, p. 8-10, fig. 3-10.

premières sont formées par les lobes internes (a, p, m) et par les lobes externes (e) des T_{tr} et T_{cr}, coupés au-dessus du fond des entailles qui séparent les lobes externes; les secondes sont formées par les T_{tr} et T_{cr} coupés au-dessous du fond des mêmes entailles.

d. Le contour des sections losangiques présentent, normalement, deux coins médians proéminants, situés respectivement dans le prolongement de la petite diagonale, qui est plus ou moins inclinée sur la grande. D'autres coins latéraux, variables en nombre et en grandeur, normalement plus petits que les médians, sont situés sur les côtés antérieurs et postérieurs du losange.

e. Chacun des deux coins médians correspond à une arête longitudinale proéminente, qui de la base monte au sommet de la lame. Ces deux arêtes sont les lobes antérieur et postérieur (a, p) du T_{tr}. Normalement elles sont également développées, mais souvent l'une d'elles reste rudimentaire; dans ce cas, la section losangique n'a qu'un seul coin médian proéminant.

f. Chacun des coins latéraux correspond à un pli longitudinal situé sur la face antérieure ou postérieure des T_{tr} et T_{cr}, plus ou moins parallèlement à l'arête médiane. Les coins latéraux, de même que les plis qui leur correspondent, sont dirigés plus ou moins obliquement et respectivement vers les bords externes des T_{tr} et T_{cr}.

g. Tandis que les arêtes médianes s'étendent de la base au sommet, les plis proéminents sont localisés sur les deux tiers supérieurs de la lame. Sur le tiers inférieur, les plis sont plus nombreux, mais plus fins et plus régulièrement parallèles; c'est pourquoi, à mesure que le niveau de la section transversale est plus près de la base de la lame, son contour est plus finement et plus uniformément denticulé.

h. Les plis proéminents appartiennent aux principales ramifications ou lobes de T_{tr} et T_{cr}; généralement ils sont réguliers et sans pustules, mais quelquefois sont très épais, pustuleux et monstrueusement développés.

i. Souvent les ramifications du sommet des T_{tr} et T_{cr} n'ont pas la même direction, car tandis que les ramifications du sommet du T_{tr} se prolongent sans changer de direction, celles du T_{cr} se prolongent obliquement vers l'extérieur, comme si elles étaient renversées; dans ce cas, les plis longitudinaux des faces antérieure et postérieure qui leur correspondent sont infléchis de la même façon. Cela nous montre que les T_{tr} et T_{cr} des lames se rencontrent par leurs bords internes et fusionnent sans alterner; par conséquent, l'*Elephas antiquus*, de même que l'*Elephas africanus*, est issu des mastodontes bunolophodontes dont les collines sont formées de deux

tubercules congénères non alternes. Mais malgré cette ressemblance d'origine, ces deux espèces ne sont pas liées phylogénétiquement, car leurs lames dentaires, bien que construites d'après le même plan d'organisation, diffèrent tellement par leurs caractères morphologiques, qu'à première vue on les distingue très facilement. Elles appartiennent à deux phylums différents d'éléphants, issus peut-être d'un groupe ancestral commun, mais évolués dans deux directions différentes.

III. Soergel (¹) a rapproché l'*Elephas antiquus* de l'*Elephas trogontherii* et a distingué des formes intermédiaires : *Elephas antiquus* var. *trogontherii* et *Elephas trogontherii* var. *antiquus*. Or, d'après mes recherches, les deux espèces en question n'appartiennent pas à un seul phylum ; leurs lames dentaires diffèrent tellement par leurs caractères morphologiques, qu'il est impossible de les confondre. Surtout les lobes cunéiformes des crêtes radicales des molaires de l'*Elephas antiquus* sont caractéristiques de cette espèce. C'est pour la première fois que la morphologie des lobes radicaux et des crêtes radicales trouve application pratique en Paléontologie.

IV. Soergel et Dietrich (²) ont admis que l'*Elephas antiquus* est le descendant de l'*Elephas meridionalis*. Mais ces deux espèces n'appartiennent non plus à un seul phylum, car tandis que l'*Elephas antiquus* est le descendant des mastodontes bunolophodontes à collines formées de tubercules congénères non alternes, l'*Elephas meridionalis* est issu des mastodontes bunolophodontes à collines formées de tubercules congénères en apparence alternes.

PALÉONTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les Conifères et les Fougères du Wealdien de Féron-Glageon* (Nord). Note (³) de M. **Alfred Carpentier**, présentée par M. Gaston Bonnier.

La flore wealdienne du nord de la France est remarquable par l'abondance et la variété des Conifères et des Fougères, par la présence de plusieurs genres de Cycadophytes et de quelques Ginkgoinées (⁴).

Conifères. — Le *Pinites Solmsi* Sew. (ou une forme voisine) est représenté à Féron par de longues aiguilles. Des rameaux garnis de feuilles uninerviées,

(¹) *Op. cit.*, p. 78, 86, pl. I, fig. 8, et pl. II, fig. 1-5, 7.

(²) *Stammesgeschichte des Elephas africanus*, p. 66.

(³) Séance du 18 avril 1922.

(⁴) Voir *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1428, et t. 173, 1921, p. 327.

rappelant celles du genre *Taxus*, se placent dans le genre provisoire *Taxites* Sew. et mieux dans le genre *Elatocladus* de M. Halle (¹). A l'*Elatides curvifolia* (Dunker) Sew. il faut joindre une forme à feuilles plus trapues et moins recourbées.

La plante la plus fréquente à Féron et commune aux divers gisements étudiés est le *Sphenolepidium kurrianum* (Dunker) Sew. Nous signalons spécialement un petit strobile, à écailles mucronées, qui termine un ramuscule infléchi de ce *Sphenolepidium*. D'autres empreintes d'axes grêles, très ramifiés, dont les petites écailles apprimées sont disposées en ordre spiralé sont à ranger près du *Cyparissidium gracile* Heer; le genre *Cyparissidium* est, d'après M. Seward, caractéristique de l'Infracrétacé (²). Aux *Cupressacées* se rapportent de petits rameaux à feuilles écailleuses, décussées, semblables à celles des *Thuya*.

Parmi les inflorescences ou fleurs de Gymnospermes que nous avons recueillies, un strobile à écailles larges et serrées rappelle ceux du genre *Cedrus* ou de certains *Abies*, *A. webbiana* Lindl. par exemple; une graine ailée de Pin ou d'une abiétinée voisine, une écaille ovulifère d'*Araucarites*, une autre comparable à celle du *Tsuga canadensis* ou du *Picea orientalis* sont aussi à signaler.

Mais ce qui augmente l'intérêt du gisement de Féron au point de vue botanique, c'est la découverte de fleurs ou d'inflorescences mâles. On peut d'ores et déjà les rattacher à trois types : 1° strobiles allongés comme ceux du genre *Cedrus;* étamines à limbe dilaté en écaille peltée, portant les sacs polliniques ovoïdes sur sa face inférieure de même que dans les pins et les cèdres; grains de pollen munis de deux ballonnets, semblables à ceux que de Solms-Laubach a trouvé isolés dans une roche wealdienne de la Terre François-Joseph; 2° strobiles de forme très allongée à comparer à certains *Masculostrobus* que MM. Seward, Moeller et Halle sont disposés à attribuer à l'*Elatides curvifolia* (³); sur l'emplacement présumé des sacs polliniques des masses jaunâtres contiennent des grains de pollen arrondis, à exine

---

(¹) T.-G. Halle, *The mesozoic Flora of Graham Land* (*Wissenschaftliche Ergebnisse der Schwedischen Südpolar-Expedition* 1901-1903, Bd 3, Lief 14, p. 83; Stockholm, 1913).

(²) A.-C. Seward, *Fossil plants*, IV, 1919, p. 444.

(³) A.-C. Seward. *The jurassic flora of Sutherland* (*Trans. Roy. Soc. Edinburgh*, t. 47, 1911, p. 688). — Hj. Moeller and T.-G. Halle, *The fossil flora of the coal-bearing deposits of South-Eastern Scania* (*Arkiv för Botanik*, Band 13, n° 7, 1913, p. 36).

réticulée, semblables à ceux de l'*Araucaria imbricata;* 3° inflorescences dont les étamines, à filet consistant, se recourbent en une lame subovale dans leur région distale. A la face interne de ces lames des masses jaunâtres sont constituées de grains de pollen à ailes, comme ceux des *Abiétinées;* la longueur moyenne des grains est de 75^{μ}.

Il n'est pas rare de trouver des bois silicifiés dans les sables wealdiens de Féron-Glageon; ils sont remaniés dans les argiles glauconieuses d'âge cénomanien qui recouvrent immédiatement le Wealdien à Montfaux, sur le territoire de Glageon. Certaines coupes exécutées dans ces bois silicifiés nous ont appris qu'il s'agit de bois de Conifères; les zones dites *annuelles* sont bien marquées, les zones correspondant aux trachéides automnales sont étroites; les ponctuations aréolées sont presque toujours unisériées et le bois est pourvu de cellules résinifères. Les rayons médullaires, qui comptent de 3 à 24 cellules, ont tout à fait l'aspect de ceux du *Cupressinoxylon Hortii* Stopes ([1]).

Fougères. — Aux espèces wealdiennes déjà signalées en 1921 nous pouvons ajouter une empreinte de penne stérile qui nous paraît identique à la fougère que Schenk a décrite sous le nom de *Pecopteris Geinitzii* ([2]); d'autres fragments rappellent le *Pteris frigida* Heer, le *Cladophlebis Browniana* (Dunker) Sew. et le *Cl. Dunkeri* (Schimper) Sew. Nous attirons surtout l'attention sur les empreintes de deux Fougères: l'une d'elles a des frondes bipennées et ressemble beaucoup pour la disposition, la forme et la nervation des folioles à certaines formes du *Cladophlebis denticulata* Brongt. ([3]). D'après l'organisation des sores elle se rapproche des *Gleichenia;* les spores tétraédriques mesurent de 21^{μ} à 25^{μ} et chaque face triangulaire est entourée d'un rebord épaissi comme chez les *Matonia.* L'autre Fougère est à l'état stérile; les folioles isolées sont très étroites et très longues; leur forme et leur nervation permettent de les comparer au genre *Andriania* de Braun ou à certain *Laccopteris* à nervures non anostomosées d'apparition beaucoup plus ancienne que le Wealdien ([4]).

([1]) M. C. Stopes, *Catalogue of the Mesozoic plants in the British Museum* (*The Cretaceous Flora*, Part II, pl. XVIII, fig. 2; 1900).

([2]) Cf. Schenk, in *Palæontographica*, vol, 29, fig. 2, 2*a*; 1871.

([3]) Cf. A.-C. Seward, *Catalogue of the Mesozoic plants...* (*The Jurassic Flora*, I, p. 142; pl. XX, fig. 4; 1900).

([4]) Voir à ce sujet W. Gothan, *Die unter-liassische Flora der Umgegend von Nürnberg* (*Abhandl. der Naturhistorischen Gesellschaft Nürnberg*, XIV, Bd 4, S. 12; Taf. 18, fig. 1-3; 1914).

Par ses affinités à la fois jurassiques et infracrétacées la flore de Féron se place bien dans le Wealdien, c'est-à-dire dans les couches de passage du Jurassique au Crétacé et du Néocomien inférieur. Un Mémoire détaillé précisera les affinités et les caractéristiques de cette flore.

BOTANIQUE. — *Sur une tardive régénération de Mousse*. Note de M. **Jacques Maheu**, présentée par M. L. Guignard.

La régénération des mousses à longue échéance n'a pas, du moins à notre connaissance, encore été signalée jusqu'ici. Nous venons d'assister à celle d'un échantillon de *Barbula Muralis* Hedwig., fait observé dans une ancienne culture en boîte de Pétri, demeurée à sec durant 14 ans. Toute trace de végétal ayant disparu sur le coussinet de terre réhumidifié, et mise en pleine lumière, la mousse se mit à végéter à nouveau. L'étude des différentes phases de développement a permis de faire les observations suivantes :

Sur des fragments de vieilles feuilles, des cellules nématogènes sont l'origine de filaments protonémiques pluricellulaires, chlorophylliens (*fig*. 1). Le dernier article s'arrondit, se transforme en propagule, fait déjà observé par nous chez plusieurs espèces de *Barbula* et *Amblystegium leptophyllum* Schimp. [1].

Bientôt la propagule se détache par contraction et désagrégation de la cellule sous-jacente. Elle germe (*fig*. 2), donne un filament pluricellulaire d'abord fin, qui grandit et s'allonge en articles élargis, puis rectangulaires à parois épaisses et brunes, mais remplis de chloroplastides. Il se constitue ainsi un véritable protonéma ramifié fixé au sol par de longs rhizoïdes bruns pluricellulaires, à parois granuleuses, dépourvus de chlorophylle (*fig*. 3).

Bientôt l'une des cellules de ces filaments se boursoufle en une petite hernie (*fig*. 4), laquelle se cloisonne (*fig*. 5) pour produire une sorte de petite bulbille, analogue à celles observées sur les feuilles de diverses espèces de mousses (*fig*. 6) [2] (*Webera, Encalypta*). Ces dernières germent sur le protonéma lui-même. Les cellules de la base s'allongent en

(1) J. Maheu, *Monographie des principales déformations des Muscinées cavernicoles* (*Comptes rendus Congrès des Sociétés savantes*, Paris, 1906, p. 11).

(2) Correns, *Untersuchungen über die Vermehrung der Laubmoose durch Brutorgane und Stecklinge*, 1899, p. 158.

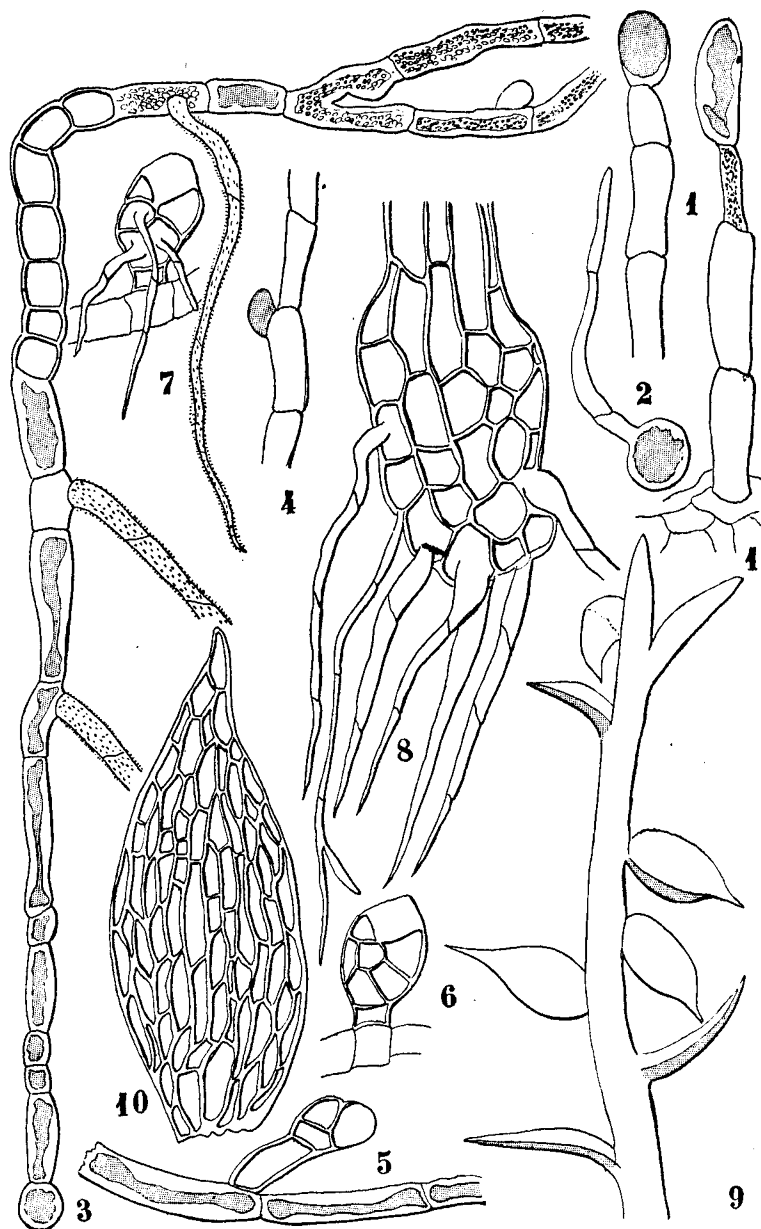


Fig. 1. Protonéma primaire propagulifère né aux dépens d'anciennes feuilles (*Barbula muralis*). — Fig. 2. Germination de la propagule. — Fig. 3. Protonéma secondaire bulbigène. — Fig. 4. Cellule initiale de la bulbille. — Fig. 5 et 6. Sa différenciation. — Fig. 7 et 8. Sa germination (Gross. 225 diamètres). — Fig. 9. Tige feuillée née de la cellule apicale de la bulbille (Gross. 50 diamètres).

rhizoïdes pluricellulaires, à parois brunes, un peu échinulées, dépourvus de chlorophylle (*fig.* 7). La cellule apicale se cloisonne et produira une petite tige feuillée (*fig.* 9).

La nouvelle plantule, très petite, n'excédant jamais une hauteur de plus de 12^{mm} à 15^{mm}, présente tous les caractères d'un *Barbula* vivant en atmosphère humide : tige longue étiolée, feuilles allongées dans toutes ses parties, dents oblitérées, cellules des tissus homogènes, pas de tendance à la formation de nervure centrale. Chloroplastides petits irréguliers, disposés le long des parois cellulaires (*fig.* 10).

En résumé, il s'agit d'un cas de régénération, sous l'action de l'humidité, de *Barbula muralis* demeuré 14 ans à l'état de sécheresse absolue, production de nouvelles pousses feuillées par le développement de protonémas primaires et secondaires, les premiers naissant sur des fragments de vieilles feuilles, par allongement de cellules nématogènes donnant des propagules produisant par germination des protonémas secondaires bulbigènes. Les bulbilles se transforment sur place en plantes feuillées.

Ce mode de développement semble avoir été réalisé par la mousse en vue de créer une méthode de multiplication intensive ; extension et dissémination de la plante, celle-ci une fois étendue et fixée pouvant résister et attendre plus aisément les conditions favorables à la formation des sporogones, devant assurer le maintien de l'espèce.

BOTANIQUE. — *Des synanthies, à propos du* Narcissus Tazetta *L.* Note [1] de M. G. Nicolas, présentée par M. Gaston Bonnier.

Comme le disait déjà Moquin-Tandon, en 1841, et quoi qu'en ait écrit Clos, les synanthies sont moins rares qu'on ne le pense. L'exemple qui fait l'objet de cette Communication est un des plus frappants que j'ai rencontrés, plus complexe encore que celui qui est signalé par Moquin-Tandon [2]; il provient des environs de Carcassonne où il a été récolté par M. Morquer, seul au milieu d'une colonie de *N. Tazetta* normaux. J'ai cru utile d'insister sur cette synanthie, à la fois parce qu'elle est une nouvelle confirmation de la théorie ligulaire de la collerette des Narcisses, et surtout parce qu'elle ouvre des horizons nouveaux sur la cause qui provoque ce genre d'anomalies.

---

(1) Séance du 18 avril 1922.

(2) Moquin-Tandon, *Éléments de tératologie végétale*, 1841, p. 266.

Normalement, la hampe florale du *N. Tazetta* se termine par un certain nombre de fleurs longuement pédonculées. Ici, surmontant la hampe florale, un pédoncule unique, circulaire au lieu d'être vaguement triquètre et plus épais que les normaux, comme, d'ailleurs, toute la partie située au-dessous des pièces florales. Ce pédoncule s'épanouit en une masse qui a l'apparence d'une fleur double, à nombreuses pièces florales blanchâtres pourvues de ligules orangées, mais qui résulte, en réalité, de la non-dissociation et de la concrescence de toutes les fleurs de l'individu.

Dans ce groupe floral, j'ai distingué de l'extérieur à l'intérieur :

1° Six pièces blanchâtres, libres, disposées normalement en deux verticilles de trois, légèrement réfléchies vers le bas et pourvues, sur leur face interne, d'une collerette orangée fendue en un point où ses deux bords se recourbent vers l'intérieur;

2° Six pièces blanchâtres, libres entre elles, munies chacune d'une ligule orangée libre de toute adhérence avec les ligules voisines; trois de ces pièces, situées un peu à l'intérieur des autres, portent sur leur face supérieure un petit bourrelet, ébauche d'anthère contenant du pollen;

3° Trois verticilles successifs de six pièces semblables aux précédentes, mais sans rudiments d'anthères, et de plus en plus petites à mesure que l'on se rapproche du centre;

4° Enfin, au centre, trois pièces blanchâtres, sans ligules.

Cet ensemble correspond à la concrescence d'au moins cinq fleurs représentées seulement par leur périanthe ligulé, dont les ligules restent libres ou se soudent pour donner une couronne presque complète. L'origine ligulaire de la couronne des Narcisses est ainsi démontrée une fois de plus par la Tératologie.

Anatomiquement, pas d'ovaire proprement dit à trois loges, mais une paroi très épaisse, entourant une cavité centrale où s'entremêlent les pièces florales énumérées plus haut; quelques ovules, cependant normalement organisés, sont répartis çà et là sur le bord interne de cette paroi. Dans le parenchyme qui la constitue et qui englobe de très nombreux faisceaux libéro-ligneux s'observent trois boutonnières orientées tangentiellement et limitées chacune par un épiderme identique à l'épiderme externe, et autour desquelles se trouve, comme dans celui-ci, une petite couche de parenchyme à chlorophylle; ces trois fentes sont tout simplement des restes de la soudure imparfaite de quelques-uns des bourgeons floraux. Cet aspect rappelle tout à fait ce que j'ai observé sur une fascie de *Chrysanthemum Myconis* L. [1].

---

[1] NICOLAS, *Notes de tératologie végétale. Remarques sur les fascies à propos du* Chrysanthemum Myconis *L.* (*Bull. Soc. Hist. Nat. Afrique Nord*).

Morphologiquement, il s'agit donc bien d'une synanthie et non pas simplement d'une multiplication des organes floraux.

L'étude anatomique comparative de la hampe florale m'a révélé un caractère très intéressant, relatif à la répartition du tissu chlorophyllien. Dans les individus normaux, sous l'épiderme, se trouvent deux assises palissadiques bien nettes, bourrées de chloroplastes, puis une troisième moins allongée, et, enfin, quatre ou cinq assises de cellules arrondies renfermant encore de la chlorophylle; dans la fleur synanthiée, une seule assise palissadique et quelques assises de parenchyme arrondi bien moins riches en chlorophylle; la même différence se retrouve dans les pédoncules floraux. En résumé, *la synanthie est caractérisée, ici, par un moindre développement du tissu palissadique et de la chlorophylle, tant dans la hampe que dans les pédoncules floraux*. Il suffit, pour montrer l'importance de ce caractère différentiel, de se rappeler les belles recherches expérimentales de Molliard ([1]), qui, par l'addition de sucre à des solutions nutritives, a provoqué un plus grand développement du tissu palissadique. Inversement, ne peut-on admettre que, dans le *Narcissus* synanthié, le moindre développement du tissu palissadique et de la chlorophylle est la conséquence d'une nutrition insuffisante. Dans ces conditions, les bourgeons floraux, insuffisamment nourris, n'ont pu se dissocier, sont restés concrescents, d'où synanthie.

Il semble dès lors permis de considérer les synanthies, les syncarpies et même les fascies, en un mot, toutes les anomalies caractérisées par la non-dissociation et la concrescence des bourgeons, non pas comme provoquées, ainsi qu'on l'a dit si souvent, par un excès de nutrition, mais par un excès de nutrition déficiente. Il y aurait lieu désormais, dans l'étude de ce type de monstruosités, de ne pas perdre de vue cette hypothèse.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'amylocellulose considérée comme composé d'acide silicique et d'amylose.* Note de MM. **G. Malfitano** et **M. Catoire**, présentée par M. Roux.

La fécule de pomme de terre et encore plus l'amidon de maïs, quand on s'est assuré qu'ils ne contiennent pas de sable ni de débris de membranes cellulaires, étant attaqués par l'acide chlorhydrique, laissent des petits flocons

---

([1]) Molliard, *Action morphogénique de quelques substances organiques sur les végétaux supérieurs* (*Rev. gén. Botanique*, 19, 1907).

dont les cendres sont nettement siliceuses. Ménageant le chauffage dans l'eau avec ou sans addition d'acide, nous avons constaté que ce sont surtout les membranes des grains de fécule de pomme de terre, et comme des stromas dans le cas des grains d'amidon de maïs, qui constituent la partie résistante, que nous identifions avec ce qu'on a appelé *amylocellulose*. Bien qu'il ne soit pas possible d'obtenir un produit de composition constante, puisque la teneur de ce corps en matière organique diminue sans cesse pendant le traitement, il nous semble vraisemblable que l'intime liaison de l'acide silicique avec les molécules hydrocarbonées peut être envisagée comme constituant des composés complexes, trop variables pour être obtenus purs, néanmoins théoriquement représentés par la formule $[SiO^3(C^6H^{10}O^5)^n]H^2$.

Voici des expériences qui en résument beaucoup d'autres :

1. Fécule préparée au laboratoire partant de pommes de terre, rigoureusement exempte de matières terreuses et épurée par nombreuses lévigations des débris cellulaires, autant que l'a montré l'examen microscopique. Dans 100^g de cette fécule desséchée : cendres totales 101^{mg}, insolubles dans l'eau 80^{mg}, insolubles dans HCl, 4^{mg} presque complètement volatilisés, par traitement avec NH^4F et H^2SO^4. De la même fécule 900^g dans 5 litres de HCl, 0,5 N après macération sont chauffés au bain-marie bouillant pendant 30 minutes ; après repos la liqueur opalescente se clarifie en haut et devient plus opalescente en bas. Par décantations et lavages successifs, on épuise ce sédiment très léger sans y arriver complètement. On évapore la liqueur trouble dans la capsule de platine, il reste 4^g environ de matière qui, incinérée, laisse 23^{mg} de cendres dont 6^{mg} insolubles dans HCl et volatilisables par traitement au fluorure.

2. Amidon de maïs du commerce purifié par lévigation jusqu'à ce que 100^g attaqués par HCl donnent un liquide limpide qui se trouble ensuite. Dans 100^g : cendres totales 61^{mg}, dont 58^{mg} insolubles dans l'eau et 9^{mg} insolubles dans HCl et volatilisables, par traitement au fluorure. 1^{kg} de cet amidon, traité comme dans l'expérience précédente, laisse un résidu de 3^g environ contenant des quantités sensibles de graisse, après incinération : cendres totales 41^{mg} dont 24^{mg} insolubles dans HCl qui, après traitement au florure, se réduisent à 3^{mg} que l'eau dissout complètement. Dans une expérience analogue le résidu d'amylocellulose a été recueilli sur le filtre à succion et dégraissé par l'alcool et l'éther ; on a pesé 2^g environ de matière qui, incinérés, ont laissé 44^{mg} de cendres, dont 37 insolubles dans HCl, qui après fusion avec Na^2CO^3 se réduisent à 29^{mg} presque complètement volatilisés par traitement au fluorure.

3. 1^{kg} de fécule commerciale a été attaqué par 2 litres de HCl, 5N en agitant violemment ; il se forme une gelée qui se liquéfie peu à peu en un liquide sirupeux presque limpide qu'on décante du fond contenant les matières étrangères. Ce liquide au repos se trouble par des flocons très légers se déposant très lentement et imparfaitement. Le fond contenant la plus grande partie du précipité laisse par dessiccation 3^g de matière et après incinération 20^{mg} de cendres, dont 8^{mg} de SiO^2.

4. 1^{kg} de la même fécule est chauffé au bain-marie dans 2 litres de HCl, 5N et

filtré à chaud à travers du papier Chardin. A la liqueur filtrée parfaitement limpide on ajoute 2 litres de HCl, 10 N; il apparaît ainsi un trouble léger qui néanmoins sédimente et qu'on peut, par décantation et lavages avec l'eau alcoolisée, séparer imparfaitement de la partie soluble. On retire par évaporation 6g environ de matière qui laisse 18mg de cendres dont 4mg de SiO^2.

5. 250g de la même fécule sont transformés en dextrines par traitement à l'acide et dessiccation. Dissous dans 1 litre d'eau et filtrés, on y ajoute 1 litre de HCl, 10 N; il se forme ainsi un trouble léger qui, traité comme précédemment, donne environ 400mg de matière, qui laissent 6mg de cendres presque totalement constituées de SiO^2.

6. Amidon de maïs purifié et dégraissé par portions de 2g et chauffé à 100° dans des volumes différents d'eau ou à volume constant à température plus élevée : on constate que la partie résistante, les trois quarts environ, ne varie pas avec le volume d'eau et diminue en chauffant plus longtemps et à des températures plus élevées; elle se réduit, par exemple, à un tiers par chauffage à 130°. Le taux de la matière résistante diminue beaucoup plus par addition de HCl jusqu'à se réduire à quelques milligrammes, presque complètement constitués de sels.

La théorie qui nous guide dans ces recherches est celle défendue déjà par l'un de nous [1] : les différentes matières amylacées seraient des composés d'acide silicique, phosphorique, ou simplement d'eau avec $C^6H^{10}O^5$ selon le type de complexes de complexes, dont le plus simple aurait comme schéma $[A(C^6H^{10}O^5)^n]B$. Assurément les différences remarquées entre matières amylacées ne sont essentiellement que de degrés de résistance à l'action de l'eau chaude, des acides et des diastases. Les hypothèses de simple polymérisation et de condensation par élimination d'eau ne s'accordent pas avec les faits, parce que la presque totalité de l'amidon se dextrinifie par soustraction des matières minérales et par dessiccation.

En tout cas ces expériences entraînent notre conviction que la résistance remarquable de cette partie de l'amidon qu'on appelle *amylocellulose* doit être attribuée à la présence de silice. Il nous semble même intéressant de diriger l'attention sur le lien que, entre ces deux faits, il y a dans les celluloses en général, à savoir : la présence de silice et la très grande résistance à l'hydrolyse.

---

[1] Voir *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 400.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Influence de la chaleur et de quelques dissolvants sur la viscosité du sérum de cheval.* Note de M. A. VILA, présentée par M. E. Roux.

On sait que la chaleur apporte de profondes modifications aux colloïdes du sérum; nous allons voir que le contact des dissolvants neutres, tels que l'alcool ou l'acétone, leur fait subir des modifications comparables.

Des mesures de viscosité permettent de caractériser ces effets coagulants.

Ces mesures ont été faites en appliquant la méthode de Poiseuille et en utilisant comme viscosimètre le dispositif d'Ostwald. Toutes les valeurs indiquées proviennent de la formule $\eta = D\frac{T_1}{T_0}$, dans laquelle η figure la viscosité du liquide, D le poids spécifique, T_0 le temps d'écoulement de l'eau distillée, T_1 le temps d'écoulement du liquide étudié; toutes les déterminations étant faites à 15°.

Le graphique reproduit ci-après résume les expériences effectuées en vue de comparer les effets coagulants du chauffage à ceux des dissolvants.

Les déterminations ont porté : 1° sur des sérums chauffés; 2° sur des sérums ayant subi le contact de dissolvants; 3° sur des solutions de protéines séparées par le procédé à l'acétone.

I. Le sérum a été chauffé, en tubes hermétiquement bouchés, dans un thermostat. Aux temps indiqués on opérait les prélèvements à mesurer. Successivement les températures de 45°, 50°, 55° et 62°C. ont été étudiées. On trouvera, pointés sur les courbes I, II, III du graphique, les résultats observés.

A 45°C. la viscosité du sérum reste égale à celle du sérum normal ($\eta = 1,90$ à $1,95$), même après 48 heures de séjour dans le thermostat.

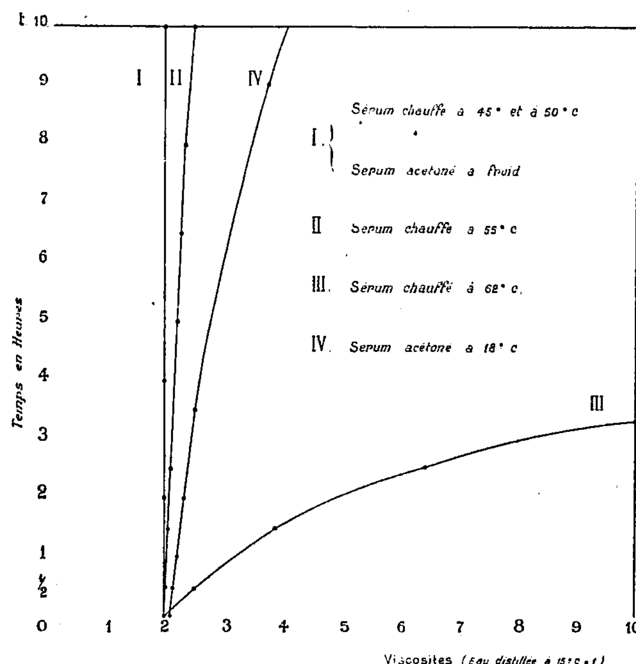
Il faut atteindre la température de 55°C. pour observer une variation accentuée en fonction du temps (voir la courbe II pour les dix premières heures). Pour des durées plus longues on a trouvé :

	T_1 à 15.	η à 15°.
Après 10 heures à 55°C.	1.25 (m s)	2,46
» 18 » »	1.48	3,10
» 28 » »	2.14	3,75

A 62° C. les variations sont très importantes (courbe III du graphique).

II. Les effets des solvants neutres sur le sérum ont été étudiés comme suit :

Chaque essai, sur 25$^{cm^3}$ de sérum, a été additionné de 75$^{cm^3}$ de dissolvant



pur, afin d'insolubiliser la totalité des protéines. Celles-ci, après filtration rapide sous vide, ont été aussitôt malaxées et lavées avec de l'éther sec; une dernière filtration donne une poudre blanche se gonflant et se dispersant aisément dans un faible volume d'eau. En ajoutant à cette solution le résidu de la distillation des solvants, on complète à 25$^{cm^3}$ le volume de la solution aqueuse des protéines; ce faisant, les substances dont elles avaient été séparées se trouvent restituées.

La viscosité des sérums acétonés à des températures comprises entre — 10° C. et 0° ne s'écarte pas sensiblement de la valeur constante indiquée par la ligne I du graphique. La courbe IV indique les variations observées sur des sérums maintenus en contact avec l'acétone à la température de 18° C.

Dans le Tableau ci-dessous, nous mettons en parallèle la viscosité de sérums alcoolés et acétonés.

Durée d'action des dissolvants.	Sérum acétoné. η.	Sérum alcoolé. η.
Après contact instantané à — 10° C.	1,95	»
» 1 heure de contact à »	2	»
» 2 » »	1,94	»
» 4 » »	1,90	2,56
» contact instantané à 18° C.	1,95	3,48

On remarquera les viscosités supérieures des sérums alcoolés.

III. Dans un dernier Tableau nous indiquerons les résultats des mesures effectuées, non plus sur des liquides contenant la totalité des éléments du sérum, mais sur des solutions de même teneur en protéines, débarrassées des substances minérales et des matières grasses du sérum par le traitement à l'acétone.

Durée d'action de l'acétone.	D à 15°.	T_1 à 15°.	η à 15°.
		m s	
(*a*) Contact instantané avec le sérum.	1,0175	1.15,8	2,14
(*aa*) La même + 0g,015 de NaCl.	1,0210	1. 9,6	1,98
(*b*) Contact de 3 heures avec le sérum.	1,0185	1.29,8	2,54
(*c*) Contact de 6 heures avec le sérum.	1,0129	1.55	3,25
(*d*) 3cm³ de solution (*a*) + 0cm³,5 H^2O.	»	1. 6	1,84
(*e*) 3cm³ de solution (*a*) + 0cm³,5 acétone.	»	1.27	2,43

L'expérience (*aa*) montre l'influence du chlorure de sodium sur la fluidité des protéines.

Les deux derniers essais, dans lesquels η passe de 1,8 à 2,4, mettent nettement en évidence l'action coagulante instantanée de l'acétone sur les protéines; action comparable à celle de la chaleur aux températures inférieures au point de coagulation massive.

Conclusion. — Il résulte de ces observations que l'action coagulante de l'acétone, analogue à un effet thermique, peut être atténuée, et même évitée, en prenant certaines précautions (abaissement de la température du milieu, rapidité des manipulations en présence du dissolvant, élimination aussi complète que possible de l'acétone).

Ce fait devait être signalé; nous rappellerons qu'il trouve application dans la séparation des protéines du sérum [1].

---

[1] M. Piettre et A. Vila, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1466.

MICROBIOLOGIE. — *Recherches histo-microbiologiques sur la paralysie générale. Existence du tréponème dans le cytoplasme des cellules nerveuses de l'écorce cérébrale.* Note de M. Y. **Manouélian**, présentée par M. Roux.

A Noguchi revient le mérite d'avoir décelé en 1913 le tréponème dans la paralysie générale. Depuis, Marinesco et Minea, Levaditi et Marie, Bankowsky, Geber, Benedek et Tatar, Forster et Thomacszewsky, Pulido Valente, etc. ont confirmé la découverte de Noguchi.

En 1905 nous n'avions pas réussi dans nos recherches à cause de l'imprégnation massive des neurofibrilles; nous avons repris depuis quelques années l'étude de la paralysie générale. Nous l'avons pu faire grâce à l'extrême obligeance de M. Pulido Valente de Lisbonne, qui a bien voulu nous envoyer du matériel provenant des paralytiques généraux. Nous avons utilisé aussi des pièces provenant des services de M. Oettinger et de M. Paul Guiraud.

Pour la technique, nous nous sommes servi du procédé d'imprégnation argentique, des méthodes de Mann, de Nissl, etc.

Pulido Valente ayant eu la bonne fortune d'étudier à l'aide de la méthode de Noguchi un cas de paralysie générale où les tréponèmes étaient extrêmement nombreux [1], s'exprime ainsi : « Les tréponèmes se disposent autour des cellules nerveuses et y pénètrent même. Dans les régions les plus riches en parasites, c'est-à-dire où le processus est en pleine évolution, en mettant au point les divers plans, on constate nettement que les cellules nerveuses sont entourées d'agglomérations denses de tréponèmes qui leur forment une sorte d'enveloppement complet.... A une étape plus avancée de la désagrégation cellulaire, le noyau lui-même disparaît et de toute la cellule il ne reste plus que des amas de granulations entourées de parasites qui les traversent dans tous les sens. »

Et pour ce qui est des cellules névrogliques. « Dans le voisinage de ces cellules nous avons trouvé fréquemment le tréponème qui paraissait même pénétrer dans quelques-unes. »

---

[1] Sur deux préparations que M. Pulido Valente nous a adressées, les tréponèmes étaient plus nombreux dans l'écorce cérébrale que dans la plupart des chancres humains.

Donc d'après Pulido Valente, les tréponèmes s'attaquent aux cellules nerveuses, y pénètrent même, ils finissent par les détruire. A la fin on ne trouve à la place des éléments nerveux que des parasites et des amas de granulations.

Nous n'avons pas vu dans nos pièces une telle abondance de tréponèmes. A part certaines coupes où de rares vaisseaux étaient entourés par un treillis de spirochètes, les parasites étaient clairsemés.

Nous savons que dans l'immense majorité des cas les microbes, surtout les bactéries, vivent dans les humeurs, dans les éléments mobiles et fixes du tissu conjonctif et dans les endothéliums vasculaires; mais ils ne pénètrent pas dans les cellules des autres tissus.

Excepté dans la syphilis héréditaire du nouveau-né; *pantréponémose* où le tréponème pénètre dans les cellules nobles — les cellules hépatiques surtout —, le tréponème suit la règle générale; on ne le voit que dans les éléments que nous venons d'énumérer; il n'habite jamais dans les cellules des autres tissus. Or, dans la paralysie générale, le tréponème existe dans l'écorce cérébrale : il se trouve dans le lacis composé des dendrites des cellules nerveuses, des cylindres-axes et des prolongements des cellules névrogliques. *Dans la paralysie générale le tréponème n'est pas dans le cerveau comme il l'est dans un chancre, une syphilide ou une gomme; il se trouve dans le tissu propre du cerveau.* Mais fait encore plus intéressant : nos imprégnations montrent d'une façon indiscutable que *le tréponème pénètre dans le cytoplasme des cellules nerveuses du cortex.* Nos images sont schématiques : souvent dans nos préparations le pigment et les neurofibrilles ne sont pas colorés : sur le fond clair du cytoplasme se détache seulement le tréponème en noir avec tous ses caractères, le noyau de la cellule nerveuse est bien visible. Il ne s'agit point de cellules dégénérées ou détruites, mais d'éléments relativement bien conservés.

C'est dans les deuxième et troisième couches de l'écorce que nous avons le plus souvent fait ces constatations. Les cellules nerveuses parasitées sont surtout des éléments de petite taille que les auteurs désignent sous le nom de *grains*.

A la lumière de ces faits, voici comment nous concevons le processus de la paralysie générale.

Le tréponème gagne la pie-mère, et, après une période plus ou moins longue, il passe par les entonnoirs de cette membrane dans les gaines périvasculaires du cortex, il franchit l'espace lymphatique, atteint le tissu ner-

veux : c'est le début de la paralysie générale. Dans ce tissu, il se développe, crée un foyer et lèse les cellules nerveuses. Il y a successivement : méningite, lymphangite, encéphalite syphilitiques.

Mais quelques tréponèmes sont entrés dans le cytoplasme des cellules nerveuses de l'écorce où ils sont sans doute à l'abri des substances médicamenteuses. Et lorsque le foyer s'éteint, il existe quand même des réservoirs à virus. A un moment donné, le tréponème sort de la cellule nerveuse et se développe de nouveau; ainsi se rallument de nouveaux foyers.

Si les tréponèmes intra-cellulaires sont à l'abri des substances médicamenteuses, cela nous permet de comprendre aussi pourquoi le traitement antisyphilitique n'a pas de prise sur cette redoutable maladie.

La séance est levée à 17 heures.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 10 avril 1922.)

Note de M. *Maurice Janet*, Sur les formes canoniques invariantes des systèmes algébriques et différentiels :

Page 993, ligne 3, *au lieu de* inférieur, *lire* supérieur.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er MAI 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE

MÉCANIQUE. — *La théorie classique et la théorie einsteinienne de la gravitation.* Note [1] de M. **Paul Painlevé.**

1. Les discussions récentes auxquelles ont donné lieu les doctrines relativistes m'engagent à préciser, sous une forme que je voudrais aussi positive que possible, les corrélations et les divergences qui existent entre la théorie classique et la théorie einsteinienne de la gravitation.

L'exposé qui suit est entièrement différent de ceux qu'adoptent les relativistes; en particulier il ne suit aucunement le processus d'idées qui ont conduit Einstein et ses disciples à leur audacieuse et grandiose théorie. Mais peut-être est-ce le meilleur moyen d'en faire bien comprendre le sens aux adeptes de la Mécanique classique, en même temps que de mettre en évidence les postulats sur lesquels repose la nouvelle doctrine.

Plaçons-nous d'abord dans la théorie classique.

2. *Les axiomes de la Mécanique classique.*

Postulat I. — *Les solides naturels, maintenus dans des conditions telles que leurs dimensions relatives, comparées en un même lieu, d'ailleurs quelconque, restent constantes, répondent aux propriétés que la géométrie euclidienne attribue aux figures invariables.*

En particulier, un tel solide (le sol par exemple) étant regardé comme fixe, un autre solide, soit S, dont on fixe deux éléments A et B, peut occuper par rapport à S une infinité de positions : dans ces diverses positions, une file d'éléments restent fixes comme A et B, et la ligne qu'ils dessinent possède

---

(1) Séance du 24 avril 1922.

les propriétés de la droite euclidienne. Nous adoptons comme *mètre* une telle droite solide ou règle, divisée en parties aliquotes. Mesurés avec un tel mètre, les solides matériels transportés avec lui dans l'espace gardent les mêmes dimensions. La longueur d'une courbe qui joint les points A et B d'un solide s'obtient en portant bout à bout sur cette courbe, de A jusqu'en B, le mètre (ou plutôt une partie aliquote très petite de ce mètre); la ligne de longueur minima qui joint A et B est la droite AB, et sa longueur définit la distance AB.

3. Considérons maintenant, dans l'éther immobile, un astre très éloigné de tous les autres corps matériels et immobile, et sur cet astre un groupe d'observateurs qui rapportent les mouvements de l'univers à leur astre ou, si l'on veut, à des axes trirectangles $Oxyz$ liés invariablement à cet astre (donc à l'éther). Ils peuvent mesurer (au moins théoriquement) la distance de deux points fixes A et B à l'aide de leur mètre et construire la droite qui joint A et B. Ceci posé, la doctrine classique admet qu'il leur est possible de définir *le temps* une fois pour toutes et en tout point de l'espace, de façon que les deux postulats suivants soient vrais :

Postulat II. — *Un élément matériel très éloigné de tous les autres décrit une droite avec une vitesse constante. En particulier, il reste immobile si sa vitesse initiale est nulle.* (Principe de Kepler.)

Postulat III. — *La lumière dans le vide se propage en ligne droite avec la même vitesse en tout point et dans tous les sens.* (Postulat de Fresnel.)

Le temps t étant mesuré localement en un point A de l'astre O par la répétition d'un phénomène toujours le même (¹), on peut *donner l'heure* en un autre point fixe B par l'envoi d'un signal lumineux de A : si ce signal part de A à l'instant t, il est reçu par B à l'instant $t+\frac{l}{V}$, l désignant la distance AB et V la vitesse de la lumière (²). Imaginons qu'on substitue à A un autre point fixe A_1 dont les chronomètres sont réglés sur ceux de A par ce procédé : l'heure donnée par A_1 au point fixe B quelconque concordera avec l'heure donnée par A. Il en serait tout autrement si la vitesse de la lumière n'était pas la même dans tous les sens.

(¹) On vérifiera que le phénomène se répète identiquement en comparant sa durée à celle de multiples phénomènes, qu'on s'efforce de répéter chacun dans des conditions identiques en ce même lieu A : les durées *relatives* de ces phénomènes les unes par rapport aux autres doivent rester invariables.

(²) Cette vitesse est mesurée par les procédés classiques, par exemple par la durée (mesurée en A) d'un certain nombre d'aller et retour d'un rayon lumineux issu de A et renvoyé en A par un miroir.

Ceci est vrai quelque éloignés que soient les points A et B. En particulier, d'après les postulats précédents, le triangle formé par trois rayons lumineux qui se rencontrent, si grands que soient ses côtés, jouit des propriétés d'un triangle rectiligne euclidien. La somme de ses angles est égale à deux droites.

4. *La gravitation newtonienne.* — Soit P ou (x, y, z) un élément matériel de très petite masse en présence d'un certain nombre de masses matérielles *immobiles*, les autres étant extrêmement éloignées. Les trajectoires de P dans l'espace sont les géodésiques d'un ds^2 de la forme

$$(\mathrm{U}+h)\,[dx^2+dy^2+dz^2] \equiv (\mathrm{U}+h)\,d\sigma^2, \tag{1}$$

où h est une constante arbitraire et U est une fonction de x, y, z qui satisfait à l'équation classique de Laplace-Clairaut dans tout l'espace et qui s'annule à l'infini, conditions qui la déterminent. Le temps t est donné par

$$dt = \frac{d\sigma}{\sqrt{2(\mathrm{U}+h)}}. \tag{2}$$

Si, sans changer t, on emploie, au lieu des coordonnées cartésiennes x, y, z, des coordonnées obliques ou des coordonnées curvilignes quelconques x_1, x_2, x_3 (indépendantes de t), le $d\sigma^2$ (carré de la distance de deux points infiniment voisins) devient une forme quadratique :

$$d\sigma^2 = \sum a_{jk}\,dx_j\,dx_k \qquad (j, k = 1, 2, 3) \tag{3}$$

et U une fonction $\mathrm{U}_1(x_1, x_2, x_3)$: les coefficients de $a_{jk}(x_1, \ldots, x_k)$ satisfont aux conditions classiques qui expriment que $d\sigma^2$ donné par (3) est un ds^2 euclidien, et U_1 satisfait à l'équation de Laplace-Clairaut en coordonnées curvilignes; ces conditions forment un ensemble d'équations aux dérivées partielles du second ordre, linéaire par rapport aux dérivées secondes, et invariant dans un changement quelconque des variables x_1, x_2, x_3.

En particulier, supposons que les masses se réduisent à une sphère de centre O formée de courbes concentriques homogènes, c'est-à-dire ayant du point de vue mécanique comme du point de vue géométrique la symétrie de la sphère : les trajectoires de P seront les géodésiques du ds^2

$$ds^2 = \left(\frac{\mu}{r}+h\right)\{dr^2 + r^2(\sin^2\theta\,d\varphi^2 + d\theta^2)\},$$

r, θ, φ désignant les coordonnées polaires de l'espace $Oxyz$.

5. *La gravitation einsteinienne.* — Nous ne pouvons réaliser que diffici-

lement et toujours imparfaitement les mesures théoriques des longueurs et du temps définies plus haut. D'autre part, nos expériences (quand on les analyse à fond) ne font jamais que constater la coïncidence de deux faits, au même instant, en un même point de l'espace. Or cette coïncidence subsiste quel que soit le changement (biunivoque) qu'on effectue sur les quatre variables x, y, z, t. D'où l'idée de modifier les équations de la Mécanique, en particulier de la gravitation, de telle façon qu'elles revêtent une forme invariante *simple*, non pas seulement dans le changement des variables spatiales x, y, z, mais dans le changement des quatre variables espace-temps.

6. Quand il s'agit du mouvement d'un élément P (ou de la propagation de la lumière) LOIN DE TOUTE MATIÈRE, la chose est immédiate.

Considérons en effet le ds^2 à quatre variables :

$$ds^2 = V^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2; \tag{4}$$

dans un mouvement quelconque de P, les coordonnées x, y, z sont linéaires en t; autrement dit, ces mouvements sont définis par les géodésiques du ds^2 précédent; les trajectoires des rayons lumineux sont les géodésiques pour lesquelles ds^2 est nul. Si l'on fait sur x, y, z, t un changement de variables quelconques, le ds^2 prend la forme (x_1, x_2, x_3, x_4 désignant les nouvelles variables) :

$$ds^2 = \sum A_{jk}(x_1, x_2, x_3, x_4)\,dx_j\,dx_k \qquad (j, k = 1, 2, 3, 4), \tag{5}$$

où les coefficients A_{jk} satisfont aux conditions classiques (équations linéaires par rapport aux dérivées partielles du deuxième ordre) qui expriment que le ds^2 donné par (5) est un ds^2 euclidien (à quatre variables).

Donc, — *quel que soit le repérage adopté*, — *loin de toute matière, les mouvements du point* P *sont définis par les géodésiques d'un ds^2 euclidien (à quatre variables) et les trajectoires de la lumière par les géodésiques du même ds^2, pour lesquelles ds^2 est nulle.*

Ce principe est une conséquence du principe de Kepler et du principe de Fresnel, mais il ne leur est pas équivalent. Il exprime en effet simplement que, par un choix convenable des variables (et qui d'ailleurs est possible d'une infinité de façons), le ds^2 en question est réductible à la forme $V^2 dx_4^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$. Pour obtenir intégralement les principes de Kepler et de Fresnel, il faut ajouter que, pour l'un au moins de ces choix des variables privilégiées, x_4 *est le temps et* $dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2$ *le carré de la*

distance de deux points de l'espace infiniment voisins mesurée à l'aide du mètre matériel.

7. Supposons maintenant, comme au n° 4, que P soit en présence d'un certain nombre de masses matérielles données. Nous sommes conduits, par ce qui précède, à admettre ce postulat :

Postulat IV. — *Le mouvement d'un point matériel quelconque, en présence de masses données, sous la seule influence de la gravitation, est défini par les géodésiques d'un ds^2 de la forme* (5), *où les* A_{jk} *satisfont à un ensemble de conditions invariantes dans tout changement des quatre variables* x_1, x_2, x_3, x_4.

Les trajectoires de la lumière sont définies par les géodésiques qui correspondent à $ds^2 = 0$.

Par analogie avec la Mécanique newtonienne et avec le cas où toutes les masses sont très éloignées de P, *on admet* en outre :

1° *Que ces conditions doivent être des équations aux dérivées partielles du second ordre linéaires par rapport aux dérivées du deuxième ordre;*

2° *Qu'elles doivent laisser aux* A_{jk} *l'exacte indétermination nécessaire que comporte la question.*

C'est ainsi qu'on parvient aux conditions einsteiniennes qui astreignent les $A_{jk}(x_1, x_2, x_3, x_4)$ dits *potentiels de gravitation*.

Quand les masses sont immobiles, si l'on prend comme paramètre x_4 le temps t, on admet encore ces deux postulats :

Postulat V. — *Le* ds^2 *ne renferme pas* t *explicitement.* (Principe de causalité.)

Postulat VI. — *Le* ds^2 *ne change pas quand on change* t *en* $-t$. (Principe de la réversibilité.)

Le ds^2 est alors nécessairement de la forme

$$(6) \qquad ds^2 = \frac{dt^2}{U(x_1, x_2, x_3)} - d\sigma^2 \qquad (U > 0),$$

où $d\sigma^2$ est de la forme (3), mais n'est plus euclidien (à 3 variables).

On sait (de par la corrélation entre le principe d'Hamilton et le principe de la moindre action) que les trajectoires de P sont alors données par les géodésiques du ds_1^2 à trois variables $ds_1^2 = (U + h)\,d\sigma^2$, h constante arbitraire, et t par $dt = \frac{U\,d\sigma}{\sqrt{U + h}}$. Les trajectoires de la lumière s'obtiennent en faisant $h = 0$, d'où alors $dt = \sqrt{U}\,d\sigma$.

Remarquons que le postulat III (Principe de Fresnel) est modifié; il n'est plus vrai que loin de toute matière; et ainsi modifié il rentre dans le pos-

tulat IV. Mais nous gardons jusqu'ici tous les autres postulats et notamment le postulat I.

8. Insistons sur le cas particulier où les masses se réduisent à une masse unique ayant la symétrie d'une sphère de centre O, et soit toujours r, θ, φ les coordonnées polaires de l'espace $Oxyz$. La symétrie et les conditions einsteiniennes montrent que le ds^2 est nécessairement de la forme trouvée par Schwarzschild (les unités étant choisies de façon que $V = 1$)

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\mu}{\rho}\right) dt^2 - \rho^2(\sin^2\theta\, d\varphi^2 + d\theta^2) - \frac{dr^2}{1 - \frac{2\mu}{\rho}}, \tag{7}$$

μ désignant une constante et ρ une certaine fonction de r, fonction inconnue dont nous savons seulement qu'elle devient infinie avec r.

La comparaison avec les lois de Kepler et de Newton montre aussitôt que μ est positif (¹) et diffère très peu de la constante d'attraction newtonienne, et que ρ diffère très peu de r au moins dans les limites de notre système solaire. Si posant $\rho = r$, on calcule l'avance du périhélie de Mercure et la déviation des rayons lumineux par le Soleil, les observations, comme on sait, sont conformes au calcul. Mais la discordance avec la troisième loi de Kepler (*quand on suppose connus les grands axes des ellipses képleriennes*), entraîne par siècle des écarts, de l'ordre de 10 minutes de temps, soit pour Mercure de l'ordre de 2 minutes d'angle; seulement les grands axes ne sont pas connus avec assez de précision pour permettre de trancher entre les deux lois. Si, par la suite, le progrès des observations faisait ressortir des divergences appréciables entre la réalité et les conséquences de la formule de Schwarzschild (¹), la théorie telle que nous l'avons exposée permettrait d'y parer en posant $\rho = r[1 + \varepsilon(r)]$, ε étant une fonction de r très petite pour r variant dans les limites du système solaire. Cette correction n'entraînerait qu'une modification *relative* très faible de l'avance périhélique et la déviation du rayon lumineux (²).

9. Le point de vue qui précède est celui auquel je me suis placé dans mes Communications antérieures. Il conserve (conformément aux conceptions

---

(¹) *A priori*, μ, dans (8), pourrait être négatif et les trajectoires de P tourneraient leur convexité vers O comme dans le cas d'une répulsion.

(²) Le rayon vecteur n'est pas mesuré directement au mètre, mais par des observations optiques; l'influence de l'incurvation des rayons lumineux, comme plus loin l'abandon de la géométrie euclidienne, n'entraîne, dans la détermination des parallaxes, que des corrections actuellement imperceptibles à nos mesures.

de Poincaré) la géométrie euclidienne. Appelons, pour abréger, la théorie précédente la théorie *semi-einsteinienne* de la gravitation. Mais on peut adopter un autre point de vue qui consiste à renoncer au postulat I et à le remplacer par le postulat I *bis* :

Postulat I *bis*. — *Lorsque le ds^2 de la gravitation a reçu la forme* (6) *où t désigne le temps, $d\sigma$ mesure la distance de deux points fixes infiniment voisins.*

Si l'on veut encore, le plus court chemin mesuré avec le mètre matériel entre deux points fixes A et B de l'éther est une géodésique du $d\sigma^2$: le voisinage d'une masse matérielle influe sur les propriétés géométriques des solides naturels.

La divergence entre les deux théories des nos 7 et 9 est, dans le domaine astronomique, imperceptible à nos mesures actuelles. La théorie du n° 9 coïncide, dans ce domaine, avec celle d'Einstein, mais l'exposé précédent ne fait intervenir ni modification du temps, ni aucune considération de la relativité restreinte. Il reste à le comparer avec la doctrine *intégrale* d'Einstein : ce sera l'objet d'une prochaine Communication.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Le théorème de Cauchy sur l'intégrale d'une fonction entre les limites imaginaires.* Note de M. G. **Mittag-Leffler**.

Il paraît que je me suis mal exprimé dans ma Note [1], puisque M. Goursat tient à préciser dans une Note [2] que sa démonstration du théorème de Cauchy est la première qui ne fasse intervenir aucune condition du genre de la sienne. Autant que je sache, c'est aussi le cas, et personne n'a plus que moi admiré cette belle démonstration qui suppose essentiellement moins que la démonstration admise en général comme celle de Cauchy. Mais cela n'empêche pas que j'ai publié déjà en 1873 [3] une autre démonstration qui suppose elle aussi moins que la condition de Cauchy. C'est seulement en ajoutant à ma condition B [4] la condition C qu'on obtient la condition D de Cauchy. Voilà pourquoi j'ai pu dire, chose sans importance du reste, que j'avais publié une démonstration supposant moins que celle de Cauchy 27 ans avant M. Goursat.

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 789.
(2) *Ibid.*, p. 836.
(3) *Svenska Vet. Ak.*, traduction allemande *Göttinger Nachrichten*, 1874.
(4) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 790.

J'ai désigné la condition de M. Goursat par E et je me suis permis une remarque que je pense être indiscutable, savoir que la condition E de M. Goursat n'implique pas ma condition B, tandis que celle-là, d'un autre côté, n'embrasse pas la condition E.

CHRONOMÉTRIE. — *Les problèmes mécaniques des ressorts réglants.* Note de M. **Jules Andrade**.

En conservant les notations et le numérotage de mes deux dernières Notes (13 mars et 10 avril 1922) (¹), nous écrirons, aux approximations précisées dans ces Notes, l'équation du mouvement du balancier, du type simple (9 *bis*) sous la forme réduite suivante, à savoir :

$$\frac{1}{\omega^2}\frac{d^2u}{dt^2} = -u - \eta\varepsilon\lambda u - \varepsilon\mu; \tag{10}$$

où l'on a fait

$$\lambda = \frac{4\frac{EI}{R^2P_0^2}m\delta\sigma}{M}, \qquad \mu = f\frac{\rho B}{M}, \qquad M = \frac{EI}{L}\left(1+\frac{4}{P^2}\right)+\frac{EI}{L'}\left(1+\frac{4}{P^2}\right).$$

La valeur de λ devrait aussi contenir un terme dépendant du frottement sur le collier qui est né du couple de bascule dû à la force longitudinale appliquée à la commune virole, lorsque l'on transporte cette pression longitudinale, à la manière de Poinsot, sur la tête du pivot du balancier, mais ce terme additionnel, de même type d'ailleurs que le précédent, ne modifie que peu la valeur numérique de λ.

XI. Pour fixer les idées sur un exemple numérique, j'envisage un doublet formé de deux spiraux à enroulements symétriques, reproduisant chacun sensiblement les dimensions d'un spiral provenant d'un vieux chronomètre marin, mais supposés attelés ensemble au balancier de ce même chrono-

---

(¹) *Errata.* — 13 mars 1922, *lire* la formule (2) ainsi :

$$N = -\frac{EI}{L}u\left[\left(1+\frac{4}{P^2}\right)-\frac{4}{P^2}\cos\omega+\frac{2u}{P^2}\sin\omega\right].$$

10 avril 1920, page 985, 15ᵉ ligne, remplacer N par M et *lire :*

$$M = \frac{EI}{L}\left(1+\frac{4}{P^2}\right)+\frac{EI}{L'}\left(1+\frac{4}{P'^2}\right).$$

mètre; le poids B de ce balancier est d'environ 7^g; l'étendue angulaire du ressort est de 9,5 tours seulement.

En mesurant, sur ce balancier et sur son spiral hors d'usage, leurs diverses caractéristiques, nous avons ici

$$\lambda = \frac{1}{2850} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{1}{942} \text{ de radian.}$$

La représentation graphique d'une oscillation simple se fait ici à deux échelles distinctes, l'une pour la première moitié de l'oscillation considérée, avec un décalage du point mort dans le sens rétrograde dont l'étendue est $\Delta_1 = \frac{\mu}{1-\lambda}$; l'autre pour la seconde moitié de la même oscillation simple avec un nouveau décalage du point mort et dont l'étendue est $\Delta_2 = \frac{\mu}{1+\lambda}$. Ces deux points morts apparents, tous deux en arrière du véritable point mort, sont écartés l'un de l'autre de la longueur $\Delta_1 - \Delta_2$, c'est-à-dire de $\frac{2\lambda\mu}{1-\lambda^2}$.

Les durées des deux moitiés géométriques de l'oscillation simple sont inégales.

Mais, alors même que cette oscillation n'est pas entretenue par l'échappement, la durée de l'oscillation est $\frac{\pi}{\omega}\left(1 + \frac{3}{4}\lambda^2\right)$, sensiblement, c'est-à-dire *pratiquement indépendante de l'amplitude* tant que celle-ci n'a pas trop baissé.

Dans le mouvement entretenu, ce résultat reste exact à l'ordre du rapport de $\frac{2\lambda\mu}{1-\lambda^2}$ à la semi-amplitude de régime; si cette dernière est supposée égale à π, l'approximation envisagée est de $\frac{1}{2,6}\cdot 10^{-6}$.

XII. Signalons, à titre de renseignement et d'exercice pour laboratoires de chronométrie se piquant de précision, la loi fort simple de la réduction des semi-amplitudes de la vibration (10) non entretenue; cette loi intéressante pour les mesures expérimentales des frottements de colliers et de pivot sur un même balancier en marche, et qui se dégage immédiatement des graphiques de décalage, est la suivante:

En désignant par h le rapport $\sqrt{\frac{1-\lambda}{1+\lambda}}$ *les valeurs arithmétiques* des semi-amplitudes d'oscillations successives non entretenues sont liées par la loi de récurrence

$$u_1 + \Delta_2 = (u_0 - \Delta_1)h.$$

Désignons par $-\theta$ l'élément double de cette substitution linéaire, dont

la valeur est fournie par l'égalité

$$\theta = \frac{\Delta_1 h + \Delta_2}{1 - h},$$

la loi de récurrence prend la forme simple

$$(u_n + \theta) = (u_0 + \theta) h^n, \tag{11}$$

formule applicable, jusqu'à ce qu'on trouve pour la première fois, *par son application*, u_n négatif ou moindre que Δ_1, ou, ce qui revient au même : algébriquement

$$u_n < \Delta_1.$$

La formule (11) rappelle celle utilisée pour l'interprétation des photographies des mouvements pendulaires doublement amortis et rendra ici les mêmes services.

XIII. En résumé, les vibrations entretenues du type (10) assurent, aux approximations définies plus haut, un isochronisme à peu près complet.

En d'autres termes, cette loi de vibration assure que l'épreuve habituelle d'isochronisme du réglage ne révélera rien.

Par contre l'anisochronisme, appelé parfois *séculaire*, lié à la vieillesse des huiles, produira, par la lente croissance de λ^2 et de μ, un lent mais continu retard du chronomètre; on remarquera que cet effet est de sens contraire à *l'avance aux petits arcs* qui, dans les anciennes perturbations d'isochronisme manifeste, suivant la pittoresque expression d'un régleur, *la fièvre qui précède l'agonie d'un chronomètre*.

En supposant acquises avec certitude les méthodes nouvelles de compensation, il ne restera donc qu'une dernière cause d'anisochronisme : c'est l'inertie du spiral, dont Caspari a commencé l'étude pour un spiral Phillips.

Pour achever l'étude que nous poursuivons en ce moment, nous aurons à étendre le problème de Caspari au spiral cylindrique et aux doublets.

Il est possible, toutefois, de prévoir dès maintenant une distinction nécessaire entre nos deux classes de doublets.

XIV. Dans le doublet à ressorts symétriques de dimensions presque égales, les ressorts associés travaillent dans le même sens, ils s'ouvrent ou se ferment ensemble; il est donc très probable que pour ceux-ci, l'effet de l'accouplement ne produira pas une forte variation de la perturbation due à l'inertie des spiraux, encore moins une compensation de ces effets.

Au contraire, par l'emploi de spiraux associés, mais travaillant en sens

inverse l'un de l'autre, on peut semble-t-il envisager avec confiance une atténuation sinon une compensation complète de leurs perturbations individuelles d'inertie.

J'ai été renforcé dans cette opinion par celle de l'éminent et regretté professeur Ph. Guye, de Genève, qui, il y a trois ans, attira mon attention sur ce point important.

XV. Un dernier mot sur la comparaison des avantages ou des inconvénients relatifs aux deux systèmes *de doublets* au point de vue de l'influence des frottements sur l'isochronisme de l'un ou l'autre doublet.

Dans le doublet sinusoïdal et en particulier sur le doublet à viroles opposées qui attira tout d'abord spécialement mon attention et qui m'avait fourni une première méthode, les pressions longitudinales exercées sur les viroles opposées étaient parallèles, égales et de même sens, si l'on admet l'hypothèse dite des techniciens.

Les pressions élastiques verticales qui font varier la pression constante due au poids du balancier sur la tête du pivot sont alors d'un ordre d'importance plus élevé que la pression élastique verticale presque atténuée qui agit, dans le problème précisé dans ma dernière Note, sur le doublet à enroulements symétriques.

La régularité d'action de cette pression longitudinale élastique pourrait, il est vrai, compenser son importance, du moins si l'on admet l'exactitude de l'hypothèse dite des techniciens.

Le doublet à enroulements symétriques est, lui, infiniment plus indépendant du degré de validité encore mal établi de l'hypothèse des techniciens, puisque la loi évidente de symétrie y remplace l'hypothèse des techniciens.

XVI. En résumé, le doublet sinusoïdal doit être préféré, pour l'essai d'une atténuation de la perturbation d'inertie due à un spiral unique; mais le doublet symétrique a l'avantage de se prêter à une détermination expérimentale pratique de l'effet d'inertie qui jusqu'ici n'a pas encore été évalué expérimentalement.

La réalisation de l'un et l'autre type de chronomètres, moins coûteuse que des horloges élastiques à 8 spiraux, ou même que des balances spirales pour de nouveaux problèmes de mécanique de précision, offre un intérêt scientifique et industriel.

BOTANIQUE. — *Relations entre les chlamydospores et les boucles mycéliennes.* Note de M. Paul Vuillemin.

D'après une Communication présentée récemment à l'Académie par M. et Mme Fernand Moreau (1), les boucles souvent observées chez les Basidiomycètes, parfois chez les Tubéracées, se montrent sous le même aspect dans les filaments ascogènes du *Parmelia Acetabulum*. Ces boucles sont homologues du crochet qui précède l'asque chez divers Ascomycètes. Les boucles ou leurs équivalents sont donc répandus dans les mycéliums à articles binucléés (dicaryocytes) qui caractérisent la diplophase des Ascomycètes et des Basidiomycètes.

La formation des boucles est intermédiaire entre l'exogamie et l'endogamie ; elle entraîne comme ces procédés la production de dicaryocytes dont les noyaux se fusionnent dans l'asque ou la baside. Nous ignorons si ce fut ainsi que se réalisa le premier passage de l'exogamie à l'endogamie. Actuellement la production des boucles n'est pas nécessaire au développement des asques ou des basides puisque, sauf le cas du bec des Ascomycètes, on n'observe pas de connexion directe entre les boucles et les asques ou basides. Elle n'est pas non plus suffisante pour déterminer l'apparition de ces organes reproducteurs.

J'attirerai l'attention sur les chlamydospores qui offrent avec les boucles les mêmes relations que les asques et les basides. C'est ce que j'ai constaté depuis longtemps chez les *Nyctalis*. Ditmar avait créé le genre *Asterophora* pour l'*Asterophora lycoperdoides* Ditmar 1809, qui appartient au *Nyctalis Asterophora* Fries (*Aspergillus lycoperdoides* Bulliard).

Le genre *Asterophora*, supprimé par Fries, rétabli par Duby qui croyait les chlamydospores indépendantes de l'Agaricacée, est définitivement abandonné puisqu'il ne répond pas à la conception de son auteur.

Les chlamydospores de *Nyctalis Asterophora* ont une membrane lisse, séparée de la membrane primitive du filament qui s'en écarte au niveau des boursouflures rayonnantes. Chez le *Nyctalis parasitica*, la membrane primitive est difficile à distinguer de l'épispore dont elle épouse étroitement les contours.

J'ai rencontré vers la fin de l'année 1905, sur du bois humide, dans ma cave à Malzéville, des hyphes dont le calibre variait de $1^{\mu},5$ à $3^{\mu},3$; chaque

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1072.

cloison était accompagnée d'une boucle. Beaucoup d'articles intercalaires ou terminaux se renflaient ; le renflement, isolé par deux cloisons, devenait une chlamydospore sphérique, d'un jaune d'or, mesurant 5μ de diamètre. La membrane primitive était appliquée à l'épispore comme chez le *Nyctalis parasitica ;* dans les vieilles chlamydospores pourtant, la couche superficielle se fronce autour de l'endospore légèrement contractée. De même sur les filaments âgés la couche superficielle se décolle du reste de la membrane comme une gaine ridée. On ne peut invoquer une formation endogène.

Je n'ai trouvé ni basides ni asques. Je considère ce champignon comme une seconde espèce du genre *Bornetina* Mangin et Viala 1903. Je le nomme *Bornetina aurea* Vuillemin nov. sp.

Le *Bornetina aurea* diffère du *Bornetina Corium* Mangin et Viala comme le *Nyctalis parasitica* diffère du *Nyctalis Asterophora* par l'étroite connexion de la membrane primitive avec l'épispore. Ses hyphes ne présentent pas la tendance à la gélification des membranes accentuée chez le *B. Corium.* Elles forment un mycélium diffus, un lacis aranéeux contrastant avec le cuir décrit par Mangin et Viala.

Je ne vois là que des différences spécifiques, comme dans la couleur, les dimensions, l'ornementation des chlamydospores. J'ajouterai un caractère spécifique commun au *Bornetina Corium* et au *B. aurea.* Dans les deux espèces on rencontre des boucles renflées à membrane affermie.

Les caractères génériques des *Bornetina* se réduisent aux connexions des boucles avec les chlamydospores, à l'exclusion des organes reproducteurs, tels que les basides qui existent en même temps dans les genres *Nyctalis*, *Collybia*, etc. Le genre *Bornetina* réunit les Champignons pourvus de chlamydospores sur des hyphes munies de boucles, chez lesquels on ne connaît pas d'organes homologues des basides ou des asques. Il comprend actuellement deux espèces, *Bornetina Corium* et *Bornetina aurea.*

M. **Pierre Termier** fait hommage à l'Académie de son livre *A la gloire de la Terre* (in-8° écu de 400 pages, Nouvelle Librairie Nationale, Paris) et s'exprime en ces termes :

On trouvera réunis dans ce volume les Éloges que j'ai consacrés jadis aux deux savants qui ont le plus contribué aux progrès de la science géologique dans les trente dernières années : Eduard Suess et Marcel Bertrand. Je n'ai pas besoin de rappeler ici que ces deux grands hommes ont été, et

seront toujours, l'honneur de notre Compagnie. On y trouvera encore l'Éloge d'un autre savant, beaucoup moins connu, mais dont le nom mérite cependant d'être sauvé de l'oubli : Hippolyte Lachat, qui fut, en matière de géologie alpine, un véritable précurseur. On y trouvera enfin, groupés dans un ordre que j'ai voulu rationnel et didactique, diverses conférences, divers discours, divers articles, les uns résumant mon enseignement (synthèse des Alpes, problèmes de la Méditerranée occidentale, question de l'Atlantide, grandes énigmes de la Géologie, histoire des océans à travers les âges), les autres faisant connaître, à propos de Géologie, quelques idées personnelles sur la science et sur le monde.

L'objet du livre est de montrer la beauté de la Géologie et de lui recruter des adeptes. Cette science est encore toute pleine de mystère et l'on s'y promène au milieu des énigmes; mais c'est précisément pour cela qu'elle plaît aux jeunes gens et leur paraît infiniment séduisante. J'ai voulu la révéler à ceux qui ne la connaissent pas, et attirer ainsi à l'étude spéculative, et à la recherche désintéressée, des esprits qui s'ignorent encore et qui sont faits pour comprendre et, après avoir eux-mêmes compris, expliquer aux autres et aller plus avant dans la recherche.

M. **d'Ocagne** offre à l'Académie un travail, extrait de la *Revue générale des Sciences* (30 avril 1922), qui a pour titre : *Coup d'œil sur les principes fondamentaux de la Nomographie. En quels cas et comment ils permettent de réduire à une représentation plane des dimensions en nombre supérieur à trois*. Ce travail est celui dont l'auteur avait dernièrement annoncé la publication [1]. En précisant la distinction entre les nomogrammes *simples* (indécomposables en un enchaînement de nomogrammes à un moindre nombre de dimensions) et les nomogrammes *composés* (susceptibles, au contraire, de cette décomposition), il permet de discerner, sans aucune ambiguïté, quels sont ceux de ces nomogrammes sur lesquels il y a *effectivement* réduction à une représentation plane de dimensions en nombre supérieur à trois. L'application de ce critérium, aussitôt faite aux méthodes connues, fait ressortir que c'est, comme on le savait déjà, celle des points alignés qui a, pour la première fois, permis de réaliser une telle réduction effective à partir de la quatrième dimension.

De plus, il se trouve que nombre d'équations rencontrées en diverses

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 147 et 355.

branches de la technique, qui ne seraient pas susceptibles de représentation par enchaînement de nomogrammes à trois dimensions chacun seulement, le sont par des nomogrammes simples à plus de trois dimensions, réalisés au moyen des points alignés; d'où l'importance de cette notion.

NOMINATIONS.

M. **Maurice Hamy** est adjoint à la délégation qui représentera l'Académie à la réunion de l'*Union internationale d'Astronomie*, qui se tiendra à Rome du 2 au 10 mai.

CORRESPONDANCE.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Généralisation d'un problème de Sophus Lie dans la géométrie des transformations de contact.* Note de **M. E. O. Lovett**, présentée par M. Hadamard.

Sur une surface quelconque à courbure constante, les courbes dont l'équation différentielle est l'équation du troisième ordre

$$(1) \qquad y''' - \frac{3}{2}y'^{-1}y''^2 + 2g(x)y' - 2h(y)y'^3 = 0$$

admettent les transformations de contact proprement dites (transformations de contact qui ne sont pas seulement des transformations ponctuelles prolongées) dont la fonction caractéristique W a la forme

$$(2) \qquad W = 2\Omega(x, y)\sqrt{y'} + \xi(x)y' - \eta(y), \qquad \Omega = \varphi(x)\psi(y),$$

où les éléments fonctionnels φ, ξ, ψ, η satisfont aux deux couples d'équations différentielles de la même forme

$$(3) \qquad \varphi'' = g(x)\varphi, \qquad \xi\xi''' = 2(g\xi^2)', \qquad \psi'' = h(y)\psi, \qquad \eta\eta''' = 2(h\eta^2)',$$

les fonctions $g(x)$, $h(y)$ étant des fonctions arbitraires, et le système de coordonnées curvilignes x, y étant choisi de façon que $x =$ const., $y =$ const. soient les équations des courbes minimales de la surface donnée, de sorte

que l'élément d'arc ds^2 de la surface a la forme

$$Z^2(x, y)\, ds^2 = dx\, dy. \tag{4}$$

En faisant $g = h = 0$, le système (3) devient

$$\Omega_{xx} = \Omega_{yy} = \xi''' = \eta''' = 0, \tag{5}$$

système (dont l'intégration est immédiate) qui intervient dans le beau problème de Sophus Lie (¹) sur les cercles géodésiques de Minding.

Dans le cas où les fonctions $g(x)$ et $h(y)$ restent arbitraires, on n'a pas pu intégrer complètement l'un ou l'autre des deux types d'équations différentielles formant le système (3). Mais on a pu les intégrer pour beaucoup de formes particulières des fonctions g et h.

Parmi ces cas particuliers, les suivants ne sont pas sans intérêt. Il suffit de considérer les équations en φ et ξ. On remarque que, si $u(x)$ est une solution de l'équation en φ, u^2 est une solution de l'équation en ξ; donc, si u_1 et u_2 sont deux intégrales de l'équation en φ, on a simultanément

$$\varphi = a_1 u_1 + a_2 u_2, \qquad \xi = a_{12} u_1 u_2 + a_{11} u_1^2 + a_{12} u_2^2, \tag{6}$$

les a_i, a_{ij} étant des constantes arbitraires. De plus, d'une intégrale particulière u de l'équation en ξ, on peut déduire l'intégrale générale

$$\xi = a_{12} u + a_{11} u e^{+\beta\int\frac{dx}{u}} + a_{22} u e^{-\beta\int\frac{dx}{u}}, \tag{7}$$

où $\beta^2 = 2\alpha$, α étant la constante d'intégration dans

$$2\xi^2 g = \int \xi\xi''' dx + \alpha = \xi\xi'' - \frac{1}{2}\xi'^2 + \alpha. \tag{8}$$

I. *Formes simples de g en fonction de x.* — 1° Pour les formes

$$g = \pm m^2, \qquad 2g = -x, \qquad g = m(m-1)x^{-2},$$

le système s'intègre facilement par des fonctions connues.

2° Si $4g\sin^2 x = 4m(m+1) - \sin^2 x$, en partant de l'intégrale $u = \sin x$ de l'équation en ξ, on peut écrire l'intégrale générale (7) de l'équation en ξ; si, en particulier, le nombre m est un entier positif, l'équation en φ prendra une forme qu'Elliot (²) a intégrée complètement.

(¹) Lie, *Arch. for Math. og Naturv.*, vol. 9, 1884, p. 40-61, et le premier volume (1896), le seul publié, de Lie-Scheffers sur la géométrie des transformations de contact.

(²) Elliot, *Acta math.*, t. 2, 1883.

3° Des deux problèmes classiques de Frenet, on déduit les éléments suivants d'intégrales générales (6)

$$(1 \pm 3cz)e^{\mp 3cz}, \qquad (3 \pm 15ct + 25c^2t^2)e^{\mp 5ct},$$

dans les cas

$$g = c^2 x^{-\frac{4}{3}} = c^2 z^{-4} \quad \text{et} \quad g = c^2 x^{-\frac{8}{5}} = c^2 t^{-8}.$$

II. Si g est donné en fonction de ξ, l'équation en ξ s'intègre par quadratures; de même, l'équation en φ, si g est donné en fonction de φ.

1° *Exemples :* $g = 2\xi$, $g = \frac{3}{4}\xi^2$, $g = e^\xi$ et $2\xi^2 g = \xi \pm a\xi''$, ...

2° En prenant pour g une série de puissances quelconque en ξ, on a

$$g = \sum_{i=+m}^{-n} a_i \xi^i, \qquad \xi'^2 = 4\sum_{i=+m}^{-n} \frac{a_i}{i+1}\xi^{i+2} + 2k\xi + l.$$

En particulier, pour $g = \frac{3}{8}\alpha\xi^2 + \frac{1}{3}\beta\xi + \frac{1}{4}\gamma$, on est ramené à l'équation des fonctions elliptiques du second degré; et, comme autre exemple, si $g\xi^2 = \text{const.}$, la fonction ξ devient une fonction quadratique de x, et l'intégration complète pour φ s'accomplit sans difficulté.

3° On peut choisir la fonction g de telle manière que l'équation en ξ se réduise à l'une ou l'autre des équations du second ordre qui définissent les fonctions transcendantes nouvelles de M. Painlevé ([1]); on trouve

$$2g = 4\xi + \xi^{-2}\int \xi\, dx, \qquad \xi'' = 6\xi^2 + x;$$

$$4g = 3\xi^2 + 2x - 2\xi^{-2}\int \xi\xi' x\, dx, \qquad \xi'' = 2\xi^3 + x\xi + \alpha.$$

III. Prenons pour φ une fonction donnée de ξ.

1° Si $\varphi = m\xi + n$, il en résulte que

$$g = l(m\xi - n)^{-3}, \qquad \xi'^2 = \alpha + \beta\xi - 2\frac{l}{m}\xi(m\xi - n)^{-2}.$$

2° Si $\varphi = \xi^m$, $2m - 1 \neq 0$, la forme de g s'écrit aisément, et l'intégration pour ξ s'effectue par quadratures; si $2m - 1 = 0$, l'équation en ξ est vérifiée identiquement : donc, quelles que soient les fonctions $\xi(x)$, $\eta(y)$, l'équation

$$y''' - \frac{3}{2}y'^{-1}y''^2 + \left(\xi^{-1}\xi'' - \frac{1}{2}\xi^{-2}\xi'^2\right)y' - \left(\eta^{-1}\eta'' - \frac{1}{2}\eta^{-2}\eta'^2\right)y'^3 = 0$$

([1]) P. Painlevé, *Acta mathematica*, t. 25, 1902.

admet toujours la transformation de contact

$$W = 2\sqrt{\xi\eta y'} + \xi(x)y' - \eta(y).$$

L'équation (1) et, par conséquent, toutes les autres équations du troisième ordre de cette Note sont des cas particuliers d'une équation du même ordre caractérisant, sur une surface quelconque, les courbes qui ont leur courbure géodésique égale à une certaine intégrale

$$i\int Z y'^{-\frac{3}{2}}[H(x,y)y'^3 - G(x,y)y']\,dx + c,$$

$G(x, y)$ et $H(x, y)$ étant des fonctions arbitraires. Une forme assez générale de cette intégrale nous conduit au théorème, énoncé plus haut, sur les surfaces à courbure constante; si cette forme d'intégrale se réduit à une constante, on retrouve les résultats du Mémoire cité de Lie. De plus, on arrive encore à une autre généralisation en prenant les fonctions G et H de forme telle que la fonction Z ne paraisse pas dans l'équation différentielle des courbes.

CINÉMATIQUE. — *Sur une machine automatique à multiplier.* Note de M. **Augustin Séguin**, présentée par M. G. Kœnigs.

Un produit de deux facteurs quelconques, par exemple

$$a.b.c \times a'.b'.c',$$

peut être réalisé ainsi.

Formons les cinq combinaisons suivantes :

$$(1)\ \begin{cases} c.b.a. \\ \qquad\quad a'.b'.c'. \end{cases} \quad (2)\ \begin{cases} c.b.a. \\ \quad a'.b'.c'. \end{cases} \quad (3)\ \begin{cases} c.b.a. \\ a'.b'.c'. \end{cases} \quad (4)\ \begin{cases} \quad c.b.a. \\ a'.b'.c'. \end{cases}$$

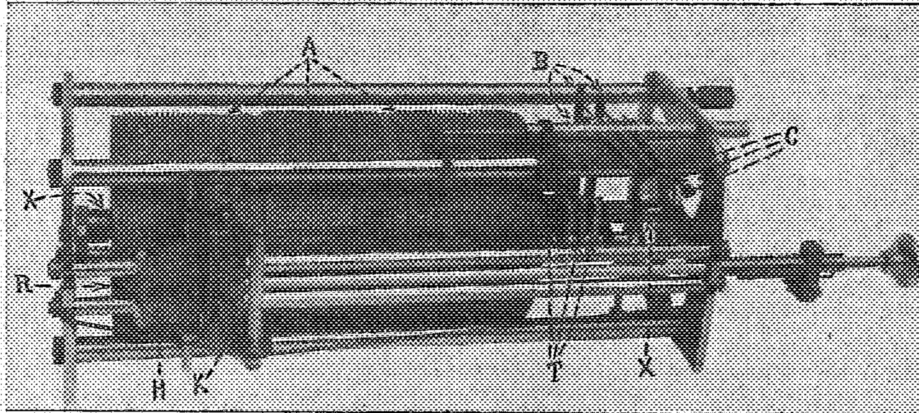
$$(5)\ \begin{cases} \qquad\quad c.b.a. \\ a'.b'.c'. \end{cases}$$

obtenues en renversant l'ordre des chiffres de l'un des facteurs, puis en écrivant l'autre facteur en dessous et en le faisant glisser d'un chiffre à chaque combinaison. Puis faisons, pour chaque combinaison, la somme des produits des chiffres des deux facteurs qui se trouvent verticalement en regard; nous obtenons ainsi, pour chaque combinaison, les termes

(1) $a \times a'$, (2) $b \times a' + a \times b'$, (3) $c \times a' + b \times b' + a \times c'$,
(4) $c \times b' + b \times c'$, (5) $c \times c'$.

Chacun de ces termes représente à son rang un terme du produit et l'ensemble de ces termes représentera le produit définitif après report des dizaines, s'il y a lieu, d'un terme dans l'autre.

L'appareil se compose d'un bâti traversé par un arbre horizontal X. Sur cet arbre sont enfilés trois tubes concentriques T pouvant tourner indépendamment l'un sur l'autre et sur chacun desquels sont montés, d'une part un cylindre multiplicateur A à gauche, d'autre part une tige de butée B à droite. Chaque tige B est fixée sur son



tube T, alors que chaque cylindre peut être amené en le tournant à la main à prendre par rapport à son tube 10 positions angulaires équidistantes, déterminées par un ergot à ressort porté par le tube et qui vient successivement tomber dans 10 petits trous équidistants creusés sur la base du cylindre. Chacune de ces 10 positions correspond successivement aux chiffres de 0 à 10 inscrits sur la surface du cylindre, et qui viennent se placer en regard d'un index fixe D. La position de chaque cylindre A est ainsi définie par la position de A par rapport à T et par la position de la tige B par rapport au bâti. Cette dernière position est déterminée par la butée de B poussée par un ressort contre des tiges de butée C dont la position est elle-même déterminée par leur déplacement longitudinal à la main et indiquée par des chiffres de 0 à 10 portés par une graduation devant laquelle se déplace un index E porté par chacune de ces tiges; le passage d'une graduation à une autre faisant tourner chaque cylindre A de $\frac{1}{100}$ de tour. Il y a trois tiges de butée C portées par un support poussé par un ressort et qui peut se déplacer parallèlement à l'axe X au moyen d'un échappement S dont les actions successives font déplacer successivement les butées C en regard des tiges B. Lorsqu'une tige B n'est en regard d'aucune butée, elle bute sur le support et indique de la façon expliquée plus loin un produit par zéro.

Le bâti porte une glissière guidant parallèlement aux génératrices des cylindres A un chariot H portant l'une au-dessus de l'autre deux roues dentées R. Chaque cylindre A porte disposées sur ses génératrices 200 crémaillères dentées équidistantes,

100 commençant par la gauche du cylindre et 100 par la droite alternativement, le nombre de leurs dents correspondant successivement aux produits de 0 par 0, 1, 2, ..., 9, de 1 par 0, 1, 2, ..., 9, etc. jusqu'à 9 par 0, 1, 2, ..., 9, les crémaillères commençant par la droite représentant les dizaines et celles commençant par la gauche les unités; deux dents de dizaine et d'unité ne se trouvant jamais sur un même parallèle du cylindre. Lorsqu'un cylindre A marque un chiffre indiqué par l'index D, et lorsque la tige C, qui lui sert de butée à ce moment, marque un chiffre indiqué par l'index E, les roues R engrènent avec des crémaillères correspondant au produit de ces deux chiffres.

Le chariot H mène le totalisateur K. Il est à tambours à report de dizaines, chaque tambour portant un doigt appuyé par un ressort sur une came fixe, et qui ne vient entraîner le tambour des unités supérieures pendant $\frac{1}{10}$ de tour, que lorsque le doigt tombe dans un creux de la came. Chaque tambour porte des chiffres de 0 à 10 servant à lire verticalement au moyen d'un index fixe F le produit cherché. Ce totalisateur est porté par un bras qui lui permet d'osciller autour d'un axe porté par le chariot H. Le mouvement d'oscillation est commandé par des butées à chaque extrémité de la course de H sur sa glissière, il commande lui-même par un échappement P un mouvement de descentes successives du totalisateur, de l'intervalle de deux tambours, et vient successivement débrayer et embrayer deux par deux les tambours qui sont dentés à cet effet, avec les roues R. Le chariot H à fin de course commande également l'échappement S, après avoir repoussé au moyen d'une came fixée sur lui toutes les tiges B, de façon à les dégager de leurs butées C et que ces butées puissent alors se déplacer successivement en regard de ces tiges, sous l'action de l'échappement.

Si alors un facteur $a.b.c.$ étant inscrit au moyen des cylindres A et l'autre facteur $a'.b'.c'.$ au moyen des butées C, de la façon que nous avons vue, nous imprimons au chariot H cinq mouvements d'aller et retour le long de sa glissière au moyen d'une poignée visible à l'extérieur du bâti de l'appareil à droite et qui commande ce chariot au moyen d'une longue tige traversant le bâti, nous obtiendrons sur le totalisateur le produit $a.b.c. \times a'.b'.c'$. En effet, les tiges B correspondant à chacun des cylindres A, mais la première tige correspondant au dernier cylindre et la dernière au premier cylindre (du fait des tubes concentriques T), ces tiges représentent renversé le facteur $a.b.c.$ inscrit sur les cylindres A, c'est-à-dire $c.b.a.$ A la position de départ, les butées C, qui représentent $a'.b'.c'.$, étant par rapport à ces tiges B qui représentent $c.b.a.$, dans la position relative $\begin{matrix} c.b.a. & & \\ & & a'.b'.c'. \end{matrix}$, le chariot, d'après ce que nous avons vu, pendant son premier mouvement d'aller, enregistrera sur le totalisateur K la somme des chiffres correspondant aux crémaillères des cylindres A qu'il rencontre successivement, c'est-à-dire $c \times 0 + b \times 0 + a \times a'$. C'est notre combinaison (1) du début et le premier chiffre à droite du produit. Grâce au jeu en fin de course du débrayage du totalisateur et des échappements S et P, la course de retour se fera débrayée et à la seconde course d'aller, les positions relatives de B et de C seront $\begin{matrix} c.b.a. & \\ & a'.b'.c'. \end{matrix}$ et le totalisateur enregistrera sur les deux tambours de rang d'unités suivant $c \times 0 + b \times a' + a \times b'$. C'est notre combinaison (2) et le

second chiffre du produit. Au bout de cinq courses, nous aurons ainsi le produit complet, les dizaines, s'il y a lieu, s'étant reportées automatiquement, comme nous l'avons vu, sur le totalisateur.

Nous remarquerons que cette machine suit pas à pas et réalise mécaniquement le théorème du début sur lequel elle est basée. Elle est, en outre, entièrement automatique une fois les facteurs posés.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur les vérifications astronomiques de la théorie de la relativité*. Note (1) de M. **Jean Chazy**, présentée par M. P. Painlevé.

Abandonnant la conception d'un espace infini, Einstein a proposé de remplacer les dix équations

$$G_{\mu\nu} = 0 \tag{1}$$

pour déterminer la loi de gravitation dans le vide, par les dix équations

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = 0, \tag{2}$$

où λ désigne une constante très petite. La constante λ est d'ailleurs égale à $\frac{1}{U^2}$ dans l'*Univers cylindrique* d'Einstein, et à $\frac{3}{U^2}$ dans l'*Univers sphérique* de de Sitter, U désignant dans les deux cas le *rayon de l'Univers*.

Si l'on se propose de déterminer le champ de gravitation statique et sphérique d'un centre matériel à l'aide des équations (1), on obtient le ds^2 célèbre de Schwarzschild. Si l'on se pose le même problème à partir des équations (2), l'intégration exacte du système différentiel obtenu est presque aussi facile, et donne la formule

$$ds^2 = \left(V^2 - \frac{2\mu}{r} - \frac{\lambda V^2}{3} r^2\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2\mu}{V^2 r} - \frac{\lambda r^2}{3}} - r^2(d\theta^2 + \cos^2\theta\, d\varphi^2),$$

où V et μ désignent deux constantes d'intégration.

Cherchons comment les conséquences de la formule du ds^2, prêtant à des vérifications astronomiques, sont modifiées par l'introduction des deux termes en λ, en conservant aux autres quantités la même signification que dans la formule de Schwarzschild.

L'allongement de la période de vibration des atomes quand ils se rap-

(1) Séance du 24 avril 1922.

prochent du Soleil peut être considéré encore comme une conséquence de la formule du ds^2 : dans le même rapport physique en raison de la petitesse de la constante λ.

Les trajectoires d'un point gravitant sont planes et admettent pour équation différentielle dans leur plan :

$$\left(\frac{d\frac{1}{r}}{d\theta}\right)^2 = A - \left(\frac{1}{r^2} + B\right)\left(1 - \frac{2\mu}{V^2 r} - \frac{\lambda r^2}{3}\right), \tag{3}$$

A et B désignant deux constantes d'intégration positives, dont la seconde B est égale à $\frac{ds^2}{r^4 d\theta^2}$. Pour $B = 0$, l'équation (3) devient l'équation différentielle des rayons lumineux.

La déviation des rayons lumineux au voisinage du Soleil n'est pas modifiée, et reste égale sensiblement à $4\mu : V^2 R$, R désignant le rayon du Soleil.

Comme avance des périhélies planétaires, à chaque révolution l'on doit ajouter au terme célèbre $\frac{6\pi\mu}{V^2 a(1-e^2)}$ un second terme ayant pour valeur quand l'excentricité est faible $\pi\lambda a^4 B$, soit sensiblement $\frac{\lambda V^2 T^2}{4\pi}$. D'une planète à l'autre l'avance séculaire produite par le premier terme varie ([1]), si l'on néglige les carrés des excentricités, en raison inverse de $a^{\frac{5}{2}}$, ou de $T^{\frac{5}{3}}$, égale respectivement pour Mercure, Vénus, La Terre et Mars à $42'',9$;

([1]) Les astronomes ont souvent insisté sur ce que la valeur $43''$, donnée par Newcomb de l'avance séculaire du périhélie de Mercure non expliquée par la loi de Newton, manque de précision. On peut remarquer encore que la discussion de Newcomb comporte en quelque sorte deux stades. Dans le premier stade, peut-être plus voisin des observations, Newcomb obtient entre autres des valeurs séculaires de $e\,\delta\varpi$ égales à $8'',48 \pm 0'',43$ pour Mercure et à $0'',75 \pm 0'',35$ pour Mars, soit des valeurs de $\delta\varpi$ égales à $41'',24 \pm 2'',10$ pour Mercure et $8'',04 \pm 3'',76$ pour Mars, les termes complémentaires désignant les erreurs moyennes. Dans le second stade de sa discussion, Newcomb cherche à répartir les avances non expliquées par la loi de Newton des périhélies des quatre planètes Mercure, Vénus, La Terre, Mars, en s'imposant cette condition (inspirée de l'hypothèse de Hall qui dans la loi de Newton corrigeait l'exposant 2) que les avances séculaires correspondantes soient en raison inverse des durées de révolution T; et il obtient ainsi les quatre valeurs $43'',37$; $16'',98$; $10'',45$; $5'',55$. Si Newton avait voulu au contraire que les avances obtenues soient en raison inverse de $T^{\frac{5}{3}}$, il aurait attribué sans doute une avance plus forte à Mercure, afin d'améliorer l'accord pour Mars.

8″,61; 3″,83; 1″,35. Au contraire l'avance séculaire produite par le terme $\lambda V^2 T^2 : 4\pi$ est proportionnelle à la durée de révolution T de la planète considérée [1].

Mais quel peut être l'ordre de grandeur de cette nouvelle avance? En ce qui concerne les grosses planètes, un nombre a été donné pour le périhélie de Saturne; des travaux de Le Verrier et de Gaillot, Tisserand conclut [2] avec des réserves à la possibilité d'une avance séculaire de 40″ environ, non expliquée par la loi de Newton. Raisonnons comme si cette avance de 40″ existait certainement et provenait du terme $\lambda V^2 T^2 : 4\pi$; et, à titre de comparaison entre les ordres de grandeur des deux quantités, déduisons-en le coefficient λ et le rayon de l'Univers U : on trouve une valeur de U de l'ordre de 10^{21} centimètres, ou de 1000 années de lumière. D'ailleurs les avances séculaires correspondant à une avance de 40″ du périhélie de Saturne et proportionnelles aux durées de révolution des planètes, sont respectivement :

La Terre.	Mars.	Jupiter.	Saturne.	Uranus.	Neptune.
1″34	2″46	16″	40″	114″	224″

Les avances correspondantes des périhélies des comètes d'Encke et de Halley sont respectivement de l'ordre de 4″ et de 100″.

D'où les conséquences suivantes :

Si le rayon de l'Univers, supposé cylindrique ou sphérique, est d'ordre supérieur à 1000 années de lumière, la correction mise en évidence dans cette Note des longitudes des périhélies planétaires est impossible à observer.

Si le rayon de l'Univers est de l'ordre de 1000 années de lumière, la correction considérée est presque comparable aux observations actuelles [3].

---

(1) La formule nouvelle obtenue du ds^2 est une combinaison de la formule de Schwarzschild et de la formule donnant le carré de l'élément de ligne d'Univers de de Sitter. La nouvelle avance des périhélies que nous mettons en évidence est indépendante de la masse du corps central, entre certaines limites, et correspond à une sorte d'entraînement de toutes les orbites.

(2) Cf. GAILLOT, *Comptes rendus*, t. **120**, 1895, p. 31; et TISSERAND, *Traité de Mécanique céleste*, t. **4**, p. 531. Dans ses nouvelles Tables de Saturne (*Annales de l'Observatoire de Paris*, t. **14**, 1904, p. 199), Gaillot donne comme avance séculaire totale du périhélie de Saturne un nombre peu différent des nombres antérieurs, laissant subsister un écart à la loi de Newton de 40″ environ, et la conclusion de Tisserand.

(3) Ces deux dernières conséquences concernent plutôt l'hypothèse de de Sitter, car dans l'Univers d'Einstein les considérations classiques sur les distances à la Terre des étoiles éloignées conservent plus de valeur, et le rayon de l'Univers semble nécessairement supérieur à 1000 années de lumière.

Mais il est impossible que le rayon de l'Univers soit de l'ordre de 100 années de lumière, ou d'ordre inférieur, car il en résulterait pour les périhélies de la Terre et de Mars des avances séculaires de l'ordre de 100″ et de 200″, incompatibles avec les travaux critiques de Le Verrier et de Newcomb. Donc, dans le prolongement cosmogonique de la théorie de la relativité, l'étude des mouvements des périhélies planétaires donne, indépendamment de toute considération d'astronomie stellaire, une limite inférieure du rayon de l'Univers.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Les lois de Képler et les orbites relativistes.* Note [1] de M. **J. Trousset**, présentée par M. P. Painlevé.

M. Painlevé, dans ses récentes Notes sur l'application au système solaire de la loi de gravitation d'Einstein, pose la question suivante :

Les observations astronomiques peuvent-elles conduire à remplacer dans le ds^2 d'Einstein

$$(1) \qquad ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2) - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2,$$

le rayon vecteur r par une autre fonction moins simple ?

La loi de Newton est actuellement (sauf en ce qui concerne le périhélie de Mercure) bien vérifiée. Il convient donc de rechercher avant tout si les formules einsteiniennes donnent, par rapport aux lois de Képler, des écarts mesurables.

Première loi de Képler. — On déduit de (1), en négligeant m^2,

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e\sin\psi}{a(1-e^2)} + \frac{m}{2}\,\frac{e^2}{a^2(1-e^2)^2}\cos^2\psi,$$

où

$$\psi = \varphi\left[1 - \frac{3m}{a(1-e^2)}\right];$$

$2a$ et $2ae$ représentent la somme et la différence des r maximum et minimum.

$\psi - \varphi$ donne la rotation du périhélie. Quant au terme en m, il donne des accroissements du rayon vecteur inférieurs à 1^{km}.

Deuxième loi de Képler. — L'orbite n'est pas décrite rigoureusement suivant la loi des aires puisque $r^2\frac{d\varphi}{dt} = K\left(1 - \frac{2m}{r}\right)$. Si l'on calcule la position

[1] Séance du 24 avril 1922.

sur l'orbite d'après les lois de Képler, on aura deux causes d'erreur; la première qui provient de ce que le rayon vecteur diffère un peu de celui d'une ellipse; la deuxième qui provient de ce que le facteur $1 - \frac{2m}{r}$ varie entre deux limites dont le rapport est $1 + \frac{m}{a}\frac{4e}{1-e^2}$. Il en résulte un écart sur la valeur de t correspondant à un φ donné, qui est au maximum égal à $\frac{m}{4a}\frac{e}{1-e^2}T$; ou encore, pour une époque donnée, un écart sur l'orbite égal au maximum à $m\frac{\pi}{2}\frac{e}{1-e^2}$, inférieur à 1^{km} pour tout le système solaire.

Troisième loi de Képler. — L'intervalle de temps entre deux passages au périhélie est

$$T' = K a^{\frac{3}{2}}\left(1 + \frac{3m}{a}\right),$$

K étant constant (si l'on néglige la masse de la planète) pour tout le système solaire. A cause de l'avance du périhélie, la durée moyenne de la révolution sidérale est

$$T = T'\frac{\psi}{\varphi} = K a^{\frac{3}{2}}\left(1 - \frac{3m}{a}\frac{e^2}{1-e^2}\right).$$

Il suffira pour rétablir l'accord avec la troisième loi de Képler de modifier a de $2m\frac{e^2}{1-e^2} = 3^{km} \times \frac{e^2}{1-e^2}$.

En résumé, en considérant non seulement la position, mais le temps, l'écart entre les orbites einsteiniennes et képlériennes est de l'ordre du kilomètre. Aux distances ordinaires des planètes, un kilomètre est vu de la Terre sous un angle de un millième de seconde d'arc.

Tant que nous ne saurons pas observer avec cette précision, le mouvement de périhélie de Mercure sera le seul argument en faveur de la loi d'Einstein comparée à celle de Newton. Elles conserveront ou perdront ensemble leur belle simplicité.

Note (1) *de M.* **Painlevé** *sur les deux Communications précédentes.*

Il y a certaines contradictions entre les deux Notes intéressantes qui précèdent, en ce qui concerne notamment le mouvement de Saturne; elles montrent la nécessité d'un vaste travail d'ensemble qui reprendrait les

(1) Séance du 24 avril 1922.

calculs de Le Verrier, Tisserand et Newcomb d'après la loi de Newton, et introduirait ensuite, une par une (en vue de comparaison), les multiples petites corrections qu'entraînerait la théorie einsteinienne. Dans sa Note, M. Trousset se place au point de vue que j'ai indiqué dans mes Communications antérieures et sur lequel j'insiste dans ma Communication d'aujourd'hui (n° 7): c'est le point de vue où l'on conserve la géométrie euclidienne. Dans la doctrine einsteinienne intégrale, le postulat géométrique supprime la fonction arbitraire de r (voir le n° 9 de ma Note). La conclusion de M. J. Trousset, d'après laquelle la mesure directe du millième de seconde d'arc serait nécessaire pour trouver en Astronomie entre la doctrine de Newton et celle d'Einstein un autre critérium que celui du périhélie de Mercure, est trop stricte; car il faut compter avec la puissance des moyennes et les multiples recoupements de la Mécanique céleste.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le mouvement d'une planète dans un milieu résistant.* Note [1] de M. **P. Fatou**, présentée par M. E. Goursat.

Nous avons traité récemment [2] quelques problèmes concernant cette question. Nous allons compléter sur quelques points de rigueur les résultats obtenus, dans le cas d'une résistance proportionnelle à la vitesse.

Appelons r et θ les coordonnées polaires, v la vitesse, k un coefficient positif et E la base des logarithmes népériens; le centre d'attraction est à l'origine. Le théorème des moments conduit à l'équation

$$r^2\frac{d\theta}{dt} = C_0 E^{-kt}. \tag{1}$$

Le théorème des forces vives peut s'exprimer par les deux équations

$$v^2 = \frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a}, \tag{2}$$

$$\frac{\mu}{a} = \frac{\mu}{a_0} + 2k\int_0^t v^2\,dt, \tag{3}$$

a désignant le demi-grand axe de l'orbite osculatrice (elliptique) qui décroît constamment. On déduit de là d'abord l'inégalité

$$r > \frac{C_0^2}{2\mu} E^{-2kt} \tag{4}$$

(1) Séance du 24 avril 1922.

(2) *Bulletin astronomique*, 2e série, 1re Partie, t. 1, fasc. 6, 1922, p. 293-301.

qui montre que r ne peut devenir nul qu'au bout d'un temps infini si $C_0 \neq 0$; puis l'équation différentielle du second ordre qui définit r en fonction de t

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + k\frac{dr}{dt} + \frac{\mu}{r^2} - \frac{C_0^2}{r^3}E^{-2kt} = 0. \tag{5}$$

Si l'on remarque que r reste borné ($r < 2a_0$), on déduit de (5) que la plus petite limite de r est nulle pour t infini; voici, de ce fait, une démonstration plus rapide que celle de l'article cité. On a

$$\int_0^t \frac{\mu}{r^2}\left(1 - \frac{p_0 E^{-2kt}}{r}\right)dt = -kr - \frac{dr}{dt} + \text{const.}, \tag{6}$$

r étant borné, $\frac{dr}{dt}$ admet la valeur zéro comme limite d'indétermination; le second membre de (6) est donc borné pour certaines valeurs infiniment grandes de t; si $\frac{1}{r}$ était borné comme r, l'intégrale du premier membre ayant tous ses éléments positifs et jamais infiniment petits serait divergente dans le champ $(0, +\infty)$; or, cela contredit ce qui précède. On voit même que le facteur $1 - \frac{p_0 E^{-2kt}}{r}$ doit traverser la valeur zéro, ou s'en approcher indéfiniment quand on fait croître t vers l'infini; r prend donc des valeurs de l'ordre E^{-2kt}.

Ceci posé, supposons maintenant que la plus grande limite ρ de r pour t infini soit positive; nous allons montrer qu'on aboutit à une contradiction. Décrivons deux circonférences de centre O, de rayons $< \rho$, égaux par exemple à $\frac{\rho}{2}$ et $\frac{\rho}{4}$; il existera une infinité d'arcs distincts de la trajectoire, joignant deux points appartenant respectivement à ces deux circonférences et compris dans la couronne; comme $r < 2a$ et que a tend vers a' en décroissant, on a

$$\rho \leqq 2a' < 2a.$$

En un point de l'un des arcs de trajectoire considérés, on a, par suite,

$$v^2 = \frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a} > \frac{2\mu}{\rho}. \tag{7}$$

Comme la longueur de chacun de ces arcs est $> \frac{\rho}{4}$, l'intégrale $\int ds$ étendue à la somme de tous ces arcs est infinie; il en est de même, d'après (7), de l'intégrale

$$\int v\, ds = \int v^2\, dt,$$

étendue aux mêmes arcs ou à toute la trajectoire. Mais alors, d'après (3),

la limite a' de a est nulle, et l'on a $\rho = 0$. La contradiction est manifeste et l'on en conclut que r tend régulièrement vers zéro.

Il s'ensuit d'ailleurs que a tend également vers zéro; on a, en effet,

$$v^2 + 2k\int_0^t v^2\,dt = \frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a_0},$$

d'où

$$\int_0^t v^2\,dt = \mathrm{E}^{-2kt}\int_0^t \left(\frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a_0}\right)\mathrm{E}^{2kt}\,dt,$$

et, comme $\frac{\mu}{r}$ est infinie positive avec t, on déduit de cette formule qu'il en est de même pour le premier membre. (On applique le théorème de la moyenne en divisant le champ d'intégration en deux parties.) Par suite, a tend vers zéro avec $\frac{1}{t}$. C. Q. F. D.

Pour étudier la forme des trajectoires, remarquons que le rayon vecteur, d'après (1), tourne toujours dans le même sens, θ étant une fonction analytique et monotone de t et réciproquement. La formule qui donne la composante normale de la force

$$F_n = \frac{mv^2}{B}$$

montre que la courbe tourne toujours sa concavité vers l'origine. Si, pour t infini, le rayon vecteur tendait vers une position limite déterminée, r ne pourrait admettre une infinité de maxima et de minima, sans que la courbe ait une infinité de points d'inflexion : on le verra sans peine en s'aidant d'une figure [1]. Ce cas doit donc être écarté et il suffit, pour faire voir qu'il y a bien mouvement en spirale, de démontrer la divergence de l'intégrale

$$\int d\theta = \int \frac{C_0}{r^2}\,\mathrm{E}^{-kt}\,dt,$$

dans le cas où r reste décroissant à partir d'un certain moment. Or, dans ce cas, r reste constamment de l'ordre de E^{-2kt}; en effet, d'après (6), comme on l'a vu, r prend des valeurs inférieures, par exemple, à $2p_0\mathrm{E}^{-2kt}$, et même dans tout intervalle de grandeur fixe, τ, suffisamment éloigné de l'origine [2]. Or, si l'on avait

$$\begin{aligned} r(t) &< 2p_0\mathrm{E}^{-2kt},\\ r(t+h) &> b\,\mathrm{E}^{-2k(t+h)},\\ h &< \tau, \end{aligned}$$

(1) On peut le démontrer analytiquement en toute rigueur.

(2) Voir l'article cité.

d'où

$$r(t+h) > r(t)\frac{b}{2p_0}E^{-2k\tau} > r(t),$$

en prenant $b = \frac{E^{-2k\tau}}{2p_0}$, $r(t)$ ne serait pas décroissant; mais si r reste de l'ordre de E^{-2kt}, il est clair que l'intégrale $\int d\theta$ est divergente et le résultat annoncé est exact [1].

MÉCANIQUE. — *Sur l'équilibre des talus en terre cohérente.* Note de M. **Gustave Guillaumin.**

I. Les particularités principales de l'équilibre limite des talus indéfinis en terre douée de cohésion (cas des déformations planes) peuvent être établies en ne faisant appel qu'à des propriétés très générales des matériaux constituant les massifs. Suivant les notations de M. Boussinesq, que j'ai adoptées déjà dans un travail antérieur [2], soient, en effet, d'une manière générale, p la pression moyenne et χ l'azimut du plus petit effort principal en valeur algébrique. Soient, d'autre part, q le plus grand glissement (ou demi-différence entre le plus grand et le plus petit efforts principaux, toujours en valeur algébrique), enfin e le rapport $\frac{q}{p}$ qui détermine l'excentricité de la conique directrice des efforts. Les composantes du tenseur de ces efforts sont

$$\begin{aligned} N_1 &= -(p + q\cos 2\chi) = -p(1 + e\cos 2\chi), \\ N_2 &= -(p - q\cos 2\chi) = -p(1 - e\cos 2\chi), \\ T &= -q\sin 2\chi \quad = -pe\sin 2\chi. \end{aligned}$$

Admettons, en suivant en cela les auteurs qui se sont occupés de la théorie des déformations et en dernier lieu M. Marcel Brillouin [3], que l'équilibre limite soit caractérisé par une certaine relation

$$(1) \qquad e = f(p) \quad \text{ou} \quad p = g(e),$$

tous les autres états d'équilibre possibles devant répondre à la condition

---

[1] Remarquons que les conclusions qui précèdent ne peuvent se justifier, comme on le fait parfois, par l'emploi des méthodes usuelles de la Mécanique céleste, suivi d'une extrapolation abusive.

[2] *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 818 et 885.

[3] *Annales de Physique*, 1920.

$e < f(p)$. D'après leurs définitions, il faudra, pour que le massif plan ne soit soumis qu'à des pressions, que p soit positif et e compris entre o et 1. L'expérience conduit à admettre que $f(p)$ est une fonction décroissante de p qui tend vers une certaine limite $k = \sin\varphi$ lorsque p augmente indéfiniment.

II. Choisissons le talus montant pour axe des y, l'axe des x perpendiculaire dirigé vers l'intérieur du massif et soit i l'inclinaison du talus sur l'horizontale. Prenant le poids spécifique de la matière pour unité, on a, pour définir la solution Rankine-Lévy généralisée, seule applicable en l'espèce,

$$p(1 + \cos 2\chi) = x \cos i, \tag{2}$$
$$pe \sin 2\chi = - x \sin i; \tag{3}$$

d'où, pour déterminer p, l'équation du second degré en x où $e = f(p)$

$$x^2 - 2px \cos i + p^2(1 - e^2) = 0, \tag{4}$$

qui donne les deux solutions

$$x' = p\left(\cos i + \sqrt{e^2 - \sin^2 i}\right), \qquad x'' = p\left(\cos i - \sqrt{e^2 - \sin^2 i}\right).$$

A la surface libre, la seconde solution est seule admissible avec $e_0 = 1$, $p_0 = g(1)$ et $\chi = \frac{\pi}{2}$. La première solution ne devient admissible que pour

$$x_0 = 2p_0 \cos i = 2g(1) \cos i, \tag{5}$$

avec $\chi = -i$ (grand axe de l'ellipse directrice vertical).

Pour que l'équilibre limite soit possible à toute profondeur, il faut, d'après (4), que p puisse prendre des valeurs infiniment grandes, donc que i soit inférieur à φ. Dans cette hypothèse, la solution x'' sera admissible dans tout le massif, car $\frac{dx''}{dp}$ y restera partout positif. La solution x' sera également possible, tout au moins dans une certaine couche limitée supérieurement par $x = x_0$, pourvu que $\frac{dx'}{dp}$ soit positif pour $p = p_0$, c'est-à-dire que l'on ait

$$|g'(1)| < \frac{2 \cos^2 i}{p_0}. \tag{6}$$

Si $i > \varphi$, x ne peut être défini que pour $e > \sin i$ et il y a une pression moyenne maximum $g(\sin i)$. Si l'inégalité (6) est satisfaite, x' commencera par croître à partir de $p = p_0$; il existera donc une profondeur *critique* au

moins au delà de laquelle l'équilibre ne sera plus possible, l'équation caractéristique (1) ne pouvant être satisfaite (rupture par glissement). Enfin, si l'inégalité (6) n'est pas réalisée, c'est-à-dire si i est suffisamment grand, x_0 deviendra profondeur critique pour un des systèmes de solutions au moins; dans ce cas, la rupture d'équilibre au delà de x_0 se ferait par extension. La représentation graphique des diverses formes de l'équation (4) éclaire d'ailleurs très simplement l'exposé ci-dessus ainsi que le rôle des diverses profondeurs critiques.

III. La discussion des valeurs de χ se fait aisément au moyen de la relation

$$\sin(i+2\chi)+\frac{\sin i}{e}=0,$$

qui donne aussi bien e en fonction de χ, et d'où l'on déduit

$$x=\frac{g(e)\sin 2\chi}{\sin(i+2\chi)}.$$

Les équations différentielles des lignes orthostatiques, enveloppes des efforts principaux, seront donc toujours intégrables si g est une fonction rationnelle de e, l'ordonnée y s'exprimant en fonction de $\sin 2\chi$, $\cos 2\chi$ et d'arcs ou de logarithmes cosinus d'arcs dont les tangentes sont fonctions linéaires de $\operatorname{tang}\chi$.

IV. Les critiques que l'on peut faire à l'emploi d'une relation limite $e=f(p)$, bien déterminée et la même partout, sont bien connues et d'ailleurs extrêmement importantes. Les principales difficultés proviennent, dans le cas actuel, de l'hétérogénéité certaine, résultant souvent de la construction même des massifs, de l'ignorance dans laquelle on est de l'état naturel et du fait que la relation précitée n'est théoriquement déterminée que si l'on fait intervenir l'hérédité. Il serait donc toujours préférable de demander à la seule expérience la loi suivant laquelle varient les efforts intérieurs avec la profondeur du massif cohérent supposé mis à l'état ébouleux.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la connexion du champ tensoriel.* Note de M. **Paul Dienes**, présentée par M. Hadamard.

I. Dans la théorie de la relativité, on ne définit les opérations sur les tenseurs, comme par exemple l'addition ou la multiplication, que pour des

tenseurs attachés au même point. Une loi physique est, cependant, une relation entre des mesures effectuées en différents points de l'espace-temps, force nous est donc de définir une relation entre les tenseurs attachés à des points différents. En d'autres termes, nous devons définir le « déplacement » d'un tenseur le long d'une courbe fermée ou non.

2. C'est M. Weyl [1] qui a le premier défini une telle relation sous le nom de connexion affine (= linéaire en dx_i), valable dans le voisinage d'un point.

Soient donnés les deux points $P(x_i)$ et $Q(x_i + dx_i)$ et les fonctions arbitraires $\Gamma^i_{o,j,k}(x_i)$, nommées paramètres de la connexion établie par la formule

$$A^i(Q) = A^i(P) + A^s(P)\Gamma^i_{o,s,k}(P)\,dx_k, \tag{1}$$

où les fonctions $A^i(x_i)$ sont les composantes d'un tenseur contrevariant.

3. La formule fondamentale de la théorie du déplacement des tenseurs détermine la différence entre le tenseur initial A^i et le tenseur final $\overline{A}^i$, obtenu par le déplacement du tenseur le long d'un contour fermé, et elle s'écrit [2] :

$$\overline{A}^i - A^i = \sum_{s,k,l} A^s R^{0,j}_{s,0,k,l}\,dx_k\,dx_l, \tag{2}$$

où les fonctions

$$R^{0,j}_{i,0,k,l} = \frac{\partial \Gamma^{0,j}_{i,0,k}}{\partial x_l} - \frac{\partial \Gamma^{0,j}_{i,0,l}}{\partial x_k} + \sum_s \left(\Gamma^{0,s}_{i,0,k}\Gamma^{0,j}_{s,0,l} - \Gamma^{0,s}_{i,0,l}\Gamma^{0,j}_{s,0,k}\right) \tag{3}$$

sont les composantes du tenseur de Riemann-Christoffel.

4. *Nous allons montrer par des exemples concrets que la formule* (2) *est inexacte.*

L'exemple le plus simple d'un contour fermé est le chemin PQP. Comme, d'après (3),

$$R^{0,j}_{i,0,k,l} + R^{0,j}_{i,0,l,h} = 0,$$

la formule (2) se réduit en ce cas à $\overline{A}^i = A^i$.

D'autre part, en désignant par $A^i(P \between Q)$ le tenseur $A^i(P)$ déplacé à Q, et par $A^i(P \between Q, R)$ le tenseur $A^i(P \between Q)$ déplacé à R, nous aurons, d'après (1),

$$A^i(P \between Q, P) = A^i(P \between Q) - A^s(P \between Q)\Gamma^i_{0,s,k}(Q)\,dx_k,$$

---

[1] H. Weyl, *Raum. Zeit. Materie*, 3e édition, p. 100-102.

[2] H. Weyl, *loc cit.*, p. 100, formule (41).

c'est-à-dire

$$(4)\qquad A^i(P|Q,P) = A^i(P) - A^s(P)\left[\Gamma^{\sigma}_{0,s,l}(P)\,\Gamma^{i}_{0,\sigma,k}(P) + \frac{\partial\Gamma^{i}_{0,s,k}}{\partial x_l}\right] dx_k\, dx_l,$$

où, selon l'usage général, nous avons supprimé le Σ. Par conséquent, $\overline{A}^i \neq A^i$ de sorte que, dans le cas envisagé, la formule (2) n'est pas exacte.

5. Voici un second exemple non moins instructif. Prenons les trois points $P(x_i)$, $R(x_i + dx_i)$ et $Q(x_i + dx_i + \delta x_i)$ et calculons la différence

$$A^i(P|R,Q,P) - A^i(P).$$

D'après (1),

$$A^i(P|R,Q,P) = A^i(P|R,Q) - A^\tau(P|R,Q)\,\Gamma^i_{0,m,\tau}(Q)\,(dx_m + \delta x_m),$$

puisque les coordonnées de P par rapport à Q sont $-(dx_m + \delta x_m)$.

D'autre part,

$$A^i(P|R,Q) = A^i(P|R) + A^\sigma(P|R)\,\Gamma^i_{0,\sigma,k}(R)\,\delta x_k$$
$$= A^i + A^s\Gamma^i_{0,s,l}\,dx_l + [A^\sigma + A^s\Gamma^\sigma_{0,s,l}\,dx_l]\,\Gamma^i_{0,\sigma,k}(R)\,\delta x_k,$$

où, pour simplifier l'écriture, nous avons supprimé la lettre P.

On arrive ainsi à la formule

$$(5)\qquad A^i(P|R,Q,P) - A^i(P)$$
$$= -A^s\left[\frac{\partial\Gamma^i_{0,s,k}}{\partial x_l} + \Gamma^\tau_{0,s,l}\,\Gamma^i_{0,\tau,k}\right](dx_k\,dx_l + dx_u\,\delta x_l + \delta x_u\,\delta x_l)$$

qui montre bien que les cas de deux, trois et quatre points diffèrent essentiellement.

6. *Mais la vraie difficulté réside dans le fait que les formules* (4) *et* (5) *sont absurdes*. En effet, l'expression dans le crochet n'est pas un tenseur. On le vérifie immédiatement en se rapportant à la transformation des paramètres $\Gamma^i_{0,j,k}$ dans un changement de variables.

La raison de toutes ces difficultés est qu'on prétend obtenir une précision de second degré au moyen d'une approximation du premier degré. La théorie de la connexion linéaire n'est pas à même de nous renseigner sur les différences de degré supérieur.

L'étude du déplacement des tenseurs conduit donc nécessairement à l'introduction de la connexion quadratique, etc.

7. Définissons la connexion quadratique par la formule

$$(6)\qquad A^i(P|Q) = A^i(P) + A^s\Gamma^i_{0,s,k}\,dx_k + \frac{1}{2}A^s h^{s,i,j,k}\,dx_j\,dx_k$$

et posons

$$P^{0,i}_{i,0,k,l} = h^{i,j,k,l} - \frac{\partial \Gamma^{i}_{0,j,k}}{\partial x_l} - \Gamma^{\sigma}_{0,j,l}\,\Gamma^{i}_{0,\sigma,k}.$$

Un calcul simple donne

$$(7) \qquad A^i(P;Q,P) - A^i(P) = A^s P^{0,i}_{s,0,k,l}\,dx_k\,dx_l$$

ou, plus généralement,

$$(8) \quad A^i(P;R,Q,S,P) - A^i(P) = A^s[R^{0,i}_{s,0,k,l}\,dx_k\,\delta x_l + P^{0,i}_{s,0,k,l}\,dx_k\,dx_l + P^{0,i}_{s,0,k,l}\,\delta x_k\,\delta x_l].$$

On comprendra l'importance du tenseur nouveau $P^{0,i}_{i,0,k,l}$ dans l'interprétation géométrique et physique.

8. Remarquons, enfin, que, malgré les affirmations de M. Weyl et de M. Eddington, la formule (2), ou n'importe quelle formule analogue, par exemple (8), ne peut pas nous fournir la solution générale du déplacement des tenseurs le long d'une courbe fermée quelconque. Ces formules montrent plutôt que le tenseur final dépend effectivement du chemin représenté ici par dx_i et δx_i.

Pour prouver leur assertion, les auteurs cités se servent de la formule de Stokes. Mais, d'après (7), on ne peut pas déplacer un tenseur de P à Q et le repousser de Q à P sans qu'il soit changé. La décomposition en carrés ne permet donc pas de passer d'une intégrale de ligne à une intégrale de surface. Pour élucider tous ces problèmes nous étudierons, dans un travail plus étendu, la structure mathématique du Calcul tensoriel et, en particulier, le problème du déplacement des tenseurs d'ordre quelconque.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur un effet électro- et magnéto-optique des liquides, qui tiennent des poudres métalliques en suspension.* Note de M. **St. Procopiu**, présentée par M. M. Brillouin.

En étudiant la biréfringence électrique du toluène, ayant séjourné sur du sodium, j'ai constaté que ce corps présentait une biréfringence négative, tandis que celle du toluène pur est positive. Le phénomène présentait les caractères qu'on lui connaît pour les liqueurs mixtes : avec un champ faible, quelques centaines de volts, la biréfringence atteignait rapidement une valeur de saturation, et ne disparaissait que progressivement après la suppression du champ. L'effet observé doit être attribué à des particules en suspension, car la filtration du toluène le fait disparaître.

Ces faits m'ont conduit à rechercher si les liquides qui renferment des

poudres métalliques en suspension présentent une biréfringence dans le champ électrique ou magnétique.

Le dispositif optique était celui décrit dans des Notes précédentes [1].

Les métaux (Hg, Mg, Al, Sb, Cu, Zn, Fe, Ni, Cd, Bi), en poudre fine, sont mêlés avec le liquide étudié (benzène, pétrole, alcool benzylique, etc.). Après agitation du liquide avec la poudre métallique (dans le cas du mercure, avec une goutte de ce métal), on laisse reposer, on décante et la liqueur limpide est introduite soit dans une cuve de Kerr à deux électrodes verticales, entre lesquelles on établit le champ électrique (courant alternatif d'un transformateur), soit dans un tube placé dans l'entrefer d'un électro-aimant.

Le mercure agité avec le pétrole ou le benzène donne des liqueurs claires, facilement utilisables, tandis que ses liqueurs avec l'alcool homobenzylique sont grisâtres et il faut les diluer fortement pour pouvoir les utiliser.

Résultats. — 1. Tous les liquides renfermant des poudres fines métalliques en suspension présentent, soit dans le champ *électrique*, soit dans le champ *magnétique*, une *biréfringence négative*, c'est-à-dire de même signe que celle du verre comprimé suivant la direction des lignes de force.

Voici, comme ordre de grandeur, la biréfringence β et le dichroïsme δ en degrés, en lumière jaune du mercure ($578^{m\mu}$), des liqueurs obtenues avec l'alcool homobenzylique et l'une des poudres métalliques suivantes :

Champ électrique (500 volts : cm).

	Hg.	Mg.	Sb.	Al.	Cu.	Fe.	Ni.	Cd.	Zn.	Bi.
β.	−3°,6	−2°,1	−2°	−1°,8	−1°,5	−1°	−1°	−0°,4	−0°,3	−0°,1
δ.	−0°,5	−1°,5	−1°	−0°,4	−0°,5	−0°,2	+0°,4	−0°,2	+0°,1	0°

La *saturation* de la biréfringence électrique est obtenue pour des champs de l'ordre de 200-500 volts : cm pour tous les métaux, excepté pour le mercure qui, à 3000 volts : cm n'atteint pas encore la saturation. En outre, le mercure donne, avec le benzène et le pétrole, de fortes biréfringences négatives, de l'ordre de −10° pour 3000 volts : cm.

La biréfringence ne disparaît pas en même temps que le champ, il y a un *temps de relaxation* de deux ou trois minutes, pour tous les métaux, excepté pour les liqueurs dérivant du mercure, dont la biréfringence disparaît presque instantanément. Il est probable que ceci tient à ce que les particules de mercure en suspension sont plus petites.

Dans le champ magnétique, les diverses liqueurs se comportent diffé-

---

[1] *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 1145, et t. **172**, 1921, p. 1172.

remment. La biréfringence des liqueurs, qui contiennent du fer, prend la valeur limite pour 20 gauss, et des liqueurs qui contiennent du nickel, pour 500 gauss environ.

Champ magnétique.

	β	δ	H (champ saturation).
Fe	—1,5	—0,4	20 gauss
Ni	—0,6	+0,1	500 »

Les autres métaux, comme Cu, Al, Sb, présentent une faible biréfringence pour 3000 gauss; mais ces métaux — analysés à une balance magnétique, genre Curie — contiennent des traces de fer. De sorte qu'il est possible que l'effet soit dû à ces faibles traces de fer.

Toutes ces liqueurs métalliques présentent, en dehors de tout champ électrique ou magnétique, une *biréfringence spontanée positive*, due probablement à la chute des particules.

2. Si l'on regarde dans l'obscurité la traînée du faisceau lumineux dans le tube de Kerr, au-dessus des électrodes ou dans un plan normal au champ, on constate que le liquide devient lumineux entre les électrodes et que les particules deviennent brillantes au moment de l'établissement du champ et pendant tout le temps que le champ lui est appliqué. Les particules restent brillantes deux à trois minutes après la suppression du champ et s'éteignent avec la biréfringence elle-même.

Le phénomène est plus intense dans le champ électrique avec les poudres de cuivre, d'aluminium et de magnésium. Cette luminosité est visible aussi dans le champ magnétique avec le fer, le cuivre, l'aluminium.

3. Ces phénomènes sont dus à l'*orientation*, des particules métalliques allongées, suivant les lignes de force du champ électrique, où elles forment des filets. Dans le champ magnétique uniforme, seules les particules de fer et de nickel subissent un couple d'orientation, par suite de leur grand coefficient de susceptibilité magnétique.

On suit facilement l'orientation des particules métalliques dans le champ, en observant les phénomènes avec le *microscope*, mis au point sur la cuve et normalement au faisceau lumineux.

Quant à la biréfringence négative, elle est due probablement à la reflexion ou à la diffraction [1] de la lumière sur les filets de particules [2].

---

(1) Gouy, *Annales de Chimie et de Physique*, t. 8, 1886, p. 145.

(2) Des phénomènes quelque peu analogues, de biréfringence magnétique des fumées métalliques, ont été observés par Elihu Thomson, *Nature*, vol. 107, 1921, p. 521; Gray et Speakman, *Ibid.*, p. 619; Tieri, *Ibid.*, p. 778.

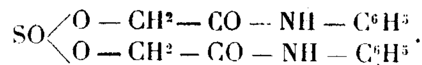
CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du chlorure de thionyle sur les acides-alcools α.* Note de M. E.-E. **Blaise** et de Mlle **Montagne**, présentée par M. Haller.

Au cours de recherches sur la synthèse des composés cétoniques ou dicétoniques au moyen des dérivés organo-zinciques mixtes, l'un de nous a été amené à observer la formation de petites quantités de corps qui paraissent résulter de l'action du chlorure de thionyle sur les acides-alcools α. Nous avons ainsi été conduits à étudier cette réaction et les acides-alcools employés sont : l'acide glycolique, l'acide lactique et l'acide oxy-isobutyrique. Les résultats obtenus varient, comme on le verra avec le degré de la fonction alcoolique.

Dans tous les cas, l'acide-alcool a été chauffé doucement, au bain-marie, avec deux molécules au moins de chlorure de thionyle et le produit obtenu a été ensuite fractionné dans le vide. En opérant sur l'acide glycolique, on peut ainsi isoler deux corps : l'un, bouillant à 78°-82° sous 16^{mm}, est le chlorure du chlorosulfite glycolique $Cl-SO-O-CH^2-COCl$; l'autre, qui passe à 99°-101° sous 17^{mm}, a pu être identifié avec le chlorure chloracétylglycolique $CH^2Cl-CO-O-CH^2-COCl$.

Le chlorure du chlorosulfite glycolique est un corps peu stable vis-à-vis de la chaleur; vers 180°, il se décompose en SO^2 et chlorure de chloracétyle. Ce dernier a été caractérisé par transformation en anilide fusible à 134°. L'action de l'eau donne de l'acide chlorhydrique, de l'acide sulfureux et de l'acide glycolique. Avec l'alcool méthylique, on obtient du glycolate de méthyle, bouillant à 63° sous 21^{mm} et qui a été caractérisé par sa phényl-uréthane fusible à 72°; en même temps se forment SO^2, CH^3Cl et HCl.

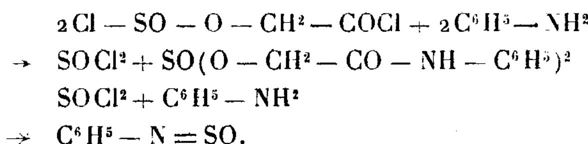
Toutes ces réactions vérifient la constitution du produit mis en œuvre, mais la transformation la plus curieuse est celle qu'on observe en traitant le chlorure du chlorosulfite glycolique par l'aniline, en présence d'éther absolu. On obtient ainsi un corps bien cristallisé et qui n'est autre que le sulfite de l'anilide glycolique :



$$SO\begin{matrix} \diagup O-CH^2-CO-NH-C^6H^5 \\ \diagdown O-CH^2-CO-NH-C^6H^5 \end{matrix}.$$

Ce corps fond à 140°-141° (fusion instantanée); il est décomposé par l'eau, peu soluble à froid dans l'alcool et très soluble à chaud dans ce solvant. Le sulfite de l'anilide glycolique est stable à chaud, dans l'air parfaitement sec; mais, par chauffage au contact de l'atmosphère, il se décompose en perdant de l'anhydride sulfureux. La même décomposition se

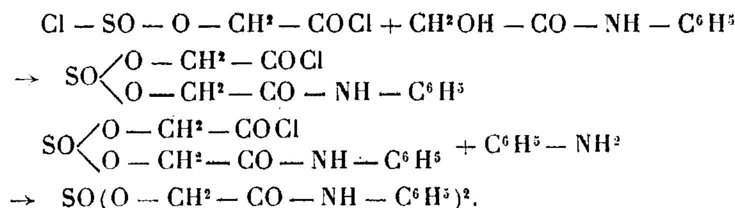
produit très rapidement quand on le chauffe au bain-marie avec un peu d'eau; par évaporation à sec, on obtient un résidu d'aniline glycolique pure. Ce dédoublement est bien d'accord avec la constitution proposée; celle-ci a d'ailleurs été vérifiée en reproduisant le sulfite de l'anilide glycolique par action du chlorure de thionyle sur l'anilide. Quant au mécanisme de l'action du chlorure de chlorosulfite glycolique sur l'aniline, il est vraisemblablement le suivant :



$$2Cl - SO - O - CH^2 - COCl + 2C^6H^5 - NH^2$$
$$\rightarrow SOCl^2 + SO(O - CH^2 - CO - NH - C^6H^5)^2$$
$$SOCl^2 + C^6H^5 - NH^2$$
$$\rightarrow C^6H^5 - N = SO.$$

Comme on emploie un excès d'aniline, tout l'acide chlorhydrique passe à l'état de chlorhydrate et, quand on reprend par l'eau, la thionylaniline est dédoublée en aniline et SO^2.

Nous avions également pensé à reproduire le sulfite de l'anilide glycolique en traitant cet anilide par le chlorure de chlorosulfite glycolique et ajoutant ensuite de l'aniline :



$$Cl - SO - O - CH^2 - COCl + CH^2OH - CO - NH - C^6H^5$$
$$\rightarrow SO\begin{cases} O - CH^2 - COCl \\ O - CH^2 - CO - NH - C^6H^5 \end{cases}$$
$$SO\begin{cases} O - CH^2 - COCl \\ O - CH^2 - CO - NH - C^6H^5 \end{cases} + C^6H^5 - NH^2$$
$$\rightarrow SO(O - CH^2 - CO - NH - C^6H^5)^2.$$

Or l'expérience nous a montré que l'action du chlorure sur l'anilide donne directement le sulfite de l'anilide glycolique, sans addition d'aniline. Ce fait s'explique de la manière suivante :

$$2Cl - SO - O - CH^2 - COCl = SOCl^2 + SO(O - CH^2 - COCl)^2.$$

Le chlorure de thyonyle ainsi formé réagit alors normalement sur l'anilide; quant au second produit du dédoublement, traité par l'aniline, il doit, à son tour, donner le sulfite de l'anilide glycolique, ce que confirme l'expérience.

Enfin, nous avons pu reproduire le chlorure chloracétylglycolique en traitant l'acide glycolique par le chlorure de chloracétyle et chauffant le produit ainsi obtenu avec du chlorure de thionyle. Les deux corps ont été identifiés par transformation en anilide. Celle-ci cristallise en paillettes fondant à 119°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les quindolines.*
Note de M. E. **Grandmougin**, présentée par M. Béhal.

En 1877, M. P. Schutzenberger a décrit, sous le nom d'indoline, une base organique qu'il considérait comme un diindol : $C^{16}N^{14}N^2$ ou $(C^8H^7N)^2$ et qu'il avait obtenue par action de la baryte et de la poudre de zinc sur l'indigo à 180°, en vase clos, puis en sublimant le produit de réaction formé sur un excès de poudre de zinc ([1]).

Si les propriétés observées par l'inventeur se sont trouvées confirmées par la suite, il n'en est pas de même de la composition et de la constitution de l'indoline. Nous savons aujourd'hui que cette base n'est pas un diindol ([2]), mais qu'elle est constituée par l'association d'un noyau indolique et d'un noyau quinoléique et correspond à la formule $C^{15}H^{10}N^2$. Celle-ci a été établie avec certitude par les travaux de MM. Fichter et Bœhringer ([3]) ainsi que de MM. Nœlting et Steuer ([4]); c'est d'accord avec ces auteurs que nous désignons cette base sous le nom de quindoline qui correspond mieux à sa structure, d'autant plus que le terme indoline sert actuellement pour désigner le dihydroindol.

Le mécanisme qui conduit de l'indigo à la quindoline ne peut guère s'expliquer sans admettre une scission complète de la molécule de l'indigo et regroupement des produits ainsi formés (aldéhyde α-indoxylique, puis indoxyle et acide anthranilique ([5])]. Sans vouloir toutefois insister sur ce sujet, qui demanderait encore des recherches, nous tenons à signaler la formation de la quindoline et de son homologue, à partir de l'indigo, dans une réaction particulièrement curieuse que nous avons étudiée, jadis, avec la collaboration de feu M. Dessoulavy.

Si l'on fait réagir sur l'indigo, dans des conditions appropriées, les amines primaires phénoliques, on obtient les indigos diarylimidés dont nous avons décrit un certain nombre de représentants ([6]). Le produit bleu foncé obtenu avec deux molécules d'aniline correspond à la formule

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 85, 1877, p. 147.

([2]) La substance mère de l'indigo, le diindyl $C^{16}H^{12}N^2$ a été préparé depuis par M. W. Madelung, *Ber.*, t. 45, 1912, p. 1128.

([3]) *Ber.*, t. 39, 1906, p. 3932; t. 43. 1910, p. 3489.

([4]) *Ber.*, t. 43, 1910, p. 3512.

([5]) Friedlænder et Schwenk, *Ber.*, t. 43, 1910, p. 1971.

([6]) Grandmougin et Dessoulavy, *Ber.*, t. 42, 1909, p. 3638 et 4401.

$C^{28}H^{20}N^4$. C'est une base faible, dont on peut préparer cependant des sels biacides, colorés en bleu vert, mais hydrolysables par l'eau. Si l'on chauffe ce composé avec des acides minéraux en milieu acétique, la solution primitivement bleu vert passe au jaune, et l'on a alors en solution une nouvelle base formée par l'isomérisation de l'indigo dianilidé et que l'on peut séparer de la solution acide par neutralisation. Sa composition est donc également $C^{28}H^{20}N^4$; les sels jaunes sont plus colorés que la base et ne sont plus hydrolysés par action de l'eau.

La constitution de ce nouveau composé, qui est aussi complexe que celle d'un alcaloïde naturel, peut être déduite des observations suivantes : On ne peut plus l'oxyder en isatine; la double liaison $C = C$ a donc disparu; par hydrolyse énergique on peut séparer une molécule d'aniline et il se forme une nouvelle base jaune : $C^{22}H^{15}N^3O$, formant des sels orangés (1). Comme cette base est scindée par la fusion alcaline en acide anthranilique et en quindoline, on peut en conclure qu'elle est une *o*-aminobenzoyl-5-quindoline et que la base primitive peut être considérée comme le dérivé anilidé d'une 5-indoquindolinone.

Quoique cette formule demande à être confirmée encore par des méthodes d'analyses moins énergiques, on peut cependant en conclure qu'une des deux molécules d'aniline fournit une partie des éléments pour le noyau quindolinique et que la seconde partie provient du demi-squelette de l'indigo. On peut en déduire que, si au lieu de transposer l'indigo dianilidé, on opère avec un indigo diarylimidé homologue, on doit pouvoir obtenir la quindoline homologue.

Nous avons vérifié cette conclusion pour le produit de condensation de deux molécules de paratoluidine avec l'indigo $C^{30}H^{24}N^4$ (poids moléculaire : 440) qui, traité comme le dérivé dianilidé, fournit, en fin de compte, la 3-*méthylquindoline* $C^{16}H^{12}N^2$. Celle-ci présente les caractères généraux de la quindoline; elle cristallise de l'alcool en aiguilles incolores, fusibles à 251° et dont la composition fut vérifiée par l'analyse (N, calculé 12,06 pour 100, trouvé 12,16 pour 100). Son dérivé acétylé, obtenu par ébullition avec l'anhydride acétique, cristallise de l'alcool en aiguilles très fines (p. f. 164°-165°).

Rappelons ici que la quindoline même, obtenue avec l'indigo dianilidé, fond à 248° et son dérivé acétylé incolore à 177°-178°, conformément aux

(1) L'hydrolyse par l'acide iodhydrique et le phosphore fournit la substance mère $C^{22}H^{17}N^3$ (p. f. 250°), faiblement jaunâtre et donnant des sels orangés.

indications des auteurs antérieurs. Elle donne, comme son homologue méthylé, des sels jaunes intenses.

Nous ajouterons, enfin, qu'à notre avis la formation de dérivés quindoliniques à partir des indigos et des isatines est plus fréquente qu'on ne le croit communément. Rappelons notamment que la flavindine de Laurent (1) n'est autre chose qu'un acide quindoline-carbonique $C^{16}H^{10}N^2O^2$ isomère de l'indigo.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Un nouveau procédé de fabrication industrielle de la baryte pour le traitement des mélasses de sucrerie.* Note de MM. **Camille Deguide** et **Paul Baud**, présentée par M. Lindet.

Depuis la découverte du sucrate de baryte par Péligot, en 1838, de nombreux industriels ont essayé d'extraire, sous cette forme, le saccharose retenu dans les mélasses et le problème tire son importance de ce que celui-ci représente en moyenne les $\frac{15}{100}$ du sucre livré à la consommation. Préconisée successivement par Dubrunfaut, Leplay et Nugues, la sucraterie de baryte n'a pu atteindre le développement attendu, car le prix très élevé de l'hydrate $Ba(OH)^2, 8H^2O$ ne permettait pas jusqu'ici l'emploi rémunérateur de cette base.

La décomposition du carbonate

$$CO^3Ba = CO^2 + BaO \quad \text{ou} \quad CO^3Ba + 2C = 2CO + BaO$$

présente en effet de sérieuses difficultés : à la température de 1500°, nécessaire aux réactions précitées, le produit entre en fusion, attaque la paroi des fours et provoque ainsi une usure rapide du matériel ; de plus, une partie importante de baryte se combine avec le revêtement de la sole et ne peut être récupérée.

Or, ayant observé que le silicate tribarytique ne présente aucune trace de fusion à la température de sa formation et que, sous l'action de l'eau, il libère une très forte quantité d'hydroxyde, nous avons été amenés à voir dans ce corps la base d'un procédé industriel pour la fabrication de la baryte.

En opérant d'abord au laboratoire, sur des produits chimiquement purs, nous avons pu mettre en évidence deux facteurs essentiels : la finesse des matières premières et la température. C'est ainsi qu'en chauffant un mélange constitué par 6g,04 SiO^2 et 59g,22 CO^3Ba, répondant à la formule $SiO^2 + 3CO^3Ba$, nous sommes arrivés aux résultats suivants, qui indiquent la quantité de baryte récupérable par l'eau chaude.

---

(1) *Ann.*, t. 72, 1849, p. 284.

Température.	BaO pour 100.	$Ba(OH)^2, 8H^2O$.
1° *Mélange passant au tamis* 50.		
1100°	6,21	12,79
1150	12,50	25,75
1200	33,02	68,02
1250	38,51	79,33
1300	40,27	82,95
2° *Mélange passant au tamis* 150.		
1100°	26,81	55,22
1150	33,85	69,63
1200	39,50	81,37
1250	42,18	86,89
1300	44,50	91,67
3° *Mélange passant au tamis* 200.		
1100°	37,64	77,53
1150	39,84	82,07
1200	41,12	84,70
1250	42,77	88,10
1300	44,50	91,67

Nous avons opéré ensuite au four à poteries ordinaire avec chauffage par alandiers, puis au four rotatif Smidth à revêtement alumineux, en employant dans les deux cas de la silice fournie par des galets de mer, étonnés et broyés, et du carbonate précipité d'une solution de sulfure (nous avons pu faire porter certains essais sur une masse totale de 6000^{kg} CO^3Ba pour 600 SiO^2). Au four à poteries, nous avons obtenu une roche, au four Smidth des klinkers, de couleur légèrement verdâtre et se décomposant rapidement au contact de l'eau, la roche libérant 71,76 pour 100 de son poids et les klinkers de 78 à 81 pour 100 de $Ba(OH)^2, 8H^2O$, suivant les échantillons.

Devant le résultat acquis *d'ordre industriel*, nous avons orienté nos recherches vers le traitement des mélasses, nous réservant de reprendre par la suite le détail des réactions qui peuvent se réaliser lors de la formation du silicate tribarytique. Malgré les travaux de Mitscherlich ([1]), de Wahl ([2]), de Pisani ([3]) et de Kanter ([4]), il ne semble pas qu'on puisse encore établir la liste des différents silicates barytiques.

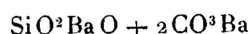
Quant à la dissociation au seul contact de l'eau, elle a été signalée à plu-

([1]) *J. Prakt. Chem.*, t. 83, 1861, p. 485.
([2]) *Z. Kryst.*, t. 36, 1902, p. 156.
([3]) *Comptes rendus*, t. 83, 1876, p. 1056.
([4]) Thèse de Doctorat, 1903.

sieurs reprises par M. Le Chatelier (¹) pour les silicates tricalciques et le silicate dibarytique.

Nous nous sommes préoccupés, après avoir vérifié la formation du sucrate, dans des conditions bien connues des techniciens, et sa décomposition facile par un courant d'anhydride carbonique, de la possibilité de faire revenir dans le cycle des opérations le résidu solide, riche en SiO^2, BaO et le carbonate CO^2Ba venus, l'un des malaxeurs où l'on décomposait les klinkers, l'autre du bac de carbonatation.

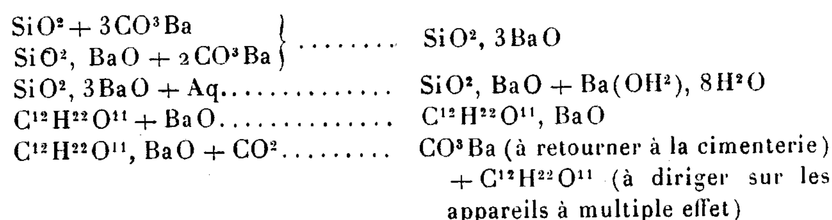
Nous avons vérifié ainsi que le mélange répondant sensiblement à la formule



$$SiO^2BaO + 2CO^3Ba$$

se décarbonatait par simple passage au four, la température étant voisine de 1280°. Les nouveaux klinkers repris par l'eau renfermaient 99 pour 100 du chiffre indiquant la quantité de baryte solubilisée lors de la première cuisson.

Il y a donc là un cycle fermé de réactions qui doit intéresser particulièrement l'industrie sucrière française et dont on peut résumer ainsi les grandes lignes :



$SiO^2 + 3CO^3Ba$ $SiO^2, BaO + 2CO^3Ba$	$SiO^2, 3BaO$
$SiO^2, 3BaO + Aq$	$SiO^2, BaO + Ba(OH^2), 8H^2O$
$C^{12}H^{22}O^{11} + BaO$	$C^{12}H^{22}O^{11}, BaO$
$C^{12}H^{22}O^{11}, BaO + CO^2$	CO^3Ba (à retourner à la cimenterie) $+ C^{12}H^{22}O^{11}$ (à diriger sur les appareils à multiple effet)

Il reste à noter que les eaux mères, séparées aux filtres-presses du sucrate de baryte, permettent de récupérer l'azote et la potasse, enlevés au sol et qui représentent sensiblement, pour 100kg de mélasses traitées, 1kg Az et 6kg K^2O.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la composition des vins de lies et des lies de vin.* Note de M. L. SEMICHON, présentée par M. Lindet.

Les vins de goutte qu'on sépare du marc au moment de la décuvaison sont troubles, quelquefois même encore chauds. Pendant quelques semaines ils se clarifient peu à peu et, au moment du premier soutirage, on retire un

(¹) *Bull. Soc. ch.*; t. 42, 1884, p. 82; *Comptes rendus*, t. 92, 1881, p. 931; *Traité de Chimie*, de Henri Moissan, etc.

vin clair et il reste au fond des vaisseaux vinaires un liquide bourbeux que l'on place dans de petits récipients afin de décanter la partie claire quelques semaines plus tard, tandis que la bourbe est passée dans des sacs que l'on exprime au pressoir. On a ainsi : le *vin de soutirage*, et le *vin de lies* dans lequel on confond le vin de décantation et le vin pressé au sac.

Plusieurs œnologues ont signalé la composition spéciale de ces vins de lies, riches en extraits et en cendres, et pauvres en crème de tartre.

D'autre part, les tourteaux que l'on sort des sacs à lies séchés à l'air ou au soleil, ou dans des séchoirs, constituent les *lies* qui sont vendues principalement aux fabricants de crème de tartre et d'acide tartrique. Ces lies sont riches en tartrate de chaux et l'on s'est souvent demandé quelle peut être la provenance de ce tartrate de chaux déposé pendant la clarification de vins qui n'en contiennent que des traces.

Nous avons procédé en 1913 à l'examen comparatif de la composition des vins de soutirage et des vins de lies obtenus par décantation et par filtrage en opérant sur une cuve de 400^{hl} de la cave coopérative de Lézignan.

Le Tableau suivant donne la composition de ces différents vins :

COMPOSITION DES VINS DE LIES.

Vins rouges de la coopérative de Lézignan (récolte 1922).

Éléments dosés.		Vins de soutirage.	Vins de lies de décantation.	Vins de lies de pres. au sac.
Alcool pour 100 en vol. p. distillat...		10°,55	8°,50	8°,95
Alcool en poids............	par litre	84^g,45	68^g,0	71^g,60
Acidité totale en SO^4H^2.....	»	5,50	5,40	5,45
Acidité fixe en SO^4H^2......	»	5,10	5,0	4,90
Acidité volatile en SO^4H^2...	»	0,40	0,40	0,55
Extrait sec à 100°..........	»	21,27	32,75	32,82
Extrait sec réduit..........	»	19,57	31,05	31,02
Matières réductrices........	»	2,70	2,70	2,80
Cendres totales............	»	2,45	2,65	2,70
Cendres solubles...........	»	2,25	1,90	1,85
Cendres insolubles.........	»	0,20	0,75	0,85
Alcalinité des cendres en bitartrate de potasse.................	par litre	5,07	1,62	1,67
Bitartrate de potasse.......	»	4,13	1,83	2,08
Acide tartrique total en bitartrate de potase..................	par litre	5,05	2,39	2,45
Potasse totale en bitartrate de potasse...................	par litre	4,59	4,14	4,17
Sulfate de potasse..........	»	0,31	0,34	0,35
Acide phosphorique en P^2O^5.	»	0,175	0,471	0,455
Déviation polarimétrique............		0	0	0
Somme alcool plus acide............		16,08	13,90	14,40
Rapport alcool extrait...............		4,3	2,1	2,3

Ces analyses montrent, d'une façon frappante, par rapport au vin de soutirage :

1° Une diminution du titre alcool de près de 2° ;

2° La constance des acidités : totale, fixe et volatile ;

3° Une augmentation de l'extrait sec d'au moins 50 pour 100 ;

4° Une augmentation légère des cendres avec diminution des cendres solubles et augmentation des cendres insolubles;

5° Une diminution considérable de l'alcalinité des cendres allant jusqu'aux $\frac{2}{3}$ du chiffre primitif:

6° Une diminution de la crème de tartre et de l'acide tartrique total de plus de 50 pour 100, alors que la potasse totale est diminuée à peine de 10 pour 100;

7° L'acide phosphorique, au contraire, a augmenté de plus du double;

8° Enfin, la somme alcool + acide a très sensiblement diminuée, mais le rapport $\frac{\text{acide}}{\text{alcool}}$ a augmenté; quant au rapport $\frac{\text{alcool}}{\text{extrait}}$, il a diminué de 50 pour 100.

Si l'on examine les choses de près, on constate que *le bitartrate de potasse disparu a été remplacé par du biphosphate de potasse en proportions sensiblement correspondantes à leur poids moléculaire.*

Ces caractères très spéciaux des vins de lies proviennent de la digestion pendant plusieurs semaines des levures vieilles en voie de décomposition qui ont été entraînées abondamment avec le vin au moment du décuvage et qui se sont déposées ensuite en constituant la plus grosse partie des lies.

On sait que ces levures, pendant leur vie active, condensent en leurs cellules des quantités très importantes de phosphates, si bien qu'elles peuvent arriver à extraire, du liquide en fermentation, la presque totalité de l'acide phosphorique qu'il contient. Elles sont également riches en chaux et en magnésie. Ce fait explique très nettement à la fois les caractères particuliers de composition des vins de lies et l'origine du tartrate de chaux des lies. Pendant la période de repos en petits récipients et avant la décantation, la proportion des levures en voie de décomposition est très grande par rapport au volume du vin; un échange moléculaire s'effectue entre les biphosphates alcalino-terreux que les levures diffusent dans le vin et le bitartrate de potasse que celui-ci contient. Le bitartrate de chaux qui se forme se dépose et passe entièrement dans la lie, appauvrissant ainsi le vin en crème de tartre. Au contraire, le biphosphate de chaux des levures se transforme en biphosphate de potasse très soluble que l'on retrouve dans la composition du vin décanté et du vin filtré.

La diminution de l'alcool est due, en premier lieu, à l'évaporation, puisque ces vins sont disposés ainsi plusieurs semaines dans des récipients ouverts; ainsi qu'à l'action des fleurs du vin (*Mycoderma vini*) qui se développent toujours en surface dans des récipients ouverts et qui consomment une partie de l'alcool, le vin résultant étant lui-même plus riche en aldéhydes. Le tourteau de lie contient 44 pour 100 d'humidité et seulement des traces d'alcool.

Quant à l'extrait sec, le vin s'est enrichi des produits d'autophagie de la levure, substances azotées que les cellules mortes ont diffusées dans le vin.

On doit conclure qu'il est facile de reconnaître les vins de lie à leur composition spéciale, et qu'en pratique, il serait bien plus avantageux dans les installations vinaires, de passer de suite les lies bourbeuses que laisse le premier soutirage dans un filtre-presse, plutôt que de les laisser longtemps à digérer sur les bourbes. Le vin ainsi extrait au filtre-presse aurait sensiblement la composition du vin de soutirage, ne perdrait pas d'alcool ni d'acide tartrique, et serait marchand au même titre que le vin normal.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur l'inversion du pouvoir rotatoire dans les liquides anisotropes*. Note de M. L. **Royer**, présentée par M. Pierre Termier.

Certains liquides anisotropes sont doués d'un fort pouvoir rotatoire de quelques milliers de degrés par millimètre d'épaisseur. Il est frappant que ce pouvoir rotatoire ne s'observe que dans les substances ayant la structure à plans équidistants et réfléchissant de ce fait de vives couleurs. C'est ainsi que différents sels de cholestérine ont dans la phase anisotrope un pouvoir rotatoire énorme. Quoique les plans ne soient le plus souvent pas visibles dans les sels purs, on est amené à leur attribuer la structure à plans qui d'ailleurs se montre très nette dans un grand nombre de mélanges ([1]). Tous ces sels réfléchissent en effet des couleurs. L'oléate de cholestérine par contre est un liquide à coniques; on n'y observe ni couleurs réfléchies ni pouvoir rotatoire sensible dans la phase anisotrope. Cela tend à confirmer que ce pouvoir rotatoire énorme des liquides anisotropes n'est pas le pouvoir rotatoire moléculaire habituel, mais bien un pouvoir rotatoire dû à la structure et lié à la structure à plans équidistants signalée pour la première fois

([1]) G. Friedel et L. Royer, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1320.

par Grandjean ([1]) dans le cyanbenzalaminocinnamate d'amyle actif. En effet, en s'adressant aux mélanges contenant 2,5 et 2,75 parties de cyanbenzalaminocinnamate pour 1 partie de benzoate de cholestérine on observe dans la phase anisotrope à basse température un liquide à plans doué du pouvoir rotatoire droit, puis à une température plus élevée un liquide à fils du type ordinaire dépourvu complètement de ce pouvoir rotatoire, et à haute température un liquide à plans avec pouvoir rotatoire gauche. Le pouvoir rotatoire apparaît ici encore comme lié à la structure à plans.

En étudiant le signe du pouvoir rotatoire de ces liquides pour les différentes longueurs d'ondes on observe, dans certains cas, une inversion du pouvoir rotatoire déjà constatée par Stumpf ([2]) dans le cyanbenzalaminocinnamate. La rotation change de signe pour une certaine longueur d'onde.

C'est ainsi que M. Friedel et moi avons constaté que dans le mélange contenant 5 parties d'azoxyphénétol et 6 parties de benzoate de cholestérine, le pouvoir rotatoire est gauche dans la partie violette du spectre et droit dans la partie rouge. Le même phénomène s'observe dans le mélange à parties égales de benzoate et d'acétate de cholestérine. Il semble que ce fait soit général dans les liquides anisotropes; on ne l'observe que dans des conditions spéciales parce qu'à l'ordinaire l'inversion se produirait en dehors du spectre visible ou à une température où le corps serait isotrope ou cristallisé. Mais, par des mélanges convenables, on arrive à déplacer ce point d'inversion de telle façon que le phénomène devienne observable.

De plus, la longueur d'onde pour laquelle l'inversion se produit semble coïncider avec la longueur d'onde réfléchie. Cette inversion est donc probablement quelque chose de différent de celle qui accompagne la dispersion anomale découverte par Cotton ([3]) dans certains liquides actifs et colorés. Dans ceux-ci, en effet, la dispersion anomale est due à la présence d'une bande d'absorption; dans les substances considérées, par contre, il y a réflexion, et cette réflexion est en rapport immédiat avec l'équidistance des plans, donc avec la structure.

Il paraissait intéressant de rechercher si, en dehors du cas signalé par Stumpf, d'autres corps purs et bien définis montraient cette propriété observée dans des mélanges. En reprenant les observations de Stumpf sur du cyanbenzalaminocinnamate d'amyle actif préparé par Mauguin, nous

([1]) GRANDJEAN, *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 71.

([2]) STUMPF, *Diss. Göttingen*, 1911.

([3]) COTTON, *Comptes rendus*, t. **120**, 1895, p. 989 et 1044.

ne sommes pas arrivés aux mêmes résultats que Stumpf. Pour tout le spectre visible le pouvoir rotatoire est droit; l'inversion se produirait dans l'infrarouge. Cette différence doit tenir à ce que l'un des deux produits est impur; en effet, les points de transformation de la substance employée par Stumpf ne sont pas les mêmes que ceux du corps qui nous a servi.

Par contre, on observe cette inversion dans le cinnamylate de cholestérine. Ce corps fond à 156° en donnant un liquide anisotrope qui passe à 198° à l'état isotrope. Par surfusion on peut observer la phase anisotrope jusque vers 115°. Le liquide anisotrope réfléchit des couleurs dont les longueurs d'ondes se déplacent vers le rouge quand la température s'abaisse. J'ai observé le signe du pouvoir rotatoire pour différentes températures et diverses longueurs d'ondes. Un monochromateur Tutton servait de source de lumière monochromatique. Voici les résultats :

Températures.	Longueurs d'ondes (en $\mu\mu$).	Signe du pouvoir rotatoire.
195°	456-495	gauche
	495-560	droit
178	456-515	gauche
	515-560	droit
176	450-515	gauche
	515-647	droit
161	450-530	gauche
	560-647	droit
155	450-555	gauche
	565-605	droit
147	450-530	gauche
	590-647	droit
130	450-595	gauche
	605-645	droit
120	450-600	gauche
	610-647	droit

On a donc :

Températures.	Couleur réfléchie.	Longueur d'onde d'inversion.
195°	bleu violacé	495 $\mu\mu$ env.
175°-180°	bleu verdâtre	515
161°	vert	545
147°-155°	vert foncé	560
120°-130°	jaune	600

On voit donc que :

Le cinnamylate de cholestérine pur montre l'inversion du pouvoir rotatoire;

La longueur d'onde pour laquelle se produit l'inversion varie avec la température; elle se déplace vers les grandes longueurs d'ondes quand la température décroît;

La longueur d'onde de la couleur réfléchie varie dans le même sens que la longueur d'onde d'inversion;

Ces deux longueurs d'ondes semblent être identiques.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence d'écailles ou de lambeaux de charriage dans la Chaîne Celtibérique* (provinces de Saragosse, Logroño et Soria, Espagne). Note de M. **H. Joly**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai signalé récemment (1) l'existence de phénomènes de charriage à l'extrémité méridionale de la Chaîne Ibérique et j'ai accompagné ma Note d'une coupe montrant que la structure tectonique des environs de Montalban (province de Teruel) est assez compliquée.

Il m'a été donné pendant mon exploration de la Chaîne Celtibérique d'observer aussi en d'autres points des phénomènes du même genre, mais accusant parfois une complication plus grande encore. La description de trois d'entre eux fera l'objet de cette Note.

1° Environs de Torres (Sierra Albarracin, province de Teruel). —

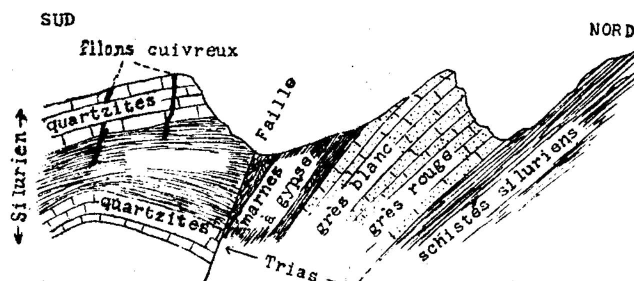


Fig. 1.

La route qui, de Teruel, remonte la vallée du Rio Guadalaviar, s'engage à Albarracin dans des gorges sauvages auxquelles fait suite un défilé de

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1920, p. 820.

moins en moins resserré. La rivière traverse les couches en majeure partie calcaires et plissées du Jurassique. Mais peu avant Torres, à mesure que le défilé s'élargit, le Jurassique fait place au Trias, puis au Silurien. Par suite des efforts de compression qu'ont subis les assises siluriennes et triasiques entre les Montes Universales au Sud et la Sierra d'Albarracin au Nord, les couches se sont brisées et le Silurien a glissé sur les marnes à gypse du Trias, recouvrant en partie cet étage. La coupe suivante prise dans une direction sensiblement Nord-Sud, à quelques centaines de mètres à l'est de Torres, montre clairement cette disposition.

2° Environs de Purroy (nord de Catalayud, province de Saragosse). — *a. L'Arroyo Trasmon* qui se jette dans le Rio Jalon à Purroy draine un bassin où affleurent des terrains siluriens au Nord et des terrains triasiques au Sud. Les ravines nombreuses creusées dans les schistes et les grès permettent d'observer assez bien les relations tectoniques entre les divers étages. Le Trias, constitué par des grès micacés versicolores à teinte rouge dominante et par des argiles, est séparé des schistes siluriens dont il diffère nettement par une faille à trajet sinueux et inclinée légèrement, faisant reposer les schistes siluriens assez fortement froissés sur les assises gréseuses triasiques très fracturées et fort inclinées. Cette disposition se remarque en plusieurs points de la vallée de l'Arroyo. Mais ce qu'il y a de particulièrement intéressant à noter et qui fait ressortir nettement les efforts tectoniques développés dans cette région, c'est la présence, non loin de la faille, d'une écaille de faibles dimensions de schistes siluriens très froissés et contournés, isolée au milieu des grès triasiques dont une bande de 50^{m} au moins d'épaisseur la sépare de la masse même des schistes siluriens.

D'après la disposition des lieux, il ne semble guère douteux que l'on soit en présence d'un lambeau de schistes arrachés à la masse silurienne pendant le charriage et isolé d'elle par une autre écaille de grès triasiques.

b. Dans la même région, on remarque plusieurs autres accidents tectoniques démontrant l'existence de phénomènes de charriage plus ou moins importants et dont je ne citerai que les trois principaux.

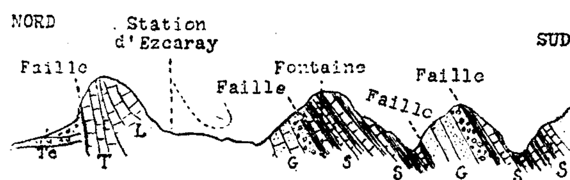
C'est d'abord dans la montagne située au sud-est de Mores, une faille inclinée à 50° sur l'horizontale, plongeant au Sud-Ouest et affectant des couches dolomitiques triasiques.

C'est ensuite sur la route d'El Frasno à Sabiñan, le contact du Trias et du Silurien. Les couches du Trias y sont fortement redressées et sur leur tête viennent s'appuyer en les surplombant les couches également très redressées des quartzophyllades du Silurien.

C'est enfin, sur la route de Catalayud à la Almunia, peu après Aluenda, à la descente vers El Frasno, au contact anormal du Silurien et du Trias, l'inclinaison très grande (30° sur l'horizontale) vers le Sud, de la faille amenant le Silurien sur le Trias.

On est en ces deux derniers points sur le bord méridional du bassin triasique de Mores et *l'on constate que ce bassin a été refoulé par une poussée venant du Sud, amenant les masses siluriennes à chevaucher le Trias avec plus ou moins d'intensité suivant les régions.*

3° Région d'Ezcaray. — Cette région est située vers l'extrémité occidentale de la Chaîne Celtibérique, au pied du versant Nord de l'important massif silurien de la Sierra de la Demonda qui a été étudié par Larrazet [1]. La basse plaine tertiaire de la vallée de l'Èbre vient se terminer assez brusquement contre cette Sierra qui la domine. La coupe ci-dessous que j'ai pu observer à Ezcaray et en amont de cette localité, le long de la vallé du Rio



COUPE A EZCARAY LE LONG DU RIO OJA

T. Tertiaire - T. Trias - G. Grès et conglomérats du Trias. S. Schistes et quartzites siluriens.

Fig. 2.

Oja, montre qu'ici encore, il y a eu refoulement du Sud au Nord et que *les couches triasiques et jurassiques qui forment le sous-sol de la vallée de l'Èbre ont été redressées et même renversées sous le Silurien.* L'intérêt particulier de cette coupe est de mettre en évidence la présence *d'une écaille de charriage formée de Trias pincé entre deux masses de Silurien.* La complexité du plissement a donc été très grande, provoquant des plis isoclinaux couchés vers le Nord dont les flancs renversés ont disparu et sont remplacés par des failles de glissement.

Le phénomène de charriage signalé dans ma précédente Note comme existant aux environs de Montalban n'est donc pas un fait isolé; il se présente en divers points répartis sur toute la longueur de la Chaîne Celtibérique.

[1] *Rech. géol. sur la région centrale de la province de Burgos*, Lille, 1896.

GÉOLOGIE. — *Sur la constitution géologique du territoire des Hauts Plateaux et de Figuig (Maroc oriental).* Note (¹) de M. **P. Russo,** transmise par M. Ch. Depéret.

Durant les années 1920, 1921 et 1922, j'ai pu lever un millier de kilomètres d'itinéraires au Maroc oriental dans le territoire des Hauts Plateaux, et recueillir une documentation stratigraphique et paléontologique très abondante, qui permettra de mettre en lumière les rapports encore très mal connus des terrains de cette région.

J'en résume ici les caractères principaux :

1° Le territoire des Hauts Plateaux est limité au Nord par les monts des Zekkara et des Beni Yala, à l'Ouest par le plateau de Rekkam et les chaînons atlasiens de l'Oum Chokkourt et de ses annexes, au Sud par les monts de la région de Figuig et de Kenodsa ; il se continue à l'Ouest avec les Hauts Plateaux algériens et l'Atlas saharien.

Il présente deux portions. L'une septentrionale, large de 200^{km}, de constitution subtabulaire, traversée seulement par quelques ondulations à très grand rayon de courbure. L'autre méridionale, large de 60^{km}, formée de plis appartenant au système de l'Atlas saharien, se relayant entre eux et rejoignant l'ouest des Monts des Ksours. Ces plis ont une structure d'ensemble en éventail, déversés vers le Nord dans le nord du pays, et vers le Sud, du côté saharien.

2° La région septentrionale, considérée généralement jusqu'ici comme formée par des dépôts pliocènes, percés par du Crétacé ou du Jurassique, est en réalité entièrement formée de Cénomanien (et peut-être, par places, de Turonien) dans lequel j'ai retrouvé une forme voisine de celles d'Oued Zem et de Batra (MM. A.-F. Gautier, Augustin Bernard, Savornin y ont déjà trouvé des *Hemiaster* et des *Exogyra* à Tendrara).

La série des assises est absolument constante sur 200^{km}. Elle est la suivante, de haut en bas :

5 — calcaires blancs fossilifères à *Ostrea aff. africana*, *Pecten*, *Plicatules*, *Huîtres* très abondantes, et un gastéropode voisin de *Acteonella gigantea* Sow.

4 — calcaires rosés et jaunes subcristallins.

3 — grès rouges et jaunes.

2 — marnes à gypse vertes et rouges.

1 — alternance de marnes et grès rouges verts et blancs.

(¹) Séance du 24 avril 1922.

Cette série est visible à Berguent, Foum Aggaï, Matarka, Tendrara, Tioudadine, Bel Ghiada sud, Ourak, Lakhdar, Tigri, Crêtes entre Tendrara et Berguent.

Les grès rouges du Tigri, attribués à l'Oligocène et au Pliocène, sont cénomaniens. Des failles compartimentent le plateau, les principales sont celles de Berguent (NW-SE), de Tendrara (NE-SW), du Tigri (NE-SW). Cette dernière est jalonnée par un volcan pliocène déjà signalé par W.-A.-F. Gautier. De place en place des conglomérats et grès pliocènes et des dépôts quaternaires, dont des calcaires lacustres à *Melanopsis* et des tufs à végétaux, recouvrent le Crétacé.

3° La région méridionale plissée est formée d'un énorme socle de schistes et de quartzites paléozoïques surmonté de Jurassique, qui est bien visible dans la plaine de Tamlelt et ses abords.

Deux plis à peu près droits traversent le pays d'W en E. L'axe de ces plis, suivi d'W en E, s'abaisse en traversant le Tamlelt qui se montre comme une aire d'ennoyage; puis il se relève à l'est du Tamlelt et s'abaisse de nouveau pour atteindre l'Algérie où les plis se terminent en périclinaux.

On voit le Jurassique supérieur reposer directement sur le Paléozoïque aux abords de Tamlelt; puis s'intercalent successivement le Jurassique moyen, le Lias, et tout à l'Est, le Trias. En Algérie, le Crétacé couronne le tout.

Au nord et au sud de cette zone centrale, se montrent deux synclinaux orientés d'W en E au delà desquels on voit, au Nord, deux plis se relayant vers Bou Arfa tracés avec déversement vers le Nord, du Djébel Ourak à l'Arc de Forthassa, et, au Sud, un pli à déversement méridional suivre l'axe du Grouz.

Le système de plis du Nord offre un noyau liasique et paléozoïque, déversé sur le Crétacé des Plateaux et accompagné sur son flanc direct par une ou deux écailles de Crétacé variant de nombre suivant les points, et surgies de la plaine alluviale du synclinal nord ne laissent pas voir dans la zone centrale les couches crétacées auxquelles elles se rattachent; l'érosion a dû les détruire.

Au Sud, le dispositif est analogue, le pli principal du Grouz est accompagné de nombreux plis accessoires, et d'écailles sur son flanc direct. Mais ces écailles sont jurassiques. En outre le synclinal qui le sépare de la zone centrale est accompagné d'une faille importante parallèle à son axe.

4° En résumé, tout le pays des Hauts Plateaux est cénomanien; toute la

région plissée qui le borde au Sud est paléozoïque, triasique et jurassique; les plis de cette dernière région affectent la disposition en éventail et sont orientés d'W en E.

GÉOLOGIE. — *La chronologie du Quaternaire et les fouilles de Cotencher.* Note (¹) de M. H. **Lagotala**, transmise par M. Ch. Depéret.

Les belles découvertes de M. A. Dubois (²) dans la grotte de Cotencher (Val de la Reuse, Neuchâtel, Suisse) ont une importance capitale.

M. A. Dubois admet en effet que les terrains qui contiennent les silex « moustériens » datent de la fin de l'interglaciaire Riss-Würm. Cet auteur base ses conclusions sur les considérations suivantes : La couche à galets qui contient la majorité des silex est une moraine locale. Les rares éléments alpins qu'elle contient sont altérés et les quartzites prédominent. Le matériel alpin a donc été emprunté aux dépôts rhodaniens du Riss. Comparée à la moraine post-würmienne de Cotendart laissée par le glacier local du Val de la Reuse, elle présente mille fois moins d'éléments alpins. M. Dubois admet donc que la couche à galets de la grotte de Cotencher provient d'une moraine locale préwürmienne.

Nous avons pu visiter cette station; notre étude a porté aussi sur la région avoisinante. Il nous semble qu'un doute subsiste et qu'il conviendrait de rajeunir considérablement ce dépôt. Nous sommes d'accord pour considérer la couche à galets comme provenant (peut-être avec un certain remaniement) d'un glacier local. Les galets sont arrondis, roulés; nous en avons aussi trouvés passablement d'anguleux (ce qui caractérise assez les formations glaciaires locales du Jura). Nous pensons cependant que la proportion de galets alpins ne signifie pas grand' chose dans le cas particulier. En effet, il s'agit d'un glacier local encaissé qui s'alimentait par les éboulis de toute une grande vallée, de même que par les glissements de dépôts morainiques alpins antérieurement déposés. Les circonstances locales devaient donc jouer un rôle prépondérant dans la répartition du matériel jurassien et alpin. Il se trouve dans cette vallée des dépôts morainiques uniquement formés de blocs jurassiens (Creux du Van, Prépunel), et nous

(¹) Séance du 24 avril 1922.

(²) Aug. Dubois, *Les fouilles de la grotte de Cotencher* (*Actes Soc. helvét. des Sciences naturelles :* Neuchâtel, 1920; 101ᵉ session).

avons pu voir maintes fois combien, dans cette vallée de la Reuse et en amont de Cotencher, la proportion des éléments alpins et jurassiens variait (exemple le long de la route du Roc-Coupé). Cette même constatation, nous l'avons faite dans le Jura vaudois et dans le Jura français, où des moraines locales présentent des régions sans blocs alpins ou, au contraire, se trouvent être très riches en ces éléments.

Il n'y a d'autre part rien d'étonnant à ce que les éléments alpins soient attaqués et en état de vétusté. Indiquons que la moraine de Cotendart, post-würmienne selon MM. Schardt et Dubois, possède des granites complètement arénacés. Et à propos de Cotendart nous ferons remarquer que Cotencher se trouve dans une vallée où le glacier était richement alimenté en éléments jurassiens, tandis que Cotendart, situé sur le flanc longitudinal du Jura, devait recevoir par glissements surtout les éléments morainiques laissés par le glacier rhodanien würmien.

Quant à la proportion relativement grande de quartzites, nous avons constaté le même fait dans les dépôts morainiques de la vallée. Les quartzites roulés sont abondants juste au-dessus de la grotte.

Notons encore que, au-dessus de la couche à galets, le vide de la grotte et de l'abri n'a pas été comblé par des dépôts würmiens, ce qui aurait dû être le cas si ce dépôt était vraiment prewürmien, le glacier du Rhône s'étant élevé à l'époque würmienne à 400^{m} au-dessus de la grotte (altitude de la grotte 659^{m}, orientation en plein Sud).

Dans leurs travaux sur le val de Reuse, MM. Schardt et Dubois (1) ne citent nulle part un dépôt morainique local recouvert par une formation würmienne rhodanienne; mais les cas de dépôts morainiques locaux recouvrant les dépôts morainiques alpins (ou fluvio-glaciaires) würmiens ne sont pas rares dans cette vallée. C'est ce que nous avions constaté soit dans le Jura francais, soit dans le Jura vaudois (2).

Il nous paraît donc difficile, dans l'état actuel de nos connaissances, d'admettre un âge prewürmien pour cette couche à galets. Nous pensons que ce sont là des éléments morainiques provenant d'un glacier local individualisé qui s'est développé au moment où le glacier du Rhône après

(1) H. Schardt et Aug. Dubois, *Description géologique de la région des gorges de l'Areuse* (*Jura neuchâtelois*) (*Eclogæ geologicæ helveticæ*, t. 7, 1903).

(2) H. Lagotala, *Description géologique de la région de Saint-Cergue-la-Dôle*, avec carte spéciale n° 88. *Matériaux pour la Carte géologique suisse*, nouvelle série, n° 46 (Berne, 1919-1920); *Le Quaternaire du Jura* (*environs de Saint-Cergue*) (*Actes Soc. helv. des Sc. nat., Neufchâtel*, 1920).

l'oscillation de Laufen progressait à nouveau et arrivait dans la région de Genève sans franchir le seuil de la Sarraz[1], donc sans venir s'emboîter dans les dépôts morainiques würmiens du lac de Neuchâtel. Il s'agit de l'époque de néowürmienne de Kilian (néoglaciaire d'Aeberhardt). Les silex moustériens ont peut-être été façonnés durant l'interstadiaire Würm-Néowürm (marnes à lignites et alluvions anciennes du Bois de la Bâtie de Genève) — si toutefois ce sont bien des silex moustériens ?

PALÉONTOLOGIE. — *Les Reptiles néocomiens et albiens du Bassin de Paris.* Note de M. G. **Corroy**, présentée par M. Pierre Termier.

Les dépôts néocomiens et albiens du Bassin de Paris renferment une faune erpétologique variée. On y rencontre des dents et des ossements d'individus marins : Sauroptérygiens, Ichthyoptérygiens; d'eau douce : certains Chéloniens et Crocodiliens; terrestres : Dinosauriens; et aériens : Ptérosauriens.

L'étude de ces os et de ces dents précise la répartition générale des Reptiles aux différents étages du Crétacé inférieur.

C'est d'abord la mer hauterivienne qui a connu une survivance du développement maximum des Sauroptérygiens au Jurassique supérieur. De nombreux Plésiosaures en effet ont laissé leurs débris à Venoy, Amance (Yonne), Vassy (Haute-Marne), Brillon (Meuse). J'ai trouvé notamment dans cette dernière localité une quantité de vertèbres de *Plesiosaurus neocomiensis* Sauvage. Dans le même gisement, à côté de cette espèce, se trouvaient des dents d'un Polyptychodon qui ont une grande affinité avec celles de *Polyptychodon interruptus* Owen, commun dans les sables albiens. Avec cette faune vivait un Ichthyosaure, que l'on rencontre également à Bleigny-le-Carreau, La Chapelle (Yonne), Bettancourt (Haute-Marne).

Les Crocodiliens qui avaient régné en maîtres au Portlandien sont en décadence : nous ne pouvons signaler que la présence de quelques vertèbres dans le Calcaire à Spatangues et des dents que j'attribue à trois genres très répandus au Jurassique supérieur : *Teleosaurus*, *Machimosaurus*, *Dacosaurus* (gisement de Brillon). Enfin, pendant l'Hauterivien vivait un Dinosaurien herbivore, un Iguanodon, comparable à celui d'Angleterre,

(1) E. Joukowsky et H. Lagotala, *Quelques observations sur la topographie préwürmienne du bassin du petit lac (Léman)* (*C. R. Séances Soc. Phys. et Hist. nat. Genève*, t. 39, n° 1, 1922).

du Pays de Bray, et de la Suisse, dont le Calcaire à Spatangues de Ville-sur-Saulx renferme les plus nombreux ossements.

La mer barrémienne ne nous a laissé en général que des Plésiosaures : *Plesiosaurus neocomiensis* Sauvage, *Plesiosaurus Bernardi* Owen à Egriselles (Yonne), Saint-Dizier, Wassy. Cornuel indique seulement un Ichthyosaure dans la « couche rouge » de Wassy; je n'en ai pas retrouvé dans ce gisement ni dans un autre. Quelques dents de Crocodiliens sont encore signalées à Auxerre et Bettancourt (Haute-Marne). Quant aux Chéloniens, ils sont représentés par des fragments d'os et de carapace d'une grande Emyde.

Dans la haute mer aptienne, les Plésiosaures dominent encore. L'un d'eux, très répandu, *Plesiosaurus latispinus* Owen, a laissé ses débris osseux dans les Ardennes, la Meuse, la Haute-Marne et l'Yonne. Quelques dents très rares révèlent la présence des Crocodiliens à Gurgy (Yonne), Les Croûtes (Aube), Grandpré (Ardennes). Ces gisements ont fourni, en outre, des vertèbres de Dinosauriens, dont un Théropode : *Megalosaurus* cf. *superbus* Sauvage.

Dans les eaux albiennes du Bassin de Paris, ont vécu : un Pliosaure, deux espèces de Plésiosaures (*P. pachyornus* Owen, *P. latispinus* Owen) et deux Cimoliasaures (*Polycotylus* Cope et *Colymbosaurus macrospondylus* Sauvage). Un autre Sauroptérygien nage aussi au large; neuf vertèbres d'un diamètre moyen de 165mm, un tibia, des dents puissantes et un fragment de sacrum de *Polyptychodon interruptus* Owen trouvés à Varennes (Meuse) indiquent en particulier un individu de taille énorme.

Les Ichthyosaures, avant de disparaître au Cénomanien, semblent vouloir tenter une nouvelle maîtrise de la mer. Ils sont largement représentés (en particulier : *Ichthyosaurus campylodon* Owen) à Grandpré, Varennes, Auzéville, Narcy, etc.

Un Dinosaurien, qui par ses dents fortes et taillées en biseau devait se nourrir de tiges, *Hylæosaurus armatus* Mantel, vivait également à cette époque. Il était sans doute poursuivi par ce grand carnassier riverain : *Megalosaurus superbus* Sauv., dont on a retrouvé les os et les dents aux Islettes, à Varennes et à Grandpré.

Un Ptérodactyle enfin, *Pterodactylus Sedgwicki* Owen, parcourait les airs.

Tel est l'aspect que, d'après tous ces vestiges, la faune erpétologique devait présenter au Crétacé inférieur dans le Bassin de Paris. Après l'abondance extraordinaire des Reptiles en genres et en espèces au Jurassique, on

assiste à la décadence de ces formes devenues en général très puissantes. Les Plésiosaures sont encore ceux qui persistent le mieux, tandis qu'on touche à l'extinction du groupe des Ichthyosaures. Les Crocodiliens ont perdu la place prépondérante qu'ils occupaient à l'époque précédente et les Dinosauriens, si bien représentés au Wealdien encore, s'acheminent en hâte vers la disparition.

BOTANIQUE. — *Sur la ramification dichotome dans les cotylédons.* Note de M. **P. Bugnon**, présentée par M. Guignard.

Par application de la loi de Serres, ou loi de Fritz Muller, on est conduit à rechercher dans les feuilles cotylédonaires, parce qu'elles sont les premières de la plante, des traits d'organisation primitifs, rappelant ceux des feuilles que les ancêtres lointains portaient à l'état adulte.

Tel caractère des cotylédons peut être considéré avec quelque vraisemblance comme ancestral : 1° s'il apparaît de très bonne heure au cours de leur développement embryonnaire ; 2° s'il ne semble pas en rapport avec une adaptation spéciale des feuilles cotylédonaires ; 3° s'il ne se montre plus dans les feuilles végétatives de la même plante ; 4° si les ancêtres lointains présumés le présentaient dans leurs feuilles à l'âge adulte.

Or j'ai attiré l'attention récemment [1] sur l'existence du mode de ramification dichotome dans les cotylédons de la Mercuriale (*Mercurialis annua* L.) : le faisceau libéroligneux médian de chaque cotylédon le présente dans sa portion terminale (*fig.* 1), et j'ai montré que la première bifurcation est très précoce. Les feuilles suivantes de la même plante n'ont plus ce caractère, et aucune raison d'adaptation ne semble pouvoir expliquer une telle différence. D'autre part, si ce mode de ramification est peu répandu chez les Plantes à graines de l'époque actuelle (*Ginkgo*, etc.), il est par contre commun chez les Ptéridophytes, tant actuelles qu'anciennes, parmi lesquelles on s'accorde à situer la souche ancestrale des Phanérogames. L'étude de ces plantes primitives permet d'ailleurs de comprendre comment a pu s'effectuer la transformation de la ramification dichotome en la ramification latérale ; les grandes lignes de cette évolution sont tracées de manière très satisfaisante dans la théorie du MÉRIPHYTE de Lignier, théorie à laquelle de récentes découvertes paléobotaniques viennent encore de

[1] P. Bugnon, *Sur l'hypocotyle de la Mercuriale* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 954).

donner une nouvelle confirmation (1). L'étude ontogénique comparée des premières feuilles chez les Fougères a conduit également Bower (2) à considérer comme primitif le mode dichotome de ramification dans les limbes foliaires. Vuillemin, adoptant partiellement les vues de Lignier, a été sans

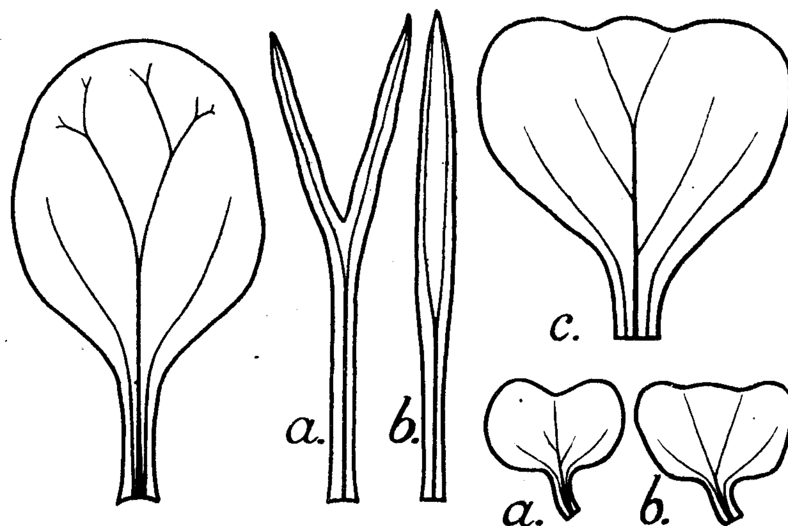


Fig. 1. — *Mercurialis annua* L. — Nervation principale d'un cotylédon adulte. Gr. : 5.
Fig. 2. — *Eschscholtzia californica* Cham. — Nervation principale d'un cotylédon adulte : *a*, à limbe dichotome; *b*, à limbe anormalement simple. Gr. : 2.
Fig. 3. — *Raphanus sativus* L. [*R. Radicula* Pers.]. — Nervation principale : *a*, d'un cotylédon jeune normal; *b*, d'un cotylédon jeune à nervure médiane dichotome, gr. : 3; *c*, d'un cotylédon adulte également anormal, gr. : 4/3.

doute guidé par des considérations du même ordre lorsqu'il a rangé les cotylédons parmi ses FRONDOMES (3), p. 144.

En résumé, le caractère considéré dans les cotylédons de la Mercuriale paraît satisfaire aussi bien que possible aux conditions précédemment énumérées; il peut donc être interprété comme un caractère ancestral.

Si l'on recherche systématiquement les cas de dichotomie dans les coty-

(1) Cf. P. Bugnon, *L'évolution phylogénique des Plantes vasculaires d'après Lignier et la nouvelle classe des Psilophytales* (*Bull. Soc. Linn. de Normandie*, 7e série, vol. 4, 1921, p. 196).

(2) F. O. Bower, *On leaf-architecture as illuminated by a study of Pteridophyta* (*Trans. Roy. Soc. Edin.*, vol. 51, 1916, Part 3, p. 657).

(3) P. Vuillemin, *L'Amphigonelle et la phylogénie des Amentales* (*Ann. Sc. nat.*, 10e série, *Bot.*, t. 1, 1919, p. 139).

lédons des diverses espèces végétales, on est amené à certaines remarques importantes, que les exemples suivants suffisent à mettre en évidence.

Chez l'*Eschscholtzia californica* Cham., non seulement la nervure médiane cotylédonaire est bifurquée, comme dans la Mercuriale, mais le limbe cotylédonaire lui-même est profondément bifide (*fig.* 2, *a*). En examinant de nombreuses germinations, j'ai pu trouver quelques individus dont les cotylédons ont un limbe simple, quoique présentant encore un faisceau libéroligneux médian dichotome (*fig.* 2, *b*).

L'examen de nombreuses germinations de Radis [*Raphanus sativus* L. (*R. Radicula* Pers.)] m'a permis, d'autre part, de constater la présence accidentelle de la ramification dichotome de la nervure médiane cotylédonaire, habituellement simple. Suivant les cas, comme le montre la figure 3 (*b*, *c*), le niveau où se produit la bifurcation est plus ou moins rapproché de la base cotylédonaire. Ici, de plus, quand il y a dichotomie de la nervure médiane, le sommet du limbe cotylédonaire prend l'aspect du sommet d'un thalle dichotome, comme celui d'une Hépatique par exemple.

Ainsi, la dichotomie cotylédonaire, qui est la règle chez l'*Eschscholtzia californica*, devient l'anomalie chez le Radis.

En généralisant l'interprétation donnée de ce mode de ramification à propos de la Mercuriale, on est amené à regarder comme une anomalie progressive le limbe simple des cotylédons anormaux de l'*Eschscholtzia* et, au contraire, comme une anomalie *régressive*, comme un phénomène d'atavisme, les cotylédons dichotomes du Radis.

En considérant l'organisation cotylédonaire, on est également conduit, par exemple, à considérer les Crucifères, où la dichotomie de la nervure médiane est devenue exceptionnelle, comme manifestant un degré d'évolution plus avancé que la famille voisine des Papavéracées, où cette dichotomie est encore la règle chez certaines espèces.

En définitive, l'existence, habituelle ou anormale, d'une ramification terminale dichotome des limbes cotylédonaires, ou seulement de leur nervure médiane, peut être regardée comme un trait d'organisation ancestral et qui mérite d'entrer en ligne de compte dans l'étude des rapports phylogéniques des Plantes à graines entre elles. Il faudra sans doute aussi faire intervenir ce caractère pour interpréter le cotylédon des Monocotylédones, ainsi que j'ai déjà eu l'occasion de l'indiquer à propos des Graminées ([1]), p. 92.

([1]) P. Bugnon, *La feuille chez les Graminées* (*Thèse Doct. Sc. nat.*, Paris, 1921, et *Mémoires de la Soc. Linn. de Normandie*, t. 21, fasc. 2).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Rosacées. Les derniers stades du développement de l'embryon chez le* Geum urbanum *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. L. Guignard.

Le proembryon octocellulaire, chez le *Geum urbanum*, dont on a montré précédemment (¹) le mode de construction, est divisé en quatre étages : *q*, *m*, *n* et *n'*.

L'étage *q* comprend quatre éléments dont l'un, l'épiphyse (*e*, *fig.* 7), occupe le sommet et pourrait à lui seul représenter une subdivision de l'étage supérieur. Cette cellule épiphysaire donne naissance au cône végétatif de la tige ; elle se segmente verticalement pour donner deux éléments juxtaposés (*fig.* 10), lesquels, par des parois également verticales, normales à la précédente, se divisent pour engendrer quatre cellules circumaxiales (*fig.* 11 et 12). Dans ces quatre cellules s'établissent ensuite des cloisons horizontales tangentielles, séparant deux groupes de quatre éléments superposés. Le groupe supérieur représente les premières cellules de l'épiderme au sommet de la tige, le groupe inférieur les premières cellules de l'écorce. Ces deux groupes d'éléments ne prennent plus tard que des cloisons anticlines ; ils restent toujours bien distincts durant tout le cours de la vie proembryonnaire ; quand les cotylédons commencent à s'accroître, on ne peut plus reconnaître la ligne de démarcation qui les sépare des cellules voisines.

Les trois éléments de l'étage *q*, situés au-dessous de l'épiphyse, se divisent par des cloisons comprises dans le plan vertical. Ce sont les cellules-filles de *b* qui se segmentent les premières : la paroi de segmentation peut prendre une direction, soit radiale, soit tangentielle ; celle-ci ne sépare pas nécessairement, vers l'extérieur, un premier élément de dermatogène. La cellule-sœur de *e* se segmente ensuite généralement par une paroi méridienne et les deux éléments qu'elle engendre se divisent à leur tour verticalement, soit en direction radiale, soit en direction tangentielle. Les cellules, au nombre de 6 à 10 (*fig.* 10, 11), qui se sont ainsi différenciées, forment, au-dessous de l'épiphyse, une assise horizontale très nette (*fig.* 12, 13); les plus extérieures ne tardent pas à prendre des cloisons anticlines et à s'individualiser comme cellules de dermatogène (*fig.* 14) ; les cellules sous-épidermiques se segmentent à leur tour de la même manière et constituent les premiers éléments du périblème cotylédonaire. Plus à l'intérieur se trouvent les cellules représentant les initiales du méristème vasculaire du cotylédon et, au voisinage de l'axe, les éléments qui entreront dans la constitution du cylindre central de la tige.

L'étage *m*, dans le proembryon octocellulaire, comprend deux cellules juxtaposées ;

(¹) R. Souèges, *Embryogénie des Rosacées. Les premiers stades du développement de l'embryon chez le* Geum urbanum *L.* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1070). Se reporter aux figures qui accompagnent cette Note.

elles se segmentent par deux parois verticales méridiennes pour donner quatre cellules circumaxiales (*fig.* 8). Celles-ci continuent à se multiplier par des cloisonnements verticaux dont les premiers peuvent être tangentiels et séparer ainsi d'emblée les premières cellules de dermatogène. Les éléments primordiaux des trois histogènes paraissent nettement individualisés dans la figure 12. Les parois anticlines ou transversales se montrent d'abord dans les cellules du dermatogène, puis dans celles du périblème, tandis que les cellules du plérome semblent se cloisonner encore longitudinalement et séparent ainsi extérieurement les éléments du péricycle. Dans la figure 15, les trois tissus embryonnaires sont distinctement constitués au niveau de l'hypocotyle; on peut reconnaître les modes de cloisonnement qui président à la multiplication de leurs cellules.

L'élément *n* se sépare transversalement pour donner deux cellules superposées *r* et *t* (*fig.* 7 à 12). Il est de règle à peu près générale que la cellule supérieure, *r*, se segmente encore une fois transversalement avant de donner naissance à la cellule hypophysaire. Celle-ci serait donc une cellule petite-fille de *n*; mais on observe de nombreuses exceptions à cette règle, l'hypophyse pouvant se différencier aux dépens d'une cellule d'une génération plus ancienne (*r*, même *n*) ou plus jeune. L'élément *n'* (*fig.* 7, 8), avec les cellules inférieures originaires de *n*, engendre un suspenseur composé finalement d'un nombre très variable (4 à 10) d'éléments superposés.

On peut établir, comme cela a déjà été fait dans d'autres cas, les formules de développement résumant, pendant les premières générations, l'origine, la disposition et les destinées des éléments proembryonnaires. Mais, à la quatrième génération, le nombre des éléments dont se compose le proembryon ne paraît pas bien défini, en raison de l'avance que prennent les segmentations au niveau de l'étage *m* et du retard qu'elles subissent, par contre, dans l'épiphyse et dans les cellules *n* et *n'*.

I. — *Première génération.*

Proembryon à deux cellules disposées en deux étages :	*ca*	qui engendre	*pco* + *pvt*
	cb	»	*phy* + *iec* + *iec* + *co* + *s*

II. — *Deuxième génération.*

Proembryon à quatre cellules disposées en trois étages :	*q*	qui engendre	*pco* + *pvt*
	m	»	*phy* + *iec*
	ci	»	*iec* + *co* + *s*

III. — *Troisième génération.*

Proembryon à huit cellules disposées en quatre étages :	*q*	qui engendre	*pco* + *pvt*
	m	»	*phy* + *iec*
	n	»	*iec* + *co* + *s* (en partie)
	n'	»	*s* (en partie).

IV. — *Quatrième génération.*

Proembryon à douze-seize cellules disposées en six étages :
- q qui engendre $pco + pvt$
- m » $phy + icc$
- r » $iec + co + s$ (en partie)
- $t + o + p$ qui engendrent s (en partie).

En somme, le *Geum urbanum* L. représente un nouveau type du développement embryonnaire qui ne peut être identifié jusqu'ici à aucun autre. Il peut être rapproché du *Myosotis hispida* par la différenciation d'une épiphyse, dès les stades les plus jeunes. Mais il s'apparente surtout au *Senecio vulgaris* et à l'*Urtica pilulifera* par l'édification des deux parties, cotylée et hypocotylée, aux dépens des deux étages q et m. Dans les deux cas en effet, les termes des formules du développement, aux deux premières générations, sont exactement superposables [1].

BIOLOGIE. — *Le rôle de l'alcalinité de l'eau de mer dans les fécondations hétérogènes.* Note de M. **Alphonse Labbé**, présentée par M. Henneguy.

Me proposant de préciser les conditions des fécondations hétérogènes, j'ai d'abord cherché à vérifier d'anciennes expériences de J. Lœb [2] d'après lesquelles une des conditions nécessaires des fécondations hétérogènes consiste dans l'alcalinisation de l'eau de mer. Nous avons déjà vu [3] que cette condition n'était pas nécessaire; mais elle pouvait être avantageuse.

Comme matériel, j'ai employé les œufs d'un Polychète, *Halosydna gelatinosa*, commun au Croisic, et du sperme de *Diplasterias rubens* ou de *Lepadogastes Gouanii*. Les spermatozoïdes de l'Astérie et ceux du Poisson sont également efficaces. Les œufs témoins fécondés par du sperme d'*Halosydna*, après décollement de la membrane, émettent leurs globules polaires, environ 1 heure après. Au bout de 24 heures, il y a déjà quelques trocho-

---

(1) Voir R. Souèges, *Développement de l'embryon chez l'*Urtica pilulifera *L.* (*Bull. Soc. bot. France*, t. 68, 1921, p. 290).

(2) Voir notamment J. Lœb, *Jubilé Metchnikof* (*Ann. Inst. Pasteur*, t. 31, 1917, p. 437).

(3) Alphonse Labbé, *Sur des fécondations hétérogènes* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 942).

sphères, et en 30 heures, presque tous les œufs sont transformés en larves; résultats concordant avec ceux observés chez *Sabellaria*, *Nereis* et autres Polychètes.

Toutes les expériences ont été faites à la température du laboratoire qui ne dépassait pas 9°-11° C.

Dans l'eau de mer normale, avec *Halosydna* ♀ × *Diplasterias* ♂, au bout de 36 heures, j'ai obtenu quelques trochosphères nageantes, mais la plupart des œufs en segmentation se sont arrêtés avant ce stade. Tous les œufs montraient une membrane, mais il y avait beaucoup de cytolyses en boule. Aucune cytolyse noire.

Dans l'eau de mer alcalinisée à l'aide de la solution décinormale de NaOH ($1^{cm^3} = 0,0004$ NaOH), la plupart des œufs sont déformés par plasmolyse, et les résultats varient avec le degré d'alcalinité de la solution. C'est ce qu'indique le Tableau suivant :

Pour 100^{cm^3} eau de mer. Nature de la solution.	Pourcentage des œufs transformés en trochosphères.
Eau de mer normale	4
1^{cm^3} NaOH	2
1^{cm^3},20 NaOH	5
1^{cm^3},40 NaOH	18
1^{cm^3},45 NaOH	23
1^{cm^3},50 NaOH	19
1^{cm^3},60 NaOH	6
1^{cm^3},65 NaOH	0

Conformément aux résultats de Lœb, l'alcalinité de l'eau de mer a donc un avantage indiscutable. Pour les œufs d'*Halosydna*, au Croisic, et à une température moyenne de 10° C., l'optimum se trouve nettement entre 1^{cm^3},40 et 1^{cm^3},50 de la solution décinormale de NaOH, pour 100^{cm^3} d'eau de mer. Un milieu hyperalcalin empêche le développement.

Or j'ai pu constater que l'alcalinité avait un rôle important dans la pénétration du spermatozoïde, et c'est là une explication des variations dans l'activation de l'œuf.

Dans l'eau de mer normale, le spermatozoïde étranger ne pénètre pas, et lorsqu'il y a activation, elle se produit par simple contact. Il en est de même dans l'eau de mer faiblement alcaline. En revanche, entre 1,40 et 1,50 pour 100 de NaOH, le spermatozoïde pénètre, la tête se gonfle; mais néanmoins le pronucleus ♂ reste petit en comparaison du pronucleus ♀, il ne se forme pas de spermaster; et le pronucleus ♂, qui a pénétré plus ou moins profondément dans le cytoplasme ovulaire, reste

inerte et disparaît; il est rare qu'on le retrouve dans l'un des deux premiers blastomères. Je n'ai jamais observé de copulation des pronuclei. A 1,65 pour 100 de NaOH, le spermatozoïde ne pénètre plus, et il n'y a pas d'attraction sexuelle.

Le rôle de l'alcalinité dans les fécondations hétérogènes étant ainsi démontré, d'autres facteurs doivent intervenir, en particulier dans la transformation complète du spermatozoïde étranger en pronucleus ♂ et l'apparition du spermaster. En fait le pronucleus ♂ subit un début d'évolution qui est inhibé. Comme l'œuf est activé, il y a là une séparation nette de l'activation et de l'amphimixie.

D'autres auteurs, Lœb, Kupelwieser, Godlewski, sur d'autres animaux, ont pu voir des copulations de noyaux avec élimination plus ou moins tardive des chromosomes paternels. Dans mes expériences, nous nous trouvons en présence d'une phase intermédiaire, ce qui montre que la question des fécondations hétérogènes est plus complexe qu'on ne le croyait jusqu'ici.

Les alcalis sont des liquéfiants, augmentant la perméabilité pour les ions $\overline{OH}$, et diminuant la tension superficielle; leur emploi correspond au deuxième temps du procédé de Delage dans la parthénogenèse expérimentale.

Mais, après l'emploi des alcalis, le développement du pronucleus ♂ est arrêté; l'activitation se fait, mais il n'y a pas d'amphimixie.

Comme dans la parthénogenèse expérimentale, une deuxième opération est donc nécessaire pour activer le spermatozoïde étranger e tpermettre la copulation des noyaux. C'est cette deuxième phase que nous étudierons dans un travail ultérieur.

Enfin il n'est pas impossible qu'une troisième phase soit nécessaire pour empêcher l'élimination de la chromatine paternelle et permettre une véritable hybridation, qui doit suivre les règles de Mendel, et éclairerait vivement le mécanisme de l'hérédité.

BIOLOGIE. — *Théorie de l'action des parasites entomophages. Les formules mathématiques du parasitisme cyclique.* Note (1) de M. **W.-R. Thompson**, présentée par M. Paul Marchal.

Les études entreprises de nos jours sur l'utilisation des parasites entomophages semblent mettre en évidence que le rôle de ces auxiliaires de

(1) Séance du 24 avril 1922.

l'homme acquiert son maximum d'importance, lorsqu'un Insecte nuisible a pu s'accroître numériquement jusqu'à devenir un véritable fléau, un ou plusieurs facteurs d'équilibre naturel faisant défaut. L'expansion de l'espèce nuisible produit alors automatiquement un accroissement numérique de son parasite ; génération par génération, ce nombre augmente aux dépens de celui de l'hôte, l'égale, puis le dépasse, jusqu'à ce que dernier soit presque annihilé, mais ensuite, par excès, la population parasitaire disparaît en grande partie d'elle-même, la nourriture faisant défaut.

Sur le rôle des parasites entomophages, le Dr Howard, dans une des premières contributions importantes à cette étude, a écrit, en effet : « With all very injurious Lepidopterous larvae...... we constantly see a great fluctuation in numbers, the parasite rapidly increasing immediately after the increase of the host species, overtaking it numerically and reducing it to the bottom of another ascending period of development. »

Toutes choses égales d'ailleurs, l'effet déterminé par l'action des Insectes parasites est donc une variation rythmique ou cyclique dans le nombre de l'hôte. Comme on l'a remarqué pour certains cas, cette variation peut être d'une régularité assez nette, l'Insecte nuisible agissant en fléau destructeur à des intervalles déterminés.

Cette périodicité des invasions indiquerait alors la possibilité, dans certains cas tout au moins, de représenter mathématiquement la marche du cycle parasitaire ; nous pourrions ainsi aborder les divers problèmes de l'utilisation des parasites entomophages avec des moyens plus précis que ceux dont nous disposons actuellement.

Évidemment l'élément mathématique ne suffit pas ; l'étude du cycle parasitaire exige surtout des observations approfondies sur la succession des événements dans la nature et la connaissance précise de ces phénomènes peut seule nous renseigner sur la concordance qui existe entre la théorie et les faits, dans chaque cas particulier.

Mais, et cela ne semble pas moins logique, l'étude du rôle des parasites entomophages ne peut atteindre l'état d'une science exacte, sans prendre pour base une représentation mathématique des événements considérés ; cette représentation pouvant seule nous donner une idée précise du caractère essentiel du cycle parasitaire dans des conditions déterminées.

Il est préférable de développer les formules mathématiques du cycle en considérant seulement les facteurs fondamentaux qui entrent en jeu. Or, toutes choses égales d'ailleurs, la suite des événements dépend surtout de quatre facteurs : le nombre initial d'hôtes au début de l'époque considéré,

le nombre de parasites à cette même époque, la puissance reproductrice de l'hôte et la puissance reproductrice du parasite.

Admettons que :

1° Le nombre initial d'hôtes $= n$;

2° Le nombre initial de parasites $= p$;

3° La multiplication de l'hôte par génération $= h$;

4° La multiplication du parasite par génération $= s$.

Il est évident que si, par génération, la multiplication de l'hôte et du parasite dépend du nombre de femelles produites, le nombre d'hôtes détruits dépend du nombre total de larves parasites ; ou encore, si la multiplication de l'hôte par génération $= h$, le nombre total d'individus sera lh, l étant un nombre qui dépend de la proportion des sexes dans l'espèce considérée ; de la même façon, le nombre total de parasites sera fs, où f est un facteur numérique semblable.

Donc, si le parasite ne dépose qu'un seul œuf dans chaque hôte, et n'attaque que les hôtes non parasités, nous aurons dans la première génération :

$$p \times fs = pfs \text{ parasites},$$

dont fs, seront des femelles, et

$$n \times lh = n\,lh \text{ hôtes},$$

dont nh, seront des femelles. Le nombre d'hôtes venant à maturité dans la première génération sera donc

$$HM_1 = (n\,lh - pfs),$$

dont $\left\{\frac{n\,lh - pfs}{l}\right\}$ sont des femelles.

Dans la deuxième génération, nous aurons

$$ps \times fs = ps^2 f \text{ parasites},$$

dont ps^2 sont des femelles, et

$$\left\{\frac{n\,lh - pfs}{l}\right\} \times lh = (n\,lh^2 - pfsh) \text{ hôtes}.$$

Le nombre venant à maturité dans la deuxième génération sera donc

$$HM_2 = (n\,lh^2 - pfsh - ps^2 f),$$

dont $\left(nh^2 - psh\frac{f}{l} - ps^2\frac{f}{l}\right)$ sont des femelles.

Dans la troisième génération, nous aurons

$$ps^2 \times fs = ps^3 f \text{ parasites},$$

dont ps^3 sont des femelles, et

$$\left\{\frac{n\,h^2 l - ps\,h f - ps^2 f}{l}\right\} \times lh = (n\,h^3 l - ps\,h^2 f - ps^2 f) \text{ hôtes}.$$

Le nombre venant à maturité dans cette génération sera donc

$$HM_3 = (n\,lh^3 - ps\,f h^2 - ps^2 h f - ps^3 f),$$

le nombre d'hôtes dans cette génération, avant l'élimination des individus parasités, étant $H_3 = (nlh^3 - psfh^2 - ps^2 fh)$, et le nombre de parasites étant $P_3 = ps^3 f$.

Sans continuer le processus, il est évident que, d'une façon générale, le nombre d'hôtes dans la $t^{\text{ième}}$ génération sera

$$(1) \qquad H_t = (n\,h^t l - ps\,h^{t-1} f - ps^2 h^{t-2} f, \ \ldots, \text{ à } t \text{ termes});$$

et le nombre venant à maturité,

$$(2) \qquad HM_t = [n\,h^t l - ps\,h^{t-1} f - ps^2 h^{t-2} f, \ \ldots, \text{ à } (t-1) \text{ termes}];$$

et le nombre de parasites,

$$(3) \qquad P_t = ps^t f.$$

Il est évident que les séries (1) et (2) sont, à l'exception du premier membre, des séries géométriques qui ne diffèrent que par le nombre de termes, et peuvent donc être écrites d'une façon plus condensée. En faisant la somme de ces séries au nombre de termes donné, nous aurons

$$(4) \qquad H_t = \left\{n\,h^t l - ps\,h f\left[\frac{s^{t-1} - h^{t-1}}{(s-h)}\right]\right\},$$

$$(5) \qquad HM_t = \left\{n\,h^t l - ps\ f\ \left[\frac{s^t - h^t}{(s-h)}\right]\right\}.$$

Si les proportions des sexes sont les mêmes chez l'hôte et son parasite, nous écrirons $l = f$; si le parasite est parthénogénétique thélytoque, nous avons $f = 1$; si l'hôte est parthénogénétique thélytoque, nous avons $l = 1$; si les deux sont parthénogénétiques thélytoques, nous avons enfin $l = f = 1$. Ces formules fondamentales constituent la base de l'étude théorique de l'action des parasites entomophages.

ZOOLOGIE. — *Une Haplosporidie*, Haplosporidium Caulleryi *nov. sp.*, *parasite de* Nereilepas fucata *Sav.* Note de MM. **L. Mercier** et **Raymond Poisson**, présentée par M. F. Mesnil.

En examinant un lot de *Nereilepas fucata* Sav., recueillis au large de Luc-sur-Mer (Calvados) (1), nous avons constaté qu'un certain nombre d'exemplaires étaient largement infectés par un Protiste que nous rapportons au genre *Haplosporidium* et auquel nous donnons le nom d'*Haplosporidium Caulleryi* nov. sp., dédiant l'espèce à l'un des deux auteurs qui, les premiers, nous ont fait cennaître ce groupe de parasites (2).

Les Annélides infectées se reconnaissent facilement après une immersion dans l'alcool à 70°. Ce traitement fait apparaître, au bout de quelque temps, chez celles-ci, de petits points noirs atteignant jusqu'à 2^{mm} dans leur plus grande dimension. Ces points peuvent s'observer sur toute l'étendue du corps, même sur les parapodes; ils correspondent aux kystes du parasite.

L'étude de coupes de *Nereilepas* infectés nous a permis d'étudier quelques-unes des phases du cycle évolutif d'*H. Caulleryi*.

Plasmodes et sporulation. — Les parasites ayant atteint leur taille maxima se présentent sous l'aspect de plasmodes multinucléés ou de kystes renfermant des spores à différents stades de développement.

Les plasmodes (*fig.* 3 et 4) mesurent en moyenne de 80^{μ} à 100^{μ}, mais ils peuvent atteindre jusqu'à 250^{μ}; ils renferment de nombreux noyaux. Dans chaque plasmode, les noyaux sont sensiblement de même taille; mais dans des plasmodes différents, les noyaux sont souvent de dimensions inégales. La membrane limitante des plasmodes est toujours très délicate.

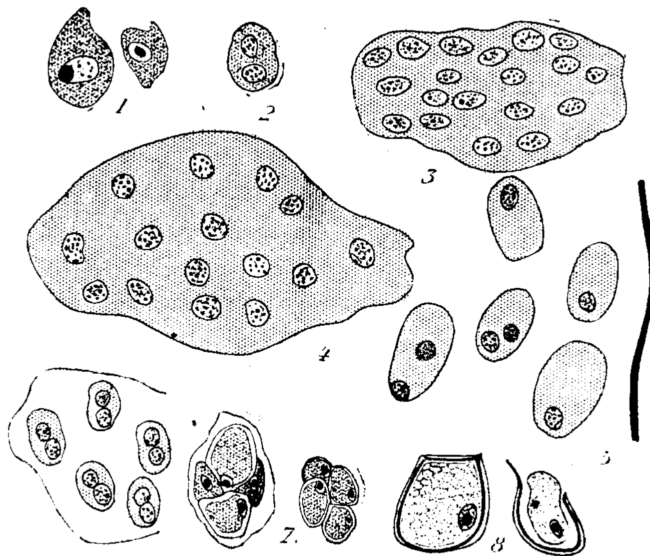
Les kystes sont de forme plus ou moins irrégulière. Ils sont limités par une envelopppe très nette et épaisse (40^{μ} à 50^{μ}). Cette enveloppe, après action des réactifs fixateurs, est d'un brun acajou; nos observations nous conduisent à supposer qu'elle est, au moins partiellement, le résultat d'une réaction des tissus de l'hôte. Les kystes renferment soit des spores mûres,

(1) *Nereilepas fucata* est une Annélide Polychète qui se rencontre fréquemment dans le dernier tour de spire des coquilles de *Buccinum undatum* L., habitées par *Eupagurus Bernhardus* L. Nous n'avons pas encore observé sur la côte du Calvados la forme Hétéronéréidienne signalée par Giard à Wimereux (*Feuilles des jeunes Nat.*, 3e série, 36e année, 1905, n° 421, p. 11).

(2) Caullery et Mesnil, *Recherches sur les Haplosporidies* (*Arch. Zool. exp.*, 4e série, t. 4, 1905, p. 101).

soit des spores en voie d'évolution. Les spores mûres contenues dans un même kyste sont toujours isolées les unes des autres ; mais certains aspects que nous avons observés permettent de supposer qu'elles peuvent prendre naissance par quatre dans des pansporoblastes (*fig.* 7).

Les spores ont la forme d'une urne à base élargie; elles mesurent de 13^{μ}



Haplosporidium Caulleryi × 1150. — 1, formes libres uninucléées; 2, forme libre binucléée; 3 et 4, deux plasmodes; 5, spores en voie de développement; 6, éléments binucléés dans un plasmode; 7, pansporoblastes montrant la formation des spores par groupe de quatre; 8, spores mûres.

à 15^{μ} environ, suivant leur grand axe et 10^{μ} à 12^{μ}, dans leur plus grande largeur. Elles présentent une double membrane, l'externe mince et l'interne plus épaisse. Ces spores sont munies d'un clapet dont la charnière d'articulation correspond à une petite arête (*fig.* 8). Elles renferment un noyau et quelquefois un corps chromatoïde situé soit au voisinage du clapet, soit en un point quelconque du cytoplasme de la spore. Quand ce corps chromatoïde existe, il est particulièrement bien net dans les spores en voie de développement (*fig.* 5).

Indépendamment de ces stades caractéristiques, nous en avons encore observé d'autres. Ce sont :

1° Des formes libres uninucléées (*fig.* 1); ces formes, généralement allongées, mesurent 12^{μ} environ. Elles possèdent un cytoplasme grenu et un noyau suboval renfermant un gros caryosome et quelques travées chromatiques peu visibles.

2° Des formes libres binucléées mesurant de 9$^{\mu}$ à 12$^{\mu}$; leur cytoplasme granuleux est très colorable.

3° Des états du parasite succédant d'une façon indiscutable à des stades plasmodiaux et où l'on observe, sous la membrane du plasmode, de petits éléments de 8$^{\mu}$ à 11$^{\mu}$ environ, renfermant parfois un seul noyau, mais le plus souvent deux noyaux intimement accolés (*fig.* 6)

Tous les stades que nous venons de décrire s'observent soit dans l'épaisseur de la gaine musculo-cutanée, soit dans l'épithélium cœlomique; notons cependant que nous avons rencontré quelques stades unicellulaires à la base de l'épithélium intestinal.

Dans cette Note préliminaire, nous nous sommes contentés d'indiquer les stades les plus caractéristiques d'*H. Caulleryi*, sans tenter de retracer son cycle évolutif complet. En effet, le cycle des Haplosporidies, tel que l'avait esquissé Granata (¹), vient d'être remis en question par Debaisieux (²), et de nouvelles recherches sont encore nécessaires pour préciser certains points mis en discussion. Néanmoins, les aspects que nous venons de décrire, ne laissent aucun doute au sujet des affinités du parasite de *N. fucata*. Il s'agit bien d'une Haplosporidie appartenant au genre *Haplosporidium* tel qu'il a été défini par Caullery et Mesnil.

H. Caulleryi se différencie nettement par sa spore des quatre *Haplosporidium* parasites de Polychètes connus jusqu'à ce jour. En effet, cette spore ne présente pas les appendices caractéristiques de celle d'*H. heterocirri* C. et M.; elle est nettement plus volumineuse et de forme différente de celles d'*H. scolopli* C. et M. (10$^{\mu}$ sur 6$^{\mu}$), d'*H. Marchouxi* C. et M. (10$^{\mu}$ à 12$^{\mu}$, sur 6$^{\mu}$ à 7$^{\mu}$) et d'*H. potamillæ* C. et M. (12$^{\mu}$ sur 6$^{\mu}$ à 8$^{\mu}$).

A 15 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures.

É. P.

(¹) GRANATA, *Ricerce sul ciclo evolutivo di* Haplosporidium limnodrili *Gr.* (*Arch. Protist.*, t. 35, 1914, p. 47-72).

(²) DEBAISIEUX, Haplosporidium (Minchinia) chitonis *Lamk.;* Haplosporidium nemertis *nov. sp. et le groupe des Haplosporidies* (*La Cellule*, t. 30, 1920, p. 293).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES D'AVRIL 1922.

Leçons sur les invariants intégraux, par E. CARTAN. Paris, Hermann et fils, 1922; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. P. Appell.)

La houille bleue, par le Vice-Amiral AMET. Extrait de la *Revue maritime*. Paris, Challamel, 1922; 1 vol. 24cm.

La destruction des mauvaises herbes, par E. RABATÉ. Paris, librairie agricole de la Maison rustique, s. d.; 1 vol. 18cm,5. (Présenté par M. Viala.)

La taille des arbres fruitiers de plein vent (prunier d'Ente, Reine-Claude, pêcher, pommier), par E. RABATÉ. Paris, librairie agricole de la Maison rustique, s. d.; 1 vol. 18cm,5. (Présenté par M. Viala.)

Association des géographes français. *XXVe-XXIXe bibliographie géographique* 1915-1919, publiée sous la direction d'ELICIO COLIN. Paris, Armand Colin, 1921; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. le général Bourgeois.)

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 10 avril 922.)

Notes de M. *Émile Borel* (p. 978 et 997) :

Page 978, ligne 6, *au lieu de* belle structure, *lire* telle structure; ligne 11, *au lieu de* — 1, 10, 11,..., *lire* — 1, 0, 1, 10, 11,...; ligne 28, *au lieu de* portons, *lire* partons.

Page 997, ligne 7, *au lieu de* indication, *lire* induction.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 MAI 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **René Benoît**, Correspondant de l'Académie pour la Section de Physique générale, et celui de Sir **Patrick Manson**, Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie.

M. **Émile Picard** s'exprime en ces termes :

M. **René Benoît**, dont M. le Président vient d'annoncer la mort, était Correspondant de la Section de Physique générale depuis 1903. Son nom reste à jamais inscrit dans l'histoire du Bureau international des Poids et Mesures, dont il a été Directeur durant vingt-cinq ans. Il a été l'initiateur de la plupart des travaux entrepris pendant ce temps au Pavillon de Breteuil, et il collabora avec M. Michelson dans les belles recherches sur la mesure du mètre en longueurs d'onde. Sa puissance de travail et sa grande habileté technique dans les mesures métrologiques ont fait l'admiration de tous ceux qui l'ont connu. M. Benoît avait demandé en 1915 à être déchargé de ses fonctions, et il était resté Directeur honoraire de la célèbre maison de Sèvres, où s'était écoulée une grande partie de sa fructueuse carrière.

L'Académie envoie ses condoléances émues à la famille de son regretté Correspondant.

M. F. **Mesnil** donne lecture de la Notice nécrologique suivante :

Sir **Patrick Manson** a succombé le 9 avril dernier; il était né le 3 octobre 1844 dans le comté d'Aberdeen, en Écosse.

Pendant une vingtaine d'années, jusqu'en 1892, Manson a exercé la médecine en Extrême-Orient, sur les côtes de Chine. C'est là qu'il s'initia à la pathologie spéciale aux tropiques, de laquelle on savait si peu de choses à l'époque de ses débuts. Vivement intéressé par tout ce qu'il découvrait, il chercha à approfondir l'étiologie de quelques maladies et il s'attaqua au problème de la filariose. Il eut l'idée que les embryons sanguicoles de la filaire ne pouvaient normalement quitter l'organisme humain qu'à la faveur de leur absorption par quelque insecte suceur de sang. Et ayant constaté la périodicité nocturne, pour la circulation périphérique, de ces microfilaires, il pensa à un rôle des moustiques qui avaient une périodicité analogue quant à leurs heures de piqûres. L'hypothèse se vérifia et, en découvrant l'évolution du nématode chez le moustique, Manson posait le premier jalon solide de l'Entomologie médicale, qui a pris depuis une si grande extension.

Cette découverte, qui remonte à 1877, devait avoir, en particulier, une répercussion directe sur le problème de la transmission du paludisme. En 1884, dans son *Traité des fièvres palustres*, notre illustre confrère M. Laveran posait nettement le problème sous cette forme interrogative : « Les Moustiques jouent-ils un rôle dans la pathogénie du paludisme comme dans celle de la filariose? La chose n'est pas impossible; il est à noter que les Moustiques abondent dans les localités palustres. » Et il y revenait avec plus de force encore en 1894. Manson, dans un article paru en 1894, formule le même programme de recherches et son disciple, le major R. (maintenant sir Ronald) Ross, s'attache à le mener à bonne fin. On sait comment il y réussit en établissant, toujours sur le conseil de P. Manson, qu'un hématozoaire aviaire, extrêmement voisin de l'hématozoaire de Laveran, ingéré par un moustique, y accomplit une évolution et est réinoculé à l'homme par la piqûre de l'insecte.

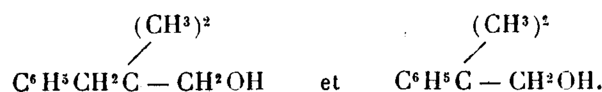
C'est encore sur les initiatives de Patrick Manson qu'une mission fut envoyée dans la campagne romaine en 1900 et que des moustiques, infectés sur des paludéens et expédiés à Londres, y transmirent la maladie : preuve cruciale de leur rôle.

On voit donc toute la part qui revient à sir Patrick dans cette question, d'une si grande importance hygiénique, de l'étiologie du paludisme.

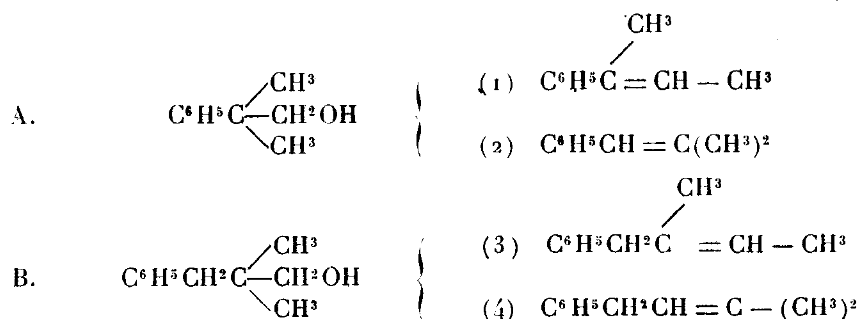
Ces titres ne pouvaient manquer d'attirer l'attention de l'Académie et, en 1910, elle attribuait au doyen de la pathologie tropicale une place de Correspondant dans la Section de Médecine et Chirurgie, apportant ainsi sa consécration à l'œuvre, d'une si grande portée, de sir Patrick Manson.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation du méthyl-2-phényl-2-propanol-1 et du diméthyl-2.2-phényl-3-propanol-1.* Note de M. **A. Haller** et de Mme **Ramart.**

Dans une Communication précédente (¹) l'un de nous, en collaboration avec M. E. Bauer, a décrit les alcools



Ces molécules présentent un grand intérêt à cause des transpositions moléculaires qui se produisent quand on les déshydrate et qu'il ne se forme pas de chaîne triméthylénique. Par perte d'une molécule d'eau, ces alcools peuvent respectivement donner naissance aux carbures :



suivant que le groupe migrateur est, pour A, le méthyle ou le phényle, et, pour B, le méthyle ou le benzyle.

Cette étude avait été commencée sur le *méthyl-2-phényl-2-propanol-1* avec notre regretté collaborateur (²). Nous avons repris ce travail dans le but de préciser le sens de ces transpositions suivant le mode de déshydratation employé. Nous avons préparé les carbures de la façon suivante :

Carbure a. — En faisant passer les vapeurs de l'alcool sur des agglomérés de terre d'infusoires à une température de 300° à 400°.

Carbure b. — Par action de $SOCl^2$ sur l'alcool avec ou sans pyridine.

Carbure c. — En traitant le chlorure que l'on obtient en même temps que le carbure *b* par de la pyridine.

L'analyse assigne à chacun de ces carbures la formule brute $C^{10}H^{12}$.

(¹) *Ann. de Physique et Chimie*, 9e série, t. 9, p. 5.

(²) *Loc. cit.*, p. 10.

Nous devons dire que dans chaque cas nous avons observé les deux transpositions indiquées plus haut, mais l'orientation de la transposition varie quantitativement suivant les conditions expérimentales.

Carbure a. Déshydratation du méthyl-2-phényl-2-propanol-1. — Comme il a été indiqué plus haut, cette déshydratation a été effectuée en faisant passer les vapeurs de l'alcool sur des agglomérés de terres d'infusoires. Le produit condensé a été rectifié et l'on a recueilli un liquide qui distille à 181°-183° sous 760mm. Ce produit décolore immédiatement le brome, réduit à froid MnO^4K et, traité par le nitrite de sodium, en présence d'acide acétique, il donne un nitrosite de formule $C^{10}H^{12}O^3N^2$ fondant à 150°.

Carbure b. Action de $SOCl^2$ *sur le méthyl-2-phényl-2-propanol-1.* — I. Sans pyridine. On fait tomber à froid $SOCl^2$ sur l'alcool à une température voisine de 0°. On abandonne plusieurs heures le mélange et l'on chasse l'excès de $SOCl^2$ dans le vide. Après plusieurs rectifications nous avons isolé un carbure bouillant à 181°-189° et un chlorure distillant à 104°-105° sous 18mm.

Nous avons vérifié que, contrairement à ce que nous avions d'abord supposé [1], ce chlorure est bien le chlorure primaire $C^6H^5\overset{(CH^3)^2}{C}-CH^2Cl$. En effet, traité par de l'acétate d'argent en tube scellé, à une température de 120°, ce chlorure donne un acétate, et cet acétate, saponifié, fournit l'alcool $C^6H^5\overset{(CH^3)^2}{C}-CH^2OH$ primitif que nous avons caractérisé par sa phénylméthane fondant à 59°.

II. La même opération a été faite en présence de pyridine et les résultats obtenus ont été les mêmes, mais nous avons eu trop peu de carbure pour pouvoir le séparer totalement du chlorure. Nous avons traité le mélange carbure-chlorure par de la pyridine en tube scellé.

Carbure c. Action de la pyridine sur $C^6H^5C\begin{matrix}\diagup CH^3\\ -CH^2Cl\\ \diagdown CH^3\end{matrix}$. — Ce chlorure a été chauffé à 120° en tube scellé avec un excès de pyridine. Le carbure que l'on obtient ainsi distille à 180°-190°, mais avec un palier important à 187°-190°.

Identification de ces différents carbures. — Une oxydation préliminaire

---

[1] *Loc. cit.*, p. 14.

nous avait donné, comme produits d'oxydation, de l'acide benzoïque, de l'acétone, de l'acétophénone et de l'acide acétique. Nous étions donc conduits à considérer nos carbures comme formés d'un mélange des carbures (1) et (2). Le carbure (1) que nous avons reproduit en déshydratant l'isopropylphénylcarbinol nous a donné un nitrosite fondant à 159°, identique à celui du carbure *a*. Le carbure (2) ne nous a pas fourni de nitrosite.

Ces deux carbures (1) et (2) avaient déjà été préparés par M. Klages [1] et par M. Tiffeneau [2] et les points d'ébullition mentionnés par ces savants étaient pour le (1) 179°-181° et pour le (2) 186°-187° d'après M. Tiffeneau et 189°-191° d'après M. Klages. La séparation de ces carbures par distillation fractionnée n'était guère possible, étant donnée la quantité de produits dont nous disposions. Nous avons pu cependant avoir une idée approximative de la composition du mélange dans chacune des opérations en pesant la semi-carbazone de l'acétophénone obtenue en oxydant dans les mêmes conditions les carbures des différentes origines.

Cette oxydation a été faite au moyen de CrO^3 en solution acétique à une température inférieure à 60°; dans chaque cas, nous avons employé 5g de carbure, 7g de CrO^3 (léger excès) et 50g d'acide acétique. Nous avons toujours régénéré du carbure ayant échappé à l'oxydation.

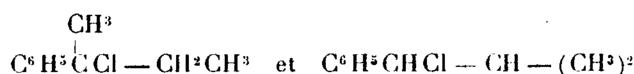
Voici les poids de semi-carbazone de l'acétophénone obtenue comme il vient d'être dit :

	Semi-carbazone.
Carbure *a* (agglomérés)	traces
Carbure *b* ($SOCl^2$ sans pyridine)	g 0,5
» ($SOCl^2$ avec pyridine)	1,5
Carbure *c* (chlorure + pyridine)	2
Carbure $C^6H^5\overset{CH^3}{C}=CH\,CH^3$ (pur)	3

(Il n'y a pas d'acide benzoïque par oxydation.)

---

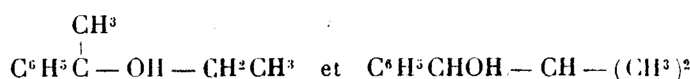
(1) M. Klages les a obtenus en traitant les chlorures



$$C^6H^5\overset{CH^3}{\overset{|}{C}}Cl - CH^2CH^3 \quad \text{et} \quad C^6H^5CHCl - CH - (CH^3)^2$$

par de la pyridine (*B. Ber.*, t. 35, p. 2641 et 3507; t. 37, p. 1724).

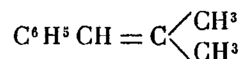
(2) M. Tiffeneau a déshydraté les alcools



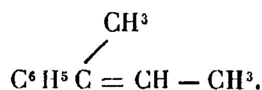
$$C^6H^5\overset{CH^3}{\overset{|}{C}} - OH - CH^2CH^3 \quad \text{et} \quad C^6H^5CHOH - CH - (CH^3)^2$$

par de l'acide oxalique (*Ann. Phys. et Chim.*, 8e série, t. 10, p. 362).

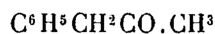
Nous voyons donc que le carbure *a* est composé presque exclusivement de



et que le carbure formé en présence de pyridine ou par l'action de la pyridine sur le chlorure est composé en majeure partie de



Déshydratation du phényl-3-diméthyl-2.2-propanol-1. — Ici encore la transposition se fait dans les deux sens et varie avec le mode d'obtention du carbure. Cependant, les résultats ont été moins précis, car nous avons éprouvé une certaine difficulté à obtenir le chlorure. D'autre part, la benzylméthylcétone ne se prête pas aussi facilement que l'acétophénone à une détermination quantitative par suite de la facilité avec laquelle



s'oxyde en acide benzoïque et acide acétique (avec MnO^4K cette oxydation est rapide).

Carbure d. Déshydratation au moyen des agglomérés de terre d'infusoires. — Le liquide obtenu dans les conditions déjà décrites distille à 198°-202° sous 760mm. Il présente tous les caractères d'un carbure non saturé. Traité par le nitrite d'amyle et l'acide azotique il donne un nitrosate de formule $C^{11}H^{14}O^4N^2$ fondant à 159°-160° en se décomposant. L'analyse de ce carbure lui assigne la formule $C^{11}H^{14}$.

Carbure e. Action de $SOCl^2$ *sur le phényl-3-diméthyl-2.2-propanol-1.* — Au lieu d'obtenir seulement le mélange de chlorure et de carbure comme dans le cas précédent nous avons obtenu en assez grande quantité un produit blanc cristallisé insoluble dans l'éther fondant à 176°-177° dont nous poursuivons l'étude.

L'action du pentachlorure de phosphore sur le même alcool ne nous a pas donné de meilleurs résultats et le produit principal de la réaction est une huile ne distillant pas encore à 180° sous 18mm.

Nous avons alors réuni les mélanges de carbure et d'alcool obtenus dans ces deux réactions et nous les avons traités par de la pyridine en tube scellé à 120°-130°. Nous avons isolé un produit distillant à 198°-203°. C'est un carbure de formule $C^{11}H^{14}$ (nous n'avons pu obtenir de nitrosate).

Oxydation des carbures d et e. — L'oxydation a été faite dans les mêmes conditions que les carbures précédents et nous avons isolé dans les deux cas :

1° De l'acétone caractérisée par sa transformation en CHI^3;

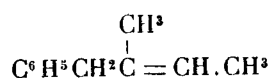
2° De l'acide benzoïque;

3° De la benzylméthylcétone caractérisée par sa semi-carbazone fondant à 196°-197°.

Dans l'oxydation du carbure *d* (¹) la quantité d'acide benzoïque et d'acétone est élevée, alors qu'avec le carbure *e* le poids d'acide benzoïque obtenu est faible et celui de la semi-carbazone de $C^6H^5CH^2CO - CH^3$ relativement fort.

Nous sommes donc amenés à considérer le carbure *d* comme formé en très grande partie de $C^6H^5CH^2CH = C(CH^3)^2$ qui par oxydation donne de l'acétone et de l'acide benzoïque (l'acide phénylacétique s'oxydant en acide benzoïque).

Le carbure *e* contient presque exclusivement du carbure



$$C^6H^5CH^2\overset{\overset{\displaystyle CH^3}{|}}{C} = CH.CH^3$$

qui par oxydation fournit

$$C^6H^5CH^2CO.CH^3 + CH^3COOH.$$

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les lignes asymptotiques des surfaces. Étude d'un cas particulier.* Note de M. C. GUICHARD.

Je prends les six coordonnées d'une ligne droite sous la forme symétrique, c'est-à-dire que la somme des carrés des six coordonnées est nulle. Je considère un réseau N (réseau dont le ds^2 est nul) dans un espace d'ordre 6; je désigne par $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_6$ les paramètres normaux de la première tangente à ce réseau; par $y_1, y_2, \ldots, y_6$ ceux de la seconde tan-

(¹) Ce carbure a été préparé par M. Klages en faisant agir la pyridine sur

$$C^6H^5CH^2CH^2\underset{\underset{\displaystyle (CH^3)^2}{|}}{C}Cl$$

(*Chem. Centr.*, 1904, p. 217).

gente. On a les équations

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned}\frac{\partial\xi}{\partial v}&=n y\\ \frac{\partial y}{\partial u}&=m\xi\end{aligned}\right. \qquad (\Sigma\xi^2=\Sigma\xi y=\Sigma y^2=0).$$

On vérifiera facilement que

$$\frac{\partial}{\partial v}\sum\left(\frac{\partial\xi}{\partial u}\right)^2=0,\qquad \frac{\partial}{\partial u}\sum\left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2=0,$$

de sorte que par un choix convenable des variables u et v on peut supposer que l'on a

$$(2)\qquad \sum\left(\frac{\partial\xi}{\partial u}\right)^2=1,\qquad \sum\left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2=-1.$$

On voit facilement que l'on a

$$(3)\qquad \sum\xi\frac{\partial\xi}{\partial u}=\sum\xi\frac{\partial y}{\partial v}=\sum y\frac{\partial\xi}{\partial u}=\sum y\frac{\partial y}{\partial v}=\sum\frac{\partial\xi}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v}=0.$$

Cela posé, il existe une droite AT ayant pour coordonnées $y_1, y_2, \ldots, y_6$ et une droite AS dont les coordonnées sont $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_6$. La surface (A) est rapportée à ses asymptotiques; AT est la première tangente asymptotique, AS la seconde. Ce résultat est une conséquence immédiate de la théorie des douze surfaces de M. Darboux.

Il résulte de là qu'*à toute propriété métrique des réseaux* N *correspond une propriété dualo-projective des asymptotiques d'une surface et réciproquement.*

Je vais appliquer cette remarque à l'étude des deux problèmes suivants qui se déduisent l'un de l'autre par une transformation dualistique.

α. *Déterminer les surfaces* A *telles qu'un point* M *de* AT *décrive une surface rapportée à ses asymptotiques*. La première tangente MG de M sera dans le plan TAS.

β. *Déterminer les surfaces* A *telles qu'un plan* μ *passant par* AT *enveloppe une surface rapportée à ses asymptotiques.*

La première tangente de l'enveloppe est une droite AH passant par A.

Une droite Δ située dans le plan tangent en A ou passant par A, en excluant les droites qui appartiennent au faisceau AT, AS, a pour coordonnées des quantités $X_1, X_2, \ldots, X_6$ de la forme

$$(4)\qquad X=P\xi+Qy+\frac{\partial\xi}{\partial u}\pm\frac{\partial y}{\partial v},$$

où P et Q sont des fonctions quelconques de u et v; le signe + correspond, par exemple, aux droites du plan tangent; le signe — aux droites qui passent par A. On vérifie en effet, en tenant compte des équations (1), (2), (3), que les quantités X sont les coordonnées d'une droite et que cette droite rencontre AT et AS.

Cela posé, si l'on écrit que les six fonctions X satisfont à une même équation de Laplace, on trouve que cette équation est forcément une équation de Moutard. Deux cas peuvent alors se présenter :

1° Les deux expressions

$$\sum\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)^2, \quad \sum\left(\frac{\partial X}{\partial v}\right)^2$$

sont différentes de zéro. La droite Δ décrit une congruence W à invariants égaux, la surface A est une de ces surfaces qui ont été étudiées par MM. Demoulin et Tzitzeica et qu'ils ont appelés une surface R. Dans ce cas, le réseau N qui correspond à A est 3o.

2° L'une de ces expressions est nulle; dans le cas où Δ coïncide avec MG ou avec AH, on doit avoir

$$\sum\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)^2 = 0;$$

c'est le cas qui nous occupe. Je suppose que la propriété α existe; la surface A possède par rapport à la surface M la propriété β; donc les six coordonnées de AT satisfont à une équation à invariants égaux. Or, dans le cas général, cette équation est

$$\frac{\partial^2 y}{\partial u\, \partial v} = \frac{1}{m}\frac{\partial m}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u} + muy.$$

Si cette équation est à invariants égaux, on pourra réduire m à l'unité. Les quantités y satisferont à une équation de Moutard

$$\frac{\partial^2 y}{\partial u\, \partial v} = ny$$

telles que

$$\sum y^2 = 0, \qquad \sum\left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 = 0.$$

Cela revient à dire que la seconde tangente du réseau N décrit une congruence C. La réciproque s'établit facilement :

Soient N un réseau possédant la propriété indiquée, NA sa première tangente, NB la deuxième, qui, par hypothèse, décrit une congruence C. Il

existe une infinité de réseau O harmoniques à NB, la première tangente de ce réseau O, étant conjuguée au réseau N, décrit une congruence J (congruence applicable sur une congruence située dans un espace d'ordre 2); il existera donc une deuxième congruence N′B′ harmonique à ce réseau O et possédant la même propriété que la congruence NB. A ces droites NB, N′B′ correspondent dans l'espace ordinaire deux droites qui ne se rencontrent pas et qui sont les premières tangentes de surfaces rapportées à leurs asymptotiques. Maintenant, d'après la loi d'orthogonalité des éléments à la congruence NB qui est C, correspond la congruence NA qui est H (congruence applicable au deuxième degré sur une autre congruence située dans un espace d'ordre 6). Il y a donc un autre réseau nul N_1 (il y en a même une infinité) tel que sa première tangente N_1A_1 forme une congruence applicable au second degré sur la congruence NA. Je coupe N_1 par un plan isotrope, il y correspond sur N une congruence PQ qui est une congruence I et dont le deuxième réseau focal Q est un réseau R (réseau applicable au deuxième degré sur un réseau de l'espace d'ordre 4).

Je coupe maintenant le réseau N_1 par un plan isotrope perpendiculaire au précédent. Il y correspond sur N une congruence P′Q′ analogue à PQ. Le point O, intersection de PQ et de P′Q′, décrit un réseau de O dont la première congruence focale est J. A ce réseau O sont harmoniques deux congruences analogues à NB et à N′B′; les paramètres directeurs de ces droites sont évidemment de la forme (4). A l'une d'elles correspond une droite telle que MC, à l'autre une droite telle que AH, donc :

Les deux propriétés (α) *et* (β) *existent simultanément; quand elles existent, elles existent d'une infinité de manières. Pour cela, il faut et il suffit que l'équation de Laplace à laquelle satisfont les six coordonnées de* AT *soit à invariants égaux. Dans ces conditions, les surfaces déduites de* (A) *par les opérations* (α) *ou* (β) *possèdent la même propriété que la surface* (A).

Soient maintenant A une surface satisfaisante, θ_1, θ_2, θ_3 les paramètres directeurs de la première tangente AT; les fonctions θ satisfaisant à une équation à invariants égaux, il existe une surface (A′), rapportée à ses asymptotiques et dont la normale est parallèle à AT. On voit facilement qu'il y a réciprocité entre les surfaces (A) et (A′), donc le problème posé est équivalent au suivant :

Trouver deux surfaces (A) *et* (A′) *sur lesquelles les asymptotiques se correspondent et telles que la normale à l'une soit parallèle à la première tangente asymptotique à l'autre.*

Je suppose maintenant que l'on projette le réseau N satisfaisant à la

question sur un espace d'ordre 3. On obtiendra un réseau C dont la deuxième congruence focale est à invariants égaux; il est clair que d'un tel réseau C on pourra remonter au réseau N; donc, le problème posé est équivalent au suivant :

Trouver un réseau C dont la deuxième congruence focale est une congruence de Ribaucour.

Je prends un réseau point parallèle à ce réseau C; soient $O\alpha$ et $O\beta$ les tangentes de ce réseau point; il existe une infinité de congruences PQ harmoniques à ce réseau qui sont des congruences O; le premier réseau focal P de cette congruence est un réseau formé d'une famille de géodésiques. Ce réseau étant conjugué à $O\beta$ est à invariants égaux; il est clair que la réciproque est exacte. On a donc le problème équivalent suivant :

Trouver un réseau à invariants égaux au point de vue ponctuel et comprenant une famille de géodésiques.

M. E. Goursat fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier sous le titre : *Leçons sur le problème de Pfaff.*

NOMINATIONS.

L'Académie charge M. Bazy de la représenter, le 14 mai, à l'inauguration du monument élevé à la mémoire de M. *Lucas Championnière*, à l'Hôtel-Dieu.

M. F. Mesnil est adjoint à la délégation qui représentera l'Académie aux fêtes du *cent-cinquantième anniversaire de l'Académie Royale de Belgique.*

CORRESPONDANCE.

M. Ed. Retterer prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Anatomie et Zoologie, par le décès de M. *Ranvier.*

ALGÈBRE. — *Sur un nouveau théorème d'Algèbre.* Note de M. **Paul Montel.**

1. J'ai établi récemment quelques propositions fixant une limite supérieure des modules des zéros des polynomes assujettis à certaines conditions (¹). Je me propose d'indiquer maintenant un théorème général de la même nature.

Supposons que l'on fixe les valeurs d'un polynome $P(x)$ et de certaines de ses dérivées en h points déterminés $x_1, x_2, \ldots, x_h$; par exemple, supposons donnés les nombres

$$\begin{array}{llll} P(x_1), & P'(x_1), & \ldots, & P^{(\alpha_1-1)}(x_1), \\ P(x_2), & P'(x_2), & \ldots, & P^{(\alpha_2-1)}(x_2), \\ \ldots\ldots, & \ldots\ldots, & \ldots, & \ldots\ldots\ldots, \\ P(x_h), & P'(x_h), & \ldots, & P^{(\alpha_h-1)}(x_h). \end{array}$$

Si

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_h = p + 1,$$

ces nombres déterminent un polynome $Q(x)$ dont le degré est effectivement p, à moins que les valeurs données ne vérifient une relation particulière. Si l'on pose

$$R(x) = (x - x_1)^{\alpha_1}(x - x_2)^{\alpha_2}\ldots(x - x_h)^{\alpha_h},$$

le polynome $P(x)$ pourra se mettre sous la forme

$$(1) \quad P(x) = Q(x) + R(x)(a_1 x^{n_1} + a_2 x^{n_2} + \ldots + a_k x^{n_k}) \quad (0 \leq n_1 < n_2 < \ldots < n_k).$$

On peut alors énoncer la proposition suivante :

Un polynome $P(x)$, *assujetti à prendre, ainsi que certaines de ses dérivées, des valeurs données en des points donnés, ces valeurs étant en nombre suffisant pour déterminer un polynome effectivement de degré* p, *a toujours* p *zéros dans un cercle de centre origine dont le rayon ne dépend que des données et du nombre* k *des paramètres arbitraires qui figurent dans le polynome* $P(x)$ *mis sous la forme* (1).

Dans le cas particulier où $h = 1$ et $\alpha_1 = p + 1$, on retombe sur le théorème signalé précédemment et correspondant à des polynomes dont on a fixé, à l'origine, la valeur ainsi que celles de leurs p premières dérivées (²).

2. Le théorème qui précède est à rapprocher de la proposition suivante :

(¹) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 850.

(²) *Loc. cit.*

dans les conditions indiquées au paragraphe 1, l'un des polynomes $P(x)$ *ou* $P(x) - 1$ a p zéros dans un cercle de centre origine dont le rayon ne dépend que des données et non du nombre k [1].

Comme on peut, dans le théorème énoncé au paragraphe précédent, remplacer $P(x)$ par $P(x) - 1$, on voit que la différence entre les deux propositions réside dans le fait de supprimer l'alternative « $P(x)$ ou $P(x) - 1$ » et d'introduire le nombre k dans l'expression du module maximum des p zéros de plus petits modules.

Ainsi, à chaque théorème formant une généralisation du théorème de Picard sur les valeurs exceptionnelles, correspond une proposition qui, appliquée à des polynomes, fait disparaître l'alternative entre les fonctions $P(x)$ et $P(x) - 1$, mais fait apparaître le nombre des termes ou des arbitraires figurant dans le polynome.

3. Lorsque le polynome $P(x)$ satisfait à une relation fonctionnelle telle que, à chaque zéro de $P(x)$, corresponde un zéro de $P(x) - 1$ de module au plus égal à celui du premier, les théorèmes des deux groupes deviennent identiques.

Il en sera, en particulier ainsi, lorsque les exposants des monomes qui constituent $P(x)$ forment une progression arithmétique. On obtient alors le théorème :

Le polynome

$$P(x) = 1 + x^p + a_1 x^{p+q} + \ldots + a_{k-1} x^{p+(k-1)q}$$

a toujours p zéros dont les modules ne dépassent pas un nombre fixe indépendant de q et du nombre k des termes du polynome, à condition que p ne soit pas divisible par q.

Si le nombre p varie en restant supérieur à un entier fixe p', il existe toujours p' racines de l'équation $P(x) = 0$ dont les modules ne dépassent pas un nombre fixe qui ne dépend que de p'.

Ce théorème s'étend immédiatement à une fonction analytique $f(x)$ définie par le développement de Taylor

$$f(x) = 1 + x^p + a_1 x^{p+q} + \ldots + a_k a^{p+kq} + \ldots \qquad (p' \leqq p).$$

Il existe un cercle de centre origine dont le rayon ne dépend que de p', tel que toute fonction holomorphe dans ce cercle y admette p' zéros.

---

[1] P. Montel. *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 143. — *Sur les familles quasi normales de fonctions holomorphes* (*Mémoires de l'Académie royale de Belgique*, 1922, p. 33).

Si l'on prend, en particulier, $p' = 1$, le rayon du cercle a une valeur numérique fixe et l'on retrouve un théorème déjà démontré par M. Landau ([1]).

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une démonstration et la généralisation du théorème de Menabrea.* Note ([2]) de M. **J. Sudria**, présentée par M. G. Kœnigs.

Deux démonstrations du théorème, énoncé en 1868 par le général Menabrea, ont déjà été données par M. Liénard et par M. Bertrand de Fontviolant ([3]).

La démonstration simple suivante suggère des généralisations diverses :

1. *Position du problème.* — Étant donné un système hyperstatique soumis à des forces $F_1, F_2, \ldots, F_n$, si on le rend isostatique et si on lui applique de nouvelles forces $R_1, R_2, \ldots, R_p$ égales aux forces de liaison surabondantes ainsi supprimées, le potentiel du système est une fonction quadratique des F et des R et l'on peut écrire

$$\Pi = \frac{1}{2}\Sigma(b_{ii}R_i^2 + 2b_{ij}R_iR_j) + \varphi,$$

φ étant une fonction du premier degré de ces réactions, et du second degré par rapport aux F.

Le général Menabrea avait remarqué, en partant du théorème de Castigliano, que les R satisfont aux équations

$$(1) \qquad \frac{\partial\Pi}{\partial R_1} = \frac{\partial\Pi}{\partial R_2} = \ldots = \frac{\partial\Pi}{\partial R_p} = 0 \qquad \text{ou} \qquad d\Pi(R_1, R_2, \ldots, R_p) = 0.$$

Il avait énoncé, sans démonstration, que les valeurs que prennent, en fait, les R rendent Π minimum.

2. *Démonstration.* — Les conditions du premier ordre (1) étant satisfaites, il suffit de montrer que $d^2\Pi(R_1, R_2, \ldots, R_p)$ est positif; or,

$$d^2\Pi = \frac{1}{2}d^2\Sigma(b_{ii}R_i^2 + 2b_{ij}R_iR_j) = \Sigma b_{ii}\overline{dR_i}^2 + 2b_{ij}\,dR_i\,dR_j.$$

([1]) *Sur quelques généralisations du théorème de M. Picard* (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 3e série, t. **24**, 1907, p. 189).

([2]) Séance du 1er mai 1922.

([3]) *Bull. des Sciences math.*, octobre 1921.

C'est l'expression de 2Π, dans laquelle on a remplacé les valeurs des forces appliquées par zéro, et les réactions par leurs différentielles.

La fonction Π étant positive pour toutes les valeurs des R et des F il en est de même de $d^2\Pi$. C. Q. F. D.

3. *Remarque.* — Le théorème de Menabrea est une application de la proposition générale suivante, qui n'est que l'extension d'une propriété du trinome du second degré :

« Étant donnée une fonction du second degré, de plusieurs variables, non nécessairement quadratique, mais dont l'ensemble des termes de second degré constituent une fonction quadratique *définie positive*, la fonction passe effectivement par un minimum pour les valeurs des variables satisfaisant aux conditions de premier ordre, pour un extrémum. »

La démonstration est identique à la précédente.

4. *Généralisation.* — Soit un système de corps isotropes ou à fibre moyenne, isostatique ou hyperstatique, soumis à des forces appliquées. Supposons que sous l'influence de ces forces, le corps se déformant, certains points viennent à être arrêtés par des obstacles avant que la déformation totale ne soit atteinte. Soient $R_1, R_2, \ldots, R_p$ les réactions de ces obstacles quand le corps est en équilibre, $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ les projections respectives, sur les forces R, des déplacements des points ainsi arrêtés (quelques-uns de ces déplacements pouvant être nuls, cas des obstacles agissant dès le début de la déformation). Les valeurs que prennent, en fait, les R rendent minima l'expression

$$\Theta = \Pi - \sum_{j=1}^{j=p} R_j \lambda_j,$$

considérée comme fonction des R.

En effet, d'après le théorème de Castigliano $\frac{\partial \Pi}{\partial R_j} = \lambda_j$ ou $\frac{\partial \Theta}{\partial R_j} = 0$; les conditions de premier ordre pour l'extrémum étant remplies, le théorème montre que Θ passe par un minimum.

5. *Théorème corrélatif du théorème de Menabrea.* — Dans le cas d'un *nombre fini* de forces, les équations $\lambda_i' = \frac{\partial \Pi}{\partial F_i}$ peuvent se résoudre par rapport à ces forces ; le déterminant est le discriminant d'une fonction quadratique définie positive, il est donc différent de zéro.

On a ainsi

$$F_i = b'_{i1}\lambda_1 + b'_{i2}\lambda_2 + \ldots + b'_{in}\lambda_n$$

et le potentiel interne s'écrit

$$\Pi = \frac{1}{2}\Sigma(b'_{ii}\lambda_i^2 + 2b'_{ij}\lambda_i\lambda_j),$$

d'où un premier résultat corrélatif du théorème de Castigliano

$$F_i = \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_i}.$$

Considérons encore, comme dans le théorème de Menabrea généralisé, des points du système supportant des forces inconnues ayant des déplacements imposés $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ et d'autres supportant des forces connues F_α, $F_\beta, \ldots, F_\nu$. Les déplacements que prennent ces derniers points ont des projections (sur les forces respectives) qui rendent minima l'expression

$$\Theta = \Pi(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \lambda_\alpha, \lambda_\beta, \ldots \lambda_\nu) - (\lambda_\alpha F_\alpha + \lambda_\beta F_\beta + \ldots + \lambda_\nu F_\nu)$$

considérée comme fonction des $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \ldots, \lambda_\nu$.

On a, en effet, d'après le théorème corrélatif de celui de Castigliano,

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_\alpha} = F_\alpha, \qquad \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_\beta} = F_\beta, \qquad \ldots, \qquad \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_\nu} = F_\nu$$

ou

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \lambda_\alpha} = \frac{\partial \Theta}{\partial \lambda_\beta} = \ldots = \frac{\partial \Theta}{\partial \lambda_\nu} = 0$$

et la proposition générale déjà invoquée montre que Θ est minimum pour les valeurs que prennent effectivement $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \ldots, \lambda_\nu$.

C'est le théorème corrélatif du théorème de Menabrea généralisé.

Il peut s'interpréter ainsi, dans le cas où les seules charges sont les forces connues : *De toutes les déformations virtuelles que l'on peut concevoir pour un système de corps soumis à des forces données, celle qui correspond à l'équilibre est la déformation par laquelle la somme algébrique des travaux virtuels des forces extérieures et intérieures* $[\Sigma(F\lambda) - \Pi]$, *ou l'énergie cinétique virtuelle, est minima. Une analyse plus complète et d'ailleurs nécessaire permet d'étendre ce théorème au cas de charges continues quelconques.*

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur quelques cas de mouvements plans des fluides autour de solides avec tourbillons.* Note de M. **D. Riabouchinski**, présentée par M. G. Kœnigs.

Considérons le mouvement d'un liquide autour de deux plans minces, orthogonaux au courant, dans le cas où deux tourbillons de rotations oppo-

sées sont disposés entre eux, sur l'axe de symétrie. On obtient entre les variables $w = \varphi + i\psi$ et $\zeta = \frac{dz}{dw}$, en introduisant la variable auxiliaire t, la relation suivante :

$$(1)\quad \frac{dw}{dt} = -\frac{iq_0 bt(t^2-1)}{(t^2-b_1^2)^{\frac{1}{2}}(t^2-c_1^2)^{\frac{3}{2}}}, \qquad \frac{1}{\zeta} = q_1\sqrt{\left(1-\frac{t^2}{2a^2\sin^2\beta}\right)\left(1-\frac{t^2}{2a^2\cos^2\beta}\right)}.$$

Aux valeurs $t^2 = 0, 1, b_1^2, c_1^2, a^2, 2a^2\sin^2\beta, 2a^2\cos^2\beta$, correspondent respectivement, sur le plan z : le point M d'intersection de la ligne de courant réunissant les arêtes avec l'axe imaginaire, les arêtes des plans minces, les points $z = 0$ et $z = \infty$, les points de vitesse maxima sur les plans minces, les points médians sur les faces extérieures et intérieures des plans minces; b est un paramètre qui définit l'unité de longueur; q_0 et q_1 les vitesses à l'infini et au point M. En posant

$$(2)\quad A = \frac{b_1^2-a^2}{a^2\cos2\beta}, \qquad B = \frac{a^2-c_1^2}{a^2\cos2\beta}, \qquad C = \frac{a^2-1}{a^2\cos2\beta}, \qquad \frac{q_0}{q_1} = \cot2\beta\sqrt{B^2-1},$$

en faisant le changement de variables

$$(3)\qquad t^2 = a^2(t_1\cos2\beta+1), \qquad t_1 = \frac{1}{n-t_2} - B, \qquad t_2 = pu,$$

et en désignant par l, d, h, P, $\varkappa$, ρ la largeur des plans minces, la distance qui les sépare, la distance entre les tourbillons, la résultante des pressions hydrodynamiques sur les plans minces, la circulation et la densité du fluide, on trouve

$$(4)\qquad \frac{l}{b} = \frac{2(B-C)}{\sqrt{B+A}}\left[\zeta v_0 + v_0 p(v_0+\omega') + \frac{1}{2}\frac{p'v_0}{pv_0-e_3}\right],$$

$$(5)\quad \frac{d}{l} = \frac{B-C}{\sqrt{B+A}}\frac{b}{l}\frac{\pi}{\omega}, \qquad \frac{h}{l} = \frac{2(B-C)}{\sqrt{B+A}}\frac{b}{l}[\zeta v + v p(v_0+\omega')], \qquad \frac{\varkappa}{q_0 l} = -\pi\frac{b}{l},$$

$$(6)\quad \frac{P}{\rho q_0^2 l} = -\frac{2}{(B^2-1)\sqrt{B+A}}\frac{b}{l} \times\left[\left(3B-C-\frac{p''v}{p'^2v}\right)\frac{\omega\zeta v - v\eta}{p'v} + \frac{B(B-C)^2p'^2v-1}{(B-C)p'^2v}\omega\right].$$

Dans ces formules

$$(7)\quad pv = n, \qquad p(v_0+\omega') = n - \frac{1}{B-C}, \qquad n = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{B+A}+\frac{1}{B+1}+\frac{1}{B-1}\right);$$

$$(8)\quad \begin{cases} e_1 = \dfrac{2-k^2}{3\lambda^2} = n - \dfrac{1}{B+A}, \qquad e_2 = \dfrac{2k^2-1}{3\lambda^2} = n - \dfrac{1}{B+1}, \\ e_3 = -\dfrac{1+k^2}{3\lambda^2} = n - \dfrac{1}{B-1}, \end{cases}$$

et

(9) $$A = \frac{2B - (B+1)k^2}{(B+1)k^2 - 2} > 0,$$

(10) $$\lambda^2 = \frac{1}{2}(B^2 - 1)k^2,$$

(11) $$B \geqq \frac{2 - k^2}{k^2}.$$

On obtient encore, entre les coefficients A, B, C, en exprimant que les points médians des deux faces des plans minces coïncident sur le plan z, la relation (12)

(12) $$\frac{\eta}{\omega} = \frac{E}{\lambda^2 K} - e_1 = \frac{1}{B - C} - n,$$

(13) $$\lambda^2 = \frac{2k^2(K - E)(E - k'^2 K)}{[(K - E) - (E - k'^2 K)]^2}.$$

Nous avons considéré, dans un autre travail, le cas particulier où les vitesses sur les plans minces deviennent maxima sur leurs arêtes. On a, dans ce cas, $a = 1$, $C = 0$, et la relation (13) entre le multiplicateur λ et le module k; (9), (10) et (13) permettent d'exprimer les formules (4), (5), (6), en fonction du paramètre $k = \sin\alpha$. α variant de 0 à $\frac{\pi}{2}$, B et $\frac{h}{l}$ varient de ∞ à 1 et $\frac{d}{l}$ de ∞ à 0. A $\alpha = 80°$ correspondent, par exemple, les rapports $\frac{d}{l} = 1{,}15$ et $\frac{h}{l} = 2{,}31$. Lorsque $\frac{d}{l}$ croît indéfiniment, le rapport $\frac{d}{h}$ tend vers $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

A propos du travail mentionné ci-dessus, M. H. Villat a fait l'importante remarque suivante. Le mouvement considéré ne peut être permanent que si l'équation (14), où z_0 désigne l'affixe du tourbillon, est satisfaite

(14) $$\lim_{z \to z_0} \left(\frac{1}{\zeta} - \frac{\varkappa}{2i\pi(z - z_0)} \right) = u_0 = 0.$$

Cette équation détermine, en raison de (2), la relation $3B - A = 0$. Nous pouvons démontrer que cette condition n'est satisfaite pour aucune valeur du module k. Pour le prouver, il suffit évidemment de faire voir que $\frac{A}{B} \leqq 1$, ou, en raison de (9), que $k^2 \leqq \frac{4B}{(B+1)^2}$; (10) et (13) permettent de ramener cette dernière égalité à la suivante $E \geqq k'K$, qu'on démontre facilement. Dans le mouvement permanent, le maximum de la vitesse n'a donc pas lieu sur les arêtes.

Pour un rapport $\frac{d}{l}$ donné il n'existe, comme nous le démontrons plus bas, qu'une seule valeur du rapport $\frac{h}{l}$ où la condition (14) est remplie, mais il en existe une infinité, où elle ne l'est pas. De là la grande mobilité des tourbillons qu'on voit naître, dans les fluides réels, au contact des solides et qui s'en détachent aussitôt. Pour rendre le mouvement permanent, dans tous les cas, il faut considérer l'une quelconque des lignes de courant fermées S comme une paroi rigide fixe. Si $a < 1$, ces parois sont, en général, convexo-concaves. Pour calculer la résultante Q des pressions sur S, remarquons que, dans le voisinage immédiat du tourbillon, on peut écrire

$$w = \frac{\varkappa}{2i\pi}\log(z - z_0) + u_0\frac{r^2}{z - z_0} + u_0(z - z_0) + \ldots$$

où nous considérons la ligne de courant $\psi = -\infty$ comme une circonférence de rayon évanouissant r. En appliquant la formule de Lord Rayleigh, on peut alors écrire $Q = -\rho u_0 \varkappa$; en raison du théorème d'Euler, Q aura la même valeur sur toutes les parois S.

Dans le cas général (le paramètre a a une valeur quelconque), on trouve

$$u_0 = q_0\frac{3B - A - 2C}{4\sqrt{B^2 - 1}}.$$

La condition (14) de M. H. Villat détermine, par conséquent, la relation $2C = 3B - A$. En éliminant A, C et k^2 de cette équation et des équations (9), (10), (12), on a

$$(15)\qquad 3B^3k^2 - \left[5(2 - k^2) - \frac{2E}{K}\right]B^2 + \left[\frac{2(2 - k^2) - k^4}{k^2} - \frac{4E}{K}\frac{(2 - k^2)}{k^2}\right]B + \left[(2 - k^2) + \frac{2E}{K}\right] = 0.$$

L'équation (15) a trois racines réelles. L'une des racines positives est $< \frac{2 - k^2}{k^2}$, et l'autre est $> \frac{2 - k^2}{k^2}$. C'est cette dernière qui convient au problème du mouvement permanent en raison de (11). Les formules (4), (5), (6) peuvent être ainsi exprimées en fonction du paramètre k. En faisant varier k de 0 à 1, on fait varier B et $\frac{k}{e}$ de ∞ à 1, $\frac{d}{l}$ de ∞ à 0 et $\frac{d}{h}$ de $\sqrt{3}$ à 0.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Champ électromagnétique compatible avec le champ gravifique correspondant.* Note de M. **Th. De Donder.**

Annulons la variation de l'intégrale quadruple

$$(1)\qquad \int\left[(a+b\mathrm{C})\sqrt{-g}+\mathrm{D}-\frac{\sigma\mathfrak{L}}{2}\mathrm{W}\right]dx_1\,dx_2\,dx_3\,dx_4,$$

étendue à une portion quelconque de l'espace-temps (x_1, x_2, x_3, x_4).

Dans cette intégrale, a et b sont des constantes universelles;

C est l'invariant de courbure de Gauss;

$\mathrm{D}\equiv\frac{1}{4}\sum_\alpha\sum_\beta(-1)^{\alpha+\beta+1}\mathrm{M}_{\alpha\beta}\mathrm{M}_\chi^{\alpha\beta}$ est la fonction qui caractérise le champ électromagnétique de Maxwell;

σ est la densité de l'électricité;

$\mathfrak{L}\equiv\sum_\alpha u^\alpha\Phi^\alpha$; la vitesse de l'électricité a pour composantes u^α; le potentiel électromagnétique a pour composantes Φ_α $(\alpha=1,\ldots,4)$;

$\mathrm{W}\equiv\sqrt{\sum_\alpha\sum_\beta g_{\alpha\beta}u^\alpha u^\beta}=1$;

La fonction $-\frac{\sigma\mathfrak{L}}{2}$ caractérise l'action due à l'électricité.

Si l'on fait subir *des variations* $\delta g_{\alpha\beta}$ *aux potentiels gravifiques* $g_{\alpha\beta}$, on obtient *les équations du champ gravifique et du champ électromagnétique* correspondant; à savoir :

$$(2)\qquad (a g_{\alpha\beta}+2b\,\mathrm{G}_{\alpha\beta})\sqrt{-g}=-\sqrt{-g}\sum_\alpha\sum_\beta g^{ab}\left[\mathrm{M}_{\alpha a}\mathrm{M}_{\beta b}+\mathrm{M}_{\alpha a}^\chi\mathrm{M}_{\beta b}^\chi\right]$$
$$-\frac{\sigma\mathfrak{L}}{2}\left[u_\alpha u_\beta-\frac{1}{2}g_{\alpha\beta}\right].$$

Le théorème du tenseur asymétrique ou de la force totale généralisée devient ici

$$(3)\qquad \mathfrak{F}_i\equiv-\sigma\left[\frac{\mathfrak{L}}{2}\left(\frac{du_i}{ds}-\frac{1}{2}\sum_\alpha\sum_\beta g_{\alpha\beta,i}u^\alpha u^\beta\right)+\sum_\alpha u^\alpha\mathrm{M}_{\alpha i}^\chi\right]=0$$
$$(i=1, 2, 3, 4).$$

En tout point où la densité électrique est *nulle*, ces équations sont identiquement satisfaites. En tout point où σ est différent de zéro, on aura, grâce à (3), le mode de mouvement de l'électricité dans le champ considéré.

Si l'on fait subir des *variations* $\delta\Phi_\alpha$ *aux potentiels électromagnétiques* Φ_α, on obtient *les équations du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz.*

En résumé, l'introduction du facteur W dans (1) permet de construire un champ électromagnétique et gravifique, *sans l'intervention* de forces ou de tenseurs *appliqués*, et *sans l'intervention* d'un champ *massique.*

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'Électrodynamique des milieux homogènes et isotropes en repos.* Note de M. **Louis Roy**, transmise par M. E. Cosserat.

On sait que la théorie électrodynamique de Helmholtz fait intervenir une constante purement numérique λ, laissée arbitraire et appelée *constante de Helmholtz*, assujettie seulement à ne pas être négative, sans quoi l'équilibre électrique et magnétique du système serait instable. Se basant sur les expériences de M. Blondlot relatives aux phénomènes de propagation le long d'un fil conducteur, P. Duhem avait cru pouvoir en conclure que la constante λ est le produit du pouvoir inducteur spécifique du vide par sa perméabilité [1]. La présente Note a pour but d'établir que cette affirmation de P. Duhem ne saurait être conservée.

Rappelons, tout d'abord, comment P. Duhem a été conduit à son affirmation.

Soient $\frac{\mathfrak{A}^2}{2}$ la constante fondamentale des actions électrodynamiques; ε, ε' les constantes fondamentales des actions électrostatiques et magnétiques, c'est-à-dire les coefficients des lois de Coulomb dans des milieux impolarisables; k, $\varkappa$ les coefficients de polarisation et d'aimantation d'un corps homogène, de sorte que le pouvoir inducteur spécifique K et la perméabilité μ de ce corps sont les nombres abstraits définis par les formules

$$K = 1 + 4\pi\varepsilon k, \qquad \mu = 1 + 4\pi\varepsilon'\varkappa.$$

Il résulte de la théorie de Helmholtz développée par P. Duhem que la vitesse T de propagation des perturbations électromagnétiques transversales et celle L des perturbations électromagnétiques longitudinales sont

---

[1] P. Duhem, *Notice sur ses travaux scientifiques*, p. 103; Bordeaux, 1913.

données par les formules

$$(1) \qquad T^2 = \frac{\varepsilon}{\frac{\mathfrak{A}^2}{2}(K-1)\mu},$$

$$(2) \qquad L^2 = \frac{\varepsilon}{\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\lambda}\,\frac{K}{K-1}.$$

Or, dans le vide où la vitesse de la lumière est v, l'expérience donne $T = v$; d'autre part, l'équation de passage des unités électrostatiques aux unités électromagnétiques étant

$$(3) \qquad v^2 = \frac{\varepsilon}{\frac{\mathfrak{A}^2}{2}K_0\mu_0},$$

l'indice o se rapportant au vide, la formule (1) montre que T ne peut être égal à v dans le vide que si $K_0 - 1$ se confond sensiblement avec K_0. De là, en remarquant que K_0 est le plus petit des pouvoirs inducteurs spécifiques connus, la nécessité du postulat suivant appelé par P. Duhem *hypothèse de Faraday-Mossotti : le pouvoir inducteur spécifique d'un corps quelconque est très grand par rapport à l'unité.*

Moyennant cette hypothèse, la formule (2) se réduit sensiblement à

$$(4) \qquad L^2 = \frac{\varepsilon}{\frac{\mathfrak{A}^2}{2}\lambda},$$

de sorte que L est constant pour tous les corps. Or, P. Duhem voyait dans les expériences de M. Blondlot la preuve que les ondes longitudinales se propagent le long d'un fil conducteur avec la vitesse de la lumière; d'où la conséquence $L = v$, exigeant qu'on ait $\lambda = K_0\mu_0$, d'après les formules (3) et (4).

Montrons maintenant pourquoi cette dernière égalité est inadmissible.

Soient à l'instant t, en un point (x, y, z) du système, (X, Y, Z) le champ électrique, $(\mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H})$ le potentiel vecteur total, (u, v, w) le courant de conduction, (A, B, C) l'intensité de polarisation diélectrique, ρ la résistivité, e la densité électrique cubique, σ la densité électrique superficielle en un point d'une surface séparative S de deux corps contigus; le potentiel électrique en un point est

$$V = \int \frac{e}{r}\,d\varpi + \int \frac{\sigma}{r}\,dS + \int \left(A\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} + B\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta} + C\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \zeta} \right) d\varpi$$

et l'on a les relations

$$(X, Y, Z) = -\varepsilon \frac{\partial V}{\partial(x, y, z)} - \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \frac{\partial(\mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H})}{\partial t},$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial z} + \lambda \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \frac{\partial V}{\partial t} = 0,$$

$$\rho(u, v, w) = (X, Y, Z), \qquad (A, B, C) = k(X, Y, Z),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial e}{\partial t} = 0,$$

$$\Delta V = 4\pi\left(-e + \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right).$$

Soit, d'autre part, $\theta = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$ la divergence du champ électrique; les équations précédentes donnent aisément

$$(5) \qquad \theta = -\varepsilon \Delta V + \lambda \frac{\mathfrak{A}^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial \Delta V}{\partial t} = 4\pi\left(\frac{\theta}{\rho} + k \frac{\partial \theta}{\partial t}\right),$$

d'où l'on déduit, en éliminant ΔV,

$$(6) \qquad \frac{4\pi\varepsilon}{\rho}\theta + K \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda \frac{\mathfrak{A}^2}{2} \frac{\partial^3 V}{\partial t^3}.$$

Mais, dans l'hypothèse de Faraday-Mossotti, qui reste indispensable pour concilier la formule (1) avec l'expérience, le potentiel V vérifie l'équation

$$\frac{4\pi\varepsilon}{\rho}\left(-\varepsilon \Delta V + \lambda \frac{\mathfrak{A}^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\right) + K \frac{\partial}{\partial t}\left(-\varepsilon \Delta V + \lambda \frac{\mathfrak{A}^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\right) = 0,$$

qui devient d'après l'équation (5)

$$\frac{4\pi\varepsilon}{\rho}\theta + K \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0,$$

de sorte que l'équation (6) exige qu'on ait $\lambda \frac{\partial^3 V}{\partial t^3} = 0$.

Or on ne peut satisfaire à cette condition en posant $\frac{\partial^3 V}{\partial t^3} = 0$, car le potentiel électrique V serait alors une fonction parabolique de t, donc deviendrait infini ou resterait invariable; on doit donc avoir nécessairement $\lambda = 0$, d'où il résulte, d'après la formule (4), qu'il n'y a plus d'ondes longitudinales.

La théorie de Helmholtz, complétée par l'hypothèse de Faraday-Mossotti

et où la constante λ était laissée arbitraire, conduisait déjà à des équations du champ magnétique identiques à celles de Maxwell; mais, en ce qui concerne le champ électrique, le potentiel vecteur et le potentiel électrique, la discordance subsistait. La constante λ étant, en outre, particularisée comme nous l'avons dit, la concordance devient complète. La théorie de Helmholtz, qui a l'avantage de se développer suivant les règles d'une logique impeccable et de ne point briser la tradition, constitue ainsi, selon nous, la véritable démonstration des équations de Maxwell, dont l'établissement laissait jusqu'ici fort à désirer, de l'avis même de leurs plus ardents défenseurs.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Kaolins, argiles, bauxites, etc.* (¹). *Perte au feu et porosité.* Note (²) de M. **A. Bigot**, présentée par M. A. Haller.

Les kaolins, argiles, bauxites, etc., expérimentés, sont sous forme de morceaux bruts compacts tels qu'on les trouve dans les carrières, ou bien on leur fait subir un broyage pour les amener en poudre fine, passant au tamis n° 200. Ces poudres fines sont façonnées, soit en pâte molle, soit en poudre humectée; dans ce dernier cas on les a soumises à une pression de 377^{kg} par centimètre carré pour fabriquer les éprouvettes.

Les éprouvettes sont séchées à l'air libre, puis on les pèse, on prend un échantillon de chaque série et l'on détermine la porosité par la méthode de la balance hydrostatique (pourcentage d'eau absorbée).

Parmi ces matières premières, les morceaux de bauxite brute sont les seuls qui ne se délitent pas dans l'eau; les kaolins, argiles, etc. à l'état brut, ou après broyage et agglomération, se délitent dans l'eau. Pour prendre leur porosité nous avons employé, au lieu de l'eau, un pétrole de densité connue. Les chiffres trouvés ont été divisés par celui de la densité du pétrole.

Il faut avoir soin de faire séjourner l'éprouvette pendant quelques heures, dans le pétrole, sous la cloche de la machine pneumatique, dans le vide partiel, pour expulser l'air occlus dans les pores. Nous avons en effet observé que la plupart de ces matières, après immersion dans le pétrole ou dans le tétrachlorure de carbone pendant 24 heures, à la pression ordinaire,

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 854.
(²) Séance du 1er mai 1922.

contenaient encore de l'air occlus qui ne disparaît que sous l'effet du vide partiel.

Après chauffage à 200° on observe que la couleur des éprouvettes a varié, par suite de la décomposition partielle des matières organiques qu'elles renferment toutes. Ces matières organiques ne disparaissent qu'après chauffage prolongé au rouge en atmosphère oxydante.

Jusqu'à 300° la perte au feu est peu sensible pour les argiles, les kaolins et les bauxites. Toutefois, on observe que la bauxite de Maussannes, qui contient 25 pour 100 d'eau de combinaison en perd près de la moitié, tandis que la bauxite du Var qui contient 15 pour 100 d'eau, n'a perdu que 1 pour 100 (eau hygrométrique).

Le kaolin d'Algérie qui contient 23 pour 100 d'eau perd également une quantité d'eau notable à la température de 300°.

Après chauffage à 300° les éprouvettes, faites avec les matières broyées puis agglomérées, se délitent encore lorsqu'on les met dans l'eau. Mais entre 300° et 400° ces éprouvettes agglomérées subissent une transformation spéciale. Elles deviennent dures, ne se délitent plus ni dans l'eau froide, ni dans l'eau bouillante, que cette eau soit additionnée ou non d'une petite quantité d'acides ou d'alcalis. On peut dire qu'elles sont *céramisées*.

Les courbes représentées dans la figure 1 ci-après représentent les pertes au feu des matériaux suivants :

V, bauxite du Var; C, kaolin des Eyzies; A, kaolin d'Algérie (région de Bône); M, bauxite de Maussannes.

On voit par ces courbes que ces différentes matières, à la température de 600°, perdent à peu près la même quantité d'eau de combinaison, soit 13 à 14 pour 100. Celles qui contiennent une plus grande proportion d'eau de combinaison la perdent vers 300°. Il y a donc pour les bauxites, comme pour les kaolins, un même hydrate fixe qui se décompose à 600° et qui renferme 14 pour 100 d'eau.

La courbe M*b* est celle d'un morceau de bauxite de Maussannes brute; la courbe M*p* est celle de même bauxite pulvérisée et comprimée à 377^{kg}; la courbe M*m* est celle de la même bauxite broyée et préparée en pâte molle; la courbe C*p* est celle d'une éprouvette en kaolin des Eyzies, préparée en poudre humide à la pression de 377^{kg}; la courbe C*m* est celle du même kaolin préparé en pâte molle.

Il faut retenir de ces expériences deux observations nouvelles :

1° Les substances (argiles, kaolins, bauxites) qui renferment plus de

14 pour 100 d'eau de combinaison perdent l'excès de cette eau vers 300° et avant 600°.

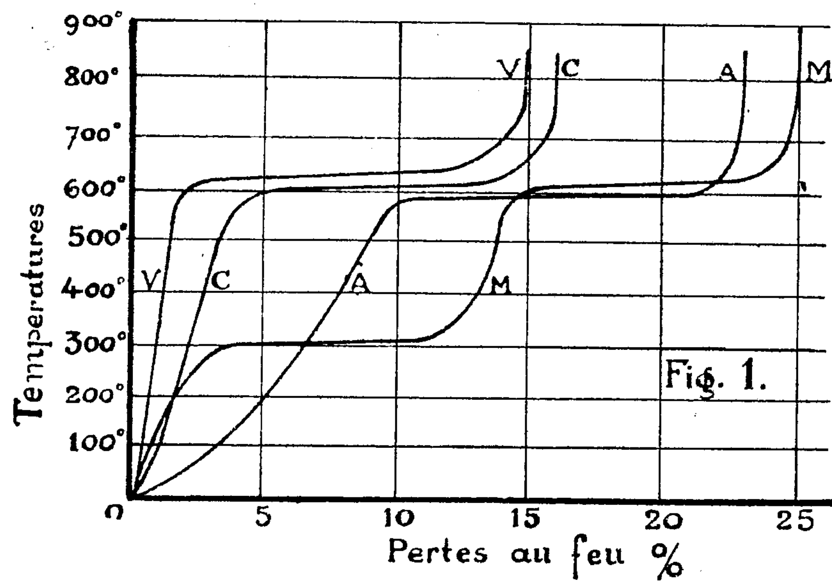


Fig. 1.

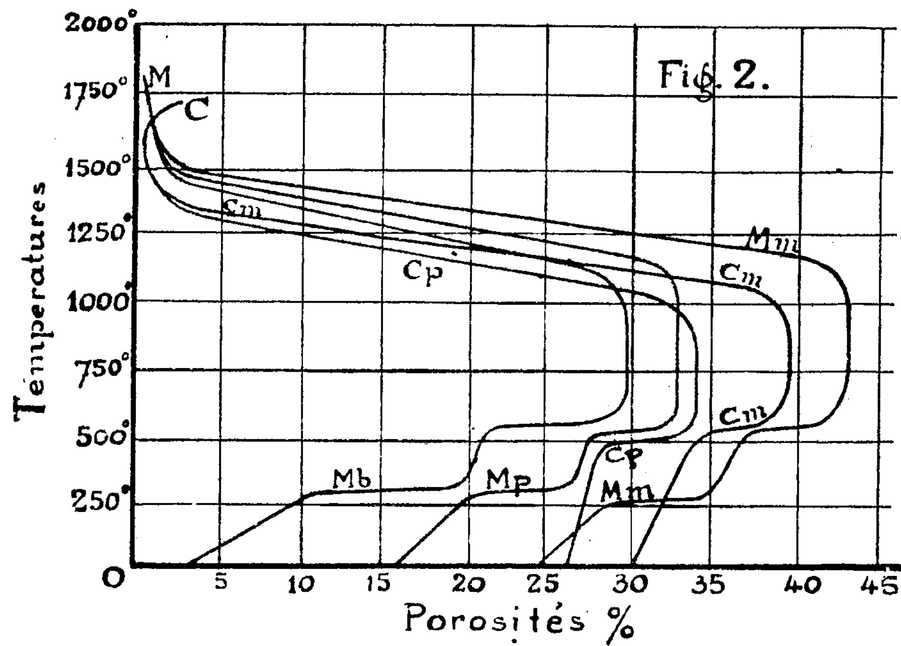


Fig. 2.

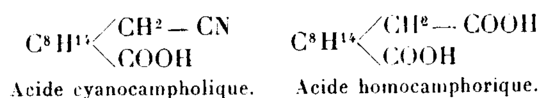
2° Ces substances, qui sont plastiques, à des degrés divers (ainsi que les

silices d'infusoires), durcissent vers 400° avant la déshydratation normale lorsqu'elles ont été agglomérées au préalable; alors elles ne se délitent plus dans l'eau ordinaire ni dans l'eau alcalinisée ou acidulée, soit à froid, soit à l'ébullition.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Éthers homocamphoriques neutres et leurs produits de réduction*. Note de M. **Palfray**, présentée par M. A. Haller.

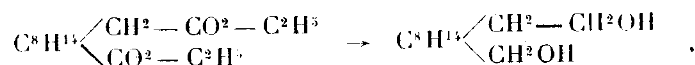
Dans une Note précédente [1], nous avons étudié les cyanocampholates de crésyle et leur produit de réduction qui est l'*alcool α-amino-homocampholique*.

Le simple rapprochement des deux acides cyanocampholique et homocamphorique, montrent qu'ils possèdent un carboxyle identiquement placé et particulièrement difficile à réduire :



Il nous a paru intéressant de rechercher comment se comporteraient, à la réduction, les éthers-sels de ce dernier.

L'homocamphorate de diéthyle, déjà décrit par M. A. Haller [2], devait, par voie de réduction, nous donner le glycol correspondant :



En fait, il nous a fourni un corps qui, bien que distillant à température fixe, s'est montré à l'analyse être un mélange de glycol et d'éther-alcool, d'où nous n'avons pu isoler le glycol qu'à la suite de grandes difficultés.

Aussi, nous inspirant d'une observation faite, dans un cas du même genre, par M. A. Haller et Mme Ramart-Lucas [3], nous avons préparé un éther mixte d'éthyle et de phényle qui, grâce à son point d'ébullition plus élevé, a pu être séparé par simple distillation.

Éther homocamphorique mixte d'éthyle-phényle. — Pour préparer cet

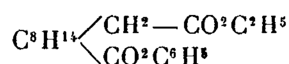
(1) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 980.
(2) *Comptes rendus*, t. **109**, 1889, p. 113.
(3) *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 682.

éther, nous sommes parti de l'éther homocamphorique acide :

obtenu lui-même suivant la méthode décrite par M. A. Haller [1].

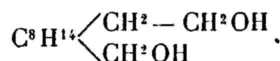
Par l'action de $SOCl^2$ sur cet éther-acide, on obtient directement le chlorure d'acide correspondant.

Au moyen d'un entonnoir à brome, ce corps, dissous dans C^6H^6, est versé, goutte à goutte, sur du phénate de sodium en léger excès. Après un court chauffage au bain-marie, la réaction est terminée, ce qui se reconnaît à la dissolution du phénate solide. On reprend alors par l'eau, puis par CO^3Na^2. La solution benzénique, isolée par décantation, est séchée. On chasse le benzène et distille dans le vide. Au voisinage de 100° le phénol en excès passe en grande partie, mais les dernières traces ne s'éliminent que vers 200°. Enfin la portion principale distille à 221°-224° sous 12^{mm}-14^{mm}. A partir de 100^g d'homocamphorate acide nous avons obtenu 113^g d'homocamphorate mixte



sensiblement pur, soit 82 pour 100 de la théorie. En dissolvant ce corps dans l'alcool et en le précipitant par un peu d'eau, on achève la purification. Enfin, par redissolution dans l'alcool absolu et évaporation lente, nous l'avons obtenu en belles tablettes très allongées, fondant à 51°-51°,5. Le pouvoir rotatoire, dans l'alcool absolu, pour une concentration $c = 9,642$, est $[\alpha]_D^{19} = +27°35'$.

Cet éther mixte a été soumis à la réduction par le sodium et l'alcool anhydre. Puis l'alcool ayant été chassé, la liqueur alcaline a été épuisée par l'éther. Par distillation de la solution éthérée, nous avons obtenu le glycol cherché :



La liqueur alcaline sursaturée par SO^4H^2 nous a fourni un acide-alcool :

Glycol homocamphorique : $C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CH^2-CH^2OH\\CH^2OH\end{matrix}\right.$. — La portion éthérée dont nous venons de parler, dûment séchée et finalement soumise à la distillation dans le vide, nous a donné immédiatement un corps passant à 174°-175° sous 12^{mm}. Les vapeurs se condensent en un liquide incolore, extrêmement visqueux, qui, frotté au moyen d'une baguette de verre, se soli-

(1) *Comptes rendus*, t. 109, 1889, p. 113.

difie et durcit presque instantanément. Le rendement atteint 60 pour 100.

Ce glycol, dont la composition a été vérifiée par l'analyse, est très soluble dans l'alcool et l'éther; il est, au contraire, à peu près insoluble dans C^6H^6, même à l'ébullition.

Par évaporation très lente de la solution éthérée, on l'obtient en beaux cristaux fondant à 63°-63°,5.

Pouvoir rotatoire dans l'alcool absolu pour $c = 5{,}549$:

$$[\alpha]_D^{21} = +81°5'.$$

Diphényluréthane du glycol : $C^8H^{14}\begin{matrix}\diagup CH^2-CH^2-O-CONH-C^6H^5\\ \diagdown CH^2-O-CONH-C^6H^5\end{matrix}$. — Obtenue par action de l'isocyanate de phényle, en chauffant pendant quelque temps son mélange avec le glycol. Cristallise dans l'alcool absolu en belles houppes nacrées et soyeuses, fondant à 115°-115°,5.

Pouvoir rotatoire dans l'alcool absolu pour $c = 5{,}716$:

$$[\alpha]_D^{21} = +31°29'.$$

Dérivé di-acétylé du glycol : $C^8H^{14}\begin{matrix}\diagup CH^2-CH^2-CO^2CH^3\\ \diagdown CH^2-CO^2-CH^3\end{matrix}$. — Préparé par action du chlorure d'acétyle, en présence de pyridine. Liquide assez mobile, distillant à 182°-183°, sous 13^{mm}.

Pouvoir rotatoire dans l'alcool absolu, pour $c = 13{,}370$:

$$[\alpha]_D^{21} = +52°36'.$$

Dérivé di-benzoylé du glycol : $C^8H^{14}\begin{matrix}\diagup CH^2-CH^2-CO^2-C^6H^5\\ \diagdown CH^2-CO^2C^6H^5\end{matrix}$. — Prend naissance par l'action du chlorure de benzoyle en présence de pyridine. Exige un chauffage beaucoup plus prolongé que pour le dérivé acétylé. Liquide très visqueux, sans tendance à solidification, même à — 15°.

$E_{12^{mm}}$	295°-300°
$E_{2^{mm}}$	276°-277°

Pouvoir rotatoire dans l'alcool absolu pour $c = 9{,}226$

$$[\alpha]_D^{21} = +34°41'.$$

Acide-alcool : $C^8H^{14}\begin{matrix}\diagup CH^2-CH^2OH\\ \diagdown COOH\end{matrix}$. — La liqueur sodique provenant de la réduction de l'homocamphorate neutre est précipitée par l'acide sulfurique ou chlorhydrique. Dans le cas de l'homocamphorate d'éthyle-phényle on est gêné par la présence du phénol. Dans le cas de l'éther diéthylique,

au contraire, on obtient, par repos de la liqueur acidifiée, un feutrage de fines aiguilles qui peuvent atteindre jusqu'à 3^{cm} ou 4^{cm} de longueur. Après recristallisation dans l'éther et finalement dans l'alcool absolu, le point de fusion se fixe à 130°-131°.

La composition, vérifiée par l'analyse élémentaire et par un dosage acidimétrique, répond à la formule ci-dessus.

Pouvoir rotatoire dans l'alcool absolu pour une concentration $c = 7,359$:

$$[\alpha]_D^{21} = +71°37'.$$

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage de l'azote ammoniacal dans les matières organiques azotées, et particulièrement dans les matières protéiques et leurs produits de dédoublement.* Note [1] de M. **J. Froidevaux**, présentée par M. Lindet.

Le dosage de l'azote ammoniacal, en présence d'azote organique et principalement d'azote protéique, utile par exemple dans les recherches des altérations de produits alimentaires, a toujours été considéré comme un problème délicat ; il est en effet presque impossible, quelles que soient les méthodes employées, d'éviter une légère attaque de la molécule protéique et, l'ammoniaque provenant de cette dégradation, venant s'ajouter à l'azote ammoniacal préexistant, fausse les résultats d'une façon très appréciable. Nous avons fait antérieurement, avec la collaboration de M. H. Vandenberghe, des essais qui nous ont permis de doser l'azote ammoniacal dans la cyanamide calcique, d'une façon suffisamment exacte ; nous avons donc pensé appliquer ces principes à la détermination de l'ammoniaque, en présence des matières protéiques, de leurs produits de dédoublement, ainsi que de quelques autres corps appartenant également à la fonction amide, et dont nous n'avions pas encore étudié l'influence sur ce dosage.

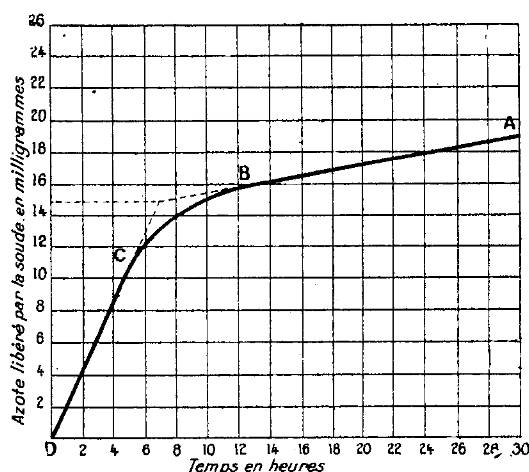
Nous avons été ainsi amené à examiner l'action qu'exerce la soude concentrée, lorsqu'elle se trouve en contact avec une solution d'une matière protéique renfermant de l'azote ammoniacal libre ou combiné ; nous nous sommes rendu compte qu'à la température ordinaire, l'azote provenant de l'ammoniaque libre, des sels ammoniacaux ou des amines, pouvait être considéré comme entièrement dégagé au bout de 8 heures, dans les conditions de l'expérience. L'azote protéique, au contraire, ne se libère

---

[1] Séance du 1er mai 1922.

qu'extrêmement lentement; quant aux amino-acides, la soude ne possède sur eux qu'une action presque nulle. L'attaque de la molécule protéique est évaluée à l'aide d'un graphique, qui permet de tenir compte de l'azote organique dégagé au cours de l'opération (¹).

Le dispositif de l'appareil que nous préconisons présente certaines analogies avec l'appareil de Folin (²). L'air aspiré, à la vitesse d'environ 150 à 200 bulles par minute,



Abscisses : temps en heures.
Ordonnées : Azote libéré par la soude, en milligrammes.

barbote tout d'abord dans une solution d'acide sulfurique étendu, dans laquelle il se débarrasse des traces d'ammoniaque qu'il est susceptible de contenir, puis il pénètre dans le flacon-laboratoire, où nous avons introduit au préalable 15^{cm^3} de la solution à analyser et 35^{cm^3} de soude à 60 pour 100 (600^g de soude pure, en plaques, par litre). A la sortie de ce flacon, le courant d'air entraînant l'azote ammoniacal dégagé passe par un tube recourbé de 40^{cm} de hauteur, lequel est destiné à arrêter les projections

(¹) Différents auteurs ont utilisé dans leurs travaux, des graphiques mettant en valeur les différences de vitesses de deux phénomènes superposés de même nature (soit, par exemple, des différences de vitesses de volatilisation, soit des différences de vitesses de réaction) : M. Marqueyrol, *Dosage du camphre dans les poudres sans fumée* (*Annales de Chimie analytique*, t. 16, 1911, p. 209). — D. Florentin et H. Vandenberghe, *Méthodes de dosage des carbures aromatiques dans les essences de pétrole* (*Bulletin de la Société chimique*, t. 27, 1920, p. 159). — J. Froidevaux et H. Vandenberghe, *Dosage de l'azote ammoniacal dans les engrais complexes à base de cyanamide calcique et de sels ammoniacaux* (*Journal* « *Chimie et Industrie* », vol. 4, n° 5, 1920, p. 612).

(²) Cependant, contrairement à cet auteur, nous n'opérons jamais à une température supérieure à la température ordinaire.

de soude qui pourraient se produire, puis il arrive dans un flacon laveur, contenant un volume déterminé d'acide sulfurique décinormal.

L'opération dure environ 30 heures, on l'interrompt, à différentes reprises et à plusieurs heures d'intervalle, pendant quelques minutes, afin de changer les flacons laveurs, et prendre le titre de la liqueur acide qu'ils renferment.

Lorsqu'on fait réagir la soude, dans ces conditions, sur des matières protéiques, il sera facile d'en déduire l'azote ammoniacal qu'elles contiennent. Il suffira de construire les courbes représentatives des pertes totales d'azote, en fonction du temps, et dont la forme générale est représentée par le tracé ci-dessus.

La partie CD, de la courbe ABCD, correspond à la perte en azote ammoniacal, la partie CB à une perte d'azote ammoniacal et d'azote protéique, la partie AB à une perte d'azote protéique. L'ordonnée correspondant aux points de rencontre des deux droites AB et CD indique la teneur en azote ammoniacal.

En suivant le mode opératoire qui vient d'être exposé, nous avons effectué des dosages d'azote ammoniacal en présence des corps mentionnés dans le Tableau ci-dessous, auxquels il avait été ajouté des quantités déterminées de sulfate neutre d'ammonium :

Les essais ont été effectués sur $0^g,5$ de chacun des corps suivants :	$SO^4(NH^4)^2$ ajouté.	Azote ammoniacal		
		préexistant.	total.	trouvé.
	g	g	g	g
Ovoalbumine	0,14	0,0034	0,0331	0,0331
Peptone	0,10	0,0034	0,0246	0,0246
Tyrosine	0,11	0	0,0233	0,0232
Tryptophane	0,12	0	0,02545	0,0255
Phénylalanine	0,10	0	0,0212	0,0210
Chlorhydrate d'histidine	0,09	0	0,0191	0,0191
Créatine	0,09	0	0,0191	0,0189
Urée	0,06	0	0,0127	0,0126
»	0,10	0	0,0212	0,0212
»	0,12	0	0,02545	0,0255
»	0,16	0	0,0339	0,0334
Acide urique	0,11	0	0,0233	0,0231
»	0,13	0	0,0275	0,0272
»	0,15	0	0,0318	0,0319

Cette méthode permet de tenir compte de l'azote organique hydrolysé pendant l'opération; grâce à cette circonstance, on peut donc considérer les résultats obtenus (l'erreur moyenne étant d'environ $\pm 0,50$ pour 100 de l'azote ammoniacal) comme très voisins des chiffres théoriques.

MINÉRALOGIE. — *Sur la becquerélite, nouveau minéral radioactif.* Note de M. Alfred Schoep.

Certains morceaux de pechblende provenant de la mine de Kasolo, au Katanga (Congo belge), sont entourés d'une croûte cristalline, parfois

assez épaisse, de couleur jaune serin dans les parties directement en contact avec la pechblende et se teintant d'orangé dans celles qui s'en écartent davantage. Cette croûte est formée d'un minéral se clivant facilement. L'état du clivage se rapproche de celui du clivage de la calcite.

Ce minéral jaune remplit jusqu'aux moindres fissures de la pechblende. Je l'ai trouvé également dans de petites cavités de celle-ci à l'état de cristaux assez bien formés, mais très petits, ayant de $0^{mm},45$ à $0^{mm},06$, d'un jaune brunâtre, à l'éclat résineux, à côté de cristaux de curite, de soddite et de quelques rares aiguilles d'anglésite.

L'analyse microchimique de ces cristaux et de la croûte cristalline révèle la présence de l'uranium et du plomb. Ce dernier élément, dans les fragments de couleur jaune serin, n'existe qu'à l'état de traces infinitésimales.

Je n'ai pu trouver jusqu'ici qu'un seul cristal assez grand pour être mesuré au goniomètre. Mais à l'aide des autres cristaux, j'ai pu déterminer quelques-unes de leurs principales propriétés. Ils appartiennent au système rhombique et possèdent deux clivages parfaits, suivant p (001) et suivant m (110). Les lamelles de clivage (001) montrent une belle figure d'axes optiques; elles sont perpendiculaires à la bissectrice aiguë. Ces cristaux sont optiquement négatifs.

L'angle mm (110) : $(1\bar{1}0)$ est voisin de 62° et l'angle mg^1 (110) : (010), de 59°. Une macle polysynthétique, analogue à celle de l'aragonite, est très fréquente. Les lamelles (001) n'ayant que quelques centièmes de millimètre d'épaisseur, sont dichroïques : jaune foncé suivant n_g et jaune pâle suivant n_m. Les deux indices de réfraction n_g et n_m sont supérieurs à celui de l'iodure de méthylène employé et dont l'indice de réfraction était de 1,756. Les lamelles (110) présentent un dichroïsme beaucoup plus intense, surtout lorsqu'elles sont très minces ($0^{mm},01$); on trouve alors qu'elles sont incolores suivant n_p et jaune, perpendiculairement à n_p. J'ai trouvé que n_p était sensiblement égal à 1,756 et que la biréfringence était comprise entre 0,015 et 0,019.

L'analyse chimique d'une portion très pure du minéral a donné :

	Analyse 1.	Analyse 2.	Moyennes.
H^2O	5,82	5,82	5,82
UO^3	86,33	86,70	86,51
Fe^2O^3	0,54	0,54	0,54
PbO	5,29	5,22	5,25
SiO^2	0,98	0,68	0,83
SO^3	1,00	1,02	1,01
Total	99,96	99,98	99,96

Ces deux analyses ont été faites sur du minéral réduit en poudre et séché à 100° jusqu'à poids constant. Le dosage de l'eau a été effectué sur $0^g,2506$; celui de l'anhydride sulfurique sur $0^g,250$; les autres éléments ont été dosés sur $0^g,500$.

Les 5,82 pour 100 d'eau trouvés ne représentent qu'une partie de l'eau contenue dans le minéral. Celui-ci, séché à l'air (17° C.) pendant plusieurs jours, perd à l'étuve, à 100°, 4,21 pour 100 d'eau après 5 heures 30 minutes de chauffe, puis reste constant. Le minéral renferme donc $4,21 + 5,82 = 10,03$ pour 100 d'eau.

On peut considérer SiO^2 et Fe^2O^3 comme des impuretés ; une partie de PbO et SO^3 correspondent à quelques aiguilles d'anglésite qui n'ont pu être éliminées.

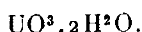
Le minéral pur est donc un hydroxyde d'uranium dont la composition chimique déterminée sur la poudre séchée à l'air donnerait :

H^2O	10,03
UO^3	83,01 (1).

En rapportant ces chiffres à 100, on trouve :

		Nombre moléculaire.
H^2O	10,78	0,598
UO^3	89,21	0,310

ce qui conduit à la formule



$$UO^3.2H^2O.$$

Sa radioactivité diffère peu de celle de la pechblende.

Ce minéral est nouveau. Je propose de lui donner le nom de *becquerélite*, en l'honneur de A.-Henri Becquerel.

GÉOLOGIE. — *De l'origine fluviale de la baie du Lévrier.* Note de M. A. Gruvel, présentée par M. L. Mangin.

La baie du Lévrier, la plus belle rade naturelle de la côte occidentale d'Afrique, dans laquelle est en train de se développer le grand centre de pêcheries de Port Etienne, a, comme on sait, la forme d'un vaste triangle rectangle, dont l'hypoténuse serait représentée par la ligne unissant le fond de la baie de l'Archimède au cap Saint-Anne, l'un des côtés de l'angle droit réunirait le cap Saint-Anne au cap Blanc et l'autre côté serait formé par la réunion du cap Blanc à la baie de l'Archimède.

(1) Correspondant à 86,51 pour 100 du minéral séché à 100°.

Nous avons été parmi les premiers à faire connaître la constitution géologique de la presqu'île du cap Blanc qui ferme la baie à l'Ouest et, après l'étude de la direction générale et de la constitution de ses falaises, nous avions émis l'hypothèse que cette magnifique baie était probablement l'ancien estuaire d'un grand fleuve saharien.

Mais les preuves, recherchées cependant avec beaucoup de ténacité, nous avaient manqué jusqu'ici. Il nous avait été impossible, en effet, de retrouver, aussi bien dans les vases de la baie que dans le sable des rives, un animal d'eau douce quelconque, et nos successeurs dans ces recherches : notre regretté ami Chudeau et Henry Hubert, qui ont tant contribué à la connaissance géologique de l'Afrique occidentale française, n'ont pas été plus heureux que nous.

Or, dans une magnifique collection de mollusques, recueillie avec beaucoup de peine, pendant un séjour de quatre ans à Port Etienne, par le Médecin des Colonies et M[me] Soing, et qui nous a été remise pour le Muséum, nous avons eu la chance de rencontrer quelques échantillons *sub-fossiles*, recueillis dans le fond de la baie de l'Archimède, de *Potamides fuscatus* L., qui est, par excellence, avec une forme voisine : *Potamides radula* L., une forme d'*estuaires* africains.

Le doute n'est donc plus possible et la baie du Lévrier est bien, comme nous l'avions supposé dès le début, l'ancien estuaire d'un grand fleuve, tout comme, certainement, la baie du Rio de Oro.

On rencontre, actuellement vivantes, dans l'estuaire du Sénégal, et en très grande quantité, ces deux mêmes espèces de Potamides.

GÉOLOGIE. — *Sur la limite du Bathonien et du Bajocien en Lorraine.* Note de M. **Paul Thiéry**, présentée par M. Pierre Termier.

Tous les géologues [1] qui, jusqu'ici, ont étudié la région lorraine ont été d'accord pour considérer comme couches terminales du Bajocien les calcaires à polypiers qu'ils rangent dans une zone à *C. Humphriesi* et *C. Blagdeni*.

---

[1] Terquem et Jourdy, *Monographie de l'étage Bathonien dans le département de la Moselle* (*M. S. G. F.*, 2e série, t. 9, 1869). — Rolland et Nicklès, *Explication de la Carte géologique de Metz*, 1900. — Joly, *Le Jurassique inférieur et moyen de la bordure nord-est du Bassin de Paris*, 1908. — Nicklès, *Explication de la Carte géologique de Nancy*, 1913.

Je ne mentionne pas le travail de Braconnier dans lequel ont été établis des étages

Le Bathonien est alors divisé en :

Bathonien supérieur : Calcaires oolithiques (Dalle d'Etain) passant latéralement à un faciès marneux. Marnes à *Ostrea Knorri* surmontant des bancs puissants de calcaires bleus, devenant jaunes par altération et renfermant : *Waldheimia lagenalis*, *Perisphinctes procerus*, *Rynchonella varians*. A la base, des marnes à *Ostrea acuminata*.

Bathonien moyen : Caillasses à *Anabacia orbulites* et *Ostrea costata* surmontant, dans la région de Jarny, une assise marneuse (Marnes du Jarnisy) à *Waldheimia ornithocephala*, *Ostrea acuminata;* au-dessous existe, dans la région de Metz, un assez grand développement de calcaires blancs, à oolithes miliaires (Oolithe de Doncourt), qui reposent sur un massif de marnes colorées avec grosses oolithes ferrugineuses (Marnes de Gravelotte) avec *Ostrea costata*.

Bathonien inférieur : Calcaires oolithiques jaunes, tendres, généralement sableux (Oolithe de Jaumont), surmontés par des alternances de calcaires durs lumachelliques et de marnes parfois très fossilifères avec *Ostrea acuminata* abondantes, *Parkinsonia Parkinsoni*, *Echinobrissus clunicularis*. Au-dessous de l'Oolithe de Jaumont existe un niveau de marnes, parfois sableuses (Marnes de Longwy), avec *Ostrea acuminata*.

Cette classification a été établie en partant du fait que l'Oolithe de Jaumont présente de fausses stratifications semblables à celles que l'on observe dans les *Stonesfield Slates*, en Angleterre; du moment qu'il y avait *identité de faciès*, il fallait rapporter l'Oolithe de Jaumont au Fullers'earth, bien que les couches subordonnées renferment des fossiles qui, partout ailleurs, sont considérés comme bajociens.

MM. Haug [1] et Lissajous [2] ont fait observer qu'une partie des couches du Bathonien lorrain devaient être rangées dans le Bajocien supérieur; ces

---

(désignés par des lettres et des appellations locales) qui, le plus souvent, ne correspondent pas à ceux qui sont employés couramment.

Je crois devoir signaler l'ouvrage de M. Rollier : *Les faciès du Dogger ou Oolithique dans le Jura et les régions voisines*, 1911, dans lequel l'auteur a créé bien inutilement un étage *Bathien*, qui correspond au Bathonien inférieur des géologues lorrains, tout en rangeant l'oolithe ferrugineuse de Bayeux dans le Bajocien.

(1) Haug, *Les chaînes subalpines entre Gap et Digne* (*B. C. G. F.*, t. 3, 1892, p. 72).

(2) Lissajous, *Couches à* Ostrea acuminata *et Fullers'earth* (*B. S. G. F.*, 4e série, t. 10, 1910, p. 256).

remarques semblent être restées ignorées des auteurs qui ont étudié la région.

Si l'on considère le Bajocien comme se terminant avec les calcaires à polypiers, cet étage présente une lacune; en rangeant ces calcaires à polypiers dans une zone à *C. Humphriesi* et *C. Blagdeni*, on croit les assimiler à l'oolithe ferrugineuse de Bayeux : il n'en est rien, car *C. Humphriesi* n'existe plus dans cet horizon et il ne se trouve associé à *C. Blagdeni* que dans la zone à *Witchellia Romani*. Les calcaires à polypiers du Bajocien lorrain se trouvent donc situés au-dessous d'un horizon qui doit correspondre à l'oolithe de Bayeux.

Celle-ci est représentée par le Bathonien inférieur et par une partie du Bathonien moyen, tels qu'on les comprend actuellement, ainsi que le prouvent les céphalopodes recueillis dans ces horizons. Les Marnes de Longwy ont fourni : *Cosmoceras longoviciense*, espèce très voisine de *Cosmoceras Garanti*, *Strenoceras subfurcatum* (= *niortense*), *Stepheoceras Blagdeni*. Dans les Marnes de Gravelotte, situées au-dessus de l'Oolithe de Jaumont, on a recueilli : *Parkinsonia Parkinsoni*, *Neuffensis*, *Tessoni*, *Perisphinctes Martinsi*. Cette association d'ammonites prouve bien que les couches auxquelles elles appartiennent font partie de la zone à *Cosmoceras Garanti*, c'est-à-dire du Bajocien supérieur. Il y a lieu d'ajouter que, dans la région lorraine, cette zone comporte souvent, à sa partie inférieure, un horizon coralligène plus ou moins développé : c'est le calcaire à *Clypeus Ploti* et polypiers, qui est l'équivalent des *Clypeus grit* des Cotteswolds; quant au calcaire blanc qui surmonte cet horizon, il correspond au *white freestone* du Dorset et au *ragstone* de Cheltenham.

De ce qui précède, il résulte qu'on doit seulement faire commencer le Bathonien avec les Caillasses à *Anabacia porpites* (¹), *Parkinsonia Württembergica*, *Pecten vagans*, *Zeilleria digona*, qui constituent le Bathonien inférieur (zone à *Oppelia fusca*).

Quant au Bathonien supérieur (zone à *Oppelia aspidoides*), il comprend des calcaires blancs oolithiques (Dalle d'Etain) à *Perisphinctes subbackeriæ*, *procerus*, *Lyonsia peregrina*, *Pleuromya securiformis*, *Trigonia elongata*, *Echinobrissus clunicularis*, qui passent latéralement aux marnes et ovoïdes à *Lyonsia peregrina* de la région de Toul. La base de cette zone est constituée

(¹) *Anabacia porpites* W. Smith 1816 (*Madrepora*) = *Anabacia complanata* Defrance 1820 (*Fungia*) = *Anabacia orbulites* Lamouroux 1821 (*Fungia*).

par des marnes noires ou grises avec lits de calcaires terreux ou de calcaires ferrugineux renfermant : *Perisphinctes procerus*, *Sphaeroceras Ymir*, *Ostrea lotharingica* ([1]), *Rhynchonella Alemanica* ([2]), *Waldheimia lagenalis*, etc.

GÉOLOGIE. — *Sur les températures à différentes profondeurs de la fosse du Cap-Breton*. Note de M. **J.-B. Charcot**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans une Note ([3]) sur la formation du Gouf de Cap-Breton, M. Ch. Gorceix regrette que des températures n'y aient pas été prises à différentes profondeurs avec des instruments fiables.

Nous sommes en mesure de donner satisfaction à M. Gorceix, après avoir dépouillé les observations rapportées par le *Pourquoi Pas?* sous notre commandement, en juin 1913, puis en juillet 1914.

La décroissance de la température en allant vers le fond, dans les quatre coupes océanographiques de 1913 et les cinq de 1914, est absolument normale et régulière.

En juin 1913, la température de surface étant de 16°, et en juillet 1914 de 21° dans les neuf observations des deux années, la température à 50^m ne varia que de 12°,3 à 12°,9; à 100^m, de 11°,9 à 12°; à 200^m, de 11°,4 à 11°,6; à 300^m, de 11° à 11°,4 et à 650^m, elle était de 10°,4.

Ces températures ont été prises, en suivant une technique rigoureuse, avec le même thermomètre à renversement Richter, contrôlé et étalonné. Elles concordent avec les prévisions de M. Gorceix et semblent confirmer sa thèse.

Par contre, ces observations qui avaient été répétées à 13 mois d'intervalle pour mieux contrôler les hypothèses et recherches de M. P.-E. Dubalen, permettent d'affirmer, grâce à la perfection des instruments employés et

---

([1]) *Ostrea lotharingica* de Grossouvre = *Ostrea Knorri* Voltz in Zieten, *non* in d'Orbigny (voir de Grossouvre, *Sur le système oolithique inférieur dans la partie occidentale du Bassin de Paris* (*B. S. G. F.*, 3e série, t. 15, 1887, p. 516).

([2]) Les échantillons de *Rhynchonella varians* pris comme types par Schlotheim (*Petrefactenkünde*, 1820, p. 267) provenant de l'Hauterivien, M. Rollier (*loc. cit.*, p. 218) a proposé de donner le nom de *R. Alemanica* à l'espèce bathonienne rapportée à tort à *R. varians* (voir Haas et Petri, *Die Brachiopoden der Juraformation von Elsass-Lothringen*, p. 229; pl. VI, fig. 12-13).

([3]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 557.

à la rigoureuse méthode, que les anomalies de température, 12° à 30m et 29° à 200m qui ont fait dire à ce chercheur que la fosse du Cap-Breton était le prolongement de la faille à eaux chaudes de Dax (¹), provenaient vraisemblablement de l'emploi de thermomètres défectueux, ou d'une méthode insuffisamment précise, d'autant plus que quelques-unes de nos coupes ont été pratiquées aux points indiqués par M. Dubalen lui-même.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Le Würmien dans les hautes vallées de la Cère et du Goul (Cantal).* Note de Mlle **Yvonne Boisse de Black**, présentée par M. Émile Haug.

Ébauché dès le Rissien, le réseau hydrographique, qui draine aujourd'hui le Cantal, doit son creusement à l'érosion würmienne. A la fin du cycle de Würm, les thalwegs ont été abaissés à leur niveau actuel et même plus bas, car, sur certains points, il y a eu remblaiement. Cette érosion a été très intense. Elle a poussé les têtes des ravins jusque dans certains cirques rissiens et même mindéliens. Elle a, par places, complètement arasé les reliefs de l'auge rissienne.

Certaines vallées würmiennes du Cantal ont été occupées par des glaciers; d'autres ne l'ont pas été, d'où des profils très différents pour des vallées parfois voisines.

L'auge würmienne du Goul conserve, jusqu'à sa tête, un profil en V à biseau très aigu. Le placage de boue glaciaire de son thalweg, au pont de Cropières, est incompatible avec sa topographie; sans doute s'agit-il là de l'effondrement d'un lambeau de terrasse rissienne.

Le contraste entre la vallée du Goul et celle de la Cère est frappant. L'auge würmienne de cette dernière, de Vic à Carnéjac, montre un profil en U des plus nets. En amont de Vic, par contre, les traces glaciaires sont peu évidentes. On y rencontre deux cirques emboîtés : le cirque rissien de Thiézac, le cirque mindélien de Saint-Jacques, qui ont dû servir de réservoir névéen au glacier würmien de la Cère. Ainsi donc, ce glacier, de type alpin, se serait étendu, sur une longueur de 15km, de Vic à Carnéjac.

Vers son extrémité inférieure, il paraît avoir débordé l'auge rissienne et atteint une puissance de près de 100m (Puy de Caillac). Le glacier a été

(¹) P.-E. Dubalen, *Eaux thermales des Landes et la fosse du Cap-Breton* (Extraits des *Procès-verbaux de la Société linéenne de Bordeaux*, janvier 1912).

arrêté par buttement contre l'extrémité nord-ouest de ce puy, qui a joué, à travers la vallée, le rôle d'un verrou.

La structure de son appareil frontal présente plusieurs particularités intéressantes. Dans cette région existent, parallèlement à la Cère et sur sa rive gauche, deux vallons décapités par la Cère rissienne : celui de Monteidou et celui de Vézac; un vallon mindélien non décapité, celui de Lagane, se réunit aux deux autres près de Vézac. Le glacier würmien de la Cère a envahi, par le haut, les deux premiers de ces vallons et édifié des moraines terminales sur les seuils qui les séparent de la Cère. La plus importante de ces moraines est celle de Louradou. Il a, en outre, envoyé un diverticule dans le vallon de Lagane et l'a obstrué d'un tampon morainique en amont duquel s'est formé un lac temporaire de barrage. A la hauteur de Carnéjac, la Cère recevait, comme affluent de droite, le vallon de Giou-de-Mamou, parallèle, lui-même, à celui de Boussac. Un diverticule du glacier würmien de la Cère ayant obstrué par sa moraine la partie inférieure du premier de ces vallons, son ruisseau s'est déversé dans le second à la faveur d'un col. Il y a là un cas de migration très clair.

Les saillies du verrou de micaschiste sur lequel repose l'appareil fronto-terminal ont été transformées en buttes moutonnées (Runhac, Salès). La moraine frontale, mélange à éléments très frais de boue glaciaire et de blocs striés pouvant atteindre 20^{m^3}, forme un *vallum* en arc de cercle de 25^m de puissance et de 1500^m de développement, entre Carnéjac et Roquette. En amont s'arrondit l'amphithéâtre pré-morainique, envahi par des prés marécageux à fond plat, où la Cère déroule ses méandres. Celle-ci coupe la moraine par un étroit chenal de 25^m de profondeur, qui représente son travail érosif post-würmien. En aval de la moraine frontale s'étend en éventail un cône de transition fluvio-glaciaire qui se prolonge, dans le bassin d'Aurillac, par les cailloutis de la basse terrasse de 600^m ou terrasse de la Ponétie. Les moraines latérales sont peu visibles, masquées par les éboulis des pentes, les rideaux de solifluction, les *frane*. La moraine profonde, observable dans le lit de la Cère, est une glaise blanche, d'origine trachy-phonolithique, clivée par pression.

Le glacier de la Cère, lors de sa fusion, a formé les moraines frontales de retrait de Polminhac et de Comblat, qui correspondent peut-être aux stades de Bühl et de Daun.

Les eaux de fusion du glacier de la Cère ont remanié la surface de ses moraines frontales et déposé, tant en aval de Carnéjac qu'entre cette localité et Vic, une nappe continue de cailloux roulés, sur laquelle s'étend un

manteau de limon raccordé aux dépôts des pentes. Dans la nappe de cailloux roulés, M. Marty a découvert, à Arpajon, des restes de Cheval, de Renne et de Lion des Cavernes. Ces mêmes cailloutis lui ont livré, entre Carnéjac et Vic, de nombreux silex aurignaciens, pointes à cran, becs de canard, lames à dos rabattu, etc. De la masse du limon, il a retiré quelques lames magdaléniennes. La partie supérieure de limon lui a livré une industrie campignienne, et, de la tourbe qui recouvre celui-ci, il a extrait une hache polie à section biconvexe.

Ainsi, le dernier glaciaire de la vallée de la Cère s'intercale stratigraphiquement entre les alluvions à silex chelléo-acheuléens de la terrasse du Bousquet, qu'il ravine, et les alluvions à faune du Renne, qui le recouvrent.

C'est là un fait d'une netteté absolue et du plus haut intérêt. Il est en concordance complète avec la chronologie de M. Boule, qui rattache au Moustérien la dernière glaciation de l'Europe occidentale.

OCÉANOGRAPHIE. — *Distribution du calcaire dans les globisédiments profonds.* Note de M. J. THOULET.

La distribution du calcaire a été étudiée sur 109 boudins de globisédiments profonds récoltés par le Prince de Monaco dans la région volcanique des Açores, des Canaries et des îles du Cap Vert. On y a dosé d'abord les éléments composants, sable et vase, par lévigation et tamisages, puis, après une attaque à l'acide suivie d'une nouvelle analyse mécanique, le sable et l'argile décalcifiés ainsi que le calcaire par différence. Les fins-fins, pour des motifs expliqués, ont dû être joints à l'argile décalcifiée désignée alors sous le nom de *vase argileuse*. Tous ces sédiments provenaient de profondeurs comprises entre 611^m et 6035^m.

Les divers fonds ont été, en premier lieu, classés à la manière habituelle selon leurs proportions respectives de sable et de vase et ont donné les résultats suivants :

Sable S = 0; sable vaseux SV = 3; vase très sableuse VtS = 5; vase sableuse VS = 84 et vase V = 17 échantillons; total 109.

La prédominance excessive des vases sableuses empêche d'adopter la grosseur des grains comme base unique d'une classification et d'une carte lithologique des globisédiments. Cette classification a néanmoins son utilité car l'observation montre que les variétés de fonds rares se rencontrent le plus souvent au voisinage immédiat d'un accident important du sol sous-

marin tel qu'un centre d'éruption volcanique ou d'un haut-fond dont elles signalent ainsi la présence.

Si l'on considère la teneur en calcaire des divers fonds examinés et qu'on en calcule la valeur moyenne pour chaque zone successive d'océan épaisse de 1000^m, entre 611^m et 6000^m, on trouve les valeurs suivantes : Entre 611^m et $1000^m = 41$ pour 100; et pour les autres zones de plus en plus profondes, 46,4 ; 53,1 ; 48,8 ; 68,8 et 48,6 pour 100.

La loi de la diminution régulière du carbonate de chaux avec la profondeur est donc très médiocrement vérifiée dans cette région volcanique des Açores où cependant les eaux du fond plus que nulle part ailleurs auraient chance d'être chargées d'acide carbonique au contact du sol. On sait que la diminution du calcaire a été principalement attribuée à cette cause.

En revanche le pourcentage en calcaire permet de classer chacun d'eux dans l'une quelconque des cinq catégories : I, faiblement calcaires (0-5 pour 100), II, médiocrement calcaires (5-25 pour 100), III, calcaires (25-50 pour 100), IV, très calcaires (50-75 pour 100) et V, extrêmement calcaires (75-100 pour 100). La répartition des divers fonds est alors beaucoup plus régulière, ce qui était à prévoir par suite du calme des eaux profondes. En prenant cette donnée pour base d'un sous-classement des globisédiments, deux cartes lithologiques sous-marines ont été dressées, l'une étant une esquisse de la région des Açores au $\frac{1}{5000000}$, la seconde, en quatre feuilles, de l'archipel des Açores seul, au $\frac{1}{1000000}$. Malgré l'extrême inégalité de densité des sondages très abondants dans certains parages et très espacés dans d'autres, la simple inspection de ces cartes permet de faire les remarques suivantes :

Nulle part on n'a trouvé de fonds faiblement calcaires notés I.

Les autres fonds notés II, III, IV et V sont partout franchement et souvent même très brusquement délimités; ils possèdent respectivement des teneurs en calcaire très voisines, différant à peine de quelques centièmes. Sur l'emplacement supposé du banc Chaucer, 4 échantillons sur un espace de 1° carré environ, de profondeur comprise entre $2750 - 2180 = 570^m$ de différence ont donné 81, 81, 81 et 80 pour 100 de carbonate de chaux et le fait semblerait plutôt affirmer l'existence du banc. Au banc Hayward entre 2419^m et 690^m avec différence $= 1729^m$, 7 sondages où les sables décalcifiés manifestaient des caractères bien volcaniques, ont fourni 56, 57, 57, 62, 52, 60 et 57 pour 100 de carbonate de chaux. Il en est de même à la fosse de la Princesse Alice, à la fosse de l'Hirondelle, au banc Joséphine, à la fosse Monaco, etc.

La profondeur ne semble donc pas avoir une influence très importante sur la composition élémentaire des grands fonds constitués essentiellement de calcaire provenant des dépouilles des globigérines vivant dans les eaux tout à fait superficielles sus-jacentes. En outre de la preuve qu'ils apportent du peu de mouvement des eaux profondes, l'uniformité de leur teneur en carbonate de chaux témoigne de l'abondance plus ou moins grande mais régulière des foraminifères du dessus, c'est-à-dire de l'ensemble plus ou moins favorable des conditions de vie de ces êtres : température et densité des eaux, nature du climat, etc. Il appartient à la zoologie de découvrir ces conditions et de les faire connaître. Cette observation océanographique qu'un sédiment marin, quelle que soit la profondeur de son gisement, est le reflet de la surface qui lui est sus-jacente intéresse la lithologie des mers anciennes dont les fonds sont aujourd'hui représentés par des couches de roches stratifiées.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur les variations de composition chimique de l'eau de mer et l'évaluation de la salinité.* Note de MM. **Gabriel Bertrand**, **Freundler** et M^lle^ **Ménager**, présentée par M. A. Béhal.

La salinité de l'eau de mer, c'est-à-dire le poids en grammes des sels tenus en dissolution dans un kilogramme de cette eau, est une donnée de grande importance, non seulement parce qu'elle sert de base dans l'étude du déplacement des masses océaniques, mais encore parce qu'elle influe dans une large mesure sur la composition et sur l'abondance du plankton.

Malheureusement, il n'est pas possible de la mesurer directement par évaporation et pesée. Si l'on opère à froid, une quantité d'eau variable est retenue par le résidu hygroscopique et l'on obtient des chiffres trop forts. Si l'on chauffe, les sels de magnésium se décomposent et l'on obtient, au contraire, des chiffres trop faibles. On ne peut pas songer à faire une analyse chimique complète de l'eau de mer pour additionner ensuite tous les résultats trouvés : la composition de cette eau est trop complexe, les méthodes de dosage parfois insuffisantes, et l'analyse serait, en tout cas, beaucoup trop longue.

On a donc été obligé de recourir à des moyens indirects : on détermine, soit la densité de l'eau de mer, soit la proportion d'argent qui précipite exactement les halogènes combinés et, dans la supposition d'une relation constante entre les chiffres ainsi obtenus et la composition chimique, on calcule la salinité en se servant de Tables, en particulier de celles publiées par Knudsen [1].

(1) *Hydrographische Tabellen, d'après les mesures de C. Forch, J. P. Jacobsen, M. Knudsen et S. P. L. Sörensen;* Copenhague et Hambourg, 1901.

Les rapports qui existent entre les divers sels tenus en dissolution dans la mer sont-ils assez constants pour justifier cette manière de faire ? Nous avons eu des raisons d'en douter, malgré l'opinion classique, et c'est pour cela que nous avons entrepris les recherches dont nous donnons aujourd'hui les premiers résultats.

Ces résultats se rapportent à la différence de composition chimique relative qui existe entre l'eau de l'Atlantique et l'eau de la Méditerranée.

Nous n'avons pas dosé la plupart des éléments contenus dans ces eaux, mais seulement les corps pour lesquels, après des expériences de contrôle sur des mélanges ou eaux de mer synthétiques, nous avons reconnu possible d'atteindre un degré de précision assez grand : l'ensemble des halogènes, le calcium et le magnésium. Nous n'avons pas cru pouvoir compter suffisamment sur le dosage du sodium, et nous avons laissé, cette fois, celui du potassium. Quant au dosage de l'acide sulfurique, nos expériences sur les eaux de mer synthétiques ont montré qu'il était trop largement influencé par la masse des sels présents [1].

On connaît le grand degré de précision du dosage des halogènes par le titrage argentique. Pour établir celui des dosages du calcium et du magnésium par les méthodes dont nous nous sommes servis, nous avons opéré sur des eaux de mer synthétiques ayant à très peu près la composition de l'eau de l'Océan. Voici les résultats que nous avons obtenus :

	Calcium introduit par litre de solution.	Calcium trouvé.	Différences pour 100 de calcium.
I	0g,455	0g,455	0,0
II	0g,456	0g,455	0,2

	Magnésium introduit par litre de solution.	Magnésium trouvé.	Différences pour 100 de magnésium.
I	1g,272	1g,280	0,6
II	1g,276	1g,280	0,3

Nous avons alors appliqué ces méthodes à l'examen d'un échantillon récolté dans l'Atlantique, au large d'Ouessant, et sur un échantillon de la Méditerranée prélevé au large de Banyuls. Nous avons trouvé, par litre :

	Atlantique.	Méditerranée.
	g	g
Chlore	19,60	20,96
Calcium	0,410	0,447
Magnésium	1,235	1,355

(1) Les détails de nos expériences paraîtront dans un Mémoire ultérieur.

Si les deux échantillons n'avaient différé l'un de l'autre, suivant la notion classique, que par la concentration, les mêmes sels auraient dû s'y rencontrer dans les mêmes rapports et, en passant de l'eau de l'Atlantique à celle de la Méditerranée, nous aurions trouvé dans cette dernière, en calculant d'après le chlore :

		au lieu de :	Différences p. 100 de métal.
Calcium..........	0g,438	0g,447	2,0
Magnésium........	1g,326	1g,355	2,3

De telles différences, de beaucoup supérieures à celles qui peuvent résulter de l'emploi des méthodes analytiques dont nous nous sommes servis, montrent, au moins en ce qui concerne l'Atlantique et la Méditerranée, que la composition chimique relative des eaux de mer n'est pas aussi constante qu'on l'admet d'habitude en Océanographie ([1]).

Par suite, la méthode actuelle d'évaluation de la salinité, établie d'après une seule composition chimique, n'est pas valable pour toutes les mers et doit être considérée, en général, comme approximative ([2]). Cette méthode peut suffire pour les besoins de la pêche et de certaines recherches biologiques; mais, ne permettant pas de pousser avec certitude le degré d'approximation jusqu'à la limite de précision atteinte par la prise de la densité ou même par le titrage des halogènes, elle doit s'effacer devant ces deux déterminations lorsqu'il s'agit d'étudier les courants marins.

([1]) Il faut probablement étendre cette conclusion même aux diverses régions d'un seul Océan. D'après les analyses de Thoulet, publiées dans le fascicule 22 des *Résultats des Campagnes scientifiques accomplies par Albert Ier* (Monaco, 1902), et portant sur une série d'échantillons recueillis dans l'Atlantique, les différences obtenues en calculant la chloruration à l'aide des Tables de Knudsen, 1° d'après le titrage à l'argent, et 2° d'après la densité, varient de — 0g,07 à + 0g,07 par litre. M. Chevalier se demande à cette occasion si ces écarts ne s'expliqueraient pas par « l'hypothèse que les eaux de même densité ne contiennent pas toujours la même quantité de chlore ou, en d'autres termes, ne présentent pas exactement la même composition chimique ».

([2]) Dans une Notice publiée dans le *Bulletin des Pêches de Madrid* (juillet-août 1919), J.-F. Hernandez signale la différence entre la densité réelle de l'eau de la Méditerranée et celle calculée à l'aide des Tables de Knudsen d'après le titrage du chlore. Cette différence tient évidemment à ce que les Tables ont été établies d'après une composition chimique ne s'appliquant pas à l'eau de la Méditerranée.

PALÉONTOLOGIE. — *La faune villafranchienne des Sables de Chagny (Saône-et-Loire).* Note [1] de M. **Lucien Mayet**, transmise par M. Ch. Depéret.

Depuis le moment où, en 1893, Ch. Depéret décrivait de façon détaillée la faune pliocène des Sables de Chagny [2], trois espèces sont venues s'ajouter à celles déjà signalées dans cet important dépôt alluvial : *Trogontherium Cuvieri* Fischer, *Elephas planifrons* Falconer, *Cervus arvernensis* Croizet et Jobert.

Trogontherium Cuvieri est représenté par une demi-mandibule droite figurée par Ch. Depéret sous le nom de *Castor issiodorensis* Croizet et Jobert; par une demi-mandibule gauche provenant d'un lambeau des Sables de Chagny existant à Curtil près Pommard; par un fémur droit trouvé dans ce même gisement. L. Collot a montré [3] que ces divers ossements fossiles devaient être rapportés à *Trogontherium Cuvieri* Fischer.

Elephas planifrons. — A cette mutation ancienne du rameau phylétique se terminant par *E. meridionalis* Nesti, se rapporte le squelette mis au jour à Bellecroix, près Chagny, en juin 1920 et sur lequel nous avons, avec MM. Pierre Nugue et J. Dareste de La Chavanne, attiré l'attention de l'Académie [4]; une dernière molaire inférieure droite dont le moulage est au musée de Beaune (original dans la collection du regretté Dr Loydreau); une dernière molaire inférieure droite conservée à l'École Nationale des Mines et diverses autres dents trop incomplètes pour qu'il puisse en être fait état.

Cervus arvernensis est cité d'après un fragment de bois trouvé au contact du squelette d'*E. planifrons* de Bellecroix. Le type de ce grand cerf élaphoïde est du Pliocène le plus récent, sinon du Pléistocène le plus ancien d'Auvergne : Perrier?, Malbattu, près Issoire. Sur notre pièce de Chagny, qui comprend la meule, le bas de la perche et l'origine du premier andouiller, se retrouvent les caractères de l'espèce : bois rond, sillonné, avec premier andouiller prenant naissance au contact de la meule, ayant

---

(1) Séance du 1er mai 1922.

(2) Delafond et Depéret, *Les terrains tertiaires de la Bresse* (Paris, Imprimerie Nationale, 1893).

(3) *Revue Bourguignonne*, t. 16, 1906, n° 3.

(4) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 308.

une disposition proclive tout à fait caractéristique, car il se trouve déjeté vers le bas, en avant, presque parallèlement au front de l'animal.

La liste des espèces constituant la faune des Sables de Chagny se présente actuellement comme suit :

Equus Stenonis Cocchi. — *Tapirus arvernensis* Croizet et Jobert (= *T. intermedius* Jourdan; *T. Vialetti* Aymard; *T. minor* Gervais). — *Rhinoceros etruscus* Falconer. — *Cervus* (*Axis*) *pardinensis* Croizet et Jobert. — *Cervus* (*Elaphus*) *arvernensis* Croizet et Jobert (= *C. Roberti* Pomel; *C. polignacus* Robert). — *Cervus* (*Elaphus*) *etueriarum* Croizet et Jobert. (= *C. rusoides* Pomel). — *Cervus* (*Elaphus*) *perrieri* Croizet et Jobert. — *Cervus* (*Capreolus*) *cusanus* Croizet et Jobert (= *C. platycerus* Pomel; *Cervulus cusanus* de Serres; *Cervus buladensis* Depéret). — *Cervus* (*Polycladus*) *Douvillei* Depéret. — *Gazella burgundina* Depéret. — *Bos* (*Leptobos*) *elatus* Croizet et Jobert. — *Mastodon arvernensis* Croizet et Jobert (= *Ananeus macroplus* Aymard; *Mastodon dissimilis* Jourdan). — *Mastodon Borsoni* Hays (= *M. vellavus* Aymard; ? *M. Vialetti* Aymard). — *Elephas planifrons* Falconer (= *E. meridionalis* Nesti *pro parte*). — *Trogontherium Cuvieri* Fischer (= *Castor issiodorensis* Croizet et Jobert *pro parte*; *C. plicidens?* Forsyth Major, espèce non décrite par cet auteur). — *U. arvernensis* Croizet et Jobert (= *U. minimus* Devèze et Bouillet; *U. minutus* P. Gervais). — *Hyaena perrieri* Croizet et Jobert (= *H. topariensis* Major). — *Machairodus crenatidens* Fabrini (= *M. sainzelli* Aymard).

Par cette faune nombreuse de Mammifères, l'âge villafranchien des sables de Chagny se trouve confirmé de façon précise. Ils se parallélisent bien avec les alluvions ponçeuses de Perrier et leurs affinités paléomammalogiques sont, malgré la présence de certaines espèces à tendance évolutive vers le Pleistocène, nettement pliocènes.

Aussi nous paraît-il difficile d'admettre l'opinion récemment exprimée par M^lle^ Yvonne de Boisse de Black [1], qui regarde la faune de Perrier comme étant une faune de passage du Plaisancien à l'Astien et celle de Chagny, comme une faune de passage de l'Astien au Sicilien.

Ces deux faunes sont contemporaines. Elles caractérisent l'une et l'autre des alluvions sensiblement de même âge et qui appartiennent au Villafranchien.

---

[1] *Comptes rendus de la Société géologique de France*, 21 novembre 1921, p. 201.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence du sélénium sur l'évolution végétale, en présence ou en l'absence de radioactivité.* Note de M. J. **Stoklasa**, présentée par M. L. Maquenne.

Pour étudier cette question nous avons employé la méthode de culture en solutions aqueuses. Les plantes étant placées d'ailleurs dans les conditions les plus favorables, nous avons examiné l'influence qu'exercent sur leur développement et la production de la chlorophylle les sélénites et les séléniates alcalins, dans des liqueurs nutritives chargées ou non d'émanation.

Dans les expériences dont nous allons parler, la concentration en sélénium a varié de 5.10^{-6}, 10^{-5}, 5.10^{-5}, 10^{-4}, 5.10^{-4}, 10^{-3} et 5.10^{-3} jusqu'à 10^{-2} d'atome-gramme par litre de solution ; celle-ci fut renouvelée tous les quinze jours pour éloigner les produits de réduction qui s'y formaient.

On a étudié spécialement six espèces différentes : *Hordeum distichum, Zea maïs, Polygonum fagopyrum, Vicia faba, Soja hispida* et *Lupinus angustifolius*.

Le seul examen des cultures décèle immédiatement l'influence déprimante du sélénium, le sélénite de sodium se montrant toujours plus toxique que le séléniate. Il arrive même que la production végétale est augmentée par les très faibles doses de séléniate de sodium, par exemple 5.10^{-6} et jusqu'à 10^{-5} P.M. par litre ; il se produit là un effet stimulant qui a été surtout sensible avec le maïs.

L'action toxique augmente d'intensité à mesure que la concentration en sélénium devient plus forte; avec 0,01 d'atome-gramme, sous la forme de sélénite de sodium, dans 1^l de solution nutritive, le maïs, le sarrasin, la fève et le lupin dépérissent peu à peu et finissent par mourir.

Pour reconnaître l'influence de la radioactivité sur le développement de nos plantes, nous avons opéré de la même manière que dans notre étude de la germination; chaque pot de culture renfermait 3500^{cm^3} de liqueur nutritive, normale ou additionnée d'eau radioactive, à raison de

$$14\,\text{M.E.} = 0^{mg},0000056$$

de radium par plante et par jour. Toutes choses étant égales d'ailleurs, les expériences se trouvaient être ainsi rigoureusement comparables.

Les nombres inscrits dans le Tableau suivant font connaître les poids de matière végétale élaborée dans ces conditions par dix sujets semblables

en 12 à 16 semaines de culture, dans des liqueurs renfermant 5.10^{-4} P.M. de sélénite de sodium par litre, dose reconnue antérieurement nuisible en l'absence d'émanation.

	Durée de l'expérience.	Sans émanation.	Avec émanation.
		g	g
Hordeum distichum	99 jours	22,09	50,03
Zea maïs	112 »	66,20	114,60
Polygonum fagopyrum	84 »	0,36	5,06
Lupinus angustifolius	99 »	5,32	21,39
Vicia faba	99 »	22,17	52,90

Ces résultats sont très instructifs; ils nous montrent que la radioactivité du milieu, entretenue journellement à 14 M. E., soit $0^{mg},0000056$ de radium par plante, neutralise presque complètement la nocivité du sélénite de sodium sur les plantes en voie d'accroissement. C'est le même effet que nous lui avions déjà reconnu au cours de nos recherches sur la germination et l'on peut l'attribuer de même à une influence oxydante de l'émanation, qui changerait le sélénite en séléniate; il nous semble pourtant que cette explication n'est pas suffisante et qu'à côté de cette action il doit se produire d'autres phénomènes capables, même en présence de sélénium, d'activer les échanges intracellulaires, avec ou sans chlorophylle.

Il est intéressant de remarquer que la toxicité du bioxyde de sélénium est beaucoup plus puissante que celle du bioxyde de soufre. A la dose de $0^{vol},001$ pour 100 d'anhydride sélénieux tous les sujets expérimentés sont morts en une ou deux heures, tandis qu'avec l'anhydride sulfureux ils n'étaient que peu attaqués. A la lumière, le bioxyde de sélénium, à la concentration de $0^{vol},0005$ pour 100, est moins actif qu'à l'obscurité : la chlorophylle ne se détruit plus aussi facilement et la photosynthèse ne s'amoindrit pas autant qu'avec une dose égale d'anhydride sulfureux, qui est déjà fort nuisible. L'explication de cette différence est simple.

A la suite de nombreuses recherches nous avons reconnu que le sélénium absorbé par la plante y est ramené, sous l'influence de la lumière, à l'état de corps rouges de nature colloïdale (le sélénium élémentaire n'est pas nuisible à la végétation); la cellule vivante à la lumière et particulièrement sous l'influence de la radioactivité, possède donc la faculté de réduire et par conséquent de rendre inoffensives les combinaisons solubles du sélénium. Nous avons fait à ce sujet des expériences tout à fait démonstratives dans des milieux contenant des sélénites ou des séléniates, avec ou sans émanation, à la lumière et à l'obscurité.

En résumé, l'émanation du radium exerce une action des plus avantageuses sur la synthèse végétale qui, à la lumière, se traduit notamment par la disparition à peu près complète des propriétés toxiques du sélénium.

Nous nous proposons d'étudier d'une manière plus approfondie les curieux effets photochimiques que produit le sélénium en présence du radium.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'équilibre superficiel du sérum et de certaines solutions colloïdales.* Note de M. **F. Lecomte du Noüy**, présentée par M. Charles Richet.

Dans une première Note nous avons résumé les résultats obtenus en mesurant à de courts intervalles, de l'ordre de la minute, la tension superficielle d'une même couche liquide, et nous avons signalé l'action, dans de certaines conditions, de substances colloïdales organiques, principalement du sérum, sur la cristallisation de NaCl.

La même technique nous a permis d'étudier un phénomène contraire; à savoir le rétablissement de la tension superficielle du sérum et d'autres solutions après l'abaissement causé par l'addition d'une substance fortement surface-active.

Lorsqu'on ajoute à du sérum une petite quantité d'oléate, de glycocholate ou de taurocholate de soude, en poudre ou en solution, la tension superficielle s'abaisse brusquement, de 60 à 38 dynes par exemple, mais remonte immédiatement, aussitôt qu'un certain minimum est atteint. L'appareil dont nous nous servons permettant des mesures de 30 en 30 secondes et même moins, nous avons pu établir la courbe du phénomène, qui ressemble aux courbes typiques d'adsorbtion. En quelques minutes, la tension initiale est rétablie, et souvent momentanément dépassée. Ensuite, la chute normale, en fonction du temps se produit, en général, moins considérable qu'elle ne l'eût été sans l'adjonction de substance étrangère.

Ce phénomène, transporté dans l'organisme, devient un phénomène de défense, lorsque, dans la jaunisse, d'importantes quantités de glycocholate et de taurocholate de soude sont répandues dans le sang. Une hémolyse fatale se produirait si la tension n'était pas rétablie rapidement par cette action antagoniste des particules colloïdales. Cette action du sérum a déjà été signalée par quelques auteurs, sans qu'aucune explication de son mécanisme ait été donnée.

Le phénomène diminue en fonction de la dilution, et devient très peu sensible pour une dilution du $\frac{1}{1000}$, lorsque la concentration de l'oléate de soude est $\frac{1}{10000}$. Les courbes sont de la forme $y = ae^{bx}$, et en général parallèles pour le même animal, lorsqu'elles sont portées sur papier semi-logarithmique. La chaleur (sérum chauffé à 56°) affecte le phénomène en augmentant la vitesse de rétablissement au début, puis en la diminuant de telle sorte que la courbe représentant le rétablissement d'un sérum chauffé coupe celle du sérum non chauffé, entre la cinquième et la dixième minute, en général, et demeure finalement bien au-dessous de celle-ci.

En faisant les mêmes expériences avec des solutions de gomme arabique, de gélatine, d'albumine d'œuf, en se plaçant dans les conditions convenables, on observe les mêmes faits, mais moins marqués.

PSYCHOLOGIE. — *Étude des temps de réactions psycho-motrices tactiles chez l'homme normal.* Note de MM. **P. Béhague** et **J. Beyne**, présentée par M. Charles Richet.

L'appareillage pratique que nous avons réalisé pour effectuer la mesure des réactions psycho-motrices, détermine:

1° Des excitations suffisamment éloignées du seuil pour obtenir le temps de réactions minimal;

2° Des excitations dont la qualité et la quantité demeurent fixes;

3° Des excitations auditives et visuelles relativement intenses;

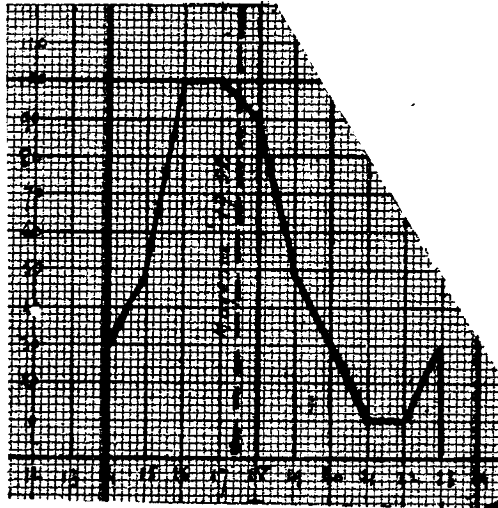
4° Des excitations tactiles qui, d'une part, sont produites de manière à ne mettre en jeu que la sensibilité cutanée pure, à l'exclusion des sensibilités profondes, et qui, d'autre part, sont assez fortes.

Dans ces conditions expérimentales, nous avons examiné un grand nombre d'hommes de 18 à 25 ans, paraissant entièrement normaux à tous les points de vue. Sur chaque sujet, dix déterminations au moins ont servi à établir une moyenne arithmétique pour chaque nature d'excitation.

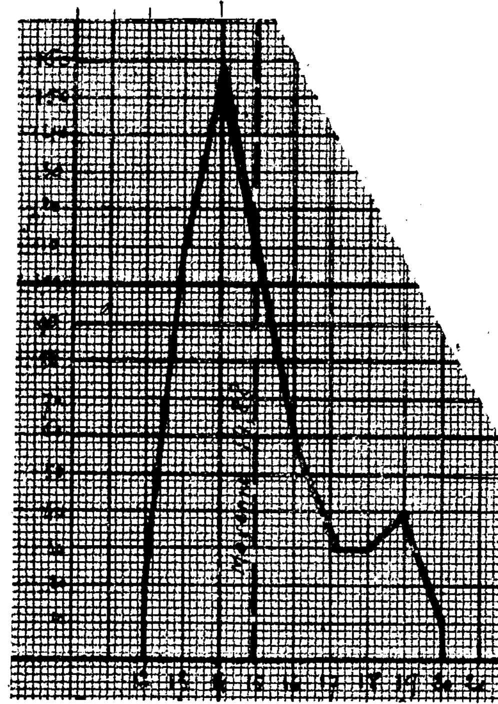
Les durées des réactions psycho-motrices visuelles, auditives et tactiles, chez ces sujets, sont représentées par les courbes suivantes.

Il ressort de ces courbes que, chez nos sujets, les temps de réaction se répartissent dans certaines zones et que les zones correspondant aux temps les plus fréquemment observés s'étendent:

Pour les réactions visuelles, entre 15 et 19 centièmes de seconde;
Pour les réactions auditives, entre 13 et 16 »
Pour les réactions tactiles, entre 18 et 21 »

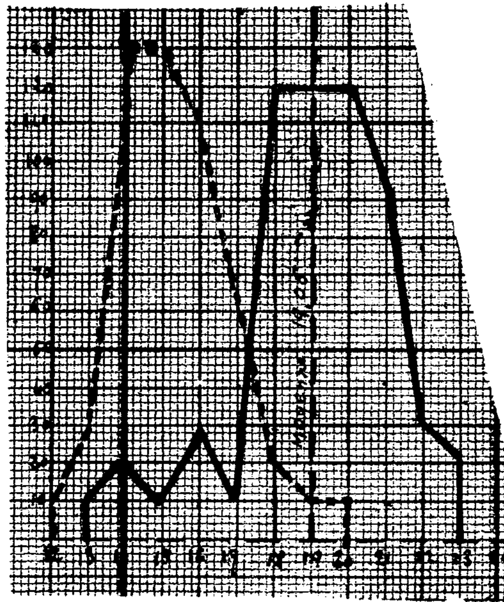


Courbe I. — Temps de réactions psycho-motrices visuelles.



Courbe II. — Temps de réactions psycho-motrices auditives.

En abscisses : les temps de réaction en centièmes de seconde. En ordonnées : le nombre des sujets dont les temps de réactions correspondent aux durées exprimées en abscisses.



Courbe III. — Temps de réactions psycho-motrices tactiles.

En abscisses : les temps de réaction en centièmes de seconde. En ordonnées : le nombre de sujets dont les temps de réactions correspondent aux durées exprimées en abscisses. *Trait plein* : excitations par pinceau. *Trait interrompu* : excitations par marteau.

L'un de nous a déjà montré combien ces notions de zone des temps de réaction le plus souvent observés étaient mieux adaptées à l'utilisation pratique que celle de la moyenne des temps; nos graphiques montrent précisément que la moyenne arithmétique ne s'inscrit pas nécessairement au centre de la zone des durées les plus fréquentes.

Pour ce qui est des réactions *visuelles et auditives*, nos résultats sont très comparables à ceux qui ont été déjà recueillis.

Les résultats des expériences relatives à la durée des réactions *tactiles* peuvent se répartir en deux groupes :

L'un, dont les durées moyennes des temps de réaction oscillent autour de $\frac{14}{100}$ de seconde (Camus et Nepper, Maublanc et Ratié, Guillain et Ambard);

L'autre, comprenant les temps de réaction dont les moyennes arithmétiques $\frac{20,5}{100}$ de seconde (Piéron, Kiésow, Herlitzka).

Nous nous sommes efforcés de réaliser des excitations tactiles purement cutanées, en utilisant comme excitant un pinceau effleurant la peau; dans ces conditions nos temps de réactions tactiles se sont répartis dans une zone comprise entre 18 et 21 centièmes de seconde, avec une valeur moyenne de 19,06, très voisine de celle du deuxième groupe d'expériences.

Par contre, lorsque nous avons employé comme excitant une masse choquant un plan osseux, nous avons retrouvé des valeurs de temps de réactions se rapprochant nettement de celles du premier groupe.

Cette différence systématique d'environ 5 à 6 centièmes de seconde entre les deux groupes de résultats est d'interprétation difficile.

Nous pensons qu'il s'agit d'une différence imputable à ce que, dans les expériences du professeur Herlitzka (¹) comme dans les nôtres, les excitations ne mettent certainement en jeu que la *sensibilité cutanée* pure. Et la durée de $\frac{20}{100}$ de seconde représenterait alors la moyenne des temps de réactions « tactiles vraies ».

Cette hypothèse aurait pour elle les données actuelles de la neurologie qui ont établi combien sont distinctes l'une de l'autre les sensibilités cutanée et profonde. Nombreux sont les malades qui présentent une sensibilité *profonde* très altérée avec une sensibilité cutanée intacte (non-perception des vibrations d'un diapason et sensation nette des flocons d'ouate) et *vice versa*.

De l'ensemble de nos recherches il paraît résulter que :

(¹) Les excitations tactiles, réalisées dans nos expériences par le frôlement d'un pinceau, l'étaient dans le dispositif du professeur Herlitzka par un courant d'air.

1° La mesure des réactions psycho-motrices exige un déterminisme expérimental rigoureux, rendant comparables entre elles les expériences effectuées par des observateurs différents; en particulier les excitations de contact, suivant qu'elles sont faibles et ne mettent en jeu que la sensibilité cutanée, ou fortes, excitant tous les modes sensitifs, provoquent des réactions de durées nettement différentes;

2° Les valeurs physiologiques des temps de réactions oscillent non point de part et d'autre d'une moyenne, mais dans une zone un peu plus étendue que ne le ferait croire la notion de « temps moyen »; et dans cette zone certaines valeurs moins fréquentes semblent néanmoins physiologiques;

3° Les valeurs des temps de réactions chez un même sujet sont moins fixes que ne l'ont admis certains auteurs et présentent des évolutions légères à l'intérieur de la zone physiologique, suivant les jours et les heures; de ce fait les réactions psycho-motrices rentrent dans la loi générale des fonctions biologiques.

ZOOLOGIE. — *Sur l'ontogenèse des Poissons Scombriformes appartenant à la famille des* Luvaridés. Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. Bouvier.

Cette famille a été créée par Gill (1879), aux dépens des *Stromateidés*, pour *Luvarus imperialis* Rafinesque, espèce bathypélagique rare de la Méditerranée et de la région atlantique européo-mauritanique. On doit adjoindre à cette espèce *Astrodermus elegans* Risso, qui, rangée parmi les *Coryphénidés,* n'est autre cependant, selon Giglioli et Day (1880-1884), qu'une forme jeune de l'espèce. Les individus que j'ai eu l'occasion d'étudier récemment me permettent de compléter la documentation entogénitique.

A. La phase la plus jeune est offerte par une larve appartenant à la collection recueillie dans ses croisières par S. A. S. le Prince de Monaco (Station 1736, année 1904; filet à grande ouverture, 0-500^{m}; Archipel des Canaries, non loin de Palma). Cette larve, transparente, mesure seulement 7^{mm} de longueur. Elle présente toutefois certaines particularités caractéristiques de l'espèce : corps comprimé latéralement, bouche petite, dorsale à 23 rayons, anale à 17 rayons. La dorsale et l'anale sont confluentes à la caudale; les nageoires pelviennes consistent en ébauches minuscules, distantes de l'anus. La nageoire dorsale commence au-dessus de la part postérieure de la tête.

B. La phase suivante mérite, à mon avis, d'être distinguée par le terme *coryphéniforme*, en raison de la persistance de la disposition larvaire qui place le début de

la nageoire dorsale au-dessus de la tête, comme chez les *Coryphénidés*. L'individu s'accroît fortement pendant cette phase, et revêt progressivement les caractères de l'adulte. La caudale s'isole, devient autonome, se munit de son pédoncule caudal carêné. L'anus se rapproche des pelviennes et s'écarte à cet effet du début de l'anale. Les téguments se couvrent de leurs fines scutelles, donnant à la peau un aspect rugueux. Cette phase comprend trois périodes successives :

1° La première d'entre elles est celle que Day a déjà figurée par un dessin au trait. J'ai eu l'occasion d'en étudier un représentant, pris à Nice en septembre 1921, que le Musée d'Histoire naturelle de cette ville m'avait confié pour le déterminer. Il mesure 103^{mm} de longueur totale. Ses caractères essentiels lui sont donnés par sa pigmentation et par la conformation de ses nageoires pelviennes. Le tronc est entièrement recouvert de nombreuses taches noires, circulaires, presque égales, rappelant celles des *Lampridides* par leur disposition. Chacune des pelviennes est munie d'un long rayon étiré en filament qui s'étend en arrière jusqu'au niveau du pédoncule caudal. Cette période peut donc se qualifier comme *phase coryphéniforme tachetée à longues pelviennes*. La nageoire dorsale compte 23 rayons, et l'anale 17.

2° La période suivante diffère de la précédente par la réduction des pelviennes en longueur. C'est elle que les auteurs ont décrite sous diverses appellations, dont la plus correcte est celle d'*Astrodermus elegans* Risso. Valenciennes (1833) en a donné une excellente description, accompagnée d'une bonne figure. L'individu décrit par lui, conservé dans les collections du Muséum national d'Histoire naturelle, mesure 343^{mm} de longueur totale. La qualification en serait de *phase coryphéniforme tachetée à courtes pelviennes*. La nageoire dorsale porte de 22 à 23 rayons, et l'anale 17 ou 18.

3° La troisième et dernière période de cette phase se caractérise par la disparition des taches pigmentaires. L'individu revêt alors la livrée de l'adulte, dont il diffère encore par l'extension, en avant, sur la moitié antérieure du corps, des nageoires dorsale et anale. Sa qualification serait de *phase coryphéniforme non tachetée à courtes pelviennes*. Les Collections du Muséum en contiennent deux exemplaires, dont le plus petit mesure 415^{mm} de longueur totale, et le plus fort 620^{mm}. Le premier porte 23 rayons à la dorsale (2 + 21), alors que le second n'en a plus que 19 (5 + 14) avec une anale dont les quatre premiers rayons ont diminué.

C. L'individu passe ensuite à la forme définitive adulte, tout en continuant à grandir, et revêt la structure caractéristique de *Luvarus*, dont les quelques exemplaires connus mesurent 1^{m} à 1^{m},50 de longueur. Les parties antérieures des nageoires dorsale et anale ont cessé de croître, de telle sorte que ces nageoires finissent par être représentées seulement par leurs régions moyenne et terminale, reléguées dans la moitié postérieure du tronc et munies seulement de 13 ou 14 rayons bien développés.

Cette remarquable famille des *Luvaridés*, outre ses particularités si spéciales de structure, montre donc, par surcroît, dans son ontogénèse, des dispositions tout aussi intéressantes. D'abord, les jeunes individus commencent par ressembler, non pas à leurs reproducteurs adultes, mais aux représentants d'autres familles de Scombriformes, les *Coryphénidés* en premier lieu, puis les *Lampridides* et les *Stromatéidés*. Ensuite la méta-

morphose, qui leur donne progressivement l'aspect définitif, est de durée fort longue, car ses principales étapes ont lieu, non pas chez l'alevin de première jeunesse, mais chez des êtres assez avancés dans leur développement pour qu'on ait pu les considérer comme formant un genre distinct dans une autre famille que la leur.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur l'histogénèse des épithéliomas baso-cellulaires*. Note de M. F. LADREYT, présentée par M. Charles Richet.

D'une façon générale, on considère l'assise épidermique basale comme la matrice des épithéliomas baso-cellulaires; la cytologie et l'évolution de ces néoplasmes nous permettent-elles d'accepter, sans restrictions, cette conclusion?

A côté des lobules et des tubes caractéristiques des épithéliomas malpighiens, j'ai observé, dans plusieurs cancers cutanés, des groupements cellulaires dont la morphologie et l'évolution sont assez particulières : je les désigne provisoirement sous le nom de *formations atypiques*. Dans certaines régions, les plages atypiques — amas et tubes compacts ou centrés par une cavité que limite une paroi unie ou pluristratifiée — sont localisées dans des alvéoles conjonctives et réalisent le schéma général du carcinome; d'autres fois, les éléments épithéliomateux constituent des masses volumineuses ou des traînées d'infiltration dont les éléments arrondis, globuleux, fusiformes, etc., sont assez comparables aux cellules des épithéliomas baso-cellulaires. J'ajoute qu'il existe tous les intermédiaires entre les éléments très polymorphes et les cellules cylindriques, cylindro-cubiques. polyédriques, etc., dont sont constitués certains amas atypiques au début de leur évolution néoplasique.

Quelle que soit leur morphologie, les éléments des amas atypiques présentent un chondriome localisé, sous forme de grains ou de courts bâtonnets, dans le voisinage immédiat du noyau ou à la base de la cellule; cet appareil est donc très différent du chondriome basal ou malpighien auquel les filaments d'Erxheimer confèrent un faciès si caractéristique. On ne saurait objecter que le chondriome des éléments atypiques pourrait être un appareil mitochondrial épidermique modifié par le processus cancéreux : les épithéliomas spino-cellulaires ne possèdent-ils pas un chondriome épidermique typique? Les seules formations auxquelles il nous soit permis de comparer les chondriosomes des éléments atypiques sont

les granulations et les bâtonnets qui constituent le chondriome des appareils pilo-glandulaires. D'autre part, si, au début de leur cancérisation, les amas et tubes atypiques présentent tous les caractères cytologiques des organes pilo-glandulaires, à la fin de leur développement, leur morphologie se modifie à un tel point que ce n'est plus à ces formations que nous pouvons les homologuer, mais aux cellules dont sont constitués les épithéliomas baso-cellulaires.

En résumé, l'appareil pilo-glandulaire de la peau donne naissance à des formations néoplasiques dont la cytologie et l'évolution rappellent si étroitement la morphologie et le développement des éléments qui constituent les épithéliomas baso-cellulaires que nous croyons pouvoir considérer l'épithélioma baso-cellulaire comme un des types néoplasiques le plus habituel des cancers pilo-glandulaires.

A côté des types néoplasiques épithéliaux et conjonctif, se différencient, *dans l'hypoderme périkystique,* des masses adipeuses dont l'ensemble présente tous les caractères d'un fibro-lipome. L'étiologie de cette néoformation me paraît relever d'une sorte de suractivité trophique consécutive à la « surdilatation » vasculaire d'origine inflammatoire provoquée vraisemblablement par le voisinage des néoplasmes épithéliaux et conjonctif.

Les phénomènes qui traduisent l'évolution cancéreuse et hyperplasique de la paroi kystique et de l'hypoderme périkystique semblent présenter une filiation naturelle : c'est ainsi qu'une phase irritative caractérisée par la dyskératose mono et pluricellulaire, la dégénérescence hyaline, les réactions vasculo-conjonctives, etc., paraît précéder la différenciation de l'épithélioma malpighien comme l'hyperplasie des appareils pilo-glandulaires, l'infiltration lympho-conjonctive, la dilatation et la congestion vasculaire, etc., constituent, semble-t-il, les phases prénéoplasiques du lymphocytome dermique ou prénéoformatives du fibro-lipome hypodermique.

MICROBIOLOGIE. — *Contribution à l'étude de la culture* in vitro *du virus de la vaccine.* Note de M. **Harry Plotz**, présentée par M. Roux.

Depuis que Jenner attira en 1798 l'attention sur l'importance de la vaccination antivariolique, de nombreuses tentatives ont été faites pour cultiver le virus de la vaccine. En dehors de son intérêt propre, la culture de ce virus aurait l'avantage de supprimer les infections secondaires dues aux microbes contenus dans la pulpe vaccinale.

Au cours des recherches que nous avons entreprises avec M. Besredka sur le mécanisme de l'infection et de l'immunité dans la vaccine, il a été observé le fait suivant : chez le lapin inoculé avec de la pulpe vaccinale, sur une grande étendue de la peau, on constate, au bout de quelque temps, la présence du virus dans le cerveau. La propagation du virus ne pouvant s'effectuer que par la voie sanguine, nous avons essayé de le cultiver, en prenant comme point de départ le sérum du lapin inoculé.

Sur la peau épilée de l'abdomen d'un lapin neuf, lavée à l'eau savonneuse, on pratique de multiples incisions superficielles. On frictionne ensuite la peau avec quelques gouttes de pulpe vaccinale ou mieux encore avec de la pulpe non glycérinée. Après 72^{h}-96^{h}, le lapin est saigné à blanc, et son sérum est porté à la dose de 2^{cm^3}-3^{cm^3}, dans des tubes à essai renfermant le milieu de Smith-Noguchi.

Ce milieu, réparti en tubes de 20^{cm} de longueur et de $1^{cm},5$ de diamètre, est préparé avec du bouillon glucosé à 1 pour 100 et un gros fragment de rein exsangue, fraîchement prélevé chez un lapin neuf. Les tubes renfermant 10^{cm^3} de liquide, recouverts d'une bonne couche d'huile de vaseline, sont, après ensemencement, portés à l'étuve à 39°-40° C.

Les réensemencements sont faits dans 10^{cm^3} d'un milieu composé d'un mélange de sérum de lapin normal (une partie) et de bouillon glucosé à 1 pour 100 (trois parties), renfermant un fragment de rein de lapin fraîchement prélevé et recouvert également d'une couche d'huile de vaseline de 3^{cm^3} de hauteur. Chaque réensemencement est fait avec 1^{cm^3} de liquide.

Au bout de 24 heures d'étuve, le milieu devient opalescent; le léger nuage du début s'épaissit dans les trois à cinq jours qui suivent. Parfois on n'aperçoit rien à l'œil au commencement; ce n'est qu'au cours des réensemencements qu'une opalescence nette apparaît. Laissé à la température du laboratoire, le milieu s'éclaircit et forme au fond du tube un précipité blanc assez abondant.

C'est surtout dans ce précipité, étalé sur lame, séché à l'étuve et coloré pendant 5 minutes à chaud au bleu de Löffler, que l'on peut quelquefois voir, à l'examen microscopique, de toutes petites formes rondes, sorte de cocci, tantôt isolés, tant réunis en amas. Ces cocci mesurant $0^{\mu},2$ à $0^{\mu},3$ ne prennent pas le Gram. On ne distingue rien de net à l'ultramicroscope.

Inoculées au niveau de la peau du lapin, les cultures du cinquième passage ainsi obtenues produisent des lésions comparables à celles que donne la pulpe vaccinale : après quatre à cinq jours d'incubation, on voit apparaître de petits nodules qui ne tardent pas à devenir rouges, puis à se transformer

en pustules avec centre cratériforme; la lésion se dessèche dans la suite, se desquame; puis la peau reprend son aspect normal. Les pustules ont d'ordinaire 3^{mm} de diamètre; nous en avons vu qui avaient jusqu'à 3^{cm}. Des pustules caractéristiques ont été obtenues avec du liquide dilué à $\frac{1}{100000}$. Des lésions typiques ont été obtenues au niveau de la cornée chez le lapin et chez le cobaye : l'œil devient enflammé, l'ulcération apparaît, et la cornée devient trouble et le demeure pendant une quinzaine de jours.

Lorsqu'on injecte un peu de culture dans la veine d'un lapin neuf et que l'on rase ensuite la peau du ventre, en se conformant au procédé indiqué par Calmette et Guérin, on voit apparaître une éruption caractéristique. Sur coupes, la lésion cutanée, aussi bien que celle de la cornée, ne diffère en rien de celles produites par inoculation de la lymphe vaccinale : dans les deux cas on voit apparaître une zone inflammatoire avec des corpuscules de Guarnieri.

Bien que ces lésions obtenues avec les cultures diffèrent un peu par leur aspect de celles que donne l'inoculation de la pulpe vaccinale, nous estimons que nous avons affaire, quand même, à la culture du virus, pour les deux raisons suivantes :

1° Les animaux ayant reçu de la culture au niveau de la peau ou de la cornée, sont vaccinés vis-à-vis du virus de la pulpe vaccinale;

2° Le sérum des lapins injectés avec de la culture donne une réaction de fixation positive en présence de l'antigène préparé avec de la pulpe vaccinale.

Il a été fait jusqu'à présent 14 passages de tube à tube, tous strictement anaérobies. Il semble de quelques expériences faites avec des cultures du dixième passage, que leur virulence est diminuée en comparaison avec celles des premiers passages.

Notons que le sérum du lapin qui servit de point de départ à tous les ensemencements en série est incapable par lui-même de donner lieu à une lésion, lorsqu'il est inoculé à la peau ou à la cornée. Force nous est donc de conclure que le virus contenu dans ce sérum donne lieu à de véritables cultures dans le milieu que nous avons employé. Il nous reste à voir si, pour obtenir la culture du virus, on ne saurait trouver des conditions plus favorables.

M. R. de Bouy, de Poitiers, adresse un Mémoire de M. **Des Perrières**,

un de ses ancêtres, daté du 20 novembre 1770, intitulé : *Projet d'un bâtiment de mer pouvant naviguer entre deux eaux.* (Présenté par M. L. Bertin.)

La séance est levée à 16 heures et quart.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances d'avril 1922 (*suite*).

Semicentennial publications of the University of California, 1868-1918 :

— *The binary stars,* by Robert Grant Aitken. New-York, Douglas C. Mc. Murtrie, 1918; 1 vol. 23cm.

— *Catalogue of the hemiptera of america north of Mexico, excepting the aphididæ, coccidæ and aleurodidæ,* by Edward P. Van Duzee. Berkeley, University of California press, 1917; 1 vol. 26cm.

— *Electrical phenomena in parallel conductors.* Vol. I : *Elements of transmission,* by Frederick Eugene Pernot. New-York, John Wiley, 1918; 1 vol. 24cm.

— *The fondamental equations of dynamics and its main coördinate septems vectorially treated and illustrated from rigid dynamics,* by Frederick Slate. Berkeley, University of California press, 1918; 1 vol. 22cm.

— *The game birds of California,* by Joseph Grinnell, Harold Child Bryant and Tracy Irvin Storer. Berkeley, University of California press, 1918; 1 vol. 26cm.

— *Logarithms of hyperbolic functions to twelve significant figures,* by Frederick Eugene Pernot and Baldwin Munger Woods. Berkeley, University of California press' 1918; 1 vol. 26cm.

— *The physical chemistry of the proteins,* by Brailsford Robertson. New-York, Longmans, Green and Co., 1918; 1 vol. 23cm.

— *The theory of the relativity of motion,* par Richard C. Tolman. Berkeley, University of California press, 1917; 1 vol. 24cm.

— *Typhoid fever, considered as a problem of scientific medicine,* by Frederick P. Gay. New-York, The Macmillan Company, 1918; 1 vol. 24cm.

— *Studies of the nebulæ* made at the Lick Observatory, University of California, at Mount Hamilton, California and Santiago, Chile. University of California press, 1918; 1 vol. 31cm.

— *Miscellaneaus studies in agriculture and biology.* University of California press, 1919; 1 vol. 26cm.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 MAI 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ALBIN HALLER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Waddell**, Correspondant pour la Section de Mécanique, qui assiste à la séance.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence de la chaux sur le rendement des graines pendant la période germinative.* Note de MM. **L. Maquenne** et **R. Cerighelli.**

On sait, d'après les recherches de MM. Maquenne et Demoussy ([1]), que le calcium est indispensable à la germination normale; des quantités même très faibles de cet élément suffisent, par exemple, à tripler la longueur des racines de pois dans l'espace de 6 jours, temps au bout duquel l'évolution est complètement arrêtée dans l'eau pure.

Dans le présent travail nous nous sommes proposé de confirmer ces premiers résultats par des mesures pondérales et, pour cela, nous avons employé les mêmes méthodes qui ont été antérieurement décrites.

Les graines étaient d'abord soigneusement triées, puis pesées, soit par lots de 10 lorsqu'elles étaient bien homogènes, soit une à une dans le cas contraire; ensuite, après plusieurs lavages et trempage dans l'eau stérile pendant 24 heures (les graines de maïs ont été préalablement stérilisées par immersion d'une demi-heure dans le sublimé à 2 pour 1000), elles étaient mises à germer sur du sable mouillé d'eau pure (préparée au réfrigérant de quartz et conservée dans le quartz ou le platine).

([1]) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 979, et t. 165, 1917, p. 45.

Après deux ou trois jours de germination, à l'obscurité, vers 20°, 12 de ces graines, qui avaient alors une radicule de 10^{mm} à 20^{mm}, choisies parmi les plus semblables, étaient enfin placées individuellement sur autant de tubes de quartz, dont six étaient remplis d'eau pure et les six autres d'une solution de sulfate de chaux à 10^{mg} par litre.

Les cultures ont porté sur les graines de pois gris, de blé, de lentille, de capucine, de radis, de sarrasin et de maïs; elles ont été continuées, toujours à l'abri de la lumière et à la même température de 20°, jusqu'au moment où les plantules avaient cessé de s'accroître dans les tubes à sulfate de chaux; dans l'eau pure tout développement s'était déjà depuis longtemps arrêté, l'évolution des graines dans un pareil milieu ne pouvant se poursuivre que pendant cinq à six jours.

A la fin de chaque expérience, on mesurait la longueur des pousses formées, puis on les séparait de la graine et on les pesait, après dessiccation dans l'étuve à 110°, en même temps que ce qui restait des réserves non utilisées (y compris les téguments).

Connaissant le poids initial des graines, supposées sèches, on avait ainsi tous les éléments du calcul nécessaire pour faire connaître la perte de poids globale qu'elles avaient subie au cours de la germination, ainsi que leur rendement en matière végétale, évalué, soit par rapport au poids primitif de la semence, soit par rapport à la perte de poids des cotylédons ou de l'albumen. C'est cette dernière sorte de rendement que M. Mazé avait en vue dans ses *Recherches sur le mode d'utilisation des aliments ternaires par les végétaux et les microbes* (¹).

Parallèlement à ces premières expériences, mais pour quelques graines seulement (pois gris, lentilles, radis), nous avons poursuivi les germinations en soucoupes sur du sable additionné d'eau pure on d'une solution étendue de sulfate de chaux (1^{mg} SO^4Ca par soucoupe renfermant 10 graines); les mesures en longueur, les pesées et les calculs ont été exécutés de la même manière que ci-dessus.

Nos résultats sont exposés dans les deux Tableaux suivants. Le Tableau I a pour unique intérêt de vérifier à nouveau, en les étendant à de nouvelles espèces, les conclusions déjà formulées par MM. Maquenne et Demoussy; le Tableau II fait connaître les pertes centésimales de poids et, calculés comme il vient d'être dit, les rendements en matière végétale des graines soumises à la germination.

(¹) *Ann. Inst. Pasteur*, t. 16, 1902, p. 204.

I. — *Longueur des pousses dans l'eau pure ou additionnée de* 10mg SO^4Ca *par litre.*

	Durée des expériences.	Racines sans CaO.	Racines avec CaO.	Tiges ou axes sans CaO.	Tiges ou axes avec CaO.
		mm	mm	mm	mm
Pois gris sur l'eau........	20 jours	37	105	18	145
» sur sable........	10 »	23	65	18	34
Lentilles sur l'eau........	12 »	23	57	17	31
» sur sable........	11 »	25	51	18	25
Radis sur l'eau...........	11 »	14	65	19	67
» sur sable...........	8 »	12	36	14	17
Capucine sur l'eau.......	12 »	26	57	27	75
Blé sur l'eau.............	20 »	40	288	86	174
Sarrasin sur l'eau.........	14 »	18	59	44	111
Maïs sur l'eau............	24 »	42	77	80	124

L'action favorisante de la chaux se manifeste partout avec une égale énergie et particulièrement sur l'élongation des racines qui, à ces très faibles concentrations, sont plus sensibles que les tiges [1]. Il semble donc bien qu'elle présente, comme on pouvait le prévoir, une grande généralité.

II. — *Rendement des graines en matière végétale sèche.*

	Durée des expériences.	Perte pour 100 du poids initial sans CaO.	Perte pour 100 du poids initial avec CaO.	Rendement pour 100 du poids initial sans CaO.	Rendement pour 100 du poids initial avec CaO.	Rendement pour 100 de la perte de poids des réserves sans CaO.	Rendement pour 100 de la perte de poids des réserves avec CaO.
Pois gris sur l'eau.....	20 jours	12	27	14	33	53	55
» sur sable.....	10 »	10	13	12	17	53	56
Lentilles sur l'eau.....	12 »	11	10	9	16	45	62
» sur sable.....	11 »	20	20	11	16	36	44
Radis sur l'eau........	11 »	7	17	22	41	76	71
» sur sable........	8 »	16	18	22	23	58	56
Capucine sur l'eau....	12 »	8	13	15	23	65	64
Blé sur l'eau..........	20 »	24	33	27	46	53	58
Sarrasin sur l'eau......	14 »	27	37	24	29	47	44
Maïs sur l'eau.........	24 »	11	6	10	11	48	64

[1] La quantité de chaux contenue dans nos solutions correspondait à environ $\frac{1}{25}$ de celle que renferme l'eau de source à Paris, après ébullition et filtration : quantité du même ordre de grandeur que celle qui se trouve dans l'eau pure, après chauffage dans un vase de verre.

Par l'examen de ces nombres nous avons été conduits à formuler les conclusions suivantes :

1° D'une manière générale, la perte globale est plus grande pour les graines venues en présence de chaux que pour celles qui ont germé sur l'eau pure. Il devait bien en être ainsi, car cette perte est due à la respiration, naturellement plus active là où les nouveaux organes présentent le plus grand développement. Le maïs semble faire exception à cette règle, mais il faut remarquer que, sans doute à cause des dimensions de sa graine, son évolution s'arrête à un stade beaucoup moins avancé que pour les autres espèces, ce qui rend la comparaison incertaine.

2° Le rendement rapporté au poids sec initial est toujours beaucoup plus fort pour les cultures faites en présence de chaux que pour celles faites dans l'eau pure.

3° Quant aux rendements rapportés à la perte de poids des réserves, ils sont très variables, ce qui est conforme aux anciennes observations de M. Mazé. Pour le pois, le blé, la lentille et surtout le maïs qui, comme nous venons de le dire, est un peu exceptionnel, les rendements sont plus élevés en présence de chaux, ce qui semble indiquer une meilleure utilisation des matières de réserve; mais, à part encore le maïs, les différences sont peu importantes. Pour la capucine, le radis et le sarrasin, elles s'observent en sens inverse, mais toujours assez faibles pour qu'on puisse les rapporter à des erreurs expérimentales ou à des influences physiologiques, les deux séries d'expériences étant naturellement effectuées avec des graines différentes.

On peut donc dire que, le plus souvent, la chaux n'a qu'une faible influence sur l'organisation des réserves, ce qui suppose en même temps qu'elle n'agit pas ou n'agit que très peu sur la respiration. Ce ne serait donc pas parce qu'elle facilite l'oxydation de la graine qu'elle favorise sa germination.

En résumé, et c'est à notre avis la plus importante des conclusions que l'on peut tirer de ces recherches, l'action favorisante de la chaux se fait sentir sur le poids des organes élaborés pendant la germination aussi bien que sur leurs accroissements en longueur.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'étude de la pénétration de la trempe dans l'acier.* Note (¹) de MM. **Georges Charpy** et **Louis Grenet**.

La plus ou moins grande facilité avec laquelle l'influence de la trempe sur les propriétés mécaniques se fait sentir à une certaine distance de la surface soumise au refroidissement est une caractéristique très importante des différents aciers, et présente, en particulier, une influence prépondérante dans le traitement des pièces de forte épaisseur. Ce phénomène de pénétration de la trempe n'a cependant fait l'objet que d'un nombre très restreint d'expériences, sans doute parce que le découpage de barreaux et d'échantillons dans l'épaisseur d'une pièce massive entraîne des difficultés et des dépenses considérables. Nous croyons donc utile d'indiquer un procédé que nous avons employé depuis longtemps, mais dont nous n'avons pas jusqu'ici publié la description.

Ce procédé consiste à chauffer à une température uniforme une barre prismatique du métal que l'on veut étudier et à la refroidir en arrosant seulement une base du prisme et en évitant au contraire le refroidissement par les faces latérales. Ce résultat est obtenu très facilement en entourant complètement le prisme d'une épaisse couche d'amiante, sauf sur la base qui sera refroidie; l'amiante peut être maintenue par une enveloppe en tôle mince. L'échantillon ainsi préparé est chauffé dans un four pendant un temps suffisant pour que sa température devienne uniforme. Quelques mesures préalables avec pyromètres électriques permettent de déterminer le temps de chauffage nécessaire. Lorsque l'échantillon est chaud on le retire du four et on le place verticalement sur un support qui dégage la base inférieure sur laquelle on dirige un jet d'eau de pression et de débit bien réguliers.

Dans ces conditions le métal se refroidit sensiblement de la même façon que s'il faisait partie d'une plaque épaisse, refroidie seulement par une de ses faces; quand le refroidissement est terminé, on dépouille le prisme d'acier de son enveloppe et l'on peut, en effectuant des empreintes de bille sur les faces latérales, déterminer la variation de la dureté à partir de la surface trempée sans avoir à effectuer aucun travail d'usinage; le découpage dans une masse solide ne serait, d'ailleurs, généralement pas possible avec

(¹) Séance du 8 mai 1922.

les métaux qui prennent fortement la trempe et deviennent pratiquement inattaquables à l'outil. On voit facilement que la méthode peut s'appliquer à plusieurs prismes juxtaposés, solidement assemblés par un lien qui maintient en contact les faces latérales, dont on refroidit seulement l'une des bases et que l'on sépare après refroidissement pour étudier la variation des propriétés en fonction de la distance à la face refroidie.

L'échantillon trempé peut être ensuite soumis au revenu, et comme il reste trois faces disponibles pour les empreintes, on peut déterminer la variation de dureté après réchauffage à trois températures différentes.

Voici, à titre d'exemple, quelques résultats obtenus par la méthode que nous venons d'indiquer sur des aciers d'usage courant; les échantillons envisagés étaient des barres carrées de 18^{mm} de côté et de 120^{mm} de longueur.

I. Le Tableau suivant donne les chiffres de dureté (nombre de Brinell ou charge par millimètre carré de la surface de l'empreinte) sur un acier de nuance demi-dure contenant :

Carbone	0,45
Silicium	0,35
Manganèse	0,60
Nickel	1,10

Soumis à divers traitements thermiques.

Distance de l'empreinte à la face trempée.	Métal trempé après avoir été chauffé jusqu'à :				Métal trempé après avoir été chauffé à 900° puis refroidi jusqu'à :			Métal trempé après avoir été chauffé à 900° puis refroidi à 750° et revenu jusqu'à :		
	750°.	800°.	900°.	950°.	800°.	750°.	700°.	150°.	250°.	400°.
3^{mm}	437	560	580	570	557	561	306	282	308	249
10	244	284	300	370	288	282	280	252	255	247
20	227	279	285	288	276	267	268	242	240	240
30	216	260	270	275	265	254	262	235	232	239
40	211	254	264	268	262	243	254	232	230	235
50	206	235	257	260	243	235	245	224	226	227
60	201	228	247	250	238	229	230	221	218	220
75	193	217	234	242	227	219	210	212	210	214
95	187	206	223	234	226	205	208	202	201	206

Le même métal recuit et refroidi lentement donnait une dureté de 180 environ.

On sait que la décroissance de dureté est beaucoup moins marquée dans

les aciers qui contiennent une certaine proportion d'éléments tels que le nickel et le chrome, par exemple, avec un acier contenant :

Carbone	0,25
Silicium	0,05
Manganèse	0,26
Chrome	0,75
Nickel	2,70

la dureté sur échantillon trempé après avoir été chauffé à 800°, varie seulement de 387, à 3^{mm} de distance à la face refroidie, à 180, à 90^{mm} de distance. Pour un acier voisin de ceux que l'on désigne généralement sous le nom d'*auto-trempants*, contenant :

Carbone	0,32
Silicium	0,05
Manganèse	0,30
Chrome	1,70
Nickel	3,80

on obtient, après trempe à 800° une dureté très sensiblement uniforme sur toute la longueur de l'échantillon, les valeurs observées aux mêmes distances que dans l'exemple cité plus haut étant respectivement :

Distance à la face trempée (en mm).	3	10	20	30	40	50	60	75	95
Dureté	506	509	506	506	509	507	501	503	503

II. Nous avons pu constater, dans quelques cas, que les résultats obtenus par notre méthode coïncidaient sensiblement avec ceux que l'on peut observer sur un fragment découpé après trempe dans une pièce épaisse. Par exemple, nous avons découpé une tranche d'une plaque de 150^{mm} d'épaisseur fabriquée avec un métal de composition analogue à celle de l'acier indiqué en premier lieu et trempé par immersion dans l'eau à 800°. Les chiffres de dureté observés ont été les suivants :

Distance à la face trempée (en mm)....	5	10	20	30	40	50	60	75
Dureté	475	262	242	224	215	213	210	210

La courbe qui représente la variation de dureté en fonction de la distance à la face trempée, présente exactement la même forme que celle qui correspond à l'essai effectué sur petit échantillon isolé thermiquement. La différence des valeurs absolues tient à un léger écart de nuance et aux conditions de refroidissement de la surface qui ne sont pas les mêmes. Il suffit, d'ailleurs, pour justifier l'emploi de la méthode indiquée, qu'elle conduise à

classer les métaux les uns par rapport aux autres de la même façon que les essais sur pièces massives; la concordance numérique des essais n'ayant aucune importance pratique.

III. La méthode que nous avons indiquée s'applique évidemment aux métaux qui ne sont pas homogènes; elle permet, en particulier, l'étude de l'influence de la cémentation sur les plaques épaisses, sans qu'il soit besoin de découper des fragments après la trempe, ce qui présente de réelles difficultés. Dans le cas des plaques de blindage, par exemple, on peut prélever dans la pièce cémentée mais adoucie par un recuit une éprouvette prismatique perpendiculaire aux faces et la soumettre à la trempe dans les conditions indiquées plus haut en arrosant la face trempée; l'exploration à la bille des faces latérales permet de déterminer la loi de variation de la dureté suivant l'épaisseur que l'on peut obtenir par la trempe de la plaque elle-même.

En opérant de cette façon, on observe, dans certains cas, que la dureté de la partie située en arrière de la région cémentée est moindre que celle qu'on obtient sur un barreau de même composition trempé dans les mêmes conditions, mais ne présentant pas de région cémentée. Cela s'explique si l'on tient compte que le dégagement de chaleur correspondant à la recalescence, que la trempe modérée ne fait pas disparaître complètement, est beaucoup plus accentuée dans le métal cémenté et produit, par suite, un ralentissement dans le refroidissement des régions situées au delà. On comprend ainsi pourquoi, dans une plaque cémentée d'un seul côté et trempée sur les deux faces, on peut observer un minimum de dureté en arrière de la partie cémentée, fait qui avait été observé mais semblait correspondre à une anomalie.

Enfin, on peut signaler que l'échauffement des échantillons isolés thermiquement sur les faces latérales donne lieu aux mêmes observations que le refroidissement par aspersion d'une base, et permet, par suite, de déduire d'expériences faites à échelle réduite, les lois d'échauffement des pièces massives.

M. **Ch. Barrois** présente à l'Académie (¹) un Mémoire sur les *Faunes siluro-dévoniennes de Liévin et de l'Artois*. Ce Mémoire écrit avec la collaboration de MM. **P. Pruvost** et **G. Dubois**, et comprenant 8 planches et plusieurs tableaux synoptiques, termine la monographie de ces formations poursuivie

(¹) Séance du 1er mai 1922.

depuis plusieurs années par le Laboratoire de Géologie de Lille : il en présente les conclusions générales. Il fait connaître, d'après des documents inédits rencontrés dans les sondages et puits profonds des houillères du Pas-de-Calais, la composition et la succession des faunes qui ont évolué dans les régions profondes de ce bassin, tandis que sur ses bords se produisaient les discordances qui avaient permis d'assigner, dans le massif ardennais, une limite tranchée entre les systèmes siluriens et dévoniens.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **D. Berthelot** est élu membre du Conseil de la *Fondation Loutreuil* en remplacement de M. *C. Jordan*, décédé.

PLIS CACHETÉS.

M. **M. Gandillot** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 1er mai 1922 et inscrit sous le n° 8995.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Véritable interprétation des théories relativistes*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° G.-B. de Toni. *Le piante e gli animali in Leonardo da Vinci*.

2° Georges Couanon. *Les vins et eaux-de-vie de vin de France*.

3° Plusieurs brochures relatives à diverses questions de mathématiques, de M. Zoel Garcia de Galdeano.

MÉCANIQUE. — *Sur les équations de l'équilibre limite des corps cohérents.* Note de M. GUSTAVE GUILLAUMIN.

I. Une loi schématique, caractérisant l'équilibre limite des massifs terreux cohérents ou, plus généralement, des corps isotropes au delà de la période élastique ou au début de la rupture par déformation homogène, et plus spécialement applicable au cas des déformations planes, est celle indiquée en 1874 par M. Boussinesq,

$$q = kp + f, \tag{1}$$

q désignant le plus grand glissement et p la pression moyenne. Cette loi ne préjuge en rien de la manière dont s'opèrent la rupture ou les glissements permanents. En admettant, à cet égard, la loi simple bien connue de Coulomb-Duguet

$$T + N \tan g\varphi \leqq G,$$

où φ est l'angle de frottement et G la cohésion, on est conduit à poser, dans (1), $k = \sin\varphi$ et $f = G\cos\varphi$, ainsi que le montrent des propriétés classiques de la conique directrice.

Les équations générales de l'équilibre limite des massifs plans cohérents, qu'on peut sans inconvénient continuer à appeler *état ébouleux*, s'écrivent alors

$$(\mathrm{I}) \quad \begin{cases} (1 + k\cos 2\chi)\dfrac{dp}{dx} + k\sin 2\chi\dfrac{dp}{dy} + 2(kp + f)\left(\cos 2\chi\dfrac{d\chi}{dy} - \sin 2\chi\dfrac{d\chi}{dx}\right) = X, \\ k\sin 2\chi\dfrac{dp}{dx} + (1 - k\cos 2\chi)\dfrac{dp}{dy} + 2(kp + f)\left(\cos 2\chi\dfrac{d\chi}{dx} + \sin 2\chi\dfrac{d\chi}{dy}\right) = Y, \end{cases}$$

où X et Y désignent les composantes de la force appliquée (en volume) et χ l'azimut de la plus grande pression principale. Le système (I) se transforme, par le changement de variable $kp + f = kp'$, en celui du problème de l'état ébouleux des massifs pulvérulents auquel le problème général de l'équilibre des massifs cohérents se trouve ainsi ramené. Lorsque k est nul, le système (I) caractérise le problème de l'équilibre plastique suivant la loi de Tresca-Saint-Venant dans le cas des déformations planes. On déduit alors de ce système une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre en χ facile à écrire dont l'intégration a été abordée, dans certains cas, par Maurice Levy et M. Boussinesq ([1]).

([1]) *Comptes rendus*, t. 71, 6 novembre 1871, et t. 74, 29 janvier 1872.

II. La relation (4) de ma dernière Note, définissant la solution Rankine-Levy dans le cas des massifs cohérents, s'écrit ici

$$x^2 - 2px\cos i + p^2\cos^2\varphi - 2kpf - f^2 = 0. \quad (2)$$

Dans le plan (x, p), cette équation représente une conique dont l'étude, suivant les valeurs respectives de i et de φ, donne très simplement toutes les propriétés de la solution Rankine-Levy indiquées par Jean Résal au début de son livre sur les terres cohérentes. On voit d'ailleurs facilement, d'après la remarque ci-dessus, que le problème des massifs cohérents indéfinis, limités par une surface libre plane et obéissant à la loi de Coulomb-Duguet, est réductible au problème des massifs pulvérulents à talus chargé uniformément, dont j'ai étudié déjà un cas singulier (¹). Le problème est même ici plus simple, car le talus doit être supposé chargé normalement, la charge étant $\frac{f}{k}$. Cette réduction est encore possible, moyennant l'introduction d'une densité et d'un angle de talus fictifs, dans le cas où la cohésion, au lieu d'être constante, est supposée varier linéairement avec la profondeur. Pareille hypothèse trouve son application dans l'étude de la stabilité des digues en terre sur laquelle divers accidents récents ont attiré l'attention.

III. J'ai donné antérieurement l'équation caractéristique des lignes de glissement dans l'état ébouleux, savoir

$$\frac{dp}{ds} - 2\varepsilon p \operatorname{tang}\varphi \frac{d\psi}{ds} = \mathrm{F}\frac{\cos(\Omega - \varepsilon\varphi)}{\cos\varphi} \qquad (\varepsilon = \pm 1), \quad (3)$$

où ψ est l'azimut de la tangente à la ligne de glissement, orientée dans le sens des arcs s croissants, et Ω l'angle de la tangente avec la force appliquée F, d'ailleurs quelconque. Pour les massifs cohérents obéissant à la loi de Coulomb-Duguet, on obtient, en appliquant encore la remarque du premier paragraphe,

$$\frac{dp}{ds} - 2\varepsilon(p \operatorname{tang}\varphi + \mathrm{G})\frac{d\psi}{ds} = \mathrm{F}\frac{\cos(\Omega - \varepsilon\varphi)}{\cos\varphi}. \quad (4)$$

On déduit aisément de là, pour le cas particulier de la solution Rankine-Levy, l'équation *intrinsèque* des lignes de glissement

$$\frac{ds}{d\psi} = \frac{4\varepsilon \mathrm{G}\sin i\cos\varphi\sin(\psi - \varepsilon\varphi)}{\Pi[\sin i + \varepsilon k\cos(2\psi - \varepsilon\varphi + i)]^2},$$

(¹) *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 819.

où Π représente le poids spécifique. M. Frontard vient de donner, en termes finis, l'équation d'un des systèmes de lignes de glissement en question ([1]).

Remarquons simplement que pour $\varphi = 0$ (corps plastique), on obtient l'égalité

$$\frac{ds}{d\psi} = \frac{4\varepsilon G \sin\psi}{\Pi \sin i},$$

qui définit évidemment deux systèmes de cycloïdes (coupant le talus sous l'angle de 45°) dont la base de roulement est parallèle au talus et dont le cercle générateur a pour rayon $\frac{G}{\Pi \sin i}$, ce qui les détermine sans ambiguïté.

IV. La relation différentielle (4) peut présenter un intérêt qui n'est pas seulement théorique. On ne connaît guère, en effet, du problème de l'état ébouleux des massifs cohérents, que la solution simple type Rankine-Levy, alors que cette solution est loin d'être la seule réalisée dans la nature. Mais, si l'expérience a permis de préciser, dans des cas bien déterminés, l'allure générale, même schématique, des lignes de rupture, l'équation (4) permettra de déterminer les valeurs approximatives de p par des calculs algébriques ou graphiques très simples.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le mouvement d'une planète dans un milieu résistant.* Note de M. **Jean Chazy**, présentée par M. Goursat.

L'action d'un milieu résistant sur le mouvement d'une planète ou d'une comète a été étudiée notamment par Tisserand afin d'expliquer ([2]) l'accélération séculaire du moyen mouvement de la comète d'Encke, et par Poincaré pour développer ([3]) l'hypothèse cosmogonique de See. Tisserand et après lui Poincaré ont introduit les éléments osculateurs du mouvement de la comète ou planète considérée. Récemment M. Fatou a rectifié sur un point les conclusions de Tisserand, et a montré ([4]) qu'il peut y avoir intérêt à considérer dans le problème les coordonnées cartésiennes ou polaires. En particulier M. Fatou a démontré que, si l'on admet une loi de résistance proportionnelle à la vitesse, et si le mouvement osculateur initial

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 526 et 740.
([2]) *Traité de Mécanique céleste*, t. 4, p. 217-232.
([3]) *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*, p. 117-129. Paris, Hermann, 1913.
([4]) *Bulletin astronomique*, 2e série, Mémoires, t. 1, 1922, p. 293-301; *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1162.

est elliptique (la vitesse initiale étant extérieure à la droite joignant la planète au Soleil), la planète tend vers le Soleil quand le temps croît indéfiniment.

J'ai appliqué au problème considéré différents procédés de calcul qui m'ont permis récemment d'étudier (¹) certains mouvements du problème des trois corps, et j'ai obtenu des résultats analogues à ceux de M. Fatou dans des hypothèses plus larges.

Faisons seulement sur la résistance de milieu les hypothèses suivantes : r désignant la distance du point mobile M au point fixe O, et v la valeur absolue de sa vitesse, la résistance de milieu est une force directement opposée à la vitesse du point M, dont la valeur absolue R est une fonction de la vitesse v, de la distance r et peut-être de la direction du rayon vecteur, de la direction de la vitesse et du temps, mais dépend nécessairement de la vitesse v. Nous supposons que, pour un système de valeurs données de r et quelconques des autres variables, *la fonction positive* R *est infiniment petite si v est infiniment petit, et au contraire est supérieure à une quantité fixe si v est supérieur à une quantité fixe.*

Dans ces hypothèses le mouvement du point M est plan, et j'ai démontré que ce mouvement peut prendre seulement trois allures finales différentes :

1° *Ou bien le point* M *choque le point* O *au bout d'un intervalle de temps fini ;*

2° *Ou bien le mouvement dure indéfiniment et le point* M *tend vers le point* O *quand le temps croît indéfiniment ;*

3° *Ou bien le mouvement dure indéfiniment, et la distance* OM *tend vers l'infini avec le temps.*

Les hypothèses considérées comprennent en particulier la loi de résistance $R = hv^{\alpha}r^{\beta}$, où h et α désignent deux constantes positives, et β une constante négative ou positive, loi considérée par Encke (pour $\alpha = 2$, $\beta = -2$) et par Backlund, et les lois admettant pour expression une somme de termes de la forme précédente.

Les résultats énoncés sont valables si la fonction R est seulement continue, sans avoir de dérivées partielles continues, ni remplir les conditions de Lipschitz : s'il y a un faisceau d'orbites qui satisfont à la fois aux équations différentielles du second ordre entre les coordonnées et aux conditions initiales, ils s'appliquent à chacune des orbites de ce faisceau. En ce qui concerne la comète d'Encke, Backlund a même été conduit à

(¹) *Annales de l'École Normale*, 3ᵉ série, t. 39, 1922, p. 29-130.

admettre que la résistance de milieu R peut être discontinue : nos résultats sont encore valables avec une telle loi de résistance, pourvu que la fonction R vérifie d'autre part les hypothèses énoncées précédemment.

Enfin l'on peut aller plus loin, et supposer que la dernière de ces hypothèses est vérifiée, c'est-à-dire que la fonction R est supérieure à une quantité fixe pour v supérieur à une quantité fixe, *sur une partie seulement de l'orbite du point* M. Si autour du point O jusqu'à une certaine distance existe un milieu résistant vérifiant les hypothèses énoncées et qu'au delà s'étende le vide, et si les conditions initiales du mouvement sont telles que le point M repasse indéfiniment ([1]) dans le milieu résistant (pouvant *a priori* en sortir indéfiniment aussi), il est encore démontré ([2]) que le point M tombera sur le point O ou tendra vers le point O.

PHYSIQUE. — *La rigidité des gelées.* Note de M. F. **Michaud**, présentée par M. E. Bouty.

1. Les expériences bien connues de Schwedoff ([3]) ont été effectuées sur une solution de gélatine, à 5 pour 1000, prise en gelée par refroidissement. Le module de rigidité trouvé est égal à 0,535 C.G.S. Il était intéressant de chercher comment la rigidité d'un gel varie avec sa concentration. J'y suis arrivé en utilisant une méthode plus sensible, et aussi plus simple, que celle de Schwedoff.

2. Considérons un tube horizontal rempli de la substance à étudier. Lorsqu'on maintient une faible différence de pression entre les deux extrémités, il se produit, non pas un glissement, car le gel adhère à la paroi,

---

([1]) D'après un résultat fondamental, la constante des forces vives du mouvement osculateur décroît constamment en valeur algébrique : si le mouvement osculateur initial est elliptique et a pour grand axe $2a$, et s'il ne conduit pas à un choc, on est assuré que la distance OM, d'une part, reste indéfiniment inférieure à $2a$, et, d'autre part, prend indéfiniment des valeurs inférieures à a.

([2]) Dans l'hypothèse cosmogonique de See, les mouvements des planètes tendent, quand le temps s'écoule, vers des mouvements circulaires, mais l'atmosphère se raréfie tout le long des orbites, et la résistance de milieu en chaque point tend vers zéro, tandis que la vitesse reste supérieure à une quantité fixe : notre dernière hypothèse n'est pas vérifiée.

([3]) Schwedoff, *Journal de Physique*, t. 8, 1889, p. 341; t. 9, 1890, p. 334; t. 1, 1892, p. 49. Voir aussi J. Colin, *Comptes rendus*, t. 116, 1893, p. 125.

mais une déformation élastique. Nous allons établir une relation entre la différence de pression P, la longueur l du tube, son rayon intérieur R, le déplacement X des molécules qui se trouvent sur l'axe et le module de rigidité μ du gel.

Isolons par la pensée un cylindre de rayon $r < R$, coaxial au tube. La résultante des forces appliquées aux deux extrémités de ce cylindre est $\pi r^2 P$. L'équilibre est maintenu par les forces tangentielles qui proviennent de la déformation du milieu. Soit x le déplacement d'un point de la surface du cylindre, à partir de la position d'équilibre; l'angle de cisaillement est $-\frac{dx}{dr}$, la force tangentielle par unité de surface est $-\mu\frac{dx}{dr}$. On doit donc avoir

$$\pi r^2 P = -2\pi r l \mu \frac{dx}{dr}.$$

Simplifions et intégrons de o à R; on obtient

$$\mu = \frac{PR^2}{4Xl}.$$

Il est facile de mesurer P, R et l. Pour avoir X, il suffit de mettre en suspension dans le gel quelques particules solides, par exemple des grains de gomme-gutte. On utilise un tube de verre, et l'on vise au microscope micrométrique une particule située suivant l'axe du tube. L'appareil est, en somme, très analogue au micromanomètre que j'ai présenté récemment (¹).

3. J'ai étudié par cette méthode 15 solutions aqueuses de gélose, de concentrations espacées régulièrement entre 0,4 et 6 pour 1000, à des températures qui sont restées comprises entre 14° et 15°. Trois tubes ont été utilisés

[I : $l = 19^{\text{cm}},3$, $R = 0^{\text{mm}},485$; II : $l = 18^{\text{cm}}$, $R = 1^{\text{mm}},09$; III : $l = 12^{\text{cm}},2$, $R = 1^{\text{mm}},93$].

Les mesures donnent des points qui se placent bien sur une même courbe, sans écarts systématiques. L'équation démontrée plus haut est donc vérifiée.

Les solutions étaient introduites chaudes dans l'appareil; on laissait ensuite refroidir pendant au moins 6 heures. Avant de faire la mesure, on assouplissait le gel en le soumettant à de légères variations alternatives de pression.

Dans ces conditions, les déformations sont bien élastiques. Abandonné à lui-même, le milieu reprend sa forme initiale environ au $\frac{1}{10}$ près. Lorsque la

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 305.

différence de pression dépasse une certaine valeur, on observe une dislocation qui se manifeste par une hétérogénéité : certaines régions deviennent liquides, et se glissent entre des morceaux restés solides ; puis le gel se décolle de la paroi, et tout est entraîné.

c.	$\mu_{obs.}$	$\mu_{calc.}$	c.	$\mu_{obs.}$	$\mu_{calc.}$
0,5.......	0,004	0,0043	2.........	27	30
0,6.......	0,036	0,037	2,5.......	67,8	74
0,8.......	0,32	0,33	3.........	145	149
1.........	1,23	1,23	3,5.......	282	265
1,5.......	8,9	8,9	4.........	525	435

c est le nombre de grammes de gélose pour 1000^g du mélange; $\mu_{obs.}$ est le module de rigidité en unités C. G. S., déduit de la courbe expérimentale; $\mu_{calc.}$ est la rigidité calculée au moyen de la formule empirique

$$\mu = 6,32\,(c - 0,39)^{2,3}$$

qui, comme on le voit, est satisfaisante pour les concentrations très petites.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une nouvelle méthode d'émission doublant le rendement des stations de télégraphie sans fil.* Note de MM. **Henri Abraham** et **René Planiol**, présentée par M. Brillouin.

On a déjà cherché à augmenter le rendement des grands postes de T.S.F. en envoyant simultanément deux télégrammes par la même antenne. Mais cette augmentation de rendement était toujours obtenue, jusqu'ici, au détriment de la portée des transmissions, parce que les procédés employés reposaient toujours sur le partage entre les deux émissions de la puissance disponible dans le poste transmetteur. La transmission étant faite ainsi à puissance réduite, la portée du poste se trouvait nécessairement diminuée.

La nouvelle méthode que nous venons de soumettre au contrôle de l'expérience, permet au contraire de transmettre deux télégrammes en même temps en utilisant, pour chacun d'eux, toute la puissance de l'émission sans que l'envoi de l'un des télégrammes trouble la transmission de l'autre, et en conservant, par conséquent, à la double transmission exactement la même portée qu'à une transmission simple ordinaire. Ce résultat d'apparence paradoxale est obtenu sans difficulté par de simples variations dans la longueur d'onde des émissions.

Le premier télégramme est transmis en principe sur une longueur

d'onde A, le second sur une longueur d'onde B; mais les choses sont disposées de telle sorte que lorsque les deux clefs de manipulation se trouvent en même temps sur leur position de travail, l'émission se fait sur une troisième longueur d'onde C. Chacune des émissions A, B, C, est faite avec toute la puissance du poste.

Les signaux du premier télégramme se trouvent ainsi transmis, tantôt sur la longueur d'onde A et tantôt sur la longueur d'onde B. Le poste récepteur auquel ce télégramme est destiné doit donc recevoir indifféremment des émissions de longueurs d'ondes A ou C à l'exclusion de toute autre. Il suffit pour cela de disposer à la station réceptrice deux groupes de circuits résonnants convenablement accordés sur les fréquences utilisées. Ces circuits actionnent finalement un instrument récepteur, qui peut être soit un écouteur téléphonique, soit un appareil enregistreur.

Les études faites pour la mise au point de ce procédé de radiotélégraphie multiplex ont été entreprises avec le concours du Service d'études et de Recherches techniques des Postes et Télégraphes et de la Radiotélégraphie militaire, grâce à une subvention de la Caisse des Recherches scientifiques. Elles viennent d'aboutir à un essai industriel effectué en collaboration avec le Département de la Marine.

Les émissions étaient faites à Nantes, par le grand poste à arc de la Marine, qui envoyait à pleine charge deux télégrammes en même temps. La réception se faisait à Paris, soit par inscription, soit par écoute à l'oreille. Les résultats satisfaisants de ces expériences semblent indiquer que la radiotélégraphie diplex à pleine charge peut dès maintenant entrer dans la pratique.

Ce nouveau procédé permet, sans augmentation de dépense, de doubler l'intensité du trafic. Un poste transmetteur, équipé comme il a été dit, fera exactement le même service que deux stations distinctes de même puissance. En outre, les changements constants dans la longueur d'onde des émissions assurent d'une manière très efficace le secret de la correspondance.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur un comburimètre et un contrôleur pour le gaz, système Grebel-Velter.* Note de M. A. **Grebel**, présentée par M. G. Charpy.

Quand le gaz de ville servait surtout à l'éclairage par flamme auto-éclairante, on définissait la qualité du gaz par l'intensité lumineuse horizontale,

donnée par un certain bec annulaire à cheminée en verre, brûlant un nombre déterminé de litres à l'heure. Le « pouvoir éclairant » ainsi défini est une caractéristique extrinsèque du gaz qui dépend de l'appareil servant à la mesurer.

Pour le contrôle permanent de la fabrication et de l'émission dans les usines, on se servait surtout d'appareils, improprement appelés « photomètres à jet », et basés sur le principe approximatif suivant: si l'on brûle, sous pression constante en colonne d'eau, dans un bec-bougie, des gaz de compositions peu différentes, la hauteur des flammes varie généralement dans le même sens que le « pouvoir éclairant ».

Parmi les caractéristiques du gaz, la densité, qui est fonction de la teneur en hydrocarbures lourds, a une influence marquée sur la hauteur de la flamme. Aussi avait-on créé des densimètres industriels (Bunte par exemple).

L'éclairage par becs à incandescence et la cuisine au gaz s'étant beaucoup développés, on se préoccupa ensuite du pouvoir calorifique du gaz, qui est adopté maintenant comme critérium de la qualité utilitaire du gaz.

Dans ces derniers temps, les emplois du gaz aux chauffages domestiques et industriels ont pris une importance prédominante. Nous avons montré que, si l'on veut réaliser la combustion optima d'un combustible, il faut, avant tout, connaître la quantité de comburant nécessaire à sa combustion théorique complète, quantité que nous appelons « pouvoir comburivore ». Il nous suffira de rappeler, par exemple, que, pour utiliser au mieux les gaz industriels de gazogènes et de hauts fourneaux, la connaissance de cette caractéristique intrinsèque est bien plus importante que celle du pouvoir calorifique dont on n'est pas maître et qui ne peut renseigner sur le réglage à faire subir aux admissions d'air des brûleurs. Dans le cas particulier d'un gaz brûlé avec de l'air, ce « pouvoir comburivore » est le nombre de volumes d'air nécessaires à la combustion parfaite d'un volume de gaz; c'est un rapport, si l'on a soin de ramener ces volumes à la même température et à la même pression, déduction faite de la tension de la vapeur d'eau.

Notre « comburimètre », appareil permettant de mesurer le « pouvoir comburivore », comprend essentiellement : une chambre de combustion, où la flamme trouve un espace libre pour son entier développement, puis une chambre de contrôle, où les gaz brûlés, convenablement brassés, sont mis en présence d'un révélateur approprié. Les deux chambres forment les deux compartiments d'un petit four vertical surmonté d'une cheminée métallique entourée d'un manchon en verre et percée d'un trou qui permet de surveiller le révélateur. Le gaz, qui peut être mesuré dans un compteur,

arrive, sur le côté de l'appareil, par le robinet pointeau du brûleur annulaire, genre bunsen. L'air total, qui arrive au bas de l'appareil, peut être, soit insufflé et mesuré avec un compteur, soit aspiré par l'effet assez constant du tirage de la cheminée, à travers une soupape dont le degré d'ouverture est repéré, si l'on se contente de mesures relatives; cet air total se divise en air primaire, admis à l'injecteur du brûleur, et en air secondaire, admis à l'intérieur et à l'extérieur de la flamme annulaire.

M. H. Le Chatelier avait employé, comme témoin de la combustion parfaite, un dépôt de cuivre sur un corps réfractaire, léché par les gaz brûlés, et dont la coloration variait avec son état d'oxydation ou de réduction. Nous utilisons le ternissement d'un petit miroir, formé de plomb fondu, placé dans une coupelle absorbante, phénomène net et brutal facile à observer. La neutralité de la combustion correspond à la disparition complète des langues irisées et mobiles de litharge, qui se forment quand il y a excès d'air.

Si le comburimètre est le complément indispensable du calorimètre, il ne peut, pas plus que ce dernier, même sous la forme d'appareil enregistreur, servir à la vérification pratique continue de la nature du gaz fabriqué et émis. Les photomètres à jet ne correspondent plus aux besoins actuels.

Le gazier moderne doit se préoccuper de fournir du gaz :

1° De qualité assez constante pour ne pas troubler le fonctionnement :

a. Des brûleurs bunsen employés aux divers chauffages ou à l'éclairage et parmi lesquels certains sont réglés pour que la proportion d'air primaire suffise simplement à supprimer la luminosité, tandis que d'autres, plus sensibles au retour de flamme à l'injecteur, fonctionnent avec une quantité d'air primaire voisine du pouvoir comburivore;

b. Des quelques becs papillons qui subsistent encore;

2° Satisfaisant aux exigences du cahier des charges comme puissance calorifique.

Si l'on observe l'aspect de la flamme d'un bunsen dont la hauteur diminue avec l'accroissement de l'admission d'air primaire, on constate qu'une zone interne, d'abord éclairante et de grand volume, est entourée d'une zone bleue légèrement pourprée où s'achève la combustion du gaz à l'eau formé dans cette zone interne; quand on admet beaucoup d'air primaire, le cône intérieur, dont la couleur varie du bleu au vert, est de volume très réduit; lorsque la flamme devient oxydante, les perles collées sur la grille de la tête du brûleur, qui ont finalement remplacé le cône, virent du vert au violet.

Nous avons choisi, comme critérium de la qualité utilitaire du gaz, deux régimes stables de la flamme hétérogène du bunsen :

1° La flamme peu aérée comporte un grand cône intérieur, dont le sommet arrondi lumineux est débarrassé de toute protubérance moins éclairante ;

2° La flamme moyennement aérée comporte un cône intérieur bleu très net dont le sommet est légèrement arrondi.

On constate que les diminutions de hauteur de ces cônes avec l'appauvrissement du gaz sont amplifiées par rapport à celles du cône vert qui sert à mesurer la vitesse de propagation de flamme. L'évaluation de ces variations de hauteur, dont la correspondance avec les fluctuations des pouvoirs calorifique et comburivore s'établit pratiquement par des essais parallèles, est par suite beaucoup facilitée pour le personnel ouvrier.

Le contrôleur se compose essentiellement :

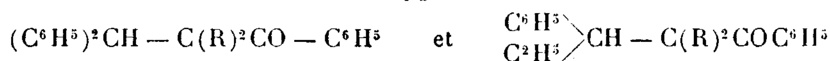
1° D'un régulateur de pression à balancier, très précis, muni d'un manomètre ;

2° De deux brûleurs avec cheminée en verre, réglés chacun au débit de 90 litres à l'heure environ, mais la flamme de l'un présentant le cône à sommet lumineux et celle de l'autre présentant le cône bleu. L'air total est appelé dans la gaine de chaque bunsen, à la fois par le jet de gaz à l'injecteur et par le tirage assez énergique. L'admission d'une partie de cet air total comme air primaire est commandée par la rotation d'une bague à trous triangulaires, dont les déplacements sont repérés par une aiguille. Un index annulaire, placé entre le verre et l'écran demi-circulaire, noirci, qui l'entoure, sert à viser les sommets des cônes internes de la flamme.

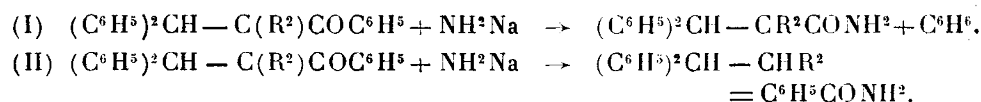
Basé, au fond, sur la détermination d'une caractéristique essentielle des gaz combustibles (la vitesse de propagation de flamme), ce petit instrument indique, une fois taré, quelles rectifications il faut apporter à la qualité du gaz pour satisfaire les consommateurs et se tenir dans les limites des cahiers des charges.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Étude de deux propiophénones αα. ββ-substituées et de leurs produits de dédoublement par l'amidure de sodium.* Note de M^me **Ramart** et de M. G. **Albesco**, présentée par M. A. Haller.

Le but de ce travail a été de préparer, d'après la méthode à l'amidure de sodium, des cétones substituées du type

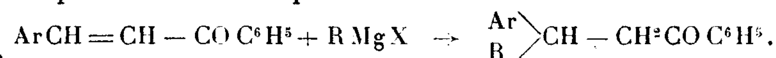


non encore connues, de les soumettre à l'action de ce même amidure, à l'effet de provoquer leur scission en appliquant la réaction imaginée par MM. A. Haller et Ed. Bauer. Rappelons que cette réaction peut s'effectuer de la façon suivante :



Si elle a lieu suivant le schéma (I), nous possédons ainsi une méthode générale de préparation des amides et des acides propioniques αα-dialcoylés et ββ-substitués dont jusqu'ici un seul terme était connu.

Nous avons effectué la synthèse de ces cétones en condensant les dérivés organo-magnésiens mixtes sur les benzylidène-acétophénones. Dans ces conditions, M. Kohler (¹), puis MM. Haller et Bauer (²), ont montré que la réaction se passait suivant l'équation



Nous avons ensuite alcoylé ces cétones au moyen de l'amidure de sodium. La première substitution se fait facilement; par contre, la deuxième est assez pénible.

Les cétones αα. ββ-substituées ont été ensuite soumises à l'action de l'amidure de sodium, et nous avons pu constater que la scission se fait dans les deux sens indiqués.

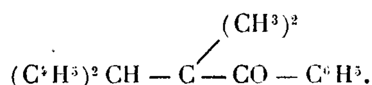
Nous nous bornerons ici à décrire la préparation et la coupure de la ββ-diphényl-αα-diméthylpropiophénone et de la β-phényl-αα.β-triéthylpropiophénone.

(¹) Kohler, *Am. Chem. Jour.*, t. 31, p. 642; t. 33, p. 21, 35, 153, 314.

(²) Haller et Bauer, *Comptes rendus*, t. 142, 1906, p. 971.

Préparation et coupure de la ββ-diphényl-αα-diméthylpropiophénone. — Nous avons méthylé la ββ-diphénylpropiophénone au moyen de l'amidure de sodium et de l'iodure de méthyle au sein du benzène. Nous avons obtenu tout d'abord la ββ-diphényl-α-méthylpropiophénone fondant à 103° (n. c.) et identique au produit obtenu par M. Kohler[1] en faisant agir le bromure de phénylmagnésium sur le benzalpropiophénone.

Nous avons méthylé de nouveau cette cétone et nous avons isolé un produit cristallisant en beaux prismes incolores de P. F. 90° et auquel l'analyse assigne la formule



$$(C^6H^5)^2CH - C(CH^3)^2 - CO - C^6H^5.$$

Action de l'amidure de sodium sur ce composé. — La coupure s'est faite au sein du xylène suivant la méthode indiquée par MM. Haller et Bauer. Nous avons isolé les composés suivants :

1° De l'isopropyldiphénylméthane $(C^6H^5)^2CH.CH(CH^3)^2$, liquide incolore, bouillant à 145° sous 13mm; ce carbure n'est pas signalé dans la littérature;

2° De la benzamide et de l'acide benzoïque fondant respectivement à 128° et 121°;

3° De l'acide ββ-diphényl-αα-diméthylpropionique, prismes incolores fondant à 134° [2];

4° De l'αα-diméthyl-ββ-diphénylpropionamide (P. F. 122°);

5° Du tétraphényléthane dont nous ne nous expliquons pas la formation.

Préparation et coupure de la β-phényl-αα.β-triéthylpropiophénone. — Nous avons éthylé la β-phényl-β-éthylpropiophénone au moyen de l'amidure de sodium et du bromure d'éthyle au sein du benzène. La β-phényl-α.β-diéthylpropiophénone cristallise en fines aiguilles fondant à 68°. Nous avons préparé la même cétone en condensant la benzalbutyrophénone $C^6H^5CH = C(C^2H^5) - CO - C^6H^5$ avec le bromure d'éthylmagnésium. Les deux produits sont identiques.

Cette cétone, éthylée de nouveau dans les mêmes conditions, donne un produit huileux bouillant à 180° sous 10mm, auquel l'analyse assigne la formule de la β-phényl-αα.β-triéthylpropiophénone. Cependant, comme nous n'avons pas réussi à purifier cette cétone par cristallisation et que la distillation fractionnée ne nous a pas permis de la séparer entièrement de son homologue inférieur, nous faisons quelques réserves sur sa pureté.

Action de l'amidure sur ce composé. — Après avoir traité par un excès d'amidure de sodium au sein du xylène la β-phényl-αα.β-triéthylpropiophénone, nous avons pu isoler les composés suivants :

---

(1) *Loc. cit.*

(2) Cet acide a déjà été préparé par un autre procédé, par M. Nef, qui indique le même P. F. 134° (Nef, *Ann. Chem. Jour.*, t. **33**, p. 89).

1° Du 3-phényl-4-éthylhexane $\frac{C^2H^5}{C^6H^5}$>CH — CH(C^2H^5)^2 bouillant à 205° sous 740^{mm}, inconnu jusqu'à ce jour;

2° De l'acide benzoïque fondant à 121°;

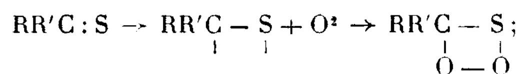
3° De l'acide β-phényl-αα.β-triéthylpropionique fondant à 82°, après cristallisation dans un mélange éther-éther de pétrole. Cet acide est également nouveau.

En résumé, nous voyons que l'amidure de sodium provoque une scission des cétones décrites suivant les schémas I et II, et cela en proportions sensiblement égales.

L'un de nous continue ce travail sur toute une série de propiophénones-αα.ββ-substituées. Le Mémoire sera publié prochainement dans un autre recueil.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'auto-oxydation des composés sulfurés organiques.* Note de M. **Marcel Delépine**, présentée par M. A. Haller.

Il y a une dizaine d'années, j'ai découvert qu'un nombre assez considérable de composés organiques sulfurés possédaient la singulière propriété de s'oxyder spontanément à l'air, à la température ordinaire, avec production de fumées et de lumière visible dans l'obscurité (¹). Ces combinaisons ont toutes du soufre doublement lié S:C: ou S:P:; on peut aussi admettre que le soufre et l'élément voisin y possèdent des valences libres, ce qui leur permet de s'adjoindre de l'oxygène pour former une sorte d'ozonide contenant du soufre :



cet ozonide se détruirait ensuite en RR'CO et SO, ce dernier s'oxydant à son tour (²).

Cette auto-oxydation s'exerce dans des conditions fort singulières, à propos desquelles j'avais commencé à cette époque (³) de nombreuses expériences, dont quelques-unes n'ont été achevées que récemment. Je vais les résumer très brièvement.

(¹) M. Delépine, *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 876, 1607; t. 153, 1911, p. 279; t. 154, 1912, p. 1171.

(²) M. Delépine, *Bull. Sc. Pharmacolog.*, t. 17, 1910, p. 501.

(³) M. Delépine, *Résumé des Travaux du Congrès de l'Association française pour l'Avancement des Sciences* (Dijon), 1911, p. 63.

L'auto-oxydation, quoique spontanée, présente ce caractère étrange de n'intéresser qu'une très faible quantité de vapeur sulfurée; elle s'arrête aussitôt, sans que, certainement, aucun équilibre réversible puisse être invoqué. Toutefois M. Billeter et ses élèves [1] ont montré que la présence des alcalis fixes pour les éthers sulfocarbamiques et celle de l'ammoniaque pour la plupart des autres corps sulfurés [types $SC(OR)(OR')$, $SC(OR)^2$, $S:CCl(OCH^3)$, $S:CCl^2$] permettent de pousser l'oxydation à son terme, sans que, d'ailleurs, on puisse permuter avec succès ces agents basiques et tirer de ces expériences une explication plausible du phénomène de limitation à l'air seul, phénomène qu'on peut confirmer par une multitude d'expériences.

Un mélange d'air et de vapeur qui a lui et fumé, devenu transparent, luit et fume de nouveau, si on le déverse dans l'air ou si l'on y insuffle de l'air frais, etc. Si l'on répand des vapeurs dans de grands vases (3^l à 10^l), on peut récolter des quantités appréciables d'acide sulfurique (avec de l'acide sulfureux) et constater que la dose formée ne correspond qu'à une faible quantité de matière oxydée; celle-ci augmente à peine si l'on augmente beaucoup la quantité de corps sulfuré, malgré que l'oxygène de l'air soit toujours en grand excès. L'absorption d'oxygène n'est que de quelques millièmes du volume de l'air. Une expérience qui montre bien cette petitesse de l'oxydation consiste à mettre 1^{mg} de $CS(OCH^3)(SCH^3)$ dans un 1^l d'air en vase clos; l'ouverture du flacon après quelques jours donne encore un nuage.

La pression d'oxygène nécessaire à l'oxyluminescence est très faible dans la plupart des cas : 5^{mm} pour $CSCl^2$, $CH^3CS.OCH^3$, 7^{mm} pour $CS(OCH^3)(SCH^3)$, 25^{mm} pour $(CH^3)^2N.CSOCH^3$, etc. Il ne semble pas que la vapeur d'eau soit nécessaire ou, plus exactement, il suffirait de l'humidité de l'air enfermé dans les petites ampoules qui ont servi aux expériences ($0^{cm^3},5$ d'air, soit $0^{mg},005$ de vapeur d'eau au plus), car lorsqu'on rompt une ampoule de $CS(OCH^3)(SCH^3)$ ou $CS(OCH^3)N(CH^3)^2$ dans un volume d'air de $1^l,5$ desséché par l'anhydride phosphorique, l'illumination se produit.

Si l'on détend de l'air ayant servi à autoxyder des composés tels que $CSCl^2$, $CSCl(OCH^3)$, $CS(OCH^3)(SCH^3)$, $SPCl(OCH^3)^2$, $SP(OCH^3)^3$, CH^3CSOCH^3, en ajustant un ballon vide à un ballon dans lequel a eu lieu l'auto-oxydation, on constate une nouvelle lueur dans le ballon où l'air se rend; cet air, détendu à son tour dans un troisième ballon, l'illumine encore. Par contre, dans le cas de $CS(OCH^3)N(CH^3)^2$, c'est dans le ballon d'où l'air sort que la lueur prend naissance. De l'air frais, en rentrant dans ces ballons à air plus ou moins raréfié, produit généralement de nouvelles lueurs en pénétrant jusqu'à la pression atmosphérique.

Toutes ces expériences sont concordantes pour démontrer qu'il n'y a qu'une très petite quantité de vapeur organique oxydée chaque fois. Cette petite quantité peut

(1) O. Billeter, *Ber. d. d. chem. Gesellsch.*, t. 43, 1910, p. 1853. — O. Billeter et B. Wavre, *Helvetica chim. Acta*, t. 1, 1918, p. 167.

encore être diminuée ou même réduite à néant. Diverses substances, dont l'éther ordinaire, l'aldéhyde, l'essence de térébenthine, l'éther de pétrole, l'acétone, la pyridine, le sulfure de carbone, le gaz sulfureux, l'acide sulfhydrique, empêchent les fumées et la luminescence, à des doses d'ailleurs fort inégales; quelques milligrammes d'éther ou d'aldéhyde au litre suffisent pour jouer ce rôle d'antioxygène (le chlorosulfure de carbone fait exception, il peut même faire exploser un mélange de sa vapeur avec l'éther, dans des conditions déterminées). L'auto-oxydation n'est que suspendue; l'ammoniaque la fait reprendre aussitôt. Toutefois avec beaucoup d'éther, on peut empêcher l'ammoniaque d'agir, en mettant ainsi en conflit deux actions contraires qui se contrebalancent. D'autres substances, alcools, phénol, créosote, etc., sont sans effet.

Fait curieux et inattendu, l'acide acétique, l'acide formique, l'acide propionique, l'acide butyrique, l'acide valérianique favorisent la plupart de ces auto-oxydations; introduits même à doses très minimes dans un flacon dont les fumées se sont déposées, ils provoquent l'apparition d'un nouveau nuage fort opaque.

Des tubes contenant de l'air ou de l'oxygène avec un excès de corps sulfuré, scellés en 1911-1912 et ouverts récemment, n'ont pas donné d'absorption sensible et contenaient encore presque tout leur oxygène (sauf dans le cas de $CSCl^2$ avec O pur). Ces faits établissent la permanence de l'arrêt de l'auto-oxydation.

Il y a tout lieu d'attribuer la cause de cet arrêt à la substance sulfurée elle-même; elle serait son propre antioxygène, ce mot étant entendu dans le sens que MM. Moureu et Dufraisse lui attribuent, mais ce pouvoir s'exercerait seulement à partir d'une certaine limite de concentration de la vapeur, au-dessous de laquelle l'auto-oxydation serait possible et spontanée; au-dessus de cette limite, certainement inférieure à la tension de vapeur saturante, l'auto-oxydation s'arrêterait indéfiniment; des dilutions ultérieures, au contraire, la feraient reprendre comme le montrent nombre d'expériences relatées plus haut. *A priori*, il n'y a rien qui s'oppose à ce que la vapeur organique sulfurée joue le rôle de l'éther ou de l'aldéhyde. Certaines substances, comme l'acide acétique, changeraient cette limite.

D'autres considérations de l'aspect de ces auto-oxydations permettent, en outre, de penser qu'elles ont lieu par explosion de mélanges de vapeurs et d'air dont la caractéristique est la pauvreté extrême en corps combustible, explosion n'ayant lieu qu'entre certaines limites de composition, comme pour les mélanges gazeux ordinaires. Il y aurait là un rapprochement avec la phosphorescence du phosphore qui, dans certains cas, donne des luminescences rythmées (¹), mais il y a aussi bien des différences sur lesquelles je ne puis insister ici et qui font de l'auto-oxydation des composés organiques sulfurés un type bien spécial.

(¹) M. Centnerszwer, *Z. f. physik. Chem.*, t. 26, 1898, p. 27. — W.-P. Jorissen, *Rec. Tr. chim. Pays-Bas*, t. 39, 1920, p. 715; t. 40, 1921, p. 539.

PSYCHO-PHYSIOLOGIE. — *Loi de la vitesse d'établissement des processus chromatiques fondamentaux en fonction de l'intensité de l'excitation lumineuse.* Note de M. **Henri Piéron**, présentée par M. Henneguy.

Lorsqu'on étudie la période d'établissement d'une sensation provoquée par une excitation lumineuse monochromatique, il est difficile de dissocier l'accroissement progressif de luminosité de l'accroissement de la couleur; mais il se trouve qu'un phénomène, aujourd'hui classique, réalise une dissociation de la clarté et du chroma, et cela en lumière blanche, celui des couleurs subjectives de Fechner-Benham.

J'ai pu montrer que ces colorations des anneaux gris continus, engendrés, dans la rotation de disques à secteurs blancs et noirs, par des fragments d'anneaux noirs disposés sur le secteur blanc, étaient dues au déclenchement par l'excitation lumineuse (que représente le passage du secteur clair) des processus chromatiques fondamentaux évoluant avec des constantes de temps propres, différentes les unes des autres. Et j'ai formulé ainsi la loi du déséquilibre chromatique initial, qui est la base du phénomène.

« Sous l'influence d'une excitation lumineuse de la rétine par un rayonnement complexe à résultante incolore, il se produit au début un déséquilibre chromatique, avec prédominance successive de nuances allant du rouge au bleu dans l'ordre des couleurs spectrales, par suite d'une inégale vitesse d'établissement, jusqu'à l'atteinte du stade hypermaximal, transitoire, des processus chromatiques fondamentaux déclenchés » ([1]).

C'est successivement, en effet, que chacun des processus passe par cette phase hypermaximale qui est de règle dans l'établissement d'une sensation rétinienne (Broca et Sulzer) avant le régime stable, et les couleurs subjectives de Fecher-Benham sont engendrées par la succession des phases hypermaximales, avec intervention du phénomène de la prépondérance de la diffusion chromatique que j'ai mis également en évidence.

L'augmentation d'intensité lumineuse accélère le processus de l'excitation dans toutes ses phases; il raccourcit la latence liminaire, il accélère à la fois l'établissement et l'évanouissement.

J'ai déjà précisé les lois qui relient la latence de la sensation à l'intensité excitatrice, résultant de l'intervention de trois processus indépendants ([2]).

([1]) *C. R. Soc. de Biologie*, t. **86**, 1922, p. 922.

([2]) Cf. *Année Psychologique*, t. **22**, 1922, p. 58.

Pour l'établissement de la sensation et pour la persistance, diverses expressions, d'allure voisine, ont été proposées. J'ai recherché comment se composait la durée de la période d'établissement de la sensation chromatique jusqu'à la phase hypermaximale par le procédé indirect du retard spécifique des diverses couleurs subjectives de Fecher-Benham, en modifiant les vitesses de rotation du disque, grâce à un appareil que j'ai fait construire et qui m'a donné toute satisfaction, et en déterminant, d'après ces vitesses, les constantes de temps de chaque couleur pour un éclairement donné, puis pour des éclairements plus ou moins intenses, obtenus par éloignement ou rapprochement de la même source lumineuse.

Comme l'augmentation d'intensité accélère les processus, les couleurs pour les différents anneaux de Benham sont respectivement modifiées comme si, à éclairement constant, on avait ralenti la vitesse de rotation; il faut donc accélérer celle-ci pour rétablir les couleurs initiales modifiées par l'approche de la source. Les modifications des constantes de temps des différentes couleurs se montrent sensiblement identiques.

En appelant 1 l'intensité la plus faible employée pour chaque couleur et en faisant égal à 100 le temps d'établissement hypermaximal correspondant (indiqué en millièmes de secondes), voici les résultats obtenus pour les diverses intensités I, avec trois couleurs :

I.	Vert.	Jaune.	Rouge.
1	49,7 = 100	40 = 100	23,6 = 100
2,27	40 = 80,5	30,8 = 77	»
7	»	»	15,25 = 66
9,1	28,5 = 57,3	22 = 55	»
36,4	20,25 = 41	»	»

J'ai comparé à ces chiffres observés (t_1) ceux que pouvait donner l'interpolation par le calcul au moyen de deux types de formules, celui de type logarithmique, et celui correspondant à la loi de Charpentier pour la durée d'établissement de la sensation lumineuse, d'après laquelle celle-ci est fonction inverse de la racine quatrième de l'intensité excitatrice (t_2 et t_3) :

I.	t_1.	$t_2 = \frac{106}{\log(I \times 10)}$.	Écarts.	$t_3 = \frac{100}{\sqrt[4]{I}}$.	Écarts.
1,0	100,0	106,0	+6,0	100,0	0
2,27	78,7	78,5	−0,2	81,4	+2,7
7,0	66,0	57,4	−8,6	61,5	−4,5
9,1	56,2	54,0	−2,2	57,5	+1,3
36,4	41,0	41,3	+0,3	40,7	−0,3
		Écart moyen °/₀ : 5,0		Écart moyen °/₀ : 2,5	

La loi de Charpentier s'applique à nos résultats de façon très satisfaisante, davantage même qu'à ses propres résultats sur l'établissement de la sensation lumineuse, comme elle vaut encore pour les résultats plus anciens d'Exner. Dans les trois cas, la formule de type logarithmique s'écarte davantage des données empiriques.

Voici, en effet, ce que donne la comparaison des deux types de formule pour ces résultats (t_1 représente les temps observés; t_2 et t_3, respectivement, les temps calculés d'après la formule logarithmique et celle de Charpentier), en adoptant pour ceux d'Exner la moyenne de ses deux séries de chiffres :

A. — *Résultats de Charpentier.*

I.	t_1.	t_2.	t_3.
1,00......	62	62,0	62,0
6,25......	42	34,0	39,2
25,00......	23	25,0	27,7
100,00......	17	20,6	19,6
225,00......	12	18,5	16,0
Écarts moyens °/₀.		12,0	9,0

B. — *Résultats d'Exner.*

I.	t_1.	t_2.	t_3.
1........	27,18	27,18	27,18
2........	23,18	20,75	22,90
4........	18,72	16,90	19,22
8........	13,48	14,28	16,15
Écarts moyens °/₀.		6,1	4,1

Ainsi la vitesse du processus d'établissement (réciproque de la durée), aussi bien pour la sensation lumineuse d'après les méthodes de comparaison photométrique directe, que pour les processus fondamentaux des sensations chromatiques d'après la détermination du temps des couleurs subjectives de Fechner-Benham, paraît donc bien proportionnelle à la racine quatrième de l'intensité d'excitation. Si l'on écrit $V = \frac{1}{t}$, on a $V = A.I^{0,25}$.

Or des expériences poursuivies dans des conditions techniques suffisamment précises sur la persistance apparente des impressions rétiniennes, m'ont donné des résultats pour lesquels, en ce qui concerne l'excitation des cônes, c'est cette même loi qui se montre valable ([1]).

Je puis donc conclure que la loi $V = A.I^{0,25}$ s'applique à la vitesse du processus psycho-physiologique déclenché par l'excitation lumineuse — du moins pour une catégorie d'éléments récepteurs, les cônes — aux deux versants de l'établissement et de l'évanouissement, les augmentations d'intensité accélérant dans la même proportion les phases initiale et terminale.

([1]) La loi logarithmique de Ferry-Porter n'est pas satisfaisante quand on l'applique aux résultats mêmes des deux auteurs qui ont proposé ce type de loi et à ceux des auteurs qui, comme Allen, ont déclaré la confirmer.

BIOLOGIE. — *L'activation du spermatozoïde dans les fécondations hétérogènes.* Note [1] de M. **Alphonse Labbé**, présentée par M. Henneguy.

Dans deux Notes antérieures [2], nous avons déterminé quelques points importants dans le conditionnement des fécondations hétérogènes. Nous avons observé que l'activation de l'œuf pouvait résulter du contact ou de la pénétration du spermatozoïde étranger, et que la pénétration était en rapport avec une alcalinité optima de l'eau de mer.

Mais si l'activation de l'œuf par le spermatozoïde étranger peut rentrer dans le cadre de la parthénogenèse expérimentale, nous n'avons, en revanche, aucune idée des facteurs propres à l'amphimixie, à la copulation des noyaux ♂ et ♀, qui, seule, pourrait fournir des hybrides entre les espèces en expérience. Dans tous les cas où cette copulation a été observée, les chromosomes paternels sont plus ou moins rapidement éliminés, et le produit possède exclusivement les caractères maternels.

Il faudrait donc trouver les agents capables d'activer le spermatozoïde étranger dans les fécondations hétérogènes, activation qui n'est pas parallèle de l'activation de l'œuf.

Dans mes expériences antérieures, le spermatozoïde étranger, après avoir pénétré, se gonfle un peu, mais ne détermine pas d'aster, et son développement s'arrête. Il s'agit de déterminer le conditionnement physico-chimique qui lui permettrait de continuer son évolution jusqu'au stade de pronucleus normal.

D'après ce que nous connaissons des phases cellulaires dans la fécondation normale, le gonflement de la tête et l'irradiation doivent être sous la dépendance d'une augmentation de la perméabilité, permettant une absorption d'eau, et peut-être de sels. Les alcalis augmentent bien la perméabilité pour les ions $\overline{OH}$, mais nous avons vu que leur action, quoique utile, n'est pas suffisante. On pourrait essayer le calcium; ce que je n'ai pas fait, pensant, avec Delage, que la question doit être plus physique que chimique. Dans la tête du spermatozoïde, il existe évidemment une certaine pression osmotique interne, et, d'autre part, une pression externe jointe à

---

(1) Séance du 8 mai 1922.

(2) Alphonse Labbé, *Sur des fécondations hétérogènes* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 942); *Le rôle de l'alcalinité de l'eau de mer dans les fécondations hétérogènes* (*Ibid.*, t. 174, 1922, p. 1199).

la tension superficielle : de ces deux forces antagonistes, la première, accrue par les alcalis, domine au début; puis, il se fait un équilibre, d'où l'arrêt du développement. Il s'agit donc de produire à nouveau un déséquilibre, en augmentant la pression osmotique interne.

Le moyen le plus simple m'a paru de faire agir une solution hypertonique.

Utilisant les œufs du Polychète *Halosydna gelatinosa* et du sperme d'Astérie, je traite d'abord ces œufs par la solution de NaOH à $1^{cm^3},5$ de la solution décinormale pour 100^{cm^3} d'eau de mer. Ce traitement, qui constitue le *premier temps* de l'expérience, est poursuivi jusqu'à l'émission du deuxième globule polaire. A ce moment, je porte les œufs dans une solution hypertonique de NaCl (2^g pour 100^{cm^3} d'eau de mer), ce qui constitue le *deuxième temps*. Trois heures après, je reporte les œufs ainsi traités dans l'eau de mer normale.

J'ai pu constater que mon hypothèse se vérifiait : dans les œufs où le spermatozoïde d'Astérie avait pénétré, le pronucleus ♂ était presque aussi volumineux et plus net que le pronucleus ♀; à son contact s'était irradié un aster. Il y avait en outre dans le cytoplasme un à trois autres petits asters accessoires, ce qui n'a rien d'étonnant, le procédé étant le même que celui dont se sont servis Norman, Morgan et autres pour provoquer dans des œufs vierges des astrosphères artificielles.

Les mauvaises conditions climatériques du mois d'avril, au Croisic, et le peu de temps dont je pouvais disposer ne m'ont pas permis de pousser plus loin ces expériences. Elles doivent être à nouveau vérifiées, et je ne puis ni généraliser, ni discuter leur conditionnement. Il est, d'ailleurs, vraisemblable que les procédés dont je me suis servi pourront être modifiés.

Néanmoins, un résultat reste acquis : l'évolution du pronucleus ♂ et la formation de l'irradiation dans les fécondations hétérogènes, même entre animaux d'espèces très éloignées, peuvent s'effectuer par un traitement en deux temps : traitement alcalin par une solution de NaOH; traitement par une solution hypertonique de NaCl, puis report dans l'eau de mer normale.

On remarquera que Loeb a employé avec succès cette méthode pour obtenir la parthénogenèse expérimentale chez le *Strongylocentrotus*. Il est curieux de constater que l'activation du spermatozoïde, dans l'œuf activé par lui, puisse réussir par le même procédé qui pourrait activer l'œuf. Peut-être la superposition de ce traitement parthénogénitique et de la fécondation diminue-t-elle la vitalité des produits. Il est certain que l'opération doit agir sur l'œuf activé autant que sur le spermatozoïde étranger, ce que prouve, du reste, l'apparition d'asters accessoires.

Néanmoins, il n'est pas illogique de poursuivre le développement de cette méthode, et d'essayer de maintenir une chromatine paternelle active dans les cellules du produit, ce qui amènerait chez celui-ci la manifestation des caractères paternels. C'est ce qu'il sera intéressant de chercher, sans

préjuger en rien de cette question théorique, que la chromatine soit, ou non, porteur des caractères héréditaires.

Chacune des espèces en présence dans une fécondation hétérogène possède son rythme particulier de mitose, et l'une ou l'autre sont en retard pour faire coïncider leurs phases mitotiques dans une mitose commune. C'est ce que suppose Herlant [1]. Mais il est possible d'accélérer la retardataire. On peut toujours agir sur la perméabilité, la tension superficielle et les échanges, qui restent les facteurs les plus importants des cycles cellulaires.

ZOOLOGIE. — *Sur la formation de fuseaux myolytiques et sur leur phagocytose dans le cœlome de* Lipobranchus intermedius *de Saint-Joseph.* Note de M. **Armand Dehorne**, présentée par M. Mesnil.

On se procure le *Lipobranchus intermedius* en conservant dans un cristallisoir rempli d'eau de mer des vieilles écailles d'huîtres gisant sur les fonds marins et ramenées par la drague. Il habite en effet entre les lames feuilletées des écailles. Dès que l'eau du cristallisoir commence à s'altérer, il abandonne sa retraite profonde, et on peut le recueillir facilement, soit pendant qu'il nage, soit sur les bords du récipient. En général, les individus ainsi récoltés n'ont pas le temps de pâtir. Pourtant, un exemplaire de ce Polychète, fixé vivant, avec toutes les apparences de l'état normal, a révélé à l'analyse microscopique des phénomènes marqués d'histolyse.

Le tissu musculaire est le plus frappé; les fibres longitudinales et les fibres obliques, surtout ces dernières, ont le plus souffert. Elles se sont rompues en de nombreux tronçons, sans qu'on puisse trouver les preuves morphologiques d'une action cellulaire, telle que l'intervention des leucocytes. Le processus de rupture n'a d'ailleurs pu être suivi d'une façon satisfaisante, et d'autres recherches seront faites sur un matériel nouveau pour établir si le tronçonnement a lieu brusquement ou d'une manière progressive. Toutefois, nous avons relevé dans nos coupes plusieurs indices de la transformation préalable des fibres musculaires en une succession de parties dilatées et de parties contractées, de ventres et de nœuds. Ces phénomènes se produisent dès le début de l'altération de la substance des myofibrilles et ne seraient provoqués que par cette dernière.

---

(1) M. Herlant, *Sur quelques acquisitions nouvelles dans l'étude de la fécondation* (*Rev. Univ.*, Bruxelles, 1912, p. 567-773).

Les tronçons musculaires sont de toutes tailles, beaucoup cependant ne dépassent pas 15 ou 20 microns. Fait intéressant, sur lequel nous attirons l'attention, un grand nombre d'entre eux présentent une forme en fuseau caractéristique. On a des fuseaux très larges, trapus et ovoïdes, dans lesquels les fibrilles contractées offrent une sorte de striation transverse grossière et imparfaite, semblable à celle qu'on a décrite pour les fibres musculaires dorso-ventrales des Trématodes et que nous avons rencontrée aussi chez la Planaire blanche. En vérité, les fibrilles ainsi rayées n'ont nullement la structure striée; mais leur substance, au cours de l'ultime contraction, s'est concentrée selon des raies transversales, régulièrement disposées tout le long de la fibre. D'autres fuseaux sont élancés avec les extrémités très pointues; d'autres enfin ont une forme intermédiaire en navette.

Ces débris sont en suspension dans la cœlome immense, dépourvu de dissépiments, et se trouvent ainsi mélangés à quelques ovocytes et aux abondants leucocytes cœlomiques. Or ces derniers jouent un rôle phagocytaire actif qui s'exerce précisément sur les tronçons musculaires précédemment décrits; la plupart des leucocytes renferment en effet des inclusions musculaires à tous les degrés de digestion. Beaucoup de corps en fuseau s'y retrouvent; les uns, ayant gonflé, laissent voir leurs fibres constituantes plus ou moins dissociées, tandis que les autres ont conservé leur forme nette et presque cristalline. Enfin, des fragments de fibres plus longs se présentent à l'intérieur des leucocytes comme des mèches de cheveux enroulées en spirale.

L'état pathologique de cet exemplaire, provoqué par la toxicité du milieu, le manque de nourriture et un commencement d'asphyxie, était déjà prononcé. Cependant nous avons rencontré d'assez nombreuses mitoses dans l'épithélium digestif et dans les massifs ovogoniaux, preuve que l'animal était encore bien vivant lors de sa fixation. D'autre part, outre cette poussée caryocinétique réactionnelle, l'activité phagocytaire des leucocytes parle encore dans le même sens; il est vrai que l'autonomie physiologique relative de ces derniers explique suffisamment qu'ils aient conservé leur vitalité, alors qu'une partie de la musculature a subi ce délabrement.

Il ressort de tout ceci que les muscles présentent une sensibilité toute particulière aux facteurs de dégénérescence; et il est curieux qu'ils soient, parmi les organes les plus différenciés, ceux qui sont le moins résistants; il serait intéressant d'en connaître la raison chimique. Il nous semble, en outre, que la crise traversée par notre *Lipobranchus*, au moment où il a été

tué, rappelle, dans un certain sens, les métamorphoses à phénomènes myolytiques considérables, du type de celles des Endoptérygotes. Peut-être les mitoses de l'épithélium intestinal sont-elles l'équivalent d'une manifestation histogénétique de larve ou de nymphe d'insecte.

Conclusions. — 1° Les fibres musculaires lisses en s'altérant se fragmentent, et leurs fragments se présentent presque tous sous la forme de corps en fuseaux, réguliers, striés dans le sens de la longueur. La forme fuselée est tout à fait caractéristique des sarcolytes de ces fibres lisses.

2° Les sarcolytes fuselés de *Lipobranchus* rappellent de près les corps en fuseaux rencontrés dans le cœlome des Néréides à maturité sexuelle [1]. Ils offrent en particulier une étroite ressemblance avec ceux qu'on trouve chez *Eunereis longissima*, espèce chez laquelle les fuseaux sont aussi de plus grande taille que chez les autres Néréides.

BACTÉRIOLOGIE. — *Variétés de bacilles pyocyanoïdes.* Note de M. C. Gessard, présentée par M. E. Roux.

J'ai appelé [2] *pyocyanoïdes* des bacilles pyocyaniques dégénérés. Ils ont gardé la plupart de leurs propriétés originaires; mais il leur manque, pour être identifiés avec les bacilles pyocyaniques proprement dits, la propriété essentielle, qui est de faire de la pyocyanine. Ce pigment spécifique n'apparaît dans aucun des milieux où se cultivent les bacilles pyocyanoïdes. Ceux-ci sont pourtant dérivés, par dégradation progressive [3], de germes de la variété pyocyanogène Pe, laquelle fait au contraire de la pyocyanine dans tous les milieux de culture. Dans les milieux à base de peptone il s'y mêle une petite quantité d'un autre pigment, le pigment jaune verdâtre, rouge par vieillissement. Ce rouge a disparu en même temps que le bleu, et les cultures peptonées des bacilles pyocyanoïdes connus jusqu'à présent sont tout à fait incolores.

J'ai étudié au même point de vue la variété érythrogène E. Avec cette variété, à l'inverse de la précédente, c'est le pigment rouge qui prédomine, dans l'eau peptonée par exemple où se caractérisent nos variétés pyocyaniques. La pyocyanine ne s'y trouve qu'en faible quantité, décelable seule-

(1) A. Dehorne, *Histolyse et phagocytose musculaires dans le cœlome des Néréides à maturité sexuelle* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1043).

(2) *Sur les bacilles pyocyanoïdes* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 298).

(3) *Sur une culture pyocyanique* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 323).

ment à l'extraction par le chloroforme. La fonction pyocyanogène, à tel point réduite, paraissait d'autant plus facile à supprimer. On pouvait se demander en revanche ce qu'il adviendrait, au cours de cet essai, de la fonction érythrogène et de son pigment. Le germe qui a servi à mes expériences, désormais seul représentant de la variété dans nos collections, a perdu de longue date le pouvoir de faire de la pyocyanine dans le bouillon simple, où se distinguent nos races pyocyaniques. Il n'y donne que de la fluorescence verte, s'avérant ainsi de race F : germe EF de ma nomenclature ([1]). J'ai trouvé dans une de ses cultures, un peu ancienne, un produit de dégradation encore plus avancée et propre à servir d'amorce à une transformation plus profonde.

C'est un germe qui ne sécrète plus de pyocyanine même dans l'eau peptonée, non plus que dans le produit de la solidification de celle-ci par la gélose, la gélose-peptone. Ces deux milieux ne montrent que du rouge, sans trace du bleu qui y était primitivement associé. Toutefois la pyocyanine reparaît dans le dernier milieu, si l'on y ajoute 5 gouttes de glycérine par 5^{cm^3}. C'est aussi bien l'action favorisante de la glycérine, anciennement connue, et le milieu gélose-peptone glycérinée, effectivement réalisé par l'addition susdite, lui doit de rétablir couramment, comme dans le cas présent, la fonction pyocyanogène déchue par ailleurs.

J'ai dès lors approfondi l'action de la glycérine. Je l'ai expérimentée dans l'eau peptonée; j'ai usé de doses variées. J'ai reconnu ainsi qu'une quantité assez forte était compatible avec la vie du microbe. Seulement, à partir de 10 gouttes, d'une pipette qui débite 23 gouttes au gramme, dans 5^{cm^3} d'eau peptonée, le germe ne donnait plus son pigment rouge. Il était d'autre part, comme j'ai dit, originairement incapable de produire du bleu dans l'eau peptonée. Il en résultait une culture incolore.

Elle s'est perpétuée telle dans une série à proportions croissantes de glycérine, jusqu'à concurrence de 26 gouttes de celle-ci, où le développement même du bacille a pris fin. Or un germe, prélevé dans la culture la plus glycérinée, immédiatement antérieure à ce terme, n'a plus jamais donné de pyocyanine, ni perceptible à la vue, ni décelable par le chloroforme, dans les milieux les plus favorables, même glycérinés aux taux qui favorisent le plus la sécrétion de ce pigment, comme gélose-peptone, pomme de terre, blanc d'œuf coagulé. Cependant le microbe y recouvrait

([1]) *Technique d'identification des germes pyocyaniques* (*Ann. Inst. Pasteur*, t. 34, 1920, p. 88).

le pouvoir de sécréter du pigment rouge, et sa fonction érythrogène s'est ainsi maintenue sans mélange après un grand nombre de passages alternatifs dans ces divers milieux.

En résumé, et pour nous restreindre aux milieux de culture les plus habituels, à ceux dont les réactions colorées servent à classer les germes pyocyaniques, ni le bouillon, ni l'eau peptonée, ni la gélose-peptone glycérinée, ensemencés avec le germe transformé, n'offrent plus trace de la fonction pyocyanogène, cependant que subsistent les autres propriétés du bacille pyocyanique, telles que forme, pouvoir liquéfiant de la gélatine, production de la fluorescence verte en bouillon. Ce sont là proprement les caractères que nous avons reconnus aux bacilles pyocyanoïdes. Mais d'un autre côté, en milieux peptonés, le même germe continue de produire le pigment rouge qui caractérise la variété érythrogène du bacille pyocyanique. A l'exemple de celui-ci, le nouveau bacille pyocyanoïde, en tout comparable, doit être dit de variété érythrogène, resté d'autre part de race F à faire toujours de la fluorescence verte dans le bouillon. En regard, les bacilles pyocyanoïdes antérieurement décrits, dépourvus de tout pigment dans les milieux peptonés, représentent la variété achromogène, superposable aussi, par l'ensemble des caractères communs, à la variété pyocyanique de même nom.

Variations des germes pouvant aller jusqu'à la perte du caractère spécifique à l'égard de tous les milieux de laboratoire, même les plus propres à manifester ce caractère : telle est la notion qui se dégage des résultats énoncés ci-dessus; notion qui s'illustre ici du jeu des colorations changeantes, mais dont l'intérêt dépasse, semble-t-il, l'espèce chromogène où elle est fondée. Elle implique en tout cas, pour cette dernière, que sa variété mélanogène aussi pourrait être dépossédée de la fonction pyocyanogène, d'où ressortirait l'existence, pour chacune des variétés pyocyaniques, d'une variété correspondante en pyocyanoïde.

MICROBIOLOGIE. — *Sur la présence de microbes acétonogènes dans la flore intestinale des diabétiques.* Note de M. **Albert Berthelot** et de Mme **St. Danysz-Michel**, présentée par M. E. Roux.

L'un de nous a montré récemment, en collaboration avec Mlle E. Ossart, que les microbes aérobies et anaérobies facultatifs producteurs d'acétone

sont très répandus dans la nature (¹). Il a insisté également sur l'intérêt qu'il y aurait à les rechercher dans le contenu intestinal des individus sains ou malades et à préciser quelle action peuvent avoir ceux qui parviennent à se maintenir dans le tube digestif. C'est ce que nous avons entrepris depuis 1919 en employant la méthode de sélection biochimique des germes de la flore intestinale, maintes fois appliquée par l'un de nous (²).

Nous comptions poursuivre encore longtemps nos recherches avant d'en rapporter les premiers résultats, mais la publication toute récente d'un intéressant travail de A. Renshaw et de Th. Fairbrother (³), nous oblige à exposer dès maintenant les faits que nous avons déjà observés.

En nous servant de bouillie de pommes de terre et de milieux acétonés, nous avons étudié les matières fécales de 32 sujets bien portants ou atteints d'affections chroniques, mais non diabétiques. Jusqu'ici nous n'avons trouvé dans les flores intestinales de cette origine aucune espèce produisant de l'acétone aux dépens de l'amidon.

D'autre part, nous avons examiné avec les mêmes milieux le contenu intestinal de 22 diabétiques présentant une glycosurie allant de $4^{g},75$ à 318^{g} en 24 heures; quelques-uns de ces malades étaient nettement acétonuriques. Avec de telles matières, à l'aide des mêmes milieux, nous avons pu dans 17 cas isoler des microbes acétonogènes.

Nous n'avons pas encore étudié à fond la morphologie et les propriétés biochimiques de ces germes, mais cependant nous avons déjà établi qu'ils appartiennent à de multiples espèces (gros bacilles, diplocoques, coccobacilles, etc.). La plupart donnent des spores et leur pouvoir acétonogène est très variable. Ils possèdent le caractère commun de résister à une très forte proportion d'acétone dans les milieux de culture. De plus, pour une même flore, nous avons souvent trouvé plusieurs microbes capables de produire de l'acétone aux dépens soit de l'amidon, soit des sucres.

On trouve donc, très fréquemment et en abondance, des microbes acétonogènes dans les matières fécales de diabétiques, alors que ces mêmes germes paraissent se maintenir bien rarement dans l'intestin de personnes non glycosuriques. Il y a là une particularité intéressante, mais rien ne nous permet, pas plus qu'à MM. Renshaw et Fairbrother, d'affirmer

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 792.
(²) A. Berthelot, *Comptes rendus* et *Annales de l'Institut Pasteur*, 1911 à 1918.
(³) *British Medical Journal*, 28 avril 1922, p. 674.

qu'elle ne résulte pas simplement de la présence constante de glucose dans le contenu des dernières portions du tube digestif des diabétiques, portions où l'on ne décèle presque jamais de sucre chez les sujets normaux (1).

Les deux auteurs anglais ne semblent pas avoir songé à cette interprétation. Nous pensons qu'ils auraient eu intérêt, comme nous allons le montrer, à multiplier leurs isolements et à ne pas fonder leurs conclusions uniquement sur des faits et des considérations d'ordre chimique.

En effet, dès que nous avons été convaincus de la présence des germes acétonogènes chez les diabétiques, nous avons essayé l'action de quelques-uns de ces microbes sur le lapin, nourri de son et surtout de pommes de terre crues et cuites. Malgré cette alimentation hydrocarbonée, un lapin témoin, gardé en expérience trois mois et demi, n'a présenté qu'à six reprises des traces de glucose dans l'urine. Au contraire, un animal recevant *chaque jour* une forte dose (une boîte de Roux) d'un acétonogène, isolé sur un oignon, a présenté de la glycosurie (2) au bout de vingt jours; celle-ci a persisté jusqu'à l'interruption de l'expérience (cinq mois et demi) et a été accompagnée très fréquemment de diacéturie. Un seul jour, il y a eu de l'acétonurie.

Un autre lapin a été infecté pendant le même temps avec un microbe acétonogène très actif et très amylolytique isolé sur des pommes de terre gâtées; pas un seul jour les urines n'ont contenu de glucose ou d'acide diacétique. Deux autres animaux ont ingéré un bacille acétonogène isolé des matières d'un diabétique. Un de ces lapins a présenté de la glycosurie au bout de onze jours; un peu plus tard des hématuries, sans doute oxaluriques, sont apparues et l'animal a succombé au bout d'un mois; l'autre animal a éliminé du sucre dès le sixième jour, il a été gardé deux mois et demi avec glycosurie presque constante et diacéturie fréquente.

Il y a donc des microbes acétonogènes qui peuvent, chez le lapin, alimenté surtout d'hydrocarbonés, déterminer par *ingestions répétées* une glycosurie persistante accompagnée fréquemment d'un certain degré d'acidose. Parmi les nombreux acétonogènes que nous avons isolés il s'en trouve qui ne peuvent rendre le lapin diabétique bien qu'ils soient très amylolytiques. Nous ne savons pas encore si beaucoup d'espèces sont capables de

---

(1) Au sujet de l'élimination intestinale du glucose chez les diabétiques, voir notamment les travaux de Heller, Rossler et surtout de Rénon, Charles Richet fils et Grigaut (12e Congrès de Médecine, Lyon, 1911).

(2) Maximum dosé : $7^g,4$ de glucose par litre.

déterminer de la glycosurie et de l'acidose dans les conditions de nos expériences, mais aucun des deux germes qui nous ont donné un résultat positif ne semble être le *B. amyloclasticus*. Tous deux étaient nettement aérobies, donnaient un voile abondant sur les milieux liquides sucrés et produisaient des spores.

Les quelques faits ci-dessus relatés, de même que les constatations de Renshaw et Fairbrother, montrent l'intérêt que présente l'étude des microbes acétonogènes du contenu intestinal des diabétiques, mais il faudra encore de nombreuses expériences avant que de pouvoir se prononcer sur leur rôle dans l'étiologie de certains diabètes ou de certaines acidoses. L'état actuel de nos connaissances sur la pathogénie et le traitement du diabète s'accorde mal avec l'idée d'une origine microbienne, mais nous ne pouvons oublier que celle-ci a été admise par certains auteurs, notamment par M. Teissier (¹). M. Bréaudat y a fait allusion dans son intéressant Mémoire sur un microbe producteur d'acétone (²); Toepfer et Freund, Hammerschlag et Kaufmann (³) ont même réalisé des glycosuries expérimentales avec des fèces de diabétiques. Enfin Metchnikoff était convaincu que certains diabètes sont causés, directement ou indirectement, par des microbes de l'intestin; dans les dernières années de sa vie il avait entrepris de le prouver et avait maintes fois engagé l'un de nous à étudier cet important sujet. C'est en nous inspirant de ses conseils que nous avons abordé l'examen de la flore intestinale des diabétiques et que nous continuons nos recherches.

MICROBIOLOGIE. — *Réactions de défense et d'immunité provoquées par injection intradermique de microbes vivants ou tués par la chaleur.* Note de MM. M. **Breton** et V. **Grysez**, présentée par M. Roux.

Une récente Note de MM. Lumière et Chevrotier a attiré l'attention des biologistes et des cliniciens sur la possibilité d'utiliser les vaccins microbiens par voie intradermique et par la méthode des scarifications cutanées.

Cette Note nous détermine à rapporter le résultat d'expériences de même ordre, que nous avons entreprises depuis plus de six mois.

Une première série de 12 lapins est inoculée dans le derme avec les microbes

(¹) Teissier, *Congrès de Médecine de Lyon*, 1894.
(²) Bréaudat, *Annales de l'Institut Pasteur*, t. 20, 1906, p. 874.
(³) Cités par Roger, *Digestion et nutrition*, p. 283.

vivants ci-après : *Staphylocoque*, *Bacillus coli*, *Bacillus proteus* et *Streptocoque*.

On injecte $0^{cm^3},5$ d'une émulsion d'une culture sur gélose dans 10^{cm^3} d'eau physiologique. Dès le lendemain, une rougeur locale apparaît. Le second jour l'induration est nette, il se produit ensuite une escharre ou un petit abcès. Le pus de cet abcès est presque constamment amicrobien ; largement ensemencé sur gélose, au cours de nos expériences, il est toujours resté stérile quand il s'agissait d'injections faites avec le staphylocoque, le streptocoque ou le proteus ; en ce qui concerne le coli il n'a donné que de rares colonies deux fois sur cinq expériences.

A ces réactions locales se borne l'effet des injections microbiennes virulentes et uniques dans le derme du lapin ; jamais nous n'avons observé de septicémie ni de réactions générales.

Nous avons recherché dans le sérum de nos animaux la présence d'anticorps (précipitines, agglutinines et sensibilisatrices).

Parfois dès le quatrième jour, toujours dès le septième, on met en évidence des précipitines qui persistent jusqu'au vingtième jour au moins.

Les agglutinines apparaissent plus tardivement mais sont plus durables ; généralement le neuvième jour nous avons une agglutination positive au $\frac{1}{100}$ dont le taux croît ensuite et atteint le $\frac{1}{200}$ le dix-septième jour, le $\frac{1}{400}$ le quarantième jour.

Enfin la recherche des anticorps, pratiquée suivant la méthode Calmette-Massol, montre que, le neuvième jour, dans trois essais, $0^{cm^3},5$ de sérum dévie au moins trois doses minima d'alexine, dans trois autres essais deux doses, et dans un seul cas une dose unique. Cette présence d'anticorps est encore décelée quarante jours après l'inoculation. Nous avons un animal qui, après plus de cinq mois, contient encore des anticorps dans son sérum.

Cette première série d'expériences montre donc la possibilité de provoquer des réactions humorales et de les rendre persistantes par le seul fait d'inoculer *dans le derme* $0^{cm^3},5$ d'une émulsion d'une culture dans 10^{cm^3} d'eau salée.

Elle prouve aussi l'action de résistance élective du tissu dermique qui, dans presque toutes nos expériences, a limité le foyer d'infection et l'a combattu en provoquant la formation d'un pus stérile et en empêchant la septicémie.

Ces réactions, tant locales qu'humorales, accompagnent ou traduisent un état d'immunité ; une de nos expériences le prouve.

En utilisant un *proteus* recueilli dans notre laboratoire et particulièrement virulent pour le lapin puisqu'il tue l'animal à la dose de $\frac{1}{5}$ de culture sur gélose par inoculation sous-cutanée, de $\frac{1}{20}$ lorsqu'il est injecté dans le péritoine, de $\frac{1}{50}$ par voie intra-veineuse, nous avons réalisé une intradermo-réaction vaccinante. Neuf jours après, l'animal reçoit sous la peau une dose

trois fois mortelle, en même temps qu'un témoin. Ce dernier succombe après deux jours; l'animal vacciné résiste.

Enfin, une seconde série d'animaux est inoculée avec une émulsion de chacune de nos cultures microbiennes de même richesse que celles précédemment employées, mais tuées par la chaleur. Les réactions locales consistent en rougeur et œdème; jamais on n'observe ni purulence ni escharre.

Neuf jours plus tard apparaissent successivement les précipitines, les agglutinines et les anticorps.

Des expériences en cours nous renseigneront sur leur état d'immunité.

En résumé, nous avons constaté l'exceptionnelle propriété de défense que présente chez le lapin le derme vis-à-vis des microbes qui y sont inoculés et nous avons pu provoquer les réactions humorales qui accompagnent l'immunité, *par injection unique*, *dans le derme*, de divers microbes vivants ou tués par la chaleur.

La séance est levée à 16 heures et quart.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 10 avril 1922.)

Note de M. *Maurice Janet*, Sur les formes canoniques invariantes des sytèmes algébriques et différentiels :

Page 992, avant-dernière ligne, *ajouter* C.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 MAI 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ALBIN HALLER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **Dodwell**, de l'Observatoire d'Adélaïde; **Baldwyn**, de l'Observatoire de Melbourne; **Saint-John**, de l'Observatoire du Mount Wilson, qui assistent à la séance.

M. le **Président** prononce les paroles suivantes :

L'Académie vient à nouveau d'être frappée par la perte d'un de ses membres titulaires qui lui faisait le plus d'honneur. M. **Laveran** s'est éteint en son domicile, à Paris, jeudi dernier, 18 mai, à l'âge de 77 ans.

Notre confrère appartenait à une des dernières promotions de l'École de santé militaire de Strasbourg, et fut pendant longtemps professeur au Val-de-Grâce. Son œuvre est très étendue et très variée. Elle comporte des observations professionnelles consignées dans des ouvrages comme son Traité des maladies des armées, un Traité de pathologie interne (en collaboration avec le professeur Teissier, de Lyon), un Traité des fièvres palustres, un autre d'hygiène militaire, ainsi que de nombreux Mémoires d'un grand intérêt sur des questions de clinique médicale, d'hygiène, d'anatomie pathologique et de parasitologie.

C'est en qualité de médecin militaire de l'hôpital de Bône qu'il entreprit, en 1878, ses recherches originales sur le paludisme, recherches qui devaient lui assurer une place de premier rang en parasitologie. Il les poursuivit à Constantine où il constata, dans le sang des palustres, l'hématozoaire spécifique de la maladie. Définitivement caractérisé, il fallait chercher l'origine du parasite. Le Dr Laveran soupçonna sa présence dans le mous-

tique. Ardemment combattue, son hypothèse fut confirmée par plusieurs savants, en premier lieu par Ronald Ross, par Patrick Manson, etc. Il n'existe actuellement plus aucun doute sur la cause et le mode de transmission de la malaria. M. Laveran a réuni en un Volume devenu classique et intitulé *Traité du paludisme* l'ensemble de ses travaux sur cette affection endémique.

Ces recherches, qui lui valurent le prix Bréant de l'Académie des Sciences, ne sont pas les seules auxquelles notre confrère attacha son nom.

Poursuivant ses investigations sur les hématozoaires et les sporozoaires, il en a décrit de nouvelles espèces, notamment des hématozoaires endoglobulaires des oiseaux et de la fièvre du Texas. En collaboration avec M. Mesnil, il a en outre signalé des détails nouveaux sur la structure des sarcosporidées et en a retiré la sarcocystine, première toxine extraite des sporozoaires.

Une autre série de recherches non moins digne d'attention est celle qu'il a consacrée aux trypanosomes du rat, du Nagana ou maladie de la mouche Tsetsé et de la maladie du Sommeil. Les résultats en furent consignés dans un beau Volume qui porte pour titre *Trypanosomes et trypanosomiases*, et ne le cèdent en rien, comme importance, à ceux déjà publiés par l'auteur.

Ce travail achevé, notre savant confrère aborda l'étude des maladies provoquées par des protozoaires du genre *Leishmania*, chez l'homme et les animaux, car à aucun moment de sa laborieuse carrière, son activité ne s'est ralentie. Les observations recueillies furent l'objet de la publication en pleine guerre (1917) d'un nouveau Volume intitulé *Les leishmanioses*.

Telle est, en raccourci, l'œuvre originale et féconde de notre regretté confrère. Elle lui a valu, à juste titre, en 1907, le prix Nobel pour la Médecine, mais les bienfaits que l'humanité a retirés de cette œuvre vaudront à son auteur, désormais illustre, une récompense plus élevée et plus précieuse, celle de la reconnaissance publique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Extraction et purification du scandium de la thorveitite de Madagascar.* Note de MM. **Pierre Urbain** et **G. Urbain**.

La thorveitite de Madagascar a été décrite par M. Lacroix et analysée par MM. G. Urbain et Ch. Boulanger.

Ce minéral renferme 42 pour 100 de scandine. Il se laisse attaquer aisément par la soude fondue ; ce qui, lors de la reprise par l'eau, élimine la

silice dans les liqueurs. Le résidu insoluble est lui-même traité par l'acide sulfurique, et la solution des sulfates, aussi peu acide que possible, est additionnée d'un excès d'acide fluorhydrique qui précipite, sous forme gélatineuse, le scandium et les Terres Rares, à l'état de fluorures. Le lavage des fluorures est long et difficile. Il n'est pas complètement efficace, dès qu'on opère sur des quantités notables. Les fluorures sont ensuite décomposés par l'acide sulfurique en excès, de telle sorte que, lors de la reprise par l'eau, on obtient dans des liqueurs concentrées et très acides un abondant précipité cristallin de sulfate acide de scandium.

Si les manipulations en quantités notables de liqueurs très acides ne présentaient des inconvénients difficilement surmontables, il y aurait là le principe d'une bonne purification.

On sait depuis les recherches de Nilson [1] que le scandium donne avec le sulfate de potassium un sel double très peu soluble dans une solution saturée de ce réactif. Parmi les Terres Rares il n'y a que les premiers termes de la série qui donnent des précipités semblables, et l'on sait depuis les travaux de Marignac que les sulfates des derniers termes de la série sont moins solubles encore que leurs sulfates doubles potassiques. Or d'après les observations spectrographiques de M. de Gramont, les seules Terres Rares observables dans la Thorveitite de Madagascar sont le scandium, le néoytterbium et l'yttrium. Nos propres observations portant sur des produits concentrés n'ont ajouté à cette liste que le lutécium. Les diverses recherches entreprises dans notre laboratoire ont prouvé que, dans ce minéral, le rapport de ces terres yttriques à la scandine est inférieur à $\frac{1}{100}$.

Ces diverses circonstances font du sulfate de potassium un réactif commode et peu coûteux pour la purification du scandium de la thorveitite.

Le scandium précipité par ce réactif est d'une remarquable pureté, mais la précipitation n'est pas complète. La quantité de scandium qui reste dans les eaux mères est d'ailleurs faible, et comme elle est proportionnelle au volume des liqueurs, on a avantage à opérer avec des liqueurs concentrées. Il y a intérêt d'autre part à utiliser des liqueurs aussi peu acides que possible.

Pour obtenir ce double résultat, les sulfates primitifs ont été transformés en nitrates en passant par l'intermédiaire des hydroxydes que donne l'ammoniaque. La solution des nitrates est évaporée et maintenue longtemps au bain-marie pour éliminer l'excès d'acide libre. Des solutions relativement

---

(1) Nilson, *Sv. V. A. F.*, 1880, n° 6.

concentrées de ces nitrates sont additionnées d'un excès de sulfate potassique pulvérisé, de telle sorte que le précipité baigne dans une solution saturée de ce réactif.

Ces liqueurs ont une tendance marquée à la sursaturation. Il convient de laisser durant deux ou trois jours le précipité au contact des liqueurs pour que la précipitation soit aussi complète que possible. Après filtration, les lavages doivent être effectués rapidement avec des solutions saturées de sulfate potassique. Les terres qui restent dans les eaux mères et les eaux de lavage sont précipitées par l'ammoniaque; les hydroxydes transformés en nitrates. On recommence la précipitation par le sulfate potassique en restreignant considérablement le volume des liqueurs. De la sorte on récupère la presque totalité du scandium alors que les Terres yttriques se concentrent dans les dernières eaux mères.

Il y a lieu de signaler que l'ammoniaque ne précipite jamais d'une liqueur scandifère la totalité du scandium. Des liqueurs filtrées, on peut toujours précipiter le scandium resté en solution en ajoutant du phosphate d'ammonium; la précipitation du phosphate de scandium étant quantitative en milieu ammoniacal, en l'absence de carbonate d'ammonium.

D'autre part, la facilité avec laquelle le scandium forme des scandocarbonates d'ammonium solubles est précieuse. Le carbonate d'ammonium paraît dissoudre tous les précipités que forme le scandium, y compris le phosphate, ce qui dans un grand nombre de cas est avantageux. En particulier nous avons utilisé cette propriété pour transformer les sulfates doubles potassiques de scandium en hydroxycarbonates, insolubles, denses et en conséquence faciles à laver.

Les dissolutions des composés de scandium dans des solutions de carbonate ammoniaque sont décomposées par la chaleur qui détermine dans la majorité des cas la précipitation des hydroxycarbonates. Il faut d'ailleurs éviter une ébullition trop prolongée de ces solutions, car l'hydroxyde de scandium risquerait de décomposer les sels ammoniacaux concentrés dans les liqueurs mères et de provoquer, de la sorte, soit la redissolution d'une partie du scandium déjà précipité, soit son retour aux précipités primitifs.

Les Terres yttriques scandifères qui se concentrent dans les eaux mères des précipités des sulfates doubles potassiques sont transformées par l'ammoniaque en hydroxydes. Ceux-ci sont finalement traités par un léger excès d'acétylacétone. Une trace seulement de scandium se retrouve dans les liqueurs mères, le reste des Terres se présente sous forme d'acétylacétonates cristallins. Le traitement de ces sels par le chloroforme permet la

dissolution de la totalité de l'acétylacétonate de scandium (¹) et laisse un léger résidu d'acétylacétonates yttriques. Enfin, de ces divers acétylacétonates, celui de scandium étant seul volatil, la séparation est achevée par une sublimation dans le vide vers 200°. Nous avons trouvé ainsi que le rapport des Terres Rares au scandium était, dans la thorveitite de Madagascar, inférieur à $\frac{1}{100}$.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur les croix de Malte présentées par les bois soumis à des traumatismes.* Note de M. **J. Costantin.**

Dans un Ouvrage en cours de publication, M. Faideau et moi [2] avons fait reproduire des photographies de tiges qui présentent sur leur section une croix de Malte d'un brun noirâtre, simulacre étrange se retrouvant dans toutes les coupes de la partie ligneuse. La superstition pourrait songer à exploiter ce phénomène et donner à ces bouts de bois un caractère de fétiche. Il paraît donc utile de donner une explication de ces formations singulières et des conditions dans lesquelles on les produit à coup sûr expérimentalement.

C'est avec les bois de Châtaigniers que la croix de Malte apparaît le plus nettement. On va voir qu'avec d'autres essences comme Sycomore (*Acer Pseudo-Platanus*), Érable plane (*Acer platanoides*), Bourdaine, Cornouiller, Staphylier ou Faux-Pistachier (*Staphylea pinnata*), Chêne, Frêne, Sorbier le même phénomène est seulement ébauché. C'est en vue d'obtenir des cannes, des manches de parapluies ou d'ombrelles, des manches de porte-plume (avec les fines tiges de Cornouiller) que les tiges de ces végétaux sont soumises à un traitement agricole et industriel dont le déterminisme expérimental est rigoureusement précisé. Grace à un outillage mécanique très ingénieux, on arrive à produire, avec une grande promptitude et une parfaite régularité, sur les branches d'arbres recépés un très grand nombre de cicatrices superficielles de l'écorce.

Ces plantes présentent donc des plaies semblables à des intervalles rigoureusement égaux (par exemple 5^{mm}) le long de quatre génératrices. L'ensemble des cicatrices constitue sur la tige, après décortication, une ornementation offrant un intérêt au point de vue de la vente. A chaque

(¹) R.-J. Meyer et H. Winter, *Z. für anorg. Chem.*, t. 67, p. 415.
(²) *Hist. nat. illustrée*, I, p. 23.

outil, correspond un résultat artistique distinct et les modèles ainsi obtenus portent commercialement des noms différents.

Le traitement mécanique des tiges à l'aide de ces instruments est fait par les ouvriers habiles qui s'en servent avec une très grande promptitude; avec quelque pratique du métier, le praticien arrive à traiter, en très peu de temps, un nombre considérable de plantes, de sorte que le nombre des cannes préparées dans une exploitation peut s'élever à des centaines de mille. Le perfectionnement de l'outillage est d'autant plus nécessaire que la période pendant laquelle s'effectue le traitement est de très courte durée. C'est avant le départ de la sève qu'il doit avoir lieu [en général de la deuxième quinzaine de mars à la deuxième quinzaine d'avril (1)]. Après cette courte période, si l'on veut faire subir aux plantes le même traitement, la sève s'épanche dans les plaies, les tiges s'étiolent et se dessèchent sur place (2).

Si l'on suit les effets des traumatismes pendant la fin de l'année où l'opération a été effectuée (c'est en général quand les pousses ont 3 et 4 ans qu'elles sont traitées), on voit les plaies s'accuser sur l'écorce. Étudie-t-on une ligne de cicatrices, on remarque que l'assise génératrice libéroligneuse est lésée suivant un arc plus ou moins étendu, en face chaque blessure, d'après la nature de l'outil et d'après la souplesse plus ou moins grande de l'ouvrier.

On constate aisément, en examinant la surface des cannes, que les actions ont été plus ou moins intenses, les cicatrices plus ou moins étendues en longueur et en profondeur. Si la pression a été assez forte, il en résulte un décollement de l'assise génératrice de l'anneau ligneux sous-jacent suivant un arc correspondant. Il en découle cette conséquence que le bois de l'année précédente se trouve séparé du bois nouveau qui, malgré sa séparation, va continuer à se produire en dehors de la fente. Cette séparation entraîne pour les parties profondes une altération des membranes lignifiées, elles brunissent et ce changement de couleur (3) s'étend, en section trans-

(1) Il y a des variantes, suivant l'état de la végétation. En particulier, le tatouage des tiges a été terminé, en 1921, le 20 avril; en 1922, le travail a continué jusqu'au 5 mai.

(2) La description de la technique a d'ailleurs déjà été donnée dans le *Larousse mensuel*, II, p. 547 (1911-1913) : FAIDEAU, *Sylviculture pour cannes et manches d'ombrelles.*

(3) Parfois aussi, les cellules ligneuses sont remplies d'une substance jaune brunâtre, comme la gomme dans les blessures des plantes.

versale, dans tout le secteur limité extérieurement par l'arc de décollement; le brunissement gagnant jusqu'au centre de la tige, il en résulte qu'on voit apparaître, en coupe, quatre secteurs bruns superposés aux quatre génératrices de blessures et c'est ainsi que se trouvent constituées les croix de Malte mentionnées plus haut.

Il peut arriver que les blessures soient inégalement profondes, alors, au lieu d'une croix à quatre branches, on pourra voir apparaître une figure à une, deux, trois branches; et l'on se rendra compte, par l'examen de la fente de décollement, que l'action suivant les secteurs non colorés a été très faible, quelquefois nulle. Si le nombre des blessures a été multiplié le long de huit génératrices au lieu de quatre, par des instruments différents, plus compliqués, on pourra avoir une croix à huit branches au lieu de quatre.

On remarque parfois, même avec le Châtaignier qui donne d'ordinaire et régulièrement les croix les plus nettes, que le phénomène ne se produit pas ou du moins reste à l'état d'ébauche. Il y a bien eu quatre arcs de décollement, mais le brunissement ne s'est pas étendu en profondeur, il est resté superficiel. Cela peut dépendre des conditions climatériques de l'année. Ainsi la sécheresse excessive de 1921 a nui à la formation des croix de Malte qui ont été avortées.

C'est d'ailleurs à ce dernier stade que s'arrête normalement l'évolution du phénomène dans le *Staphylea*, la Bourdaine, l'Érable plane, l'Érable Sycomore, le Cornouiller. Une particularité mérite d'être signalée dans la Bourdaine, l'ébranlement du système ligneux qui a amené le décollement de la dernière assise génératrice se transmet au bois profond qui a une tendance à se fendre circulairement un peu irrégulièrement, quand on le coupe, suivant les lignes de séparation des couches annuelles (ce sera par exemple, l'assise limitant le bois de première année qui se décollera de la suivante, les autres de deuxième et troisième années restant adhérentes).

Le bois nouvellement formé par l'assise génératrice, après qu'elle a été blessée, a des caractères très particuliers. D'abord sur la face interne, à l'endroit décollé, il brunit d'une façon intense comme dans les tissus cicatriciels et ce changement de teinte s'étend plus ou moins loin vers l'extérieur et tangentiellement. Après le tissu brun, on voit apparaître un tissu irrégulier, qui n'est plus disposé en files radiales. Les cellules sont plus grandes que celles qui se produisent normalement sur les arcs non blessés; mais ce qui distingue surtout la partie extérieure à l'arc de décollement, c'est qu'on n'y observe pas de vaisseaux. Il y a des variantes suivant les espèces, mais la disparition des vaisseaux est constante, surtout au milieu de l'arc et

suivant le rayon qui correspond à ce point, c'est-à-dire là où la pression a été la plus forte. A partir de cette ligne médiane, on peut voir, à droite et à gauche, les vaisseaux reparaître progressivement, mais parfois ils manquent complètement dans tout le secteur externe.

Dans le *Staphylea*, l'épaisseur de la couche ligneuse de nouvelle formation est beaucoup plus grande suivant les quatre arcs blessés que suivant les quatre autres intacts. Dans le système extraligneux, les paquets fibreux sont plus épais, plus gros qu'ailleurs (dans les régions non blessées).

Dans la Bourdaine, la blessure est si profonde que le bois nouveau ne se reforme pas au milieu des arcs décollés, il y a alors deux bourrelets latéraux de système ligneux irrégulier à la partie interne, rayonnant d'abord obliquement avec des rayons qui se redressent, peu à peu, vers les bords de la fente pour reprendre la direction normale (1).

Dans le cas du Sycomore, les files de cellules de parenchyme ligneux d'abord irrégulières, puis en série arquées, à la fin de la saison, reprennent la croissance rayonnante normale et les vaisseaux à large calibre peuvent reparaître. L'action du traumatisme ne se fait plus sentir alors dans les parties périphériques.

Dans les manipulations variées auxquelles la canne est soumise, redressement pour la rendre rectiligne, recourbement du sommet pour faire la crosse, etc., il peut arriver que le cylindre constitué par le bois de dernière année se décolle du bois sous-jacent (ce phénomène se conçoit aisément par tout ce qui précède). Dans ce cas, on voit très bien, par exemple dans un Érable, des boutonnières obliques très brunes à la surface du cylindre formé par le bois antépénultième, entourées d'une ellipse brun clair à des distances de 1^{cm} sur une génératrice, alternant d'ailleurs d'une génératrice à l'autre (2).

(1) Parfois, dans d'autres espèces, la boutonnière de décollement, étendue tangentiellement, s'augmente d'une amorce de fente radiale vers l'extérieur, dans la zone de plus forte pression.

(2) J'adresse, en terminant, tous mes remercîments à M. Camus, sylviculteur, pour tous les documents et renseignements qu'il a bien voulu me fournir, concernant la curieuse industrie dont il est le créateur.

MÉCANIQUE. — *Sur trois classes de mouvements vibratoires non entretenus.* Note (¹) de M. **Jules Andrade.**

I. Un problème chronométrique exposé dans une précédente Note de Chronométrie (²) nous a conduit au mouvement vibratoire à deux frottements, défini par l'équation suivante :

$$(1)\quad \frac{1}{\omega^2}\frac{d^2u}{dt^2} = -u - \eta\varepsilon\lambda u - \varepsilon\mu \qquad \left(\eta = \operatorname{sgn} u,\ \varepsilon = \operatorname{sgn}\frac{du}{dt};\ \lambda = \frac{1}{2800},\ \mu = \frac{1}{900}\right).$$

II. Dans chacun des cas particuliers extrêmes où l'une des quantités λ ou μ s'annule il y a, jusqu'à extinction complète du mouvement, isochronisme absolu à partir de l'amplitude de départ; dans le cas de $\lambda = 0$ les amplitudes décroissent en progression arithmétique; dans le cas de $\mu = 0$, elles décroissent en progression géométrique.

III. Lorsque aucun des coefficients λ et μ ne s'annule, le mouvement, beaucoup plus complexe, perd toutes ces propriétés remarquables.

Posons

$$(2)\quad \Delta_1 = \frac{\mu}{1-\lambda},\qquad \Delta_2 = \frac{\mu}{1+\lambda}\qquad \left(\xi = \Delta_1 + \Delta_2 \equiv \frac{2\mu}{1-\lambda^2},\ \eta = \Delta_1 - \Delta_2 \equiv \frac{2\lambda\mu}{1-\lambda^2}\right),$$

nous obtenons pour la loi de réduction des demi-amplitudes $u_0, u_1, \ldots, u_n$ successives la formule

$$(3)\quad \frac{u_1^2 + u_1\xi - u_1\eta}{u_0^2 - u_0\xi - u_0\eta} = \frac{1-\lambda}{1+\lambda}.$$

Si l'on veut observer n oscillations successives $n \leqq 30^\circ$, en partant, par exemple, d'une semi-amplitude initiale $u_0 = \pi$, on pourra, à une approximation relative de l'ordre de $\frac{\lambda\mu^2}{u_n^2}$, c'est-à-dire de l'ordre de $\frac{1}{6,3}10^{-5}$, adopter la formule plus simple

$$(4)\quad \frac{u_1^2 + u_1\xi}{u_0^2 - u_0\xi} = \frac{1-\lambda}{1+\lambda},$$

mais celle-ci est encore d'un emploi difficile et la méthode ne convient pas aux mesures de précision élevée portant sur λ et μ à la fois.

IV. En revanche, parmi les vibrations à deux résistances passives, j'étu-

---

(¹) Séance du 15 mai 1922.

(²) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1144.

dierai prochainement les vibrations

$$(5) \qquad \frac{1}{\omega^2}\frac{d^2 u}{dt^2} = -u - \eta\varepsilon\lambda u - q\frac{du}{dt}$$

(q coefficient positif, η et ε gardant leurs significations), les moyens de les réaliser, et leurs conséquences pour la métrologie des résistances passives, des fins roulements et des viscosités.

M. A. DE GRAMONT présente en hommage à l'Académie un Mémoire dont il est l'auteur, en collaboration avec M. G.-A. HEMSALECH, et intitulé : *Observations and experiments on the occurrence of spark lines (enhanced lines) in the arc*. Part II : *Magnesium, zinc and cadmium*, paru dans le *Philosophical Magazine*, vol. 43, May 1922.

Ce Mémoire est le développement, avec cinq planches de spectres et de nombreux Tableaux, de deux Notes des mêmes auteurs parues dans les *Comptes rendus* du 26 septembre 1921 et du 6 février 1922.

M. D'OCAGNE fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *Vue d'ensemble sur les machines à calculer*, extraite du *Bulletin des Sciences mathématiques* (mars 1922). C'est un résumé de ce qu'on pourrait appeler l' « anatomie comparée » des machines à calculer. Ce genre d'étude, inauguré par l'auteur dans ses conférences de 1893 au Conservatoire des Arts et Métiers, l'a amené à considérer comme organes essentiels des *machines arithmétiques :* le *chiffreur* qui fait apparaître, dans les lucarnes où s'inscrivent données et résultats, les chiffres voulus; l'*actionneur* qui permet d'imprimer au chiffreur la rotation qu'exige l'opération effectuée; le *reporteur* qui, lorsque, sur un chiffreur, l'intervalle de 9 à 0 franchit la lucarne, détermine une avancée d'une unité pour le chiffreur suivant; l'*effaceur* qui permet la remise à zéro en bloc de tous les chiffreurs; enfin, dans certaines machines seulement, l'*entraîneur* permettant la commande simultanée de tous les actionneurs, chacun pour le mouvement limité qu'il doit accomplir.

Les machines arithmétiques peuvent se diviser en deux grandes familles suivant qu'elles n'ont pas d'entraîneur ou qu'elles en ont un, et, dans chacune de ces familles, on peut les répartir en genres d'après la nature de leur actionneur, chacun de ces genres comportant lui-même de multiples variétés.

On peut remarquer que, dans cette brochure (p. 45), se trouve déjà signalée la machine de M. A. Seguin qui vient d'être récemment décrite par son inventeur dans une Note insérée aux *Comptes rendus* (t. 174, 1922, p. 1154). Cette machine est fondée sur une idée nouvelle, celle d'effectuer mécaniquement la multiplication par le procédé de Fourier, qui revient à appliquer la règle de la multiplication des polynomes lorsque les chiffres d'un nombre sont regardés comme les coefficients d'un polynome ordonné suivant les puissances de 10.

Une des principales curiosités du sujet, au point de vue scientifique, est constituée par *l'arithmomètre électromécanique* de Torres Quevedo, capable d'effectuer automatiquement une opération arithmétique *quelconque* sur la seule commande d'une machine à écrire ordinaire, au moyen de laquelle on inscrit, en se servant des signes ordinaires de l'algèbre, l'opération à effectuer.

C'est encore à cet illustre Correspondant de l'Académie que l'on doit les *machines algébriques* dans lesquelles les nombres ne s'inscrivent plus sur des compteurs mais correspondent aux points de certaines échelles graduées (affectant, en général, la forme de ce que M. Torres a appelé un *arithmophore logarithmique*), reliées mécaniquement au moyen d'organes nouveaux, également imaginés par M. Torres, sous le nom de *fusées sans fin*. De telles machines permettent d'obtenir non seulement les racines réelles d'équations algébriques de degré quelconque, mais encore leurs racines imaginaires (par leurs modules et leurs arguments). Elles jouent, dans l'ordre du calcul mécanique, le même rôle que les nomogrammes dans celui du calcul graphique.

CORRESPONDANCE.

M. Élie Cartan prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Géométrie, par le décès de M. *Camille Jordan*.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Camille Flammarion : *La mort et son mystère*. Tome I : *Avant la mort;* Tome II : *Autour de la mort;* Tome III : *Après la mort*.

2° Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht, par Albert Ier, prince souverain de Monaco. Fascicule LX : *Hydroïdes; Plumaridæ*, par Maurice Bedot. Fascicule LXI : *Tomoptérides*, par A. Malaquin et F. Carin.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions croissantes positives.* Note de M. **Spyridion Sarantopoulos**, présentée par M. Hadamard.

1. M. Borel, dans son célèbre Mémoire (¹), a démontré sur une fonction croissante la formule suivante :

$$M\left[x + \frac{1}{\log M(x)^{\varepsilon}}\right] < [M(x)]^{1+a},$$

où a est positif et aussi petit que l'on veut et ε également positif. Cette inégalité est vérifiée à partir d'une valeur de x, sauf peut-être dans quelques intervalles exceptionnels d'étendue finie. M. Borel a considéré le nombre ε comme constant. Je me propose, à ce point de vue, de faire connaître ici une extension de son résultat.

J'ai établi le théorème suivant :

2. Théorème I. — *Étant donnée une fonction* $\varphi(x)$ *décroissante, telle que l'on ait* $\lim[x\varphi(x)] = \infty$, *et une fonction croissante quelconque* $M(x)$, *l'inégalité*

$$M\left\{x + \frac{1}{[\log M(x)]^{\varphi(x)}}\right\} < [M(x)]^{1+a} \tag{1}$$

se vérifie toujours, sauf peut-être dans quelques intervalles exceptionnels d'étendue totale finie, a étant un nombre constant mais aussi petit que l'on veut.

Supposons que pour les valeurs suivantes :

$$\left\{\begin{array}{l} x_1 = x_0 + \dfrac{1}{[\log M(x_0)]^{\varphi(x_0)}}, \\ x_2 = x_1 + \dfrac{1}{[\log M(x_1)]^{\varphi(x_1)}}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ x_\nu = x_{\nu-1} + \dfrac{1}{[\log M(x_{\nu-1})]^{\varphi(x_{\nu-1})}}, \end{array}\right. \tag{2}$$

(¹) *Acta mathematica*, 1897.

l'inégalité (1) ne soit pas vraie. Les égalités (2) donnent

$$(3) \qquad x_\nu = x_0 + \frac{1}{[\log M(x_0)]^{\varphi(x_0)}} + \ldots + \frac{1}{[\log M(x_0)]^{\varphi(x_{\nu-1})}}.$$

Supposons maintenant que le nombre des valeurs (2) qui ne satisfont pas à l'inégalité (1) soit infini et considérons la série $\sum \frac{1}{[\log M(x_\nu)]^{\varphi(x_\nu)}}$. Son rapport λ_ν est

$$\lambda_\nu = \frac{[\log M(x_{\nu-1})]^{\varphi(x_{\nu-1})}}{[\log M(x_\nu)]^{\varphi(x_\nu)}} < \left[\frac{\log M(x_{\nu-1})}{\log M(x_\nu)}\right]^{\varphi(x_{\nu-1})}.$$

Mais à cause de l'hypothèse faite, on a

$$\frac{\log M(x_{\nu-1})}{\log M(x_\nu)} < \frac{1}{1+a};$$

on aboutit donc à la relation

$$\lambda_\nu = \frac{1}{\theta(1+a)^{\varphi(x_{\nu-1})}},$$

où θ reste plus grand que l'unité et a pour limite, peut-être, l'unité. Soit $\lim\theta = 1$; on a (¹)

$$\lim\lambda_\nu = \lim\frac{1}{\theta}\lim\frac{1}{(1+a)^{\varphi(x_{\nu-1})}} = 1.$$

Nous écrirons

$$\lambda_\nu = \frac{1}{\theta(1+a)^{\varphi(x_{\nu-1})}} = \frac{1}{1+a_\nu},$$

c'est-à-dire $a_\nu = \theta(1+a)^{\varphi(x_{\nu-1})} - 1$ et nous appliquons la règle de Raabe et Duhamel bien connue; on a $a_\nu > 0$ et $\lim a_\nu = 0$.

La formule de Newton donne

$$a_\nu = \theta\left\{1 + \varphi(x_{\nu-1})a - \frac{1}{1.2}\varphi(x_{\nu-1})[1-\varphi(x_{\nu-1})]a^2 + \ldots\right\} - 1 \qquad (\text{on a ici } a < 1)$$

ou

$$a_\nu = \theta\varphi(x_{\nu-1})a\left[1 - \frac{1-\varphi(x_{\nu-1})}{1.2}a\right] + k\theta + \theta - 1,$$

où k est positif et $\lim k = 0$. On a donc

$$\nu a_\nu > \nu\varphi(x_{\nu-1})a\left(1 - \frac{a}{1.2}\right).$$

(¹) Si l'on a $\lim\theta > 1$, la série sera sûrement convergente. Si $\varphi(x_{\nu-1})$ est constante visiblement on retombe au théorème de M. Borel; on aura $\lim\lambda_\nu < 1$.

La relation (3) donne $x_\nu - x_0 < \nu$, car chaque terme est plus petit que l'unité; il en résulte *a fortiori*

$$\nu\alpha_\nu > (x_\nu - x_0)\,\varphi(x_{\nu-1})\,a\left(1 - \frac{a}{1.2}\right),$$

ou encore, puisque $\varphi(x_{\nu-1}) > \varphi(x_\nu)$,

$$\nu a_\nu > \nu\,\varphi(x_\nu)\,a\left(1 - \frac{a}{1.2}\right) - x_0\,\varphi(x_\nu)\,a\left(1 - \frac{a}{1.2}\right).$$

Maintenant, pour que nous ayons $\nu a_\nu > 1$ pour toute valeur de a constante mais aussi petite qu'on veut, il suffit que l'on ait $\lim[x\varphi(x_\nu)] = \infty$, c'est-à-dire

$$\lim[x\,\varphi(x)] = \infty.$$

Alors la série $\sum \frac{1}{[\log M(x_\nu)]^{\varphi(x_\nu)}}$ est convergente; la valeur x_ν tend donc vers une limite finie. Mais ceci est en contradiction avec le fait que x_ν tend vers l'infini en même temps que ν, comme il résulte des relations

$$M(x_i) > [M(x_{i-1})]^{1+a}$$

qui donnent

$$\log M(x_\nu) > (1+a)^\nu \log M(x_0).$$

On démontre facilement, maintenant, que l'étendue totale de ces intervalles exceptionnels est finie et égale au nombre représenté par la série convergente $\sum(x_\nu - x_0) = \sum \frac{1}{[\log M(x)]^{\varphi(x)}}$; elle ne dépasse donc pas le nombre donné par la série $\frac{1}{\log M(x_0)} \sum \frac{1}{(1+a)^{\nu\varphi(x_\nu)}}$.

3. L'extension que je donne au théorème de M. Borel est remarquable parce qu'elle nous donne le droit d'ajouter à la variable x des quantités plus grandes qui tendent vers zéro moins vite que la quantité $\frac{1}{[\log M(x)]^\varepsilon}$. On s'en persuade facilement si l'on prend $\varphi(x) = hx^{-\delta}$ où h et δ sont constantes et $0 < \delta < 1$. On peut encore lui donner les formes suivantes :

II. *Étant donnée la fonction croissante* $M(r)$ *et une autre* $\varphi(x)$ *décroissante (ou constante) et telle que* $\lim[\varphi(x)lx] = \infty$, *l'inégalité*

$$M\left[x\,e^{\frac{1}{[\log M(x)]^{\varphi(x)}}}\right] < [M(x)]^{1+a}$$

se vérifie, sauf peut-être dans quelques intervalles exceptionnels d'étendue totale finie; a est un nombre positif et aussi petit que l'on veut.

III. *Toute fonction croissante de la forme*

$$M(x) = e^{e^{\frac{x}{k(x)}\log m(x)}}$$

où $k(x)$ croît moins vite que x et $m(x)$ est une fonction croissante mais quelconque, vérifie l'inégalité

$$M\left[x+\frac{1}{m(x)}\right]<[M(x)]^{1+a},$$

sauf dans quelques intervalles exceptionnels d'étendue totale finie; a est un nombre positif aussi petit qu'on veut.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques théorèmes de M. Borel.* Note de M. **Th. Varopoulos**, présentée par M. Émile Borel.

En utilisant systématiquement le théorème suivant :

Étant donné un nombre θ positif et supérieur à l'unité quelconque, s'il existe des valeurs de r ne satisfaisant pas à l'inégalité

$$\mu\left[r+\frac{1}{\log\mu(r)\log_2\mu(r)\ldots\log_\nu\mu(r)^a}\right]<\theta\mu(r),$$

$a>1$ quelconque, et ν un nombre entier aussi grand que l'on veut mais fixe, ces valeurs exceptionnelles remplissent des intervalles d'étendue totale finie, qui n'est pas autre chose que le théorème classique de M. Borel, sur les fonctions croissantes, perfectionné, j'ai obtenu de nouveaux résultats qui précisent certaines propriétés des fonctions entières.

Le but de cette Note est de communiquer ces résultats, qui sont les suivants :

I. *Si les coefficients d'une fonction entière*

$$f(z)=a_0+a_1z+\ldots+a_nz^n+\ldots$$

satisfont à l'inégalité

$$|a_n|<\frac{\mu(r)}{r^n}$$

à partir d'une valeur de $|z|=r$ où $\mu(r)$ est une fonction quelconque croissante, nous avons l'inégalité

$$M(r)<\theta r\mu(r)\log\mu(r)\log_2\mu(r)\ldots\log_\nu\mu(r)^{1+\varepsilon},$$

où

$$M(r)=|a_0|+|a_1|r+\ldots+|a_n|r^n+\ldots,$$

$\varepsilon>0$ quelconque et θ un nombre supérieur à l'unité quelconque.

II. *Si $q(r)$ est une fonction croissant plus vite que toute puissance de r (finie*

pour toute valeur assez grande de r, nous avons l'inégalité

$$M(r) < \theta r \mu(r) q(r) \log q(r) \log_2 q(r) \ldots \log_\nu q(r)^{1+\varepsilon}$$

partout, sauf peut-être quelques intervalles exceptionnels d'étendue totale finie.

Nous en concluons les inégalités

$$M(r) < \theta r A(r) \log A(r) \log_2 A(r) \ldots \log_\nu A(r)^{1+\varepsilon},$$
$$M(r) < \theta r B(r) \log B(r) \log_2 B(r) \ldots \log_\nu B(r)^{1+\varepsilon},$$

où $A(r)$, $-B(r)$ désignent le maximum et le minimum de la partie réelle de la fonction $f(z)$.

III. *Soit une fonction entière*

$$f(z) = a_0 + a_1 z + \ldots + a_n z^n + \ldots,$$

si nous avons

$$|a_n| r^n < \mu(r),$$

le module maximum $m_1(r)$ de la dérivée $f'(z)$ satisfait à l'inégalité

$$m_1(r) < \theta r \mu(r) q(r) \log q(r)^a,$$

où $a > 2$ quelconque et $q(r)$ la fonction ci-dessus mentionnée.

IV. *Si pour $|z| = r$ nous avons l'inégalité*

$$|f(z)| \leqq e^{\mu(r)},$$

le nombre n des zéros dont le module est inférieur ou égal à r vérifie l'inégalité

$$n < \theta r^2 \mu(r) P(r) \log P(r)^a,$$

$a > 2$ quelconque et $P(r)$ désigne une fonction croissante arbitraire assujettie à la condition de croître plus vite que $\log r$. S'il existe des intervalles exceptionnels, leur longueur est négligeable.

V. *Si la fonction décroissante $\sigma(r)$ décroît moins vite que*

$$\frac{\log_3 \mu(r) + \log_4 \mu(r) + \ldots + (1+\varepsilon) \log_\nu \mu(r)}{\log_2 \mu(r)},$$

$\mu(r)$ étant une fonction croissante quelconque, l'inégalité

$$\mu\left[r + \frac{1}{\log \mu(r)^{\sigma(r)}}\right] < \mu(r)^\theta \qquad (\theta > 1 \text{ quelconque})$$

est vérifiée partout sauf peut-être quelques intervalles exceptionnels d'étendue totale finie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les relations qui existent entre l'ordre de croissance d'une fonction monogène et la densité de ses zéros.* Note de M. **Rolf Nevanlinna**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $f(x)$ une fonction monogène de la variable complexe $x = re^{i\varphi}$, régulière en tout point fini de l'angle

$$-\frac{\pi}{2k} \leqq \varphi \leqq \frac{\pi}{2k}, \tag{1}$$

et qui y jouit des propriétés suivantes :

1° Sur les côtés de cet angle on a les inégalités

$$\log\left|f\left(re^{-i\frac{\pi}{2k}}\right)\right| \leqq \alpha_1(r), \qquad \log\left|f\left(re^{i\frac{\pi}{2k}}\right)\right| \leqq \alpha_2(r),$$

$\alpha_1(r)$ et $\alpha_2(r)$ désignant des fonctions continues et positives d'ordre au plus égal à r^k, de sorte que, pour tout $\varepsilon > 0$, on a

$$\alpha_\nu(r) < r^{k+\varepsilon} \qquad (\nu = 1, 2)$$

à partir d'une certaine valeur de r.

2° A l'intérieur de l'angle (1), on a

$$\log|f(re^{i\varphi})| \leqq m(r),$$

l'ordre de croissance de $m(r)$ n'étant pas supérieur à r^k.

3° La fonction $f(x)$ s'annule en une infinité de points de l'angle (1)

$$x_n = r_n e^{i\varphi_n} \qquad (n = 1, 2, \ldots),$$

tendant vers l'infini et tels que

$$\lim_{n=\infty} \text{sup.}\, |\varphi_n| = \varphi_0 < \frac{\pi}{2k}.$$

Soit encore $\beta(n)$ une fonction positive croissante telle que $r_n \leqq \beta(n)$ à partir d'une valeur finie de r.

Dans ces conditions on aura, pour tout point $x = r$ de l'axe réel positif, l'inégalité

$$\text{(A)} \quad \log|f(r)| \leqq \frac{x^k}{\pi}\left\{ k\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{\alpha_1(u) + \alpha_2(u)}{u^{k+1}}\,du - 2\lambda_0\pi\int_{\rho_0}^{\rho^k} \frac{du}{[\beta(u)]^k} + \frac{4m(\rho)}{\rho^k} \right\} + C,$$

où ρ peut avoir une valeur quelconque $> r$ et où ρ_0 désigne une constante posi-

tive ($< \rho$), C *une quantité qui ne dépend pas de* ρ *et enfin* λ_0 *la quantité*

$$\lambda_0 = \text{lim inf.} \cos k\varphi_n \qquad \text{pour } n > \rho_0,$$

laquelle tend vers $\cos k\varphi_0$ *lorsque* ρ_0 *augmente indéfiniment.*

A l'aide de ce théorème assez général, que nous avons tiré de l'intégrale de Poisson, on peut établir facilement, en y choisissant convenablement les fonctions $\alpha_1(r)$, $\alpha_2(r)$, $m(r)$, $\beta(n)$, un grand nombre de propositions intéressantes, soit nouvelles, soit précisant des propositions déjà connues, comme nous le ferons voir dans un Mémoire qui paraîtra bientôt. Ici, nous nous contenterons d'indiquer certaines conséquences immédiates de l'inégalité (A).

On aura à distinguer deux cas, suivant que l'intégrale

$$(2) \qquad \int^{\infty} \frac{\alpha_1(u) + \alpha_2(u)}{u^{k+1}} du$$

converge ou non. Dans le premier cas on aura ce théorème :

Soit $f(x)$ *une fonction monogène jouissant dans l'angle* (1) *des propriétés énumérées plus haut. Si l'intégrale* (2) *converge et si, en outre,*

$$\lim_{r=\infty} \frac{m(r)}{r^k} = 0,$$

la série

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{r^n}$$

sera convergente.

Si, en particulier, $f(x)$ est une fonction entière, on retrouve une proposition donnée récemment par M. Valiron.

Dans le cas où l'intégrale (2) diverge, on est conduit à ce théorème :

Les hypothèses générales restant les mêmes qu'au début, admettons en particulier qu'on ait

$$m(r) = \varepsilon(r) r^k \int_{r_0}^{r} \frac{\alpha_1(u) + \alpha_2(u)}{u^{k+1}} du,$$

et d'autre part

$$[\beta(n)]^k = \sigma \frac{n^2}{\alpha_1\left(n^{\frac{1}{k}}\right) + \alpha_2\left(n^{\frac{1}{k}}\right)} [1 + \varepsilon(n)],$$

σ *désignant une constante positive et* $\varepsilon(r)$, $\varepsilon(n)$ *des expressions tendant respectivement vers zéro avec* $\frac{1}{r}$ *et* $\frac{1}{n}$.

Dans ces conditions, on aura nécessairement

$$\sigma \geq 2\pi \cos k\varphi_0,$$

à moins que la fonction $f(x)$ ne s'évanouisse identiquement.

En faisant, en particulier, $\alpha_1(r) = \alpha_2(r) = r^k$, on trouve le résultat suivant, qui généralise en différentes directions le théorème connu de M. Fritz Carlsson :

Soit $f(x)$ une fonction monogène, régulière dans l'angle (1) *et qui y jouit des propriétés suivantes :*

1° $$\left|f\left(re^{\pm i\frac{\pi}{2k}}\right)\right| < \text{const.}\, e^{r^k};$$

2° $$|f(re^{i\varphi})| < e^{\varepsilon(r) r^k \log r};$$

3° *$f(x)$ s'annule aux points*

$$x_n = r_n e^{i\varphi_n} \qquad (n = 1, 2, \ldots),$$

dont les modules et arguments vérifient respectivement les conditions

$$r_n^k < \sigma n[1 + \varepsilon(n)], \qquad \limsup_{n=\infty} |\varphi_n| = \varphi_0 < \frac{\pi}{2k}.$$

Cela étant, si la valeur de la constante σ est inférieure à $\pi \cos k\varphi_0$, la fonction $f(x)$ s'annule identiquement.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la forme optimum à donner aux hélices propulsives.* Note de M. **Eugène Pagezy**, présentée par M. Rateau.

Nous adopterons les définitions et notations que les profonds travaux de M. Rateau ont rendues classiques et dont on trouvera le détail dans son Ouvrage intitulé : *Théorie des hélices propulsives marines et aériennes et des avions en vol rectiligne* (Gauthier-Villars, 1920).

Les théories actuelles semblent montrer que le *pas analytique* de l'hélice optimum varie avec la distance à l'axe et augmente légèrement quand on se rapproche du bout des ailes.

La présente Note a pour objet d'établir qu'il n'en est pas ainsi et que *la véritable hélice optimum est celle dont le pas analytique reste rigoureusement constant.*

Considérons un élément d'hélice CD, de surface s_i, compris entre les cylindres de rayon r_i et r_{i+1}.

L'air attaque l'élément CD avec une vitesse *relative* W_i qui est la résultante de la vitesse propre de l'avion v et de la vitesse de rotation de l'élément CD, $2\pi n r_i$ (n nombre de tours par seconde).

Sa vitesse relative de sortie est représentée par le vecteur

$$CB = W_i(1-\varepsilon_i).$$

En enroulant le vecteur CB sur le cylindre de rayon r_i, on obtient un élément d'hélice dont le pas, $H_i = \frac{OH}{n}$, n'est autre que le *pas analytique*.

M. Rateau a montré que cet élément d'hélice pouvait être considéré comme invariablement lié à l'élément s_i. Il attaque l'air sous un angle

$$\omega_i = \widehat{HCA}$$

que M. Rateau appelle *angle de déviation*.

BA, différence géométrique des vecteurs CA et CB, représente la vitesse absolue que l'élément s_i imprime à l'air. Si dM est la masse d'air influencée par seconde, la réaction exercée par l'air sur l'élément s_i a pour valeur

$$dM \times AB.$$

M. Rateau a montré que dM peut s'exprimer par la formule

$$dM = Ks_i W_i(1-\varepsilon_i).$$

La réaction $dM \times AB$ a pour composante utile

$$f_i = dM \times AE = Ks_i W_i(1-\varepsilon_i) \times AE.$$

Le travail élémentaire dépensé est

$$t_i = 2\pi n r_i \times dM \times EB = 2\pi n r_i K s_i W_i(1-\varepsilon_i) \times EB.$$

La perte élémentaire de travail est

$$p_i = t_i - v f_i.$$

Ces prémisses posées, donnons-nous :

les éléments de surface s_i,
les vitesses v,
le nombre de tours n,

d'où résulte qu'à chaque rayon r_i correspond un angle β_i bien déterminé.

Proposons-nous d'obtenir un certain effort total Σf_i et demandons-nous quelle est la meilleure façon d'incliner les divers éléments s_i, c'est-à-dire quelle est la meilleure série d'angles ω_i donnant naissance à cet effort total Σf_i.

Cette série optimum est celle qui rend minimum la perte de travail totale Σp_i.

On devra donc avoir :

$$\sum p'_i \, d\omega_i = 0, \qquad \left(p'_i = \frac{dp_i}{d\omega_i}\right),$$

pour tous les systèmes de $d\omega_i$ satisfaisant à la relation

$$\sum f'_i \, d\omega_i = 0, \qquad \left(f'_i = \frac{df_i}{d\omega_i} - \sum f'_i \, d\omega_i \text{ différentielle totale de } \sum f_i\right),$$

d'où

$$\frac{p'_i}{f'_i} = \text{const.},$$

ou, en remarquant que $p'_i = t'_i - v f'_i$,

$$\frac{t'_i}{v f'_i} = \text{const.}$$

Le diagramme nous montre d'ailleurs que

$$EB = W_i \cos\beta_i - W_i(1-\varepsilon_i)\cos(\beta_i + \omega_i),$$

d'où

$$t'_i = \frac{dt_i}{d\omega_i} = 2\pi n r_i K s_i W_i^2 (1-\varepsilon_i)^2 \sin(\beta_i + \omega_i) \, d\omega_i,$$

et que

$$\mathrm{AE} = \mathrm{W}_i(1 - \varepsilon_i)\sin(\beta_i + \omega_i) - \mathrm{W}_i \sin\beta,$$

d'où

$$f_i' = \mathrm{K}\, s_i \mathrm{W}_i^2 (1 - \varepsilon_i)^2 \cos(\beta_i + \omega_i)\, d\omega_i,$$

$$\frac{t_i'}{v f_i'} = \frac{2\pi n r_i}{v} \operatorname{tang}(\beta_i + \omega_1) = \frac{\operatorname{tang}\alpha_i}{\operatorname{tang}\beta_i}.$$

L'hélice optimum est donc caractérisée par la relation

$$\frac{\operatorname{tang}\alpha_i}{\operatorname{tang}\beta_i} = \frac{n\mathrm{H}_i}{v} = \text{const.},$$

d'où

$$\mathrm{H}_i = \text{const.}$$

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le mouvement d'une planète dans un milieu résistant.* Note de M. **P. Fatou**, présentée par M. Goursat.

Nous avons indiqué récemment [1] quelques propriétés du mouvement d'un point, attiré par un centre fixe suivant la loi de Newton, et soumis d'autre part à une résistance proportionnelle à la vitesse ; certains des résultats obtenus peuvent s'étendre à des lois de résistance plus générales. Conservant les notations de la Note précédente et désignant par R la résistance opposée à la vitesse, nous avons :

$$(1) \qquad r^2 \frac{d\theta}{dt} = \mathrm{C}_0 \mathrm{E}^{-\int_0^t \frac{\mathrm{R}}{v} dt},$$

$$(2) \qquad v^2 = \frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a},$$

$$(3) \qquad \frac{\mu}{a} = \frac{\mu}{a_0} + \int_0^t \mathrm{R}\, v\, dt.$$

Nous simplifierons la discussion en supposant que $\frac{\mathrm{R}}{v}$ reste finie pour $v = 0$, $\frac{1}{r}$ restant borné, de sorte que d'après (1) la vitesse ne devient jamais nulle au bout d'un temps fini, en dehors du centre attractif [2]. En outre on suppose que, v restant supérieure à une quantité positive, il en est de même

---

[1] *Comptes rendus*, t. **174**, 1922, p. 1162-1165.

[2] Si l'on ne fait pas cette hypothèse, il peut arriver que v devenant nul au bout d'un temps fini, le mobile tombe ensuite en ligne droite sur le centre attractif : le mouvement n'est pas *régulier*.

de R; ces hypothèses sont vérifiées, par exemple, pour

$$R = k v^{\alpha} r^{-\beta} \qquad (\alpha \geqq 1, \beta > 0).$$

Nous resterons dans le cas, seul intéressant, où l'orbite osculatrice initiale est elliptique et $C_0 > 0$.

Il est impossible que t tendant vers T (finie ou infinie) la position limite du mobile soit indéterminée :

1° Si r possède deux limites d'indétermination distinctes, le raisonnement de la Note précédente montre que l'on aboutit à une contradiction.

2° Si r tend vers $r_1 > 0$, et si θ, qui croît constamment, tend vers l'infini, comme a, qui décroît constamment, tend vers a_1, v^2 tend vers $\frac{2\mu}{r_1} - \frac{\mu}{a_1}$ ou v_1^2. Si $v_1^2 \neq 0$, on constate que le raisonnement rappelé plus haut s'applique encore. Si $v_1^2 = 0$, on applique le lemme que voici : « Si $f(x)$, continue ainsi que ses n premières dérivées, admet au moins une limite d'indétermination finie pour x infini, les dérivées en question admettent la limite d'indétermination zéro. » Or, l'une des équations intrinsèques du mouvement s'écrit :

$$\frac{\rho^2 + \dot{\rho}^2}{\rho + \ddot{\rho}} = \frac{v^2}{\mu}, \tag{4}$$

en posant $\rho = \frac{1}{r}$, et désignant par des points les dérivées par rapport à θ; ρ tendant vers $\frac{1}{r_1}$ pour θ infini, $\ddot{\rho}$ admettrait la limite zéro, et $\frac{v^2}{\mu}$ aurait une limite d'indétermination au moins égale à $\frac{1}{r_1} > 0$: il y a contradiction.

Enfin il est impossible que pour t infini, r tende vers $r_1 > 0$, et θ vers θ_1 finie; on le démontre en se servant du lemme précédent et de l'équation du mouvement projeté sur le rayon vecteur limite.

En résumé, le mobile tombe sur le centre attractif au bout d'un temps fini ou infini; tant qu'il n'y a pas choc, le mouvement se poursuit régulièrement et l'on a

$$r > \frac{C_0^2}{2\mu} E^{-\int_0^t \frac{R}{v} dt},$$

ce qui montre que l'intégrale $\int \frac{R}{v} dt$ étendue à toute la trajectoire est divergente. Ceci a pour conséquence que le demi-grand axe a tend vers zéro; sinon v^2, d'après (2), tendrait vers l'infini, et $\int \frac{R}{v} dt$ étant divergente, $\int R v \, dt$ le serait *a fortiori*, ce qui implique, d'après (3), que $a \to 0$.

En ce qui concerne la trajectoire : 1° on peut supposer que pour $r \to 0$, $\theta \to \theta_1$, valeur finie. Le fait que la trajectoire est concave vers l'origine montre qu'au voisinage de ce point r est fonction décroissante de θ, et que la longueur de la trajectoire est finie (¹); 2° on peut supposer que pour $r \to 0$, $\theta \to \infty$ (mouvement en spirale). On démontre que dans ce cas v ne reste pas bornée. C'est cette deuxième circonstance qui se présente pour une résistance proportionnelle à la vitesse ou au carré de la vitesse.

Dans le premier cas ($R = kv$), une étude plus serrée de l'équation différentielle du second ordre en r et t considérée dans la Note précédente permet d'établir la double inégalité

$$\frac{p_0}{2} E^{-2kt} < r < 2a_0 E^{-kt},$$

pour un choix convenable de l'instant initial (²).

Notons enfin cette propriété générale des trajectoires, conséquence de (4); à partir de l'instant où l'orbite osculatrice est elliptique, $r\cos^2\psi$ varie dans le même sens que r, ψ désignant l'angle de la normale et du rayon vecteur.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Skjellerup (1922 a), faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Besançon.* Note de M. **P. Chofardet**, transmise par M. B. Baillaud.

Dates. 1922.	Temps moyen de Besançon.	$\Delta\alpha$.	$\Delta\delta$.	Nombre de compar.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Dist. polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mai 19....	9.39. 8	+0.45,20	− 4.30,7	9:9	8. 4.26,43	9,628	68.35.17,8	$0,752_n$	*a*
» 20....	9.43.11	−2. 4,21	+ 4. 3,0	9:6	8. 9.26,74	9,632	67.39.33,0	$0,750_n$	*b*

Positions moyennes des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	α 1922,0.	Réduction au jour.	δ 1922,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
a.........	10	8. 3.40,66	+0,57	68.39.38,6	+ 9,9	★ rap. à A.G. Berlin B, 3241.
b.........	8,3	8.11.30,36	+0,59	67.35.20,5	+ 9,5	A.G. Berlin B, 3314.

(¹) Pour avoir un exemple de ce cas, il suffit de prendre $R = \frac{3v^4}{\mu}\cos\theta$; en prenant ensuite M_0 dans le premier quadrant et choisissant convenablement la vitesse initiale, M décrit l'arc de cercle M_0O tangent en O à Ox. D'ailleurs, si en O la trajectoire est régulière et de courbure non nulle, R est toujours de l'ordre de v^4.

(²) On démontre même que rE^{kt} tend vers zéro, ce qui entraîne que v tend vers l'infini.

Remarques. — Comète faible, de grandeur 12,5, large de 1′ au maximum, condensation assez incertaine et décentrée.

ASTRONOMIE. — *Observation de la comète Schjellerup* (1922 *b*), *faite à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Nice*. Note de M. A. Schaumasse, présentée par M. B. Baillaud.

Date. 1922.	Temps moyen de Nice.	ΔR.	ΔD.	Nombre de comp.	R apparente.	Log. fact. parall.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parall.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mai 19....	9.44.47	+0.37,21	+ 0.13,0	18:10	8.24.26,79	9,656	+21.24.51,4	0,727	1

Position de l'étoile de comparaison.

★.	Gr.	R moyenne 1922,0.	Réduction au jour.	Déclin. moyenne 1922,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1............	9,5	8. 3.49,02	+0,56	+21.24.48,3	— 9,9	½(Paris ph. Cl 595, ★ 83 ; Cl 452, ★ 562).

Remarque. — La comète, de grandeur 12, est formée par une nébulosité diffuse de 2′ environ d'étendue, présentant dans la partie s. f. une faible condensation qui ressort très peu. Le ciel est brumeux à cette hauteur.

PHYSIQUE. — *Sur les variations de l'opalescence critique avec la température et la longueur d'onde de la lumière incidente*. Note de M. A. Andant, présentée par M. E. Bouty.

MM. K. Onnes et Keesom ont publié en 1908 (¹) les résultats des premières mesures spectrophotométriques de l'opalescence critique, faites par eux sur l'éthylène (t. crit. 11°, 18 C.).

J'ai effectué de telles mesures dans des conditions plus variées sur cinq liquides à températures critiques élevées (éther, acétates de méthyle, d'éthyle, de butyle et d'isobutyle).

La méthode de remplissage des tubes est celle que j'ai employée au cours de recherches précédentes (²). Les liquides, après distillations fractionnées à l'abri de l'air, sont introduits dans l'appareil de remplissage, où l'on achève

(¹) K. Onnes et Keesom, *Leiden Comm.*, n° 104 *b*, 1908.
(²) Voir *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1573.

la purification par des congélations fractionnées dans le vide. Les liquides ne sont en contact qu'avec du verre et du mercure.

Les tubes sont chauffés dans une étuve électrique où la température peut varier très lentement (de un degré en 50 ou 60 minutes). La mesure des températures se fait avec des thermomètres à mercure de Baudin et des couples thermo-électriques. L'étuve peut être retournée bout pour bout.

Les mesures d'opalescence ont été faites en comparant l'intensité d'un faisceau lumineux traversant le brouillard critique (ou diffusé par celui-ci) à celle d'un faisceau venant de la même source et affaibli de façon connue par trois prismes de Nicol.

Pour les cinq liquides étudiés, l'opalescence se manifeste avec une très grande intensité; au moment du maximum, le tube éclairé de côté a l'apparence d'une baguette d'ivoire polie. Je pense qu'il faut séparer l'opalescence bleuâtre ou légèrement blanche, du trouble opaque et blanc qui lui succède immédiatement avant la réapparition du ménisque.

Nous ne nous occuperons ici que des mesures faites, par exemple sur l'éther, à températures décroissantes, pour un tube à remplissage critique. et portant uniquement sur la quantité de lumière transmise par le trouble critique. Les mesures faites dans ces mêmes conditions sur les autres liquides donnent des résultats analogues.

I. *Influence de la température.* — L'opalescence commence à 3° au-dessus de la température de réapparition du ménisque T'_c, passe par un maximum à 0°,05 de T'_c et s'évanouit à 0°,50 après la réapparition. Le liquide n'est alors presque plus opalescent, la vapeur le restant très légèrement.

La construction des courbes représentant la variation de la quantité de lumière absorbée (ordonnées) avec la température (abscisses) permet de déterminer avec précision la température T_M du maximum d'opalescence (d'opacité).

Depuis le début de l'opalescence jusqu'à 0°,20 au-dessus de T_M, le produit de l'intensité d'opalescence par la température comptée à partir de la température du maximum est sensiblement constant. Les courbes expérimentales obtenues pour les cinq liquides étudiés ont la même forme que celles se rapportant à l'éthylène et se confondent de façon très satisfaisante avec des arcs d'hyperboles équilatères. La théorie de Smoluchowski-Einstein qui prévoit la proportionnalité de l'opalescence à $(T-\theta)^{-1}$ est vérifiée, mais jusqu'à 0°,20 environ de θ seulement. Les autres théories qui entraînent une proportionnalité à $(T-\theta)^{-2}$ doivent être complètement abandonnées, la contradiction expérimentale s'étendant, dans les limites

précédentes, sur six températures critiques comprises entre 11° et 306° C.

II. *Influence de la longueur d'onde*. — L'étude de la variation de l'opalescence avec la longueur d'onde de la lumière incidente a été faite pour les quatre raies visibles du mercure (578, 546, 492, 436) et une radiation rouge voisine de 635.

Au cours de la variation de l'opalescence avec la température, l'influence de la longueur d'onde apparaît en deux phases distinctes, mais continues. Si les mesures s'étendent depuis le début de l'opalescence jusqu'à 0°,15 environ du maximum et si l'on porte en ordonnées log I (lumière absorbée) et en abscisses log λ, les points observés à une même température pour les différentes longueurs d'onde se placent de façon très satisfaisante sur des droites de coefficient angulaire — 4.

La loi de variation est immédiate :

$$I_{abs} = A\,\lambda^{-4}.$$

Si les mesures sont effectuées dans le dixième de degré qui précède la température du maximum d'intensité, on constate, en construisant les diagrammes logarithmiques, que les points *observés* se placent toujours sur des droites, mais que le coefficient angulaire de celles-ci passe de façon continue de — 4 à — 2. Au moment du maximum, on a

$$I_{abs} = B\,\lambda^{-2}.$$

La théorie d'Einstein (1910) prévoit la loi en λ^{-4}. Vérifiée jusqu'à 0°,15 du point critique, elle est insuffisante au voisinage immédiat de celui-ci.

Une formule plus approchée a été donnée par Ornstein et Zernike [1] qui prévoient, au point critique même, une intensité de lumière opalescente proportionnelle à λ^{-2}.

Les résultats résumés très succinctement ici apportent à cette formule le premier appui expérimental, dans le cas d'un fluide homogène.

PHYSIQUE. — *Sur le champ électromagnétique des trajectoires stationnaires de Bohr*. Note de M. **Edmond Bauer**, présentée par M. Brillouin.

On trouvera ici quelques réflexions très élémentaires sur l'atome de Bohr qui se réduisent, en somme, à poser d'une façon particulière le

---

(1) Ornstein et Zernike, *Proceedings of the Royal Academy Amsterdam*, 26 septembre 1914.

problème des quanta, mais c'est là un sort commun à tous les travaux publiés jusqu'à présent sur ce sujet.

Dans la théorie classique de Lorentz, l'onde lumineuse émise pendant qu'un électron subit des accélérations a, entre autres, pour rôle de signaler aux régions éloignées de l'espace les variations de la vitesse du centre électrisé. Tant que cette vitesse v reste constante, les champs électrique et magnétique en un point P sont donnés par les lois de Coulomb et de Laplace généralisées :

$$(1) \qquad \vec{h} = \frac{e}{r^2}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\vec{r^0}, \qquad \vec{H} = \frac{e}{r^2}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\left[\vec{r^0} \times \vec{v}\right],$$

r étant la distance de P à la position actuelle de l'électron, $\vec{r^0}$ un vecteur unité parallèle au rayon vecteur r, et c la vitesse de la lumière.

Après une accélération qui a porté v à la valeur $v + \Delta v$, les champs électromagnétiques qui suivent l'électron dans son mouvement ont changé; leur valeur nouvelle correspond à la vitesse $v + \Delta v$.

C'est pendant le passage de l'onde lumineuse que s'effectue ce changement. C'est elle qui apporte l'énergie nécessaire [1].

Il en résulte que, si les trajectoires stationnaires de Bohr n'émettent aucune onde, leurs champs à grande distance doivent être constants.

Voici un autre raisonnement aboutissant à la même conclusion : Toutes les théories actuelles admettent la validité absolue des équations de Maxwell-Hertz loin des atomes. Les retouches portent seulement sur la liaison entre l'éther et la matière. Or, les orbites stationnaires des électrons sont périodiques ou quasi périodiques. Les champs à grande distance ne peuvent être que constants, périodiques ou quasi périodiques. Mais dans ces deux derniers cas, il se produirait nécessairement d'après les équations fondamentales des effets d'induction périodiques, c'est-à-dire des ondes. Ces champs sont donc constants.

Les quanta ont donc pour effet de produire à une certaine distance de l'atome un *régime permanent*, une organisation des lignes de force en tubes invariables, analogues à des tourbillons stationnaires en hydrodynamique.

Les conclusions ont une importance particulière au point de vue de notre conception du champ magnétique. Dans la théorie de la relativité, ce dernier ne se distingue pas essentiellement du champ électrique; il se comporte en gros comme un vecteur auxiliaire. La théorie des *quanta* lui rend

(1) Cf. par exemple LANGEVIN, *Journal de Physique*.

une réalité physique propre, elle nous conduit à imaginer des tubes d'induction stables multiples d'un tube unité correspondant au magnéton. Malheureusement, comme on le sait, le magnéton, ainsi calculé, est égal à cinq fois environ la valeur expérimentale.

Le champ à grande distance et l'énergie qu'il contient ne participant pas au mouvement de l'électron sur ses orbites stationnaires, sa masse initiale m'_0 doit y être inférieure à celle qu'il possède à l'état libre m_0.

Or, l'expérience nous apprend que ces deux grandeurs sont très voisines. Elles coïncident certainement à quelques millièmes près. Il en résulte que la majeure partie de l'énergie du champ suit l'électron dans son mouvement, lui faisant un sillage identique à celui qui l'accompagne lorsqu'il est libre.

Si l'on admet, comme on le fait d'habitude, que ce sillage est d'origine électromagnétique (les champs étant donnés par les formules (1) jusqu'au voisinage immédiat de l'électron) on peut calculer une limite inférieure de la distance ρ, au delà de laquelle s'étend la région de champs constants.

Le rayon a de l'électron est voisin de 2.10^{-13} cm. Posons $m'_0 = m_0(1-\varepsilon)$, nous trouvons immédiatement $\rho = \frac{a}{\varepsilon}$ environ.

Si l'on fait, par exemple, $\varepsilon = \frac{1}{1000}$, on a $\rho = 1000$, $a = 2.10^{-10}$ cm, valeur comparable au diamètre des premières orbites de l'uranium. Mais il est possible que ρ soit plus grand encore, de l'ordre des diamètres atomiques, soit 10^{-8} cm. Les mesures du rapport $\frac{e}{m_0}$ ne permettent pas encore d'assigner au nombre ε une valeur précise.

Voici donc comment, dans ces hypothèses, on peut s'imaginer la distribution des champs dans un atome d'hydrogène :

D'abord, au voisinage immédiat de l'électron, mêmes champs que s'il était libre et animé d'une vitesse constante égale à sa vitesse actuelle. Ceci reste vrai quelle que soit la nature de ces champs, qu'ils obéissent aux lois classiques ou à d'autres encore inconnues. Puis vient une zone intermédiaire dont nous ne savons rien. Enfin, à partir d'une distance ρ s'étend jusqu'à l'infini, la région de champs constants. Il est probable que dans ces deux dernières régions intervient aussi le champ du noyau et qu'il contribue à la création d'un régime permanent.

Ce qu'on vient de voir justifierait les calculs de Bohr et de Sommerfeld, qui, pour déterminer l'influence des électrons internes de l'atome sur le mouvement de l'électron lumineux, admettent, en première approximation, que les premiers sont immobiles et que leur champ électrique est constant.

Mais, pour les mêmes raisons, il ne me paraît pas légitime d'étendre à la dynamique interatomique, les calculs de perturbations de la Mécanique céleste. L'insuccès partiel (au point de vue quantitatif) de la tentative de Landé sur l'hélium provient, non seulement de la faible approximation des calculs, mais aussi d'hypothèses inexactes sur les champs.

ÉLECTRICITÉ. — *Étude expérimentale sur les pertes d'énergie dans quelques diélectriques industriels.* Note de M. **Augustin Frigon**, présentée par M. Paul Janet.

Malgré les nombreux travaux qui ont été faits sur les pertes d'énergie dans les diélectriques, on ne sait rien de précis sur la nature du phénomène et l'on ne sait pas grand'chose sur ses particularités. Les quelques lois qualitatives que l'on a pu émettre ne s'appliquent qu'à des cas particuliers et les lois quantitatives sont encore à établir d'une façon satisfaisante.

La question est donc loin d'être épuisée et ce n'est qu'en accumulant les constatations expérimentales que l'on parviendra à serrer la vérité de plus près et à fournir aux théoriciens les matériaux nécessaires à l'établissement de lois plus précises. En attendant, les résultats ainsi obtenus peuvent être utilisés pour les besoins de l'électrotechnique, dans les limites imposées par l'étendue des travaux d'où ils sont tirés.

Nous nous sommes donné pour objet l'étude des pertes d'énergie dans les diélectriques, considérées dans leur ensemble, par une méthode de mesure aussi simple et aussi directe que possible, à des gradients de potentiel élevés et pour des variations importantes de tension sinusoïdale, de température, de fréquence et d'épaisseur.

A cet effet, nous avons utilisé un électrodynamomètre très sensible, à miroir, employé directement, sans circuit de compensation, sans transformateur de tension, avec simple résistance ohmique dans le circuit potentiel. L'appareil que nous avons employé a une sensibilité d'environ 7×10^{-9} R watts par millimètre (R résistance du circuit dérivé). Nous avons ainsi obtenu de très bons résultats. La méthode ne présente pas d'inconvénients insurmontables, mais elle exige une vérification expérimentale très soignée des conditions de fonctionnement du montage.

Nous nous sommes servi, pour ces vérifications, de condensateurs à air formés de plateaux semblables à ceux des électromètres Abraham-Villard

de grand modèle. On peut admettre que l'on dispose ainsi d'un condensateur presque parfait et que l'angle de déphasage qu'ils produisent est pratiquement de 90°. En reliant des boîtes de résistance connue en série, on obtient le déphasage que l'on veut.

L'influence de l'induction mutuelle entre les différentes parties du montage et celle de la capacité du circuit dérivé par rapport au sol, sont considérables. Après quelques tâtonnements, nous avons trouvé la disposition la plus appropriée à donner aux circuits. Nous avons dû, par exemple, suspendre les boîtes de résistance du circuit potentiel dans une pièce voisine de celle où nous expérimentions et à une hauteur d'environ 3^{m} du sol.

Jusqu'à présent nous avons opéré sur des éprouvettes de papier imprégné de vaseline et de résine, tel qu'il est employé pour l'isolement des câbles électriques pour basse tension. Ces éprouvettes avaient une forme cylindrique pour diminuer le plus possible l'influence des effluves. Leur longueur moyenne était de 40^{cm} et leur diamètre de 20^{mm}.

Voici, en résumé, les principaux résultats que nous avons obtenus jusqu'à présent :

1° Dans le cas d'éprouvettes cylindriques comme les nôtres, les pertes par effluves introduisent une erreur qui ne doit pas dépasser 3 à 4 pour 100, pour des tensions de l'ordre de 20000 volts.

2° Les pertes ne sont pas rigoureusement constantes par rapport au temps. Il n'est pas rare de trouver des écarts de 10 pour 100 entre deux lectures faites dans des conditions identiques.

3° Les pertes par effet Joule sont négligeables devant les pertes cycliques, à toutes températures et à toutes tensions (de 0° à 125° et de 5000 à 25000 volts). Ceci découle de mesures de résistances que nous avons faites en haute tension, au moyen d'un redresseur thermo-ionique.

4° En fonction de la température, les pertes peuvent s'exprimer par une fonction de la forme

$$P = mT^{n}$$

pour certaines limites de température. Dans notre cas on a :

De 0° à 25° C.,

$$P = aT^{-0,3};$$

De 70° à 125° C.,

$$P = bT^{3,6}.$$

La courbe entière a un minimum vers 40°.

5° En fonction de la tension, on trouve de même

$$P = m V^n.$$

Dans notre cas, et pour des gradients de potentiel supérieurs à 3500 v:mm et à la température de 56°, on obtient

$$P = c V^{2,5}.$$

L'exposant varie de 2,7 à 1,9 lorsque la température passe de 15° à 120° C.

6° Pour fixer les idées, nous pouvons dire que nous avons obtenu, à 40° C. et pour un gradient de 2500 v: mm, une perte de 0,2 watt par mètre de longueur d'une éprouvette de 20^{mm} de diamètre et de 2^{mm} d'épaisseur.

7° La capacité augmente légèrement avec la température. Elle varie légèrement avec la tension, mais pas suivant une loi simple. (Nous avons calculé la capacité par la formule $\frac{I}{2\pi f V}$. Le courant était mesuré au moyen d'une résistance et d'un électromètre Moulin.)

8° En fonction de la température, le facteur de puissance varie de la même façon que les pertes. On obtient, pour un gradient de 25000 v : mm : de 0° à 25°,

$$\cos\varphi = p T^{-0,3};$$

de 70° à 120°,

$$\cos\varphi = q T^{3,1}.$$

9° Pour des températures inférieures à 100°C., le facteur de puissance augmente proportionnellement à la tension. Pour des températures plus élevées, il diminue, le plus souvent, par rapport à ta tension ; quelquefois il augmente ou il présente un minimum.

10° Lorsque l'épaisseur diminue, les pertes augmentent si la tension reste constante; elles diminuent si le gradient reste constant. Il existe donc une épaisseur optima pour laquelle les pertes sont minima pour toutes les tensions.

11° Lorsque l'on augmente le rayon de courbure de l'éprouvette (le diamètre dans notre cas), les pertes diminuent tout d'abord, puis elles augmentent pour atteindre un maximum lorsque le rayon est suffisamment grand.

12° Les pertes augmentent en proportion directe de la fréquence ou légèrement moins vite.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la réduction des oxydes par l'hydrogène.* Note de M. E. BERGER, présentée par M. G. Lemoine.

Dans une Note de 1914 ([1]), j'avais publié une courbe de la vitesse de réduction de l'oxyde de nickel, par l'hydrogène, accusant un coude net à 50 pour 100 de la réduction. Ce résultat était en désaccord avec celui de MM. Sabatier et Espil ([2]) qui, par un mode opératoire différent, avaient trouvé un coude vers 75 pour 100 et conclu à la production d'un oxyde intermédiaire de formule probable Ni^4O, alors que ma courbe aurait attribué à ce sous-oxyde la formule Ni^2O.

Ne doutant pas de l'exactitude des expériences de MM. Sabatier et Espil et confiant aussi dans les miennes, j'ai pensé que la divergence constatée pouvait être due à la nature différente des oxydes utilisés. J'ai donc repris cette étude sur des oxydes de nickel d'origine diverse.

Le mode opératoire pour la détermination de la masse d'hydrogène, entrée en réaction, en fonction du temps, est resté le même; les détails expérimentaux qui ne peuvent trouver place ici seront donnés dans un travail d'ensemble ultérieur.

Les nouvelles expériences ont porté sur les échantillons suivants :

I. Hydrate d'oxyde précipité, expérimenté déjà en 1914.

II. Le même oxyde déshydraté, par BaO, dans le vide de la trompe à mercure, en 176 heures à 209°,5, de couleur très foncée, presque noir.

III. Le même oxyde calciné à 1000° dans le vide de la trompe : vert olive.

IV. Oxyde provenant du nitrate pur (méthode de Copaux) chauffé 10 heures, à 250°, jusqu'à disparition de la réaction à la diphénylamine sulfurique.

V. Oxyde provenant de la calcination à 550° du même nitrate; analogue à l'oxyde étudié par MM. Sabatier et Espil.

VI. Oxyde provenant d'un peroxyde préparé par précipitation du nitrate par la potasse en présence de brome. Le peroxyde noir très divisé et colloïdal a dû être lavé un mois au soxhlet pour être débarrassé de sels alcalins; il renfermait alors environ un tiers d'atome d'oxygène actif, en sus de la formule NiO, et a été ramené à cette formule par chauffage dans l'hydrogène à 100°.

La réduction de tous ces échantillons d'oxyde de nickel a été effectuée à 209°,5 (température d'ébullition du nitrobenzène).

([1]) E. BERGER, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1798.

([2]) SABATIER et ESPIL, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 668, et t. 159, 1914, p. 137.

Résultats. — Deux expériences, au moins, ont été faites sur chaque échantillon; on constate qu'en faisant abstraction des irrégularités au départ, les courbes relatives à un même échantillon coïncident pratiquement. En particulier, les courbes de l'échantillon I, en 1920, sont identiques à celles que j'ai publiées en 1914. Mais la vitesse de réduction et la forme de la courbe varient avec l'origine de l'oxyde. La figure 1 représente la fraction de NiO réduite en fonction du temps, en heures; on voit que la réduction totale demande moins de 100 heures pour les échantillons I, II, VI; plus de 200 heures pour IV et V; pour l'oxyde III, la réduction était à 85 pour 100 au bout de 1000 heures.

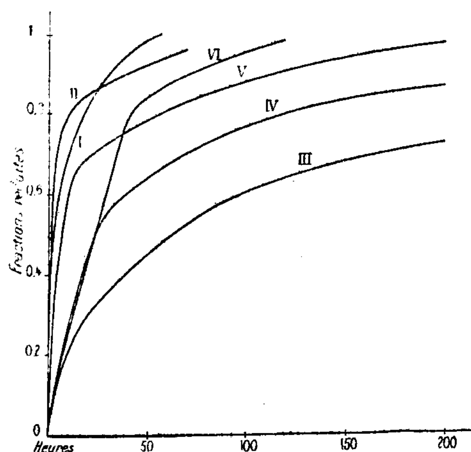


Fig. 1.

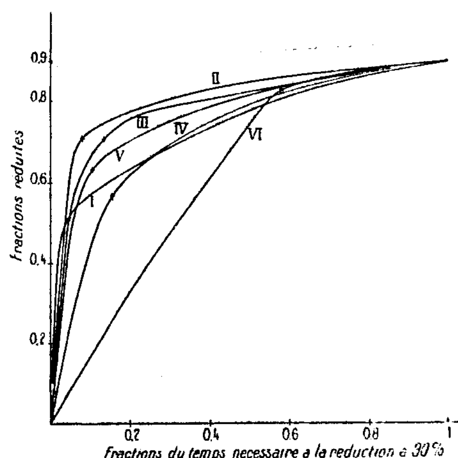


Fig. 2.

Dans le but de mieux comparer les formes des courbes de réduction, on les a reproduites dans la figure 2 en modifiant pour chacune l'échelle des abscisses de façon à leur donner deux points communs : l'origine et le point de réduction à 90 pour 100. On a préféré prendre 90 pour 100 et non 100 pour 100, car l'abscisse du point de réduction totale, atteint tangentiellement, est assez incertaine.

On constate sur la figure 2 que toutes les courbes présentent un coude (marqué d'une croix); mais le résultat important est que les ordonnées de ces coudes sont différentes et ont à peu près les valeurs suivantes : Éch. I, 0,50; Éch. II, 0,70; Éch. III, 0,70; Éch. IV, 0,56; Éch. V, 0,63; Éch. VI, 0,82. Le chiffre de l'échantillon V se rapproche de celui des premières déterminations de MM. Sabatier et Espil.

Conclusions. — La discontinuité observée dans les courbes de vitesse de réduction de l'oxyde de nickel se produisant à des étapes de la réduction variables de 0,50 à 0,82 avec l'origine de l'échantillon, il paraît impossible d'admettre, comme MM. Sabatier et Espil et moi-même l'avions fait en 1914, que son explication puisse se trouver dans la formation d'un oxyde intermédiaire. La formule de cet oxyde serait, en effet, non pas incertaine, car le même oxyde donne toujours le même coude; mais variable, ce qui est inadmissible.

Cette discontinuité doit avoir pourtant une signification. On pourrait imaginer des explications d'ordre physique, par exemple : mélange de deux polymères d'activité différente; mélange de grains de grosseur différente (¹); existence d'une épaisseur limite dans la perméabilité à l'hydrogène de la couche de nickel réduit, etc. Toutes ces hypothèses devraient être soumises, si possible, à l'expérience.

En résumé, la courbe de vitesse de réduction d'un oxyde, lorsqu'il existe des oxydes intermédiaires, *stables à la température de l'expérience*, peut présenter des coudes au passage de ces oxydes : MM. Glaser, Sabatier et Espil l'ont constaté; je l'ai moi-même observé sur différents oxydes.

En particulier, pour l'oxyde ferrique, dans la réduction à 209°,5, il y a un coude accentué au passage de Fe^3O^4; par contre, il n'y a aucune discontinuité dans la courbe au passage de FeO. Nous pouvons en déduire que FeO ne se produit pas dans la réduction de Fe^2O^3 à 209°,5 et nous savons, en effet, depuis M. Chaudron (²), que FeO est instable à cette température. Il semble que l'on puisse énoncer la même conclusion pour Cu^2O, la réduction de CuO à Cu se faisant sans discontinuité à basse température (³).

Par contre, l'existence d'un coude dans la courbe de vitesse de réduction ne paraît pas signifier forcément la formation d'un composé intermédiaire. C'est le cas de NiO et l'existence des sous-oxydes de nickel doit être, à mon avis, remise en question.

(¹) Pour tous les échantillons étudiés, les grains sont trop fins pour que l'on ait pu distinguer leur forme au plus fort grossissement du microscope.

(²) CHAUDRON, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 152.

(³) E. BERGER, SABATIER et ESPIL, *loc. cit.*

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'allotropie « dynamique » du tellure.* Note de M. A. **Damiens**, présentée par M. Le Chatelier.

MM. Cohen et Kröner [1] ont appliqué au tellure une théorie de l'allotropie dite « dynamique », d'après laquelle toute phase homogène d'un corps donné pourrait se composer de plusieurs espèces de molécules en équilibre. Les constantes physiques, se rapportant à un tel état d'équilibre, pourraient varier avec les traitements subis par l'échantillon, elles ne seraient donc pas définies, et elles devraient même, la théorie étant admise, « être rayées de la littérature ».

Pour justifier une telle conclusion dans le cas du tellure, ces auteurs ont chauffé à une même température (vers 350°, au point d'ébullition du mercure) et dans l'azote, des produits de densités différentes, puis ils les ont trempés. Si la théorie est exacte, toutes les densités doivent tendre vers une même valeur, correspondant à l'équilibre à 350° :

Origine et nature du produit.	Densité avant la chauffe.	Après 3 jours à 350°.	Après 2 semaines.	Après 6 semaines.
1. Tellure fondu, refroidi et pulvérisé (cristallisé)........	6,237	6,231	6,223	6,203
2. Tellure fondu, refroidi et pulvérisé (cristallisé)........	6,222	»	6,225	6,203
3. Tellure amorphe (pp. par SO^2 dans une solution d'un sel de tellure)..............	6,150	6,180	6,200	tube cassé
4. Tellure amorphe (pp. par SO^2 dans une solution d'un sel de tellure)..............	6,150	»	6,854	»

Les densités des trois premiers produits ont bien tendu vers un même chiffre, les deux premières en diminuant, la troisième en s'accroissant. Par contre, la quatrième est discordante, car elle a dépassé ce chiffre ; il eût été important de connaître la densité du troisième après quatre semaines, pour savoir si, ayant atteint ce que M. Cohen considère comme la limite, elle ne l'aurait pas dépassée à son tour.

De plus, il est bon de faire remarquer que dans les expériences 3 et 4, il s'agit de la transformation du tellure amorphe en tellure cristallisé. Il est

[1] Cohen et Kröner, *Z. ph. Ch.*, t. 82, 1913, p. 587.

normal que la densité soit accrue par le fait même, mais il est incompréhensible qu'elle dépasse celle de ce dernier.

Le phénomène serait réversible.

En raison de l'intérêt de la question soulevée, nous avons repris l'étude de l'allotropie du tellure, non seulement par l'examen des densités, mais aussi par celui des courbes thermiques et de la calorimétrie.

Nous avons utilisé un produit très pur, distillé dans l'hydrogène, puis dans le vide. Il fondait dans le vide à 453°. Les courbes d'échauffement et de refroidissement ont été régulières : le tellure cristallisé ne subit donc à l'abri de l'air aucune transformation comportant un effet thermique mesurable.

Des mesures précises de densités ont été faites sur du tellure cristallisé de diverses manières. Nous utilisions la méthode de MM. Le Chatelier et Bogitch (1), légèrement modifiée pour obtenir une précision plus grande. Voici les valeurs observées : 6,236 pour le tellure fondu et refroidi lentement; 6,233 pour le tellure cristallisé dans le tétrachlorure fondu; 6,310 pour le tellure en aiguilles obtenues par vaporisation.

La densité du tellure obtenu par vaporisation (6,310) *est invariable à toute température*. Chacune de ces aiguilles est formée d'un cristal unique, sans cavités, et la densité est la densité vraie du tellure cristallisé. La densité des deux autres produits *paraît* plus faible, parce que, en raison de leur mode de production, ils sont légèrement poreux. Par chauffage dans le vide à la même température que dans l'expérience de MM. Cohen et Kröner, et par trempe ultérieure, leur densité s'accroît, mais faiblement et *très lentement*, d'autant plus vite que la température est plus élevée. Voici quelques chiffres :

Température.	Durée de chauffe.	Densité en fin d'expérience.	Accroissement pour 100.
Produit d'origine	....	6,236	»
165°	434 heures...	6,269	0,53
175°	173 » ...	6,268	0,56
265°	173 » ...	6,268	0,56
370°	91 » ...	6,267	0,52
Près fusion	non déterminée....	6,277	0,68

La trempe du tellure liquéfié en tube de quartz a donné des produits de densités 6,273; 6,287; 6,276, correspondant à des accroissements de 0,64; 0,83; 0,66 pour 100.

(1) LE CHATELIER et BOGITCH, *Rev. Mét.*, 1918, p. 514.

Dans ces cas où la densité s'accroît par chauffage, la variation constatée est toujours de même sens. Elle est de plus irréversible : on n'observe pas d'abaissement sensible de la densité lorsque l'on abaisse la température de chauffe d'un produit. Nous pensons que cette faible variation de densité est due à une recristallisation lente, dont l'effet est, sinon d'annuler, du moins de diminuer des cavités intercristallines.

On ne saurait pas voir ici un phénomène d'équilibre, comme le voudrait la théorie dynamique.

Quant au tellure amorphe, préparé et manipulé à l'abri de l'air, il a pour densité 5,85-5,87. Chauffé de même, il se transforme en tellure cristallisé *avec dégagement de chaleur*, ce qui est contraire aux conclusions de Berthelot et Fabre [1]. La poudre amorphe se contracte beaucoup en se transformant et le produit obtenu est extrêmement poreux. Aussi, sa densité reste-t-elle plus faible que celle du tellure cristallisé ; cette densité *apparente* varie d'ailleurs beaucoup avec la grosseur des grains, comme le montrent les chiffres suivants, obtenus après trois heures de chauffe progressive entre 20° et 400° :

		D.
Grains traversant le tamis	50............	6,063-6,064
»	100............	6,170
»	120............	6,174-6,175

En chauffant de nouveau ce produit dans le vide, il continue à s'agglomérer, sa porosité diminue, et sa densité atteint sensiblement celle du tellure cristallisé (6,231 après 144 heures à 350°).

Nos expériences ne confirment donc pas celles de MM. Cohen et Kröner. Tous les phénomènes observés s'expliquent aisément sans faire intervenir une théorie nouvelle. La seule densité vraie du tellure cristallisé est celle du produit le plus compact, et, contrairement aux conclusions de MM. Cohen et Kröner, les constantes physiques du tellure gardent leur signification classique.

---

(1) Berthelot et Fabre, *Ann. de Chim. Phys.*, 6e série, t. 14, 1888, p. 92.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les séries* L *du lutécium et de l'ytterbium et sur l'identification du celtium avec l'élément de nombre atomique* 72. Note de M. **A. Dauvillier**, présentée par M. G. Urbain.

Depuis la publication des résultats de notre étude des séries L des éléments exécutée au cours de l'an dernier ([1]) avec un spectrographe de M. de Broglie, nous avons pu améliorer considérablement notre dispositif expérimental en plaçant la fente collimatrice à l'intérieur du tube au voisinage immédiat de l'anticathode. Cette disposition, qui décuple l'intensité du rayonnement tombant sur le cristal a, en outre, l'avantage de protéger la fragile fenêtre transparente des radiations issues du foyer. Nous pouvons ainsi, par des poses ne dépassant pas quelques dizaines d'heures, obtenir des clichés présentant le noircissement optimum avec des éléments étudiés sous forme d'oxydes ou de sels possédant une très faible conductibilité thermique et ne supportant pas, sur l'anticathode, une puissance supérieure à une dizaine de watts par millimètre carré sans destruction rapide. La dispersion correspond à 6 unités X (10^{-11} cm) par millimètre.

I. Grâce à cette technique nous avons pu étudier en détail les séries L du lutécium et de l'ytterbium, contenus à l'état d'oxydes dans une préparation de M. Urbain déjà utilisée par M. de Broglie ([2]) pour ses mesures des limites d'absorption K de ces éléments. Une petite quantité de ce mélange fut agglutinée sur l'anticathode de cuivre au moyen d'un peu d'anhydride borique fondu. La tension constante fut réglée à 40 kv et la puissance à une vingtaine de watts.

Friman et Hjalmar avaient déjà trouvé une dizaine de raies dans le groupe des terres rares. Nous en avons identifié vingt-six pour le lutécium qui possédait la plus forte concentration, toutes raies déjà reconnues par nous pour des éléments plus lourds. Leurs longueurs d'ondes, exprimées en unités X et mesurées par rapport aux lignes K du cuivre (Siegbahn) sont réunies dans le Tableau suivant. Elles sont exactes à $\pm 0,3$ unité X près, sauf peut-être pour quelques raies γ de l'ytterbium qui coïncident avec des lignes du lutécium ou du tungstène.

([1]) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 915, 1350, 1650; t. **173**, 1921, p. 35, 137, 647, 1077, 1458.

([2]) *Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 725.

Longueurs d'ondes des raies L *des éléments* Lu *et* Yb.

Combinaison.	Raie.	Lu.	Intensité.	Yb.	Intensité.
$O_{34}L_3$	γ_4	1141,4	ass. forte	1182,6	(γ_7 Lu)
N_4L_3	γ_9	1160,5	tr. faible	1201,6	(γ_6 Lu)
N_6L_3	γ_3	1176,5	forte	1219,4	(γ_1 Lu)
N_7L_3	γ_7	1182,6	(γ_4 Yb)	1226,2	forte
$O_{12}L_2$	γ_2	1196,9	tr. faible	1240,5	(β_2 W)
N_2L_2	γ_6	1201,6	(γ_9 Yb)	1248,3	tr. faible
N_3L_2	γ_{10}	1211,9	tr. faible	1256,8	(γ_5 Lu)
N_5L_2	γ_1	1219,4	(γ_3 Yb)	1265,0	tr. forte
N_8L_2	γ_5	1256,8	ass. forte	1303,8	ass. forte
M'_1L_3	β_8	1333,0	moy.	"	"
$O_{12}L_1$, M_2L_3.	β_5, β_9	1339,8	moy.	"	"
N_2L_2, O_5L_1..	β'_7, β_7 (doublet)	1346,6	moy.	"	"
N_3L_1	β''_2	1357,9	moy.	1405,9	moy.
N_4L_1	β_2	1366,8	tr. forte	1412,4	tr. forte
N_5L_1	β'_2	1368,5	moy.	"	"
M_3L_3	β_3	1398,4	forte	1448,8	forte
N_8L_1	β_6	"	"	1462,4	ass. forte
M_2L_2	β_1	1420,5	tr. forte	1472,6	tr. forte
M_4L_3	β_4	1437,2	forte	1488,6	forte
M_5L_2	η	1575,4	ass. forte		
M_1L_1	α_3	1612,2	ass. forte		
M'_1L_1	α_1	1617,6	tr. forte		

Les lignes β_8, β_9, β_5 et β_7 de l'ytterbium se confondent avec les lignes $K\beta$ et $K\gamma$ du cuivre et la ligne β_{11} avec le groupe $K\alpha$. Nos mesures s'accordent à quelques unités X près avec celles de Friman et Hjalmar. Cependant les valeurs de η données par ces auteurs pour Ta, Yb, Er et Tb sont beaucoup trop faibles. Par contre, les chiffres relatifs à $\alpha_1\alpha_2$ et l sont corrects. La ligne 1422 signalée comme étant β_5 de Yb est en réalité β_1 de Lu.

Comme pour les éléments plus lourds, à l'exception de l'uranium, il subsiste un défaut de combinaison pour les lignes $M\alpha$ et $M\beta$ de ces deux éléments lorsque l'on pose *a priori* $\sqrt{\frac{\nu}{R}}(O_{12})\sim 1$. Ce défaut semblerait indiquer que les fréquences des limites L sont un peu plus grandes qu'on ne le croit généralement, et serait sans doute à rapprocher de l'existence des raies L d'absorption que nous avons signalées.

Il est à remarquer que la raie γ_2 du lutécium est beaucoup plus faible que celle du tungstène et, comme les lignes β_5 et γ_2 de l'uranium sont nettement plus intenses que celles de l'or, il semble exister, en outre du gros phénomène d'accroissement d'intensité entre W et Pt que nous avons étudié l'an dernier, une faible croissance régulière depuis Ce jusqu'à U.

Enfin, les lignes β_7 et β'_7 qui semblent confondues au-dessous de l'osmium, le sont probablement par suite du croisement des niveaux O_5 et N_{12} entre Os et Lu.

II. Outre les raies du lutécium et de l'ytterbium, nous avons reconnu l'existence de très faibles lignes démontrant la présence d'une trace de thulium qui est un élément pour lequel on ne connaissait pas encore de raies de haute fréquence. Ce sont : $\gamma_7 = 1272,1$; $\gamma_1 = 1311,3$ et $\beta_2 = 1456,3$. β_1 se confondrait avec $K\alpha_{34}$ du cuivre. De plus, deux lignes extrêmement faibles démontrent l'existence d'une trace de celtium et lui assignent le nombre atomique 72. Ce sont : $\beta_2 = 1319,4$ et $\alpha_1 = 1561,8$. Cet élément a été découvert par M. G. Urbain ([1]) dans la préparation que nous avons étudiée, grâce à l'apparition d'un groupe de lignes inconnues dans le spectre d'arc. Ses lignes γ_1 et β_1 se confondraient respectivement avec γ_3 et β'_2 du lutécium. La ligne β_2 ne saurait être simulée par γ_7 de l'erbium, car les fortes lignes β_1 et β_2 de cet élément ne sont pas visibles. La raie α_1 du celtium ne saurait non plus être due à la présence d'une trace d'holmium (β_2), car la ligne β_1 de cet élément n'est pas apparue. Toute autre impureté du groupe des Terres Rares est exclue. Nous trouvons enfin la raie α_1 du plomb dont la présence était inattendue, la fente collimatrice étant en fer.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les numéros atomiques du néo-ytterbium, du lutécium et du celtium.* Note de M. G. Urbain.

Les observations faites par M. A. Dauvillier avec mes produits celtifères présentent une importance théorique qui n'échappera à aucun de ceux qui ont suivi le récent mouvement scientifique relatif aux éléments chimiques et à leur constitution atomique.

Il est acquis désormais que l'élément de numéro atomique 72 s'identifie avec le celtium. Il en résulte que la masse atomique du celtium est comprise entre 175 (lutécium) et 181,5 (tantale). Le celtium, caractérisé par deux ensembles de lignes spectrales (arc et spectre de haute fréquence) et un ordre de grandeur de sa masse atomique, a, de la sorte, définitivement acquis droit de cité parmi les éléments chimiques définis.

Ainsi, d'un point de vue strictement élémentaire, la question des constituants de l'ancien ytterbium de Marignac est réglée. La méthode des spectres de haute fréquence, si significative, et dont on peut dire qu'en matière d'éléments chimiques elle doit avoir le dernier mot, s'est pro-

([1]) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 141.

noncée en faveur des résultats que j'avais obtenus par des moyens plus pénibles et peut-être moins probants, au cours d'un travail de plus de 10 années sur l'ancien ytterbium. Mes efforts n'ont abouti qu'à des séparations bien imparfaites, mais, seules, elles ont été suffisantes pour permettre aux spectres de haute fréquence d'attribuer sans ambiguïté aux trois constituants que j'ai découverts leurs numéros atomiques : (néo) ytterbium : 70; lutécium : 71; celtium : 72.

Ces résultats étant acquis, je voudrais esquisser rapidement une partie, encore inconnue du public savant, de l'histoire de ces trois éléments.

A l'époque où j'ai annoncé l'existence du celtium, la loi de Moseley sur les numéros atomiques était inconnue. Après qu'elle fut trouvée, il semblait évident que les trois éléments du groupe ytterbique devaient pouvoir être caractérisés par des spectres de haute fréquence. Moseley fit lui-même l'hypothèse que le celtium s'identifiait peut-être avec l'élément inconnu de nombre atomique 72. D'autre part, Moseley avait, dans ses premiers numérotages des éléments, sur la foi de M. Auer von Welsbach, admis l'existence de deux thuliums, alors que mes recherches conduisaient à n'en admettre qu'un.

Pour résoudre ces différentes questions, je me suis rendu, en juin 1914, en compagnie de Ramsay, à Oxford, au laboratoire du professeur Townsend, où travaillait Moseley. Il s'agissait d'examiner par la méthode, unique alors, de ce jeune savant, les divers termes de mes fractionnements d'ytterbiums.

Nous reconnûmes qu'il n'existait qu'un seul thulium de numéro atomique 69, un seul (néo) ytterbium de numéro atomique 70; un lutécium de numéro atomique 71. Les spectres obtenus par Moseley étaient pauvres en raies; il fut impossible d'observer de lignes attribuables à l'élément de numéro atomique 72. Les premiers de ces résultats sont connus depuis plusieurs années; et ils le furent, sans qu'il y ait de réclamation de priorité possible, par des recherches indépendantes des nôtres. C'est que Moseley s'était chargé de leur publication, et qu'il avait conservé, dans ce but, les documents indispensables. Or, avant qu'il ait eu le loisir de rédiger son Mémoire, la guerre éclatait. Moseley fut des premiers à s'engager, et il devait malheureusement périr aux Dardanelles.

Sir Rutherford qui fit l'éloge funèbre de son élève, m'écrivit au sujet des derniers travaux de Moseley que j'avais assisté. Je crus devoir renoncer à faire appel à mes seuls souvenirs pour publier des résultats que je ne pouvais appuyer d'indications précises.

Les observations de M. A. Dauvillier complètent les résultats primitivement obtenus à Oxford. Ils montrent que le résultat négatif relatif au celtium, par la méthode de Moseley, tenait seulement à son défaut de sensibilité, car la matière examinée par M. A. Dauvillier est celle-là même qui avait été expérimentée dans le propre tube de Moseley.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Floculation du sulfure d'arsenic colloïdal. Influence de la concentration du colloïde, de l'agitation et de la température.* Note de MM. **A. Boutaric** et **M. Vuillaume**, présentée par M. Daniel Berthelot.

Par la méthode que nous avons décrite antérieurement [1], nous avons pu préciser l'influence d'un certain nombre de facteurs sur la vitesse de floculation du sulfure d'arsenic par divers électrolytes.

1. *Influence de la concentration du colloïde.* — A 50^{cm^3} d'une solution de sulfure d'arsenic, de concentration variable, ajoutons 50^{cm^3} d'une solution d'un électrolyte donné, de concentration déterminée.

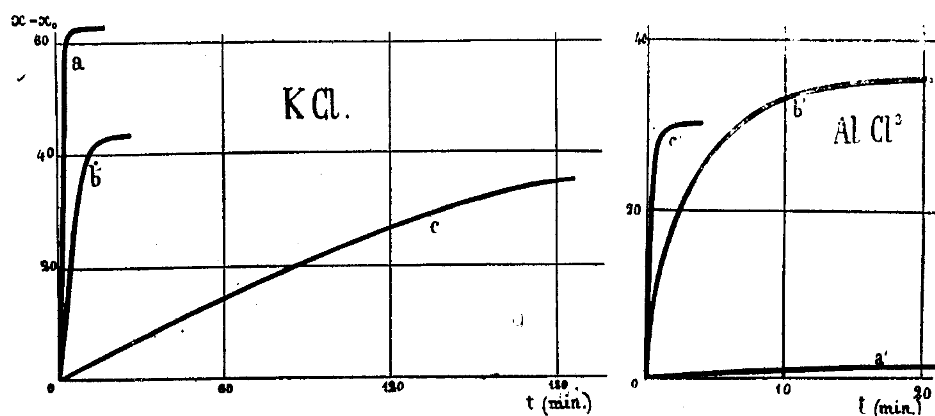


Fig. 1.

Pour quelques-uns des électrolytes que nous avons étudiés, (KCl, $BaCl^2$, $MgCl^2$, $MnCl^2$), la vitesse de floculation augmente avec la concentration du colloïde. Pour $CdCl^2$ et $AlCl^3$, la vitesse de floculation diminue quand la concentration augmente.

La figure 1 reproduit les graphiques relatifs à la variation d'opacité (dans

---

(1) A. Boutaric et M. Vuillaume, *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1293, et t. 173, 1921, p. 229.

une cuve de 1^{cm} d'épaisseur) pour diverses concentrations du colloïde, avec KCl et $AlCl^3$. Les concentrations en As^2S^3 sont :

pour les courbes *a* et *a'*	....	$6^g,2$ par litre
» *b* et *b'*	....	3,1 »
» *c* et *c'*	....	1,55 »

Les concentrations des solutions électrolytiques employées sont $14\frac{N}{100}$ pour KCl et $17\frac{N}{100000}$ pour $AlCl^3$. Pour KCl, l'opacité limite est atteinte d'autant plus vite que la concentration du colloïde est plus grande. C'est le contraire pour $AlCl^3$: au bout de plusieurs heures, la solution de colloïde à $6^g,2$ par litre est encore très loin de l'opacité limite, tandis qu'une solution de concentration 5 fois moindre (à $1^g,2$ par litre) l'atteint en une minute et flocule presque instantanément ([1]).

2. *Influence de l'agitation.* — Nous avons fait des mesures comparatives : d'une part, en agitant le mélange du colloïde et d'électrolyte, quelques secondes seulement, pour en assurer l'homogénéité; d'autre part, en l'agitant continuellement, avec une baguette, jusqu'à la floculation.

1° Les courbes d'opacité se superposent sensiblement;

2° Pour KCl, la floculation de la solution agitée se produit seulement après que l'opacité limite a été atteinte. Pour $BaCl^2$ et $AlCl^3$, la solution agitée flocule *avant* que l'opacité limite soit atteinte.

3. *Influence de la température.* — La solution de colloïde et celle d'électrolyte sont prises à la même température *t* et mélangées. Si la température *t* n'est pas très éloignée de la température ambiante, et si l'expérience est de courte durée, la température du mélange demeure sensiblement invariable.

La vitesse de floculation varie en sens inverse de la température pour KCl, NaCl, NH^4Cl, LiCl. Elle varie dans le même sens pour $BaCl^2$, $CaCl^2$, $SrCl^2$, $MgCl^2$, $CdCl^2$. Elle dépend peu de la température pour $AlCl^3$.

Les courbes de la figure 2, relatives à la floculation observée en mélangeant 50$^{cm^3}$ de solution colloïdale (à $3^g,1$ de As^2S^3 par litre) et 50$^{cm^3}$ de

---

([1]) L'influence de la concentration du colloïde a été étudiée notamment par BURTON et BISHOP (*J. of physical Chemistry*, t. 24, 1920, p. 701) et par BURTON et MAC INNES (*Ibid.*, t. 25, 1921, p. 517). Leurs résultats n'ont pas la même signification que les nôtres, car ils ont été obtenus par une méthode toute différente; mais ils ne les contredisent pas.

solution d'électrolyte $\left(\text{à } 11 \frac{N}{100} \text{ pour KCl et } 16 \frac{N}{10000} \text{ pour } BaCl^2\right)$ montrent que le temps mis à atteindre l'opacité limite augmente avec la température

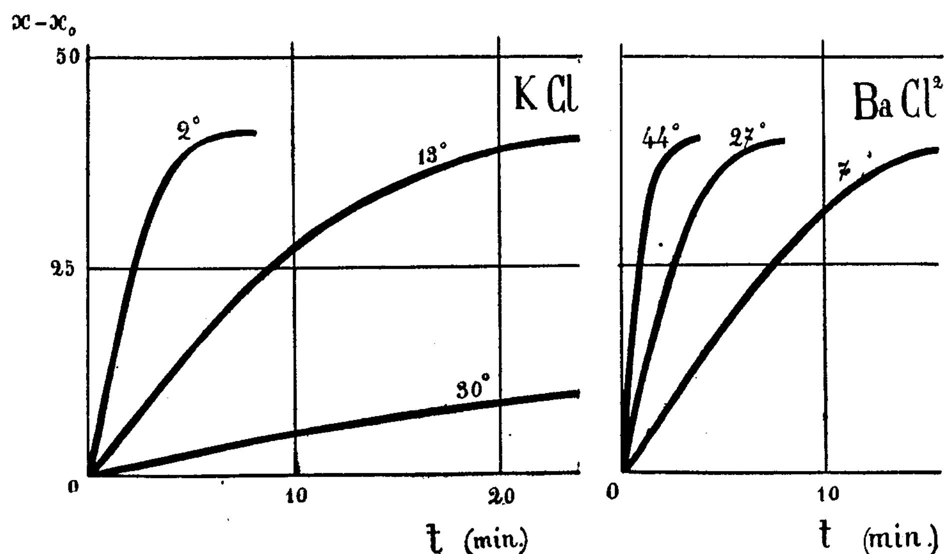


Fig. 2.

pour KCl et diminue quand la température s'élève pour $BaCl^2$. La floculation, pour les métaux alcalins, est *très sensible* à l'influence de la température.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Essais de fabrication synthétique des nacres par production de réseaux chimiques.* Note de MM. **Clément** et **Rivière**, présentée par M. Daniel Berthelot.

Nous basant sur les données acquises dans la constitution physique et chimique de la nacre, nous avons cherché à reproduire par synthèse les aspects nacrés.

Les phénomènes de nacrage se produisent avec une intensité considérable sur les feuillets élémentaires fabriqués. Si l'on imagine un empilage d'un nombre considérable de ces feuillets, on obtiendra un morceau de nacre de coquille. Ces feuillets, s'ils sont disposés selon les plans équatoriaux d'une sphère, donneront un ensemble nacré qui est la perle fine.

Constitution physique et chimique de la nacre. — Le professeur Raphaël

Dubois (¹) a montré que la nacre possède une charpente alvéolaire constituée par un albuminoïde : la conchyoline. Le carbonate de calcium se dépose entre les montants de cette charpente. Pour la perle, la charpente alvéolaire rayonne autour du centre et le carbonate est empilé dans ces sortes de nids d'abeille.

Chimiquement, voici une composition moyenne de nacre ou de perle :

Albuminoïde (conchyoline)	5 pour 100
Carbonate de calcium	75 »
Eau	25 »

Formation du carbonate de calcium en milieu colloïdal. Production des apparences nacrées. — Il était donc intéressant de voir si en opérant la précipitation du carbonate de calcium, en milieu colloïdal albuminoïdique, on obtiendrait une masse nacrée. L'expérience prouve que sous certaines conditions qui paraissent assez serrées il en est bien ainsi.

Une gelée de gélatine, par exemple, contenant en dissolution des sels de calcium en très forte proportion étant mise en contact avec une dissolution aqueuse de carbonate de sodium en milieu colloïdal se nacre très fortement.

Une dissolution de gélatine ainsi composée :

Eau	80 pour 100
Gélatine	5 »
Sel de calcium	15 »

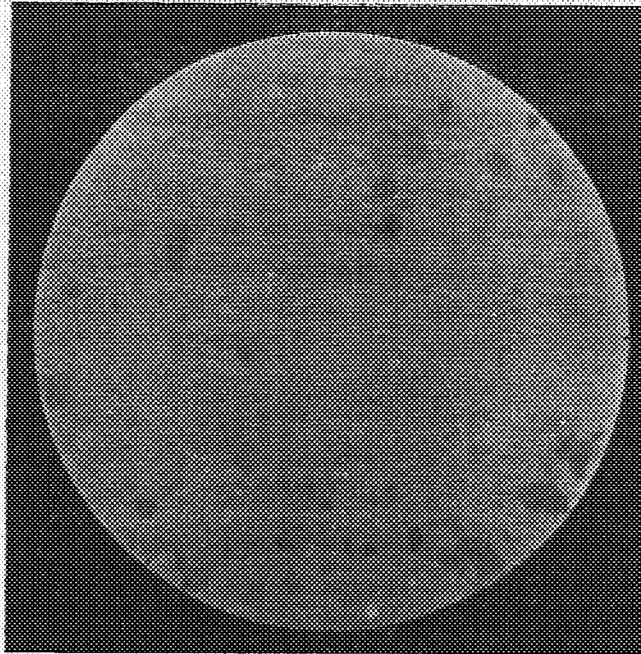
est étalée en couche régulière sur un support tel qu'une plaque de verre. Lorsque la prise en gelée est faite, on laisse couler lentement et régulièrement sur la surface de cette plaque une dissolution de la formule suivante :

Eau	80
Carbonate de sodium	9,6
Phosphate trisodique	2,4
Albumine, caséine, gélatine ou albuminoïde analogue	8
	100

Après 20 ou 30 minutes de contact, on lave la plaque à l'eau et on la sèche. La plaque est nacrée quelquefois d'une façon intense, avec des irisations magnifiques et de superbes tons métalliques. Au microscope, la plaque apparaît composée d'une série de files parallèles de carbonate calcique. Ces files très serrées forment un réseau optique qui donne les phénomènes

(¹) *Contribution à l'étude des perles fines et de la nacre*, 1909.

interférentiels expliquant les apparences nacrées. La microphotographie ci-dessous montre ce réseau qui contient environ 1000 traits au millimètre (grossissement 570).



Moulage, G = 570.

Si le réseau est peu serré, l'aspect de la plaque est simplement argenté. Plus le réseau est serré, plus l'aspect argenté devient chatoyant, soyeux et irisé. On peut produire à volonté ces différents aspects et retrouver tous les genres de nacrage depuis la coquille blanche de l'huître, jusqu'à la coquille irisée des mollusques nacriers. Le nacrage produit sur une sphère gélatinée donne l'aspect irisé de la perle et nous avons appliqué cette expérience à l'irisation des perles fausses obtenues à l'aide d'écailles d'ablettes.

Ces plaques sont des nacres synthétiques obtenues sur un feuillet élémentaire. La superposition de deux feuillets augmente beaucoup l'aspect nacré.

La plaque nacrée, desséchée longtemps à l'étuve à 50°, s'opacifie par déshydratation. Il en est de même avec la nacre ou la perle que l'on dessèche fortement et qui « meurt » selon l'expression consacrée.

Le mécanisme de la formation de ces réseaux paraît se rattacher aux phénomènes de précipitations périodiques déjà signalés par plusieurs auteurs :

S. Leduc, Liesegang, etc. Il s'agit là de phénomènes osmotiques en parois semi-perméables (voir expériences S. Leduc).

Moulage des réseaux nacrés. — Les aspects nacrés que nous obtenons ne sont bien dus qu'aux phénomènes optiques des réseaux. On peut le démontrer en coulant à la surface de ces plaques nacrées un collodion de nitrocellulose ou d'acétocellulose, on détache par séchage une pellicule d'éther cellulosique parfaitement nacrée : elle reproduit tous les aspects de la plaque originelle dont elle est un moulage.

Conclusion. — Par superposition, ces empilages de réseaux calciques donnent, il est facile de le concevoir, une structure alvéolaire qui se rapproche étrangement de la structure adoptée pour la nacre naturelle,

Nous pensons que ces expériences éclairent et vérifient les théories admises pour la composition physique et chimique de la nacre et de la perle fine.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le sulfure de zinc phosphorescent.* Note de M. **A.-A. Guntz**, présentée par M. A. Haller.

Le sulfure de zinc phosphorescent préparé pour la première fois par Sidot en distillant au rouge blanc de la blende dans un courant de gaz inerte est un produit cristallisé (wurtzite) présentant une phosphorescence verte. Il est chimiquement identique à la blende, mais cristallise dans le système hexagonal.

Le sulfure de zinc est en effet dimorphe et d'après L.-A. Allen et J.-L. Crenshawn, la blende ou sphalérite est la forme stable en dessous de 1020°, tandis que la wurtzite est la forme stable aux températures élevées.

Nous avons préparé ces deux variétés, phosphorescentes toutes deux, par chauffage du sulfure précipité conformément aux observations de L.-A. Allen et J.-L. Crenshawn [1].

Au microscope les deux variétés se distinguent aisément, la wurtzite se présente sous la forme de petits cristaux octaédriques très réfringents, agissant fortement sur la lumière polarisée. La sphalérite, au contraire, est en lamelles, sans action sur la lumière polarisée.

Les analyses donnent, pour les deux variétés, des chiffres concordants :

	Wurtzite.	Sphalérite.	Calculé pour ZnS.
Soufre	32,79	32,96	32,90
Zinc	67,08	67,01	67,10

[1] L.-A. Allen et J.-L. Crenshawn, *Z. anorg. Ch.*, t. 79, p. 25.

Nous avons pris les densités dans l'acétate d'amyle, car l'eau mouille assez mal ces poudres cristallines.

	Wurtzite.	Sphalérite.
D_4^{18}	4,093	4,084

La différence est faible, à la limite des erreurs d'expériences.

Notons que la densité obtenue pour la wurtzite diffère de celle de 3,98 donnée par Mourlot (¹), mais les chiffres que nous obtenons sont sensiblement d'accord avec ceux donnés par Allen et J.-L. Crenshawn, pour des produits naturels :

	Blende.	Wurtzite.
D_4^{25}	4,090	4,087

La phosphorescence ne se développe qu'en présence d'une trace de métal lourd. Avec le cuivre comme phosphorogène à la dose de $\frac{1}{10000}$, la lumière émise est verte dans les deux variétés, mais la durée de la luminosité est différente.

La phosphorescence de la wurtzite est plus persistante, celle de la blende est moins durable; lorsque l'action excitatrice est faible les différences sont moins tranchées, car la blende s'illumine plus facilement.

Nous avons mesuré la variation de l'intensité de la lumière de phosphorescence après insolation à la lumière du jour ou par un ruban de magnésium. La température était de 9°.

Les résultats, exprimés en millionièmes de bougie par centimètre carré, sont résumés dans le Tableau suivant, où les valeurs au temps zéro sont obtenues par extrapolation :

Temps.	Éclat de la wurtzite.	Éclat de la sphalérite.
0	7000	4000
2 secondes	1750	472
5 »	535	118
10 »	210	50
30 »	69	13,2
1 minute	41	6,6
10 minutes	3,9	0,41
1 heure	0,36	0,047
2 heures	0,13	0,018

L'examen de ce Tableau montre nettement que, même pour la wurtzite, la décroissance de l'intensité lumineuse est extrêmement rapide.

(¹) Mourlot, *Comptes rendus*, t. 123, 1896, p. 56.

Placées dans les différentes régions du spectre, la wurtzite et la sphalérite ne présentent pas de différences, à part la durée de phosphorescence. Dans l'infrarouge, elles donnent le même phénomène d'extinction, précédé d'une légère recrudescence d'éclat.

Sous l'action de la chaleur et du choc, les deux variétés sont extrêmement thermoluminescentes et triboluminescentes.

Les rayons α des composés radioactifs agissent également, mais la blende cependant y paraît un peu plus sensible.

Les rayons X provoquent comme la lumière la luminescence, mais les deux variétés ne présentent plus alors cette différence caractéristique dans les durées respectives de la phosphorescence.

En résumé, la structure cristalline du sulfure de zinc paraît jouer un rôle important dans le phénomène de la phosphorescence, rôle mis en évidence par la durée différente de la luminosité des deux variétés et par le fait connu que leur pulvérisation supprime presque totalement leur émission lumineuse.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Essai d'extension systématique de la préparation des organométalliques. Application à l'iodure de fer éthyle.* Note [1] de MM. **André Job** et **René Reich**, présentée par M. Charles Moureu.

L'organomagnésien de Grignard n'a pas seulement donné pour la synthèse organique les prodigieux résultats que l'on sait, il a fourni une méthode générale commode pour préparer les autres composés organométalliques déjà connus et, par extension, il a permis d'atteindre des composés organométalliques nouveaux : ceux de l'or et du platine (Pope, Peachey et Gibson) et ceux du chrome dans la série phénylée (Hein). Or ces éléments se trouvent précisément dans des séries de la table périodique où l'on ne connaissait pas encore de tels composés.

La question se pose maintenant de savoir si, en vérité, tous les éléments ne sont pas susceptibles de donner des organométalliques et si les insuccès rencontrés jusqu'ici ne sont pas dus simplement au choix du réactif. Le magnésien est caractérisé par la rapidité de son action. Il en résulte la plupart du temps un dégagement de chaleur très vif et c'est ainsi que les préparations des composés de l'or, du platine et du chrome, malgré une

[1] Séance du 8 mai 1922.

réfrigération énergique, ne donnent que de faibles rendements. Dans d'autres cas, très nombreux, il y a décomposition totale de l'organomagnésien sans qu'il apparaisse aucun organométallique nouveau. Témoins les essais de Kondireff et Fomin sur les sels de fer, cuivre, nickel, cobalt, molybdène, qui n'ont donné d'autres résultats que des synthèses de carbures d'hydrogène. L'emploi de l'organomagnésien se trouve ainsi fort limité et l'on est logiquement conduit à chercher un réactif moins violent. Nous l'avons trouvé dans l'organozincique mixte que Blaise a si heureusement utilisé et qu'il a préféré à l'organomagnésien précisément pour ses réactions plus ménagées. L'organozincique présente encore un autre avantage qui, à nos yeux, est de première importance. Tandis que le magnésien n'est compatible qu'avec les milieux éther et carbures d'hydrogène, l'organozincique s'accommode d'autres milieux et, en particulier, de l'acétate d'éthyle qui dissout un assez grand nombre de chlorures métalliques.

Nous avons observé la réaction de l'organozincique sur un grand nombre de chlorures anhydres et nous avons acquis la conviction que les organométalliques existent dans toutes les séries et probablement sans exception. Nos essais ont porté sur les chlorures de fer, nickel, cobalt, chrome, molybdène, tungstène, uranium, vanadium, thorium, sur les chlorures de terres rares et sur le chlorure de cuivre (¹).

Dans la présente Note nous ne traiterons que du fer pour donner la démonstration de notre méthode. Mais auparavant, nous signalerons une réaction intermédiaire intéressante que nous avons rencontrée en étudiant l'action du chlorure cuivreux. Il réagit sur C^2H^5ZnI suivant la formule

$$2\,C^2H^5ZnI + Cu^2Cl^2 = 2\,C^2H^5ZnCl + Cu^2I^2.$$

Cette réaction intermédiaire se fait lentement et elle montre combien l'action de l'organozincique est plus ménagée que celle de l'organomagnésien. De la même manière on peut obtenir des organozinciques bromé et cyané, et c'est un moyen commode de préparer tous ces composés qu'il était impossible d'obtenir directement.

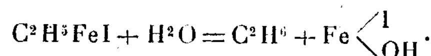
I. *Préparation de l'iodure de fer éthyle* C^2H^5FeI. — Notre point de départ est une solution éthérée d'iodure ferreux FeI^2 préparée directement en agitant un excès de fer réduit en présence d'iode et d'éther anhydre. Il

(¹) Nous avons constaté que la même méthode s'applique utilement à la préparation des organométalliques déjà connus. Nous nous proposons de reprendre surtout les préparations pour lesquelles le magnésien donne les plus faibles rendements.

est important de préserver à tout instant la solution du contact de l'air. On la filtre et on la fait passer sous pression de CO^2 dans le ballon où se fera la réaction. On opère sur 100^{cm^3} contenant environ $\frac{1}{10}$ de molécule de FeI^2. On y verse en une seule fois 50^{cm^3} (soit également $\frac{1}{10}$ de molécule) d'une solution éthérée de C^2H^5ZnI. La solution reste limpide; on élève la température jusqu'à l'ébullition de l'éther et on l'y maintient pendant 6 heures.

Si le zincique avait subsisté, en reprenant par l'eau, nous formerions de l'hydroxyde de zinc avec un dégagement correspondant d'éthane. Quand on applique cette épreuve au liquide, on obtient en réalité un précipité vert qui est uniquement composé d'hydrate ferreux. Il n'y a donc plus d'organozincique. Mais on constate en même temps un dégagement abondant d'éthane. Il reste donc bien un organométallique dans la liqueur : il est logique de penser que le fer s'est simplement substitué au zinc.

Si l'on mesure l'éthane dégagé et si l'on dose l'hydrate ferreux précipité, on trouve en effet qu'ils correspondent rigoureusement à la réaction



$$C^2H^5FeI + H^2O = C^2H^6 + Fe\langle{}^{I}_{OH}.$$

L'existence de C^2H^5FeI se trouve donc démontrée. Il s'est fait simplement par la réaction

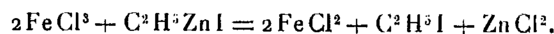
$$C^2H^5ZnI + FeI^2 = C^2H^5FeI + ZnI^2.$$

Nous avons d'ailleurs examiné ce qui se passe au cours de cette réaction. On voit progressivement par le dosage à l'eau, la quantité de $Zn(OH)^2$ diminuer et celle de $Fe(OH)^2$ s'accroître. La réaction est complète au bout de 6 heures.

La solution de C^2H^5FeI ainsi obtenue possède des réactions analogues à celles de l'organozincique. Elle réagit en particulier sur l'alcool absolu avec dégagement d'éthane et formation d'iodoéthylate ferreux. C'est la première fois que l'on obtient un composé de ce genre. Il est intéressant par son oxydation et nous en reparlerons dans une Note spéciale.

Notons également que l'iodure de fer éthyle est lui-même un réactif modéré, plus modéré sans doute que le zincique, et qui donnera lieu à son tour, dans la série des éléments, à de nouvelles possibilités de réaction.

II. *Action du chlorure ferrique sur l'organozincique.* — En prenant comme point de départ une solution éthérée de $FeCl^3$ on observe d'abord sa réduction instantanée et quantitative à l'état de $FeCl^2$ suivant la formule



$$2FeCl^3 + C^2H^5ZnI = 2FeCl^2 + C^2H^5I + ZnCl^2.$$

La réaction continue ensuite lentement entre $FeCl^2$ et l'organozincique en excès et il se forme du C^2H^5FeCl.

Nous nous préoccupons maintenant d'étendre la même méthode à la série phénylée et aussi d'atteindre les organométalliques complets des types FeR^2 ou $FeRR'$.

Ainsi s'ouvre un nouveau Chapitre de la chimie du fer où l'on pourra observer dans des conditions inusitées le jeu des valences et la formation des complexes. Il en sera bientôt de même pour tous les éléments. C'est, croyons-nous, une acquisition importante pour la systématique.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Perturbations de la déclinaison magnétique à Lyon pendant l'année de* 1920-1921. Note de M. **Flajolet**, présentée par M. Baillaud.

Les relevés des courbes du déclinomètre enregistreur de l'Observatoire pendant l'année 1920-1921 fournissent la répartition suivante des jours perturbés :

Mois.	Calmes.	Avec perturbations de : 1' à 3'.	3' à 7'.	7' à 15'.	15' à 30'.	> 30'.
Décembre 1920	7	11	11	1	1	
Janvier 1921	7	14	8	0	2	
Février (1)	4	15	6	1		
Mars	6	14	5	6		
Avril	6	9	8	6	1	
Mai	8	11	4	3	3	2
Juin	10	14	4	2		
Juillet	6	15	10			
Août	4	9	15	3		
Septembre	12	7	8	3		
Octobre	3	15	7	6		
Novembre	7	9	8	5	1	
Total	80	143	94	36	8	2

La comparaison avec l'année précédente montre une diminution très sensible des perturbations. En effet, on a enregistré 223 jours calmes ou très faiblement perturbés (213 en 1919-1920) et seulement 130 jours avec des perturbations comprises entre 3' et 15' (année précédente 147). Enfin, on n'a observé que 10 jours avec des perturbations fortes.

(1) L'enregistrement a été interrompu pendant 48 heures pour réparations.

AGRONOMIE. — *Sur la nocuité du terreau du fumier*. Note de M. A. **Petit**, présentée par M. Costantin.

Il a été montré, dans une précédente Note ([1]), que le terreau du fumier devient plus fertile lorsqu'on lui fait subir un lavage préalable.

Il est toutefois des végétaux, comme *Primula obconica*, par exemple, qui tirent peu de profit de ce traitement, et il en est de même d'autres, comme la Cinéraire hybride, qui en souffrent, du fait, sans doute, qu'il les prive de matières alimentaires solubles. Voici, en effet, les résultats de la culture de ces deux plantes :

	Poids de 5 plantes
Expérience avec Primula obconica.	
Terreau lavé	117 grammes
Terreau non lavé	116 »
Expérience avec la Cinéraire hybride.	
Terreau lavé	108 »
Terreau non lavé	132 »

Mais il a été observé, avec cette dernière plante, que l'action du terreau dépend beaucoup de son degré de décomposition et qu'il est surtout pernicieux lorsqu'il est de formation récente et renferme encore des débris de paille peu altérés. On sait d'ailleurs que, dans cet état, les ferments dénitrificateurs y sont actifs. Voici les résultats d'une culture de Cinéraire hybride poursuivie comparativement dans du terreau préparé de longue date (celui des expériences précitées) et dans un terreau qui n'avait que six mois d'existence environ :

	Poids de 5 plantes.
Expérience avec la Cinéraire hybride.	
Vieux terreau	132 grammes
Terreau nouveau	81 »

Certaines plantes redoutent beaucoup le terreau de fumier et souffrent nettement de son addition, même à faible dose, à la terre de culture; c'est surtout le cas des Ericacées (Bruyères, Azalées, Rhododendrons, etc.), qui sont essentiellement calcifuges.

Le terreau de fumier renferme ordinairement un peu de carbonate de calcium ; les terreaux que j'ai utilisés dans mes essais en contenaient respec-

([1]) *Comptes rendus*, t. **174**, 1922, p. 1033.

tivement 1,08, 1,15 et 1,21 pour 100. Et comme ce calcaire est très disséminé dans la masse et partant très actif, on est tenté de lui attribuer tout le dommage causé par le terreau aux plantes calcifuges.

En réalité, ce dommage est dû en partie aussi à la présence de substances solubles nuisibles, comme le prouvent à la fois les expériences mentionnées dans la Note précédente et les observations suivantes :

Si, par exemple, on compare l'action du terreau de fumier sur deux plantes qui redoutent un petit excès de calcaire, la Cinéraire hybride et la Calcéolaire hybride, on constate que la première, qui est la plus sensible au calcaire, peut supporter une dose de terreau beaucoup plus élevée et souffre de son lavage, qui est, au contraire, très favorable à la seconde.

La Calcéolaire rugueuse est devenue chlorotique dans du terreau de fumier contenant 1,21 pour 100 de calcaire, tandis qu'elle est restée verte dans un mélange de sol superficiel de forêt riche en humus et de calcaire renfermant 2,56 pour 100 de cette dernière substance.

Outre la Calcéolaire rugueuse, l'Hortensia (*Hydrangea hortensis*) devient également chlorotique, lorsqu'on le cultive dans le terreau de fumier.

Si on lave le terreau, ces deux plantes y poussent beaucoup mieux et leurs feuilles restent vertes, d'un vert pâle toutefois, car le lavage les prive d'aliments azotés assimilables. Mais, dans la suite, ces plantes tendent à devenir chlorotiques, ce qui conduit à supposer que cette affection est provoquée par une substance soluble qui prend naissance dans la décomposition du terreau.

Si, au terreau non lavé, on ajoute du sulfate de fer, à la dose de 2 à 3 pour 1000, les deux plantes en question reverdissent et deviennent plus vertes que celles du terreau lavé. Mais, dans la suite, elles ont également tendance à jaunir, ce qui confirme la conclusion précédente. Une nouvelle application de sulfate de fer permet de prévenir la chlorose.

Cette action favorable est due à l'intervention du fer, car divers autres sulfates expérimentés comparativement, les sulfates de potassium, d'aluminium et de manganèse, se sont montrés inefficaces; le sulfate de manganèse a même nettement accentué l'état chlorotique des plantes.

Si l'on dilue le terreau de fumier avec du sable lavé, en les mélangeant par parties égales par exemple, on ne diminue pas sa nocuité; bien au contraire, dans un tel mélange, la Calcéolaire rugueuse devient très chlorotique et pousse misérablement, malgré la richesse du terreau en substances alimentaires.

Le mélange, par parties égales, avec une terre de bruyère acide, n'a pas non plus prévenu la chlorose.

Au contraire, le mélange, dans les mêmes proportions, du terreau de fumier avec une terre argileuse s'est montré très propre à la culture de la

Calcéolaire rugueuse, qui s'y développe normalement et y reste bien verte.

Il est donc à penser que l'argile, qui possède un pouvoir absorbant élevé, a la faculté de fixer la substance nuisible du terreau et de la rendre ainsi inoffensive pour les plantes.

Accessoirement, ces expériences montrent l'importance que peut avoir parfois la constitution physique des terres que l'on fait intervenir dans la composition des mélanges terreux où doit entrer le terreau de fumier.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la fixation directe des graisses par les glandes sébacées.* Note de M. **A. Policard** et M^lle **Juliana Tritchkovitch**, présentée par M. Roux.

En mélangeant à la nourriture d'un animal du rouge Soudan ou du rouge écarlate, substances exclusivement solubles dans les graisses et parfaitement inoffensives, on peut colorer sur le vivant divers organes adipeux (Daddi), et en particulier les glandes sébacées. Mais la coloration de ces glandes est variable, très nette dans certains cas, nulle dans d'autres. La recherche, chez la souris blanche, des raisons de ces différences, nous a permis de préciser certains points du mécanisme de la fixation des graisses par les sébacées.

Il existe un rapport constant entre la coloration vitale de la glande et le volume des gouttelettes de graisse qu'elle renferme. Ce volume varie suivant l'état d'engraissement de l'animal. Chez les sujets maigres, les sébacées peu développées ont des vésicules adipeuses petites et placées surtout au centre de la glande; pour elles, la coloration est nulle. Chez les sujets gras, les sébacées volumineuses ont des vésicules adipeuses énormes et s'étendant jusqu'à la périphérie, au contact même des capillaires sanguins; la graisse de ces glandes est toujours colorée. Cette coloration est très rapide, se faisant quelquefois en moins de 24 heures; elle n'est accompagnée d'aucun phénomène cytologique apparent.

Nous pensons que ces faits ne peuvent être expliqués que par l'intervention d'un processus de fixation directe de la graisse sanguine, se déroulant de la façon suivante.

La matière colorante est véhiculée dans le sang sous forme dissoute dans les particules adipeuses ou *hémoconies* qui cheminent dans le sang (Gage). Ces particules, arrivant au niveau des glandes sébacées, semblent être fixées directement par ces glandes, sans intervention d'une dislocation préalable qui mettrait la couleur en liberté. Mais cette fixation semble conditionnée par l'existence d'un état spécial des cellules sébacées.

On sait que dans une cellule qui renferme peu de graisse, le protoplasme offre, au point de vue physico-chimique, deux phases : des micelles adipeuses sont dispersées dans un milieu, ou phase externe, constitué par un mélange protéique aqueux. Quand la teneur en graisse dépasse une certaine valeur, il y a rupture de l'équilibre et interversion de ce système colloïdal ; la phase adipeuse devient le milieu de dispersion et le mélange protéique aqueux, la phase interne, ou micelles. Ce sont là des faits bien connus, spécialement dans l'histoire de la dégénérescence graisseuse du protoplasma. Or, il y a lieu de penser qu'au niveau des glandes sébacées un tel phénomène se produit au cours de leur surcharge adipeuse, spécialement au niveau des éléments périphériques.

C'est après cette transformation structurale que les cellules deviennent aptes à se colorer vitalement, c'est-à-dire capables de fixer directement les hémoconies colorées. Tant que la couche périphérique des sébacées n'a pas pris ce type de structure colloïdale, cette fixation directe, donc la coloration, ne paraît pas possible. La fixation directe de la graisse sanguine paraît liée à l'interversion colloïdale.

Ces observations permettent les considérations histophysiologiques suivantes :

Deux mécanismes semblent intervenir dans le fonctionnement des glandes sébacées. Comme l'admet la théorie classique, il semble qu'une partie de la graisse de ces organes est *élaborée* par la cellule au cours de son évolution. A cette *adipogénèse* semblent participer les mitochondries, dans une suite compliquée de transformations. D'autre part, à côté de ce processus complexe d'élaboration adipeuse, intervient un phénomène cytologiquement plus simple de *fixation directe* de la graisse véhiculée par le sang. Cette *adipopexie* ne se produit que lorsque les cellules, extrêmement chargées de graisse, ont acquis une structure colloïdale spéciale, analogue à celle des éléments du tissu adipeux et caractérisée morphologiquement par l'existence de vésicules adipeuses périphériques et volumineuses. Cette adipopexie n'est accompagnée d'aucun phénomène cytologique visible.

L'existence d'une fixation directe permet de comprendre pourquoi, dans certaines conditions, la secrétion sébacée présente les caractères chimiques des graisses de l'alimentation (travaux de Kossmann, de de Jong, de Plato et Röhrmann sur la glande sébacée des Oiseaux, dite *glande du croupion* ; travaux de Buschke et Fränkel sur les glandes de Meibomius). Cette analogie de composition chimique est le témoin de la fixation directe, sans dislocation préalable, des graisses absorbées au niveau de l'intestin.

PHYSIOLOGIE. — *Variation de la pression osmotique du sang des Poissons Téléostéens d'eau douce sous l'influence de l'accroissement de salinité de l'eau ambiante.* Note de MM. **Paul Portier** et **Marcel Duval**, présentée par M. Henneguy.

On sait que, chez les Poissons d'eau douce, le milieu intérieur a une pression osmotique très supérieure à celle de l'eau qui les entoure. C'est ainsi que le sang de la Carpe que nous avons choisie pour nos expériences se congèle à — 0°,49; le point de congélation de l'eau douce étant de — 0°,02.

Pour obtenir la pression osmotique en valeur absolue, il suffit de multiplier l'abaissement du point de congélation par le facteur 124. La pression osmotique de l'eau douce est donc, en valeur absolue, voisine de 2^{m},48 d'eau distillée, tandis que celle du milieu intérieur du Poisson atteint la valeur de 60^{m},76.

Il est remarquable que le tissu délicat de la branchie, qui permet les échanges gazeux entre l'eau ambiante et le sang, maintienne constante, pendant toute la vie, cette importante dénivellation de pression osmotique entre le milieu extérieur et le sang du Poisson.

Mais qu'arrivera-t-il si l'on enrichit progressivement en chlorure de sodium l'eau dans laquelle vit le Poisson? Telle est la question que nous avons essayé de résoudre expérimentalement [1].

Des Carpes de poids variant de 400^{g} à 800^{g} sont placées dans un récipient contenant environ 13^{l} de la solution saline dont on veut étudier les effets. Elles y séjournent de 3 à 5 heures. Dès qu'elles sont sorties, on prélève leur sang dont on détermine la pression osmotique en prenant le point de congélation au $\frac{1}{100}$ de degré.

Les résultats obtenus sont réunis dans le Tableau ci-contre et le graphique qui l'accompagne.

L'examen de ces documents montre que :

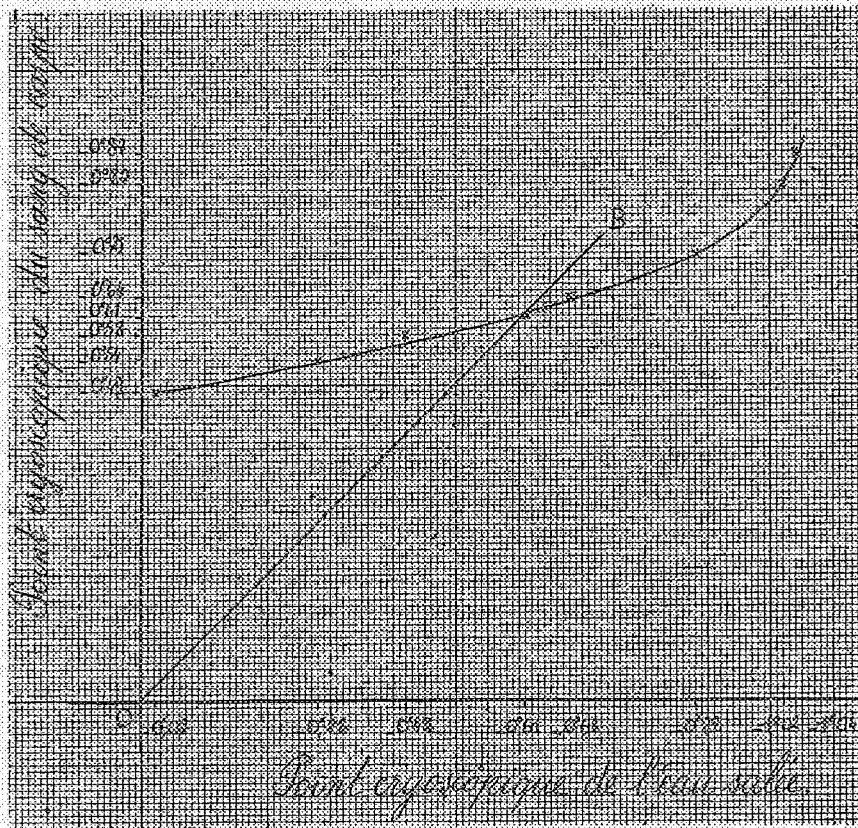
1° La pression osmotique du sang de la Carpe augmente à mesure que l'eau environnante s'enrichit en sels; mais elle augmente moins vite que celle du milieu extérieur. Il en résulte que cette pression, très supérieure au début à celle de l'eau, est devenue inférieure pour les fortes concentrations.

---

[1] Quelques recherches ont été faites déjà dans cette voie par Bottazi, Léon Fredericq et Quinton; mais ces expérimentateurs ne semblent pas avoir étudié la question précise qui nous occupe.

Teneur en sels du milieu extérieur.	Point de congélation du milieu extérieur.	Point de congélation du sang de la Carpe.	Perte de poids pour 100 de la Carpe.
	°	°	
Eau ordinaire..........	—0,02	—0,49	0
3g,5 pour 1000.........	—0,28	—0,54	0,67
8g,0 »	—0,42	—0,58	0,92
10g,0 »	—0,61	—0,61 (1)	1,6
12g,0 »	—0,68	—0,64	2,2
15g,0 »	—0,88	—0,71	4,3
16g,0 »	—1,02	—0,82	3,5 (2)
17g,0 »	—1,04	—0,87	3,6 (2)

Observations. — (1) Point d'équilibre osmotique avec le milieu extérieur; (2) Diminution de la perte de poids.



Le Poisson est incapable de maintenir sa pression osmotique à un niveau constant comme le feraient un Mammifère ou un Oiseau, mais il possède cependant déjà une *tendance à la régulation* très manifeste.

2° Si l'on trace la bissectrice OB de l'angle droit des axes de coordonnées, on voit que c'est le lieu des points d'égale pression osmotique du sang du Poisson et du milieu extérieur.

Or, cette bissectrice coupe la courbe représentative des variations de la pression osmotique du sang en un point qui correspond à la température de — 0°,61. En plaçant une Carpe dans une solution saline de concentration correspondante, nous avons pu vérifier que la pression osmotique de son sang était bien devenue égale à celle du milieu extérieur (à $\frac{1}{100}$ de degré près).

3° Le poids du Poisson diminue à mesure que la teneur en sels du milieu augmente. La diminution de poids va d'abord en s'accentuant régulièrement avec l'accroissement de la salinité.

Mais, à partir d'une teneur en sels de 15 pour 1000, la diminution de poids s'atténue. Il semble que, à partir de ce point, la branchie soit forcée, car le Poisson présente des troubles qui le conduisent rapidement à la mort.

Nous étudions les modifications produites par le séjour du Poisson dans l'eau distillée ou dans l'eau de faible salinité et dépourvue de sels de calcium.

PHYSIOLOGIE. — *Le réflexe linguo-maxillaire* (ultimum reflex). Note de MM. Henry Cardot et Henri Laugier, présentée par M. Ch. Richet.

Nous avons appelé réflexe *linguo-maxillaire* un réflexe non encore décrit, que nous avons d'abord observé chez le chien et qui consiste en ceci : quand on pince d'une façon énergique et rapide le bord de la langue, dans la région de la pointe, on obtient un abaissement brusque de la mâchoire inférieure; le mouvement est généralement très net et très ample; il s'observe avec une particulière facilité sur le chien morphiné (1^{cg} de chlorhydrate de morphine par kilogramme). Ce réflexe peut être recherché également par des excitations électriques et peut être déclenché par l'application d'un choc électrique unique (onde d'induction portée sur la pointe de la langue).

Bien que le mouvement obtenu ne puisse guère être rapporté à une excitation directe provoquée par la diffusion du courant, la preuve expérimentale du caractère réflexe de ce mouvement méritait d'être donnée.

1° *Preuve indirecte*. — Sur un chien préalablement morphiné, deux

électrodes sont placées sur la pointe de la langue; on excite par des chocs d'induction. Dans ces conditions, pour des intensités convenables, on observe à chaque choc, d'une part, des contractions locales sous l'électrode, contractions des muscles de la pointe de la langue, et, d'autre part, un mouvement d'ensemble de la mâchoire inférieure. On recherche le seuil pour la contraction directe sous l'électrode et pour le mouvement d'ensemble présumé réflexe; si l'on anesthésie alors profondément l'animal, on voit que le seuil de la contraction directe ne présente aucune variation en rapport avec l'anesthésie, tandis que le seuil pour le mouvement de la mâchoire s'élève considérablement, comme le montrent les chiffres ci-dessous.

Chien de 11^{kg}, ayant reçu 11^{cg} de chlorhydrate de morphine. Excitation par la bobine d'induction :

	Seuil des contractions locales. Quantités d'électricité.	Seuil des contractions réflexes. Quantités d'électricité.
Avant anesthésie chloroformique	8	69
Première anesthésie	8,7	354
Après anesthésie	8,7	113
»	10,6	82
Deuxième anesthésie	10,6	465
Après anesthésie	12,05	96,5

2° *Preuve directe.* — Elle est donnée par l'étude des voies nerveuses du réflexe.

La *voie sensitive* est constituée par les nerfs linguaux : la section de ces deux nerfs abolit complètement le réflexe; l'excitation du bout central des linguaux sectionnés provoque le réflexe avec beaucoup de netteté.

Voie motrice. — Le mouvement que l'on observe est essentiellement dû à la contraction des muscles digastriques. La voie motrice est constituée par les filets nerveux qui innervent ces muscles : *a.* Nerf mylohyoïdien, branche du maxillaire inférieur (trijumeau); *b.* Filets du facial. La section du nerf mylohyoïdien et la destruction du facial à sa sortie du crâne suppriment le réflexe.

Ce réflexe présente un intérêt spécial : c'est qu'il disparaît dans l'anesthésie plus tard que les réflexes patellaire, oculo-palpébral et même que le réflexe labio-mentonnier de Dastre. Sa disparition indique donc une intoxication plus profonde par l'anesthésique que celle qui correspond à la disparition des autres réflexes.

PHYSIOLOGIE. — *Compas d'orientation du pied.*
Note de M. **Gabriel Bidou**, présentée par M. Daniel Berthelot.

L'art le plus difficile qui soit, celui qui doit réparer la machine humaine et en récupérer les fonctions, est le seul à ne point avoir ses instruments de mesure spéciaux. Je me suis efforcé de combler cette lacune.

J'ai établi à la base même de ma méthode, dite de *Récupération fonctionnelle*, une série d'instruments de mesure qui permettent d'obtenir d'une façon absolument précise, les données des problèmes de récupération qui nous sont soumis. Cette conception nouvelle donne à cette méthode un intérêt vraiment scientifique.

Le *compas d'orientation du pied* est un de ces appareils.

Étant donné que la première condition pour placer un paraplégique sur ses pieds, ou pour corriger une déformation paralytique du pied ou de la jambe, est d'appuyer l'appareillage prothétique sur une base de sustentation solide, il s'ensuit qu'il devient de la plus haute importance de repérer quelles sont les difformités ou déviations en tous plans de cette base naturelle formée par les deux pieds.

But. — L'appareil que nous présentons a donc pour but de fixer l'orientation du pied dans ses trois plans : frontal, vertical et horizontal, d'en donner par lecture directe sur des rapporteurs ou des règles graduées les angles et les rapports.

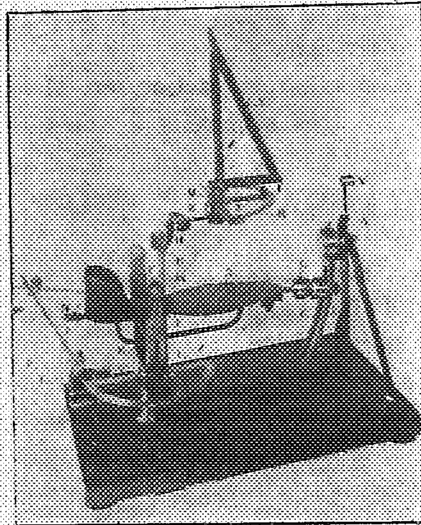
Description. — Il se compose (cf. figure) : d'une semelle S, fixée à sa partie antérieure par une rotule dans une genouillère G. Celle-ci coulisse à volonté dans la saignée d'une pièce C, à courbure selon le rayon d'une circonférence dont le centre serait au milieu de l'axe malléolaire. L'ascension ou la descente de la genouillère dans sa glissière permet toutes attitudes de la semelle dans le plan frontal, soit en talus ou en équin. La semelle S est également oscillante selon le plan vertical, par son support *s*, dans la douille B, ce qui permet les mouvements de rotation du pied en valgus ou en varus. Enfin, la semelle S peut encore osciller selon le plan horizontal, du fait que sa fourchette-support F pivote dans la colonne soutien de l'appareil. Cette fourchette est munie d'une aiguille V, mobile sur un rapporteur Z, qui indique l'angle d'oscillation latérale.

L'aplomb horizontal et vertical de la semelle est assuré par un niveau d'eau à double direction, N.

Enfin, sur le côté gauche de l'appareil déjà décrit se trouve une colonne D, supportant une équerre X, mobile sur un rapporteur R. Sur la branche oblique de l'équerre est articulé un index Y.

Utilisation. — Soit l'utilisation du compas pour la mesure des angles d'un pied bot varus équin, en rotation interne.

Nous disons en rotation interne, car la rotation interne coexiste fatalement avec le varus, sans quoi nous assisterions à une dissociation des malléolles, qui sont, anatomiquement, sur le même axe oblique.



Le pied difforme du malade est posé sur la semelle S dont tous les serrages ont été lâchés. Les différentes pièces mécaniques prendront donc les orientations du pied et quand le contact sera parfait en tous points, l'appareil sera immobilisé par ses écrous de serrage. L'index Y sera abattu de façon à se profiler vers le troisième espace interdigital et son passage devant le secteur gradué R sera noté.

Et nous lirons les indications de la façon suivante :

Équin par le trusquin mobile T.

Varus devant le double niveau N, se trouve (non figuré) un secteur gradué solidaire de ce niveau. Sur la talonnière de la semelle S, est une ligne verticale. L'angle décrit entre cette ligne et le zéro du rapporteur donne l'angle du varus.

Rotation interne. — L'aiguille V fixée sur la fourchette F en se déplaçant sur le secteur Z a donné l'angle d'oscillation latérale du pied.

Attitude du pied par rapport à l'axe de la jambe. — L'index Y nous l'indique. On sait que le pied est orienté à 25° par rapport à l'axe vertical de la jambe, la différence entre l'indication donnée par l'abaissement Y sur le secteur R et l'angle physiologique est la déviation pathologique.

Conclusion. — Ainsi le compas d'orientation du pied mesure :

1° Les attitudes du pied par rapport à la jambe;

2° Les variations d'angles en trois plans : horizontal, vertical et frontal. Ce qui permettra de rétablir pour le malade une base de sustentation physiologique, par la correction appropriée des difformités établies scientifiquement.

C'est la première condition indispensable à la récupération de tout impotent des membres inférieurs.

Cet appareil n'est qu'un exemple particulier. Mais les mêmes principes m'ont permis d'établir d'autres appareils de mesure, tels qu'un musculomètre artificiel, un trusquin de repérage d'axes et de longueurs de leviers, et d'autres instruments d'enregistrement des réflexes de la contraction musculaire, etc.

Ils guident ainsi, par leurs indications et leur contrôle, la méthode de récupération fonctionnelle dans une voie absolument scientifique.

ENTOMOLOGIE. — *Relations entre le sang et la coloration du cocon chez le* Bombyx mori. Note de MM. Clément Vaney et Jean Pelosse, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans le but d'élucider le problème de l'origine de la coloration des cocons du *Bombyx mori*, nous avons examiné comparativement le sang d'un certain nombre de races de vers à soie.

Nous nous sommes adressés à des races dites à « cocons blancs » (race Bagdad blanc et race japonaise Akasiku) et à des races à cocons colorés dont les unes avaient des cocons verdâtres (race japonaise J_{20} de Saku-Uchi) et dont les autres donnaient des cocons jaunâtres (race Var rayé) ou jaune vif (race Chine dorée).

Déjà L. Blanc (1886), R. Dubois (1890), A. Conte et D. Levrat (1904) avaient successivement observé que, dans les races de *Bombyx mori* à cocons jaunes, le sang du ver présentait la même coloration que le cocon. La matière colorante était pour R. Dubois une sorte de carotine d'origine animale, tandis que, pour Conte et Levrat, ce pigment coloré serait de la xanthophylle provenant des feuilles de mûrier.

Cette coloration n'est pas spéciale au sang des vers à cocons jaunes. Le sang des vers de toutes les races de *Bombyx mori*, que nous avons examinées, est plus ou moins coloré en jaune ou jaune verdâtre. Le sang des vers des

races à cocons blancs est beaucoup moins teinté que celui des vers à cocons colorés. La matière colorante dans tous les cas est soluble dans l'alcool à 90°. Cette solution alcoolique et le sang examinés comparativement au spectroscope présentent sensiblement les mêmes caractères pour toutes les races, avec une bande d'absorption assez étendue dans la portion la plus réfrangible du spectre, du violet au bleu. Cette bande d'absorption est un peu moins étendue pour le sang des vers à cocons blancs que pour celui des races à cocons colorés.

Quant aux cocons de toutes les races examinées, ils sont tous plus ou moins colorés, même ceux de la race Bagdad blanc sont très légèrement teintés en vert jaunâtre. Pigorini (1920) et Magliardi (1921) avaient déjà fait cette remarque. La matière colorante des cocons de ver à soie est soluble dans l'alcool à 90°; pour les cocons blanchâtres la solution s'obtient plus facilement en ajoutant de faibles quantités de carbonate de sodium. Les solutions alcooliques sont jaune vif avec les races à cocons colorés; avec les cocons blanchâtres, la solution est faiblement teintée en vert jaunâtre, virant au jaune après l'addition de Na^2CO^3. Ces dissolutions alcooliques de la matière colorante des cocons des différentes races de *Bombyx mori* se comportent vis-à-vis du spectre de la même façon que les solutions alcooliques du pigment coloré du sang du ver.

De cette étude comparative il résulte que la matière colorante de la soie du *Bombyx mori* paraît dériver du sang. Le transport possible du colorant du sang sur la bave a été prouvé expérimentalement par la coloration artificielle des cocons, en faisant absorber aux vers à soie des feuilles de mûrier recouvertes de certaines matières colorantes soit d'origine végétale : indigo, garance [Bonafous (1841)], soit dérivées de l'aniline : rouge neutre [Conte et Levrat (1904), Quajat (1904)], Soudan III et bleu de méthylène [Quajat (1904)]. Nous avons obtenu des cocons violacés ou rougeâtres en faisant absorber à des vers du cinquième âge de l'orcéine ou du rouge neutre. Cette teinte artificielle se superpose à la couleur naturelle du cocon. Les vers à cocon blanc homogène, par exemple ceux de Bagdad blanc, après l'absorption d'orcéine, fournissent un cocon uniformément violacé. Pour la race japonaise J_{20}, dont les cocons verdâtres sont beaucoup plus clairs à l'intérieur, les vers ayant ingéré de l'orcéine fournissent un cocon à enveloppes ou vestes externes jaune grisâtre et à vestes internes violacées. Cette coloration artificielle se produit avec toutes les races examinées; il n'existe pas pour elles de différences de perméabilité intestinale pour les

colorants comme le présumaient Levrat et Conte. La plupart des colorants ingérés sont assez toxiques pour le *Bombyx mori* et occasionnent une grande mortalité chez les vers.

Parmi les vers qui ont absorbé soit de l'hématéine, soit de l'orcéine ou du bleu de méthylène, près de la moitié meurent alors que les autres continuent à évoluer normalement. Le rouge neutre paraît n'avoir aucune action nocive; les vers à soie de toutes les races expérimentées l'absorbent en très grande quantité sans subir le moindre trouble. Ils prennent alors une teinte générale rouge légèrement violacé; tous les organes internes sont imprégnés du colorant, sauf le système nerveux, les trachées et la couche de chitine externe. Cette coloration se maintient pendant toute la métamorphose et se retrouve chez le papillon, dont la base des nervures des ailes et les diverses articulations du corps apparaissent fortement teintées. La dissection montre que les organes internes sont aussi colorés. Les œufs pondus par les femelles colorées ont un contenu rosé; s'ils sont fécondés, ils se développent normalement; la matière colorante se localise d'abord dans le blastoderme, puis, chez le jeune ver fraîchement éclos, elle se retrouve dans les cellules adipeuses avoisinant la double chaîne nerveuse ventrale. Le rouge neutre a donc été transmis du ver à sa descendance, mais la teinte du colorant paraît s'être atténuée.

Si les vers de toutes les races examinées de *Bombyx mori* semblent avoir la même perméabilité intestinale vis-à-vis de certaines matières colorantes soit naturelles, soit artificielles, leur sang présente des différences bien marquées au point de vue de son brunissement à l'air. Le sang des vers à cocons blanchâtres noircit très rapidement à l'air, tandis que celui des vers à cocons colorés ne subit dans le même temps qu'un faible brunissement superficiel. Ce brunissement est dû à l'action d'une diastase oxydante, la tyrosinase, sécrétée par les éléments du sang. Le sang des vers à soie à cocons blanchâtres contient beaucoup plus de tyrosinase que celui des vers à cocons colorés. C'est là une différence des plus intéressantes permettant d'expliquer les variations de coloration des cocons observées chez les vers à soie et qui servent souvent à caractériser les diverses races de *Bombyx mori*.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Constitution de l'œuf de Truite* (Trutta fario). Note de M. E. **Fauré-Fremiet** et de M[lle] H. **Garrault**, présentée par M. Henneguy.

L'oocyte de Truite examiné pendant la période de croissance montre dans son cytoplasma, indépendamment des granulations mitochondriales extrêmement fines, deux sortes d'éléments figurés : ce sont des gouttelettes d'huile et des gouttelettes vitellines. M. Henneguy a montré que, au moment où l'oocyte mûr tombe dans la cavité générale, sa structure se modifie profondément; les gouttelettes vitellines confluent et forment une masse homogène, visqueuse, insoluble dans l'eau, tandis que le cytoplasma, englobant les gouttelettes huileuses, forme une couche périphérique, située immédiatement au-dessous de la membrane ou *zona radiata*.

La composition chimique globale de l'œuf des Salmonides a été étudiée par quelques auteurs tels que Tangl et Farkas (Truite), Greene (Saumon), etc. Mais bien avant, Valencienne et Fremy avaient isolé de l'œuf de Saumon la substance vitelline visqueuse, qu'ils avaient précipitée au contact de l'eau, lavée à l'alcool et à l'éther, et décrite sous le nom d'*Ichtuline*, après avoir montré qu'elle renferme de l'azote, du phosphore et du soufre.

Nous avons repris l'étude des constituants de l'œuf de Truite mûr et nous résumons ici les résultats obtenus à partir de 600^g d'œufs prélevés au moment de la ponte.

Composition centésimale. — Nous avons obtenu les chiffres moyens suivants :

Eau	58,5
Substances protéiques (N total × 6,25)	29,81
Corps gras (acides gras × 1,046)	9,16
Hydrates de carbone	0,34
Cendres	1,25
Total	99,06

Vitelline (ichtuline). — Nous avons séparé la vitelline en broyant des œufs frais avec quelques cristaux de NaCl, en filtrant sur toile, dans un entonnoir de Büchner, la bouillie obtenue et en lavant le résidu avec un peu d'eau salée à 8 pour 100 [1]. On recueille ainsi un liquide filant, visqueux,

[1] Cette méthode est analogue à celle employée par Levene pour la séparation de l'ichtuline du Cabillaud.

jaune pâle contenant de nombreuses gouttes d'huile, tandis que le résidu demeuré sur le filtre est formé par les membranes auxquelles la couche protoplasmique demeure généralement accolée; la séparation de la vitelline n'est pas quantitative, mais il est préférable de ne pas chercher à épuiser les résidus ovulaires, pour éviter l'entraînement des débris protoplasmiques.

Après lavage à l'éther dans une ampoule à décantation, la vitelline peut être directement précipitée par l'alcool, ce qui donne un produit brut insoluble, ou par dilution dans 30 à 50 volumes d'eau distillée. Ce dernier procédé ne peut être considéré comme quantitatif, mais il permet de redissoudre dans l'eau salée le précipité obtenu et recueilli par centrifugation, et de purifier la vitelline par plusieurs précipitations successives; la vitelline est ensuite traitée par l'alcool, par l'éther et séchée; elle se présente alors sous l'aspect d'une poudre blanche dans laquelle nous avons trouvé pour 100 parties :

Azote	14,28
Phosphore	0,57 (1)
Cendres	2,17

Nous avons pu séparer de 132g d'œufs, 32g,8 de vitelline sèche, soit 24g,8 pour 100.

La vitelline de Truite fraîchement précipitée est soluble en milieu alcalin et précipitable par neutralisation ou acidification légère; elle est coagulable par la chaleur; elle ne nous a donné par hydrolyse acide aucun produit réducteur soluble.

La vitelline ou ichtuline forme dans l'œuf mûr une masse hydratée, visqueuse, sorte de solution aqueuse très concentrée puisqu'elle renfermerait au minimum 43 parties de substance sèche pour 100 parties d'eau. Or cette solution ne peut être diluée que par des solutions de NaCl à la concentration minima de 8 pour 100, concentration qui n'est certainement pas réalisée dans l'œuf. Nous avons constaté, d'autre part, que la vitelline est plus soluble en présence de chlorures de métaux bivalents et particulièrement de $CaCl^2$ qu'en présence de KCl ou NaCl. C'est ainsi qu'une solution à

(1) Fremy et Valencienne avaient trouvé 0,6 pour 100 de phosphore, mais leur chiffre d'azote, 15,2 pour 100, est supérieur au nôtre (14,28), lequel est analogue à celui trouvé par Levenne pour l'ichtuline du Cabillaud (14,03); il faudrait donc multiplier par un coefficient très voisin de 7 le chiffre d'azote total de l'œuf pour avoir celui des substances protéiques qui serait un peu supérieur de ce fait au chiffre indiqué ci-dessus.

3 pour 100 reste stable en présence de NaCl $\frac{N}{5}$ (1,16 pour 100) ou de CaCl $\frac{N}{100}$ (0,11 pour 100); or nous avons trouvé dans l'œuf total 0,27 de calcium pour 100 parties de substances sèches; et nous avons retrouvé une bonne part de ce métal dans les cendres de la vitelline brute directement précipitée par l'alcool (0,137 pour 100 de substances sèches). La vitelline précipitée plusieurs fois par dilution n'en contient au contraire que des traces.

Corps gras (1). — Le fractionnement de l'extrait éthéré total de l'œuf de Truite nous a donné les résultats suivants :

Glycérides (environ)........	10	pour 100	du poids sec total	
Phosphatides (minimum)....	8,2	pour 100	»	»
Cholestérine................	1,37	pour 100	»	»

Les phosphatides nous ont donné, après lavage, 4,04 pour 100 de phosphore; l'indice d'iode de leurs acides gras, assez élevé par rapport à leur poids moléculaire moyen, indique la présence de composés moins saturés que l'acide oléique. Au point de vue cytologique, on peut considérer les phosphatides comme étroitement unis aux éléments du cytoplasma tels que les mitochondries.

Les glycérides peuvent être séparés et purifiés en raison de leur faible solubilité dans l'alcool; ils forment une huile blonde assez fluide dans laquelle nous avons caractérisé la glycérine et les acides oléique et myristique. La détermination de l'indice d'iode indique la présence *d'environ* (2) deux molécules d'acide oléique pour une molécule d'acide myristique.

Le ou les glycérides oléo-myristiques correspondent, au point de vue cytologique, aux gouttes huileuses intracytoplasmiques, dont M. Henneguy a constaté la faible solubilité dans l'alcool et la résistance aux bases diluées.

Hydrates de carbone. — Nous n'avons pas pu déceler la présence de glycogène dans l'œuf de Truite, mais nous avons trouvé une faible quantité (0,34 pour 100) de sucre réducteur, que nous avons dosé en glucose. Greene a signalé dans l'œuf du Saumon 0,18 pour 100 de glucose seulement.

Composés minéraux. — Nous avons dit que les cendres de l'œuf de Truite renferment une quantité appréciable de calcium. D'autre part, l'œuf total sec contient 1,27 pour 100 de phosphore. Le phosphore de l'ichtuline ne peut guère dépasser la quantité totale de 0,44 pour 100 et celui des phosphatides peut atteindre celle de 0,33 pour 100; il reste donc environ 0,5 pour 100 de phosphore combiné sous une troisième forme.

---

(1) Une étude plus détaillée paraîtra prochainement dans un autre Recueil.

(2) La présence de traces d'acides moins saturés que l'acide oléique provenant des phosphatides rend difficile une détermination plus exacte.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'attaque des minerais par les bactéries. Oxydation de la blende.* Note de MM. **André Helbronner** et **W. Rudolfs**, présentée par M. A. Haller.

Certains auteurs, tels que Kappen et Quensell, Van Bemmelen et Mac Intire assignèrent à l'oxydation du soufre dans le sol un processus d'ordre chimique; mais Boulanger, Demolon, Lippmann et ses élèves démontrèrent d'une façon péremptoire que cette oxydation est due aux bactéries du sol. Winogradsky, d'ailleurs, avait signalé dès 1883 un groupe de bactéries réduisant l'hydrogène sulfuré en soufre libre et capables aussi d'oxyder le soufre en acide sulfurique.

Lippmann, d'autre part, décrivit récemment un procédé déjà entré dans le domaine de la pratique, qui consiste à mélanger du phosphate de chaux tricalcique avec du soufre et à inoculer le mélange avec des bactéries oxydantes; le phosphate, par action de l'acide sulfurique formé, se trouve transformé ainsi en phosphate soluble.

Nous avons utilisé dans nos essais des cultures contenant un groupe varié de bactéries oxydant le soufre et réussi à obtenir finalement une culture capable d'attaquer lentement le sulfure de zinc précipité; au moyen de cette culture sélectionnée nous avons ensuite ensemencé un mélange de terre stérilisée et de blende pulvérisée; la culture ainsi obtenue a servi aux différents ensemencements.

La blende employée contenait 46 pour 100 de zinc; l'on maintint une température de 28° durant le cours des opérations et, dans le mélange, un état d'humidité correspondant à 60 pour 100 environ de sa capacité d'absorption pour l'eau. Une agitation assez fréquente fut effectuée pour permettre une aération convenable.

Le Tableau ci-dessous résume les essais effectués sur cinq échantillons différents :

	Mélanges.				Zinc solubilisé après 18 semaines sur 10g du mélange.		
	Terre.	Minerai.	Soufre.	Inoculation par :	SO^4.	Zinc.	Zinc solubilisé.
	g	g	g		mg	mg	%
1......	250	75	»	aucune	50,6	18	1,67
2......	250	75	»	terre	142,2	88	8,32
3......	250	75	10	soufre	377,8	190	19,17
4......	245	75	10	blende	364,2	192	17,57
5......	240	75	25	terre	518,1	369	37,56

Le soufre, comme on le voit, favorise grandement l'oxydation de la blende.

Cette première étude conduisit à étudier la sulfatation bactérienne d'autres minerais de zinc, tels que la willemite $ZnSiO^4$, la smithsonite $ZnCO^3$, et un silicate de zinc à faible teneur en zinc. Le résultat de quelques-uns de ces essais est résumé dans le Tableau suivant :

Inoculation de 250g de terre et 75g de minerai par :	Pour 100 de zinc solubilisé après 18 semaines. Willemite.	Smithsonite.	Silicate à basse teneur.
Non inoculé	0,41	1,02	2,1
5g de terre inoculée	0,23	1,14	2,06
10g de soufre inoculé	15,53	16,03	74,91
5g de blende et 10g de soufre	6,81	19,73	47,27
10g de terre inoculée et 25g de soufre	9,99	22,67	68,44

L'acide sulfurique obtenu par l'oxydation du soufre transforme donc ces différents minerais en sulfate de zinc.

Au point de vue pratique le traitement de la blende semble plus rationnel que celui des autres minerais, surtout en faisant usage d'une bactérie oxydante ne réclamant que peu de soufre libre et même pas du tout; il existe d'ailleurs des quantités considérables de minerais sulfurés à basse teneur, inutilisables jusqu'ici, et qui semblent pouvoir être justiciables de la méthode bactérienne.

La blende, d'autre part, renferme généralement une quantité plus ou moins grande de plomb jusqu'à former, dans certains cas, des minerais contenant parties égales de zinc et de plomb; nous avons donc cru utile de faire porter également nos essais dans cette direction.

50 parties de terre inoculée, 50 parties de blende et 50 parties de galène ont été mélangées : après 12 semaines 24,5 pour 100 de zinc était solubilisé dans les cultures contenant du soufre libre et 10,1 pour 100 dans celles n'en contenant pas; d'autre part, on ne put déceler aucune solubilisation du plomb. Après 30 semaines 72,4 pour 100 de zinc était solubilisé dans les cultures sans soufre sans qu'il y ait encore solubilisation du plomb.

En résumé : 1° certaines bactéries convertissent la blende en sulfate de zinc; 2° le zinc solubilisé n'empêche pas l'action ultérieure des bactéries; 3° la présence du soufre favorise l'oxydation; 4° les bactéries de Lippmann

produisent suffisamment d'acide sulfurique pour solubiliser les silicates et le carbonate naturels de zinc; 5° dans les minerais de zinc et de plomb, le zinc est solubilisé à l'exclusion du plomb, d'où une méthode de séparation des deux métaux.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Action préventive, dans la syphilis, du dérivé acétylé de l'acide oxyaminophénylarsinique (sel de soude).* Note de MM. **L. Fournier**, **C. Levaditi**, **A. Navarro-Martin** et **A. Schwartz**, présentée par M. Roux.

Levaditi et Navarro [1] ont montré précédemment (27 mars 1922) que le dérivé acétylé de l'acide oxyaminophénylarsinique (sel de soude, ou 190), administré par la voie buccale, exerce une action curative dans la syphilis humaine et expérimentale. De plus, les auteurs annonçaient des expériences en cours, concernant l'action préventive de ce médicament dans la même maladie. Ils relataient, en collaboration avec M. Marie, une observation démontrant que cette action préventive *per os* se manifestait chez l'homme soumis à une infection tréponémique massive.

Nous apportons aujourd'hui les résultats de nos expériences de prophylaxie, poursuivies de concert à l'Institut Pasteur et à l'hôpital Cochin.

Dispositif expérimental. — Des lapins étaient infectés par scarification du prépuce avec notre virus neurotrope, ou par scarification et insertions scrotales avec le tréponème dermotrope (*Souches Truffi* et *Fournier-Schwartz*). A des intervalles plus ou moins rapprochés, on administrait à ces animaux, à jeun depuis 24 heures, par la voie gastrique, des doses variables de 190. D'autres lapins, non traités, servaient de témoins. En outre, on accouplait pendant 3 à 4 jours des lapins mâles infectés (virus Pg) avec des femelles neuves; les femelles soumises à la contagion par simple contact sexuel recevaient, le lendemain de l'accouplement, le 190 par la voie stomacale.

Résultats. — *Expérience faite à l'Institut Pasteur : I. Procédé de la scarification ou de l'insertion scrotale.* — Trois séries avec le virus Pg, deux séries avec le virus Truffi.

1° *Virus Pg.* — Dans la *première série*, deux animaux ont reçu, l'un 0g,70 de 190 par kilogramme, 2 *heures* après l'infection; l'autre 1g,4 par kilogramme, en deux fois, 2 *et* 24 *heures* après la scarification. Le témoin montre des tréponèmes le

(1) Levaditi et Navarro-Martin, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 893.

24e jour, les deux animaux traités préventivement restent indemnes (60 jours d'observation).

Dans la *seconde série*, un lapin reçoit $0^g,16$ par kilogramme après 6 *heures*, deux autres $0^g,33$ par kilogramme après le même laps de temps. Le témoin s'infecte le 28e jour, les trois lapins traités ne contractent pas la maladie.

Dans la *troisième série*, deux lapins reçoivent $0^g,25$ par kilogramme après 5 *heures*, trois autres la même dose après 23 heures. Le témoin montre des spirochètes le 22e jour, les animaux traités préventivement restent indemnes.

2° *Virus Truffi*. — Dans la *première série*, deux animaux reçoivent $0^g,18$ et $0^g,23$ par kilogramme après 2 heures; deux autres $0^g,21$ et $0^g,22$ après 19 heures. Aucun ne montre de lésions spirochétiennes (43 jours d'observation).

Dans la *seconde série*, qui comporte trois lapins, la quantité donnée fut de $0^g,1$ par kilogramme après 24 heures : même résultat.

II. *Procédé de l'accouplement*. — Quatre femelles ont été accouplées avec des mâles porteurs de belles lésions spirochétiennes, puis traitées préventivement avec $0^g,5$, 1^g et 2^g de 190 *per os*. Aucune d'elles n'a contracté l'infection (35, 46 et 64 jours d'observation).

Expériences faites à l'hôpital Cochin. — Huit lapins ont été infectés par scarification au scrotum, avec le virus Fournier-Schwartz; deux d'entre eux ont reçu *per os*, 48 heures après la scarification, $0^g,35$ par kilogramme: deux autres la même dose 7 jours après. Les animaux traités sont restés indemnes, tandis que trois témoins ont montré, 4 et 6 semaines après, des lésions scrotales riches en tréponèmes.

Observation humaine (en collaboration avec M. Marie). — Un sujet, âgé de 32 ans, n'ayant jamais eu la syphilis et dont la réaction de Bordet-Wassermann est négative, s'offre bénévolement à être inoculé par scarifications aux deux bras avec du virus syphilitique (une scarification analogue est pratiquée au même moment, aux arcades sourcillières d'un *Macaccus cynomolgus* n° 11). *Cinq heures* après, on lui administre par la bouche 2^g de 190 (aucun trouble).

Résultat. — *Le Macaccus cynomolgus montre une lésion spirochétienne le onzième jour : le sujet traité préventivement est indemne de toutes lésions, après* 68 *jours d'observation. Son Bordet-Wassermann est encore négatif le cinquante-unième jour.*

Observations Fournier-Schwartz : Mme *C...*, dont le mari présente un chancre syphilitique du prépuce, âgé de 3 semaines (nombreux tréponèmes), a eu avec lui des rapports sexuels. A l'examen clinique, aucune lésion suspecte chez elle (Bordet-Wassermann négatif). On lui administre en deux séries de trois jours, 7^g de 190, à raison de 1^g à $1^g,50$ par jour. Aucun accident par la suite. Bordet-Wassermann négatif.

Mme *D...*, chancre syphilitique du prépuce chez le mari, avec lequel elle a eu

plusieurs rapports sexuels. Aucune lésion à l'examen, Bordet-Wassermann négatif. On lui administre 6g de 190 en 5 jours. Aucun accident par la suite. Bordet-Wassermann reste négatif.

Conclusions. — *Les expériences sur les animaux, au nombre de* 21, *montrent que le* 190, *administré « per os »*, 2 *heures*, 5 *heures*, 6 *heures*, 12 *heures*, 24 *heures*, 2 *jours et même* 7 *jours après l'infection spirochétienne, agit préventivement* (dose *minima* essayée : 0g,1 par kilogramme).

Son efficacité prophylactique apparaît également chez le lapin soumis à la contamination par simple contact sexuel.

Les essais sur l'homme confirment ces données expérimentales. Ils prouvent que, à la dose de 2g, *administrée* 5 heures *après une infection massive, le* 190, *pris par la bouche, met à l'abri de la contamination.* Dans les deux cas de contagion par contacts sexuels répétés, une cure de 6g à 7g, pendant 5 et 6 jours, a prévenu la maladie qui, sans ce traitement, se serait très vraisemblablement déclarée.

Les doses que nous avons employées chez l'homme dépassent certainement celles qui suffiront pour écarter l'infection dans les conditions où elle s'opère habituellement, c'est-à-dire par les quelques tréponèmes qui, à la faveur d'une écorchure, pénètrent dans l'organisme. Or, même aux doses relativement élevées que nous avons administrées à des syphilitiques (10g à 12g, à raison de 1g par jour en moyenne), le médicament a été bien supporté. Les seuls accidents, rarement observés, ont été une élévation thermique passagère et de légers érythèmes.

Quelques faits d'arsénorésistance dans le traitement de la syphilis par le 190, comme d'ailleurs par les autres arsenicaux, commandent une certaine réserve au sujet de la constance du pouvoir prophylactique et abortif de ce composé. Néanmoins, les résultats expérimentaux et les faits cliniques suffisent, nous semble-t-il, à faire conseiller son emploi, à la fois facile et inoffensif, dans tous les cas où la contagion paraît probable. La pratique permettra d'établir avec précision les doses à utiliser, suivant les cas.

A 16 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géométrie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *C. Jordan* :

En première ligne	M. **Henri Lebesgue**
En deuxième ligne ex æquo et par ordre alphabétique.	MM. **Élie Cartan** **Jules Drach**
En troisième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. **Claude Guichard** **Ernest Vessiot**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 1er mai 1922.)

Note de M. *Jules Andrade*, Les problèmes mécaniques des ressorts réglants :

Page 1145, le paragraphe XII est vicié par une faute de calcul; la Note de Mécanique de ce jour, du même auteur, corrige ladite faute par l'équation (3).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances d'avril 1922 (*suite et fin*).

La glande génitale mâle et les glandes endocrines, par Edouard Retterer et Serge Voronoff. Paris, Doin, 1921; 1 vol. 20[cm].

The etiology and pathology of typhus, by S. Burt Wolbach, John L. Todd and Francis W. Palfrey. Cambridge, Mass., Harvard University press, 1922; 1 vol. 26[cm].

L'Astronomie en Alsace et particulièrement à Strasbourg, par G. Bigourdan. Extrait des *Comptes rendus du Congrès des Sociétés savantes en* 1920, Sciences; 1 fasc. 24[cm].

Sur l'approximation des fonctions de grands nombres, par Maurice Hamy. Extrait des *Mémoires de l'Académie des Sciences*. Tome 57, 1922; 1 fasc. 28[cm].

Observatoire Jarry-Desloges. *Observations des surfaces planétaires*. Extrait du fascicule VI : *Sur les frontières de la vision*. Abbeville, F. Paillart, 1922; 1 fasc. 25[cm]. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

Institut international d'Agriculture. VII[e] assemblée générale. *Ramassage et utilisation des déchets et résidus pour l'alimentation de l'homme et des animaux, pour les engrais et les industries agricoles* (1914-1920), par Arturo Bruttini. Rome, Imprimerie de l'Institut international d'Agriculture.

Cours de Physique générale, par H. Ollivier. Tome second : *Thermodynamique et étude de l'énergie rayonnante*, par J. Hermann, 1922; 1 vol. 25[cm]. (Présenté par M. J. Violle.)

Teoria cosmologica cicloidal, par Scipion E. Llona. Tomo primero. 1[a] Parte : *Movimientos cicloidales Algunas de las pruebas astronómicas*. Lima-Peru, Berrio, 1918; 1 vol. 24[cm].

Flore générale de l'Indo-Chine, publiée sous la direction de H. Lecomte. Tome VII, facicule 3 : *Cypéracées*, par E.-G. Camus; *Graminées*, par E.-G. Camus et M[lle] Camus. Paris, Masson et C[ie], 1922; 1 vol. 24[cm].

Sur les systèmes géodésiques équilatères à la surface du sphéroïde terrestre, par E. Fichot. Extrait des *Annales hydrographiques*, 1921. Paris, Imprimerie nationale, 1921; 1 fasc. 24[cm].

Notes ptéridologiques, par le Prince Bonaparte. Fascicule 12. Copenhague, imprimé par l'auteur, 1920; 1 fasc. 28[cm].

Ministère de 'Agriculture. Direction générale des Eaux et Forêts. Service des grandes forces hydrauliques (région du Sud-Ouest). *Résultats obtenus pour le bassin du Salat*. Tomes II *bis* et VII.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 MAI 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ALBIN HALLER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de la Pentecôte, la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 6 juin au lieu du lundi 5.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Mourelo**, professeur à l'Université de Madrid, et au D^r^ **Richard Bishop Moore**, chimiste en chef du Bureau des Mines des États-Unis, qui assistent à la séance.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

A la liste funèbre de nos disparus de cette année, nous avons le douloureux regret d'ajouter le nom de l'éminent industriel, du grand philanthrope, M. **Ernest Solvay**, qui vient de mourir à l'âge de 84 ans. Né à Rebecq-Rognon, en Belgique, notre confrère a eu la carrière la mieux remplie et la plus féconde qu'un homme d'action puisse souhaiter. C'est dans une usine à gaz, dirigée par un de ses oncles, qu'il entreprit ses premières recherches sur la fabrication de la soude à l'ammoniaque. Mieux favorisé par les circonstances que nos compatriotes Th. Schlœsing et Rolland, qui poursuivaient le même problème, il a réussi, en collaboration avec son frère Alfred Solvay, à asseoir sur des bases solides, parce que scientifiques, cette fabrication, un des tronçons les plus importants de la grande industrie chimique. Il a mis dans cette œuvre une énergie et une ténacité qualifiées par lui-même, dans sa modestie, « d'entêtements industriels de sa jeunesse », et qu'on pourrait donner en exemple à bien des débutants.

La lutte entre le nouveau procédé et l'ancien, en l'espèce, le procédé Le Blanc, fut longue et âpre, mais la victoire appartint, et appartiendra toujours, aux procédés à meilleurs rendements et à exploitation plus économique, malgré les perturbations momentanées qu'ils introduisent dans la production générale.

A partir du moment où le succès vint couronner ses efforts, M. Ernest Solvay, désormais libéré de tout souci matériel, se consacra à des études d'ordre social et économique.

Les problèmes qu'il souleva et les solutions qu'il préconisa dans ce domaine si complexe de l'exploitation industrielle et commerciale, sont tous marqués au coin de l'esprit le plus positif et le plus généreux. Il a consigné dans deux opuscules parus sous les noms de *Principes d'orientation sociale* et de *Questions d'énergétique sociale*, la plupart des articles qu'il a publiés sur ces captivants sujets.

Estimant qu'une partie de la fortune acquise devait servir à des améliorations sociales et à des encouragements à la science, il créa plusieurs Instituts à l'Université de Bruxelles, et dota largement les Instituts de Chimie et d'Électrotechnique de Nancy, ainsi que l'Institut de Chimie appliquée de l'Université de Paris.

Sa dernière création ne fut pas la moins originale ni la moins réussie. Il s'agit de ces Instituts internationaux de Physique et de Chimie où périodiquement, tous les trois ans, il réunissait pendant huit jours, dans un des établissements du parc Léopold dépendant de l'Université, des savants de différents pays dans le but de « discuter et de fixer une série de points controversés des théories physiques et chimiques modernes ».

Bien que déprimé par la lutte constante qu'il eut à soutenir, pendant quatre ans, comme Président du Comité de ravitaillement belge, contre un ennemi barbare et implacable, il nous convoqua il y a un mois à peine, dans un de ces congrès privés, où entre confrères de pays alliés et neutres, nous abordâmes les questions de Physico-Chimie et de Chimie qui passionnent depuis quelques années les chercheurs et tout le monde pensant.

M. Ernest Solvay avait une foi profonde dans l'action civilisatrice de la science, et accueillait avec faveur toute suggestion, toute requête introduite dans un but de propagande et de production scientifique.

Aussi sa déconvenue fut-elle grande quand, en 1914, il prit connaissance du manifeste des 93 approuvant l'envahissement de son pays et excusant les atrocités que les hordes allemandes y avaient commises et continuaient à y commettre. Patriote ardent et convaincu, il ne parlait de ces heures tra-

giques que d'une voix frémissante où perçaient sa désillusion et sa mésestime à l'égard des ennemis de son pays.

Belle et noble figure de l'industrie contemporaine, M. Ernest Solvay laissera un souvenir impérissable, non seulement comme industriel novateur, mais encore comme sociologue, comme philanthrope, et comme bienfaiteur de l'intellectualité à tous les degrés.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la végétation dans des milieux pauvres en oxygène.* Note de MM. **L. Maquenne** et **E. Demoussy**.

Nous avons déjà insisté sur ce fait que les plantes peuvent se contenter pour vivre d'une très petite quantité d'oxygène, celle par exemple qui se trouve en dissolution dans l'eau ou que la fonction chlorophyllienne dégage, pendant le jour, de l'acide carbonique émis par la respiration nocturne (¹). Nos recherches ultérieures nous ont fait voir que cette faculté est d'ordre très général, qu'elle s'exerce dès la germination des grains et se poursuit même, à la lumière, chez les plantes terrestres que l'on maintient immergées ou que l'on conserve dans le vide. Il en résulte, comme on va le voir, quelques conséquences nouvelles et assez imprévues.

I. *Évolution des graines immergées.* — On sait depuis plus de 40 ans que les graines peuvent germer dans l'eau courante quand celle-ci est convenablement aérée; l'expérience ne réussit d'ailleurs qu'avec les graines de petites dimensions, dont la surface relativement grande, par rapport à leur volume, permet à l'oxygène dissous de pénétrer jusque dans les profondeurs des réserves en quantité suffisante pour subvenir aux besoins de leur respiration.

A l'aide de l'appareil à circulation continue que nous avons décrit dans la Note précitée nous avons pu faire les mêmes observations en milieu rigoureusement aseptique (²) et, de plus, en prolongeant l'expérience en plein jour, faire évoluer les graines à l'état de plantules d'apparence normale, sauf la petitesse de leurs feuilles, qui s'allongent rapidement, ver-

---

(¹) Maquenne et Demoussy, *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 373.

(²) Les germinations se font ainsi aussi vite que sur sable ou sur terre humides. On remarquera d'ailleurs que ce dispositif expérimental permet non seulement d'aérer l'eau d'une façon parfaite, mais encore d'en chasser mécaniquement les produits volatils toxiques qui peuvent s'y former.

dissent et s'orientent dans l'eau, sans s'injecter, comme si elles étaient dans l'air.

Ces plantules, qui peuvent atteindre jusqu'à $0^m,20$ et $0^m,30$ de longueur totale, sont bientôt atteintes de chlorose, même dans une solution nutritive (liqueur de Detmer étendue, glucosée ou non), ce qui naturellement met un terme à leur évolution; elles n'en sont pas moins douées, pendant les quelques semaines que dure leur croissance, d'une capacité d'assimilation qui les rend comparables à une plante normale. Lorsqu'on termine l'expérience on trouve, en effet, si l'on a eu soin d'ajouter à l'air qui circule à travers l'appareil quelques centièmes d'acide carbonique, que le poids de matière sèche ainsi obtenue est supérieur ou au moins égal à celui de la graine primitive. Avec le radis et le colza nous avons pu avoir de cette manière, ainsi que le montre le Tableau suivant, des récoltes pesant respectivement une fois et demie et près de huit fois plus que la semence. C'est la première fois, croyons-nous, qu'on obtient un pareil résultat dans des conditions aussi spéciales, et en même temps la preuve que la petite quantité d'oxygène que l'eau aérée renferme en dissolution suffit, non seulement à faire germer les graines de petit volume jusqu'à épuisement de leurs réserves, mais encore à entretenir la respiration des plantes terrestres immergées aussi bien que celle des plantes aquatiques.

	Durée de l'expérience.	Longueur des racines.	Longueur des tiges ou axes.	Poids des plantules sèches.	Poids de la semence primitive.	Rapport.
		mm	mm	mg	mg	
Pois (¹)	30 jours	280	65	128	128	1,0
Radis..........	14 »	90	35	17	10,3	1,6
Blé (²)..........	25 »	»	»	53	54	1,0
Colza..........	24 »	80	25	18,6	2,5	7,4
» (³)........	15 »	200		8,8	2,5	3,5

II. *Mouvement des gaz dans la racine des plantes immergées.* — Quand on expose au soleil une jeune plante issue de graine immergée et immergée elle-même dans l'eau saturée d'air et chargée d'acide carbonique, on voit les feuilles émettre de l'oxygène en abondance, ce qui témoigne de leur

(¹) Très nombreuses petites feuilles. Cotylédons épuisés.

(²) Grain complètement vide.

(³) La plante s'était étiolée, faute de lumière, pendant les premiers jours de l'expérience.

activité chlorophyllienne, et, en outre, se produire sur la racine, en un ou deux points situés souvent à plus de 10^{cm} du collet, quelquefois même au voisinage de la coiffe terminale, un dégagement de fines bulles gazeuses, toutes semblables à celles qui s'échappent de la tige d'une plante aquatique sectionnée; le phénomène est particulièrement net avec les pois et le colza.

Ce gaz, que nous n'avons pas pu recueillir en quantité suffisante pour en faire l'analyse, n'est sûrement pas de l'acide carbonique, qui, dans ces conditions, ne manquerait pas de se dissoudre dans le liquide ambiant; il ne peut guère être formé non plus d'azote, dont on ne s'expliquerait pas l'origine; c'est donc encore vraisemblablement de l'oxygène. D'ailleurs son dégagement est bien en rapport avec la fonction chlorophyllienne, car on le voit cesser dès qu'on place un écran devant les feuilles pour repartir aussitôt qu'on leur rend la lumière.

Si d'autre part on remarque que le dégagement en question se produit aux points où plus tard il doit apparaître une radicelle, ce qui exige un apport de matériaux plastiques, on est conduit à admettre que les plantes sont le siège d'un mouvement de gaz qui se déplacent à l'intérieur de leurs tissus dans le même sens et suivant le même chemin que la sève nourricière. C'est là un fait, non encore signalé au cours de la végétation normale, qui nous paraît de réelle importance en ce qu'il nous fait connaître un nouveau mode de transport dans la plante d'un élément qui lui est nécessaire.

Il va sans dire que cette émission d'oxygène à la surface des racines ne peut s'effectuer que si ce gaz y arrive en quantité supérieure à celle dont elles ont besoin; c'est pourquoi, dans l'expérience précédente, on ne l'observe que sous de forts éclairements.

Remarquons enfin qu'on peut tirer de là un argument sérieux en faveur de cette idée que l'oxygène chlorophyllien prend naissance à l'extérieur de la cellule assimilatrice, dans la sève même, par décomposition catalytique de quelque peroxyde élaboré comme elle par les chloroplastes, et chassé en même temps qu'elle dans la circulation libérienne.

III. *Vitalité des feuilles vertes en l'absence d'oxygène.* — Nous avons déjà fait observer (*loc. cit.*) que certaines feuilles, comme celles d'aucuba et de poirier, se conservent intactes pendant plusieurs semaines et même plusieurs mois dans le vide, à la lumière ordinaire du jour. C'est là une propriété qui est loin d'être générale et sur laquelle il est nécessaire d'apporter quelques précisions; elle est, en effet, assujettie à un certain nombre de conditions dont la présente Note a pour objet de définir les plus importantes.

En fait, la durée de conservation des feuilles vertes dans le vide, à la lumière, est extrêmement variable avec leur nature, depuis à peine 24 heures, par exemple, pour l'oseille, dont le jaunissement témoigne d'une altération rapide, jusqu'à plus d'un an pour l'aucuba qui, malgré la facilité avec laquelle il noircit sous la moindre influence abiotique, garde pendant tout ce temps son aspect primitif; il conserve même toutes ses propriétés physiologiques, car une feuille de cette espèce, maintenue sous vide, en tube scellé, en face d'une fenêtre qui ne recevait que la lumière diffuse du jour, depuis le 6 mai 1921 jusqu'au 5 mai 1922, a pu encore décomposer en 6 heures, au soleil, $2^{cm^3},4$ d'acide carbonique. D'un autre tube, renfermant un morceau de feuille d'aucuba d'environ 5^{cm^2} de superficie, mais n'ayant que 6 mois d'âge, on a pu extraire, après insolation, $0^{cm^3},5$ d'oxygène pur (1), sans trace d'acide carbonique, ce qui est une nouvelle preuve que la fonction chlorophyllienne s'y était accomplie régulièrement. Ajoutons que la même feuille qui, dans l'expérience précitée, avait décomposé plus de 2^{cm^3} de gaz carbonique après un an de conservation, a noirci dans l'espace de deux jours quand on l'a de nouveau soumise au vide, à l'obscurité; c'est donc bien l'influence de la lumière qui l'avait maintenue vivante jusqu'alors.

Entre ces extrêmes il doit y avoir nécessairement une infinité d'intermédiaires qu'il serait fastidieux de rechercher; signalons seulement, parmi les feuilles susceptibles d'une longue conservation, celles du laurier-tin, dont un fragment, gardé sous vide à la lumière, pendant six mois, a décomposé en un jour $0^{cm^3},5$ de gaz carbonique et dégagé la quantité correspondante d'oxygène. Des feuilles de laurier-cerise, de troène et de fusain (très jeunes) étaient, au contraire, mortes peu de temps auparavant.

Les raisons de ces différences sont multiples; il y en a cependant quelques-unes qui sont faciles à saisir. Pour qu'une feuille détachée se conserve dans de pareilles conditions, il faut nécessairement que les matériaux, gazeux ou solides, qu'elle consomme en respirant pendant la nuit soient intégralement régénérés pendant le jour par la fonction chlorophyllienne; en d'autres termes, qu'il ne se forme aucun produit fixe tel que la cellulose; ce seront donc les organes ayant atteint leur maximum de développement qui seuls seront capables de satisfaire à cette condition. Il faut ensuite que la

---

(1) Le tube en question ayant environ 10^{cm^3} de capacité, l'oxygène s'y trouvait sous une pression de $\frac{2}{100}$ d'atmosphère, soit à peu près le quart de celle qu'il possède dans l'air commun.

feuille renferme une réserve de substance combustible suffisante pour fournir, sans en être affectée, le volume de gaz carbonique, par conséquent d'oxygène, qui lui est nécessaire au début; autrement elle serait frappée d'épuisement, ce qui, comme nous l'avons montré autrefois, est un signe de dégénérescence sénile. Cette condition exige, comme la précédente, que l'organe étudié ait cessé de s'accroître; c'est donc parmi les feuilles adultes et surtout les feuilles persistantes, dont la respiration se maintient à peu près constante dans l'espace d'une nuit, qu'il faut chercher celles qui se conservent le plus longtemps à l'abri de l'air. Le Tableau suivant montre bien, en effet, qu'il existe sous ce rapport une énorme différence entre les feuilles d'oseille et celles d'aucuba. C'est surtout la respiration intracellulaire qui est touchée, à ce point qu'après quelques heures seulement le rapport $\frac{I}{N}$ des deux intensités respiratoires, interne et normale, est devenu presque nul chez l'oseille, alors que chez l'aucuba il n'a perdu qu'une faible fraction de sa valeur primitive ([1]).

	Durée de l'expérience.	CO^2 dégagé par 100g de feuilles en 1 heure. Respiration intracellulaire.	Respiration normale.	Rapport $\frac{I}{N}$.
		cm³	cm³	
Oseille.	Après 4 heures	6,2	19,1	0,33
	» encore 4 heures	0,7	14,7	0,05
	» encore 16 heures...	0,0	8,0	0,00
Aucuba.	Après 4 heures	27,5	51,5	0,53
	» encore 4 heures....	23,7	47,5	0,50
	» encore 16 heures...	9,7	23,7	0,41

Remarquons enfin que, pour que les deux fonctions adverses de la feuille se compensent exactement, il est nécessaire que le quotient respiratoire $\frac{CO^2}{O}$ soit au moins égal au coefficient chlorophyllien réel, c'est-à-dire égal ou supérieur à 1, ce que nous savons être le cas général pour les organes verts en bon état physiologique.

En résumé, les feuilles sont capables, chez certaines espèces, de conserver leur vitalité en l'absence d'air pendant un temps qui peut être fort

([1]) Les intensités des deux respirations, intracellulaire et normale, ont été déterminées simultanément, à la même température, sur des feuilles aussi semblables que possible.

long, puisqu'il arrive à dépasser celui qu'emploient les plantes annuelles à parcourir le cycle entier de leur évolution. C'est là un fait nouveau et inattendu qu'il nous a paru intéressant de signaler : il nous montre que les graines ne sont pas, comme on le croit généralement, les seuls organes qui puissent vivre longtemps encore après qu'on les a séparés de la plante qui les a produits.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les figures intégrales singulières des systèmes partiels du premier ordre auxquels s'applique la méthode d'intégration de Jacobi.* Note [1] de M. **Riquier**.

I. Considérons un système partiel du premier ordre auquel s'applique la méthode de Jacobi généralisée [2], par exemple le système

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}=U_x+S_x\dfrac{\partial u}{\partial s}+T_x\dfrac{\partial u}{\partial t}, & \dfrac{\partial v}{\partial x}=V_x+S_x\dfrac{\partial v}{\partial s}+T_x\dfrac{\partial v}{\partial t}, & \dfrac{\partial w}{\partial x}=W_x+S_x\dfrac{\partial w}{\partial s}+T_x\dfrac{\partial w}{\partial t}, \\ \dfrac{\partial u}{\partial y}=U_y+S_y\dfrac{\partial u}{\partial s}+T_y\dfrac{\partial u}{\partial t}, & \dfrac{\partial v}{\partial y}=V_y+S_y\dfrac{\partial v}{\partial s}+T_y\dfrac{\partial v}{\partial t}, & \dfrac{\partial w}{\partial y}=W_y+S_y\dfrac{\partial w}{\partial s}+T_y\dfrac{\partial w}{\partial t}, \\ \dfrac{\partial u}{\partial z}=U_z+S_z\dfrac{\partial u}{\partial s}+T_z\dfrac{\partial u}{\partial t}, & \dfrac{\partial v}{\partial z}=V_z+S_z\dfrac{\partial v}{\partial s}+T_z\dfrac{\partial v}{\partial t}, & \dfrac{\partial w}{\partial z}=W_z+S_z\dfrac{\partial w}{\partial s}+T_z\dfrac{\partial w}{\partial t}; \end{cases}$$

dans ces formules, u, v, w désignent des fonctions inconnues de x, y, z, s, t, et

$$(2)\qquad U_x,\ U_y,\ U_z,\ V_x,\ V_y,\ V_z,\ W_x,\ W_y,\ W_z,\ S_x,\ S_y,\ S_z,\ T_x,\ T_y,\ T_z$$

des fonctions connues de x, y, z, s, t, u, v, w, ces dernières satisfaisant aux conditions voulues pour que le système (1) soit *passif*. Cette passivité entraîne d'ailleurs celle du système différentiel total

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial s}{\partial x}=-S_x, & \dfrac{\partial t}{\partial x}=-T_x, & \dfrac{\partial u}{\partial x}=U_x, & \dfrac{\partial v}{\partial x}=V_x, & \dfrac{\partial w}{\partial x}=W_x, \\ \dfrac{\partial s}{\partial y}=-S_y, & \dfrac{\partial t}{\partial y}=-T_y, & \dfrac{\partial u}{\partial y}=U_y, & \dfrac{\partial v}{\partial y}=V_y, & \dfrac{\partial w}{\partial y}=W_y, \\ \dfrac{\partial s}{\partial z}=-S_z, & \dfrac{\partial t}{\partial z}=-T_z, & \dfrac{\partial u}{\partial z}=U_z, & \dfrac{\partial v}{\partial z}=V_z, & \dfrac{\partial w}{\partial z}=W_z, \end{cases}$$

où s, t, u, v, w désignent cinq fonctions inconnues de x, y, z.

Considérons maintenant, au lieu du système (3), un système, (3 *bis*)

---

[1] Séance du 15 mai 1922.

[2] Riquier, *Les systèmes d'équations aux dérivées partielles*, n° 206.

identique à (3) quant à l'écriture, mais où les fonctions inconnues s, t, u, v, w seront supposées dépendre, non plus seulement, comme dans (3), de x, y, z, mais encore de cinq variables adjointes, qui ne figurent dans les équations du système ni par elles-mêmes, ni par l'intermédiaire d'aucun symbole de dérivation : ce système (3 *bis*) est nécessairement passif comme (3). Désignons ensuite par $x_0, y_0, z_0, s_0, t_0, u_0, v_0, w_0$ des valeurs numériques de x, y, z, s, t, u, v, w n'excédant pas les limites où les fonctions (2) sont toutes analytiques et régulières; par α, β, γ, δ, λ les cinq nouvelles variables, adjointes, comme il a été dit, à x, y, z; par

$$(4) \qquad a_i\alpha + b_i\beta + c_i\gamma + d_i\delta + l_i\lambda + g_i \qquad (i = 1, 2, 3, 4, 5)$$

cinq fonctions linéaires de α, β, γ, δ, λ à coefficients constants, telles que le déterminant formé avec les coefficients des variables soit différent de zéro; par α_0, β_0, γ_0, δ_0, λ_0 les valeurs numériques de α, β, γ, δ, λ qui vérifient les relations obtenues en égalant respectivement à s_0, t_0, u_0, v_0, w_0 ces cinq fonctions linéaires; et par

$$(5) \qquad \begin{cases} s = \mathfrak{S}\,(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ t = \mathfrak{T}\,(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ u = \mathfrak{U}\,(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ v = \mathfrak{V}\,(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ w = \mathfrak{W}\,(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda) \end{cases}$$

la figure intégrale (ordinaire) du système (3 *bis*) déterminée par la condition initiale que, pour $x, y, z = x_0, y_0, z_0$, les inconnues s, t, u, v, w se réduisent respectivement aux fonctions linéaires (4).

Finalement, traçons dans l'espace $[[x, y, z]]$, à partir de (x_0, y_0, z_0), un arc, $\mathcal{A}_{x,y,z}(p, \ldots)$, dépendant d'un groupe d'indéterminées (réelles), $p, \ldots$ (¹); puis, dans l'espace $[[\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda]]$, à partir de $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, \delta_0, \lambda_0)$, un arc, $\mathcal{A}_{\alpha,\beta,\gamma,\delta,\lambda}(q, \ldots)$, dépendant d'un deuxième groupe d'indéterminées (réelles), $q, \ldots$, qui n'offre aucune indéterminée commune avec le groupe $p, \ldots$: si l'on suppose que l'intégrale (5) du système (3 *bis*) soit calculable par cheminement sur l'arc

$$(6) \qquad [\mathcal{A}_{x,y,z}(p, \ldots), \ \mathcal{A}_{\alpha,\beta,\gamma,\delta,\lambda}(q, \ldots)],$$

le point de l'espace $[[s, t, u, v, w]]$ défini par (5) décrit dans ce chemine-

---

(¹) *Loc. cit.*, n° 37.

ment, à partir de $(s_0, t_0, u_0, v_0, w_0)$, un arc, $\mathcal{A}_{s,t,u,v,w}(p, \ldots, q, \ldots)$, qui dépend à la fois des indéterminées $p, \ldots$ et des indéterminées $q, \ldots$.

Cela posé, et *le groupe* $\mathfrak{s}, \mathfrak{t}, \mathfrak{u}, \mathfrak{v}, \mathfrak{w}$ *des fonctions* (5) *étant supposé calculable par cheminement sur l'arc* (6), *pour que le groupe des fonctions* (2) *soit lui-même calculable sur l'arc*

$$[\mathcal{A}_{x,y,z}(p, \ldots), \quad \mathcal{A}_{s,t,u,v,w}(p, \ldots, q, \ldots)],$$

il faut et il suffit que, sur l'arc (6), *le déterminant différentiel* $\frac{\partial(\mathfrak{s}, \mathfrak{t}, \mathfrak{u}, \mathfrak{v}, \mathfrak{w})}{\partial(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)}$ *reste constamment différent de zéro.*

Cette propriété, que l'on peut établir avec une entière rigueur, suggère, pour la recherche des figures intégrales singulières du système (1), telles que nous les avons définies dans une Note antérieure ([1]), un procédé indirect, basé sur la connaissance des formules (5). Adjoignant à ces formules la relation $\frac{\partial(\mathfrak{s}, \mathfrak{t}, \mathfrak{u}, \mathfrak{v}, \mathfrak{w})}{\partial(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)} = 0$, on éliminera entre ces six équations trois des constantes arbitraires, γ, δ, λ par exemple; on obtiendra ainsi, dans un espace à huit dimensions, une famille de figures à cinq dimensions dépendant des indéterminées α, β. On examinera alors si l'attribution à α, β de telles ou telles valeurs convenablement choisies peut fournir des figures intégrales du système (1).

II. Considérons actuellement une figure intégrale (ordinaire), (5), du système (3 *bis*), telle que les fonctions $f_s(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)$, $f_t(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)$, $f_u(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)$, $f_v(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)$, $f_w(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)$, auxquelles se réduisent respectivement, pour $x, y, z = x_0, y_0, z_0$, les inconnues s, t, u, v, w, satisfassent aux simples conditions d'avoir comme valeurs initiales respectives s_0, t_0, u_0, v_0, w_0, et de présenter, par rapport aux arbitraires $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda$, un déterminant différentiel à valeur initiale non nulle. Une semblable intégrale de (3 *bis*) étant connue, il suffirait, pour en obtenir une appartenant au type spécifié ci-dessus (I), d'opérer sur les arbitraires la transformation définie par les formules

$$f_s(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda) = \alpha', \quad f_t(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda) = \beta',$$
$$f_u(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda) = \gamma', \quad f_v(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda) = \delta' \quad f_w(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda) = \lambda';$$

toutefois, comme les deux équations

$$\frac{\partial(\mathfrak{s}, \mathfrak{t}, \mathfrak{u}, \mathfrak{v}, \mathfrak{w})}{\partial(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)} = 0, \quad \frac{\partial(\mathfrak{s}, \mathfrak{t}, \mathfrak{u}, \mathfrak{v}, \mathfrak{w})}{\partial(\alpha', \beta', \gamma', \delta', \lambda')} = 0$$

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1631.

ne diffèrent l'une de l'autre que par un facteur indépendant des diverses quantités x, y, z, s, t, u, v, w, on pourra se dispenser d'effectuer la transformation, et procéder à la recherche des intégrales singulières comme dans le cas déjà examiné.

PHYSIQUE. — *La chaleur de vaporisation et la différence $m' - m$ des chaleurs spécifiques à l'état de saturation pour l'argon, l'oxygène, l'azote et l'hydrogène.* Note de MM. **E. Mathias**, **C.-A. Crommelin** et **H. Kamerlingh Onnes**.

Dans une Note antérieure ([1]), nous avons montré la possibilité de calculer la chaleur de vaporisation L et la différence $m' - m$ des chaleurs spécifiques de la vapeur saturée et du liquide saturé à T° pour l'argon, l'oxygène, l'azote et l'hydrogène, à l'aide de nos mesures de densités et des données relatives aux tensions de vapeur déterminées, comme les densités, au Laboratoire cryogène de Leyde, mais par divers expérimentateurs ([2]).

Les chaleurs de vaporisation sont données par la formule de Clapeyron-Clausius :

$$L = \frac{T}{J}\left(\frac{1}{\delta'} - \frac{1}{\delta}\right)\frac{dp}{dT},$$

où J est l'équivalent mécanique de la calorie, δ et δ' les densités du liquide et de la vapeur saturée à la température absolue T°, pour laquelle la pression de vapeur des phases coexistantes est p.

Les densités de vapeur relatives à des températures réduites basses, qui ne se prêtaient pas bien à une détermination directe, ont été calculées en partant des tensions de vapeur p et d'une équation d'état, due au professeur Kamerlingh Onnes, et d'une forme telle qu'elle s'adapte à toutes les exigences de l'expérience ([3]).

La dérivée $\frac{dp}{dT}$ a été obtenue en partant des formules empiriques auxquelles nous nous étions arrêtés pour représenter les mesures de p à Leyde pour les diverses substances étudiées.

([1]) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 261.

([2]) *Comptes rendus*, t. 151, 1910, p. 213; t. 156, 1913, p. 129; t. 160, 1915, p. 237; et *Communications from the physical Laboratory at Leiden*, nos 115, 138 *c*, 145 *b*, 145 *d*, 152 *a*, 152 *d*.

([3]) *Comm.*, n° 156 *a*.

Les formules empiriques des tensions de vapeur varient d'un corps à l'autre; cela tient seulement à la manière dont on a, chaque fois, commencé les calculs.

Les températures auxquelles ces formules se rapportent ont été mesurées dans une échelle parfaitement définie et qui s'approche très étroitement de l'échelle absolue. Cette échelle, dont on se sert à Leyde et qui est appelée *échelle Kelvon internationale provisoire*, nous en avons fait usage également dans nos mesures relatives à la courbe des densités.

Nous avons fait le calcul de L pour toutes les températures qui se rapportent à nos mesures de densités, et nous avons réuni les résultats relatifs à chaque corps à l'aide d'une formule empirique.

L une fois connu comme fonction de la température, on obtient $m'-m$ par la formule classique

$$m'-m=\frac{dL}{dT}-\frac{L}{T}.$$

Il est à mentionner que les résultats sont finalement plus précis pour les hautes valeurs de la température réduite que pour les petites, car si la mesure de δ' offre des difficultés aux basses températures, il en est de même pour p, d'où il résulte que les valeurs de $\frac{dp}{dT}$ sont aussi moins précises.

Dans ce qui suit, les formules empiriques font connaître les tensions de vapeur en atmosphères internationales. Celles qui sont relatives à l'argon et à l'hydrogène ont déjà été publiées dans les articles cités. Les autres formules sont données ici pour la première fois.

Pour le calcul de plusieurs de ces formules empiriques, nous avons eu le précieux concours de M. le professeur J.-E. Verschaffelt, à qui nous adressons ici nos sincères remercîments.

Dans les formules suivantes, T_c désigne la température critique absolue et p_c la pression critique.

Argon.

$$\log p=4,85033-\frac{634,391}{T}+\frac{30769,09}{T^2}-\frac{1076464}{T^3}.$$

$$L^2=41,59246(T_c-T)-0,448963(T_c-T)^2+0,0026163(T_c-T)^3.$$

Oxygène.

$$T\log p=T\log p_c-0,7204T_c+2,3195(T-0,7T_c)+\frac{0,004175}{T_c}(T-0,7T_c)^2$$
$$+\frac{1,5833}{T_c^2}(T-0,7T_c)^3-\frac{1,4167}{T_c^3}(T-0,7T_c)^4-\frac{3,3333}{T_c^4}(T-0,7T_c)^5.$$

$$L^2=81,9234(T_c-T)-0,99282(T_c-T)^2+0,0052205(T_c-T)^3.$$

Azote.

$$\log p = -\frac{510,64}{T} + 12,381 - 0,12696\,T + 0,0008302\,T^2 - 0,0000019975\,T^3.$$

$$L^2 = 89,9621\,(T_c - T) - 1,47242\,(T_c - T)^2 + 0,011666\,(T_c - T)^3.$$

Hydrogène.

$$\log p = -\frac{56,605}{T} + 3,8015 - 0,10458\,T + 0,003321\,T^2 - 0,0000321\,9T^3.$$

$$L^2 = 1974,48\,(T_c - T) - 116,093\,(T_c - T)^2 + 2,396106\,(T_c - T)^3.$$

La chaleur latente L, multipliée par $\frac{\Delta}{p_c}$, où Δ est la densité critique, donne la *chaleur de vaporisation réduite*, laquelle, considérée comme fonction de la *température réduite*, conduit, pour les diverses substances, à des courbes qui s'emboîtent, ainsi qu'on pouvait s'y attendre d'après le résultat fourni par les *courbes des densités réduites*. Il y subsiste, toutefois, des particularités qui demandent à être approfondies par des expériences ultérieures.

Quant à la différence $m' - m$ des chaleurs spécifiques de la vapeur saturée et du liquide saturé, on trouve que sa valeur, fortement négative près du point critique, est plus petite en valeur absolue aux températures réduites plus basses, tout en restant toujours nettement négative; il s'ensuit que m' est négatif pour toutes les températures du domaine de l'état liquide.

Aux températures réduites les plus basses, $m' - m$ passe par un maximum; mais le degré de précision des données fait désirer que ce point soit établi d'une façon plus nette par des mesures ultérieures.

Dans le cas de l'hydrogène, pour lequel nous connaissons des valeurs de la chaleur spécifique du liquide m, qu'on peut représenter par la formule $m = m_0 + ct$ [1], on peut en déduire la valeur de la chaleur spécifique de vapeur saturée m'. Dans le Tableau suivant, les températures sont celles auxquelles nous avons fait des déterminations de densités:

T.	$m' - m$.	m.	m'.
20°,41	−6,06	2,28	−3,78
17,90	−6,51	2,02	−4,49
15,86	−7,36	1,81	−5,55

(1) *Comm.* n° 153 *a* et A. EUCKEN, *Verh. d. phys. Ges.*, t. 18, 1896, p. 4.

M. B. **Baillaud** fait hommage à l'Académie du *Rapport relatif aux signaux horaires émis de l'Observatoire de Paris par le poste radiotélégraphique de la Tour Eiffel depuis* 1910 *jusqu'à la fin de* 1919 *et aux signaux horaires émis par le poste radiotélégraphique de La Doua à partir du* 27 *août* 1918, qu'il a rédigé avec le concours de Mme **Chandon**, de M. **Pourteau** et de Mme **Michaud**.

M. Ch. **Lallemand** fait hommage à l'Académie de diverses brochures dont il est l'auteur, relatives au *Nivellement général de la France*, aux *Nivellements de précision et de haute précision*, à l'*Élasticité du globe terrestre*, au *Nivellement des vallées des Alpes* et à la *Question du litre*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géométrie, en remplacement de M. *C. Jordan*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 54,

M. Henri Lebesgue obtient	 44	suffrages
M. Ernest Vessiot »	 5	»
M. Jules Drach »	 3	»
M. Élie Cartan »	 2	»

M. **Henri Lebesgue**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Camille Cavallier. *Notes économiques d'un métallurgiste*. (Extraits.)

2° Gustave Lambert. *Son projet de voyage au pôle. Sa mort.* (Présenté par M. G. Bigourdan.)

3° Le fascicule XIX, 2e Partie, des *Études de Lépidoptérologie comparée*, par Charles Oberthür. (Présenté par M. E. Bouvier.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur le tracé des arcs de cercles de grand rayon.* Note de M. **F.-H. Murray**, présentée par M. Hadamard.

Dans les dessins du génie civil et ailleurs, il est souvent nécessaire de construire avec exactitude, à l'encre, un segment d'un cercle de rayon relativement grand. Au lieu du compas ordinaire on emploie alors habituellement un appareil si grand que le maniement en devient difficile, d'où résultent des erreurs de tracé.

On peut résoudre le problème avec un instrument basé sur un principe mécanique très élémentaire, et qui possède les dimensions du compas ordinaire.

Soient Σ_n un système de corps rigides $A_1, A_2, \ldots, A_n$, et L un axe fixe dans l'espace. Dans chaque corps A_i supposons deux axes l'_i, l''_i fixes par rapport à A_i, et se coupant au point O_i. Si les corps A_i, A_{i+1} sont assujettis à pivoter l'un par rapport à l'autre autour de l'axe $l''_i = l'_{i+1}$, de manière à faire coïncider les points O_i, O_{i+1}, $(i = 1, 2, \ldots, n-1)$, tandis que A_1 est assujetti à pivoter sans glissement autour de L, alors dans un mouvement quelconque du système chaque corps A_i décrira un mouvement d'un corps rigide autour du point fixe O_1.

Un instrument commode peut être construit avec un tel système de deux corps. Soit A_2 un bras qui porte un tire-ligne, pivotant autour de l'axe l'_2; A_1 possède deux jambes dont les bouts P_1, P_2 sont aiguisés, et un mécanisme avec une échelle pour ajuster l'axe l'_2. L'axe l'_1 est la ligne qui contient les points P_1, P_2.

Pour tracer un arc de cercle de rayon R, on ajuste l'axe l'_2 de façon à obtenir la lecture R sur l'échelle; les points P_1, P_2 étant posés convenablement sur un plan M, on donne au système un mouvement dans lequel P_1, P_2 restent fixes, et le tire-ligne décrira sur M un arc de cercle dont le rayon aura très approximativement la valeur exigée.

Comme dans le compas ordinaire, le plan défini par le bout du tire-ligne satisfait à la condition nécessaire de rester perpendiculaire au plan M et tangent à la courbe si cette condition est satisfaite pour un point quelconque de la courbe.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la loi de Gauss.*
Note de M. **J.-W. Lindeberg**, présentée par M. Émile Borel.

1. Supposons que l'erreur u soit la résultante d'un grand nombre n d'erreurs partielles, indépendantes les unes des autres :

$$u = u_1 + u_2 + \ldots + u_n.$$

Nous désignerons par $U_\mu(x)$ la probabilité pour que la valeur de l'erreur u_μ soit $\leqq x$, par $U(x)$ la fonction correspondante relative à l'erreur résultante u, et nous admettrons que ces fonctions sont telles que les quantités

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x\, dU_\mu(x) = a_\mu, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 dU_\mu(a_\mu + x) = \sigma_\mu^2 \qquad (\mu = 1, \ldots, n)$$

(les intégrales étant prises dans le sens de Stieltjes) sont toutes finies. Posons enfin

$$\sum_{\mu=1}^{n} a_\mu = A, \qquad \sum_{\mu=1}^{n} \sigma_\mu^2 = r^2.$$

Ceci posé, on peut tirer de certains résultats établis par Liapounoff ([1]) le théorème que voici :

Le nombre positif ϑ étant donné, on pourra, à tout nombre $\varepsilon > 0$, faire correspondre un autre nombre positif η, dépendant uniquement de ϑ et de ε, tel que l'inégalité

$$\left| u(a + rx) - \int_{-\infty}^{x} \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dt \right| < \varepsilon \tag{1}$$

est vérifiée toutes les fois qu'on a

$$\sum_{\mu=1}^{n} \int_{-\infty}^{+\infty} |x|^{2+\vartheta} du_\mu(a_\mu + rx) < \eta.$$

2. Supposons en particulier $a_1 = a_2 = \ldots = a_n = 0$ et admettons en outre que les erreurs partielles $u_1, \ldots, u_n$ soient *bornées*, de sorte que $|u_1|, \ldots, |u_n|$ restent inférieurs à une limite finie α. Dans ce cas on pourra, du théorème ci-dessus, tirer la conséquence suivante :

([1]) A. Liapounoff, *Nouvelle forme du théorème sur la limite de probabilité* (*Mémoires de l'Académie de Saint-Pétersbourg*, t. 12, 1901).

Pour tout $\varepsilon\,(>0)$ *il existe un nombre* η *tel que*

$$\left| u(x) - \int_{-\infty}^{x} \frac{e^{-\frac{t^2}{2r^2}}}{r\sqrt{2\pi}}\,dt \right| < \varepsilon$$

toutes les fois que

$$\alpha < \eta r.$$

C'est bien là le sens exact de l'affirmation classique : « la somme d'un grand nombre de petites erreurs suit sensiblement la loi de Gauss ».

3. Revenons aux hypothèses énoncées au début de cette Note. A l'aide d'une méthode qui nous semble à la fois plus simple et plus naturelle que celles dont on s'est servi jusqu'ici dans cette théorie, nous avons réussi à étendre comme il suit le théorème du numéro 1 (¹) :

A tout $\varepsilon\,(>0)$ *correspond un nombre positif* η *tel que l'inégalité* (1) *a lieu toutes les fois qu'on a*

$$\int_0^1 d\tau \sum_{\mu=1}^{n} \int_{-\tau}^{+\tau} x^2\, d\,\mathrm{U}_\mu(a_\mu + rx) > 1 - \eta.$$

Nous ferons remarquer que ce théorème ne renferme aucune hypothèse relative à la manière dont se comportent les fonctions $\mathrm{U}_\mu(x)$ pour les grandes valeurs de $|x|$, en dehors de celles admises au n° 1.

4. Dans une Note récente (²) M. Paul Lévy, en traitant la question qui nous occupe, a indiqué deux conditions générales qui, selon lui, seraient suffisantes pour assurer la convergence vers la loi de Gauss. Cependant l'assertion de M. Paul Lévy, si nous l'avons bien compris, n'est pas exacte, comme le montre l'exemple suivant.

Admettons que -1, 0 et $+1$ soient les seules valeurs que puissent prendre les erreurs partielles $u_1, \ldots, u_n$, qui sont par suite bornées, et soient $\frac{1}{2n}$, $1-\frac{1}{n}$ et $\frac{1}{2n}$ les probabilités de ces valeurs. On aura alors, pour toute valeur de μ,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2\, d\,\mathrm{U}_\mu(x) = \frac{1}{n},$$

(¹) Voir notre Mémoire : *Ueber das Exponentialgesetz in der Wahrscheinlichkeitsrechnung* (*Annales Acad. scient. Fenn.*, t. 16, 1920), ainsi qu'un travail de nous qui paraîtra dans la *Mathematische Zeitschrift.*

(²) *Sur le rôle de la loi de Gauss dans la théorie des erreurs* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 855-857).

et l'on en conclut que les deux conditions énoncées par M. Paul Lévy sont bien remplies. Et, malgré cela, la fonction $M(x)$ ne tend évidemment pas vers

$$\int_{-\infty}^{x} \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dt,$$

lorsque n croît indéfiniment, puisque, pour une valeur donnée de n, elle garde une valeur constante entre deux entiers consécutifs quelconques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions automorphes de plusieurs variables indépendantes*. Note de M. **P.-J. Myrberg**, présentée par M. Émile Borel.

1. Dans un Mémoire qui paraîtra dans un autre Recueil, nous avons étudié certaines classes de fonctions automorphes de deux variables, et tout particulièrement les singularités essentielles de ces fonctions. Nous indiquerons dans cette Note comment nos résultats s'étendent aux fonctions d'un nombre quelconque n de variables indépendantes ([1]).

Considérons un groupe Γ de substitutions linéaires à coefficients réels

$$(1) \qquad X_i = \frac{\alpha_{i,1}x_1 + \ldots + \alpha_{i,n}x_n + \alpha_{i,n+1}}{\alpha_{n+1,1}x_1 + \ldots + \alpha_{n+1,n}x_n + \alpha_{n+1,n+1}} \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

qui transforment l'hypersphère

$$(2) \qquad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = 1$$

en elle-même. Nous supposons le déterminant des coefficients $\alpha_{i,k}$ égal à ± 1 et nous admettrons que le groupe Γ ne renferme pas de substitution infinitésimale.

Pour l'étude de ces groupes et des fonctions automorphes correspondantes, on aura à résoudre ce problème général :

Trouver l'ensemble des points d'accumulation ([2]) *des transformées par le groupe* Γ *d'une multiplicité algébrique quelconque à* $2n - 2$ *dimensions.*

On démontre d'abord que les transformées d'un point réel quelconque P,

([1]) Une exposition détaillée de nes recherches sur ce sujet paraîtra dans un autre Recueil.

([2]) C'est-à-dire les points tels que, par toute hypersphère ayant l'un d'eux comme centre, passe une infinité de transformées de la multiplicité en question.

pris à l'intérieur de l'hypersphère (2), s'accumulent vers les points d'un certain ensemble (m), situé sur la surface de cette hypersphère, et qui ne dépend pas du choix du point P. Par tout point $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ de (m) menons le plan tangent à la sphère en question

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n = 1$$

et désignons par (M) l'ensemble de tous ces plans qui sont des multiplicités à $2n - 2$ dimensions puisque $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sont des variables complexes. A l'aide de considérations qui ne sauraient trouver place ici, on arrive à la solution suivante du problème posé ci-dessus :

Les transformées par le groupe Γ *d'une multiplicité algébrique quelconque à* $2n - 2$ *dimensions qui ne comprend aucun point de* (m) *admettent comme points d'accumulation l'ensemble des points des plans* (M).

Il résulte de ce théorème que les transformées d'un point quelconque de l'espace ne faisant partie d'aucun des plans (M) admettent les points de l'ensemble (m) comme seuls points d'accumulation.

2. Considérons maintenant la classe des fonctions automorphes, correspondant au groupe Γ, qui sont représentables par des quotients de séries de la forme

$$(3) \qquad \Theta = \sum \mathcal{H}(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n}) \left[\frac{\partial(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n})}{\partial(x_1, x_2, \ldots, x_n)} \right]^k,$$

où $\mathcal{H}$ désigne une fonction rationnelle, séries qui convergent dès que l'exposant k dépasse une certaine limite.

En admettant que les fonctions $\mathcal{H}$ qui entrent dans les séries en question restent finies aux différents points de l'ensemble (m), il résulte du théorème ci-dessus que *les singularités essentielles des fonctions automorphes de la classe considérée sont constituées par l'ensemble des points des plans* (M). Il faut noter que ces plans dépendent uniquement du groupe donné, de même que les singularités essentielles dans le cas d'un groupe automorphe à *une* variable.

Il existe des groupes pour lesquels l'ensemble (m) comprend tout point réel de la multiplicité (2); tels sont, par exemple, les groupes formés par des substitutions (1) à coefficients entiers. Pour ces groupes, si le nombre n des variables est > 2, les points des plans (M) remplissent un domaine continu à $2n$ dimensions, défini par l'inégalité

$$(4) \qquad x_1\overline{x_1}x_2\overline{x_2} + \ldots + x_n\overline{x_n} - 1 \gtrless |x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 - 1|$$

($\overline{x_i}$ désignant le conjugué du nombre x_i). Par suite, toute expression

formée à l'aide des séries (3) représente une seule fonction monogène existant dans le reste de l'espace, c'est-à-dire dans le domaine

$$x_1\overline{x_1}+x_2\overline{x_2}+\ldots+x_n\overline{x_n}-1<|x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2-1|.$$

Pour $n=2$, on aura des résultats tout différents. Les points des plans (M) forment une multiplicité continue à $2n-1$ dimensions, définie par l'*égalité*

$$(4') \qquad x_1\overline{x_1}+x_2\overline{x_2}-1=|x_1^2+x_2^2-1|,$$

cette multiplicité divise l'espace à $2n$ dimensions en trois domaines distincts, et toute série (3) représente *trois* fonctions monogènes, existant chacune dans l'un de ces domaines.

Un autre cas extrême est celui où (m) est un ensemble discret de points. Toute série (3) définit, dans ce cas, une seule fonction monogène, dont le domaine d'existence comprend tout l'espace à $2n$ dimensions, sauf les points des plans (M).

Lorsque $n>2$, il y aura, entre ces deux cas extrêmes, des cas intermédiaires où les points de l'ensemble (m) forment un domaine continu à moins de $n-1$ dimensions. En particulier, il existe des groupes pour lesquels (m) est un continuum linéaire; on démontre que l'ensemble (M), qui est alors à $2n-1$ dimensions, divise l'espace en trois domaines distincts.

ASTRONOMIE. — *Sur les déviations des rayons lumineux passant au voisinage d'un astre.* Note de M. **Ferrier**, présentée par M. Painlevé.

Il n'est question, dans ce qui suit, que des déviations produites par la réfraction de la lumière à travers l'atmosphère gazeuse qui entoure l'astre (en fait, la Lune lors d'une éclipse de Soleil). Il nous a en effet paru utile de rechercher dans quelle mesure ces déviations parasites peuvent se superposer à l'effet Einstein et, le cas échéant, en masquer la loi véritable. Car, dans l'effet Einstein, le rayon d'une étoile passe près du bord du Soleil éclipsé par la Lune, donc passe également près de la Lune et subit la réfraction de l'atmosphère lunaire.

Nous n'étudions ici que la portion de l'atmosphère où la loi $\frac{p}{\mu}=\mathrm{RT}$ qui relie la pression et la masse spécifique du gaz à sa température absolue reste valable. Nous admettons que, dans la région où la température tombe au-dessous de quelques degrés absolus, l'atmosphère de l'astre cesse d'exister.

Admettons encore, pour simplifier les calculs, et en l'absence de tout renseignement meilleur sur la température du gaz à grande distance de l'astre, que cette température absolue est, à la distance r du centre,

$$T = T_0 \frac{r_0}{r},$$

r_0 étant le rayon de l'astre, et T_0 la température du gaz dans les environs de sa surface.

Si g est l'intensité de la pesanteur à la distance r du centre,

$$g = g_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2.$$

Lorsque l'atmosphère est en équilibre, sa pression en chaque point satisfait à la relation

$$dp = -\mu g_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 dr$$

ou

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g_0 r_0}{RT_0} \frac{dr}{r},$$

d'où l'on déduit

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\frac{g_0 r_0}{RT_0}}$$

et

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\frac{g_0 r_0}{RT_0} - 1}.$$

Soit n l'indice du gaz à la distance r :

$$\frac{n - 1}{n_0 - 1} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\frac{g_0 r_0}{RT_0} - 1}.$$

Considérons un rayon lumineux passant à une distance r du centre de l'astre. Il subit, par réfraction, une petite déviation ε.

La déviation élémentaire $d\varepsilon$, lorsque le rayon passe d'une couche d'indice n dans une couche d'indice $n + dn$, est, si i désigne son angle d'incidence,

$$d\varepsilon = \operatorname{tang} i \, dn,$$

n restant très voisin de 1. On trouve aisément que ε est de la forme

$$\varepsilon = \frac{A}{r^{\left(\frac{g_0 r_0}{RT_0} - 1\right)}},$$

A désignant une constante.

On a donc

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\frac{g_0 r_0}{\mathrm{RT}_0} - 1} = \frac{n - 1}{n_0 - 1} = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

Voyons, par des exemples numériques, comment varie ε lorsque le rayon passe de plus en plus loin du bord de l'astre. Pour la Terre, admettons que $T_0 = 300°$ absolus. Calculons R en prenant comme unités le kilogramme, le mètre, la seconde :

$$\mathrm{R} = p\,\frac{g_0}{\varpi}\cdot\frac{1}{273},$$

p est la pression de l'air normal en kilogrammes par mètre carré; ϖ le poids d'un mètre cube d'air normal :

$$p = 10300^{\mathrm{kg}}, \qquad \varpi = 1^{\mathrm{kg}},29,$$

$$\frac{g_0 r_0}{\mathrm{RT}_0} = \frac{g_0 \times 6600000 \times 1,29 \times 273}{g_0 \times 10300 \times 300} = 758,$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{757}.$$

On trouve ainsi qu'à une distance du bord de la Terre égale à $0,0052\, r_0$, soit 34^{km}, la déviation est 100 fois plus faible que pour le rayon rasant.

On voit ainsi que l'observation de l'effet Einstein au voisinage d'un astre analogue à la Terre ne sera qu'insensiblement modifiée par la réfraction. La déviation d'Einstein obéit en effet à la loi

$$\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{E}_0} = \frac{r_0}{r}$$

qui ne prête à aucune confusion avec la précédente.

Pour appliquer les formules établies ci-dessus à un astre quelconque, il faut faire une hypothèse sur sa température, et sur la densité, par rapport à l'air, du gaz qui constitue son atmosphère.

Cas de la Lune. — Nous admettrons que la température de la Lune est celle qui a été adoptée pour la Terre, et que l'atmosphère est constituée par de l'hydrogène. Calculons l'exposant de $\frac{r_0}{r}$, en admettant que la masse de la Lune est $\frac{1}{81}$ de celle de la Terre, et son rayon 0,27 rayon terrestre :

$$\frac{g_0 r_0}{\mathrm{RT}_0} = \frac{1}{15} \times 758 \times \frac{1}{81} \times \frac{1}{0,27} = 2,3,$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \left(\frac{r_0}{r}\right)^{1,3}.$$

L'exposant est voisin de celui de la formule d'Einstein; l'effet de réfraction est difficilement séparable de la déviation de gravitation.

Si la loi précédente est approximativement juste, et si la valeur de ε_0 n'excède pas 2″ comme les observations d'Airy ont paru le montrer, on se rend compte que cette atmosphère, qui est capable de modifier profondément l'effet Einstein au moment des éclipses de Soleil, aurait pu passer inaperçue jusqu'ici : la déviation croît très lentement lorsqu'on approche de l'astre, et il ne se passe rien de particulier au moment des occultations.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Skjellerup, faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Lyon.* Note de M. J. GUILLAUME, présentée par M. B. Baillaud.

Observations de la comète.

Dates 1922.	Temps moyen de Greenwich.	☄–★ Δα.	☄–★ Δδ.	Nombre de compar.	α apparente.	Log. fact. parall.	δ apparente.	Log. fact. parall.	★
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mai 19...	9.44.43	+0.13,53	+ 1.55,8	6: 8	8. 4.32,95	+9,644	21.26. 2,0	+0,755	*a*
20...	9.18.59	+0.20,99	— 3. 2,1	10:10	8. 9.26,20	+9,640	22.20.32,8	+0,731	*c*
21...	9.48.45	+0.25,66	+ 2. 1.3	10:10	8.14.43,92	+9,650	23.19. 8,7	+0,638	*d*
22...	9. 4.30	—0.20,81	+ 4.53,6	10:10	8.19.57,93	+9,612	24.16.35,4	+0,734	*f*
23...	9.33.26	—0.17,34	+ 3.12,7	10:10	8.25.43,07	+9,654	25,22. 7,9	+0,725	*g*
24...	9.43.38	—0.27,31	+10. 1,7	10:12	8.31.36,70	+9,659	26.22.23,9	+0,728	*i*

Positions moyennes des étoiles de comparaison.

★.	Désignation.	α moyenne, 1922,0.	Réduction au jour.	δ moyenne, 1922,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
a.	Anon. 10m,5.....	8. 4.18,84	+0,58	21.24.16,0	— 9,8	rapp. à *b*
b.	BD + 21°,1769...	8. 4.55,02		21.35.48,2		A.G. Berlin, 3280
c.	BD + 22°,1884...	8. 9. 4,63	+0,58	22.23.44,4	— 9,5	BD, IV + 22°,1884
d.	Anon. 16m,6......	8.14.17,68	+0,58	23.17.16,6	— 9,2	rapp. à *e*
e.	BD + 23°,1939...	8.17.15,02		23.12. 4,6		A.G. Berlin, 3350
f.	BD + 24°,1920...	8.20.18,14	+0,60	24.11.50,6	— 8,8	» 3369
g.	Anon. 11m.......	8.25.59,81	+0,60	25.19. 3,6	— 8,4	rapp. à *h*
h.	BD + 25°,1937...	8.26.50,71		25.14.39,3		A.G. Cambridge, 4563
i.	BD + 26°,1809...	8.32. 3,39	+0,62	26.12.30,2	—8,0	» 4601

Remarques. — La comète est vaguement circulaire, d'environ une demi-minute d'arc, sans condensation marquée. Le 19 et le 24 elle paraissait de 11e grandeur; aux dates intermédiaires, à cause de la diffusion atmosphérique, sans doute, elle semblait plus faible d'une demi-grandeur les 20 et 22, et les 21 et 23 elle était de 12e grandeur. Le 23, les images étaient très instables.

ASTRONOMIE. — *Observation de la comète 1922 b (Skjellerup), faite à l'Observatoire de Marseille (équatorial d'Eichens* $0^m,26$ *d'ouverture).* Note de M^lle **O. Jasse**, présentée par M. Bigourdan.

Date. 1922.	Temps moyen de Marseille.	ΔAR.	ΔD.	AR apparente.	Log. fact. parall.	D apparente.	Log. fact. parall.
Mai 24..	$9^h 20^m 58^s$	$-0^m 39^s,66$	$+8'8'',7$	$8^h 31^m 24^s,32$	9,662	$+26°20'30'',9$	0,663

Étoile de comparaison.

★.	Gr.	AR moyenne 1922,0.	Réduction au jour.	D moyenne 1922,0.	Réduction au jour.	Autorité.
1...	7,8	$8^h 32^m 3^s,37$	$+0^s,61$	$+26°12'30'',2$	$-8'',0$	Cbr. E., 4601

Remarque. — La comète est faible et assez étendue. Elle présente une condensation de 11^e grandeur.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur une nouvelle méthode interférentielle pour la mesure du diamètre apparent des étoiles.* Note de M. **A. Danjon**, présentée par M. B. Baillaud.

La méthode interférentielle indiquée par Fizeau et employée par Michelson pour la mesure du diamètre apparent des étoiles présente deux inconvénients :

1° Elle exige une distance considérable entre les deux faisceaux interférents, distance qui atteint 12^m pour un astre de $\frac{1}{100}$ de seconde d'arc.

2° Les franges qu'on observe s'évanouissent progressivement jusqu'à leur disparition complète, sans qu'on fasse sur leur netteté des mesures *quantitatives.*

A ces deux points de vue, la méthode que je présente dans cette Note constitue un progrès. Les essais actuellement en cours à l'Observatoire de Strasbourg ont donné, au laboratoire, des résultats satisfaisants. Malheureusement, le mauvais temps a contrarié jusqu'à présent les observations sur le ciel.

Considérons un appareil interférentiel du genre des lames de Jamin, fournissant, en lumière blanche, des franges localisées à l'infini. Négligeons pour le moment leur irisation, comme on est en droit de le faire au voisinage de la frange centrale si l'on dispose devant l'œil un verre rouge (ou encore sur la frange centrale elle-même si elle est noire). Si l'on exa-

mine un fond éclairé à travers l'appareil, les franges rectilignes et parallèles occupent une certaine région du champ. Supposons maintenant qu'on regarde le ciel obscur, et qu'une étoile apparaisse dans la région du champ où se voyaient tout à l'heure les franges d'interférence. Si l'étoile se déplace, son éclat passera par un minimum chaque fois qu'elle traversera une frange sombre, et par un maximum chaque fois qu'elle traversera une frange brillante.

Si l'étoile n'a pas de dimensions apparentes sensibles, elle s'éteindra complètement en passant sur le centre des franges sombres. Au contraire, si l'étoile, tout en restant petite par rapport à la largeur des franges, a cependant un disque appréciable, tous les points de ces disques ne s'éteindront pas à la fois : l'extinction ne sera totale que le long d'une corde coïncidant avec le centre de la frange sombre; de part et d'autre de cette corde, de la lumière subsistera. L'extinction sera incomplète, et l'étoile à son minimum d'éclat sera d'autant plus brillante que son disque, toutes choses égales d'ailleurs, sera plus grand par rapport à l'interfrange.

Dans le cas d'un disque circulaire uniformément brillant, le calcul donne, pour le rapport du minimum au maximum d'éclat global, l'expression suivante

$$\gamma = \frac{1 - J}{1 + J},$$

J étant la série connue

$$J = 1 - \frac{1}{2}\frac{n^2}{2^2} + \frac{1}{3}\frac{n^2}{(2.4)^2} - \ldots$$

dans laquelle n est le produit du nombre π par le rapport du diamètre angulaire de l'étoile à l'interfrange. La détermination du diamètre est ainsi ramenée à celle du rapport γ, c'est-à-dire, en définitive, à la mesure photométrique des éclats extrêmes que prend l'étoile vue dans l'interféromètre.

C'est l'observation seule qui peut renseigner sur la valeur de la méthode; en particulier, on ne peut prévoir l'influence de l'agitation atmosphérique sur les mesures, et le mauvais temps persistant n'a pas permis d'en faire l'étude expérimentale. Mais divers autres points importants ont pu être complètement élucidés par des expériences de laboratoire.

L'interféromètre employé comprend deux miroirs argentés et deux lames plan-parallèles, montées d'une façon particulière qui permet d'obtenir à volonté des franges de largeur quelconque, localisées dans le plan de l'étoile artificielle. Les mesures qui ont porté sur des disques de 20″ à 90″, avec des interfranges très divers, ont été faites à l'œil nu. Elles vérifient la formule

ci-dessus, convenablement corrigée pour tenir compte de divers points négligés en première approximation : la lumière employée n'est pas monochromatique, les deux faisceaux n'ont pas rigoureusement la même intensité, etc. Pour ces raisons, l'extinction n'est jamais rigoureusement complète, même pour $n = 0$. Le calcul montre qu'on en tient compte en ajoutant au numérateur de γ un terme ε, qui, pour un appareil bien établi, et si l'on opère près de la frange centrale, ne doit pas atteindre $\frac{1}{100}$. Les mesures de ε pour l'interféromètre employé ont effectivement donné la valeur 0,006, qui témoigne de la perfection des pièces optiques travaillées par la maison Jobin, et du soin particulier apporté à l'argenture des miroirs.

En introduisant cette valeur de ε dans la discussion de la formule qui relie γ et n, on arrive aux conclusions suivantes. La précision absolue des mesures reste voisine du cinquantième de l'interfrange. Elle est maximum quand le diamètre à mesurer vaut un dixième d'interfrange, mais on peut mesurer jusqu'au vingtième d'interfrange. Dans la méthode de Fizeau, le diamètre à mesurer vaut 1,22 fois l'interfrange ; le gain est sensible. Ainsi pour mesurer Bételgeuse (α Orion) dont le diamètre est voisin d'un vingtième de seconde, il suffit de produire des franges d'une seconde, ce qui s'obtient avec un écart de 10^{cm} seulement entre les deux faisceaux, au lieu de 3^m.

Pour les mesures stellaires, l'instrument est utilisé avec une lunette astronomique qu'on peut d'ailleurs monter avant ou après l'interféromètre. Il est clair qu'on a intérêt à la placer en avant, puisqu'on bénéficie alors de son grossissement, et qu'on peut réduire encore les dimensions de l'interféromètre. Ainsi, en utilisant un grossissement de 20 fois, il suffirait, pour mesurer Bételgeuse, de produire des franges de 20″, ce qui est réalisable avec l'interféromètre en service. L'expérience sera tentée dès le retour de la constellation d'Orion, avec une lunette de 16^{cm} d'ouverture.

Il serait facile de construire un interféromètre de quelques centimètres carrés de surface, qui, monté sur les grands télescopes modernes, permettrait d'atteindre le $\frac{5}{100}$ de seconde, à moins, toutefois, que notre atmosphère n'y mette irrémédiablement obstacle.

MÉCANIQUE. — *Sur les lignes de glissement planes des corps pulvérulents, cohérents ou plastiques.* Note de M. GUSTAVE GUILLAUMIN.

I. J'ai obtenu antérieurement l'équation différentielle caractéristique du double système des lignes de glissement des massifs pulvérulents plans en

recherchant, suivant les méthodes classiques, les multiplicités d'exception pour le problème de Cauchy. L'équation différentielle en question, jointe à cette autre évidente

$$dy = \operatorname{tang} \psi \, dx,$$

représente les caractéristiques (d'ordre nul), toujours réelles, du système fondamental des deux équations aux dérivées partielles du premier ordre définissant l'équilibre. Les lignes de glissement sont le support, ou la projection, dans le plan (x, y), des systèmes caractéristiques; c'est ce qui leur permet de jouer, dans la construction des solutions, le rôle des lignes de discontinuités, introduites pour la première fois par M. Boussinesq, ainsi que je l'ai montré dans ma Note des *Comptes rendus* du 5 mai 1919. De même que, suivant une remarque de M. Hadamard, il est impossible de traiter de la dynamique des gaz sans faire intervenir des discontinuités, de même il sera *en général* impossible de construire des solutions de l'état ébouleux sans introduire certaines discontinuités délimitées par une ou plusieurs lignes de glissement. On peut d'ailleurs montrer que cette propriété des lignes de glissement est générale et s'applique également, même dans le cas de corps hétérogènes, à l'équilibre limite défini par une loi de Coulomb quelconque $F(T, N) = 0$. Ce qui paraît digne de remarque, c'est que les discontinuités, dont l'existence est subordonnée à la réalité des caractéristiques, s'introduisent généralement en dynamique, alors qu'elles apparaissent ici, en dehors de toute singularité du champ des forces appliquées, dans un problème de pure statique.

II. L'équation caractéristique des lignes de glissement, rappelée dans ma dernière Note, peut s'écrire, sous la forme intrinsèque,

$$(1) \qquad \frac{dp}{ds} - \frac{2p \operatorname{tang} \varphi}{R} = F_s,$$

p désignant toujours la pression moyenne, φ l'angle de frottement et R le rayon de courbure de la ligne de glissement considérée, compté positivement lorsque le centre de courbure se trouve du même côté que la direction positive de l'axe principal portant la plus grande pression par rapport à la direction positive de la tangente à la ligne de glissement, les directions en question étant choisies de manière à faire un angle aigu, d'ailleurs toujours inférieur à 45°. Quant à F_s, c'est ce qu'on peut appeler la *composante oblique de glissement* de la force appliquée F sur la tangente à la ligne de glissement considérée; c'est en effet la composante de cette force sup-

posée décomposée suivant les directions des tangentes aux deux systèmes de lignes de glissement, qui font entre elles l'angle $\frac{\pi}{2} - \varphi$.

III. Lorsque les forces appliquées sont négligeables, on obtient la relation

$$\log\frac{p}{p_0} = 2\varepsilon(\chi - \chi_0)\tang\varphi, \tag{2}$$

qui donne, sur chaque ligne de glissement, la loi de variation de p en fonction de l'inclinaison χ de la plus grande pression principale, bissectrice intérieure des deux lignes de glissement; $\varepsilon = \pm 1$ suivant le système de lignes de glissement choisi.

Si l'on considère le quadrilatère curviligne constitué par quatre arcs quelconques du double faisceau des lignes de glissement, on déduit de la relation ci-dessus les deux égalités suivantes [1] :

$$p_0 p_2 = p_1 p_3, \tag{3}$$

$$\chi_1 - \chi_0 = \chi_2 - \chi_3. \tag{4}$$

IV. Les équations précédentes s'appliquent aux corps cohérents. Il suffit, suivant une remarque de ma dernière Note, d'y remplacer p par $p + G\cot\varphi$, G étant la cohésion. En particulier, la relation (3), ainsi modifiée, et la relation (4) expriment deux propriétés, l'une mécanique, l'autre géométrique, des lignes de Lüders-Hartmann dans l'hypothèse du schème mécanique de Coulomb-Duguet, appliqué au cas des déformations planes.

Dans le cas des corps plastiques, l'équation (1) s'écrit

$$\frac{dp}{ds} - \frac{2G}{R} = F_s, \tag{5}$$

F_s représentant évidemment ici la projection de la force appliquée sur la tangente à la ligne de glissement considérée. Si la force appliquée dérive d'une fonction de forces U, on a, le long de chaque ligne de glissement, la relation suivante, correspondant au principe de Pascal,

$$p - U - 2\varepsilon G\psi = \text{const.} \tag{6}$$

Quant à la relation (3), elle dégénère en la suivante :

$$p_0 + p_2 = p_1 + p_3. \tag{3'}$$

---

[1] Les indices de p et de χ correspondent aux sommets consécutifs du quadrilatère.

V. Revenons aux corps pulvérulents et envisageons le cas d'un écoulement permanent plan limite, dans lequel les grains soient censés, par hypothèse, suivre les lignes de glissement. Il suffit alors, dans (1), de remplacer F par $F - \rho\gamma$, ρ désignant la densité et γ l'accélération, pour en déduire la relation suivante, valable sur tout filet semi-fluide, qui généralise le théorème de Bernoulli,

$$(7) \qquad \frac{d}{ds}\left(\frac{p}{\rho} + \frac{W^2}{2}\right) - \frac{2\,\text{tang}\,\varphi}{R}\left(\frac{p}{\rho} + \frac{W^2}{2}\right) = \frac{F_s}{\rho},$$

où W représente la vitesse d'écoulement. Cette relation explique bien, qualitativement, certains phénomènes constatés dans l'écoulement des matières sèches par filets quasi rectilignes.

VI. Il est possible, comme je me propose de le montrer ailleurs, d'appliquer avantageusement les propriétés des lignes de glissement au problème des murs de soutènement. Je montrerai également comment on peut, en abandonnant le terrain analytique, rattacher les propriétés de ces lignes à la géométrie intrinsèque de la statique plane des milieux continus, géométrie qui joue, comme on sait, un rôle important dans l'application de la méthode théorico-expérimentale de M. Mesnager, pour la détermination des tensions élastiques sur modèles réduits. A cette méthode s'apparente d'ailleurs l'étude expérimentale proposée à la fin de ma dernière Note.

GÉODÉSIE. — *Expériences relatives à la marche d'un pendule et d'un chronomètre, effectuées à Chamonix et à l'Observatoire du mont Blanc, du* 1^er^ *août au* 10 *septembre* 1921. Note de M. **Jean Lecarme**, présentée par M. Painlevé.

Ces expériences font suite aux études que j'ai entreprises pour la première fois en 1899[1], à l'Observatoire de M. J. Vallot, situé sur l'arête rocheuse du sommet du mont Blanc. Leur but principal était de déterminer les conditions d'établissement d'un poste récepteur de T. S. F., afin de connaître l'heure exacte, sans laquelle il est impossible de réaliser la plupart des expériences de physique, en vue desquelles l'observatoire a été destiné. Les divers essais tentés dans ce but m'avaient prouvé que ce pro-

---

[1] *Comptes rendus*, t. **129**, 1899, p. 854.

blème présentait de grandes difficultés. Parmi les principales, il faut citer la violence des tourbillons de vent, accompagnés d'électricité sous forme d'effluves ou de foudre, la rupture fréquente des fils extérieurs par suite de leur enrobement de glace pendant les tempêtes, le froid intense qui règne en permanence à ces altitudes, et enfin les troubles physiologiques résultant de la faible pression atmosphérique (H : 44^{cm}) et du manque d'oxygène, provoquant chez les opérateurs de l'anémie cérébrale, rendant tout travail extrêmement pénible.

Ces difficultés ont été tournées en partie de la manière suivante : les fils extérieurs ont été encastrés dans la neige, qui est un bon isolant, au lieu d'être tendus au-dessus du sol. En ce qui concerne les effluves électriques, déjà très atténuées par cette disposition, j'ai introduit dans le circuit antenne-terre un tube cylindrique en verre, muni de deux électrodes à grande surface, et contenant un gaz raréfié, à une pression correspondant au minimum de résistivité électrique. Ces tubes pouvaient supporter en régime normal un courant de 25 milliampères sous une tension de 50 kilovolts. De ce fait, les parasites furent très atténués, et l'éclairement du tube au moment du passage des nuages électrisés prévenait l'opérateur tout en le garantissant, les décharges passant de préférence dans le gaz raréfié, dont la self est moindre que celle des circuits du récepteur.

Quant aux troubles physiologiques, les injections sous-cutanées d'oxygène gazeux, que nous a pratiquées le Dr Bayeux, produisent une grande amélioration de l'état général. Grâce à ces perfectionnements j'ai pu, cet été, installer et utiliser un poste récepteur, malgré une violente tempête de neige qui a duré pendant tout le séjour à l'observatoire (18 au 26 août). Disposant ainsi de la réception des signaux horaires de la Tour Eiffel, j'ai tenté d'étudier par ce moyen, qui n'avait pas encore été appliqué au mont Blanc, les variations de marche d'un pendule battant la seconde à Paris, ainsi que celle de deux chronomètres.

A cet effet, j'ai transporté à l'Observatoire de M. J. Vallot, outre le matériel de T.S.F., un pendule constitué par une tige de 1^{m} de longueur, en métal invar, compensée, et comportant une masse lenticulaire de 10^{kg}. Ce pendule, entretenu électriquement, commandait, au moyen d'une came en platine, montée sur saphirs, une horloge avec cadran à secondes, le courant étant produit par 3 piles Féry, seules utilisables à cette altitude. Le réglage de cet instrument avait été préalablement effectué à Paris, pendant plusieurs mois, avec une précision de $\pm 2''$ par mois. Son transport au mont Blanc a été effectué avec le plus grand soin, afin d'éviter tout déré-

glage. Les mêmes expériences ont été ensuite reprises à Chamonix (1050^{m}), au laboratoire de M. J. Vallot, pendant un mois et demi. Le résultat de ces expériences est résumé par le Tableau ci-dessous :

Calcul de g d'après les expériences.

Jour solaire moyen = 86400″ de temps moyen.
Pendule à Paris : 86400 oscillations par jour moyen.
Pendule à Chamonix : 86400 — 45 = 86355 oscillations.
Pendule à l'Observatoire du mont Blanc : 86400 — 70 = 86330.
Valence d'une oscillation : Paris, $\frac{86400''}{86400^{osc}} = 1''$;
Chamonix, $\frac{86400''}{86353^{osc}} = 1'',000521\,104$; Observatoire, $\frac{86400''}{86330^{osc}} = 1'',000810842$.
Valeur de g_0 à Paris : Mesure faite à l'Observatoire, 980,94.
Calculée au moyen de la formule $g_1 = 978,1(1 + 0,0052 \sin^2 l)$ avec $l = 48°50'$:

$$\sin 48°50' = 0,752;\quad \sin^2 l = 0,535;\quad 0,0052 \times 0,535 = 0,00278;$$
$$978,1 \times 1,00278 = 980,819;\quad \text{soit } 980,82.$$

Valeur de g_1 à Chamonix, théorique, pour $h_0 = 0$, $l = 45°45'$:

$$\sin 45°45' = 0,716;\quad \sin^2 l = 0,512656;\quad \sin^2 l \times 0,0052 = 0,002666;$$
$$978,1 \times 1,002666 = 980,637;\quad \text{soit } 980,64.$$

Valeur donnée par Hansky, 980,665.
Valeur de g_1 pour Chamonix, théorique, pour $h = 1050^{m}$, $l = 45°45'$: $\frac{1050}{3} = 3,5$.
D'après le nombre calculé par Hansky, 980,665 — 0,35 = 980,315.
D'après le nombre calculé plus haut : 980,64 — 0,35 = 980,29.
Moyenne : 980,3 environ.
Valeur calculée au moyen du pendule :

$$g_1 = g_0 \frac{t_0^2}{t_0^2} = \frac{980,65}{1,00104247} = 979,628;\qquad \text{soit } 979,63.$$

Valeur de g_2 pour l'Observatoire du mont Blanc, pour $h = 4365^{m}$, $l = 45°45'$:
Calculé d'après la formule 980,65 — 1,45 = 979,20;
Calculé d'après la marche du pendule,

$$g_2 = g_0 \frac{t_0^2}{t_0^2} = \frac{980,65}{1,001622337} = 979,08.$$

Valeur de g_3 calculée pour le sommet du mont Blanc, pour $h = 4810^{m}$, $l = 45°45'$:

$$980,665 - 1,6 = 979,065;$$

Calculée par extrapolation du résultat des expériences du pendule ; à l'Observatoire Vallot :

$$979,08 - 0,15 = 978,93 \quad (^1).$$

Les chronomètres ont subi également un retard moyen de 30″ par jour, fait difficilement explicable, qui fait l'objet de nouvelles expériences.

NOTA. — Je tiens à remercier M. J. Vallot, directeur de l'Observatoire du mont Blanc, d'avoir bien voulu mettre à ma disposition son observatoire pendant 20 ans, ainsi que de sa collaboration dans plusieurs séries d'expériences.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la conception relativiste de l'espace.* Note de M. S. ZAREMBA, présentée par M. G. Kœnigs.

Dans une Note récente, M. Le Roux [2] a fait remarquer, avec raison, que la simple attribution d'un ds^2 déterminé à l'espace constitue, non pas une hypothèse concernant la nature de celui-ci, mais seulement une convention qui détermine ce que l'on doit entendre par distance de deux points. En revanche, et au point de vue de la théorie de la relativité, il y a intérêt à joindre cette remarque à celle de M. Le Roux, on formulerait une hypothèse susceptible de vérification expérimentale, du moins au cas où l'on adopterait la conception traditionnelle de l'espace-temps, si l'on affirmait que, pour une certaine forme déterminée du ds^2 de l'espace, les corps appelés communément corps solides jouissent de la propriété que les distances géodésiques mutuelles de leurs points, estimées au moyen du ds^2 considéré, sont indépendantes du temps dans certaines conditions (constance de la température et des forces sollicitant le corps).

Ne pourrait-on pas, en profitant de cette remarque, attribuer un sens aux assertions de la théorie de la relativité relatives à la nature de l'espace et discutées par M. Le Roux ?

Cette question comporte une réponse franchement négative. En effet, on admet dans la théorie de la relativité que, parmi les divers systèmes de référence auxquels l'espace-temps peut être rapporté, il y a des systèmes de référence normaux x_1, x_2, x_3, t où l'une des coordonnées, soit t, représente

(1) Une seule tentative de mesure de g a été effectuée, en 1898, par M. Hansky, dans l'ancien Observatoire de M. Janssen (*Comptes rendus*, t. 127, 1898, p. 947).

(2) LE ROUX, *La courbure de l'espace* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 924).

le temps. Soit

$$(1) \qquad \sum_{i,k=1}^{3} g_{ik}\, dx_i\, dx_k\, t \sum_{\mu=1}^{3} g_{\mu 4}\, dx_\mu\, dt + g_{44}\, dt^2$$

la forme métrique de l'espace-temps pour un certain système de référence normal. A une époque donnée $t = t_0$, le ds^2 de l'espace sera donné par la formule

$$(2) \qquad ds^2 = \sum_{i,k=1}^{3} (g_{ik})_{t=t_0}\, dx_i\, dx_k.$$

Soient A et B deux points physiques; leur caractère de points physiques fera que chacun d'eux conservera son individualité à travers le cours du temps. Appelons distance des points A et B, estimée à l'époque $t = t_0$ dans le système de référence considéré, leur distance géodésique correspondant à l'expression (2) du ds^2 de l'espace. Il pourra arriver que cette distance soit indépendante de l'époque à laquelle elle se rapporte, mais cette circonstance ne constituera une propriété *intrinsèque* des deux points A et B que si elle se conserve au passage du système de référence considéré à n'importe quel autre système de référence normal (¹). En examinant si cette condition est vérifiée, on ne devra pas oublier qu'à des positions simultanées des points A et B dans un système de référence normal correspondront, en général, des positions *non* simultanées dans un autre système du même genre. Cela posé, on constate aisément que, selon la nature de la forme (1), de deux choses l'une : ou bien la constance de la distance de deux points physiques ne peut pas être une propriété intrinsèque de ces deux points, ou bien, si elle peut l'être, ce n'est qu'à la condition que le nombre de degrés de liberté de l'ensemble des deux points soit inférieur au nombre 5.

Je prouve en particulier, dans un Mémoire qui paraîtra prochainement, que, dans le cas de la théorie de la relativité restreinte, les coordonnées $x_i^{(A)}$ et $x_i^{(B)}$ des points A et B sont liées entre elles par des formules de la forme

$$x_i^{(A)} = v_i t + a_i, \qquad x_i^{(B)} = v_i t + b_i \qquad (i = 1, 2, 3),$$

où les v_i, les a_i et les b_i sont des constantes. Dans ce cas, le nombre de degrés de liberté du système de deux points est donc égal à zéro.

Il résulte de ce qui précède qu'un système de points physiques de la

(¹) Dans deux systèmes de référence différents, la distance des points A et B peut être différente, quoique indépendante du temps dans chacun d'eux.

nature considéré, même s'il existait, ne pourrait pas servir d'étalon de longueur. Par conséquent, le procédé que nous venons de discuter ne permet pas d'attribuer un sens aux assertions de la théorie de la relativité relatives à la nature de l'espace; pour y arriver, il faut autre chose, mais ce qu'il faut semble bien malaisé à trouver.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les diagrammes circulaires des systèmes triphasés déséquilibrés et la définition de leur degré de déséquilibrage.* Note [1] de M. **Louis-G. Stokvis**, transmise par M. A. Blondel.

Dans une Note précédente [2], nous avons expliqué que l'on peut remplacer un système triphasé déséquilibré par deux systèmes équilibrés; l'un tournant avec le champ excitateur (système synchrone J_s), l'autre tournant en sens inverse (système inverse J_i). C'est le système synchrone qui représente la marche normale de la machine et celle-ci absorbe ou développe le même couple que si elle débitait ou absorbait le courant du système symétrique J_s. Par un raisonnement analogue à celui développé dans notre Note précédente, nous obtenons, en posant l'équation vectorielle

$$\bar{J}_1 + \bar{J}_2 + \bar{J}_3 = 0$$

et en désignant par J_{s1} le courant synchrone circulant dans la phase I ($\sqrt{-1} = j$), l'expression

$$jJ_{s1}\sqrt{3} = -J_3 - J_1\left[+\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right].$$

Nous avons obtenu précédemment, en désignant par J_{i1} le courant inverse passant dans la phase I,

$$jJ_{i1}\sqrt{3} = +J_3 + J_1\left[+\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right].$$

Nous pouvons donc obtenir (voir la figure) le courant synchrone J_{s1} (au facteur $j\sqrt{3}$ près) comme la résultante du courant $-J_3$ et du courant $-J_1$ retardé de $\frac{\pi}{3}$. Nous faisons donc

$$M_1O = -J_1\left[+\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right].$$

---

(1) Séance du 22 mai 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 46.

Nous avions obtenu le courant inverse J_{i1} (au facteur $j\sqrt{3}$ près) comme la résultante de J_3 et du courant J_1 avancé de $\frac{\pi}{3}$. Nous faisons donc

$$OM_2 = + J_1 \left[+ \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right].$$

Considérons maintenant le courant J_1 fixe, pour servir de vecteur de référence. En avançant ce vecteur de $\frac{\pi}{3}$ ou en le reculant du même angle, les points M_1 et M_2 devront également rester fixes.

Nous obtenons ainsi les relations

$$M_1Q = - J_3 + M_1O = - J_3 - J_1 \left[- \frac{1}{2} + j\sqrt{3} \right] = j\sqrt{3} J_{s1}.$$

$$QM_2 = + J_3 + OM_2 = + J_3 + J_1 \left[+ \frac{1}{2} + j\sqrt{3} \right] = j\sqrt{3} J_{i1},$$

$$M_1M_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = j\sqrt{3} J_1.$$

Faisons maintenant trois hypothèses distinctes sur les conditions de fonctionnement :

1° Posons la condition que le courant synchrone reste constant, ce qui

revient à dire : supposons la constance du couple (¹). Alors il est évident que le point Q se meut sur un cercle de centre M_1 et de rayon $M_1Q = \sqrt{3}J_s = r_1$.

2° Posons la condition que le courant inverse reste constant, ce qui revient à dire : exigeons que les harmoniques 3 développées gardent une amplitude constante. La Note citée plus haut nous apprend que le point Q se meut alors sur un cercle de centre M_2 et de rayon $M_2Q = \sqrt{3}J_i = r_2$.

3° Définissons maintenant le degré de déséquilibrage ε comme le quotient de la composante synchrone (c'est-à-dire utile) par la composante inverse (c'est-à-dire nuisible); donc

$$\varepsilon = \frac{J_s}{J_i} = \frac{jJ_s\sqrt{3}}{jJ_i\sqrt{3}} = \frac{QM_1}{QM_2}.$$

Posons la condition que ε soit constant, ce qui revient à dire : cherchons toutes les positions de Q qui donnent lieu au même degré de déséquilibrage. En langage géométrique, cela revient à dire que nous cherchons le lieu géométrique du sommet d'un triangle (M_1M_2Q) dont la base est constante ($M_1M_2 = j\sqrt{3}J_1$) et dont le quotient des deux côtés est également constant $\left(\frac{QM_1}{QM_2} = \varepsilon\right)$.

Ce lieu géométrique est un cercle dont le rayon est

$$r_3 = \overline{M_1M_2}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - 1}\right),$$

et dont le centre se trouve sur la droite M_1M_2 à la distance a de M_2 ou

$$a = M_1M_2\left(\frac{1}{\varepsilon^2 - 1}\right).$$

En résumé, pour un système triphasé déséquilibré, on peut tracer trois diagrammes circulaires :

Un cercle d'équivalence de	couple	ayant pour centre le point	M_1	et pour rayon	$\sqrt{3}J_s$
	harmonique 3		M_2		$\sqrt{3}J_i$
	déséquilibrage		M_3		$\overline{M_1M_2}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 - 1}\right)$

(¹) Cette propriété découle directement d'un théorème de M. Blondel (voir son Ouvrage *Synchronous Motors*).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence du facteur temps sur l'interpénetration des solides par réaction chimique.* Note de MM. **H. Weiss** et **P. Henry**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans une Note précédente ([1]), nous avons déterminé la loi d'influence du facteur température sur la vitesse d'homogénéisation à l'état solide des alliages Ag + 14 pour 100 Sb hors d'équilibre. Des études faites sur les bronzes à 8 pour 100 d'étain nous ont donné la même loi avec des coefficients légèrement différents ($v = 1,8.10^{-15}.1,0376^t$).

Nos nouvelles expériences ont pour but de déterminer la loi d'influence du facteur temps sur ce genre de phénomènes. Réservant, pour des expériences actuellement en cours, l'étude plus délicate de la véritable diffusion à l'état solide entre deux métaux formant une série d'alliages à solutions solides sans lacune de miscibilité, nous nous sommes placés d'abord dans le cas particulier d'une interpénétration de deux métaux, par formation d'une zone de composé défini à partir de leur surface de contact, et nous avons mesuré la loi d'augmentation de l'épaisseur de cette zone avec le temps à diverses températures constantes. Nous nous sommes adressés à deux couples de métaux donnant un composé défini soit coloré naturellement, soit facilement colorable pour un réactif approprié. Ce sont les couples Ag-Sb et Cu-Sb.

Les métaux étaient coulés en cylindres de 6^{mm} de diamètre, leurs bases dressées, polies et forcées l'une contre l'autre à coups de marteau à l'intérieur d'un tube en fer sans soudure, dont la paroi intérieure était recouverte de papier d'amiante pour éviter les réactions possibles du fer. Les échantillons ainsi préparés étaient placés dans un tube de verre où l'on faisait le vide de la trompe à vapeur de mercure et chauffés dans des thermostats pendant des temps déterminés. Pour l'examen, on sciait en deux les cylindres suivant un plan passant par leur axe; l'épaisseur de la couche était mesurée par le déplacement de la platine du microscope nécessaire pour amener successivement les limites des zones devant le réticule de l'oculaire.

Pour grouper les résultats obtenus nous avons été guidés par l'idée théorique suivante. Le temps $d\theta$ nécessaire pour produire une augmentation d'épaisseur dx de la zone se divise en deux parties : 1° la durée de la réaction chimique une fois les molécules des deux métaux mises en contact,

([1]) *Comptes rendus,* t. 174, 1922, p. 292.

durée qui est évidemment indépendante de l'épaisseur de la couche déjà formée;

2° Le temps nécessaire aux molécules pour traverser la couche déjà formée, temps proportionnel à son épaisseur. Ceci nous donne l'équation différentielle

$$d\theta = (m + nx)\,dx,$$

d'où

$$\theta = mx + \frac{n}{2}x^2.$$

Toutes les expériences que nous avons faites ont conduit à l'adoption d'une expression de la forme

$$\theta = \frac{n}{2}x^2,$$

ce qui semble montrer que la durée de la réaction chimique est négligeable devant la durée de traversée de la couche déjà formée.

Nous n'avons pas constaté, à partir d'une certaine épaisseur de la couche formée, le ralentissement signalé hypothétiquement par certains auteurs à propos de la pénétration du phosphore dans le cuivre [1].

Les points expérimentaux que nous avons obtenus à chaque température se placent presque tous sur deux courbes distinctes, qui sont nettement en relation avec l'intensité des coups de marteau avec lesquels on a établi le contact des deux métaux. Presque aucun point ne vient se placer dans l'intervalle situé entre les deux courbes. L'écrouissage par le choc et la pression de contact jouent certainement un rôle dans le phénomène, mais nous sommes plutôt tentés d'attribuer ces variations discontinues dans les résultats obtenus à des vitesses différentes de traversée, selon l'orientation par rapport au clivage de l'antimoine. Les cristaux d'antimoine auraient une facilité plus grande à s'orienter suivant deux directions déterminées par rapport à ce clivage.

Voici, à titre d'exemple, le tableau de nos résultats pour le couple Ag-Sb à 475° :

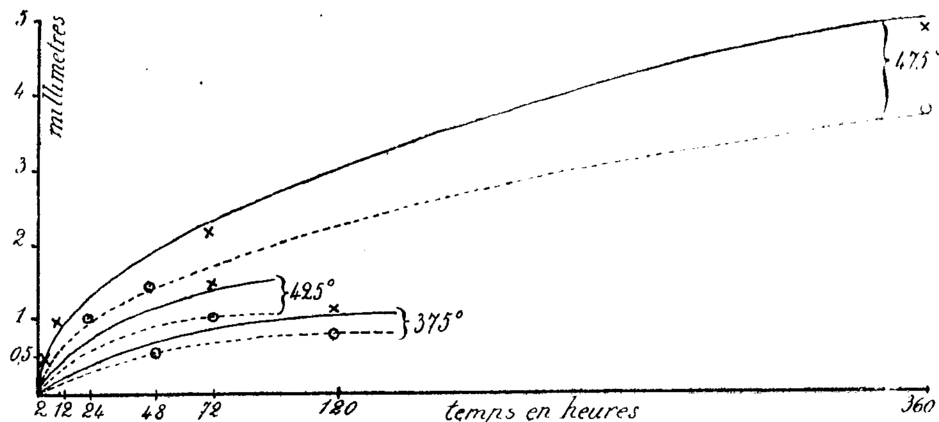
θ (en heures)........	2	12	72	360	24	48	360
x observé (en mm)...	0,38	0,98	2,15	4,9	1,0	1,4	3,75
x calculé (en mm)...	0,376	0,920	2,25	5,04	0,97	1,37	3,75
$\frac{n}{2}$..................	14,2				25,7		
Rapport des $\frac{n}{2}$.......	1,8						

[1] EDWARDS et MURPHY, *Inst. of Metals*, 9 mars 1922.

Des tableaux analogues ont été dressés pour le couple Cu-Sb à 440°. Les deux valeurs trouvées pour $\frac{n}{2}$ sont 96 et 207.

Nous avons vérifié d'autre part que n est une fonction de la température de la forme $\frac{1}{\mathrm{K}a^{\mathrm{T}}}$, a étant le même pour les deux familles de courbes, mais différent pour les deux couples de métaux (1,02 pour Ag-Sb; 1,018 pour Cu-Sb).

La figure représente les courbes calculées par les formules ci-dessus indiquées pour le couple Ag-Sb. Les points marqués sont les points observés.



Les expériences classiques de Sir Roberts Austen sur la pénétration de l'or dans le plomb sont, ainsi que nous l'avons vérifié directement, des interpénétrations de cette nature. A 200° il se forme en 24 heures une couche du composé Au^2Pb épaisse de $\frac{3}{100}$ à $\frac{4}{100}$ de millimètre. A 218° (3 degrés au-dessus du point eutectique), l'alliage eutectique se forme, fond et la pénétration s'accélère énormément. En un quart d'heure elle est déjà de l'ordre du millimètre. Ces résultats expliquent pourquoi la pénétration de l'or dans le plomb trouvée par Sir Roberts Austen à 250° est de beaucoup supérieure à celle que von Hevezy assigne comme limite supérieure à la pénétration du plomb par son isotope radioactif à 280° (1).

(1) *Ann. der Physik*, n° **11**, 1921.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Étude de quelques cyanures de benzyle dialcoylés ainsi que des alcools, amides, amines et acides correspondants.* Note [1] de M. **Joseph Blondeau**, présentée par M. A. Haller.

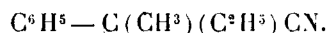
MM. Haller et Bauer et M. Haller et M^me Ramart [2] ont étudié dans différentes conditions la déshydratation du méthyl-2-phényl-2-propanol-1 $C^6H^5-C(CH^3)^2CH^2OH$ qui s'effectue avec transposition moléculaire. Voulant généraliser les résultats qu'ils ont obtenus, nous avons préparé différents homologues supérieurs de cet alcool répondant à la formule générale $C^6H^5C(RR_1)CH^2OH$, R étant égal à C^2H^5 et R_1 à CH^3, C^2H^5, $CH^2-C^6H^5$.

Nous avons obtenu ces alcools en partant des dérivés disubstitués du cyanure de benzyle de formule générale $C^6H^5.C.(R_1.R_2)CN$. Ces nitriles ont été hydratés pour être transformés en amides, puis les amides ont été réduites en alcools correspondants au moyen du sodium et de l'alcool.

Préparation des nitriles : $C^6H^5.C(RR_1).CN$. — Pour préparer ces corps nous avons employé la méthode de MM. Bodroux et Taboury [3] et de MM. Haller et Bauer [4].

Nous ne parlerons pas du diéthylcyanure de benzyle qui a déjà été obtenu par MM. Bodroux et Taboury [5] ainsi que ses dérivés amide [6] et acide [7].

Méthyl-2-phényl-2-butane-nitrile-1 ou méthyléthylcyanure de benzyle



$$C^6H^5-C(CH^3)(C^2H^5)CN.$$

Pour préparer ce nitrile on a traité l'éthylcyanure de benzyle en présence d'éther par les quantités théoriques d'amidure de sodium et d'iodure de méthyle. Le produit de la réaction, après avoir été séché a été ensuite de nouveau traité par moitié des quantités théoriques d'amidure de sodium et d'iodure de méthyle afin de se rapprocher le plus possible d'une méthylation totale. Le méthyléthylcyanure de benzyle ne peut en effet être séparé de l'éthylcyanure de benzyle par distillation, ces deux corps bouillant à la même température.

---

(1) Séance du 15 mai 1922.

(2) Haller et Bauer, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1584; Haller et M^me Ramart, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1211.

(3) Bodroux et Taboury, *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 531.

(4) Haller et Bauer, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1581.

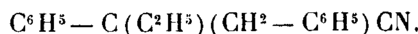
(5) Bodroux et Taboury, *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 1241.

(6) Bodroux et Taboury, *Bull. Soc. chim.*, 4^e série, t. 7, p. 670.

(7) Bodroux et Taboury, *Bull. Soc. chim.*, 4^e série, t. 7, p. 847.

Le méthyléthylcyanure de benzyle est un liquide incolore bouillant à 119°-120° sous 15^{mm} et à 239° n. c. à la pression ordinaire.

Phényl-2-benzyl-2-butane-nitrile-1 ou éthylbenzylcyanure de benzyle

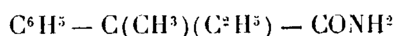


$$C^6H^5 - C(C^2H^5)(CH^2 - C^6H^5)CN.$$

Nous l'avons préparé en benzylant l'éthylcyanure de benzyle. C'est un liquide très visqueux, bouillant à 201° sous 17^{mm}.

Saponification des nitriles. — La saponification de l'éthylcyanure de benzyle effectuée au moyen de la potasse et de l'alcool amylique donne l'amide correspondante avec seulement des traces d'acide. Le diéthylcyanure de benzyle se comporte de même. Le méthyléthylcyanure de benzyle donne au contraire un mélange d'amide et d'acide. Nous avons pu obtenir cette amide avec un bon rendement en saponifiant le nitrile par l'acide sulfurique à 85 pour 100 à la température de 100°.

La méthyl-2-phényl-2-butyramide ou méthyléthylphénylacétamide



$$C^6H^5 - C(CH^3)(C^2H^5) - CONH^2$$

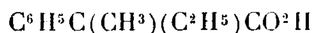
forme de petites aiguilles blanches fondant à 74°. Elle est très soluble dans la plupart des solvants organiques.

La phényl-2-benzyl-2-butyramide ou éthylphénylbenzylacétamide

$$C^6H^5C(C^2H^5)(CH^3 - C^6H^5)CONH^2$$

constitue des cristaux fondant à 119°. Elle est assez peu soluble dans la plupart des solvants organiques.

L'acide méthyl-2-phényl-2-butanoïque ou acide méthyléthylphénylacétique



$$C^6H^5C(CH^3)(C^2H^5)CO^2H$$

fond à 60°. Il est très soluble dans la plupart des solvants organiques. Éthérifié par saturation de sa solution alcoolique au moyen de l'acide chlorhydrique gazeux, il donne avec l'alcool méthylique un *éther méthylique*, liquide incolore bouillant à 120° sous 16^{mm}. Avec l'alcool éthylique on obtient un *éther éthylique*, liquide incolore distillant à 124°-125° sous 14^{mm}.

L'acide phényl-2-benzyl-2-butanoïque ou acide éthylphénylbenzylacétique

$$C^6H^5.C(C^2H^5)(CH^2 - C^6H^5)CO^2H$$

a été obtenu avec un rendement théorique par saponification de l'amide correspondante par l'acide chlorhydrique en solution acétique et en tube scellé. Il fond à 140°. Des essais d'éthérification de cet acide par saturation de ses solutions alcooliques au moyen de l'acide chlorhydrique gazeux ne nous ont donné aucun résultat. Nous avons cependant obtenu un *éther méthylique* en passant par le chlorure acide. Cet éther distille à 196°-197° sous 16^{mm} et forme des cristaux fondant à 61°.

Réduction des amides. — Nous avons réduit au moyen du sodium et de l'alcool absolu les deux amides que nous avons décrites ci-dessus, ainsi que la diéthylphénylacétamide.

L'éthyl-2-phényl-2-butanol-1 ou alcool diéthylphényléthylique

$$C^6H^5 - C.(C^2H^5)^2.CH^2OH,$$

obtenu avec un rendement de 45 à 50 pour 100 par réduction de la diéthylphénylacétamide, est un liquide visqueux, bouillant à 136°-137° sous 13^{mm} et à 260°-261° n. c. à la pression ordinaire.

Traité par le chlorure de benzoyle en présence de pyridine, il fournit un *dérivé benzoylé*, liquide très visqueux distillant à 210° sous 18^{mm}. Avec l'isocyanate de phényle il donne une *phényluréthane* qui forme de petites aiguilles blanches fondant à 70°.

Le *méthyl-2-phényl-2-butanol-1* ou alcool méthyléthylphényléthylique primaire $C^6H^5 - C.(CH^3)(C^2H^5)CH^2OH$ est obtenu, avec un rendement de 55 pour 100, par réduction de l'amide correspondante. C'est un liquide visqueux bouillant à 138° sous 23^{mm} et à 246° n. c. à la pression ordinaire.

Cet alcool fournit un *dérivé benzoylé* qui distille à 202°-204° sous 12^{mm} et forme de gros cristaux fondant à 46°. Sa *phényluréthane* est un produit extrêmement visqueux.

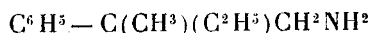
Le *phényl-2-benzyl-2-butanol-1* ou alcool éthylphénylbenzyléthylique primaire $C^6H^5 - C.(C^2H^5)(CH^2 - C^6H^5)CH^2OH$ est obtenu avec un rendement de 83 pour 100 par réduction de l'amide correspondante. C'est un liquide très visqueux bouillant à 11° sur 17^{mm}. Son *dérivé benzoylé* n'a pas cristallisé. Sa *phényluréthane* forme de petites aiguilles fondant à 117°.

L'*éthyl-2-phényl-2-butane amine* ou diéthylphényléthylamine

$$C^6H^5 - C(C^2H^5)^2CH^2NH^2$$

se forme en très petite quantité dans la réduction de l'amide correspondante. Nous l'avons obtenu également par réduction du diéthylcyanure de benzyle au moyen du sodium et de l'alcool absolu. C'est un liquide incolore, d'odeur plutôt agréable, absorbant fortement l'anhydride carbonique de l'air, distillant à 137°-139° sous 23^{mm}. On obtient son *chlorhydrate* par passage d'un courant d'acide chlorhydrique gazeux dans sa solution éthérée. On peut faire cristalliser celui-ci dans l'alcool absolu.

La *méthyl-2-phényl-2-butane amine* ou méthyléthylphényléthylamine



$$C^6H^5 - C(CH^3)(C^2H^5)CH^2NH^2$$

s'est formée avec un rendement de 2,5 pour 100 dans la réduction de l'amide correspondante. Elle distille à 112°-113° sous 11^{mm}. Ses propriétés et celles de son *chlorhydrate* sont analogues à celles de l'amine précédente.

La *phényl-2-benzyl-2-butane amine* ou éthylphénylbenzyléthylamine

$$C^6H^5 - C(C^2H^5)(CH^2 - C^6H^5)CH^2NH^2$$

a été obtenue avec un rendement de 4 pour 100 dans la réduction de l'amide correspondante. C'est un liquide incolore bouillant à 193° sous 10^{mm}. Nous avons obtenu son *chlorhydrate* de la même façon que les précédents.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action de l'acétylène sur les cétones sodées et la préparation des dialcoyléthinylcarbinols.* Note (1) de MM. R. Locquin et Sung Wouseng, présentée par M. A. Haller.

Divers auteurs, dont MM. Ruzicka et Fornasir (2), ont déjà signalé qu'il se forme des alcools tertiaires acétyléniques quand on fait passer de l'acétylène dans quelques méthylcétones en solution dans un solvant indifférent et en présence d'un agent de condensation comme l'éthylate ou l'amidure de sodium.

Un des inconvénients de cette manière d'opérer est que la plus grande partie du gaz acétylène s'échappe avec l'ammoniac qui se dégage. D'autre part, en raison du manque d'homogénéité de la masse, l'opération est extrêmement lente : il faut des semaines pour obtenir une quantité appréciable de produit.

Nous avons pensé qu'il devait être possible d'améliorer le mode opératoire en préparant d'abord le dérivé sodé des cétones et en faisant ensuite agir sur lui le gaz acétylène.

Le résultat a pleinement confirmé notre attente, surtout à partir de la pinacoline ou des cétones qui, conformément aux observations de M. Haller (3), donnent aisément et régulièrement un dérivé sodé

en milieu éthéré ou benzénique.

Ayant préparé de cette manière le dérivé sodé de différentes cétones, nous avons soumis la bouillie brute elle-même à l'action de l'acétylène purifié. Il est avantageux d'agiter violemment et continuellement, de rester à une température voisine de 0° C et d'opérer en vase clos sous une pression d'au moins $\frac{1}{2}$ atmosphère en sus de la pression atmosphérique. Dans ces conditions, l'acétylène est rapidement absorbé : on peut en fixer, sans perte, jusqu'à 11^l par heure sur une molécule-gramme de pinacoline sodée en suspension dans environ 250^{cm^3} d'éther anhydre.

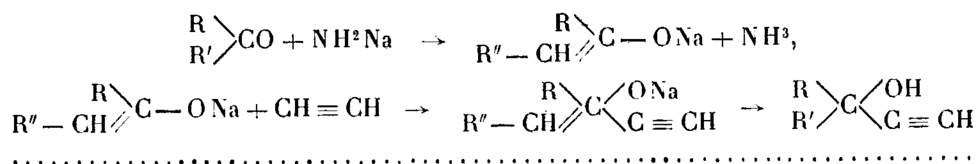
Quand l'absorption du gaz est terminée, on verse la masse dans l'eau glacée, etc. et sépare finalement par rectification l'alcool tertiaire acétylénique qui a pris naissance

(1) Séance du 22 mai 1922.

(2) Ruzicka et Fornasir, *Helvetica chimica Acta*, t. 2, fasc. 2, 1919, p. 182.

(3) A. Haller, *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 582. Voir aussi t. 140, 148, 149, etc.

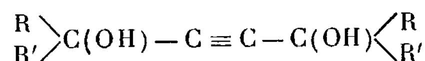
conformément aux équations



. . . .

Les alcools acétyléniques tertiaires ainsi obtenus (que nous appellerons *dialcoyléthinylcarbinols*) sont des liquides mobiles, éthérifiables, caractérisables parfois par leurs *phényluréthanes* et, mieux encore, par leurs *allophanates* préparés selon les indications de M. Béhal [1]. Ces alcools donnent instantanément un dérivé argentique inaltérable dans l'eau bouillante. Hydrogénés en présence de noir de platine ou de nickel réduit, ils conduisent à l'alcool tertiaire *saturé* identique à celui que fournit directement l'action du bromure d'éthyle magnésium sur la cétone considérée.

Remarque. — En dehors des dialcoyléthinylcarbinols en question, qui constituent le produit principal de la réaction, on recueille un peu de carbure et de cétone inaltérée ou régénérée, ainsi qu'une certaine quantité des produits de condensation de cette dernière sur elle-même quand il y a lieu, puis viennent des *γ-glycols bitertiaires acétyléniques* du type



existant généralement sous deux modifications stéréoisomériques *a* et *b*. Ils sont identiques à ceux qu'on obtient par la méthode de Iotsich [2] en condensant les dibromomagnésiens de l'acétylène avec les mêmes cétones initiales.

On trouvera dans le Tableau ci-dessous les constantes des principaux produits que nous avons obtenus :

Cétones initiales.	*Produits obtenus.*
Méthylisohexylcétone ($Éb. = 162^o$-163^o).	Méthylisohexyléthinylcarbinol : $Éb._{10} = 83^o$-85^o et 187^o-188^o sous 760^{mm}. Son allophanate fond à 114^o-115^o. — Méthyléthylisohexylcarbinol : $Éb._{15} = 92^o$-93^o. Son allophanate fond à 110^o-111^o. — γ-glycols bitertiaires acétyléniques : $Éb._{12} = 183^o$-184^o. (*a*) fond à 66^o-68^o ; (*b*) fond vers 35^o sans netteté.
Méthylnonylcétone ($Éb._{10} = 108^o$-110^o).	Méthylnonyléthinylcarbinol : $Eb._{11} = 127^o$-128^o. Son allophanate est pâteux. — Méthyléthylnonylcarbinol : $Eb._{14} = 131^o$-134^o. — γ-glycols bitertiaires acétyléniques : $Éb._{10} = 237^o$-238^o. (*a*) fond à 91^o-92^o ; (*b*) fond à 70^o-71^o.

(1) A. Béhal, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 25, 1919, p. 452 à 473.
(2) Iotsich, Extrait *Bull. Soc. chim.*, 3e série, t. 30, 1905, p. 210.

Cétones initiales.	*Produits obtenus.*
Dipropylcétone (Éb. = 142°-144°).	Dipropyléthinylcarbinol : Éb._{12} = 69°-71°. D^{0}_{4} = 0,8691; N^{0}_{D} = 1,4443. R. M. obs. = 43,28; R. M. calc. = 43,32. Son allophanate fond à 143°. — Dipropyléthylcarbinol : Éb._{16} = 78°-79°. Son allophanate fond à 124°. — γ-glycol acétylénique bitertiaire unique : Éb._{18} = 174° fondant à 118°-119°.
Méthyltert. butylcétone (Éb. = 104°-105°).	Méthyltert. butyléthinylcarbinol : Éb. = 142°-144°. D^{0}_{4} = 0,8806; N^{0}_{D} = 1,4441. R. M. obs. = 38,02; R. M. calc. = 38,66. Son allophanate fond à 156°. — Méthyltert. butyléthylcarbinol : Éb. = 152°. Son allophanate fond à 134°-135°. — γ-glycols bitertiaires acétyléniques : Éb._{14} = 148°-150°. (*a*) fond à 88°-89°; (*b*) fond à 78°.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'hérédité du sexe chez la Lychnide dioïque* (Lychnis vespertina *Sibthorp*). Note de M. L. **Blaringhem**, présentée par M. L. Guignard.

Les néomendéliens soutiennent une théorie de la répartition des sexes chez les espèces dioïques obéissant aux règles numériques de l'hérédité mendélienne. Les zoologistes (L. Doncaster, R. Goldschmidt, T.-H. Morgan et beaucoup d'autres) en trouvent des exemples devenus classiques chez les Papillons et les Mouches; le botaniste Correns (1907) a réalisé l'expérience fondamentale, répétée par Bateson (1909) d'après laquelle tous les ovules de *Bryonia dioica* sont à tendance femelle, les pollens mi-partie à tendance femelle, mi-partie à tendance mâle. La preuve en est donnée par la fécondation de *Bryonia dioica* femelle avec le pollen de *B. alba* hermaphrodite; en première génération, tous les hybrides sont femelles; les hybrides étant stériles, on n'a pu suivre la deuxième génération.

Les conclusions sont discutées par Strasburger (1910), surtout à propos d'une série de travaux de G. Shull (1909-1914) concernant la transmission des sexes à partir d'une mutante hermaphrodite du *Lychnis vespertina*. Shull prétend qu'ici encore les individus femelles sont homozygotes et à ovules femelles, les mâles et hermaphrodites à pollen mi-partie mâles, mi-partie femelles. Strasburger, Correns, E. Baur et d'autres ont étudié la transmission de la sexualité chez cette dernière espèce sans aboutir à une conclusion précise. Le fait que l'*Ustilago antherarum* provoque l'apparition d'étamines chez la femelle (castration parasitaire de A. Magnin, A. Giard),

dont Strasburger a fait une étude anatomique remarquable, inquiète ceux qui voudraient ne trouver aucune tendance à la masculinité chez les individus homozygotes femelles.

Les essais que j'ai tentés de 1910 à 1912, à l'imitation de Correns, avec la Lychnide, n'ont rien de probant; comme ceux de Correns, de Strasburger, de Shull, ils donnèrent des pourcentages variables, dont l'interprétation pouvait être discutée. Reprenant ces recherches en 1920, j'ai eu la chance d'opérer avec un individu femelle, *Lychnis vespertina* Sibthorp, du Laboratoire de Chimie végétale de Meudon, qui se comporte à peu près comme la Bryone de Correns, mais dont la descendance hybride est fertile, ce qui me permet d'examiner le problème sous un jour nouveau.

Le 6 mai 1920, j'isolai une trentaine de fleurs strictemeut femelles; le 21 mai, j'en fécondai 5 avec le pollen de 2 fleurs mâles, rouges, d'un *Lychnis sylvestre* Roehl du Muséum, et 3 avec le pollen de 2 fleurs hermaphrodites du *Lychnis viscosa*. Les 8 ovaires gonflèrent et prirent la taille normale; seules, les fécondations par le *sylvestre* donnèrent de bonnes graines [environ 400 (lot A) pour 5 fruits, alors que 5 fruits à fécondation libre donnent 600 graines].

Le 23 juillet 1920, la même plante mère fut fécondée avec le pollen d'un *Melandrium rubrum* mâle, récolté à Varangeville (Seine-Inférieure) et, de 3 fruits noués, j'obtins environ 120 graines (lot B); à la même date, je fécondai 4 fleurs avec le pollen d'une même fleur de *L. vespertina* croissant près de la plante mère; j'en obtins plus de 250 graines (lot C).

Une partie des graines fut semée sur couche froide en mars 1921; le 15 juillet, je notai avec étonnement que *toutes les plantes en fleurs* (environ 40) de ces expériences *étaient femelles*. Je mis immédiatement en culture la majeure partie des graines encore disponibles, et la plupart fleurirent en novembre, confirmant le fait; les statistiques définitives n'ont pu être faites qu'au début de mai 1922 :

Lot.	Semées.	Repiquées.	♀.	♂.	♀ pour 100.
A. *L. vespertina* × *L. sylvestre*...	250	140	114	1	99+
B. » × *M. rubrum*...	114	90	72	3	96
C. » × *L. vespertina*..	185	120	71	4	95

Deuxième génération. — Les plantes du premier semis A donnèrent leurs premières fleurs en juillet 1921, et toutes étaient femelles; j'isolai et fécondai artificiellement 5 hybrides à fleurs roses et 5 à fleurs blanches avec le pollen de 3 plantes *vespertina* croissant à l'emplacement même de la femelle utilisée en 1920; les graines furent récoltées à part, semées fin octobre 1921 et les plants, protégés sous châssis, sont tous actuellement en fleurs; sur 895 plantes dérivées, 423 sont femelles, 472 sont mâles. Les pourcentages de femelles oscillent pour les 10 séries entre 31 et 66, sans liaison marquée ni avec les coloris des fleurs (rose ou blanc) des ascendants F_1, ni avec les parents mâles *vespertina* au nombre de 3.

Il apparaît d'autre part clairement, d'après la variété des tons roses et les pourcentages des blancs et des roses en F_1 et F_2, que *le caractère couleur de la corolle ne suit pas* dans sa transmission *une ségrégation mendelienne* simple (fait déjà noté par Correns et par Shull). Il ne subsiste, dominant tout le phénomène, que la presque complète production de femelles dans la descendance immédiate de la plante isolée en 1920.

Tout se passe chez ce *Lychnis vespertina* comme chez certains individus femelles de *Satureia hortensis* (Correns). L'hérédité du sexe, chez le *Lychnis dioica* et chez plusieurs autres Caryophyllées d'ailleurs (*Silene, Dianthus*), est une propriété de lignée; certaines plantes ne donnent que des descendants femelles ou presque; croisées avec d'autres, la tendance s'évanouit immédiatement ou presque. Mais il ne paraît pas impossible de fixer des lignées à tendance marquée femelle, ou même à tendance hermaphrodite (mutation hermaphrodite du *Lychnis dioica* de Shull), ou à tendance presque exclusivement mâle. Les déductions tirées de l'expérience de Correns avec *Bryonia dioica* × *B. alba* ont paru très simples parce que, cet hybride étant stérile, on n'a pu en étudier la descendance; mais *il paraît dangereux d'en faire le prototype d'un mode général de la transmission des sexes, alors qu'il n'est qu'un cas particulier.*

BIOLOGIE. — *Sur la fécondité des Hybrides obtenus par le croisement du Canard Pilet mâle* (Dafila acuta *L.*) *et du Canard sauvage femelle* (Anas boschas *L.*). Note de M. **A. Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Dans une Note récente (¹) j'ai décrit les caractères d'un Hybride mâle résultant du croisement d'un Canard Pilet mâle et d'un Canard sauvage femelle. A l'état libre, les deux espèces dont il s'agit s'accouplent facilement, tout comme lorsqu'elles sont en captivité. Dans l'Ouvrage d'André Suchetet (²), il est donné, en effet, une liste d'une trentaine d'exemplaires d'Hybrides semblables à celui que j'ai décrit et qui sont répartis dans les Musées ou les collections particulières d'Italie, de Belgique, de Hollande, de Russie, d'Angleterre et d'Amérique. Le Muséum de Paris en possède deux exemplaires, dont l'un depuis l'année 1838, et l'autre depuis 1854.

(¹) *Comptes rendus*, t. **174**, 1922, p. 885.
(²) *Les Hybrides à l'état sauvage*, t. **1**, p. 117, Lille, 1896.

Mais ces Hybrides présentent un caractère remarquable au sujet duquel je n'ai trouvé jusqu'ici aucune indication dans les Ouvrages qui ont signalé leur existence, et que mes observations ont mis en relief, ils donnent, en s'accouplant avec le Canard sauvage, de nouveaux Hybrides. Et ceux-ci, en s'accouplant entre eux, produisent de même une troisième catégorie d'Hybrides. On sait qu'en général les Hybrides animaux sont inféconds, et que ce cas est aussi celui des Mulards (provenant de l'accouplement du Canard de Barbarie et du Canard domestique). Les Hybrides de Canard Pilet et de Canard sauvage font donc exception à la règle générale et ce sont, par suite, des sujets particulièrement précieux pour l'étude des phénomènes d'hérédité.

Les produits dérivés de l'accouplement primitif entre un mâle de Pilet et un Canard sauvage femelle, que j'ai obtenus jusqu'ici, au Jardin zoologique de Toulouse, et dont j'ai pu étudier les caractères morphologiques externes et les caractères éthologiques, se répartissent en trois catégories :

1° Hybrides issus directement de l'accouplement des deux parents d'espèces différentes : trois exemplaires, dont un mâle vivant encore actuellement;

2° Hybrides provenant de l'union du mâle hybride précédent avec la femelle de Canard sauvage ci-dessus : 12 exemplaires, dont 6 (3 mâles et 3 femelles) encore vivants aujourd'hui;

3° Produits provenant de l'accouplement entre eux des Hybrides de deuxième catégorie : plusieurs pontes ont eu lieu cette année ou sont actuellement en cours. Je me suis assuré que les œufs nouvellement pondus étaient fécondés, puis qu'après une période d'incubation ils contenaient des embryons.

Enfin l'éclosion d'une ponte a déjà eu lieu et donné cinq jeunes Hybrides de troisième catégorie.

On pourrait se demander si le Canard Pilet et le Canard sauvage, qui donnent ainsi entre eux des produits féconds, ne constituent pas en réalité simplement deux races d'une même espèce. En zootechnie, où l'on a généralement l'habitude de regarder comme espèce unique toutes les races qui donnent entre elles des produits féconds, on donnerait le nom de *métis* aux produits que j'appelle ici *hybrides*. Mais les objections à cette manière de voir ne manquent pas; en particulier on peut faire valoir le fait que, entre les Canards Pilet et les Canards sauvages, des différences importantes et constantes s'observent toujours, à tel point qu'on les range ordinairement

dans deux genres distincts. Pour l'étude de l'hérédité, les produits qui dérivent de l'union de ces deux sortes d'Oiseaux ne pourraient d'ailleurs rien perdre de leur importance suivant que l'on définirait l'espèce et la race d'une manière ou d'une autre.

ENTOMOLOGIE. — *Étude mathématique de l'action des parasites entomophages. Durée du cycle parasitaire et accroissement de la proportion d'hôtes parasités.* Note de M. **W.-R. Thompson**, présentée par M. P. Marchal.

J'ai démontré dans une première Note ce qui suit : en admettant que le nombre initial d'hôtes soit n; le nombre initial de parasites, p; la puissance reproductrice de l'hôte par génération, h; la puissance reproductrice du parasite par génération, s; le nombre total d'hôtes produits par génération, lh, où l est un nombre dont la valeur dépend de la proportion qui existe entre les sexes; le nombre total de parasites produits par génération, fs, où f est un facteur numérique semblable à l; en admettant enfin que le parasite ne dépose qu'un seul œuf dans chaque hôte attaqué et n'attaque que les individus non parasités; alors, le nombre d'hôtes dans la $t^{\text{ième}}$ génération est donné par la formule

$$H_t = (nh^t l - psh^{t-1} f - ps^2 h^{t-2} f - \ldots \text{ à } t \text{ termes}) \tag{1}$$

ou bien

$$H_t = \left\{ nh^t l - pshf \left[\frac{s^{t-1} - h^{t-1}}{(s-h)} \right] \right\}, \tag{2}$$

le nombre de parasites étant donné par la formule

$$P_t = ps^t f. \tag{3}$$

Si la puissance reproductrice du parasite est égale à celle de l'hôte, nous devons écrire dans la formule (1), $s = h$; cette formule devient alors

$$H_t = [nh^t l - ph^t f(t-1)]. \tag{4}$$

Nous avons aussi

$$P_t = ph^t f. \tag{5}$$

Maintenant, si, dans ce dernier cas, nous désirons savoir combien de générations il faudra pour que le parasite arrive à exterminer son hôte,

nous n'avons qu'à poser $H_t = P_t$, et ensuite déterminer t, c'est-à-dire

$$p h^t f = [n h^t l - p h^t f (t-1)],$$

d'où

$$t = \frac{nl}{pf}. \tag{6}$$

Si la puissance reproductrice du parasite est supérieure à celle de l'hôte, nous pouvons écrire, dans les formules (1) et (3), $s = ah$, où a est un constant numérique supérieur à 1; substituant dans les formules, nous obtenons enfin

$$H_t = h^t \left\{ nl - pf \left[\frac{a(a^{t-1}-1)}{a-1} \right] \right\}, \tag{7}$$

$$P_t = p a^t h^t f. \tag{8}$$

En posant $H_t = P_t$, nous avons à la fin de l'opération

$$t = \frac{\log\left(\frac{nla - nl + pfa}{pfa}\right)}{\log a}. \tag{9}$$

Si la puissance reproductrice du parasite est inférieure à celle de l'hôte nous écrirons, de la même façon, $sa = h$, d'où

$$H_t = s^t \left[n l a^t - \frac{pfa^t(1-a^{1-t})}{a-1} \right], \tag{10}$$

$$P_t = p s^t f,$$

et, enfin,

$$t = \frac{\log\left(\frac{pf}{nl + pf - nla}\right)}{\log a}. \tag{11}$$

Les formules qui donnent, dans ces divers cas, le pourcentage de parasitisme (α) dans la $t^{\text{ième}}$ génération peuvent être obtenues facilement :

Si la puissance reproductrice est égale à celle de l'hôte, nous avons de (4) et (5)

$$\alpha = \frac{100\, pf}{nl - pf(t-1)}; \tag{12}$$

si la puissance reproductrice du parasite est supérieure à celle de l'hôte, nous avons, de (7) et (8),

$$\alpha = \frac{100\, pa^t f}{nl - pf\left[\frac{a(a^{t-1}-1)}{a-1}\right]}. \tag{13}$$

ou, enfin, si la puissance reproductrice du parasite est inférieure à celle de l'hôte, de (3) et (10),

$$\alpha = \frac{100\,pf}{nla^t - \frac{pfa^t(1-a^{1-t})}{a-1}}. \tag{14}$$

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le rendement énergétique dans la croissance de l'*Aspergillus niger. Note de MM. **Émile-F. Terroine** et **René Wurmser**, présentée par M. Guignard.

Dans une Note précédente (¹), nous avons désigné sous le nom de « rapport d'utilisation » le rapport du poids sec d'*Aspergillus* formé au poids de glucose disparu du milieu de culture. Ce rapport reste constant, au voisinage de 0, 44, tant que l'on fait varier la vitesse dans des limites relativement étroites, en modifiant la température. Il n'en est plus de même quand on réussit à faire varier bien plus largement la vitesse. Nous montrerons plus loin le parti que l'on peut tirer de ce fait dans l'étude du développement de l'*Aspergillus* au point de vue énergétique.

La disparition de 1^g de glucose est accompagnée de la formation de $0^g,44$ de mycélium. Supposons tout d'abord que le glucose soit complètement brûlé; nous pouvons calculer le rendement énergétique, de manière approchée, au moyen des données thermochimiques. La combustion à la bombe du mycélium dégage $4^{cal},8$ par gramme; la combustion du glucose $3^{cal},76$ par gramme : le rendement énergétique semble donc être d'environ $\frac{4,8 \times 0,44}{3,76}$, soit 0,56.

En fait, la combustion du glucose contenu dans le milieu de culture n'est pas complète. On trouve dans le liquide, après le développement, des acides organiques, de l'urée, etc. Il est donc nécessaire de mesurer directement l'énergie U disparue du milieu. Nous avons brûlé, avant et après le développement, l'extrait sec du milieu de culture; la différence représente l'énergie U. Le mycélium recueilli sur filtre est séché et brûlé; soit U′ le nombre de calories dégagées. Enfin on recueille dans de la baryte titrée le gaz carbonique qui se dégage pendant le développement; le nombre de centimètres cubes dégagés, multiplié par 0,005, donne en calories l'énergie U″ correspondant à la formation de CO^2 aux dépens du glucose. Le Tableau ci-dessous indique les résultats.

Combustion						
du milieu initial.	du résidu.	U.	U′.	CO^2 dégagé en centimètres cubes.	U″.	U — (U′+ U″).
6,46	0,510	5,95	3,55	408,8	2,04	0,36
6,00	0,125	5,87	3,48	401,0	2,00	0,39

(¹) *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 482.

Il est donc possible de calculer le rendement énergétique, lequel est représenté par le rapport entre l'énergie emmagasinée dans le mycélium U' et l'énergie métabolisable U. Ce rendement est respectivement dans les deux expériences rapportées ci-dessus de 59,6 et 59,2 pour 100.

Mais il est évident qu'un tel calcul ne donne qu'un rendement apparent, en ce qui regarde la croissance. Pour atteindre le rendement réel, il faut défalquer de la quantité totale d'énergie disparue du milieu celle qui a servi à couvrir la dépense d'entretien, dépense obligatoire même en l'absence de tout développement.

Dans ce but, nous avons tenté de distinguer, dans la totalité du CO^2 produit, la part qui représente la dépense d'entretien, de celle qui doit être réellement attribuée aux processus de croissance.

Si l'on place un mycélium dans un milieu de Czapek uniquement salin, sans carbone ni azote, il ne peut se développer, mais continue à dégager du CO^2. En recueillant le gaz, nous avons trouvé que la respiration d'entretien, à 36°, est en moyenne de 3^{cm^3} par gramme de mycélium sec et par heure. Retranchant de U l'énergie R correspondant à cette production de CO^2, on trouve que le rendement devient 0,63 et 0,67. Mais nous n'avons ici qu'une valeur minima de l'énergie d'entretien de l'*Aspergillus*; car le mycélium, sur milieu non nutritif, paraît entrer dans un état de vie ralentie.

Nous avons obtenu la mesure du CO^2 correspondant à l'entretien, dans les conditions mêmes de la croissance, en faisant varier considérablement la vitesse du développement. En milieu très acide ($P_H = 1,5$ environ), le mycélium croît très lentement; le rapport d'utilisation s'abaisse. La consommation du glucose est, en effet, à tout instant, la somme de deux termes :

1° Un terme proportionnel à la vitesse du développement et qui représente la quantité de glucose qui doit disparaître pour que se forme la substance du mycélium; 2° un terme proportionnel au poids du mycélium déjà formé à ce moment, et qui représente la consommation d'entretien. On déduit immédiatement ([1]) que la quantité de glucose consommée au bout d'un temps t est représentée par la relation

$$c = p\left(a + \frac{1}{2} bt\right),$$

([1]) Nous considérons, ce qui est exact en dehors des premières heures du développement, que le poids du mycélium formé est proportionnel à l'âge de la culture.

où p est le poids sec récolté, et a et b des constantes dont l'une représente la consommation nécessaire pour former 1^g de mycélium, et b la consommation d'entretien par gramme de mycélium et par heure. Soit alors c_1 la consommation qui accompagne la production de p grammes de mycélium en t_1 heures, et c_2 le chiffre correspondant à la production du même poids p en t_2 heures, on a

$$b = 2\frac{c_2 - c_1}{p(t_2 - t_1)}.$$

La moyenne de cinq expériences a fourni pour b la valeur de $8^{cm^3},2$ CO^2 par gramme de mycélium et par heure. Le rendement $\frac{U'}{U - R}$, calculé d'après cette donnée, atteint 66 pour 100 et 70 pour 100; c'est dire que le rendement énergétique réel de la croissance de l'*Aspergillus* est extrêmement élevé. Le fait que Fingerling, Köhler et Reinhardt ont obtenu des valeurs du même ordre de grandeur dans le cas de la croissance du Porc, amène à se demander, et nos recherches se poursuivent dans ce sens, si tous les êtres hétérotropes n'obéissent pas à une même loi énergétique.

MÉDECINE. — *Expériences sur l'introduction de l'ion iode par électrolyse chez l'homme, et son élimination par les urines.* Note de MM. **Georges Bourguignon** et **Conduché**, présentée par M. d'Arsonval.

En étudiant la libération des cicatrices adhérentes par l'introduction électrolytique de l'ion iode, l'un de nous [1] a montré que les résultats les meilleurs sont obtenus en localisant le plus possible le courant au foyer de la blessure. Il a constaté, en outre, que l'amélioration se poursuit quelque temps après l'arrêt de l'ionisation et que, sur les sujets porteurs de cicatrices multiples, le traitement localisé à une seule cicatrice améliore en même temps, quoique à un degré moindre, toutes les autres.

Pour étudier le déterminisme de ces phénomènes nous avons cherché comment s'élimine chez l'homme normal l'ion iode introduit quotidiennement par électrolyse, et quelle quantité peut en introduire un courant rigoureusement déterminé.

Négligeant l'élimination par la salive qu'a démontrée Brillouet par des expériences purement qualitatives, nous avons d'abord recherché un

[1] G. Bourguignon et M. Chiray, *Société méd. des hôp.*, 13 octobre 1916; *Presse médicale*, 3 août 1916.

procédé de dosage de l'iode dans les urines : une calcination en milieu basique constitue un procédé sensible et précis, qui permet de détruire toute la matière organique.

L'iode est mis en liberté par quelques gouttes de sulfate de nitrosyle en solution sulfurique et on l'extrait par le sulfure de carbone. La coloration violette permet de reconnaître l'iode qu'on peut doser par décoloration avec une solution d'hyposulfite de concentration croissante. Pratiquement, on peut ainsi doser moins de $\frac{1}{10}$ de mg d'iode par litre d'urine. Nous avons contrôlé notre méthode à plusieurs reprises en ajoutant à une urine normale quelques milligrammes d'iode, à l'état d'iodure, que nous avons retrouvés sans pertes. L'urine normale de l'un de nous, sujet des expériences, ne contenait que des traces d'iode inférieures à $\frac{1}{10}$ de milligramme par 24 heures, variant légèrement avec l'alimentation.

Dans les expériences d'ionisation, la vessie est vidée immédiatement avant chaque séance, l'urine des 24 h. est recueillie exactement dans l'intervalle des séances et l'iode y est dosé tous les jours. Chaque séance dure 30 minutes. L'intensité est maintenue constante à 10 mA., grâce à une résistance en série de 10000$^{\omega}$.

L'électrode positive est constituée par une plaque de charbon et 20 à 25 rondelles de papier-filtre à analyse, de 7^{cm} de diamètre, mouillées d'eau distillée; elle était placée à la face postérieure de l'avant-bras gauche. L'électrode négative était une électrode semblable, mouillée d'une solution de KI à 1 pour 100 et placée à la face interne du bras du même côté dans une 1^{re} série (6 séances); dans une 2^{e} série (14 séances) elle était constituée par un cristallisoir contenant une quantité mesurée au ballon jaugé (150^{cm^3}) d'une solution de KI à 1 ou 2 p. 1000. Le sujet plongeait le poing dans le cristallisoir où le courant arrivait par une plaque de charbon. Il s'est éliminé de $6^{mg},3$ à 8^{mg} d'iode par jour dans la 1^{re} série et 5^{mg} à $7^{mg},6$ dans la 2^{e}. En calculant la quantité totale d'iode introduite dans les urines en prenant pour les vitesses des ions I et K à travers la peau, les valeurs de 5,6 et 4,8 qui résultent des données de Stéphane Leduc, l'iode retrouvé dans les urines représente 65 pour 100 de la quantité introduite dans la première série et 42,6 pour 100 dans la deuxième.

Pour contrôler ce rapport, nous avons cherché, dans notre deuxième série, à substituer à ce procédé de dosage, un peu hypothétique, un dosage direct de l'iode disparu à l'électrode négative.

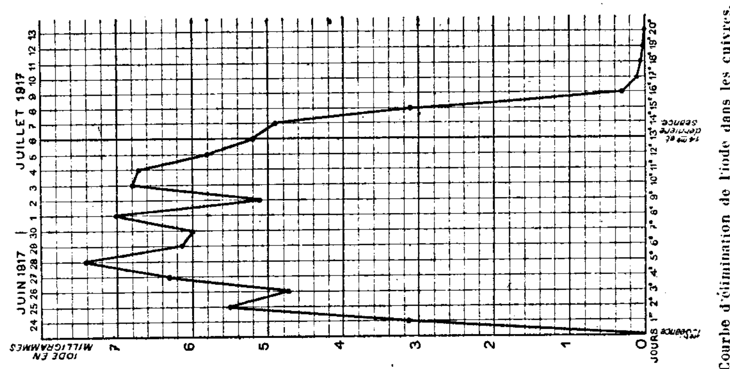
En étudiant la courbe ci-jointe de l'élimination de l'iode avec des séances quotidiennes d'ionisation, on voit qu'il faut deux séances pour arriver à une élimination sensiblement constante tous les jours; après la dernière séance, l'élimination s'est continuée plusieurs jours (4 à 5 jours). On distingue donc trois phases : 1° une phase d'élimination croissante; 2° une phase d'élimination en plateau; 3° une phase d'élimination décroissante. Le dosage de l'iode disparu n'a jamais donné moins de 5^{mg} et jamais plus de $7^{mg},6$ d'iode dans l'urine des 24 heures; à la période de plateau nous avons trouvé de 5^{mg} à $7^{mg},4$ d'iode disparu. Il y a donc une concordance

très satisfaisante entre l'iode disparu et l'iode éliminé dans les urines des 24 h. En comparant les quantités d'iode disparues à l'électrode négative, et éliminées, on voit que l'on retrouve dans les urines environ 70 à 80 p. 100 de l'iode introduit. Voici un exemple de cette expérience :

29 JUIN. — Iode disparu du cristallisoir après une séance de 30 minutes avec 10 m A = $7^{mg},6$.

30 JUIN. — Iode trouvé dans l'urine des 24 heures = 6^{mg}, soit 79 p. 100.

Si l'on applique à cette expérience le calcul de Stéphane Leduc, on



trouve $10^{mg},1$ d'iode introduit. Il y a un écart de 33 pour 100 entre le calcul et le dosage direct, et le rapport entre l'iode introduit ainsi calculé et l'iode éliminé est de 59 pour 100 au lieu de 79 pour 100. Le dosage direct est donc le seul qui permette de connaître réellement la quantité introduite. Pour le même nombre de coulombs, cette quantité varie avec les régions de la peau et peut-être avec d'autres conditions à préciser expérimentalement. Nos expériences démontrent aussi que la plus grande partie de l'iode introduit par électrolyse s'élimine par les reins ($\frac{3}{4}$ à $\frac{4}{5}$ environ).

Nous avons aussi essayé, dans quelques expériences, de voir si l'on peut extraire de l'iode à l'électrode positive. De fait, en mouillant les papiers-filtre de l'électrode positive avec de l'empois d'amidon fait avec de l'eau distillée, nous n'avons le plus souvent obtenu aucun bleuissement. Ce résultat est en accord avec les expériences des auteurs qui, avant nous, ont fait la même expérience dans des conditions rigoureuses. Mais, à deux reprises, il s'est produit une petite brûlure sous l'électrode, et, dans ces deux expériences, aussi rigoureusement préparées que les autres, le papier à l'empois a bleui sur une surface de même grandeur et de même forme que la brûlure.

Si l'empois ne bleuit pas, en général, ce n'est donc pas parce qu'on n'extrait pas d'iode, mais parce que les quantités extraites sont en trop faible

concentration. Dans le cas de la brûlure, la densité du courant est plus grande au niveau de la petite lésion, et la concentration de l'iode qui sort à ce niveau devient suffisante pour que la réaction s'y produise.

En résumé, nos expériences démontrent que dans l'introduction électrolytique de l'iode, il se constitue une réserve d'iode qu'on peut supposer s'accumuler dans le corps thyroïde et qu'ensuite il s'établit un équilibre entre l'iode qui entre au pôle négatif et qui sort au pôle positif pendant la séance, celui qui est en circulation, celui qui est en réserve et celui qui s'élimine par les reins dans l'intervalle des deux séances. A l'arrêt de l'ionisation, la réserve s'élimine en quelques jours. Ces faits permettent de faire une hypothèse plausible sur le mécanisme d'action de la thérapeutique par ionisation d'iode, et d'expliquer les faits cliniques observés par l'un de nous. L'élimination plus lente de l'iode introduit par électrolyse, que de l'iode introduit par la bouche, montre que sous cette forme l'iode s'incorpore mieux à l'organisme. En même temps elle explique la prolongation des améliorations pendant les arrêts de traitement.

La présence d'iode en circulation (extraction à l'électrode positive) explique l'action à distance et permet de comprendre l'action locale prépondérante.

Puisqu'il est démontré (Stéphane Leduc et autres auteurs) que l'ion introduit passe dans la circulation et ne pénètre que peu profondément dans la peau, l'action locale ne peut s'expliquer que par l'électrolyse interpolaire de l'iode en circulation sur le trajet des lignes de force. L'ionisation agirait donc en deux temps : *Premier temps*, introduction de l'ion. *Deuxième temps*, localisation sur le tissu à traiter de l'ion libéré par électrolyse de celui que contient la circulation.

Ces faits justifient la technique de l'ionisation avec petites électrodes et localisation du courant aussi étroite que possible au foyer de la lésion.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

É. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 6 JUIN 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 1er juin 1922, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Henri Lebesgue** pour occuper, dans la Section de Géométrie, la place vacante par le décès de M. *C. Jordan*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Henri Lebesgue** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Secrétaire perpétuel** présente le tome 57 des *Mémoires de l'Académie des Sciences* et annonce qu'il est en distribution au Secrétariat.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Farid Boulad Bey**, membre de l'Institut d'Égypte.

M. **B. Baillaud**, président de l'*Union astronomique internationale*, et M. **Ch. Lallemand**, président de l'*Union internationale de Géodésie et de Géophysique*, rendent compte des travaux du Congrès qui vient de se tenir à Rome.

MINÉRALOGIE. — *Sur la composition et les caractères chimiques de la thortveitite de Madagascar.* Note de MM. **Ch. Boulanger** et **G. Urbain.**

M. A. Lacroix, auquel on doit une description minutieuse de la Thortveitite (¹) de Madagascar, nous a remis obligeamment plusieurs centaines de grammes de ce minéral, dont un lot qu'il avait pris soin de purifier. Nos analyses ont porté sur divers échantillons de ce dernier lot.

Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau suivant :

	I.	II.	III.	IV.	V.	Moyennes.
SiO^2.........	44,1	43,9	43,7	44,5	44,2	44,1
Sc^2O^3.........	41,7	41,8	42,6	42,8	43,4	42,4
ZrO^2.........	9,9	7,4	7,8	»	»	8,4
Al^2O^3.........	2,6	3,5	3,8	»	»	3,3
Fe^2O^3.........	2,2	2,0	1,8	»	»	2,0
	100,5	98,6	99,7	»	»	100,2

La scandine obtenue dans ces dosages renfermait une petite quantité de terres yttriques reconnues tout d'abord par M. A. de Gramont (¹) à leurs lignes spectrales. La proportion de ces terres est d'ailleurs infime, ce qui est la particularité intéressante de la thortveitite de Madagascar. En effet, des minéraux analogues d'origine norvégienne analysés (²) par Schetelig, Tauchert, Sterba contenaient des proportions de terres yttriques comprises entre 17,7 et 4,26 pour 100, alors que le minéral de Madagascar n'en renferme guère que 0,5 pour 100. Ces terres yttriques ont pu être séparées du scandium par deux méthodes dont R.-J. Meyer et H. Winter ont donné les principes (³).

Dans la première, les acétylacétonates mixtes sont soumis à la distillation dans le vide : l'acétylacétonate de scandium distille seul. Cette méthode nous a donné des nombres légèrement inférieurs à 1 pour 100 en oxydes yttriques, mais manifestement trop élevés, car le résidu de la distillation renfermait encore une très notable proportion de scandium résultant d'une décomposition partielle de son acétylacétonate.

La deuxième méthode qui consiste à précipiter le scandium sous forme de fluosilicate, alors que les terres yttriques restent en solution, nous a donné le nombre 0,3 pour 100 qui paraît être un peu faible.

(¹) *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 421.
(²) *Norsk. Geol. Tid.*, juillet 1920.
(³) *Zeits. für anorg. Chem.*, t. **67**, 1910, p. 398.

Nous n'avons pu observer jusqu'ici dans ces terres yttriques que la présence de l'yttrium, du néoytterbium et du lutécium.

L'alumine obtenue dans ces analyses révèle au spectrographe la présence d'une trace de glucine.

Nous avons d'autre part observé, au cours des opérations, la présence de traces très faibles de manganèse, d'étain, d'antimoine et de plomb. Une tentative faite pour doser l'étain qui, de ces impuretés, nous a paru être la principale, nous a donné le nombre 0,05 pour 100 qui ne saurait représenter que l'ordre de grandeur.

Les difficultés que présentait cette analyse tiennent principalement à la nature du minéral; la thortveitite de Madagascar n'est attaquée ni par l'acide chlorhydrique, ni par l'acide azotique, ni par l'acide sulfurique. Même à haute température, les bisulfates l'attaquent mal. L'acide fluorhydrique et surtout le fluorure d'ammonium donnent des résultats un peu meilleurs encore que l'attaque soit très lente.

Avec la soude fondue, la désagrégation est plus rapide; mais après la reprise par l'eau, il est nécessaire d'attaquer le résidu une seconde fois. Une troisième fois est parfois indispensable. Ces attaques successives nuisent certainement à la précision des résultats. Nous n'avons pas cru devoir donner plus d'un chiffre décimal, l'expérience nous ayant appris que la deuxième décimale n'avait généralement aucune signification.

HYDROLOGIE. — *Étude des eaux des glaciers d'Argentière et des Bossons.* Note [1] de MM. D'ARSONVAL, BORDAS et TOUPLAIN.

Les recherches les plus récentes de l'hydrogéologie ont montré que les règles jusqu'ici admises touchant la constance de composition et la pureté microbienne des eaux de sources étaient loin d'être aussi absolues qu'on le supposait.

Les épidémies d'origine hydrique et les études bactériologiques des eaux d'alimentation qui en furent la conséquence, démontrèrent que les sources, de la craie en particulier pouvaient être contaminées par des eaux de ruissellement et que dans de nombreux cas, des sources à débit important n'étaient que des résurgences de ruisseaux ayant cheminé plus ou moins longtemps dans le sous-sol sans avoir subi la moindre filtration.

---

[1] Séance du 29 mai 1922.

Ces faits ont été mis en lumière par les travaux de Martel, le Coupey de la Forest, Dienert, etc. Depuis lors les hygiénistes ont une médiocre confiance dans la pureté des eaux de sources; certains d'entre eux, et nous sommes de ceux-là, considèrent qu'elles sont toutes contaminables.

Les recherches que nous poursuivons à l'Institut d'Hydrologie et de Climatologie, en vue de réaliser des méthodes d'investigation permettant de suivre et d'enregistrer les variations de la composition chimique des sources hydrominérales, nous ont amenés à étudier les torrents issus des glaciers et à les considérer comme de véritables sources.

Les observations de Faraday, de Tyndall, de Forbes, d'Agassiz, de Dessor, de Dollfus, de Charles Martins et de Roland Bonaparte, permettent d'expliquer le mécanisme de la formation des glaciers ainsi que les conditions qui en amènent la lente progression vers les vallées inférieures.

Nous avons dirigé nos recherches sur les eaux des torrents issus des glaciers des Bossons et d'Argentière; le premier, qui descend comme on le sait, dans la vallée de Chamonix, est alimenté par les névés du mont Blanc, du Dôme du Goûter, du mont Blanc du Tacul, du mont Maudit et de l'Aiguille du Midi. Il possède un bassin d'alimentation bien homogène. Il n'en est pas de même du glacier d'Argentière; ce dernier était autrefois plus important qu'à l'heure actuelle, puisqu'il se joignait, sur sa rive droite, au glacier du Tour et réunissait sur sa rive gauche deux glaciers latéraux aujourd'hui disparus, et un troisième un peu indépendant, en quelque sorte suspendu, celui de Lognan, qui laisse couler des eaux sur des prairies alpestres avant de pénétrer sous la partie terminale du glacier d'Argentière.

Les échantillons ont été recueillis directement à la sortie du glacier par une belle journée chaude du mois de septembre 1921, à raison de deux pour chaque glacier et à 15 minutes d'intervalle. Les eaux des deux glaciers avaient la même température de 4°. Elles étaient louches et contenaient des substances solides en suspension dont la grosseur et la densité étaient différentes. Les unes gagnaient assez rapidement le fond du vase; d'autres mettaient plusieurs jours pour s'y déposer; des particules plus fines encore ne pouvaient en être séparées que par filtration, d'autres enfin restaient en suspension indéfiniment à l'état colloïdal.

L'examen microscopique, fait en lumière directe et en lumière polarisée, a permis de caractériser le quartz, le feldspath et le mica.

L'ultramicroscope a révélé la présence de particules extrêmement fines de formes irrégulières animées de mouvements browniens; certaines d'entre elles en traversant le pinceau lumineux reflétaient vivement la lumière avec production d'anneaux irisés dont la coloration variait suivant leur nature.

Les indices de réfraction à 17°,5 et la cryoscopie n'ont pas permis de constater de

différences entre les échantillons prélevés au même glacier ni entre ceux provenant des glaciers d'Argentière et des Bossons. Il n'en a pas été de même pour la résistivité électrique.

Substances solubles ou à l'état colloïdal.	Glacier d'Argentière. 1.	2.	Glacier des Bossons. 1.	2.
	Résistivité électrique à 18°.			
Sur liquide reposé......	28.350 ohms	56.700 ohms	29.565 ohms	23.085 ohms
Sur liquide filtré........	25.272	50.220	28.350	23.085
	Conductibilité spécifique.			
Sur liquide reposé......	$3,5 \times 10^{-5}$	$1,7 \times 10^{-5}$	$3,3 \times 10^{-5}$	$4,3 \times 10^{-5}$
Sur liquide filtré........	$3,9 \times 10^{-5}$	$1,9 \times 10^{-5}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$4,3 \times 10^{-5}$

Nous voyons par ce Tableau que la conductibilité spécifique peut accuser une différence du simple au double entre deux échantillons prélevés au même torrent et à un quart d'heure de distance. Les variations dans la composition chimique peuvent s'expliquer par l'afflux de quantités d'eau plus ou moins pure.

Il suffit de se rappeler que les apports d'eau provenant soit de la fonte de la neige ou des névés, soit de la partie superficielle du glacier peuvent par des irruptions plus ou moins brusques dans le lit du torrent sous-glaciaire augmenter ou diminuer la minéralisation de l'eau; ces afflux subits augmentent le débit du torrent en accroissant l'action mécanique exercée sur les roches ou sur le sol.

L'analyse chimique nous a permis de différencier très nettement les eaux du glacier des Bossons de celles d'Argentière.

Pour 100 de matière minérale :

	Argentière.	Bossons.
Silice..............................	77,59	53,60
Oxyde de fer et alumine..............	14,49	39,86
Chaux................................	2,93	4,07
Magnésie.............................	0,18	2,89
Potasse..............................	2,98	4,80

Cet examen montre des écarts sensibles dans la minéralisation générale des eaux, et l'on remarquera particulièrement la faible quantité de magnésie contenue dans l'échantillon provenant d'Argentière comparativement avec celui prélevé au glacier des Bossons; ces premières observations, qui seront poursuivies dans la suite, laissent entrevoir la possibilité de connaître

la nature géologique des terrains recouverts par des glaciers plus ou moins importants, grâce à l'analyse physico-chimique des eaux des torrents qui en sont issus.

On peut même prélever des échantillons d'eau à diverses altitudes dans les crevasses profondes d'un glacier et connaître ainsi les variations de composition du sol sur lequel il repose.

Enfin, une dernière conclusion s'impose, c'est que les torrents issus des glaciers, véritables sources, comme nous l'avons dit, ont une composition encore plus variable que les sources ordinaires. On a comparé avec juste raison un glacier à une éponge qui exprime son eau soit par compression, soit par circulation libre à travers ses crevasses et son lit; d'autre part, le sol dans lequel circulent les sources peut être également comparé à une éponge, mais ici les phénomènes de compression n'existent pas et quant à ceux dus à la gravité, ils sont, bien entendu, moins accentués. Toutes ces raisons expliquent parfaitement les inégalités si marquées et si rapides constatées dans les eaux de torrents glaciaires.

M. **Daniel Berthelot** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier sous le titre : *La physique et la métaphysique des théories d'Einstein*.

M. le **Président** fait hommage à l'Académie de deux mémoires posthumes de M. **J. Boulvin**, ancien Correspondant pour la Section de Mécanique, intitulés : *Tirage induit par trompe aspirante* et *A propos de l'étude des machines à vapeur par le diagramme entropique*.

NOMINATIONS.

MM. **A. Lacroix**, **Ch. Barrois**, **P. Termier**, **Em. Haug** sont délégués au *XIIe Congrès géologique international* qui se tiendra à Bruxelles au mois d'août prochain.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Une brochure intitulée : *Jules Carpentier* (1851-1821) *in memoriam*.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Détermination du champ magnétique extérieur du Soleil par la structure de la couronne du Soleil et les constantes des aurores boréales*. Note de M. **Carl Stormer**, présentée par M. Deslandres.

Dans une Note *Sur la structure de la couronne du Soleil* (¹), parue en 1911, j'ai trouvé une relation entre le moment M du champ magnétique extérieur du Soleil et le produit caractéristique $H\rho$ des corpuscules électriques causant l'aurore boréale. Ici

$$H\rho = \frac{m}{e} v,$$

où m est la masse, e la charge en unités électromagnétiques et v la vitesse du corpuscule. H et ρ sont le champ magnétique et le rayon de courbure ; le champ est supposé identique à celui d'une sphère magnétisée d'une manière homogène, c'est-à-dire identique à celui d'un aimant élémentaire. La relation trouvée

$$(1) \qquad \frac{M}{H\rho} = 3{,}02.10^{22},$$

qui n'est qu'approximative, fut déduite *en supposant que les corpuscules qui causent l'aurore boréale sur la Terre sont les mêmes qui causent les rayons de la couronne solaire extérieure*. Enfin, la relation doit correspondre à la période de l'*activité minimum* du Soleil.

Depuis, j'ai réussi, par l'étude des matériaux recueillis dans mon expédition d'aurore boréale à Bossekop en 1913 (²), à déterminer le produit $H\rho$ des corpuscules causant l'aurore.

En effet, les aurores boréales sont le mieux expliquées en les supposant causées par des rayons cathodiques correspondant à la valeur

$$H\rho = 700 \text{ environ},$$

c'est-à-dire à une vitesse de l'ordre de 120000^{km} par seconde, obtenue en passant par une chute de potentiel de 40000 volts.

(¹) *Comptes rendus*, t. **152**, 1911, p. 425.
(²) *Geofysiske Publikationer*, *Christiania*, vol. **1**, n° 5, p. 219.

En substituant cette valeur dans la relation (1), on trouve

$$M = 2.10^{25}.$$

Comme, d'autre part, la force magnétique le long de l'axe et dans le plan équatorial de l'aimant élémentaire sont respectivement, en gauss,

$$\frac{2M}{r^3} \quad \text{et} \quad \frac{M}{r^3},$$

où r est la distance en centimètres à l'aimant; on en tire près de la surface du Soleil, où $r = 7.10^{10}$ cm, les valeurs respectives

$$1,2.10^{-7} \quad \text{et} \quad 0,6.10^{-7},$$

c'est-à-dire des valeurs du même ordre que celles trouvées en 1911 par M. Deslandres par la méthode des vitesses radiales ([1]).

On est ainsi arrivé, par deux méthodes différentes, au même résultat relatif au champ magnétique extérieur du Soleil.

Il semble que ce champ extérieur est essentiellement différent du champ beaucoup plus fort découvert par M. Hale à l'aide de l'effet Zeeman et situé plus profondément dans l'atmosphère solaire ([2]).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les actions électromagnétiques dans un système isotrope.* Note ([3]) de M. **Louis Roy**, transmise par M. E. Cosserat.

Les actions électromagnétiques qui s'exercent dans un système isotrope ont été données autrefois par P. Duhem ([4]); mais, ainsi qu'il le fait remarquer, son analyse suppose essentiellement que les courants soient distincts des aimants, car elle fait intervenir dans des intégrales triples les dérivées secondes par rapport aux coordonnées de l'inverse de la distance d'une particule aimantée à un élément de courant. La présente Note a pour but d'établir que les formules données par P. Duhem subsistent dans le cas général où les courants circulent dans la substance magnétique.

([1]) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 571.

([2]) Comparer la Note de M. Deslandres dans les *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 517.

([3]) Séance du 29 mai 1922.

([4]) P. Duhem, *Les actions électrodynamiques et électromagnétiques* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1re série, t. 8, 1894).

Soient, à l'instant t, (f, g, h) le courant total en un point (x, y, z) d'un élément de volume $d\varpi$ du système; (Φ, Ψ, Ω) le potentiel vecteur de l'aimantation du système au même point; $\frac{\mathfrak{A}^2}{2}$, ε' les constantes fondamentales de l'Électrodynamique et des actions magnétiques; le travail élémentaire des actions électromagnétiques relatif au déplacement virtuel $\delta(x, y, z)$ de chaque point du système est

$$(1)\qquad \mathfrak{G}_e = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}}\sqrt{\varepsilon'}\int \left| f\left(\delta\Phi + \Phi\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \Psi\frac{\partial\delta y}{\partial x} + \Omega\frac{\partial\delta z}{\partial x}\right)\right| d\varpi,$$

l'intégration s'étendant au système entier et le signe | | désignant une somme de trois termes analogues à celui qui est écrit.

Soit $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C})$ l'intensité d'aimantation au point (ξ, η, ζ) où se trouve un élément de volume $d\varpi'$ du système; si l'on pose

$$(2)\qquad (\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N}) = \int \frac{(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C})}{r} d\varpi',$$

l'intégration s'étendant au système entier, avec $r^2 = |(\xi - x)^2|$, on a

$$\Phi = -\frac{\partial\mathcal{N}}{\partial y} + \frac{\partial\mathcal{M}}{\partial z},\qquad \Psi = -\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial z} + \frac{\partial\mathcal{N}}{\partial x},\qquad \Omega = -\frac{\partial\mathcal{M}}{\partial x} + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial y};$$

d'où, pour la variation virtuelle de Φ,

$$\delta\Phi = \left|\frac{\partial\Phi}{\partial x}\delta x\right| - \frac{\partial\delta'\mathcal{N}}{\partial y} + \frac{\partial\delta'\mathcal{M}}{\partial z},$$

les variations δ' étant relatives aux seules variations $\delta(\xi, \eta, \zeta)$ des coordonnées de $d\varpi'$. En transformant certaine intégrale triple en intégrale de surface étendue à chaque surface S séparative de deux corps contigus 1 et 2, en désignant par $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$; $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ les cosinus directeurs des normales à S intérieures à chacun des deux corps et en remarquant que $\delta'(\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N})$ sont des fonctions de x, y, z continues dans tout l'espace, on a ainsi

$$(3)\qquad \int |f\delta\Phi|\, d\varpi = \int \left| f\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\delta x + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\delta y + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\delta z\right)\right| d\varpi + \Theta,$$

en posant

$$(4)\qquad \Theta = \int |(\beta_1 f_1 + \beta_2 f_2)\,\delta'\mathcal{N} - (\gamma_1 f_1 + \gamma_2 f_2)\,\delta'\mathcal{M}|\, dS + \int \left|\frac{\partial f}{\partial y}\delta'\mathcal{N} - \frac{\partial f}{\partial z}\delta'\mathcal{M}\right| d\varpi.$$

Or, on ne changera évidemment pas la nature des forces électromagnétiques en considérant, avec P. Duhem, une modification virtuelle

où chaque particule $d\varpi'$ se déplace à la façon d'un solide, auquel le vecteur $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C})$ soit invariablement lié ; dans une telle modification, on a

$$\delta' d\varpi' = 0$$

et

$$\delta'\mathcal{A} = \mathcal{C}\omega' - \mathcal{B}\omega'', \qquad \delta'\mathcal{B} = \mathcal{A}\omega'' - \mathcal{C}\omega, \qquad \delta'\mathcal{C} = \mathcal{B}\omega - \mathcal{A}\omega',$$

$(\omega, \omega', \omega'')$ étant la rotation moyenne correspondante de la particule $d\varpi'$; d'où, d'après (2),

$$(5) \qquad \delta'\mathfrak{L} = \int \left(\frac{\mathcal{C}\omega' - \mathcal{B}\omega''}{r} + \mathcal{A} \left| \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \delta\xi \right| \right) d\varpi', \qquad \ldots,$$

variations qui ne dépendent de x, y, z que par l'intermédiaire de r. Si donc on considère les fonctions $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$ de ξ, η, ζ, t définies par trois égalités telles que

$$\mathfrak{P} = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \int \left(\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial z} \right) \frac{d\varpi}{r} + \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \int \frac{\beta_1 h_1 + \beta_2 h_2 - \gamma_1 g_1 - \gamma_2 g_2}{r} dS,$$

qui deviennent par une transformation évidente

$$\mathfrak{P}(\xi, \eta, \zeta, t) = -\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \int \left(h \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} - g \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \right) d\varpi, \qquad \ldots,$$

l'expression (4) devient, d'après (5),

$$(6) \qquad \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \Theta = -\int \left| \left(\mathcal{A} \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial \xi} + \mathcal{B} \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial \xi} + \mathcal{C} \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \xi} \right) \delta\xi + (\mathcal{B}\mathfrak{R} - \mathcal{C}\mathfrak{Q})\omega \right| d\varpi'$$

et l'égalité (1), d'après (3) et (6) et après une intégration par parties,

$$\begin{aligned} \mathfrak{T}_e = & -\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \sqrt{\varepsilon'} \int (|f_1 \alpha_1 || \Phi \delta x_1| + |f_2 \alpha_2 || \Phi \delta x_2|)\, dS \\ & -\frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{2}} \sqrt{\varepsilon'} \int \left| \left[-g\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + h \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right) + \Phi \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \right] \delta x \right| d\varpi \\ & - \sqrt{\varepsilon'} \int \left| \left(\mathcal{A} \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial \xi} + \mathcal{B} \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial \xi} + \mathcal{C} \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \xi} \right) \delta\xi + (\mathcal{B}\mathfrak{R} - \mathcal{C}\mathfrak{Q})\omega \right| d\varpi', \end{aligned}$$

les deux intégrales triples s'étendant au système entier. Nous retrouvons ainsi l'expression donnée par P. Duhem, mais affranchie des restrictions qu'elle supposait. Les forces électromagnétiques s'en déduisent immédiatement : par exemple, les composantes de la force par unité de volume due aux courants et appliquée en un point du milieu aimanté sont les coefficients de $\delta(\xi, \eta, \zeta)$.

PHYSIQUE. — *Sur un nouveau rayonnement et son application à l'étude de l'ultraviolet de Millikan et de Lyman.* Note de M. G. Reboul, présentée par M. E. Bouty.

Un corps peu conducteur de l'électricité, parcouru par un courant dans des conditions convenables, impressionne une plaque photographique. Les particularités de cette impression amènent à supposer que le corps, quand un courant le traverse, est le siège d'émission d'un rayonnement très absorbable. J'ai indiqué précédemment ([1]) les expériences mettant hors de doute l'existence de ce rayonnement et permettant de déterminer les longueurs d'onde des radiations qui le forment.

I. Les coefficients d'absorption du rayonnement par l'air ou par diverses substances se déterminent facilement en opérant comme il a été indiqué précédemment.

En prenant le centimètre pour unité de longueur, on trouve pour les coefficients d'absorption par l'air des valeurs variant, suivant les conditions expérimentales, entre 12 et 17. La comparaison de ces résultats avec ceux qu'a donnés M. Holweck amènerait à attribuer aux radiations, qui correspondent à ces coefficients d'absorption, des longueurs d'onde variant de 40 à 50 Angströms.

Malheureusement, les résultats publiés par M. Holweck ([2]) ne donnent qu'une partie de la courbe qui lie les variations du coefficient d'absorption à la longueur d'onde; or l'expérience montre que, dans la région des rayons X mous, ce coefficient augmente avec la longueur d'onde, au contraire dans l'ultraviolet extrême, il diminue à mesure que la longueur d'onde croît; la courbe de variation présente donc une branche ascendante dans la région des rayons X mous, puis une branche descendante quand on se rapproche de l'ultraviolet de Schumann. Il s'ensuit qu'à une valeur du coefficient d'absorption correspondent au moins deux valeurs de la longueur d'onde, l'une dans la région des rayons X, l'autre dans l'ultraviolet de Lyman ou de Millikan.

M. Holweck a donné pour l'absorption par le celluloïd des résultats plus complets, la courbe, liant les coefficients d'absorption par cette substance à la longueur d'onde, s'étend des rayons X à l'ultraviolet de Schumann, elle

---

([1]) G. Reboul, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1162.

([2]) F. Holweck, *Thèse de doctorat*, Paris, 1922.

présente un maximum dans le voisinage de 350 Angströms. Il était donc possible, en déterminant les coefficients d'absorption par le celluloïd du rayonnement étudié, de faire disparaître toute ambiguïté.

Les pellicules avec lesquelles on a opéré ont été préparées comme l'a déjà indiqué M. Holweck; la détermination du coefficient d'absorption est facile, l'expérience donne des valeurs voisines de $1,75.10^5$, ces valeurs sont très rapprochées de la valeur maxima que M. Holweck a trouvée pour les radiations de longueur d'onde voisine de 350 Angströms. Les radiations qui forment le rayonnement étudié appartiendraient donc à l'ultraviolet de Millikan et auraient des longueurs d'onde voisines de 300 à 350 Angströms.

II. La facilité avec laquelle on obtient ces radiations permet d'en déterminer aisément les propriétés principales.

Leur principal caractère est leur grande facilité d'absorption par toute substance. Leur coefficient d'absorption par l'air est voisin de 15; pour le celluloïd, il se rapproche de $1,7.10^5$. Les autres substances essayées ont été l'alun, le sel gemme, le spath, le gypse, le mica, le quartz et la fluorine. Cette dernière, seule, se laisse traverser de manière appréciable par le rayonnement et permet de déterminer la valeur du coefficient d'absorption, on le trouve égal à 105. Malheureusement, il est difficile d'obtenir la plupart de ces substances en lames suffisamment minces : une lame de quartz de $0^{mm},1$ ne laisse pratiquement rien passer; étant donnée la sensibilité des appareils employés, on peut en déduire que le coefficient d'absorption par cette substance n'est pas inférieur à 10^3. Pour le mica que l'on veut avoir en lames très minces, ce coefficient d'absorption est certainement supérieur à 10^4.

Nous avons déjà indiqué que la plaque photographique est impressionnée par ces radiations; en employant des cellules comme celles qui ont été précédemment décrites, l'action sur la plaque se fait sentir après quelques minutes de pose, on peut même obtenir, au bout de quelques heures de pose, le noircissement d'une substance aussi peu sensible que le papier au citrate d'argent. Dans le voisinage d'une cellule en fonctionnement, il y a une assez forte odeur d'ozone; des métaux fraîchement polis, comme le cuivre ou le laiton, noircissent au bout d'un certain temps d'exposition, probablement par suite d'une oxydation superficielle. Il semble également y avoir une légère action sur les tissus organiques.

L'étude de la forme des courbes que l'on obtient pour le courant de saturation correspondant à ce rayonnement montre qu'en même temps qu'ionisation du gaz traversé par le rayonnement, il doit y avoir production d'effet

photo-électrique ou de rayonnement secondaire par les parties métalliques atteintes par ces radiations.

Enfin on constate que, dans des conditions convenables, ces radiations sont susceptibles de produire des actions analogues à la cohération, quand elles tombent sur des électrodes très rapprochées l'une de l'autre.

III. Les résultats qui précèdent ont été obtenus avec des cellules à rayonnement constituées comme il a été indiqué dans la Note citée plus haut; en opérant avec le même appareil, mais dans des conditions expérimentales différentes, nous avons pu obtenir des radiations moins absorbables que les précédentes et qui se placeraient dans la partie de l'ultraviolet étudiée par Lyman.

PHYSIQUE. — *Thermostats à enceintes multiples.*
Note de **M. A. Tian**, présentée par M. G. Urbain.

Au cours d'expériences sur l'hydrolyse lente des sels ([1]), ayant dû maintenir constante pendant longtemps la température de solutions salines, j'ai été amené à perfectionner la construction habituelle des thermostats. J'ai cherché à éviter l'agitation continue indispensable dans les appareils actuels; en outre, j'ai étudié d'une manière générale le réglage des thermostats en vue de leur donner une disposition plus rationnelle. Je vais seulement décrire ici succinctement le nouveau type de thermostat auquel j'ai été conduit et en donner les principales propriétés ([2]).

Dans les *thermostats à enceintes multiples* la température n'est pas systématiquement répartie d'une manière uniforme, mais au contraire on cherche seulement à réaliser l'équilibre thermique dans chacune des enceintes concentriques, isolées les unes des autres, qui les composent. En outre, ces appareils ne nécessitent aucune agitation.

L'enceinte centrale est constituée par un vase de cuivre fermé contenant le bain thermostatique, et isolé sur toute sa surface extérieure par une couche de feutre. Ce vase est placé dans une ou plusieurs boîtes également en cuivre, fermées et isolées entre elles de la même manière. La boîte extérieure reçoit le chauffage et dissipe la chaleur; c'est avec elle que le thermorégulateur est en relation calorifique *aussi bonne que possible*, ce qui con-

([1]) *Journal de Chimie physique*, t. 19, 1921, p. 190; *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1179.

([2]) Un exposé étendu de mes recherches sur la Thermostatique sera publié dans un autre Recueil.

duit à immerger ce dernier dans un bain de mercure auxiliaire, lui-même en contact calorifique excellent avec la boîte extérieure [1]. Il est très utile, comme j'aurai l'occasion de le montrer ailleurs, de disposer un deuxième bain de mercure identique au premier et symétriquement placé, destiné à recevoir un thermomètre dont la constante de refroidissement est la même que celle du régulateur, afin de permettre la détermination correcte de la *température de réglage*, la mesure de la *sensibilité propre du régulateur* et de la *sensibilité apparente du réglage* et enfin, s'il y a lieu, la *correction thermostatique*.

Le volume du bain doit être assez grand pour que le dégagement de chaleur qui peut résulter d'une réaction chimique ne détermine pas une élévation sensible de la température du bain. En Chimie, les expériences qui exigent la plus grande précision dans la constance de la température sont celles relatives aux mesures de vitesses de réaction : pour ces mesures, une précision de 0°,01 est parfois nécessaire. Afin de rester dans cette limite, on serait amené à adopter pour des réactions très exothermiques et rapides (la chaleur ne pouvant alors se diffuser hors du bain) des volumes qui pourraient paraître excessifs : par exemple 100 à 200 fois le volume du système en expérience. En fait, les mesures précises de dynamique ne s'effectuent que sur des réactions relativement lentes, ayant presque toujours une faible thermicité. Enfin les procédés physiques si souvent employés pour suivre l'évolution d'un système ne nécessitent qu'une masse très petite, tout à fait négligeable si le bain comporte un à deux litres d'eau. L'emploi d'un thermostat à enceintes multiples ne semble donc présenter en aucun cas de véritable difficulté.

Une expérience devant être réalisée à une température à peu près déterminée T, on opérera comme suit pour obtenir rapidement cette température (en chauffant le bain avec une source extérieure, par exemple) avec une précision comparable à celle que l'on obtiendra ultérieurement dans la constance de la température : après un chauffage préalable à une température T′ aussi voisine que possible de T, on modifiera le régulateur pour qu'il maintienne la température à la valeur T′ : l'équilibre thermique définitif sera ainsi obtenu en quelques minutes. La modification exercée sur le régulateur consistera par exemple à soulever progressivement le fil de platine qui établit le contact électrique avec le mercure, en suivant la varia-

---

(1) Les tubes de fer contenant les deux bains de mercure sont soudés sur toute leur longueur à deux génératrices opposées du cylindre constituant la boîte extérieure.

tion de la température de réglage sur le thermomètre dans le second bain auxiliaire de mercure.

Les principales propriétés de ces thermostats sont les suivantes :

1° *L'amortissement des oscillations thermiques* dues au jeu du régulateur est pratiquement complet. Ainsi, dans un thermostat à trois enceintes, l'amplitude des oscillations était réduite à moins du millième de sa valeur, de sorte qu'avec un régulateur donnant dans l'enceinte *primaire* des variations atteignant quelques dixièmes de degré, les fluctuations du *tertiaire*, inférieures à 0°,001, étaient insensibles.

2° On réalise sans difficulté, même avec des écarts de plusieurs dizaines de degrés sur la température ambiante, l'*uniformité thermique du bain thermostatique*. La variation de température avec le niveau a été de quelques millièmes de degré dans un thermostat à deux enceintes, et, dans un autre à trois enceintes, n'a pu être décelée. Toutefois le liquide du bain ne doit pas être volatil à la température utilisée, ou il faut éviter soigneusement la diffusion de sa vapeur, car toute évaporation créerait une cause permanente de déséquilibre thermique.

3° La température thermostatique est à très peu près *indépendante de la température ambiante*; le bain est en effet soustrait à tout échange direct de chaleur avec l'extérieur [1]. Sans doute le thermostat ne sera *fidèle* que si le régulateur l'est lui-même, mais toute cause d'altération de la température thermostatique, étrangère au thermostat, est pratiquement éliminée.

4° Grâce aux très bonnes relations thermiques entre le régulateur et la partie externe qui supporte le chauffage et le refroidissement, grâce à la faible capacité calorifique de cette enceinte, *la sensibilité du réglage est peu inférieure à la sensibilité propre du régulateur*. On obtient ainsi très facilement avec des régulateurs relativement peu sensibles une constance remarquable de la température : ainsi la fixité à 0°,01 qui suffit pour les expériences les plus précises de Chimie, s'obtient avec un régulateur comportant quelques centimètres cubes de mercure et une tige à peine capillaire.

5° Enfin, comme on se l'était proposé, l'emploi de ces thermostats *évite toute agitation permanente*.

Je dois ajouter encore que la construction des thermostats à deux ou trois enceintes, qui paraissent suffisants au moins pour les expériences de Chimie, ne présente aucune difficulté.

---

(1) Il est d'ailleurs possible de faire une *correction thermostatique*, ainsi qu'il sera indiqué ailleurs, pour supprimer complètement l'influence de la température ambiante.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les spectres d'étincelles dans l'eau.* Note de MM. **Léon** et **Eugène Bloch**, présentée par M. M. Brillouin.

Les spectres d'étincelles métalliques en milieu liquide ont été examinés sommairement par Wilsing, Hale, Lockyer, et d'une façon plus détaillée par Konen et Finger. Nous avons repris cette étude d'une façon systématique pour les métaux suivants : zinc, cadmium, mercure [1], calcium, magnésium, aluminium, thallium, cuivre, argent, fer, étain, plomb, antimoine et bismuth [2]. Nos observations ont porté sur la région 5000-2200 A. Elles ont toutes été faites dans les mêmes conditions de réglage optique et de régime électrique. L'étincelle est oscillante, la fréquence mesurée est voisine de 570000.

Nos observations concordent avec celles de nos prédécesseurs sur un certain nombre de points, elles les corrigent ou les complètent sur beaucoup d'autres. Voici le résumé des conclusions auxquelles nous arrivons :

1° Le spectre continu intense qui accompagne la production des étincelles dans l'eau, et qui semble à peu près indépendant du métal employé, s'atténue et disparaît quand la fréquence diminue progressivement. Ce spectre paraît dû à l'hydrogène et prend naissance dans le trait de feu central.

2° Les raies métalliques se classent très nettement en deux catégories : les raies noires ou raies d'émission et les raies renversées ou raies d'absorption. Les raies noires, qui présentent les phénomènes connus d'élargissement vers le rouge (effet Stark), prennent elles aussi naissance dans la partie centrale de l'étincelle. Les raies renversées sont dues à l'absorption du spectre continu par la couche de vapeur enveloppant l'étincelle.

3° L'augmentation de la self, en même temps qu'elle fait disparaître le spectre continu, fait apparaître en émission les raies qui étaient d'abord renversées.

4° En règle générale, les raies d'émission sont toujours des raies d'étincelle, les raies renversées sont toujours des raies d'arc, et, à cet égard, les spectres d'étincelles sous l'eau fournissent un critérium précis et commode. Exceptionnellement, certaines raies d'étincelle très intenses (Ca, Mg)

---

(1) Sous forme d'amalgame de cadmium.

(2) Ces deux métaux n'ont pas été examinés par nos prédécesseurs.

peuvent apparaître partiellement renversées ou certaines raies d'arc (Zn, Hg) sont à la fois renversées et émises.

5° Il apparaît dans l'étincelle sous l'eau des raies d'arc (renversées) qui n'existent pas (ou existent très faiblement) dans l'étincelle à l'air. Le spectre d'étincelle sous l'eau du fer, par exemple, donne par ses raies renversées le « négatif » du spectre d'arc ordinaire du fer.

6° Le spectre d'étincelle sous l'eau présente avec une netteté et une intensité exceptionnelle parmi ses raies renversées les *raies caractéristiques* du spectre de flamme (de Watteville). Ce sont les raies $1S\text{-}1p_2$ du zinc, du cadmium et du mercure (λ3076, 3261, 2536), les raies $1S\text{-}1P$ du calcium et du magnésium (λ4227, 2852), etc. D'une façon générale il y a une analogie complète entre les spectres de raies renversées de l'étincelle sous l'eau et les spectres de flammes étudiés par M. de Watteville.

La photographie des étincelles métalliques sous l'eau, par la séparation qu'elle fait automatiquement entre les raies d'arc et les raies d'étincelle, et par les différences d'aspect qu'elle donne entre les raies, paraît un moyen assez puissant de recherche des régularités spectrales.

Nous l'avons mise à profit pour isoler dans le spectre d'étincelle de l'étain, quatre doublets à différence de fréquence constante :

λ.	$\Delta\nu$.	λ.	$\Delta\nu$.	λ.	$\Delta\nu$.	λ.	$\Delta\nu$.
3487,3 3412,9	624,84	3352,47 3283,60	625,45	2488,0 2449,9	624,86	1979,8 1955,6	624,90

et pour caractériser dans le spectre d'arc du cuivre diverses raies de combinaison nouvelles. C'est ainsi qu'on a entre les fréquences α et β des raies 2618,45 et 5105,75 la relation $\alpha - \beta = 1\pi_1 - 2\pi_1$.

ÉLECTRICITÉ. — *Amortissement des oscillations des résonateurs de T. S. F.* Note de M. DE BELLESCIZE (²) (résumé par M. Maurice Leblanc).

Les appareils récepteurs de T. S. F. comportant une antenne associée à un amplificateur à résonance donnent souvent naissance à des phénomènes complexes.

M. de Bellescize en a recherché les causes et a remis à ce sujet deux plis cachetés à l'Académie des Sciences; il s'était proposé d'étudier ce qui se

(¹) Voir pour les notations A. FOWLER, *Report on Series in Line spectra*, p. 111.

(²) Plis cachetés nos 8851 du 21 mars 1921 et 8923 du 10 octobre 1921.

passe lorsque l'antenne est soumise, soit à une onde d'amplitude et de fréquence constante, soit à une onde parasite et apériodique.

Dans une nouvelle Note, résumant les précédentes, il déclare que l'expérience a justifié ses prévisions dans le premier cas, mais non complètement dans le second.

Considérons un amplificateur comportant n étages de résonance, l'antenne tenant lieu du premier étage. L'étage de rang p est un circuit fermé comprenant une self-induction L_p, une capacité C_p, une résistance R_p.

Soit $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L_p C_p}}$ sa pulsation propre, δ_p son décrément logarithmique, v_p la différence de potentiel totale aux bornes de C_p.

Ces étages sont reliés par des lampes à trois électrodes.

L'antenne est supposée soumise, d'une part à la force électromotrice $E \sin \omega t$ des ondes hertziennes, d'autre part à une force électromotrice de réaction due à l'induction du courant de plaque de la $n^{\text{ième}}$ lampe; de telles réactions peuvent être voulues, mais, la plupart du temps, elle existent sans qu'il soit possible de les éviter.

$v_1 = V \sin(\omega t + \varphi)$ désignant la différence de potentiel exercée par l'antenne sur la première lampe, la force électromotrice de réaction peut être représentée par $KV \sin(\omega t + \varphi + \psi)$, tout au moins tant que les lampes travaillent dans la partie droite de leur caractéristique.

On a donc l'équation

$$E \sin \omega t + KV \sin(\omega t + \varphi + \psi) = C_1 L_1 \frac{d^2 v_1}{dt^2} + R_1 C_1 \frac{dv_1}{dt} + v_1$$

dont la solution graphique conduit à l'expression

$$V = \frac{E}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 - K \cos\psi\right]^2 + \left[\frac{\delta_1}{\pi}\frac{\omega}{\omega_1} - K \sin\psi\right]^2}}.$$

Lorsque la condition $1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 = K \cos\psi$ sera remplie, il y aura résonance, la réactance de l'antenne étant annulée par la composante déwattée de la réaction; il faut aussi faire en sorte que le terme $\frac{\delta_1}{\pi}\frac{\omega}{\omega_1} - K \sin\psi$ ait une valeur faible mais positive.

La différence de phase ψ est la somme de deux termes ψ_m et $\sum_{2 \text{ à } n} (\xi_p)$; le premier ψ_m représente le déphasage généralement voisin de $\pm \frac{\pi}{2}$, qui existe-

rait si tous les résonateurs étaient accordés sur l'onde à recevoir; le second est la somme des déphasages dus aux désaccords des circuits successifs; et l'on a

$$\operatorname{tang}\xi_p = \frac{1-\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}{\frac{\delta_p}{\pi}\,\frac{\omega}{\omega_p}}.$$

De même, le rapport K est le produit $\frac{K_m}{\sqrt{(1+\omega^2\xi_2)\ldots(1+\omega^2\xi_n)}}$ de deux termes; l'un K_m, valeur de ce rapport si tous les circuits étaient accordés; l'autre, affaiblissements dus aux désaccords.

Le fonctionnement du récepteur peut être étudié graphiquement comme suit : Représentons le potentiel v_1 en grandeur et phase par un vecteur Ov_1 que nous prendrons comme origine, et la fonction K par un autre vecteur K de phase ψ. Lorsque le rapport $\frac{\omega}{\omega_1}$ varie, le lieu des extrémités du vecteur K est la courbe α; si l'on faisait varier l'importance de la force électromotrice de réaction, c'est-à-dire K_m, le lieu décrit serait une autre courbe $\alpha_1\,\alpha_2\ldots$ homothétique de α par rapport au point O.

Considérons maintenant un nouveau vecteur numériquement égal à

$$\frac{1-\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}{\cos\psi}$$

et faisant avec le vecteur $\overline{Ov_1}$ un angle ψ; le lieu de son extrémité sera la courbe β, et il y aura résonance pour les points où la courbe β rencontrera l'une des courbes α.

Traçons la droite xx parallèle au vecteur Ov_1 et distante de lui d'une longueur $\frac{\delta_1}{\pi}$.

En un point de fonctionnement B, le décrément total $\pi\left(\frac{\delta_1}{\pi} - K\sin\psi\right)$ du premier résonateur est obtenu en multipliant par π la valeur numérique $\overline{BD}$ de la distance du point B à la droite xx.

Le graphique renseigne sur l'importance à donner à la réaction ainsi que sur les désaccords à créer entre la pulsation du signal et celle des divers résonateurs, pour que la réception soit assurée dans de bonnes conditions.

Les points d'intersection des courbes α et β déterminent aussi les pulsations pour lesquelles la différence de potentiel composante $(v_r)_1$ due à la réaction est en phase avec la différence de potentiel totale v_1. Cette condition

caractérisant un état d'équilibre, les pulsations propres au récepteur doivent correspondre à un ou plusieurs points d'intersection $B_2 B'_2 \ldots$ du graphique.

D'où les conclusions suivantes que l'expérience vérifie :

Si l'un des points B se trouve au-dessus de la droite xx, l'appareil donne naissance à des oscillations entretenues.

Lorsqu'une perturbation est assez énergique pour saturer une ou plusieurs lampes de l'amplificateur, le rapport K diminue : l'oscillation libre s'éteint avec un amortissement élevé et sa fréquence est différente de celle du signal.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les nouvelles propriétés du sulfate vert de chrome.* Note de M. A. **Recoura**, présentée par M. A. Haller.

J'ai établi autrefois que le sulfate vert de chrome, que j'ai obtenu par la déshydratation partielle du sulfate violet solide par la chaleur, est un complexe, qui a, en outre, la propriété de s'unir avec les sulfates métalliques, en donnant de nouveaux complexes, les chromosulfates, dans lesquels l'acide sulfurique du sulfate métallique est également dissimulé, une molécule de sulfate vert pouvant dissimuler trois molécules de sulfate. Depuis

mes recherches, Colson [1] a établi que le sulfate vert, immédiatement après sa dissolution dans l'eau, y existe sous une forme condensée $[Cr^2 3SO^4]^2$, qui, à la température de 0°, se dépolymérise lentement, de sorte qu'au bout de 24 heures environ, la dissolution renferme la molécule simple $Cr^2 3SO^4$, qui est toujours le complexe vert. Ce n'est qu'ultérieurement qu'apparaissent les ions SO^4 décelables.

Ce sont certaines propriétés de cette forme condensée, passagère, du sulfate vert que je me propose d'étudier dans cette Note. Je vais montrer que, sous cette forme, le sulfate vert possède vis-à-vis des sulfates métalliques un pouvoir dissimulateur presque illimité et, qu'alors que sous sa forme simple une molécule de sulfate vert ne peut dissimuler que trois molécules de sulfate métallique, *sous sa forme condensée, une molécule de sulfate vert peut dissimuler des centaines de molécules de sulfate*.

Mais ces énormes complexes formés par l'union d'une molécule de sulfate vert avec un grand nombre de molécules de sulfate métallique sont, bien entendu, très fragiles et, pour pouvoir constater leur existence, il faut se placer dans des conditions que je préciserai plus loin, en étudiant les divers facteurs qui influent sur leur stabilité. Toutefois, je dirai dès maintenant que, comme cela a été reconnu déjà, pour bien d'autres complexes imparfaits, c'est à 0° et en liqueur acide qu'il convient de les étudier. Toutes les expériences que je vais décrire ont été faites en prenant comme dissolvant une liqueur décinormale d'acide azotique et comme sulfate métallique opposé au sulfate vert le sulfate de potassium. Comme réactif des ions SO^4, j'ai employé, suivant les circonstances, tantôt la benzidine, tantôt le chlorure de baryum. Comme l'ont signalé MM. Kling et Florentin, quand il s'agit de doser les ions SO^4 précipitables, la benzidine donne des résultats plus corrects. Mais quand il s'agit de constater l'absence totale de précipité, le chlorure de baryum est plus sûr, parce que, dans les liqueurs acides comme celles que j'ai employées, le sulfate de benzidine est sensiblement soluble et peut donner des solutions sursaturées, de sorte que l'on ne peut pas conclure avec sûreté d'une absence de précipité. Quoi qu'il en soit et quel que fût le réactif employé, pour chaque expérience, j'ai toujours déterminé, par une mesure spéciale, la correction à effectuer du fait de la solubilité du sulfate de benzidine ou du sulfate de baryum, dans les conditions de l'expérience.

Je vais d'abord établir le fait fondamental, qui est l'influence de l'état de

---

(1) *Ann. Chim. et Phys.*, 8e série, t. 12.

polymérisation du sulfate vert (c'est-à-dire l'âge de la dissolution) sur son pouvoir dissimulateur. Je vais décrire, à titre d'exemple du mode opératoire employé, une des nombreuses expériences que j'ai faites.

Je fais une dissolution titrée de sulfate vert, que je conserve à 0°. Je réalise aussitôt le mélange : 1^{mol} sulfate vert + 140^{mol} SO^4K^2 + 140^{mol} benzidine, de façon que la solution finale soit $\frac{1}{200}$ normale en $\frac{SO^4K^2}{2}$ et décinormale en acide azotique. Je conserve ce mélange pendant une demi-heure en agitant énergiquement de temps en temps, puis je dose le sulfate de benzidine précipité. Je répète ensuite cette expérience à plusieurs reprises en employant la même dissolution de sulfate vert, d'âge croissant. Voici les résultats obtenus dans cette série d'expériences :

Age de la dissolution de sulfate vert ajoutée au sulfate de potassium.	Nombre de molécules SO^4K^2 dissimulées par 1^{mol} de sulfate vert.
0 heure	68^{mol}
2 heures	41
5 »	27
8 »	19
24 »	9
3 jours	0

Ces expériences établissent d'une façon indiscutable l'influence du degré de polymérisation du sulfate vert sur ses propriétés dissimulatrices, puisque, pendant les premières 24 heures, le sulfate vert, d'après les mesures de Colson, s'est dépolymérisé, sans cesser d'être complexe.

Je vais maintenant indiquer les circonstances qui influent sur la stabilité de ces complexes. Un premier facteur qui intervient, c'est l'acidité de la liqueur, qui s'oppose à l'hydrolyse. C'est ainsi que, tandis que dans l'expérience que j'ai décrite, qui était réalisée en liqueur acide décinormale, 1^{mol} de sulfate vert dissimulait 68^{mol}, dans une expérience analogue faite dans l'eau pure, j'ai trouvé que, dans les circonstances les plus favorables, 1^{mol} de sulfate vert condensé ne dissimule que 6^{mol}.

Mais le facteur qui a la plus grande influence sur la fragilité du complexe, c'est la concentration de la dissolution. Plus la dissolution est concentrée, moins les réactifs respectent l'existence du complexe. C'est ainsi que, tandis que dans une dissolution $\frac{1}{200}$ normale en $\frac{SO^4K^2}{2}$ 1^{mol} de sulfate vert dissimule 68^{mol} SO^4K^2, dans une dissolution $\frac{1}{100}$ normale elle n'en dissimule que 18^{mol} et, dans une dissolution $\frac{1}{50}$ normale, 7^{mol} seulement.

Pour les dissolutions de SO^4K^2 plus étendues que $\frac{1}{200}$ normales, je n'ai pu employer la benzidine comme réactif, en raison de la solubilité trop grande du sulfate de benzidine. J'ai employé le chlorure de baryum ; mais alors, pour les raisons déjà indiquées, au lieu de doser la proportion de SO^4K^2 précipité par le réactif dans un mélange de sulfate vert et de SO^4K^2 en excès, j'ai cherché à réaliser des mélanges ne précipitant pas du tout par le chlorure de baryum. J'ai pu ainsi constater que la résistance du complexe croît très rapidement avec la dilution dans des proportions énormes. Voici par exemple une expérience frappante. A une dissolution $\frac{1}{400}$ normale de $\frac{SO^4K^2}{2}$ on ajoute la quantité minuscule de sulfate vert récent nécessaire pour réaliser le mélange : *Une molécule sulfate vert + deux mille quatre cents molécules* SO^4K^2, puis on y verse la quantité équivalente d'une solution $\frac{1}{400}$ normale de chlorure de baryum et l'on abandonne la liqueur à 0°. Au bout de 5 heures, il n'y a encore aucun précipité, alors que, si l'on fait la même expérience en employant du sulfate vert âgé de trois jours, on constate qu'au bout de 5 heures la totalité de SO^4K^2 a été précipitée (compte tenu de la solubilité du sulfate de baryum).

Tous ces faits établissent qu'il y a une profonde différence entre les propriétés du complexe vert condensé $[Cr^2 3SO^4]^2$ et celles du complexe simple. Malheureusement, en raison de la teneur élevée des liqueurs en acide étranger, il n'est pas possible de les soumettre à des mesures physiques.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la vitesse d'absorption de l'acide carbonique par les solutions alcalines.* Note de M. **Paul Riou**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Avant d'aborder l'étude de l'absorption de l'acide carbonique par les solutions ammoniacales, j'ai cru qu'il serait intéressant de déterminer la vitesse d'absorption de l'acide carbonique par les solutions de carbonate neutre de potassium. Cette étude, étant donnée l'allure générale du phénomène, permet de préciser certaines parties de la courbe, qui n'avaient pu être déterminées pour le carbonate neutre de sodium.

J'ai étudié les mêmes facteurs que dans le travail précédent [1]. Ce sont : la concentration en carbonate neutre de potassium, en bicarbonate et en

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1017.

chlorure de potassium, la température et la concentration en acide carbonique.

Les concentrations en carbonate neutre de potassium et en sels étrangers

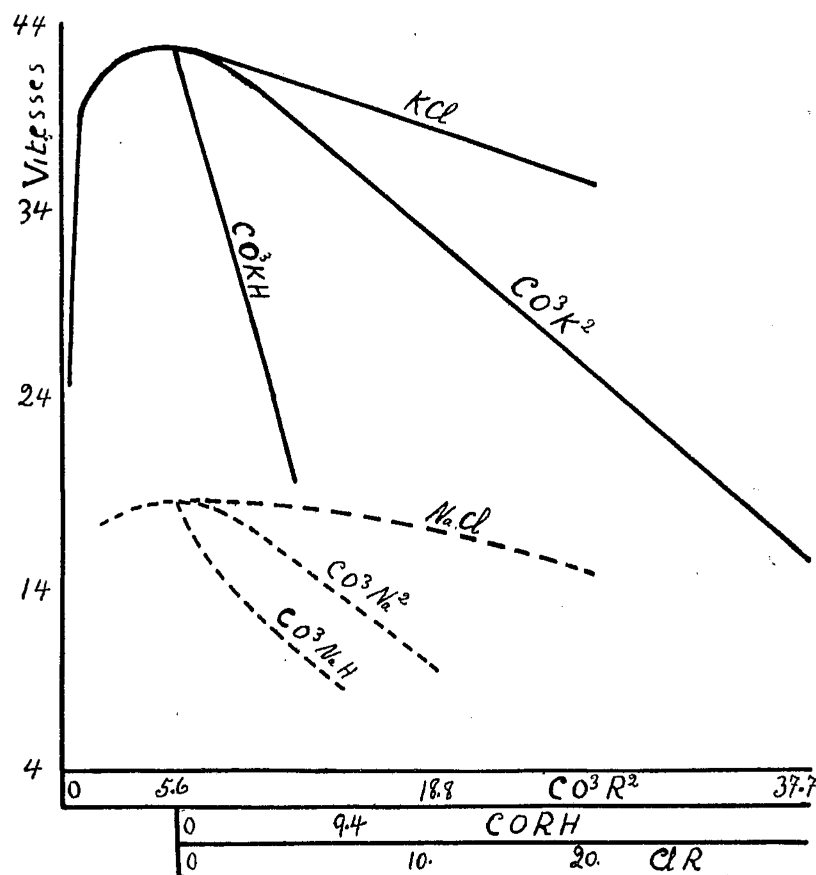


Fig. 1.

sont exprimées en centièmes de molécule-gramme dans 100^g d'eau. Les vitesses V sont données en centimètres cubes de gaz carbonique absorbés en 1 seconde par centimètre carré de surface absorbante. Les variations de la vitesse avec la concentration sont données dans le Tableau suivant :

				CO^3K^2 5,6.		CO^3K^2 5,6.	
CO^3K^2.	$V \times 10^4$.	CO^3K^2.	$V \times 10^4$.	CO^3KH.	$V \times 10^4$.	KCl.	$V \times 10^4$.
0,47	24,60	14,1	36,59	2,3	25,00	6,9	40,54
0,94	36,59	18,8	32,40	4,7	19,73	13,8	38,46
2,8	42,85	22,6	27,80	7,1	15,37	20,7	35,71
5,6	42,85	28,1	22,39	9,4	14,56		
9,4	40,54	37,7	15,37				

Le deuxième Tableau montre l'influence de la température.

Température.	CO^3K^2 0,47.	CO^3K^2 5,6.	CO^3K^2 18,8.	CO^3K^2 37,7.	CO^3K^2 5,6.			CO^3K^3 0,94.
					CO^3KH 2,38.	CO^3KH 7,1.	CO^3KH 7,1. KCl 10,3.	CO^3KH 7,1. KCl 10,3.
15°......	24,60	42,85	32,30	15,37	25,00	15,37		
20......	31,25	55,55	39,47	20,00	30,61	20,54	19,23	6,12
30......	40,53	88,23	57,68	30,00	46,87	30,61	28,30	12,93
40......	57,68	125,00	88,23	46,87	68,18	42,85	41,66	18,75
50......	78,94	187,50	136,36	71,42	100,00	67,18	60,00	27,27
60......	88,23	250,00	187,50	100,78	150,00	89,23	83,33	38,66

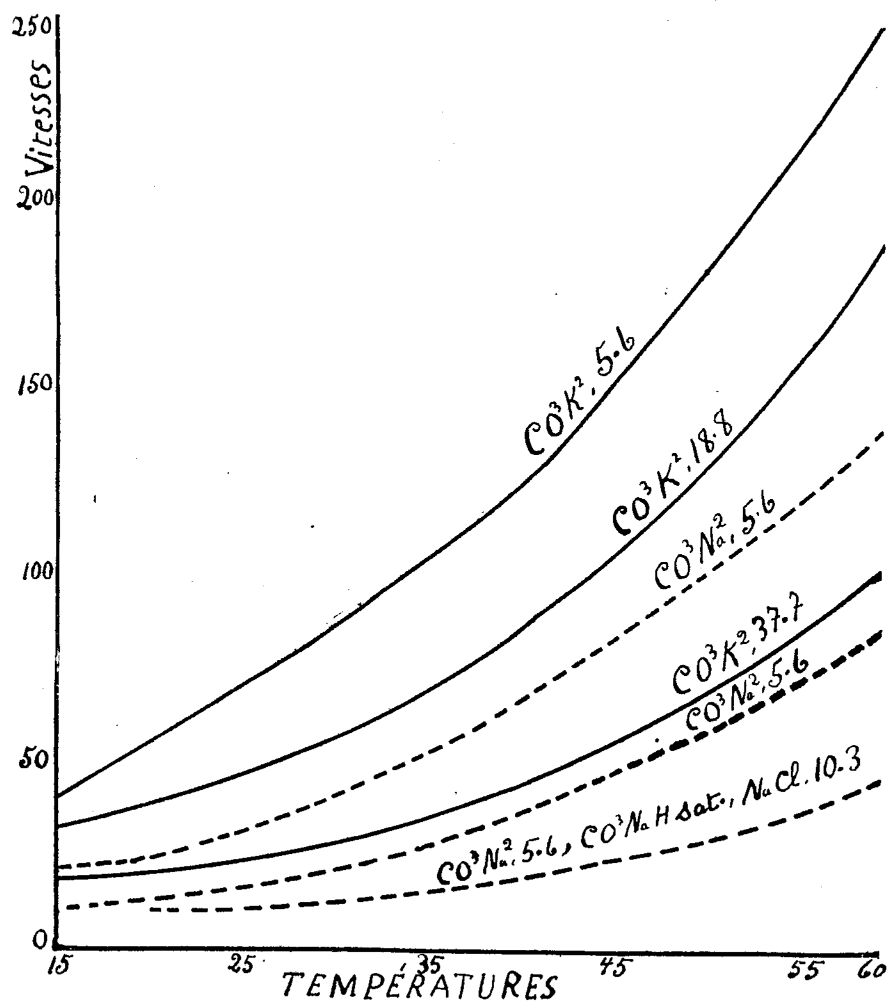


Fig. 2.

Le dernier Tableau montre l'influence de la dilution de l'acide carbonique par l'air.

CO^2 p. 100..	100.	78.	64.	45.	18,3.	11.6.	6.3.
20°.......	55,50	42.30	35,60	25	10,00	4,50	1,90
40°.......	125,00	109.00	81,60	52	19,00	11,00	4,70

Il y a proportionnalité à peu près rigoureuse entre la vitesse d'absorption et la concentration de l'acide carbonique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la préparation de l'azotate d'ammoniaque.* Note de M^{lle} **Wurmser**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

M. Rengade a essayé de préparer pratiquement l'azotate d'ammoniaque en utilisant la double décomposition [1]

$$NH^4Cl + NO^3Na = NO^3NH^4 + ClNa.$$

En partant des données expérimentales publiées par ce savant, M. H. Le Chatelier [2] a représenté sur un diagramme carré les états d'équilibre entre la solution des quatre sels et les sels solides à 16°.

Avec l'assentiment de M. Rengade, j'ai continué l'étude de ce problème et j'ai construit le diagramme pour la température de 100°. J'ai essayé d'en déduire la possibilité théorique d'une séparation de l'azotate d'ammoniaque pur et de calculer le rendement de l'opération.

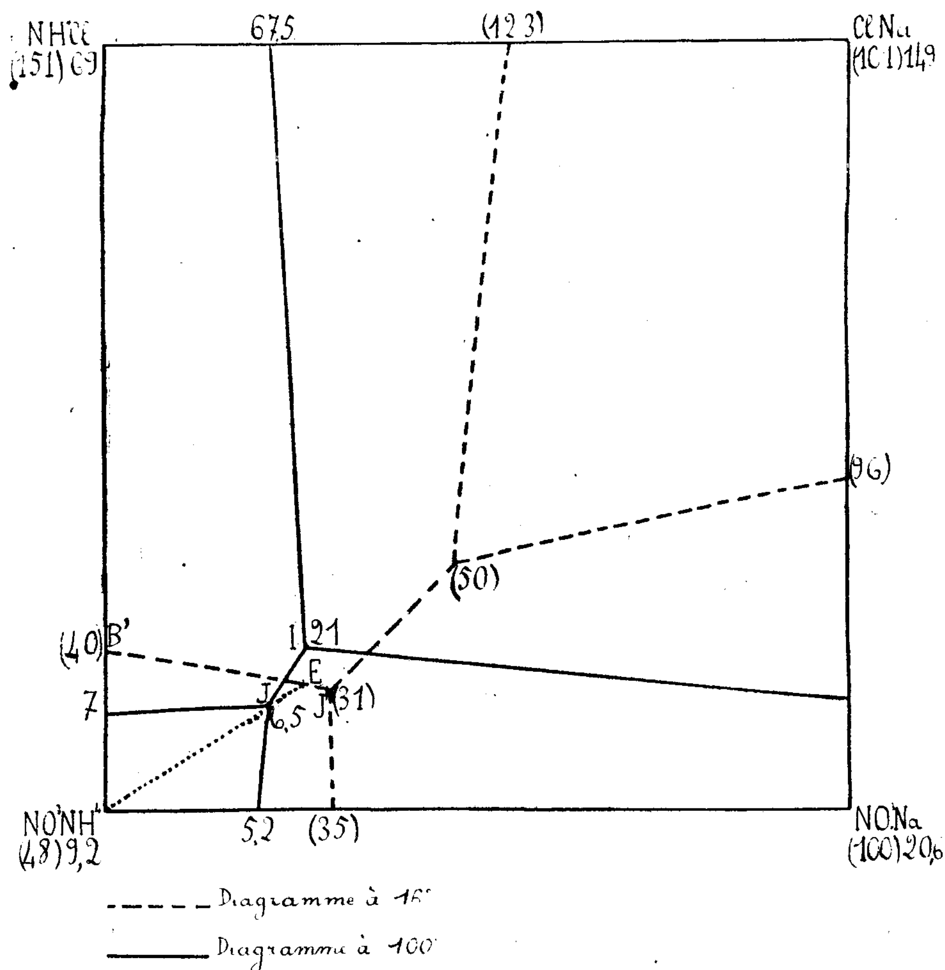
J'ai pour cela déterminé divers points du diagramme à la température de 100° et obtenu les résultats suivants :

Masse de sels dissous dans 100g d'eau.				Nombre de molécules dans 1mol du mélange.				Masse d'eau qui dissout 1mol de mélange.	Sels solides en équilibre avec la solution
ClNa.	$ClNH^4$.	Na^3Na.	NO^3NH^4.	NH^4.	NO^3.	Na.	Cl.		
19,5	61,5			0,776	0	0,224	1	67,5	$ClNa + ClNH^4$
19		169		0	0,86	1	0,14	43	$ClNa + NO^3Na$
		333	1233	0,797	1	0,203	0	5,2	$NO^3Na + NO^3NH^4$
	97,2		1000	1	0,873	0	0,127	7	$NO^3NH^4 + ClNH^4$
				0,734	0,786	0,266	0,214	21	$ClNa + ClNH^4 + NO^3Na$
				0,784	0,865	0,216	0,135	6,5	$ClNH^4 + NO^3NH^4 + NO^3Na$

(1) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 218.
(2) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 345.

A cause de la volatilité de l'azotate et du chlorure d'ammonium les quantités d'eau ont dû être dosées par différence, d'où une légère incertitude pour les points tels que J où la masse d'eau est extrêmement faible vis-à-vis de la masse de sels dissous.

Le diagramme suivant traduit les résultats obtenus.



On voit que les courbes à 100° et à 16° ont sensiblement la même allure. Peut-on déduire de leur comparaison la possibilité d'une séparation de l'azotate d'ammoniaque.

Par concentration à 100° d'une solution contenant chlorure d'ammonium et nitrate de soude, on peut obtenir la composition correspondant au

point J. Le point J se trouvant dans la zone de cristallisation de l'azotate d'ammoniaque à 16°, si l'on refroidit, l'azotate d'ammoniaque cristallisera d'abord, puis d'autres sels. Pour empêcher la cristallisation de ces derniers, on doit éviter de dépasser le point E du diagramme; pour cela il faut, suivant la méthode de M. Schlœsing (¹), ajouter à la solution avant de la laisser se refroidir une quantité d'eau qu'on peut facilement calculer si l'on admet que la courbe dans l'espace qui joint les points B′ et J′ se confond avec une droite.

En effet, en partant de cette hypothèse, on peut aisément déterminer les coordonnées du point E intersection de la droite projection dans le plan de B′ J′ avec la droite qui joint J au sommet voisin du carré.

On trouve pour la composition d'une solution unimoléculaire en E

$0^{\mu},158$ Cl, $0^{\mu},249$ Na,
$0^{\mu},842$ NO^3, $0^{\mu},751$ NH^4.

Nous pouvons en déduire la quantité d'eau qui dissout une molécule de sels en E, soit $32^g,3$.

Calculant alors la fraction de molécule de NO^3NH^4 qui cristallise le long de JE lorsqu'on part d'une molécule du mélange en J, on trouve $0^{\mu},158$ de NO^3NH^4.

Il doit donc rester en E $0^{\mu},842$ de sels dissous, ce qui nécessite en E la présence d'une quantité d'eau égale à $32,3 \times 0,842 = 27^g,2$. Il faudra donc ajouter avant refroidissement une quantité d'eau égale à $27,2 - 6,5 = 20^g,7$.

Ce calcul permet aussi de se rendre compte du rendement de l'opération puisqu'en partant d'une molécule de sels en J qui contient $0^{\mu},865$ de NO^3, on obtiendra le dépôt de $0^{\mu},158$ ou $12^g,7$ de NO^3NH^4.

J'ai pu obtenir ainsi de l'azotate d'ammoniaque presque rigoureusement pur par lavage des cristaux obtenus, avec une solution saturée de nitrate d'ammoniaque.

On pourrait ajouter de nouveau des sels à la solution en E, reconcentrer à 100° et recommencer une cristallisation de NO^3NH^4.

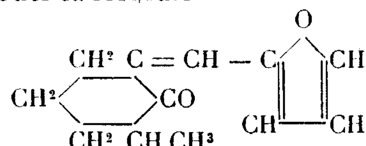
(¹) *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 977.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la furfural-α-méthylcyclohexanone et quelques-uns de ses dérivés et sur les mono- et difurfuralcyclohexanones.* Note de M^lle^ **N. Wolff**, présentée par M. A. Haller.

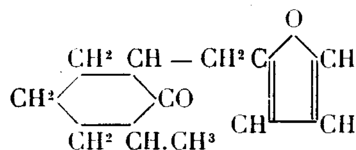
Dans des Comunications précédentes (¹) nous avons décrit la formation du furfuralcamphre et de quelques-uns de ses dérivés et nous avons donné leurs constantes optiques. Dans le présent travail nous exposerons le résultat de la condensation du furfurol avec l'α-méthylcyclohexanone et avec la cyclohexanone et nous décrirons la furfural-α-méthylcyclohexanone et quelques-uns de ses dérivés, la mono- et la difurfuralcyclohexanone.

Les méthodes de préparation ont été les mêmes que celles que nous avons employées dans la série du camphre, nous avons seulement substitué l'éther au benzène comme solvant.

Furfural-α-méthylcyclohexanone. — Le produit de l'action du furfurol sur l'α-méthylcyclohexanone se présente sous la forme de cristaux jaunes fondant à 51° auxquels l'analyse assigne la formule $C^{12}H^{14}O^{2}$. Les conditions dans lesquelles ce corps a été obtenu, ses propriétés et l'analyse nous permettent de lui attribuer la formule



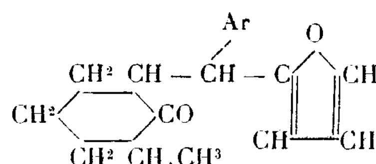
Furyl-α-méthylcyclohexanone. — Contrairement au furalcamphre, la furfural-α-méthylcyclohexanone, soumise à la réduction par l'amalgame de sodium, fixe 2^{at} d'hydrogène sur la double liaison qui unit les deux noyaux. Ce produit de réduction est constitué par une huile jaune distillant à 146° sous 16^{mm}. L'analyse correspond à la formule



Traité par les dérivés organomagnésiens, bromures de phényl et de *p*-tolylmagnésium, la furfural-α-méthylcyclohexanone se combine avec ces

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 1357 et 1404.

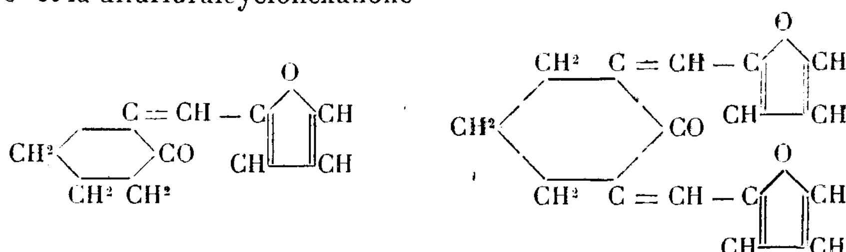
radicaux organiques comme le furalcamphre pour donner naissance aux *phényl* et *p-tolyl-α-méthylcyclohexanone-méthanes*



La phénylfuryl-α-méthylcyclohexanone-méthane est une huile épaisse de couleur jaune, bouillant à 206° sous 16^{mm}.

La p-tolyl-α-méthylcyclohexanone-méthane est une huile plus épaisse encore que la précédente et bouillant à 220° sous 16^{mm}.

La condensation du furfurol avec la cyclohexanone, dans les mêmes conditions, fournit, comme on peut le prévoir, deux dérivés différents : la mono- et la difurfuralcyclohexanone



qui peuvent être séparés par distillation fractionnée et par leur solubilité très différente.

La monofuralcyclohexanone est un corps cristallisé de couleur jaunâtre, fondant à 47°. Elle est très soluble dans l'éther, l'alcool et l'éther de pétrole.

La *difuralcyclohexanone* cristallise en aiguilles d'un jaune vif et fond à 145°. Elle est soluble dans le benzène, mais à peine soluble dans l'éther, l'alcool et l'éther de pétrole.

Les réfractions moléculaires de ces corps sont en accord avec celles du furalcamphre et de ses dérivés.

Les mesures ont été faites en solution toluénique 0,15-0,4 normale; celles de la difuralcyclohexanone, seulement, à cause de sa très petite solubilité, en solution 0,05-0,06 normale. Nous avons tenu à déterminer les réfractions de ce corps dans le même solvant que celles des précédents, mais nous ne garantissons pas leur exactitude et nous les referons plus tard dans un autre solvant.

Nous donnons ici un Tableau des nombres que nous avons obtenus.

Nom de la substance.	Formule.	MRα trouvé.	MRα calculé.	MRD trouvé.	MRD calculé.
Fural-α-méthylcyclohexanone	$C^{12}H^{14}O^2 \vert\overline{3}$	58,30	53,13	58,96	53,47
Furyl-α-méthylcyclohexanone	$C^{12}H^{16}O^2 \vert\overline{2}$	53,60	53,63	53,92	53,93
Phénylfuryl-α-méthylcyclohexanone-méthane	$C^{18}H^{20}O^2 \vert\overline{5}$	79,03	77,54	79,39	78,04
p-Tolylfuryl-α-méthylcyclohexanone-méthane	$C^{19}H^{22}O^2 \vert\overline{5}$	82,96	82,14	84,52	82,66
Monofuralcyclohexanone	$C^{11}H^{12}O^2 \vert\overline{3}$	52,86	48,54	54,69	48,85
Difuralcyclohexanone	$C^{16}H^{14}O^3 \vert\overline{4}$	78,39	69,48	85,81	69,98

Nom de la substance.	Formule.	MRβ trouvé.	MRβ calculé.	β − α trouvé.	β − α calculé.
Fural-α-méthylcyclohexanone	$C^{12}H^{14}O^2 \vert\overline{3}$	61,21	54,23	2,90	1,10
Furyl-α-méthylcyclohexanone	$C^{12}H^{16}O^2 \vert\overline{2}$	54,82	54,63	1,22	1,00
Phénylfuryl-α-méthylcyclohexanone-méthane	$C^{18}H^{20}O^2 \vert\overline{5}$	80,70	80,19	1,62	2,65
p-Tolylfuryl-α-méthylcyclohexanone-méthane	$C^{19}H^{22}O^2 \vert\overline{5}$	86,61	84,86	3,05	2,72
Monofuralcyclohexanone	$C^{11}H^{12}O^2 \vert\overline{3}$	57,62	49,56	4,76	1,02
Difuralcyclohexanone	$C^{16}H^{14}O^3 \vert\overline{4}$	95,41	71,10	7,02	1,62

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur une lampe à formol.* Note de M. E. **Berger**, présentée par M. G. Lemoine.

La lampe à formol, proposée par Trillat ([1]) puis par Tollens ([2]), malgré divers perfectionnements ultérieurs ([3]), n'a pu être jusqu'ici effectivement employée à la désinfection de locaux, dans les conditions réglementaires fixées par le Conseil supérieur d'Hygiène. Il faut en chercher la raison dans son rendement et dans son débit trop faibles; on préfère, soit pulvériser la solution de formol, soit dépolymériser le trioxyméthylène.

Il a semblé intéressant, pour éviter des transformations préalables coûteuses, de chercher à établir une lampe à formol de fort débit et de rendement suffisant, de faible encombrement, et d'un prix de revient modéré.

Le problème du rendement a été résolu en remarquant que dans les modèles connus jusqu'ici, la proportion d'air et de vapeurs d'alcool méthylique passant sur le catalyseur était trop riche en air; une fraction importante de l'alcool subissait la combustion totale; de plus, le contact du mélange gazeux et du catalyseur était souvent par trop imparfait. Il fallait donc augmenter,

---

([1]) Trillat, Brevet allemand **81023**, 18 octobre 1894.

([2]) Tollens, *Ber. chem. Gesells.*, t. **28**, 1895, p. 261.

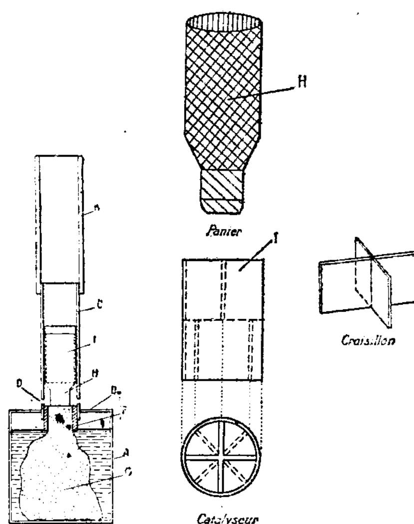
([3]) Bouhard, Brevet français **412501**, 3 mai 1910.

pour un tirage donné, la quantité d'alcool évaporée, c'est-à-dire employer une plus grande partie de la chaleur de la réaction à échauffer la mèche qui alimente la lampe. A cet effet, le modèle établi, analogue comme disposition générale à un dispositif de M. Trillat, comporte comme perfectionnement essentiel l'emploi d'un panier bon conducteur, en toile de cuivre, contenant le catalyseur et muni d'une base massive qui repose directement sur la mèche, de grande surface, et l'échauffe.

De plus, la cheminée, qui sert de chambre de réaction, est calorifugée pour réduire les pertes de chaleur.

Le débit, déjà fortement augmenté par le chauffage de la mèche, est amélioré par l'emploi d'une cheminée supplémentaire.

Description. — L'appareil comporte un bocal A, de forme basse, de 500^{cm}, renfermant l'alcool méthylique. Ce bocal est fermé par un bouchon de liège B, vernissé, traversé par une cheminée de cuivre rouge C. La cheminée, percée au-dessus et près du bouchon, de huit orifices D, est calorifugée par un revêtement de papier d'amiante. Une mèche annulaire F, en coton tressé, est fixée dans la cheminée, sa partie supérieure au niveau des orifices; elle est bourrée d'une masse de coton hydrophile G, plongeant dans le bocal.



Un panier en toile de cuivre, muni d'un prolongement inférieur, également en toile de cuivre, peut glisser dans la cheminée; il contient le catalyseur. Une cheminée amovible K, en carton ou en métal mince, se fixe à frottement sur la cheminée de cuivre.

Catalyseur. — Deux catalyseurs différents ont été expérimentés. Le premier est constitué par un comprimé cylindrique, composé de 80 pour 100 de noir de fumée et 20 pour 100 d'oxyde de cuivre. Le second, entièrement en carton d'amiante argenté, est formé d'une surface latérale cylindrique cloisonnée intérieurement par deux croisillons superposés et décalés de 45°, de façon à former chicane au passage du gàz. Le dispositif est argenté par trempages successifs dans le nitrate d'argent ammoniacal et le formol tiède.

Fonctionnement. — 1° *Avec le comprimé.* — On allume le comprimé catalyseur sur sa circonférence de base en le présentant à une flamme. On l'introduit, la partie incandescente en bas, dans le panier, et l'on fait tomber le tout dans la cheminée; on place la cheminée amovible. Le dégagement de formol s'effectue aussitôt, jusqu'à épuisement de l'alcool. Le catalyseur en action ne s'altère pas; le charbon ne brûle que lorsque l'alcool est épuisé.

2° *Avec le cylindre argenté.* — L'ensemble panier-catalyseur, tenu avec une pince, est chauffé au rouge sombre sur une flamme, puis introduit rapidement dans la cheminée; on place la cheminée amovible. La partie inférieure du cylindre reste incandescente; il n'y a pas d'extinctions.

Résultats. — Le débit, mesuré par pesées successives de la lampe, est voisin de 100^g à l'heure; l'appareil se vide donc en 4 heures.

La mise au point a nécessité une centaine de dosages de formol effectués comme suit : De l'air, aspiré à la trompe, traverse d'abord la lampe, dont la cheminée est munie d'un bouchon et d'un tube abducteur, puis le mélange gazeux, après réaction, se rend dans un réfrigérant descendant suivi de trois barboteurs successifs contenant de l'eau, puis dans un compteur à gaz. On note la perte de poids de la lampe pendant l'expérience ainsi que le débit du compteur; on dose, à l'iode, le formol du liquide des barboteurs.

On a eu soin de régler l'aspiration de façon que le débit de la lampe, en tirage forcé, soit voisin de celui qu'elle donne en tirage naturel.

On constate que, pour un même catalyseur, le rendement maximum est atteint lorsque les caractéristiques de l'appareil sont telles que le mélange gazeux contienne un peu moins d'air que ne l'exigerait l'équation de la réaction théorique. Entre 80 et 95 pour 100 de l'air théorique, le rendement est sensiblement constant.

Avec les comprimés à l'oxyde de cuivre, le rendement est voisin de 25 pour 100 et n'a jamais dépassé 30 pour 100; et à condition seulement que l'oxyde de cuivre soit très pur, celui qui donne les meilleurs résultats est l'oxyde Cu^2O précipité de l'acétate par le glucose.

Avec l'amiante argenté, le rendement moyen est de 35 à 40 pour 100, on a obtenu jusqu'à 45 pour 100. Il n'est pas possible d'aller plus loin à

cause du contact imparfait des gaz et du catalyseur; lorsqu'on cherche à diminuer l'espace offert au gaz dans la traversée de ce dernier, le tirage naturel de la lampe devient impossible.

Applications. — L'appareil décrit a été appliqué à la désinfection en surface des locaux. Les expériences ont été effectuées par le Laboratoire du Conseil supérieur d'Hygiène publique de France dans les conditions réglementaires qui comportent notamment la stérilisation des crachats secs tuberculeux. Elles ont conclu à l'efficacité de la lampe présentée [1], employée à raison d'une lampe de 500$^{cm^3}$ par 20$^{m^3}$ de local à désinfecter.

Avec les comprimés au cuivre et de l'alcool méthylique pur (dénaturé par 3 pour 100 de formol), le contact nécessaire est de 15 heures.

Avec le catalyseur en amiante argenté, on a pu employer le méthylène commercial et le contact a été réduit à 8 heures; ce dernier a donc été définitivement adopté, bien qu'il nécessite un chauffage préalable, alors que les comprimés fonctionnent par simple allumage.

GÉOLOGIE. — *Sur l'allure tectonique des couches crétacées et tertiaires aux environs de Haro* (province de Logroño, Espagne). Note de M. **H. Joly**.

Au début de mes recherches sur la Chaîne Celtibérique, j'ai entrepris de relier les plissements de ces montagnes avec ceux de la Chaîne Hespérique par l'étude de la région de Téruel, Albarracin, Montalban, ce qui me permit de découvrir des phénomènes de charriage. J'ai constaté ensuite, çà et là, tout le long de la chaîne et jusqu'aux environs d'Ezcaray, de semblables phénomènes tectoniques. Il devenait intéressant dès lors de rechercher, au moins à titre de comparaison, quelle pouvait être aussi l'allure tectonique des contreforts les plus méridionaux de la Chaîne Pyrénéenne, contreforts faisant pendant au Nord de la vallée de l'Èbre, aux montagnes de la Sierra de la Demanda, brusquement dressées au Sud.

J'ai pu observer assez en détail, un peu en amont de Haro, le défilé pittoresque des gorges de l'Èbre. Le fleuve s'est créé un chemin au travers des calcaires crétacés fortement redressés, en cheminant à contre-pendage, car les couches plongent au Nord et le fleuve coule vers le Sud.

Une des premières particularités qu'il importe de faire ressortir est précisément la direction du pendage des couches. J'ai fait remarquer dans mes

(1) Autorisation n° 146 du Ministère de l'Hygiène, de l'Assistance et de la Prévoyance sociales, novembre 1920.

Notes précédentes (voir ici même, Notes du 20 mars et du 1er mai 1922) que dans toute la longueur de la Chaîne Ibérique, le pendage général des couches était dirigé vers le Sud, au moins dans les accidents tectoniques révélant de puissants efforts de plissements. A Ezcaray notamment, localité située directement au Sud et à une trentaine de kilomètres de Haro, les accidents tectoniques démontraient une forte poussée venant du Sud, déterminant les chevauchements et les écailles dont il a été parlé. Or Ezcaray se trouve au pied du versant Nord du massif imposant de la Sierra de la Demanda (prolongement Nord-Ouest de la Sierra de Moncayo, et renflement comme cette dernière Sierra, de la Chaîne Celtibérique) et en bordure méridionale de la plaine tertiaire et quaternaire de la vallée de l'Èbre.

Il est au moins curieux de voir se dresser au Nord de ce point, de l'autre côté de la vallée de l'Èbre, et précisément à l'endroit où cette vallée se resserre, des montagnes, où l'inclinaison des couches et les phénomènes tectoniques démontrent un sens de poussée orogénique directement opposé à celui constaté au Sud.

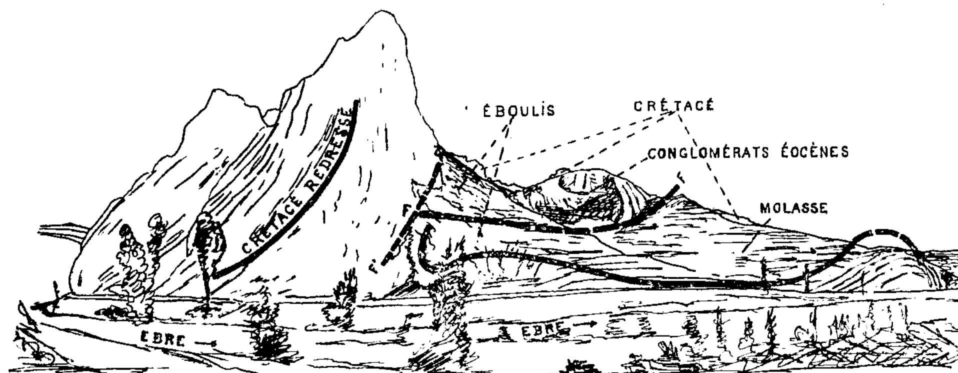
La poussée est venue cette fois du Nord, mais on n'est plus, il est vrai, dans la Chaîne Celtibérique; on entre dans les contreforts méridionaux de la Chaîne Pyrénéenne qui se signalent ici comme des chaînons ou bourrelets courant de l'Est à l'Ouest.

Ainsi, schématiquement, la vallée de l'Èbre se présente comme une plaine d'effondrement, où se sont accumulés les sédiments tertiaires et quaternaires, qui fût resserrée assez récemment et comprimée entre des mâchoires dressées l'une vers l'autre, la mâchoire du Sud ayant tendance à se déverser vers le Nord et celle du Nord ayant au contraire tendance à se déverser vers le Sud.

Une deuxième particularité à signaler est la forme spéciale de l'accident tectonique des gorges de Haro. Le dessin suivant, schématisé d'après une photographie panoramique, montre la disposition des assises et rend compte de l'accident tectonique :

Le Crétacé, violemment et brusquement redressé vers le Sud, chevauche par l'intermédiaire d'une faille presque verticale F′ F′, donnant lieu à une magnifique muraille calcaire (à gauche de la ligne F′ F′) les couches de mollasse inclinées d'abord dans le même sens, c'est-à-dire renversées sur elles-mêmes (suivant le trait plein en noir). La molasse que certains auteurs rapportent au Miocène, mais que Larrazet attribue à l'Oligocène, reprend bientôt une allure plus doucement ondulée et dégénère à 500m environ au Sud de la faille, en une belle voûte anticlinale déversée vers le

Sud. De plus, chevauché par le Crétacé, mais reposant par l'intermédiaire d'une faille horizontale (tracée en pointillé FF) sur cette molasse, se dresse un imposant noyau de conglomérats tertiaires (Éocène supérieur ou Oligocène inférieur). Il dessine un pli dissymétrique irrégulier, témoignant par son allure des efforts de compression subis. Ce noyau de conglomérats,



Dessin-coupe sur photographie, prise légèrement en aval des Gorges de Haro, de la rive droite vers la rive gauche.

charrié sur la molasse et pincé sous le Crétacé, joue le rôle d'une écaille ou, à mieux dire, d'un lambeau de poussée, arraché au flanc renversé du synclinal tertiaire de l'Èbre refoulé vers le Sud par la masse crétacée du chaînon des Pyrénées.

Les plissements ont donc été de grande intensité au Nord de la vallée de l'Èbre comme au Sud, et les phénomènes de charriage auxquels ils ont donné lieu y sont du même ordre, tout en étant de sens opposé. Ils ont provoqué le resserrement de la vallée de l'Èbre.

GÉOLOGIE. — *Sur les stades glaciaires et sur un vallon enregistreur des stades (Bédinat, Chaîne de Belledonne).* Note (¹) de M. **P. Lory**, présentée par M. W. Kilian.

Durant les temps qui se sont écoulés depuis l'apogée de la dernière glaciation, l'enneigement et l'étendue des glaciers alpins sont passés par une série de maxima secondaires : ce sont les *stades* d'A. Penck. Leur ampleur, beaucoup moindre dans l'espace et surtout dans la durée, diffé-

(¹) Séance du 29 mai 1922.

rencie les stades et les phases interstadiaires d'avec les glaciations et les périodes interglaciaires. Dans la sinusoïde complexe des oscillations glaciaires, les « stades » se placent entre les « glaciations » et les « pulsations », sans que l'on sache bien si les plus récents d'entre eux se confondent avec les « variations pluriséculaires » constatées dans les temps historiques, ou si celles-ci constituent encore un ordre distinct. Un stade est défini par sa place dans la série des oscillations de même ordre et, pour un glacier donné, par l'étendue de celui-ci et par l'altitude de la limite locale des neiges persistantes à l'époque correspondante.

Il semble qu'un moyen direct de déterminer ces éléments doive être fourni par l'étude de vallées où tous les stades aient existé dans des états comparables et aient laissé des traces nettes. Mais ces conditions ne se sont presque jamais réalisées : ou bien l'érosion a détruit certaines des moraines, ou aux stades anciens le glacier était coalescent avec un tronc plus important et par suite on n'a pas son front, ou les stades récents manquent par insuffisance d'altitude des crêtes, ou enfin, si la vallée est ramifiée, les confluences et disjonctions de bras glaciaires, variant de phase en phase, faussent la comparaison entre les stades.

En fait, notre connaissance des stades reste encore très fragmentaire et trop peu précise : la contribution que je désire lui apporter ici en tire un certain intérêt.

Dans le bassin hydrographique de l'Isère, lors des stades que l'on peut appeler « finiwurmiens », — ceux qui se placent entre le maximum de la dernière glaciation et le grand retrait qui l'a suivie, — les glaciers locaux continuaient presque tous à rejoindre les troncs des grandes vallées, lesquels s'allongeaient encore jusqu'au bord des Alpes. Dans une telle coalescence, il est impossible de reconstituer les états correspondant à chacun de ces stades; seul le dernier d'entre eux pourrait être défini, en reprenant une tentative d'A. Allix, pour les glaciers du bord interne du Vercors, disjoints à ce moment d'avec le glacier du Drac par le retrait de celui-ci.

Durant les stades « postwurmiens », au contraire, un grand nombre d'appareils glaciaires sont isolés; en outre, des dépôts bien nets ont été laissés en beaucoup de vallées. Ces conditions facilitent les recherches. Elles ont surtout porté, jusqu'ici, sur le nombre de ces maxima : successivement a été établie l'existence dans ce bassin de deux stades extrêmes (P. Lory, stade d'Eybens et stade des moraines patinées d'Arsines), puis de stades intermédiaires (Ch. Jacob, Grandes Rousses; W. Kilian et J. Revil, Maurienne et Haut-Grésivandan; Ch. Pussenot, moyenne Maurienne et Doron de Bozel).

Mais aucune vallée jusqu'ici décrite n'a conservé complète la série des stades postwurmiens; or c'est là ce que nous fournit un vallon occidental de Belledonne, celui de Bédinat, qui, avec une direction O-N-O, excave l'extrémité sud-ouest du massif d'Allevard (Carte au $\frac{1}{20000}$, région de Moutiers, feuille XVI, 3).

C'est un pur type de vallée glaciaire simple.

Un seul cirque en occupe le haut; les crêtes latérales sont à peu près rectilignes et perpendiculaires à celle du fond (2422^m); jusque vers 1450^m, c'est la structure en gradins, avec les paliers de 2100^m (seuil du cirque), 1910^m (habert ruiné), 1765^m, 1660^m (Bédinat-dessus). Sauf dans les parties les plus abruptes des barres, de la moraine de schistes cristallins recouvre tout ce tronçon; très perméable, elle absorbe toutes les eaux : grâce à cette suppression de l'érosion torrentielle, les bourrelets se sont conservés intacts. De 1420^m jusqu'à Bédinat-dessous s'allonge un « plan des eaux ». Puis des bourrelets réenvahissent le lit glaciaire; le ruisseau s'échappe par une dépression de la moraine de gauche qui, se relevant, dépasse le débouché du vallon dans la cuvette des Adrets, lobe de la bordure liasique du Grésivandan, et se termine en un beau vallum latéro-frontal, dont le pied est à 980^m. La moraine wurmienne du Grésivandan, caractérisée par ses granites, tapisse tout le fond des Adrets ainsi que, jusque vers 1200^m, les croupes encadrant le débouché de Bédinat; les bourrelets dont elle s'accidente sont à peu près orthogonaux au vallum local. L'indépendance des deux formations glaciaires est donc complète : on est en présence d'un *vrai stade*, où le glacier local a fortement empiété sur l'aire qu'occupait auparavant le glacier du Grésivandan. Ce stade a pour homologues, au même flanc de Belledonne, celui de la Boutière (900^m), dans le vallon adjacent, et celui de la Combe Lancey (500^m) au sommet du gradin de confluence de cette vallée : il s'agit donc du stade d'Eybens.

Ainsi le glacier *néowurmien* de Bédinat avait sensiblement même longueur que ce vallon, dont sa pointe dépassait légèrement le débouché. Le pourtour de sa langue peut être tracé sans trop d'incertitude. Des bourrelets marquent des arrêts dans le début du recul.

L'ensemble des moraines qui revêtent le tronçon supérieur est tout à fait indépendant de ce grand stade, On y distingue cinq systèmes, le vallum le plus avancé du système supérieur recouvrant et recoupant chaque fois les bourrelets du précédent. Ce sont donc autant de maxima importants, *autant de stades*. Nombre d'états de retrait des langues sont en outre dessinés.

L'avant-dernier système ne dépasse le cirque que par une langue étroite, à vallum demi-gazonné. Dans le cirque même, où des taches de neige persistent jusqu'en fin juin, il n'y a que des éboulis de névé, frais, dessinant un arc au bas des principaux talus d'avalanches; à ces névés se sont réduites les neiges permanentes du maximum du XIX^e siècle. Par d'autres

cirques de ce versant, nous savons qu'aux expositions favorables la limite des neiges se trouvait alors vers 2450^{m}.

Pour les autres stades il est possible de tracer sur la Carte au $\frac{1}{20000}$ le contour approximatif du glacier, donc aussi d'en planimétrer la surface. Mais dès lors la *limites des neiges* correspondant à chaque stade peut être déterminée par la « méthode de Bruckner » (courbe de niveau de la surface du glacier limitant le quart de la projection horizontale à partir du front) : on sait que sur les glaciers actuels la comparaison des résultats de ce procédé empirique avec ceux de l'observation directe est assez satisfaisante.

Voici le Tableau des données numériques sur les stades de Bédinat :

Stade.	Projection horizontale. Longueur.	Surface.	Altitude la plus basse du front.	Limite locale des neiges (Méth. Bruckner).
	m	ha	m	m
I. Eybens (Néowurm.).....	4000	238	980	1360
II.	1750	106	1420	1770
III.	1450	89	1600	1860
IV.	1040	62	1760	1970
V.	520	20,5	1940	2160
VI. (Max. du XIX^{e} siècle.)...	270	?	2110	?

Grâce à ce vallon enregistreur, on possède désormais une base de comparaison assez précise pour tout l'ensemble des stades postwurmiens.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Le système glaciaire du Beerenberg de Jan Mayen.* Note de M. **P.-L. Mercanton**, présentée par le prince Bonaparte.

Le revêtement presque continu de neige et de glace qui habille le grand volcan éteint de Jan Mayen, le Beerenberg, et qui fait de cette montagne arctique l'exemple probablement le plus parfait du volcan englacié (le mont Rainier, en Californie, en serait la réplique) n'avait guère été étudié jusqu'à présent systématiquement, bien que de nombreux navigateurs, les Scoresby, les Charcot, les savants norvégiens du Vöringen et la mission autrichienne Wohlgemuth, entre autres, y aient déjà recueilli une documentation abondante, documentation d'autant plus précieuse que la glaciation de Jan Mayen semble avoir éprouvé dans les temps modernes des modifications très fortes.

La connaissance complète de la distribution des masses glaciaires supposait d'ailleurs l'ascension du cône terminal du Beerenberg, exploration tentée en 1882 par la mission autrichienne mais sans succès.

Grâce à l'extrême complaisance de l'ingénieur Ekerold, qui s'en allait créer à Jan Mayen la station météorologique et radiotélégraphique qui vient de rendre de si utiles services à la navigation, j'ai pu passer quatre semaines de l'été 1921 dans l'île et y obtenir aussi le concours efficace et bienvenu d'un petit groupe de naturalistes britanniques qui profitait des mêmes facilités.

Accompagné de MM. J.-M. Wordie, professeur à l'Université de Cambridge et Th. Lethbridge, étudiant à la même Ecole, j'ai réussi le 11 août 1921 à atteindre le rebord du cratère et le point culminant du Beerenberg (environ 2500^m). L'ascension s'est faite directement de la baie de Jameson et en deux étapes. La première nous a conduit en 3 heures, par la vallée Ekerold à un bivouac aménagé en marge du glacier, vers 750^m d'altitude; la seconde étape, en 8 heures, de ce point au sommet, par la base peu inclinée du volcan d'abord et jusqu'à 1600^m, puis par les pentes très raides et très crevassées du flanc SW jusqu'au rebord du cratère vers 2400^m, et enfin à son culmen occidental. En dépit du temps peu favorable nous avons pu constater, pour la première fois, que ce cratère formait un cirque large de 1^{km} environ, aux parois abruptes, profondes de 200^m à 300^m et égueulé vers le Nord. Cet égueulement laisse fuir, dans une descente abrupte vers l'Océan, les glaces qui remplissent la caldeira et qui représentent le véritable collecteur du glacier Weyprecht. Ce point est ainsi acquis.

Mes observations au cours d'un périple du Beerenberg, corroborées par les documents antérieurs et tout particulièrement par les précieuses photographies du D^r Charcot, permettent en outre de tracer une esquisse suffisamment précise du système glaciaire du Beerenberg tel qu'il se présentait en 1921 :

Ce système comprend quatre parties distinctes. En faisant le tour du Beerenberg par le nord-est, à partir du glacier Weyprecht, on a :

I. *Le groupe du glacier Weyprecht*, qui comprend :

a. Le Weyprecht lui-même, qui seul provient du cratère;

b. Les deux amas de glace inférieurs qui s'alimentent dans le cirque limité par l'arête rocheuse descendant du sommet oriental du volcan.

Tous ces courants atteignent la mer.

II. *La collerette glaciaire septentrionale du Beerenberg*, qui comprend :

a. Le glacier Kjerulf, très individualisé encore et qui s'avance dans la mer;

b. Le glacier Svend Foyn qui en fait autant;

c. Les franges de glace qui dévalent les abrupts côtiers entre le Svend Foyn et la baie orientale de la Croix;

d. Les lobes glaciaires qui se dissipent sur le terrain, en arrière du cratère Sars;

e. Les lobes du glacier Dufferin, sur la face Est, dominant les flots;

f. Les deux affluents composant le glacier Friele, qui atteint la mer.

III. *Le groupe du cirque oriental*, qui comprend :

a. Le glacier Grieg, principalement;

b. L'affluent septentrional du glacier Wille.

Ces deux courants de glace atteignent la mer.

IV. *La collerette glaciaire méridionale-occidentale du Beerenberg*, qui comprend :

a. L'affluent sud du glacier Wille, lequel affluent descend de la croupe neigeuse constituant l'arête SE de la montagne;

b. Les lobes du glacier Petersen, au-dessus de la mer;

c. Les deux franges, peu étendues, au revers sud de l'arête SE;

d. Le très important glacier du Midi, qui descend jusqu'au voisinage des flots;

e. L'ensemble de lobes frontaux peu découpés qui s'étend jusqu'au lobe ou glacier occidental;

f. Ledit glacier occidental, descendant à l'est de la baie occidentale de la Croix, mais n'atteignant pas la mer;

g. L'étroit courant de glace atteignant la mer à l'est du Cap NW.

Il ne semble pas y avoir de glaciers en dehors du massif du Beerenberg. Peut-être cependant doit-on considérer comme une formation de ce genre les remplissages typiques du haut des barrancos du vieux cratère Bombelles, dans le sud-ouest de Jan Mayen.

D'ailleurs, la glaciation du Beerenberg semblait partout en décroissance : les appareils Weyprecht, Kjerulf et Svend Foyn, sur la côte Nord, non plus que les glaciers atteignant la mer sur la face Est, ne vêlaient pas du tout, en dépit du crevassement de leurs fronts. Certains lobes cessaient de parvenir au bord de l'eau même, où ils n'avaient laissé que des lambeaux de glacier mort fortement recouverts de détritus rocheux. Quant au glacier du Midi, il n'avait qu'une vitesse d'écoulement frontal d'un demi-centimètre par jour et a certainement reculé depuis 1882.

Il est très remarquable, d'autre part, que les importants appareils de la côte Nord, de même que le glacier si étendu du Midi, ne sont l'objet d'aucune mention antérieure au milieu du XIX^e^ siècle. Leur importance était-elle donc si atténuée auparavant ?

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la coloration ocre que présentèrent en mars 1922 les neiges du Briançonnais.* Note ([1]) de MM. **Pons** et **Rémy**, transmise par M. Ch. Depéret.

Le 12 mars dernier, les habitants de la haute vallée de la Durance voyaient avec surprise que la neige de leurs montagnes, jusqu'alors d'une blancheur immaculée, avait subitement pris une teinte ocre, coloration variable d'ailleurs, plus claire ou plus foncée, plus grise ou plus rougeâtre suivant les régions, sans doute à cause de l'inégale épaisseur de la couche colorée.

De plus, fait curieux, la base comme les hauts sommets des montagnes avaient gardé à peu près leur aspect naturel, comme si le dépôt formé était dû à des courants atmosphériques qui régnaient à certaine altitude.

Les jours suivants la couleur ocreuse parut encore plus accentuée, en raison vraisemblablement du contraste qu'elle offrait avec de récentes avalanches de neige parfaitement blanches.

Enfin, les 20 et 21 mars, des chutes de neige rendaient au pays son aspect accoutumé.

Quelle était la nature de ce dépôt coloré? Était-il organique ou minéral? Était-ce là des algues unicellulaires semées par les vents, des poussières de pollen, ou plus simplement une poudre d'ocre? Et enfin, quelle pouvait être son origine?

Le 19 mars, un prélèvement de neige colorée était effectué sur les pentes du Gondran, vers 2350m d'altitude, par le poste militaire de skieurs de la Seyte, descendu à Briançon et remis à l'un de nous aux fins d'analyse.

Le dépôt, séparé par centrifugation de l'eau de neige à laquelle il était mélangé, se présente, après dessiccation à 100°, sous forme de poudre impalpable jaune grisâtre qu'on ne saurait mieux comparer qu'à la terre de Sienne naturelle utilisée en peinture.

Au microscope, à un grossissement de 300-400 diamètres, c'est une poussière formée de particules amorphes ou cristallines, à cristaux le plus souvent très fragmentés; ces particules sont incolores ou colorées en gris, en jaune, en brun plus ou moins foncé. On peut y reconnaître des paillettes miroitantes de mica et des grains anguleux de quartz. Enfin, certaines particules informes sont organiques et se colorent par les réactifs ordinaires.

A la calcination, la poudre charbonne très légèrement, preuve qu'elle renferme

([1]) Séance du 29 mai 1922.

quelque peu de matière organique, et perd au rouge vif un dixième de son poids; elle apparaît alors plus foncée qu'auparavant, de teinte plus brune.

La poudre calcinée ne paraît guère attaquable par les acides. Après décomposition par fusion à l'aide de carbonates alcalins, l'analyse chimique y révèle en abondance : l'acide silicique, l'alumine et le fer.

Nous en conclurons que le dépôt couleur ocre est un silicate d'alumine, c'est-à-dire une argile, mélangé à de fines particules de mica et de quartz, coloré par de l'oxyde de fer et renfermant une faible proportion de poussières organiques. Notons toutefois l'absence complète de débris d'organismes microscopiques : algues ou foraminifères siliceux (diatomées, radiolaires) si facilement reconnaissables.

L'analyse chimique, si elle nous renseigne exactement sur la composition de cette poudre impalpable répandue sur le Briançonnais, ne nous donne malheureusement guère d'indications au sujet de son origine, car les terrains argileux, qui ont pu lui donner naissance, abondent dans la nature. Là, nous en sommes réduits aux conjectures. Disons tout de suite que toute hypothèse à cet égard peut être infirmée ou confirmée par des renseignements météorologiques généraux. Or nous savons seulement que les vents dominants de notre région venaient à ce moment du Sud-Ouest.

Les habitants, tant soit peu instruits, n'hésitaient pas à attribuer au dépôt qui nous occupe une origine vésuvienne. Cette hypothèse est peu plausible en raison de l'absence des inclusions vitreuses caractéristiques des poussières volcaniques. Les déserts d'Afrique, dont les dunes sont sans cesse sculptées par l'érosion éolienne, semblent bien capables d'avoir fourni aux courants atmosphériques une telle quantité de particules infinitésimales qui, en certains endroits, paraît-il, formaient sur la neige une couche de 2^{mm} à 3^{mm} d'épaisseur. On peut aussi, avec plus de vraisemblance, émettre l'hypothèse [1] que ces particules minérales proviennent simplement de la région du Vaucluse où en certaines localités (Apt, Villes, etc.) on prépare très en grand des ocres industriels. Un vent violent du Sud-Ouest a pu soulever les dépôts d'ocre, en disséminer les éléments dans l'atmosphère, qui, transportés ensuite par les courants aériens, sont venus s'abattre dans une zone déterminée de nos Alpes. Les exemples abondent de fumées volcaniques, de sables ou de poussières transportés par les vents à pareille distance et nous ne voyons là aucun mystère, si d'aventure les plus fines poussières vauclusiennes se sont transformées en un voile d'ocre jeté sur nos montagnes.

---

(1) Cette hypothèse nous a été suggérée par M. Depéret.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *L'organisation libéroligneuse, chez la Mercuriale, reproduit-elle une disposition ancestrale?* Note [1] de M. P. **Bugnon**, présentée par M. Guignard.

J'ai montré récemment [2] que la ramification terminale dichotome du faisceau libéroligneux médian, dans les cotylédons de la Mercuriale (*Mercurialis annua* L.), pouvait être considérée comme un caractère ancestral. Parmi les arguments fournis en faveur de cette interprétation, je rappellerai les suivants : le caractère envisagé ne se retrouve pas dans les feuilles végétatives de la même plante et, cependant, il ne semble pas en rapport avec une adaptation quelconque des feuilles cotylédonaires.

Or l'organisation de la base du faisceau libéroligneux cotylédonaire médian a été regardée, elle aussi, comme reproduisant une disposition ancestrale, notamment par M. G. Chauveaud.

Cette organisation diffère-t-elle donc fondamentalement, comme cet auteur l'admet, de celle de la base du faisceau correspondant des feuilles végétatives? Ses caractères propres ne tiennent-ils pas simplement aux conditions spéciales d'insertion des feuilles cotylédonaires? C'est à l'examen de ces questions que la présente Note est consacrée.

1° *Feuilles végétatives.* — Le faisceau libéroligneux médian d'une feuille végétative de Mercuriale se continue seul, en fin de compte, dans la tige, pour y constituer la trace de cette feuille.

Dans la partie supérieure du nœud de la feuille sous-jacente (disposition phyllotaxique opposée-décussée), après avoir traversé deux entre-nœuds par conséquent, et en face de la base d'un bourgeon axillaire, cette trace est bifurquée; ses deux branches se raccordent promptement, dans l'épaisseur du même nœud, avec les deux groupes de faisceaux qui correspondent au bourgeon axillaire (*fig.* 1, I) [3].

Pour les deux premières feuilles végétatives au-dessus des cotylédons, lesquelles n'ont pas d'autres feuilles directement au-dessous d'elles, une bifurcation semblable de la trace foliaire s'observe néanmoins; mais ses branches viennent se raccorder latéralement aux moitiés correspondantes des traces cotylédonaires, dans la région supérieure de l'hypocotyle; et c'est après avoir traversé seulement un entre-nœud que le faisceau considéré présente sa bifurcation (*fig.* 1, II).

---

[1] Séance du 29 mai 1922.

[2] P. Bugnon, *Sur la ramification dichotome dans les cotylédons* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1194).

[3] Au cours de cette Note, je n'accorderai qu'un sens purement descriptif aux termes de bifurcation et de raccord.

Ainsi, tous les faisceaux médians des feuilles végétatives se raccordent par une bifurcation avec l'appareil conducteur sous-jacent; *mais la disposition de ce dernier influe sur les modalités du raccord et sur le niveau où la bifurcation se produit.* Ce niveau est d'ailleurs très voisin, à l'origine, de la base foliaire correspondante, car le raccord existe avant que les entre-nœuds et les périoles soient constitués par accroissement intercalaire.

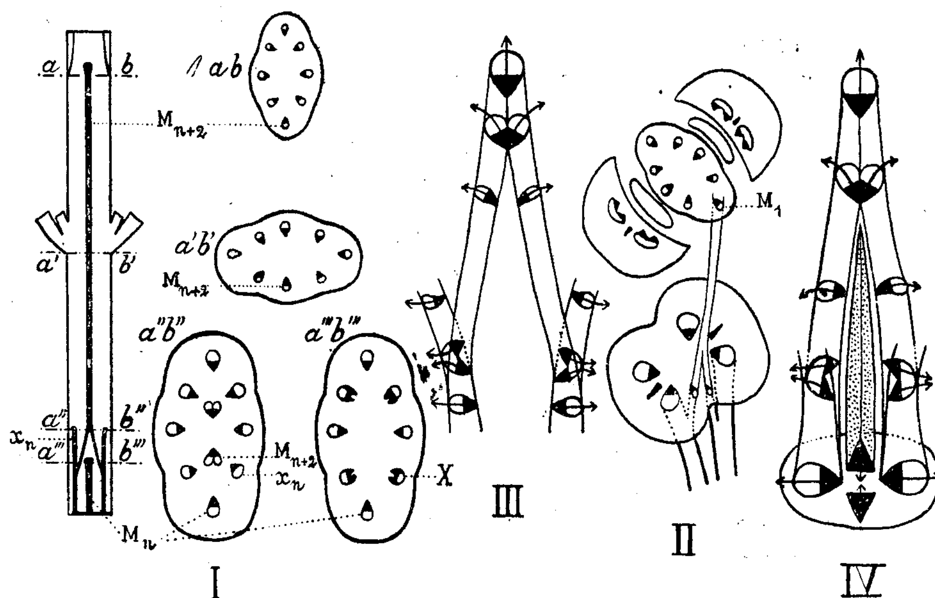


Fig. 1. — *Mercurialis annua* L.

I : Schémas : 1° du parcours de la trace foliaire (M_{n+2}) d'une feuille végétative (F_{n+2}) et de son raccord avec les faisceaux (x_n) du bourgeon axillaire de la feuille sous-jacente (F_n), au nœud de celle-ci; 2° des coupes transversales au niveau de la base du nœud des feuilles F_{n+2} ($a\,b$), au niveau de la base du nœud des feuilles F_{n+1} ($a'b'$), au niveau de la région supérieure ($a''\,b''$) et de la région inférieure ($a'''\,b'''$) du nœud des feuilles F_n. M_n, faisceau médian d'une feuille F_n; X, faisceau anastomotique dans la composition duquel entre une moitié de la trace M_{n+2}.

II : Schéma du parcours de la trace foliaire (M_1) d'une des feuilles végétatives (F_1) suivant immédiatement les cotylédons et de son raccord avec les traces cotylédonaires dans la région supérieure de l'hypocotyle.

III et IV : Schémas comparés du raccord avec l'appareil conducteur sous-jacent : 1° d'une trace de feuille végétative; 2° d'une trace de feuille cotylédonaire.

Si l'on étudie, d'autre part, les transformations progressives du faisceau d'une trace foliaire aux divers niveaux de sa bifurcation, à partir du point où il est encore simple, on constate, fait important, que la direction de la différenciation ligneuse subit elle-même une bifurcation et que ses branches s'incurvent en divergeant; cette rotation est nécessitée par le raccord latéral avec des faisceaux orientés différemment (*fig.* 1, III).

2° *Feuilles cotylédonaires.* — La portion inférieure du faisceau libéroligneux médian des feuilles cotylédonaires présente, comme celle du faisceau correspondant des feuilles végétatives, l'aspect d'une bifurcation. Celle-ci est, toutefois, située dans la base même du limbe cotylédonaire et les deux branches divergentes, au lieu de se raccorder latéralement à d'autres faisceaux du même type, qui n'existent pas à un

niveau inférieur, sont aboutées avec le cylindre central de la première racine, dont la base est d'ailleurs très voisine, à l'origine, des bases cotylédonaires ([1]).

Si, à partir du point où le faisceau cotylédonaire médian est simple, on étudie ses transformations progressives aux divers niveaux de la bifurcation, on constate que tout se passe comme pour le faisceau médian des feuilles végétatives. Mais, du bois centripète, continuant exactement l'un des cordons ligneux centripètes de la racine, se différencie entre les deux branches de la bifurcation, et avant les vaisseaux propres à ces branches (*fig.* 1, IV); il reste néanmoins séparé d'elles par du parenchyme conjonctif, sauf vers la base de l'hypocotyle ([2]); il disparaît enfin de bonne heure par le fait de l'accroissement intercalaire longitudinal qui affecte avec une grande intensité cette région de raccord. Le même accroissement rend aussi très aigu l'angle de la bifurcation et en allonge considérablement les branches ([1]).

L'analogie avec le faisceau médian des feuilles végétatives est ainsi d'autant plus étroite que l'on considère les faisceaux à un stade plus jeune et, notamment, avant l'entrée en jeu de l'accroissement intercalaire longitudinal, auquel l'hypocotyle, les entre-nœuds et les pétioles doivent leur importance tardive. D'autre part, l'étude du raccord des faisceaux médians des feuilles végétatives avec l'appareil conducteur sous-jacent nous a conduit à conclure que la disposition variable de ce dernier influe sur les modalités mêmes du raccord et sur le niveau où la bifurcation se produit. Nous sommes donc amené tout naturellement à interpréter l'organisation de la base du faisceau cotylédonaire médian comme un raccord du même type général que celui du faisceau médian des feuilles végétatives, à attribuer ses caractères propres (place de la bifurcation, présence de bois centripète entre ses branches) aux conditions particulières auxquelles ce raccord est astreint.

En définitive, l'étude anatomique et ontogénique comparée de la base du faisceau médian dans les cotylédons et dans les feuilles végétatives de la Mercuriale y révèle une organisation libéroligneuse identique dans ses traits principaux; les différences, d'importance secondaire, peuvent être rapportées : 1° à l'organisation variable de l'appareil conducteur sous-jacent, avec lequel les faisceaux médians se raccordent par leur base; 2° à l'intervention et à la localisation d'un intense accroissement intercalaire longitudinal. L'organisation libéroligneuse de l'hypocotyle, même chez la Mercuriale, cas cependant considéré par G. Chauveaud comme l'un des plus favorables à sa théorie, ne semble donc pas satisfaire aux conditions nécessaires pour qu'elle puisse être interprétée avec vraisemblance comme une disposition ancestrale.

([1]) P. Bugnon, *Sur l'hypocotyle de la Mercuriale* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 954).

([2]) G. Chauveaud, *L'appareil conducteur des plantes vasculaires et les phases principales de son évolution* (*Ann. Sc. nat.*, 9e série, Bot., t. 13, 1911, p. 113). Voir les figures 62 à 74.

BOTANIQUE. — *Les principales variations du développement vasculaire dans les premières phyllorhizes des Phanérogames ne sont pas déterminées par l'accroissement intercalaire.* Note [1] de M. **Gustave Chauveaud**, présentée par M. E. Bouvier.

Nous croyons devoir présenter à l'Académie quelques remarques au sujet d'une Note récente sur l'hypocotyle de la Mercuriale [2].

La constitution vasculaire typique, d'après nos recherches, comprend : 1° des vaisseaux alternes; 2° des vaisseaux intermédiaires; 3° des vaisseaux superposés. Cette constitution typique se trouve réalisée dans la tige entière des Cryptogames fossiles, telles que les Sphénophyllées. Elle est réalisée également dans la racine des Phanérogames et souvent aussi dans la partie primitive de leur tige.

Chez la Mercuriale, par exemple, on la trouve dans l'hypocotyle et dans la base des cotylédons. Sa réalisation y est plus rapide que dans la racine et d'autant plus rapide qu'on s'élève davantage. Ainsi les vaisseaux alternes, les vaisseaux intermédiaires et les premiers vaisseaux superposés sont différenciés à un certain niveau des cotylédons avant que les vaisseaux alternes aient achevé leur différenciation dans la base de la racine. Le développement vasculaire présente donc dans cette plante une accélération basifuge très accentuée. Par conséquent, cette accélération est un fait et non pas seulement une théorie. Si l'on s'élève davantage, l'accélération se manifeste encore : 1° par la suppression graduelle de la première phase du développement vasculaire correspondant aux vaisseaux alternes qui ne sont plus représentés; 2° par la suppression graduelle de la seconde phase correspondant aux vaisseaux intermédiaires, qui cessent à leur tour d'être représentés. A partir de cette hauteur dans la première phylle et dans toutes les phylles suivantes, les vaisseaux superposés correspondant à la troisième phase sont seuls représentés et apparaissent par conséquent en premier lieu.

Chez le Ricin, ces derniers vaisseaux apparaissent en premier lieu dès la base de l'hypocotyle; et, à son sommet, les cloisonnements qui vont produire de nouveaux vaisseaux superposés se montrent avant que les vaisseaux alternes aient achevé leur différenciation dans la base de la racine.

---

(1) Séance du 29 mai 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. **174**, 1922, p. 954.

Le développement vasculaire présente donc, dans le Ricin, une accélération basifuge plus grande encore que dans la Mercuriale.

Tels sont les faits que nous avons établis, il y a longtemps déjà, et qui ont été souvent confirmés depuis lors. Ces faits, nous les interprétons, en disant : chez les Phanérogames, le développement vasculaire se réalise dans la racine, comme il se réalisait dans la tige fossile des Cryptogames, tandis que dans leur tige il subit une accélération basifuge plus ou moins grande. Relativement peu considérable chez la Mercuriale où ses premières phases sont encore représentées dans l'hypocotyle et dans la base des cotylédons, il est au contraire considérable chez le Ricin où ses premières phases ne sont plus représentées ni dans les cotylédons, ni dans l'hypocotyle.

A cela, on vient d'opposer une interprétation différente qui se résume dans la conclusion suivante : « C'est l'intervention plus ou moins intense, plus ou moins précoce, c'est la localisation particulière de l'accroissement intercalaire longitudinal, phénomènes secondaires au cours du développement ontogénique, qui paraissent déterminer dans l'hypocotyle et dans les cotylédons les dispositions vasculaires variables interprétées par G. Chauveaud comme l'évidente manifestation d'une accélération plus ou moins forte. »

D'après cette conclusion, on doit donc substituer l'accroissement intercalaire à l'accélération basifuge qui tout simplement disparaît.

Or l'accroissement intercalaire est un phénomène relativement tardif en effet. Il exerce sur les vaisseaux déjà lignifiés une action mécanique qui peut amener leur dislocation et servir par conséquent à expliquer leur suppression. Mais cette suppression des premiers vaisseaux est une partie seulement du phénomène qu'il s'agit d'interpréter.

Quand nous avons fait connaître l'évolution vasculaire, la présence des vaisseaux alternes dans les cotylédons était un fait nouveau qu'il importait d'abord de faire accepter. C'est pourquoi nous avons dû beaucoup insister sur la suppression hâtive des vaisseaux alternes qu'on ne trouve plus dans les cotylédons, si l'on examine des plantules trop âgées.

Aujourd'hui, la présence des vaisseaux alternes dans les cotylédons n'est plus contestée. Mais on ne veut pas encore admettre que ces vaisseaux appartiennent à la constitution primitive des cotylédons. On ne veut pas davantage admettre que les vaisseaux alternes qui se trouvent dans toute la longueur de l'hypocotyle appartiennent à la constitution primitive de la tige dont cet hypocotyle représente cependant la partie la plus primitive.

On essaie d'attribuer la présence des vaisseaux alternes dans ces parties de la plante à l'intervention d'un « phénomène secondaire au cours de l'évolution ontogénique ». En faisant intervenir ainsi l'accroissement intercalaire, on espère sans doute pouvoir rattacher, de cette manière, les vaisseaux alternes à la racine. Dans ce cas, il faudrait prouver non seulement que les vaisseaux alternes ont été amenés par l'accroissement intercalaire de l'hypocotyle jusque dans les cotylédons, mais qu'ils avaient été déjà amenés pareillement de la racine jusque dans l'hypocotyle.

Supposons que cette double preuve puisse être fournie, il y aurait alors à expliquer pourquoi la différenciation de ces vaisseaux alternes précède toujours la différenciation des vaisseaux superposés, c'est-à-dire pourquoi les vaisseaux provenant de la racine se différencient, dans l'hypocotyle et dans les cotylédons, avant les vaisseaux qui représentent la constitution primitive de cet hypocotyle et de ces cotylédons.

Une telle démonstration ne suffirait même pas.

Il resterait à expliquer pourquoi la différenciation des premiers vaisseaux et l'apparition des premiers cloisonnements secondaires sont plus hâtives dans le cotylédon que dans l'hypocotyle et plus hâtives dans le sommet de l'hypocotyle que dans sa base et dans la base de la racine.

Par conséquent, si l'on veut expliquer les principales modifications vasculaires, surtout les plus primitives, on ne peut pas substituer l'accroissement intercalaire à l'accélération basifuge.

L'accroissement intercalaire avait d'ailleurs été invoqué déjà pour expliquer la présence des vaisseaux alternes dans l'hypocotyle. Van Tieghem, qui n'envisageait pas alors leur présence jusque dans les cotylédons, avait même proposé de donner le nom de *rhizelle* à la partie de l'hypocotyle où l'on trouve les vaisseaux alternes.

Seulement, depuis qu'il avait proposé cette solution, Van Tieghem a fait un rapport à l'Académie pour décerner le prix Bordin au Mémoire dans lequel nous avons précisément décrit l'accélération basifuge qui a reçu de ce fait une consécration doublement significative.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Mécanisme des échanges entre la cellule et le milieu ambiant.* Note [1] de M. **Louis Lapicque**, présentée par M. d'Arsonval.

Mes recherches sur les algues marines, commencées en 1917 dans le but pratique d'en déterminer la valeur alimentaire, m'ont amené rapidement à reprendre la question générale de l'équilibre osmotique entre la cellule et son milieu. Les algues offrent pour cette étude des conditions particulièrement favorables, d'autant plus intéressantes, qu'à certains égards ces conditions se rapprochent de celles où vivent les cellules des animaux supérieurs.

Voici les faits que j'ai observés :

1° La pression osmotique, mesurée par l'abaissement Δ du point de congélation (dans un bouillon, tout calcul fait), est en général voisine de 2°,50, contre 2°,05 pour l'eau de mer (Manche). En hiver, les sels en forment la plus grande partie et présentent une concentration plus grande que celle de l'eau de mer. Le bulbe de *Saccorhiza bulbosa* recueilli en décembre-janvier est particulièrement démonstratif à cet égard; on trouve dans le suc de l'algue, pour la somme des sels dissous, un excès de concentration de 20 pour 100 sur l'eau de mer recueillie au même moment et au même endroit. Or il s'agit d'un tissu jeune, en voie d'accroissement qui, par conséquent, a dû accumuler ces sels contre la diffusion et contre une pression effective (turgescence) d'au moins 5^{atm}.

La doctrine classique, qui assimile la cellule à un osmomètre et traite implicitement l'utricule protoplasmique comme une membrane inerte, ne peut rendre compte du phénomène.

2° Quand on observe au microscope, dans l'eau de mer, des fragments d'algue marine filamenteuse (*Ectocarpus*), la turgescence, qui résulte de l'excès de concentration de la cellule sur son milieu, se manifeste aux yeux par le bombement de la cloison entre une cellule intacte et une cellule ouverte. Dans l'eau de mer additionnée de sel ou de sucre de façon à en élever le Δ de 2°,15 (Méditerranée) à 3° environ, la turgescence disparaît et même quelques cellules sont plasmolysées, phénomène classique. Cette plasmolyse disparaît assez rapidement, ce qui est également classique et s'expliquerait par la diffusion à travers une membrane imparfaitement

---

(1) Séance du 29 mai 1922.

semi-perméable. Mais il y a plus : en quelques heures, le bombement caractéristique de la turgescence réapparaît; les cellules peuvent donc reconstituer rapidement un excès de pression osmotique sur leur milieu; elles effectuent ce travail à l'obscurité comme à la lumière.

3° Il est bien connu que les algues d'eau douce ont un excès de pression osmotique sur leur milieu. Chez *Spirogyra* à l'état naturel, j'ai trouvé, par la méthode du bouillon, des Δ compris entre 0°,40 et 0°,50, le Δ de l'eau ambiante étant 0°,02. Les sels fournissent la plus grande partie de cette concentration moléculaire. D'autre part, si l'on place ces Spirogyres 12 ou 24 heures, à l'obscurité, dans un bain salé constitué en ajoutant à l'eau de leur bassin natal une certaine proportion (équimoléculaire) de NaCl et de KCl, leur Δ s'élève en fonction de celui du bain, croissant toutefois moins vite que celui-ci. Leur teneur en cendres solubles et leur conductivité électrique, mesure de leur teneur globale en électrolytes, s'accroît *pari passu*.

Ainsi les cellules des algues possèdent la propriété de réagir suivant la concentration de leur milieu pour maintenir leur turgescence par une augmentation de leur propre concentration. Cette conclusion est en accord avec une série d'observations et d'expériences éparses (Eschenhagen, 1889; Drews, 1896; Van Rysselberghe, 1898; Pantanelli, 1904), qui n'ont pas attiré l'attention autant que le méritait l'importance de la question.

Nous ajoutons la précision suivante : cette réaction consiste, pour une bonne part, dans l'accumulation de sels au delà de la concentration ambiante.

Une telle accumulation, où n'interviennent ni insolubilisation ni évaporation, est incompatible avec le fondement de la doctrine classique, à savoir que (formule récente — 1920 — d'un des champions de cette doctrine) « tous les échanges des cellules sont déterminés par les lois de l'osmose ». Je considère, au contraire, comme assuré que les échanges des cellules, soit en eau, soit en substances dissoutes, s'accomplissent par un travail physiologique où la diffusion et la pression osmotique interviennent plus souvent comme résistances que comme forces agissantes; telle la pesanteur par rapport aux déplacements d'un animal. Les arguments divers par lesquels on a voulu réduire à ces phénomènes physiques simples les innombrables accumulations constatées, ne sont valables que pour certains cas spéciaux. On est obligé de reconnaître l'existence dans la cellule d'une fonction vitale dépensant de l'énergie pour surmonter les équilibres physiques, comme une pompe surmonte les équilibres hydrostatiques. Je propose d'appeler cette fonction *épictèse* (acquisition en excédent).

On peut concevoir le mécanisme de l'*épictèse* en rapprochant les deux faits suivants.

4° L'utricule protoplasmique est, non une membrane inerte, mais un liquide continuellement en mouvement. Cette consistance et cette agitation,

généralement admises, sont pourtant discutées; elles sautent aux yeux dans un phénomène spécial aux Spirogyres et que j'y ai découvert par hasard. Au microscope à fond noir (ultramicroscope), on voit le protoplasma de chaque cellule fourmillant de paillettes qui scintillent et s'éteignent tour à tour en de vifs mouvements de rotation et de déplacement capricieux. Le mouvement brownien ordinaire, résultant de l'agitation moléculaire banale, ne pourrait être que bien plus lent en ce milieu visqueux; d'autre part, l'échauffement ou le refroidissement active ou ralentit le phénomène bien plus que proportionnellement à la température absolue. C'est le protoplasma lui-même qui bouillonne sous l'effet de la combustion respiratoire; il est invisible, mais les paillettes entraînées dans ses remous en révèlent les tourbillons. Ce bouillonnement transporte chaque parcelle de protoplasma d'une face à l'autre de la membrane, et met ainsi cette parcelle en contact, tantôt avec l'eau ambiante, tantôt avec le suc cellulaire.

5° Or l'eau douce, comme l'eau de mer, est alcaline (P. H. variable aux environs de 8); le suc cellulaire est acide (P.H. égal au plus à 5 dans le cas de mes Spirogyres). En examinant au microscope l'effet de solutions très légèrement alcalines ou très légèrement acides sur le protoplasma des algues (jeunes rameaux de *Cladophora* d'eau douce ou de *Callithamnium* marin), on voit ce protoplasma se rétracter fortement dans l'acide et se gonfler dans l'alcali.

Chaque parcelle d'un protoplasma, siège de l'agitation vitale, doit donc se comporter comme une éponge qui s'imbiberait dans le milieu extérieur, puis se trouverait comprimée dans le milieu intérieur.

Un tel mécanisme, dans lequel l'énergie est fournie par la combustion respiratoire, rend compte de la poussée radiculaire (pleurs de la vigne) qui cesse quand on prive les racines d'oxygène. D'autre part, on aperçoit, dans l'étude comparative des propriétés d'adsorption du protoplasma successivement en milieu alcalin et en milieu acide, une voie nouvelle pour expliquer, non seulement l'accumulation de sels, mais l'accumulation élective.

PHYSIOLOGIE. — *Variation de la pression osmotique du sang des Sélaciens sous l'influence de la modification de la salinité de l'eau de mer environnante.* Note de MM. Paul Portier et Marcel Duval, transmise par S. A. S. le prince de Monaco.

Dans un travail récent (¹) nous avons étudié les modifications de la pression osmotique du sang d'un Téléostéen d'eau douce sous l'influence de la variation de salinité du milieu extérieur.

Les circonstances ne nous ont pas encore permis de faire la même recherche sur un Téléostéen marin. Mais nous pouvons dès maintenant indiquer les résultats d'une étude analogue faite sur un Sélacien (*Scyllium canicula*).

Les poissons utilisés, en captivité depuis peu de jours dans les aquariums du Musée de Monaco, étaient en parfait état. Leur poids oscillait entre 300^g et 400^g.

Après un séjour de 2 à 6 heures dans plusieurs litres d'eau de mer diluée ou au contraire sursalée dans des proportions variables, le poisson était saigné au moyen d'une incision faite à la partie supéro-interne de la ligne d'implantation d'une nageoire pectorale (²). On obtenait ainsi facilement 3^{cm^3} de sang, quantité largement suffisante pour faire une détermination cryoscopique précise avec l'appareil spécial dont nous disposions.

La pression osmotique des solutions dans lesquelles le poisson séjournait a varié de $-0°,46$ à $-4°$ environ. Le point de congélation de cette solution à $-4°$ la plus concentrée n'a pu être déterminé avec l'approximation habituelle, la graduation de notre thermomètre ne s'y prêtant pas.

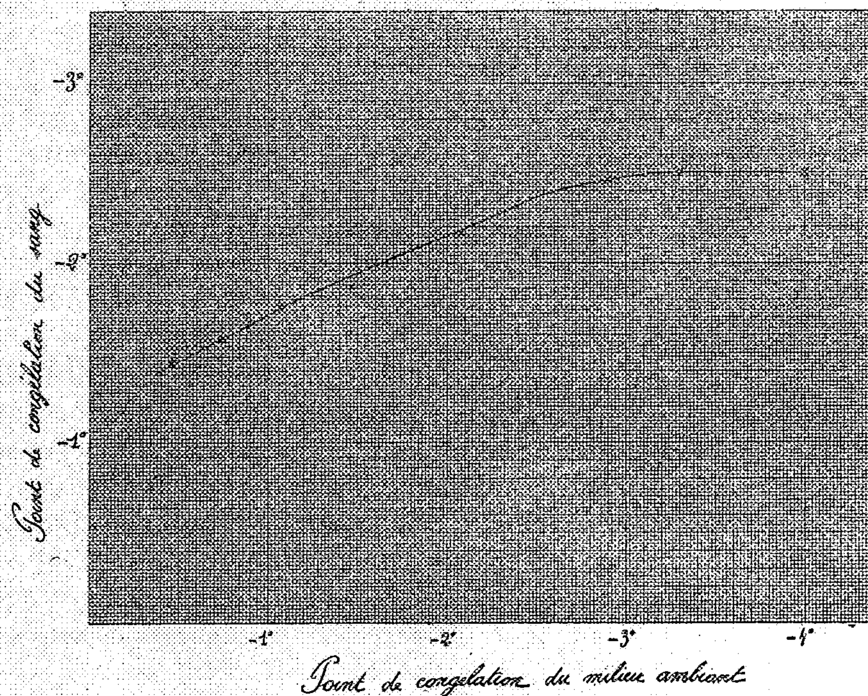
L'eau de mer des aquariums du Musée de Monaco se congelait à $-2°,08$.

Les principaux résultats de ces expériences sont consignés dans le tableau et le graphique ci-après :

(¹) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1366.

(²) Cette technique nous a été obligeamment indiquée par M. Ladreyt que nous assurons de notre gratitude.

Durée du séjour dans la solution.	Point de congélation de la solution (eau de mer diluée ou sursalée).	Point de congélation du sang.	État du poisson au moment de sa sortie de la solution.
h m	o	o	
3.30	−0,46	−1,44	très mauvais
5	−0,74	−1,58	mauvais
3.30	−1,07	−1,76	excellent
6.20	−1,47	−1,87	assez bon
Eau de mer normale	−2,08	−2,17	excellent
3.45	−2,90	−2,46	très mauvais
1.40	−3,30	−2,50	très mauvais
2.20	−4	−2,50	très mauvais



On voit donc que :

1° La pression osmotique du sang du Sélacien (*Scyllium canicula*) n'est pas, comme l'ont annoncé plusieurs expérimentateurs, tout à fait égale à celle de l'eau de mer environnante. Nous l'avons toujours trouvée supérieure d'environ $\frac{9}{100}$ de degré (eau de Monaco $-2°,08$; sang du Sélacien $-2°,17$).

2° Pour des concentrations inférieures à celle de l'eau de mer, la pression osmotique du sang du poisson diminue régulièrement avec celle du milieu ambiant, mais moins vite que celle-ci.

3° Pour des concentrations supérieures à la normale, la pression osmotique du Sélacien augmente d'abord régulièrement de manière à prolonger la courbe obtenue dans l'eau diluée. Mais bientôt l'efficacité du mécanisme régulateur s'accentue et la pression osmotique reste à peu près constante lorsque la pression du milieu extérieur varie de $-3°$ à $-4°$.

4° L'observation des phénomènes présentés par les poissons au bout d'un certain temps de séjour dans les diverses solutions montre que nos Sélaciens supportent beaucoup mieux la dilution de l'eau de mer que son enrichissement en sel.

5° D'une manière générale, la « tendance à la régulation » [1], c'est-à-dire l'indépendance du milieu intérieur est moins accentuée chez le Sélacien que chez le Téléostéen. Ceci s'accorde bien avec le fait généralement accepté que le Sélacien est inférieur en organisation au Téléostéen, qu'il se trouve situé à un degré inférieur de l'échelle animale.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Constitution de l'œuf ovarien de Carpe* (Cyprinus Carpio). Note de M. E. **Fauré-Fremiet** et M^lle^ H. **Garrault**, présentée par M. Henneguy.

Cytologie de l'œuf ovarien. — L'œuf ovarien de Carpe arrivé près du terme de sa croissance montre une vésicule germinative assez volumineuse entourée d'une couche cytoplasmique chromatique très développée; le reste du cytoplasme renferme de fines granulations mitochondriales et deux sortes d'éléments vitellins; les uns apparaissent *in vivo* comme des vésicules renfermant un ou deux globes hyalins; les autres, assez réfringents, se montrent le plus souvent sous l'aspect de cristalloïdes rappelant les tablettes vitellines des Batraciens; mais au contact de l'eau distillée, ils se gonflent rapidement puis se désagrègent et semblent se dissoudre.

Valenciennes et Fremy ont décrit ces deux sortes d'éléments vitellins comme « des gouttelettes de graisse » et des « granules transparents en tablettes, qui rappellent ceux du vitellus de la Raie ». Mais ils montrent, en ce qui concerne ces derniers, que, malgré l'analogie de forme, leur solubilité dans l'eau exclut toute comparaison avec l' « Ichtine » insoluble des œufs de Poissons cartilagineux et de Batraciens; ces auteurs nomment « Ichtidine » la substance constituant ces tablettes.

---

(1) On pourrait l'apprécier au moyen de la pente générale de la courbe.

L'examen microchimique des œufs de Carpe montre un fait paradoxal : les globes hyalins qui correspondent aux « gouttelettes de graisse » de Valenciennes et Fremy se comportent comme des substances albuminoïdes, et les tablettes cristalloïdes se teignent par les colorants des lipoïdes tels que le rouge Soudan et le bleu de Naphtol (technique d'Arthur Meyer), *même après passage dans l'alcool, le chloroforme, le xylol et la paraffine;* on n'observe pas, d'autre part, de graisse osmioréductrice.

Au moment de la ponte, les tablettes d' « Ichtidine » disparaissent, et il ne reste plus dans l'œuf, d'après les mêmes auteurs, qu'un liquide vitellin « fortement albumineux » tenant en suspension de la « graisse phosphorée ».

Composition centésimale des œufs ovariens. — L'étude des ovaires de Carpe prélevés deux mois avant l'époque du frai nous a donné les chiffres moyens suivants :

Eau	66,3
Substances protéiques (N total × 6,25)	25,7
Corps gras (acides gras × 1,046)	6,2
Cholestérine	0,45
Hydrates de carbone	0,0
Cendres	2,0
Total	100,65

Séparation des éléments vitellins. — Nous avons broyé des ovaires avec de l'eau salée à 9 pour 1000 qui n'altère pas, ou très faiblement, les globules vitellins de l'œuf; l'émulsion obtenue étant filtrée sur une toile qui retient les membranes vitellines et les débris de tissus, on recueille une suspension d'éléments vitellins qui peut être centrifugée; au-dessous d'un liquide trouble contenant de fines granulations, on recueille alors :

1° Une couche verdâtre constituée par les vésicules et les globes hyalins;

2° Un culot jaune rosé constitué par les tablettes cristalloïdes plus lourdes (Ichtidine); la séparation et les lavages sont faciles.

Globes hyalins. — Traités par l'eau distillée, les globes hyalins donnent un important résidu insoluble et une solution opalescente précipitable par l'alcool.

Nous avons trouvé pour la fraction insoluble 14,82 pour 100 d'azote et 0,417 pour 100 de phosphore; la fraction soluble précipitée et séchée nous a donné 0,457 pour 100 de phosphore. Les globes hyalins sont donc constitués par des phosphoprotéides, par des « vitellines ».

Tablettes d'Ichtidine. — Centrifugées à grande vitesse après plusieurs lavages, les tablettes d'Ichtidine confluent et forment une masse pâteuse;

traitée par une très petite quantité d'alcool, cette masse se gonfle et devient visqueuse; si l'on augmente la proportion d'alcool, il se produit, au contraire, un abondant précipité blanchâtre et l'alcool se teinte en jaune. En épuisant pendant dix heures par l'alcool bouillant (dans l'appareil de Kumagawa) $5^g,4$ du précipité obtenu, nous avons séparé $3^g,829$ de substance blanche insoluble et $1^g,563$ d'un extrait lipoïdique dont les deux tiers au moins sont formés par des lécithines précipitables par l'acétone.

La fraction insoluble nous a donné 14,64 pour 100 d'azote et 0,573 pour 100 de phosphore.

L'« Ichtidine » de l'œuf de Carpe peut donc être considéré comme un complexe de deux substances, une « vitelline » et une lécithine, difficiles à séparer l'une de l'autre, ce qui assure aux éléments figurés qu'elles constituent des propriétés microchimiques contradictoires en apparence.

Il est possible que les vitellines des globes hyalins et des tablettes d'« Ichtidine » ne soient qu'une seule et même phosphoprotéide; si l'on compare, dans ce cas, les analyses de Frémy et Valenciennes, de Gobley, de Walter et les nôtres, on voit que cette vitelline ne diffère, en première approximation, de l'« Ichtuline » des œufs de Salmonides que par ses caractères de solubilité en présence de l'eau distillée ou salée.

Corps gras. — Le fractionnement de l'extrait éthéré total de l'œuf de Carpe donne un très abondant précipité de phosphatides et un extrait qui renferme la cholestérine et des glycérides. En calculant les lécithines d'après le chiffre de phosphore lipoïdique total (1) nous avons trouvé les chiffres suivants :

Phosphatides ($P \times 25,75$)	12,33	pour 100 du poids sec total	
Glycérides (par différence)	6,08	»	»
Cholestérine	1,34	»	»
Résidu insaponifiable	0,8	»	»

A l'inverse de ce que nous avons constaté chez l'œuf de Truite, ce sont les phosphatides qui prédominent dans le vitellus de l'œuf de Carpe.

La séparation des glycérides est difficile (2); d'autre part, bien que nous

(1) Corrigé d'après la perte subie après lavage des phosphatides.

(2) Nous avons pu caractériser la glycérine, l'acide myristique et un acide liquide non saturé.

ayons pu séparer par cristallisation une fraction renfermant la cholestérine et des acides gras, il semble que cet alcool, dont la plus grande partie est directement précipitable par la digitonine, ne soit pas éthérifié.

Hydrates de carbone. — La recherche du glycogène nous a donné des résultats négatifs; Walter avait également reconnu l'absence de cet hydrate de carbone.

Composés minéraux. — Les cendres contiennent, comme celles de l'œuf de Truite, une proportion importante de calcium. Le phosphore total atteint 1,2 pour 100; si l'on additionne le phosphore probable des vitellines et le phosphore des lécithines, il reste environ 0,14 pour 100.

MICROBIOLOGIE. — *Sur la pluralité des virus aphteux*. Note (1) de MM. **H. Vallée** et **H. Carré**, présentée par M. E. Roux.

Nous avons précédemment posé le problème de la pluralité des virus aphteux (2) et démontré, par des expériences appropriées, qu'une immunité solide contre un virus originaire du département de l'Oise (virus O) reste sans valeur à l'égard d'un virus d'origine allemande (virus A).

1. Poursuivant nos expériences, nous constatons par réciprocité que dix génisses guéries d'une infection par virus A depuis 34, 36, 49, 52, 60 jours et réfractaires à une nouvelle inoculation de ce même virus, s'infectent toutes par le virus O.

L'infection est également bien obtenue par cohabitation avec un malade ou par inoculation sous-cutanée de sang virulent. La gravité de la récidive à si courte échéance est de tous points comparable à celle de l'infection initiale.

Il est donc acquis que chacun des virus O et A, s'il vaccine contre lui-même, ne confère aucune résistance appréciable à une infection croisée.

2. On ne saurait attribuer la sensibilité croisée, à l'un des virus O ou A, des animaux guéris d'une première infection A ou O, à une défaillance pure et simple de l'immunité. Une première atteinte de la maladie O ou A, suivie d'une épreuve d'inoculation avec des doses massives du virus même

(1) Séance du 29 mai 1922.

(2) *Bulletin de la Société de Médecine vétérinaire pratique*, 11 janvier 1922, p. 11-17, et 8 février 1922, p. 47-50; *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 207.

qui l'a provoquée, laisse le sujet parfaitement résistant à toute récidive à bref délai par le même virus. L'immunité solide, totale, ainsi conférée, cède à une réinoculation d'un virus différent.

Par contre, l'évolution successive de deux infections provoquées, l'une par le virus O, l'autre par le virus A, confère à l'organisme l'immunité contre ces deux types virulents.

La dualité des virus O et A est donc un fait démontré. Nous tenons à la disposition des chercheurs, aux fins de contrôle, des échantillons de ces deux origines.

III. Doit-on considérer les virus O et A comme deux types microbiens totalement distincts, déterminant chacun une maladie propre, et convient-il de décrire dorénavant une fièvre aphteuse liée à l'évolution de O et une fièvre para-aphteuse provoquée par le virus A?

Faut-il, au contraire, regarder les formes virulentes O et A comme deux races d'un même virus, ne se distinguant entre elles que par leur inaptitude à une vaccination croisée?

Pour notre part, nous n'osons encore conclure. Aucune distinction ne peut être établie dans les manifestations cliniques provoquées par l'un et l'autre type. Les virus O et A sont également pathogènes pour le bœuf, le porc, le mouton. L'un et l'autre sont inoculables dans les mêmes conditions au cobaye. Le cheval est réfractaire à tous deux. Quant à l'inoculation à l'homme qui ne pouvait être tentée que sur nous-mêmes et notre personnel, nous n'y avons point eu recours. Manipulant depuis de longues années des virus aphteux d'origines fort diverses, nous ne représentons point le terrain favorable à une semblable tentative.

Les modes de contagion de O et de A sont identiques; leur inoculation s'établit, dans toutes les formes possibles, dans les mêmes conditions, encore que la durée de l'incubation soit d'ordinaire plus longue pour O que pour A. Les deux virus se comportent de la même manière aux épreuves de filtration et se conservent également bien, durant des mois, en sang défibriné au frigorifique entre -1° et $+2^\circ$.

Pour notre part, nous n'osons encore conclure et, tout en penchant en faveur de la pluralité d'un même type de virus, notre opinion se réserve [1].

IV. Tout au moins nos constatations éclairent-elles la question, si

---

(1) Les notions résumées en cette Note feront l'objet d'un Mémoire qui paraîtra dans un autre Recueil.

obscure jusqu'ici, des récidives de la fièvre aphteuse et appellent-elles, avec une étude comparative des virus des diverses origines, une réforme complète des méthodes d'étude de la redoutable épizootie [1].

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

---

[1] Qu'il s'agisse en fait de deux infections distinctes, que la clinique seule ne permet point de différencier, ou d'une seule infection tributaire d'au moins deux races de virus distinctes, il y a lieu de remarquer que la pratique de l'aphtisation, telle que divers auteurs la conseillent ou que nous l'avons préconisée nous-mêmes avec M. le Dr E. Roux, doit être totalement modifiée. Nous poursuivons, pour notre part, des recherches sur l'association des divers types de virus.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 JUIN 1922.

PRÉSIDENCE DE M ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la représentation géométrique des équilibres salins.* Note de M. **Henry Le Chatelier**.

Dans un fascicule récent du *Chemiker Zeitung* ([1]), le professeur Jaenecke élève une très vive réclamation de priorité au sujet d'une Note que j'ai publiée en 1921, dans les *Comptes rendus*, sous le titre : *Sur les doubles décompositions salines et sur leur représentation géométrique* ([2]). Il se plaint que je n'aie pas rappelé ses travaux de 1905 ([3]) et des années suivantes relatifs à l'emploi du diagramme carré pour la représentation géométrique des équilibres salins.

Je ne connaissais pas les travaux du professeur Jaenecke, ceux-ci n'ayant, que je sache, été reproduits dans aucune publication française. Le diagramme carré, dont il revendique la propriété, a été publié par moi dans les *Comptes rendus*, en 1894 ([4]), c'est-à-dire 10 ans avant le commencement de ses recherches ; il m'appartient donc complètement. Je l'avais appliqué alors à l'étude de la fusibilité d'un mélange de quatre sels pouvant échanger deux à deux leurs constituants par voie de double décomposition. M. Jaenecke a utilisé la même construction géométrique pour représenter la solubilité de mélanges de quatre sels et il l'a fait sans jamais citer mon nom. Sa réclamation actuelle semble donc peu justifiée.

([1]) *Chemiker Zeitung*, t. **46**, 1922, p. 361.
([2]) *Comptes rendus*, t. **172**, 1921, p. 345.
([3]) *Zeit. für anorg. Chemie*, t. **51**, 1906, p. 132.
([4]) *Comptes rendus*, t. **118**, 1894, p. 415.

GÉOLOGIE. — *Essai de coordination chronologique générale des temps quaternaires.* Note (1) de M. **Charles Depéret.**

Je continuerai mon étude du Quaternaire marin du nord de l'Europe par les contrées qui entourent le massif fenno-scandinave : *Hollande*, *Danemark*, *Allemagne du Nord*. On retrouve dans ces pays riverains de la mer du Nord et de la Baltique les diverses *glaciations* et étages marins *interglaciaires* que j'ai décrits dans les Iles Britanniques (2)

1. J'ai déjà exposé (3) les caractères du plus ancien étage quaternaire marin du Danemark et de l'Allemagne, l'étage *Sicilien* ou *Cromérien* intercalé (*premier interglaciaire*) entre la glaciation scanienne (4) et la glaciation saxonienne-mindélienne. Il comprend une assise inférieure laguno-lacustre, parfois ligniteuse, avec faune tempérée analogue au *Forest-bed* de Cromer, et une assise supérieure de mer assez profonde avec faune arctique (argiles à *Yoldia arctica* et *Astarte borealis*.

2. C'est après le dépôt de ces argiles que se produit le maximum d'invasion de l'inlandsis scandinave. De la côte du Norfolk la calotte glaciaire saxonienne traversait la mer du Nord, peut-être sous forme d'une banquise, atteignait la Hollande au sud d'Amsterdam, et par Utrecht et Nimègue gagnait l'Allemagne. Arrêtée au Sud par le Harz, le Thuringer Wald, la Bohême et les Carpathes, elle s'étalait sur les plaines russes en trois immenses lobes sur le Dniester, le Don et la Kama pour remonter au Nord vers l'Océan Arctique. Dans ce long trajet, la limite de l'inlandsis est

(1) Séance du 29 mai 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 212.

(3) Voir *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 159.

(4) L'existence de la glaciation scanienne est maintenant contestée par les géologues danois au moins pour la Scanie et le Danemark. Mon savant confrère M. Madsen m'écrit en effet que « les dépôts glaciaires de la Scanie, que Geikie rapporte à la première glaciation ne sont pas aussi anciens et appartiennent en réalité à la dernière glaciation mecklenbourgienne ou würmienne ». De même sur la côte du Jutland, les dépôts morainiques les plus profonds d'Esbyerg doivent être rattachés, selon Madsen, à l'époque de maximum de glaciation saxonienne, et non à une glaciation plus ancienne. Il ne resterait donc pour représenter cette première glaciation, dite *scanienne*, que les dépôts morainiques profonds de Hambourg et de la basse Vistule, sur lesquels les géologues allemands sont loin d'être d'accord. D'après ces données nouvelles, il n'y aurait donc en Danemark comme en Angleterre que trois glaciations : 1° saxonienne-mindélienne; 2° polonienne-rissienne; 3° mecklenbourgienne-würmienne.

marquée non par de véritables moraines frontales, mais par une nappe de boue glaciaire à blocs et éléments d'origine scandinave.

3. Ensuite le glacier fond et se retire au Nord jusqu'à une distance inconnue (*deuxième phase interglaciaire*). La mer envahit la Hollande, le sud du Danemark et la basse vallée de la Vistule. Elle dépose en Hollande des sables grossiers avec galets et blocs scandinaves empruntés au glaciaire sous-jacent, notamment dans la Gueldre ou vallée d'Eem, d'où le nom d'*étage Eemien* donné par Harting (¹) dès 1875 à ces couches de faciès très littoral. En Danemark et en Prusse, les dépôts Eemiens sont en général argileux, indiquant une mer plus profonde, mais on y observe à la base des sables avec tourbe et coquilles d'eau douce répondant au début de la transgression.

La faune Eemienne est une faune de mer très tempérée. On y trouve un mélange de formes nordiques (*Mya truncata*, *Zirphœa crispata*, *Cyprina islandica*) et de formes plus méridionales, les unes de la mer du Nord et de la Manche (*Lucina divaricata*, *Gastrana fragilis*, *Cardium tuberculatum*, *C. papillosum*, *Haminea navicula*), d'autres des côtes atlantiques françaises (*Mytilus minimus*, *Syndesmya ovata*) et enfin de deux espèces méditerranéennes (*Mytilus lineatus* et *Tapes senescens* Dod. = *Tapes aureus*, var. *Eemiensis* Nordm. (²) = *Tapes Dianæ* Loc.). L'analogie est saisissante avec les faunes tempérées du Holderness et du Norfolk qui occupent la même position interglaciaire entre les glaciations saxonienne et polonienne.

Mais tandis qu'en Angleterre, ces sables interglaciaires dessinent une ligne de rivage constante à l'altitude de 30^m-33^m, l'étage Eemien de Hollande et du Danemark n'affleure nulle part au-dessus du niveau de la mer; il n'est connu que par des sondages, sauf dans les points du Danemark où des lambeaux d'argiles à *Cyprina islandica* ont été remontés à des hauteurs variables par la poussée du glacier (Langeland, Erö, Fionie, Slesvig, etc.) (³). Il est donc difficile de déterminer l'altitude de la ligne de rivage à l'époque Eemienne. En Hollande on ne peut guère douter d'un affaissement postéémien, car le faciès de l'étage est très littoral et sa cote supérieure s'abaisse

(¹) HARTING, Le système Eemien (*Arch. néerland. d. sc. exactes et naturelles*, t. 10, 1875, p. 443).

(²) NORDMANN, *Tapes senescens* og *Tapes aureus* Gm. var. *eemiensis* Nordm. (*Særkyk of Vidensk Meddel fra Dansk naturlo Foren* 1913, 1-65) (résumé en anglais).

(³) MADSEN, NORDMANN et HARTZ, *Eemzonerme* (*Danmarks geologiske Undersögelse*, 1908, n° 17), résumé en français.

de -8^m à l'Est à -32^m à l'Ouest vers la mer [1] En Danemark l'affaissement n'est pas aussi évident, car le faciès est de mer plus profonde et la cote supérieure oscille dans le Slesvig occidental de $-9,7$ à $-15,4$, chiffres très conciliables avec l'existence d'une tranche d'eau de 40^m à 50^m au moment du dépôt. La question demeure douteuse.

En tous les cas, ce qui me paraît certain, c'est l'équivalence exacte de l'étage Eemien avec les sables interglaciaires à faune tempérée de la côte est de l'Angleterre, avec les dépôts à faune chaude du Sussex et aussi avec l'étage *Tyrrhénien* de la Méditerranée (couches à Strombes).

4. Alors intervient une nouvelle glaciation scandinave qui recouvre en divers points du Danemark et du Slesvig les formations Eemiennes. La limite de ce *glacier polonien-rissien* est moins étendue vers le Sud que celle de la glaciation précédente. Il couvre encore le nord de l'Angleterre, traverse la mer du Nord pour atteindre l'Allemagne vers l'embouchure de l'Elbe, passe au sud de Berlin et de Varsovie et se recourbe au Nord vers la mer Blanche; mais la séparation des moraines de fond de ces deux glaciers n'est pas partout facile.

5. Puis une période de réchauffement amène encore une fois la retraite du glacier (troisième *période interglaciaire*). La mer revient sur l'emplacement occupé par la glace, mais cette fois ses dépôts ne sont connus que dans l'extrême nord du Jutland, dans l'île Vendsyssel. C'est l'épaisse *formation marine de Skærumhede* (120^m) [2], divisée par les géologues danois en trois zones de bas en haut : 1° zone à *Turritella terebra* à faune boréo-lusitannienne; 2° zone à *Abra nitida* à faune boréo-arctique; 3° zone à *Portlandia arctica* à faune arctique. Le refroidissement de la mer est progressif de la base au sommet de l'étage.

L'altitude de la ligne de rivage est aussi difficile à fixer que pour l'étage Eemien. La cote supérieure du dépôt n'a été observée qu'au sondage de Skœrumhede (-34^m). Y a-t-il eu affaissement ou bien le dépôt s'est-il formé à son niveau actuel sous une grande épaisseur d'eau ? Les deux hypothèses sont soutenables.

Quelle que soit la solution adoptée, je considère l'étage de Skœrumhede comme contemporain de la terrasse de 100 pieds d'Écosse qui appartient

(1) Renseignements obligeamment transmis par M. le professeur Lorié d'Utrecht.

(2) JESSEN, MILTHERS, NORDMANN, HARTZ et HESSELBO, *En Boring gennem des quärtere Lag ved Skærumhede* (*Danm. geol. Undersögelse*, 1910, n° 25), résumé en anglais.

au même interglaciaire et contient aussi une faune arctique. Je les attribue l'un et l'autre à la fin de l'étage *Tyrrhénien*.

6. Nous arrivons enfin à la dernière invasion quaternaire du glacier scandinave sur la région germano-danoise (*glaciation mecklenbourgienne-würmienne*). C'est l'époque des *moraines baltiques* qui dessinent au sud du rivage de cette mer des traînées sinueuses de moraines frontales très fraîches à travers la Prusse, la Poméranie, le Mecklenbourg, s'infléchissant au Nord-Ouest dans le Slesvig-Holstein, puis au Nord à travers le Jutland jusqu'à hauteur de Viborg où un crochet brusque à l'Ouest les amène au Skager-Rack et amorce leur raccord avec les moraines de la côte norvégienne. Au nord du Jutland, à Vendsyssel, cette glaciation recouvre la formation marine précédente.

7. Après la retraite de ce glacier, nous n'avons plus à indiquer comme dépôts marins que l'invasion postquaternaire de la *mer à Yoldia* qui atteint seulement la pointe du Danemark et intéresse surtout la Scandinavie où nous la retrouverons.

THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE. — *Sur l'emploi de l'air comme agent frigorifique*. Note de M. **Maurice Leblanc**.

Il y aurait les plus grands avantages, dans l'industrie du froid, à employer l'air comme agent frigorifique. On n'y est pas parvenu économiquement jusqu'ici et nous allons chercher les moyens d'y arriver.

Pour fixer les idées, nous supposerons, dans ce qui va suivre, qu'on veuille fabriquer de la glace en disposant d'eau de refroidissement à la température de 10° C., qu'on rejettera à celle de 20° C. et comparerons l'emploi de l'air à celui de la vapeur saturée d'ammoniac.

Par quelles températures conviendra-t-il de faire passer l'ammoniac et l'air?

L'air étant inoffensif, on n'aura jamais à interposer entre lui et les corps à refroidir un intermédiaire, tel que la saumure, comme avec l'ammoniac.

La température de l'ammoniac, dans son condenseur, sera constante et supérieure de 3° environ à celle de l'eau de refroidissement *à sa sortie*, soit de 23°. L'air sortira d'un refroidisseur à contre-courant, à une température peu supérieure à celle de l'eau *à son entrée* et voisine de 13°.

D'autre part, la température de l'ammoniac, dans son réfrigérant, sera constante et inférieure de 8° environ à celle de la saumure à —5° qui congèlera l'eau dans des mouleaux, soit de —13°. On fera circuler directement l'air autour d'un cylindre, dont

les parois seront tapissées de couches de glace de moins en moins épaisses et dont l'extrémité contiendra de l'eau à $+10°$.

De l'air à $+2°$ pourra refroidir de l'eau à $+10°$. Nous l'extrairons donc du réfrigérant à $+2°$. Le rendement théorique des machines diminuera à mesure que nous ferons pénétrer l'air dans le réfrigérant à une température plus basse, mais leur rendement mécanique s'élèvera et elles seront mieux utilisées. La température la plus favorable paraissant être de $-30°$, nous l'adopterons.

Cycle des machines a air. — Nous dirons l'air à l'état P, V, T, lorsque sa pression sera P, son volume spécifique V et sa température absolue T.

Le cycle qu'il doit décrire, dans une machine frigorifique, est représenté sur la figure 1. On le fait passer successivement : 1° de l'état $P_1V_1T_1$ à l'état $P_2V_2T_2$ en le détendant adiabatiquement; 2° de l'état $P_2V_2T_2$ à

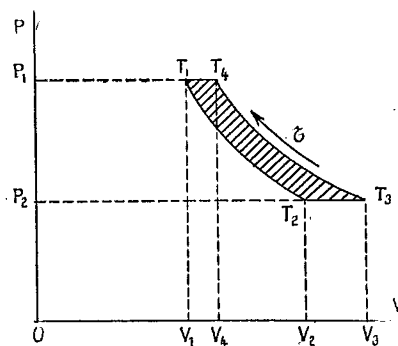


Fig. 1.

l'état $P_2V_3T_3$ en l'échauffant à pression contante; 3° de l'état $P_2V_3T_3$ à l'état $P_1V_4T_4$ en le comprimant adiabatiquement; 4° de l'état $P_1V_4T_4$ à son état initial $P_1V_1T_1$ en le refroidissant à pression constante.

Soit c_p sa chaleur spécifique à pression constante ($c_p = 0{,}2375$). Chaque kilogramme d'air parcourant le cycle gagne $c_p(T_3 - T_2)$ calories et en perd $c_p(T_4 - T_1)$. Le travail ϖ qu'il absorbe est

$$\varpi = 424\,c_p(T_3 - T_2)\,\frac{T_1 - T_2}{T_2}.$$

Le rendement du cycle est celui d'un cycle de Carnot décrit entre les températures T_1 *et* T_2.

Dans le cas de la fabrication de la glace, nous devrons faire normalement, d'après ce qui précède : $T_1 = 286$, $T_2 = 243$, $T_3 = 275$. Il en résulte :

$$T_4 = 324 \quad \text{et} \quad P_2 = 0{,}5710\,P_1 \quad [\text{on a } P_1V_1 = 29{,}272\,T_1];$$

$$V_2 = 1{,}488\,V_1, \quad V_3 = 1{,}684\,V_1, \quad V_4 = 1{,}132\,V_1; \quad \varpi = 570^{\text{kgm}},22.$$

RENDEMENTS THÉORIQUE, THERMIQUE, MÉCANIQUE ET RÉEL. CYCLES THÉORIQUE ET RÉEL D'UNE MACHINE FRIGORIFIQUE :

Nous appellerons dans tous les cas :

Rendement théorique : celui d'un cycle de Carnot décrit entre la température T_1 du fluide, à la sortie de son refroidisseur ou de son condenseur et sa température T_2 à l'entrée du réfrigérant;

Rendement thermique : le rapport de l'aire du cycle de Carnot précédent décrit par 1^{kg} de fluide à celle du diagramme relevé dans les cylindres, également rapportée au kilogramme de fluide;

Rendement mécanique : le rapport du travail indiqué dans les cylindres au travail dépensé sur les arbres;

Rendement réel : le produit des trois rendements précédents;

Cycle théorique : la succession de changements d'état que nous désirons faire subir à chaque kilogramme de fluide;

Cycle réel : le diagramme relevé dans les cylindres rapporté au kilogramme de fluide.

Le cycle théorique de la machine à air est celui de la figure 1. Son rendement est égal au rendement théorique.

Son cycle réel diffère très peu de son rendement théorique. D'après des diagrammes relevés sur des compresseurs d'air, les courbes de compression et de détente sont parfaitement adiabatiques et, à la condition d'imputer au rendement mécanique les pertes de force vive dans les orifices des cylindres, nous pouvons dire :

Le rendement thermique de la machine à air est égal à son rendement théorique.

Dans une machine à ammoniac : 1^{kg} d'ammoniac liquide occupant un volume v_0 à la température T'_2 est vaporisé sous la première constante P'_2 égale à sa tension de vapeur à la température T'_2. Le kilogramme de vapeur produit est comprimé adiabatiquement, jusqu'à ce qu'il ait atteint la pression P'_1 égale à sa tension de vapeur à la température T'_1. La vapeur se surchauffe, pendant sa compression, et arrive ainsi à la température T''_1 supérieure à la température T'_1. Elle se refroidit d'abord dans le condenseur, puis se liquéfie à la température T'_1, et son volume redevient sensiblement v_0. Le kilogramme de liquide est ramené à une température T''_2 peu différente de celle de l'eau de condensation, à son entrée dans le condenseur, et finalement renvoyé dans le réfrigérant.

Non seulement le rendement du cycle théorique de la machine à ammoniac est inférieur au rendement théorique, mais son cycle réel diffère beaucoup de son cycle théorique et a un rendement bien plus faible.

En fait, le rendement thermique des meilleures machines à ammoniac ne dépasse pas les 0,65 du rendement théorique. *Cela est dû à l'action des parois, qui est sensiblement nulle avec l'air.*

En revanche, le rendement mécanique d'une machine à air est très inférieur à celui d'une machine à ammoniac, qui atteint facilement 0,92.

En effet, si nous faisons, d'après ce que nous avons dit : $T_1 = 286$, $T_2 = 243$ et $T_3 = 275$, la différence $T_3 - T_2$ est petite par rapport à T_2, le cycle est très étroit et le travail $\mathfrak{T}$ par kilogramme d'air est seulement égal à 570^{kgm}, alors qu'il serait d'environ 21000^{kgm} pour 1^{kgm} d'ammoniac, avec $T'_1 = 296$ et $T'_2 = 260$.

Or le fluide, en décrivant son cycle, devra, par deux fois, sortir des cylindres de la machine, pour y rentrer après avoir traversé un échangeur de chaleur. Il devra donc franchir successivement quatre orifices étranglés, et la force vive qu'il y aura acquise sera consommée en remous.

Acceptons une perte de 100^{kgm} par kilogramme de fluide pour ces quatre orifices. Elle affectera à peine le rendement de la machine à ammoniac, tandis qu'elle limitera à 0,85 celui de la machine à air.

D'autre part, le travail absorbé par l'air sera la différence de deux travaux, l'un de compression $\mathfrak{T}_c$, l'autre de détente $\mathfrak{T}_d$ et celui consommé par les résistances passives de la machine croîtra avec la somme $(\mathfrak{T}_c + \mathfrak{T}_d)$. Avec l'ammoniac, s'il y a un travail de détente, il est très petit par rapport à la différence $(\mathfrak{T}_c - \mathfrak{T}_d)$.

Le rendement *mécanique* d'une machine à air sera donc toujours notablement inférieur à celui d'une machine à ammoniac.

C'est pour l'améliorer que nous avons abaissé à 243 la température T_2, bien que le rendement *théorique* de la machine à air ne soit plus alors que les 0,78 de celui de la machine à ammoniac.

Ne tenons pas compte, dans les deux cas, du réchauffage des machines par le milieu ambiant.

Si la machine à ammoniac avait un rendement égal à son rendement théorique, la production d'une frigorie coûterait $58^{kgm},5$. Elle coûtera, en réalité, au moins $\frac{58,5}{0,92 \times 0,65} = 98^{kgm}$. Si la machine à air avait le même rendement réel, chaque kilogramme d'air produisant 7,6 frigories, la dépense de travail par kilogramme d'air devrait être de 745^{kgm}, dont 100 seraient absorbés par les pertes de force vive dans les orifices. Le travail qu'il utiliserait serait de 570^{kgm}.

Le travail absorbé par les résistances passives de la machine ne devrait être que de 75^{kgm} par kilogramme d'air et égal, ainsi, aux 0,10 environ du travail total dépensé.

Pareil résultat ne pourra être obtenu, avec les appareils les plus perfectionnés que si le travail $\mathfrak{T}_c$ est peu élevé par rapport à la différence $(\mathfrak{T}_c - \mathfrak{T}_d)$.

Or, jusqu'à présent, on a réalisé le cycle de la figure 1 en le considérant comme la superposition des deux cycles de la figure 2 parcourus en sens contraires. Le premier était réalisé dans un compresseur, le second dans un détenteur disposé comme une machine à vapeur ordinaire.

Dans ces conditions, si l'on fait $T_1 = 286$, $T_2 = 243$, $T_3 = 275$, on trouve que la somme des volumes $(V_2 + V_3)$, que doivent engendrer les pistons des machines, est 4,62 fois plus grande que le volume $(V_3 - V_1)$ dont varie celui de l'air décrivant le cycle de la figure 1 et que l'on a $\frac{\mathfrak{E}_e - \mathfrak{E}_d}{\mathfrak{E}_c - \mathfrak{E}_d} = 16,39$. La puissance totale des machines employées est alors 16,39 fois plus grande que celle réellement communiquée à l'air.

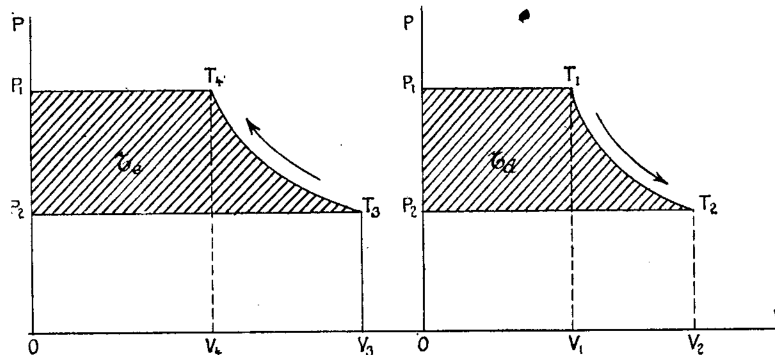


Fig. 2.

Cela conduit à l'emploi d'un matériel monstrueux et de très mauvais rendement.

Ce système ne peut convenir que pour la production de très basses températures, pour faire de l'air liquide, par exemple, parce que le travail $\mathfrak{E}_d$ est alors très petit par rapport au travail $\mathfrak{E}_c$. Si l'on s'en est servi pour produire de petites différences de températures, c'est qu'il fournissait un moyen commode de faire circuler l'air dans le refroidisseur et le réfrigérant, qu'il suffisait de brancher entre le compresseur et le détendeur.

Mais nous pouvons échanger l'air contenu dans un cylindre en faisant balayer celui-ci par de l'air plus chaud ou plus froid, provenant d'un réfrigérant ou d'un refroidisseur et mû par un ventilateur, *en laissant le piston immobile*.

Cela permet de réaliser le cycle de la figure 1 en n'engendrant que le volume $V_3 - V_1$. Si l'on fait $T_1 = 286$, $T_2 = 243$ et $T_3 = 275$, le travail $\mathfrak{E}_c$ est seulement égal à $2,29\,(\mathfrak{E}_c - \mathfrak{E}_d)$ et il devient possible de faire une machine à air dont le rendement réel équivaille à celui d'une machine à ammoniac.

Nouvelle machine a air. — Nous pouvons considérer le cycle de la figure 1 reproduit sur la figure 3 comme la superposition des deux cycles des figures 4 et 5. Dans celui de la figure 4, l'abscisse du point d'ordonnée p de la courbe de compression est égale à la différence des abscisses des points ayant même ordonnée des courbes de compression et de détente du premier cycle. Les aires de ces deux cycles sont égales. Le second est semblable au

diagramme qu'on relèverait dans un compresseur ordinaire. Nous le réalisons avec un tel compresseur à clapets automatiques dit *compresseur watté*,

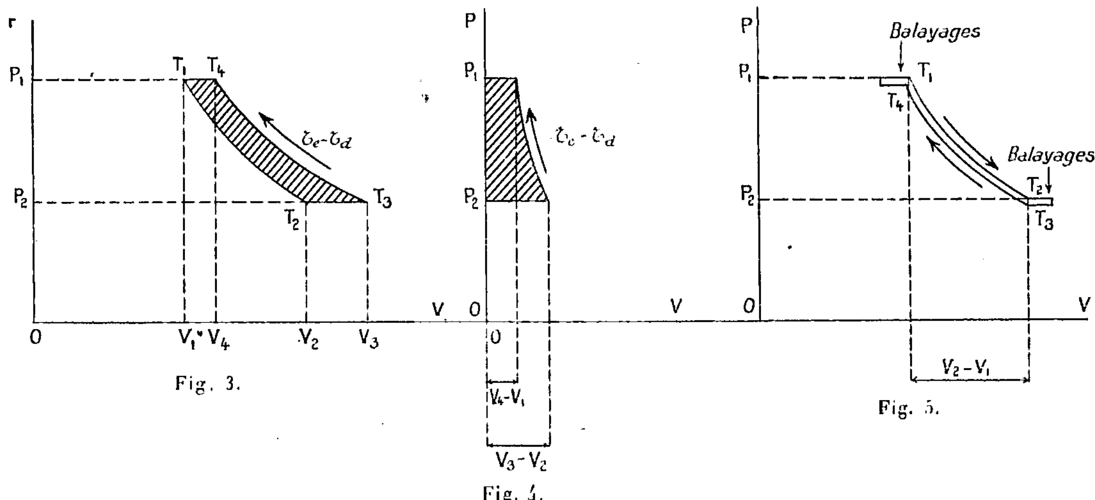


Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.

parce que tout le travail qu'il absorbe est communiqué à l'air, sans avoir à être récupéré partiellement.

Le cycle de la figure 5 se compose de deux courbes, l'une de détente, l'autre de compression, infiniment voisines; elles reproduisent la courbe de détente du cycle de la figure 1. Son aire est nulle.

En décrivant ce cycle, on détend de l'air pris à l'état $P_1V_1T_1$ et l'amène à l'état $P_2V_2T_2$. Un balayage lui substitue un égal volume d'air à l'état $P_2V_2T_3$. Celui-ci est comprimé et amené à l'état $P_1V_4T_4$. Un nouveau balayage lui substitue un égal volume d'air à l'état initial $P_1V_1T_1$...

Nous le réalisons au moyen d'un détendeur spécial dit *détendeur déwatté*, parce qu'il restitue intégralement à l'air le travail fourni par celui-ci.

Il fait passer constamment de l'air du refroidisseur dans le réfrigérant, mais cet air est repris, à la sortie du réfrigérant, par le compresseur watté, qui le renvoie à l'entrée du refroidisseur.

Le volume engendré par les pistons des deux appareils par kilogramme d'air décrivant le cycle, est seulement égal à $V_3 - V_1$.

Une machine composée d'un compresseur watté et d'un détendeur déwatté, a été construite et a bien fonctionné. Nous la décrirons dans une prochaine Note.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Théorie générale du turbo-compresseur pour moteurs d'avions.* Note [1] de M. A. RATEAU.

On sait que le turbo-compresseur que j'ai créé pour la suralimentation des moteurs d'avions, et qui permet d'en accroître considérablement la puissance dans les vols à grande altitude, se compose d'une turbine motrice, actionnée par les gaz d'échappement du moteur, et d'un ventilateur centrifuge dont la roue mobile est calée sur le même arbre que la roue de la turbine.

Le ventilateur aspire l'air de l'atmosphère environnante et le refoule au moteur après en avoir élevé la pression, au double à peu près avec les appareils actuellement en service.

La turbine reçoit la totalité ou seulement une partie des gaz d'échappement du moteur, suivant que l'on veut l'action maximum ou, à basse altitude, un renforcement modéré de la puissance du moteur.

Dans cette Note, je me propose de donner la théorie générale du fonctionnement de la machine et d'établir la formule fondamentale qui relie entre elles les diverses quantités qui s'y rapportent. On verra, ainsi, qu'il est aisé de remettre, à n'importe quelle altitude, le moteur dans les conditions de fonctionnement au sol, sauf peut-être, à cause des fuites, une contre-pression d'échappement légèrement plus forte.

Appelons :

p la pression de l'atmosphère environnante;
T la température absolue de l'air aspiré par le ventilateur;
p_0 la pression de refoulement du ventilateur, ou plus exactement la pression de l'air à l'entrée des carburateurs;
p_1 la pression moyenne d'échappement des gaz du moteur à l'entrée dans le corps de la turbine;
T_1 la température absolue de ces gaz.

La formule s'obtient en écrivant que le travail utile donné par la turbine est égal au travail réclamé par le ventilateur.

1° *Ventilateur.* — Pour comprimer 1^{kg} d'air de p à p_0, il faut dépenser le travail

$$W = \frac{EC(T_0 - T)}{\rho_v}, \tag{1}$$

---

[1] Séance du 6 juin 1922.

E étant l'équivalent mécanique de la calorie ($E = 427$);

C la chaleur spécifique de l'air à pression constante;

T_0 la température finale en compression adiabatique;

ρ_v le rendement du ventilateur, par rapport à ladite compression adiabatique, y compris les pertes de charge dans les tuyauteries et les radiateurs destinés à rafraîchir l'air avant son arrivée aux carburateurs.

Mais

$$(2) \qquad \frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^k \qquad \text{avec} \qquad k = \frac{\gamma - 1}{\gamma},$$

γ étant le rapport des chaleurs spécifiques de l'air, C à pression constante et c à volume constant.

D'où, comme connu,

$$(3) \qquad W = \frac{ECT}{\rho_v}\left[\left(\frac{p_0}{p}\right)^k - 1\right] = \frac{ECT}{\rho_v}[r^k - 1],$$

en appelant r le rapport de compression du ventilateur, $r = \frac{p_0}{p}$.

Pour l'air, aux températures voisines de 0°C, d'après les déterminations les plus récentes, il faut adopter

$C = 0,2387$, $\gamma = 1,4034$ [1], d'où $k = 0,2875$, $Ck = 0,0686$.

2° *Turbine*. — Dans l'action complète de la turbine, le tiroir d'échappement à l'atmosphère étant entièrement fermé, la turbine reçoit la totalité des gaz issus du moteur, c'est-à-dire aussi la totalité de l'air envoyé par le ventilateur, augmentée de l'essence ajoutée par les carburateurs, mais diminuée des fuites par les fissures de la tuyauterie et par les garnitures des pistons du moteur.

Désignons par

e la quantité relative d'essence, en poids, voisine de 5,5 % habituellement;

f la proportion des fuites par rapport au poids d'air débité.

On a, pour expression du travail utile donné par la turbine, par analogie avec le cas du ventilateur, en appelant

C′ la chaleur spécifique à pression constante des gaz d'échappement;

k' le rapport des deux chaleurs spécifiques de ces gaz;

ρ_t le rendement de la turbine, y compris les frottements de paliers,

$$(4) \qquad W' = (1 + e - f)EC'T_1\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}\right]\rho_t.$$

(1) J. R. Partington, *Proc. of the Royal Society*, octobre 1921.

Égalant W et W', nous obtenons

(5) $$\tau C'\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}\right]=C\left[\left(\frac{p_0}{p}\right)^{k}-1\right],$$

avec

(6) $$\tau=(1+e-f)\rho\frac{T_1}{T},$$

$\rho=\rho_v\rho_t$ étant le rendement d'ensemble du groupe turbo-ventilateur.

Il nous faut estimer C' et k' pour les gaz d'échappement à la température moyenne de 700°C. qui est celle qui se présente habituellement.

J'admets que l'air se compose, en poids, de 77 d'azote et 23 d'oxygène et que l'on fournisse 6 pour 100 d'essence de composition moyenne $C^n H^{2n}$. En combustion supposée complète, il se forme 7,7 de vapeur d'eau et 18,9 d'anhydride carbonique, et il reste 2,4 d'oxygène libre. J'adopterai les dernières déterminations de C et de γ (en extrapolant parfois un peu), pour Az^2 et CO^2, par H.-B. Dixon, C. Campbell et A. Parker [1], et, pour H^2O, par O. Knoblauch et E. Raisch [2]. Le γ de la vapeur d'eau à 700° a été calculé en admettant que la différence des deux chaleurs spécifiques moléculaires est égale à 1,985, comme pour Az^2 et CO^2, ce qui ne doit certainement pas être éloigné de la vérité.

Je suis donc parti des valeurs suivantes pour C, γ et k à 700° C et aux pressions partielles de chacun des gaz du mélange :

	C.	γ.	k.
Az^2	0,2558	1,383	0,2769
O^2	0,2238	1,383	0,2769
H^2O	0,540	1,257	0,2042
CO^2	0,2487	1,221	0,1900

Tenant compte des poids relatifs de ces différents corps dans les gaz d'échappement, je trouve ainsi, pour la température de 700°C. :

(7) $$C'=0,2745;\quad k'=0,2561;\quad C'k'=0,0703;$$

d'où

(8) $$\frac{k'}{k}=0,8908;\quad \frac{C'k'}{Ck}=1,0244.$$

Les exposants k' et k étant à peu près inversement proportionnels aux

(1) *Proc. of the Royal Society*, octobre 1921.
(2) *Ver. Deutschen Ingenieure*, 29 avril 1922.

chaleurs spécifiques C′ et C, nous pouvons en profiter pour simplifier notablement la formule (5). La fonction $C'\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}\right]$, en effet, ne change pas beaucoup de valeur si l'on y remplace respectivement C′ et k' par C et k.

Posons

$$1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k}=u, \quad \text{d'où} \quad \left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}=(1-u)^{1-\varepsilon},$$

en remplaçant $\frac{k'}{k}$ par $1-\varepsilon$ pour réduire les écritures; il vient, par développement en série,

$$(7) \qquad \frac{1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}}{1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k}}=\frac{k'}{k}\left[1+\frac{\varepsilon}{2}u+\frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{2.3}u^2+\ldots\right].$$

Comme ε est petit, égal à 0,109, et qu'il en est de même de u, qui ne dépasse pas 0,37, même pour $\frac{p}{p_1}=\frac{1}{5}$, qui ne se présentera que pour les turbo-compresseurs de l'avenir qui auront un rapport r de compression supérieur à 4, on voit que la parenthèse du second membre ne diffère de l'unité que d'une petite quantité, inférieure à 0,024. Nous pouvons donc remplacer, dans (5),

$$C'\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k'}\right] \quad \text{par} \quad C\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{k}\right](1+s),$$

s étant une quantité, relativement petite, égale à $\frac{C'k'}{Ck}-1=0,0244$ augmenté de la valeur approchée des termes en u de la série, valeur qui s'appréciera aisément à l'aide des quelques chiffres suivants :

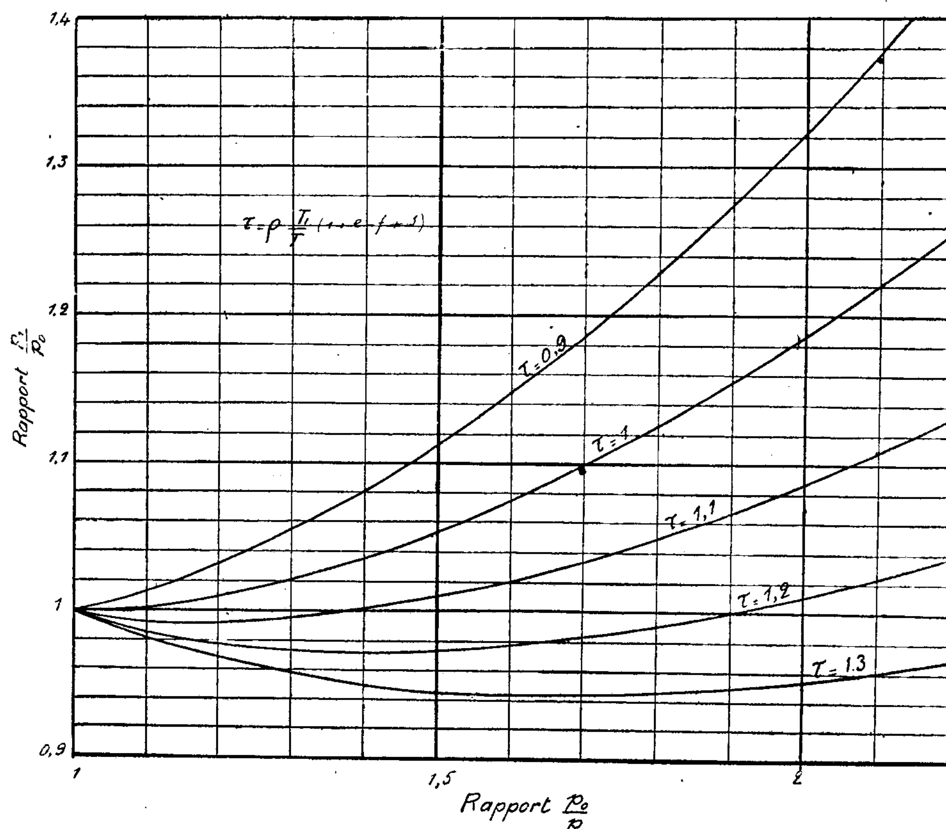
$\frac{p}{p_1}=$	$\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{3}$.	$\frac{1}{4}$.	$\frac{1}{5}$
$\frac{\varepsilon u}{2}+\ldots=$	0,0106	0,0165	0,0206	0,0236
$s\ldots\ldots=$	0,035	0,041	0,045	0,048

Dès lors, l'équation (5) devient, en posant

$$(8) \qquad \left(\frac{p_0}{p}\right)^{k}=r^k=x, \qquad \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{k}=y, \qquad \tau=\rho\frac{T_1}{T}(1+e+s-f),$$

$$(9) \qquad x^2-(1+\tau)x+\frac{\tau}{y}=0.$$

Telle est la relation fondamentale des turbo-compresseurs. Elle est traduite graphiquement par la figure, pour des valeurs de r allant jusqu'à 2,2, et des valeurs de τ comprises entre 0,9 et 1,3.



Applications. — Pour que la pression d'échappement p_1 de la turbine puisse être juste égale à la pression p_0 d'alimentation, c'est-à-dire pour que $y = 1$, il faut que, d'après (9), $\tau = x$. Voyons quel est le rendement ρ de la machine qui est nécessaire dans les hypothèses principales que l'on peut faire.

Supposons d'abord qu'il n'y ait pas de fuites, $f = 0$, et admettons que la carburation apporte 5,5 pour 100 d'essence et que les gaz d'échappement arrivent à la turbine à la température de 727° C., soit $T_1 = 1000$.

Premier cas. — $\frac{p_0}{p} = 2$, le ventilateur double la pression;

$T = 248°$, température de l'air à 6000^{m} d'altitude;

alors

$$\tau = x = 1,2205, \qquad s = 0,035.$$

De (8) on tire

$$\rho = \frac{0,303}{1,09} = 0,278.$$

Deuxième cas. — $\frac{p_0}{p} = 4$, le ventilateur quadruple la pression;

$T = 219°$, température de l'air dans la stratosphère.

Alors

$$\tau = x = 1,4897, \qquad s = 0,045, \qquad \rho = \frac{0,326}{1,10} = 0,296.$$

Ces rendements d'ensemble, de 0,278 et 0,296, sont aisément réalisables, car le ventilateur et la turbine ont, même avec des formes très imparfaites, séparément, des rendements voisins de 0,55 et, d'ailleurs, dans le second cas, la compression devant être faite en deux fois, on intercalerait un radiateur pour abaisser la température de l'air, ce qui accroîtrait très notablement le rendement ρ_v de l'appareil estimé par rapport à la compression adiabatique totale.

Si l'on peut faire *a priori* une évaluation des fuites, la formule permet d'en tenir compte. Supposons, par exemple, que ces fuites compensent exactement l'effet de e et de s, ce qui correspond à 9 pour 100 de fuites dans le premier cas et à 10 pour 100 dans le deuxième, et admettons les mêmes rendements que ci-dessus, ce qui donne à τ les valeurs 1,121 et 1,361, respectivement. On déduit alors, de la formule (9),

$$y = \begin{cases} 1,0200, \\ 1,0485, \end{cases} \qquad \frac{p_1}{p_0} = \begin{cases} 1,071, \\ 1,179, \end{cases} \qquad \text{et, si } p_0 = 1, \qquad p_1 - p_0 = \begin{cases} 0,071, \\ 0,179. \end{cases}$$

Dans ces hypothèses, le ventilateur rétablissant la pression barométrique au sol, il suffit que la contre-pression au moteur la dépasse de 0,071 ou 0,179 kg : cm², respectivement, pour que l'énergie des gaz d'échappement permette le fonctionnement envisagé.

Si, en marche effective, on est obligé de consentir des contre-pressions plus fortes, c'est donc que les fuites sont réellement plus grandes que 9 pour 100, et il faut les rechercher et les réduire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les figures intégrales singulières des systèmes passifs du premier ordre n'impliquant qu'une seule fonction inconnue.* Note [1] de M. **Riquier**.

L'examen de cette question conduit à des résultats différents, suivant que le système considéré est, ou non, linéaire par rapport aux dérivées de la fonction inconnue.

I. Le système étant *non linéaire*, supposons, pour fixer les idées, que la fonction inconnue, u, qui s'y trouve engagée, dépende des cinq variables x, y, z, s, t, et que le système soit résolu par rapport aux trois dérivées $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}$: en adoptant, pour les deux dérivées restantes $\frac{\partial u}{\partial s}, \frac{\partial u}{\partial t}$, les notations respectives u_s, u_t, il est de la forme

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = F_x(x, y, z, s, t, u, u_s, u_t), \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} = F_y(x, y, z, s, t, u, u_s, u_t), \\ \dfrac{\partial u}{\partial z} = F_z(x, y, z, s, t, u, u_s, u_t), \end{cases}$$

où F_x, F_y, F_z désignent trois composantes connues, telles que le système soit *passif*. Cette passivité entraîne, comme on peut l'établir, celle du système différentiel total

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial s}{\partial x} = -\dfrac{\partial F_x}{\partial u_s}, & \dfrac{\partial t}{\partial x} = -\dfrac{\partial F_x}{\partial u_t}, & \dfrac{\partial u}{\partial x} = F_x - u_s\dfrac{\partial F_x}{\partial u_s} - u_t\dfrac{\partial F_x}{\partial u_t}, \\ \dfrac{\partial s}{\partial y} = -\dfrac{\partial F_y}{\partial u_s}, & \dfrac{\partial t}{\partial y} = -\dfrac{\partial F_y}{\partial u_t}, & \dfrac{\partial u}{\partial y} = F_y - u_s\dfrac{\partial F_y}{\partial u_s} - u_t\dfrac{\partial F_y}{\partial u_t}, \\ \dfrac{\partial s}{\partial z} = -\dfrac{\partial F_z}{\partial u_s}, & \dfrac{\partial t}{\partial z} = -\dfrac{\partial F_z}{\partial u_t}, & \dfrac{\partial u}{\partial z} = F_z - u_s\dfrac{\partial F_z}{\partial u_s} - u_t\dfrac{\partial F_z}{\partial u_t}, \\ \dfrac{\partial u_s}{\partial x} = \dfrac{\partial F_x}{\partial s} + \dfrac{\partial F_x}{\partial u}u_s, & \dfrac{\partial u_t}{\partial x} = \dfrac{\partial F_x}{\partial t} + \dfrac{\partial F_x}{\partial u}u_t, & \\ \dfrac{\partial u_s}{\partial y} = \dfrac{\partial F_y}{\partial s} + \dfrac{\partial F_y}{\partial u}u_s, & \dfrac{\partial u_t}{\partial y} = \dfrac{\partial F_y}{\partial t} + \dfrac{\partial F_y}{\partial u}u_t, & \\ \dfrac{\partial u_s}{\partial z} = \dfrac{\partial F_z}{\partial s} + \dfrac{\partial F_z}{\partial u}u_s, & \dfrac{\partial u_t}{\partial z} = \dfrac{\partial F_z}{\partial t} + \dfrac{\partial F_z}{\partial u}u_t, & \end{cases}$$

---

[1] Séance du 29 mai 1922.

où s, t, u, u_s, u_t désignent cinq fonctions inconnues de x, y, z. Soient

$$(3)\qquad \begin{cases} s = \mathcal{S}\ (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ t = \mathcal{T}\ (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ u = \mathcal{U}\ (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ u_s = \mathcal{U}_s(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ u_t = \mathcal{U}_t(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda) \end{cases}$$

les intégrales générales du système (2).

Cela posé, on pourra procéder comme il suit à la recherche de l'intégrale singulière du système (1).

Entre les cinq équations (3) et la relation

$$\frac{\partial(\mathcal{S}, \mathcal{T}, \mathcal{U}, \mathcal{U}_s, \mathcal{U}_t)}{\partial(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)} = 0,$$

on éliminera les cinq constantes arbitraires α, β, γ, δ, λ; on obtiendra ainsi une relation de la forme

$$(4)\qquad \mathrm{H}(x, y, z, s, t, u, u_s, u_t) = 0,$$

et l'on examinera s'il existe quelque fonction u de x, y, z, s, t vérifiant, en même temps que le système (1), l'équation aux dérivées partielles (4).

II. Lorsque le système passif (1) a ses seconds membres *linéaires* par rapport aux dérivées $\frac{\partial u}{\partial s}$, $\frac{\partial u}{\partial t}$, la méthode d'intégration de Jacobi lui est applicable, et l'on pourra, dès lors, procéder à la recherche de l'intégrale singulière de la façon indiquée dans une Note récente [1]; on sera ainsi conduit à adjoindre au système proposé, non plus, comme dans le cas précédent I, une relation différentielle, mais une relation finie entre x, y, z, s, t, u, et il restera à examiner si la figure définie par cette dernière est une intégrale du proposé.

III. Le cas d'une équation aux dérivées partielles *unique* et *linéaire* du premier ordre présente une particularité géométrique qu'il convient de noter. Considérons, par exemple, l'équation

$$(5)\qquad \frac{\partial u}{\partial x} = \mathrm{U} + \mathrm{Y}\frac{\partial u}{\partial y} + \mathrm{Z}\frac{\partial u}{\partial z} + \mathrm{S}\frac{\partial u}{\partial s} + \mathrm{T}\frac{\partial u}{\partial t},$$

où u désigne une fonction inconnue de x, y, z, s, t, et U, Y, Z, S, T des fonctions connues de x, y, z, s, t, u. Pour procéder, suivant la méthode

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1392.

rappelée dans l'alinéa II, à la recherche de l'intégrale singulière, on considérera le système des équations différentielles ordinaires

$$\frac{dy}{dx} = -Y, \quad \frac{dz}{dx} = -Z, \quad \frac{ds}{dx} = -S, \quad \frac{dt}{dx} = -T, \quad \frac{du}{dx} = U,$$

et l'on en formera les intégrales générales

$$(6) \quad \begin{cases} y = \mathcal{Y}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ z = \mathcal{Z}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ s = \mathcal{S}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ t = \mathcal{T}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \\ u = \mathcal{U}(x, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda), \end{cases}$$

auxquelles on adjoindra la relation

$$(7) \quad \frac{\partial(\mathcal{Y}, \mathcal{Z}, \mathcal{S}, \mathcal{T}, \mathcal{U})}{\partial(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)} = 0;$$

en éliminant entre les équations (6) et (7) les constantes arbitraires α, β, γ, δ, λ, on tombera sur une figure de l'espace $[[x, y, z, s, t, u]]$ définie par une équation unique, et qui pourra être ou ne pas être une intégrale de (5). Mais, quoi qu'il en soit, *si l'on considère les figures à une dimension de la famille* (6), *aux cinq paramètres* α, β, γ, δ, λ, *la figure à cinq dimensions obtenue comme il vient d'être dit en est l'enveloppe;* cette enveloppe ne touche d'ailleurs qu'en un simple point chacune des figures enveloppées.

MÉCANIQUE ET CHRONOMÉTRIE. — *Trois classes de vibrations isochrones non entretenues et trois types de machines horaires fixes. Instruments nouveaux pour l'étude expérimentale des viscosités.* Note [1] de M. **Jules Andrade.**

I. Étudions tout d'abord la vibration non entretenue du type

$$(1) \quad \frac{1}{\omega^2}\frac{d^2u}{dt^2} = -u - \eta\varepsilon\lambda u - q\frac{du}{dt}$$

$$\left(\eta = \operatorname{sgn} u;\ \varepsilon = \operatorname{sgn}\frac{du}{dt};\ \lambda \text{ et } q \text{ deux constantes positives}\right).$$

Ce mouvement, toujours réalisé comme mouvement angulaire, s'interprète avec avantage comme mouvement rectiligne. Ainsi envisagée, une

[1] Séance du 6 juin 1922.

oscillation simple se partage en deux moitiés se réalisant respectivement de part et d'autre du *point mort;* la première moitié se termine à ce point mort, l'autre commence au même point; ces deux mouvements sont respectivement deux projections obliques distinctes de deux mouvements spiraux uniformes ayant le point mort pour pôle commun. Les constantes caractéristiques de ces trajectoires spirales schématiques, savoir :

$V = \frac{\pi}{2} - \alpha =$ angle caractéristique de la spirale;

N, vitesse (en radians par seconde) du rayon vecteur;

$m =$ vitesse d'amortissement de ce rayon vecteur par rapport à sa rotation angulaire;

seront, en séparant la première moitié et la deuxième moitié de l'oscillation simple, résumées dans les Tableaux respectifs suivants :

Pour la première moitié de l'oscillation simple :

$$\sin\alpha_1 = \frac{q\omega^2}{2\omega\sqrt{1-\lambda}};$$

$$N_1 = \omega_1 \cos\alpha_1; \qquad \omega_1 = \omega\sqrt{1-\lambda};$$

$$m_1 = \operatorname{tang}\alpha_1;$$

Pour la seconde moitié de l'oscillation simple :

$$\sin\alpha_2 = \frac{q\omega^2}{2\omega\sqrt{1+\lambda}}.$$

$$N_2 = \omega_2 \cos\alpha_2; \qquad \omega_2 = \omega\sqrt{1+\lambda}.$$

$$m_2 = \operatorname{tang}\alpha_2.$$

II. La durée d'une oscillation simple a pour valeur

$$(2) \qquad T = \frac{\frac{\pi}{2} + \alpha_1}{N_1} + \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha_2}{N_2}.$$

III. La semi-amplitude *initiale* u_{i-1} et la semi-amplitude finale u_i de la $i^{\text{ème}}$ oscillation simple sont unies par la relation

$$(3) \qquad u_i = u_{i-1} e^{-m_1\left(\frac{\pi}{2}+\alpha_1\right)} \sqrt{\frac{1-\lambda}{1+\lambda}}\, e^{-m_2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha_2\right)}$$

($e =$ base des logarithmes naturels).

IV. Ces vibrations non entretenues sont rigoureusement isochrones; avec elles, résumons les principaux types de vibrations non entretenues qui, tant qu'elles durent, restent isochrones en vertu d'une force pendulaire et de diverses résistances simples. Ce sont : 1° les vibrations troublées par un frottement pendulaire, c'est-à-dire proportionnel à la valeur absolue de l'écart au point mort; 2° celles troublées par une résistance visqueuse (proportionnelle à la vitesse); 3° les vibrations où s'associent les deux résistances qui précèdent (problème résumé plus haut); 4° les vibrations

pendulaires troublées par une résistance visqueuse et un frottement simple constant; 5° les vibrations pendulaires troublées par un frottement constant pendant chaque oscillation simple, quel que soit son sens.

Les trois premières ont des semi-amplitudes décroissant en progression géométrique.

La quatrième a pour loi de réduction des semi-amplitudes $u_0, u_1, \ldots, u_2$ la loi

$$(u_{i+1}+\Phi)=(u_i+\Phi)\mathrm{H}, \qquad \Phi>0 \quad \text{et} \quad \mathrm{H}<1; \qquad \Phi=\frac{f(1+\mathrm{H})}{1-\mathrm{H}},$$

f étant le décalage du point mort dû au frottement; l'oscillation de rang i est la dernière si le u_i calculé par cette relation est le premier pour lequel on ait algébriquement $u_i<f$, et l'avant-dernière si u_i positif est précisément égal à f.

Toutes les vibrations précédentes se prêtent à un enregistrement photographique de leurs successions, enregistrement qui concourt aux déterminations *du* ou *des deux* coefficients de frottements d'espèces différentes.

V. On doit retenir toutefois que l'association d'un frottement constant et d'un frottement pendulaire trouble l'isochronisme de la vibration *non entretenue*, bien que sous une amplitude de régime suffisamment étendue la vibration *entretenue* ne manifeste aucune perturbation sensible à l'épreuve d'isochronisme du réglage.

On en voit un exemple dans le calcul approché de la durée de la vibration entretenue du doublet à enroulements symétriques; celui-ci se comporte en effet en régime normal comme si le frottement constant était accompagné d'un décalage moyen unique dont la valeur serait la moyenne arithmétique des deux décalages très peu différents respectivement propres à la première moitié et à la seconde moitié de l'oscillation en cours.

VI. Au point de vue d'une classification rationnelle des cinq types de vibrations ci-dessus énumérés, il y a lieu, dans l'emploi de l'organe réglant, de signaler comme particulièrement précieuse la circonstance suivante :

Cas d'un organe réglant à coefficients de frottements fixes. — Les frottements intérieurs à l'organe réglant proprement dit ont leurs coefficients constants non seulement durant une vibration, mais encore dans la suite du temps; c'est ce qui arrive par exemple si les frottements considérés *se produisent à sec* et si leurs coefficients varient peu avec la température. En ce cas, nous n'aurons à envisager que l'effet de la vieillesse des huiles sur l'échappement et sur le gros rouage, et l'effet indirect transmis ensuite à

l'organe réglant par le choc réparateur de l'échappement, et son influence sur le rythme de la vibration.

A ce point de vue, nous mettrons à part les trois classes d'organes réglants qui conservent l'isochronisme de leurs oscillations non entretenues, à savoir :

Première classe. — Organes réglants dont les frottements, perturbateurs d'une vibration sans eux sinusoïdale, comportent : soit une résistance visqueuse, soit un frottement pendulaire, soit les deux résistances réunies.

Deuxième classe. — Organes réglants dont les frottements perturbateurs comportent : soit un frottement simple unique, soit une résistance visqueuse, ces deux résistances gardant d'ailleurs leurs coefficients presque constants.

Troisième classe. — Organes réglants dont les frottements perturbateurs comportent une combinaison des résistances passives de l'un et l'autre groupe de la classe précédente.

VII. *Propriétés des machines horaires dont l'organe réglant appartient à l'une des trois classes précédentes.* — Les propriétés que nous allons énoncer ne visent théoriquement que le cas où l'action de l'échappement peut être assimilée à une action instantanée produisant le choc réparateur destiné à l'organe réglant.

a. Pour un organe réglant de la première classe, recevant *à son point mort* l'action de l'échappement, la vibration entretenue restera isochrone MALGRÉ LES IRRÉGULARITÉS DANS L'INTENSITÉ DU CHOC RÉPARATEUR.

b. Pour un balancier de la deuxième ou de la troisième classe, recevant l'action de l'échappement, non pas dans la situation précise qui correspond au point mort du ressort réglant, *mais dans la situation qui correspond à un décalage convenable du point mort*, en sens inverse de l'oscillation en cours, la vibration ainsi entretenue RESTERA ISOCHRONE MALGRÉ LES IRRÉGULARITÉS DANS L'INTENSITÉ DU CHOC RÉPARATEUR.

Pratiquement, ces propriétés précieuses ne seront valables en toute sécurité (eu égard à la non-instantanéité du choc réparateur) que jusqu'à une semi-amplitude *minima*, au-dessous de laquelle on s'interdira de descendre, ce minimum est lié à ce point de la vieillesse des huiles mises au gros rouage qui ne devra pas être atteint; et il est inutile de chercher à prolonger au delà l'agonie du chronomètre.

VIII. En toute rigueur, les propriétés précédentes ne peuvent pas être appliquées sans précaution à un *chronomètre portatif* muni de deux spiraux réglants seulement, mais il est aisé de les réaliser sur *des chronomètres*

fixes, soit naturellement, soit en appuyant l'organe réglant sur un flotteur convenable.

IX. Je n'ai pas la prétention d'affirmer, pour le moment, dans la poursuite de ces réalisations expérimentales, aucune maturité industrielle immédiate, mais en revanche je crois que l'on peut, sur elles, fonder une solution prochaine de ce problème physique :

Les résistances passives qui se rattachent à la viscosité des liquides se réduisent-elles à une simple résistance visqueuse ou comportent-elles encore, associée à la précédente, la résistance d'*un frottement* spécial ayant des lois assez analogues à celles que l'on rencontre dans le glissement relatif des solides?

L'emploi de balances spirales, et leurs oscillations, *étudiées à la fois photographiquement et chronométriquement*, donnera l'instrument propre à recevoir la réponse à la question que nous venons de poser.

Si cette réponse est affirmative, le même instrument convenablement préparé nous fournira les lois de ce frottement supplémentaire de la viscosité.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les liquides à plans équidistants de Grandjean.* Note (1) de MM. G. **Friedel** et L. **Royer**.

La structure à plans équidistants découverte par Grandjean dans le cyanbenzalaminocinnamate d'amyle se retrouve dans beaucoup d'autres cas et paraît caractériser d'une manière tout à fait générale les liquides biréfringents à couleurs épipoliques et grand pouvoir rotatoire. Nous l'avons reconnue notamment dans le cinnamate, le cinnamylate et le caprylate de cholestérine, dans le para-méthylphénone-méthylol, et dans un grand nombre de mélanges des sels de cholestérine.

Les liquides susceptibles de prendre cette structure ne l'affectent pas toujours. Quand ils la présentent, ils sont pourvus d'un pouvoir rotatoire énorme, se comptant par dizaines de tours par millimètre. En même temps, et dans les mêmes conditions, ces liquides réfléchissent des couleurs spectrales dont la longueur d'onde résulte de l'équidistance des plans et qui se montrent chaque fois que cette longueur d'onde est comprise dans le spectre visible, mais qui peuvent passer dans l'infrarouge ou dans l'ultraviolet lorsque l'équidistance des plans, souvent très variable notamment avec la température, est trop grande ou trop petite.

Cette réflexion offre des caractères très singuliers. D'une part, elle porte

(1) Séance du 6 juin 1922.

exclusivement sur l'une des vibrations polarisées circulaires, l'autre n'étant absolument pas affectée. D'autre part, elle présente ce caractère inattendu que, contrairement à ce qui a lieu dans la réflexion ordinaire, le rayon circulaire se réfléchit *sans changer de sens*. Ainsi, dans le cyanbenzalaminocinnamate d'amyle, les plans réfléchissent exclusivement le rayon circulaire droit, et ils le réfléchissent sous forme d'un rayon circulaire droit. Dans le cynnamylate de cholestérine, c'est le rayon gauche qui est réfléchi gauche. Il est facile de vérifier cette propriété sur une préparation quelconque à couleurs épipoliques et à structure bien régulière (ce qui se reconnaît à ce que les couleurs sont totalement éteintes par un analyseur circulaire) : le même analyseur circulaire, gauche pour le cyanbenzalaminocinnamate, droit pour le cinnamylate de cholestérine, éteint complètement aussi bien la couleur réfléchie que la couleur complémentaire transmise.

Le liquide peut très bien ne pas présenter la structure à plans parallèles. Même confuse, comme elle se montre dans beaucoup de sels de cholestérine, cette structure s'accompagne toujours de couleurs réfléchies, qui seulement varient d'un point à l'autre de la préparation. Mais elle peut aussi manquer tout à fait. Le liquide se montre alors composé de petites plages à noyaux, grises entre nicols, et qui ne diffèrent pas de celles des liquides à fils ordinaires. C'est ce qui arrive souvent lorsque la phase apparaît, soit qu'on l'obtienne par refroidissement du liquide isotrope, soit qu'on y parvienne en élevant la température à partir de l'état cristallisé ou d'une autre phase. La structure à plans, qui n'est d'ailleurs jamais régulière que dans les petites épaisseurs, s'établit parfois spontanément ensuite. Mais dans la plupart des cas il est nécessaire, pour l'obtenir, d'imprimer des mouvements au couvre-objet, et l'on peut, en évitant ces mouvements, conserver longtemps la structure à petites plages. Il est remarquable que, tant qu'il conserve cette structure, le liquide ne montre ni pouvoir rotatoire ni réflexion de couleurs. Les deux phénomènes, qui se montrent ainsi évidemment connexes, sont liés à la structure à plans équidistants.

La structure à petites plages, sans pouvoir rotatoire ni couleurs épipoliques, a souvent été prise pour une phase distincte. C'est ainsi que Stumpf a décrit comme phases différentes, dans le cyanbenzalaminocinnamate d'amyle, ces deux structures d'une même phase; en réalité elles ne constituent pas plus deux phases distinctes que, par exemple, la structure à noyaux et la structure en plages normales à l'axe qui s'observent dans la plupart des liquides à fils.

D'autre part, Stumpf a montré le premier, par l'étude du cyanbenzal-

aminocinnamate d'amyle, que le pouvoir rotatoire de ce corps change de signe de part et d'autre d'une certaine longueur d'onde qui paraît coïncider exactement avec la longueur d'onde réfléchie. Pour cette longueur d'onde d'inversion λ_i, le rayon droit étant totalement réfléchi, le pouvoir rotatoire ne se manifeste plus. De part et d'autre, lorsque la longueur d'onde approche de λ_i, le pouvoir rotatoire augmente considérablement, et ne montre aucun indice de diminution avant de disparaître lorsque la longueur d'onde atteint λ_i. Il est droit du côté du violet, gauche du côté du rouge. De l'extrême rouge jusqu'à λ_i, il croît constamment; au delà, il décroît d'abord très rapidement, passe par un minimum, puis croît de nouveau plus lentement vers le violet.

Au signe près, ces mêmes caractères paraissent se retrouver d'une manière absolument générale dans tous les liquides à couleurs épipoliques, qui se répartissent ainsi en deux types distincts : Dans le premier type (cyanbenzalaminocinnamate), le pouvoir rotatoire est droit, à partir de λ_i, du côté des petites longueurs d'onde, gauche du côté des grandes; le rayon circulaire réfléchi est le droit; les dessins en forme de virgules signalés par Grandjean sur les bords des gouttes à surface libre ont la forme convexe vers la droite pour l'observateur placé sur le bord de la goutte; les franges noires vues dans les mêmes conditions entre nicols se déplacent d'un mouvement continu vers les grandes épaisseurs quand on fait tourner les nicols dans le sens direct (ou la préparation dans le sens rétrograde). Dans le deuxième type (cinnamylate de cholestérine), le pouvoir rotatoire est gauche, à partir de λ_i, vers les petites longueurs d'onde, droit vers les grandes; le rayon circulaire réfléchi est gauche; les virgules sont convexes vers la gauche pour l'observateur placé sur le bord de la goutte; les franges noires vont vers les épaisseurs croissantes quand on fait tourner les nicols dans le sens rétrograde. A tous égards, les deux types de liquides sont l'image l'un de l'autre dans un miroir.

Il faut ajouter que c'est probablement par erreur que les plages bien orientées, réfléchissant des couleurs polarisées circulaires et bien homogènes, ont été décrites (notamment par Stumpf) comme ayant leur axe optique normal à la préparation. Il n'y a rien là qui soit comparable aux plages normales à l'axe que l'on observe dans les liquides à fils ordinaires ou dans les corps à coniques. Tous les faits s'accordent au contraire pour faire considérer leur pouvoir rotatoire comme étant dû à la même cause que cette sorte de pouvoir rotatoire achromatique si particulier qui s'ajoute à la biréfringence dans l'azoxyphénétol ou l'azoxyanisol et que Mauguin a

expliqué par la torsion accidentelle de plages non normales à l'axe. Tant que la torsion est relativement faible (cône de roulement sur l'équateur de la sphère de Poincaré très aigu), les faits doivent bien être ceux que l'on observe dans les plages accidentellement tordues de l'azoxyphénétol. Quand la torsion est beaucoup plus forte (cône de roulement dont l'ouverture approche de 180°), la rotation de la vibration incidente, tout en changeant de sens, prend exactement les caractères d'un pouvoir rotatoire ordinaire, avec forte dispersion, tel que celui qu'on observe dans les liquides à plans. Cela rend très probable que la cause du pouvoir rotatoire énorme de ces liquides réside dans la structure, et plus spécialement dans une très forte torsion spontanée qui se manifeste dans les minuscules intervalles compris entre deux plans de Grandjean successifs. Les liquides des deux types paraissent ne différer entre eux, qualitativement, que par le sens de cette torsion.

Nous montrerons dans une prochaine communication que d'autres faits viennent à l'appui de ces conclusions.

M. G. **Bigourdan** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *Union astronomique internationale* (*U. A. I.*). 31 — *Commission de l'heure* (*C. I. H.*). *Corrections des signaux horaires déterminées au Bureau international de l'Heure* (*B. I. H.*) *en* 1921 (2^e année), et du fascicule 3, tome I du *Bulletin horaire du Bureau international de l'Heure* (*B. I. H.*).

M. Ch. **Lallemand** présente à l'Académie :

1° Un exemplaire de son *Rapport au Congrès géodésique de Rome sur les travaux exécutés par le Service du Nivellement de la France de* 1912 *à* 1922 et, en particulier, sur le rattachement au réseau français des opérations allemandes effectuées en Alsace-Lorraine durant l'occupation. Les corrections atteignent 17^{cm} à Thionville au Nord et 36^{cm} à Montreux-Vieux, près Belfort, au Sud. La totalité des nivellements exécutés à ce jour s'élève à 130000 kilomètres, représentant la moitié du travail à effectuer sur l'ensemble du territoire.

2° Une brochure intitulée : *L'anarchie monétaire et ses conséquences économiques*, où se trouvent développées les idées exposées par lui dans une Notice de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1922, sur les Monnaies et le Change. Après avoir montré les néfastes effets de l'abandon de l'or

comme étalon monétaire, au cours de la guerre, et de son remplacement par des monnaies de papier, dépourvues de gage réel et néanmoins dotées, par la loi, d'une pleine valeur libératoire, M. Lallemand émet l'avis que, seul, le retour graduel au pair des monnaies les moins avariées ramènera la vie à un coût supportable pour les classes moyennes, constituant l'armature des nations.

M. J. Costantin présente à l'Académie les fascicules 8 à 26 (*fin*) de l'*Histoire naturelle illustrée : I. Les Plantes*, publiée en collaboration avec M. F. Faideau.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° E. Doublet. *L'astronome Lalande et la Géographie*. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

2° E. Doublet. *Histoire de l'Astronomie*. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

3° Émile Belot. *Exposition synthétique de l'origine dualistique des mondes*. Présenté par M. Bigourdan.)

4° Félix Michaud. *Rayonnement et gravitation*. (Présenté par M. D. Berthelot.)

5° Carte du Sud de la mer du Nord, dressée spécialement pour les pêcheurs, publiée par le Service hydrographique de la marine, d'accord avec l'Office scientifique et technique des pêches. (Présentée par M. Joubin.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries asymptotiques*. Note de M. Torsten Carleman, présentée par M. Émile Borel.

Soit $f(z)$ une fonction analytique de la variable $z = re^{i\theta}$ régulière dans le domaine $r > R$, $-\alpha\frac{\pi}{2} < \theta < \alpha\frac{\pi}{2}$ et représentée asymptotiquement dans ce domaine, au sens de Poincaré, par la série $\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{c_\nu}{z^\nu}$.

On sait qu'à une fonction $f(z)$ donnée ne peut correspondre qu'une

seule série asymptotique. D'un autre côté, il existe toujours une infinité de fonctions admettant le même développement asymptotique. C'est un problème important de trouver des conditions supplémentaires (S) par lesquelles la fonction $f(z)$ devient déterminée d'une manière unique par sa série asymptotique. Pour exprimer que $f(z)$ admet la série asymptotique $\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c_\nu}{z^\nu}$ et satisfait aux conditions (S), nous allons utiliser le symbole

$$f(z) \simeq \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{c_\nu}{z^\nu}. \tag{1}$$

M. Watson a démontré que $f(z)$ est déterminée d'une manière unique si l'on suppose

$$|f_n(z)| < b^n \underline{|\mu \alpha n}, \qquad (0 < \mu < 1), \tag{2}$$

b étant une constante (¹). On a posé :

$$f_n(z) = z^n f(z) - c_0 z^n - c_1 z^{n-1} - \ldots - c_{n-1} z.$$

Les conditions (S) doivent être telles que les relations

$$f(z) \simeq \sum \frac{c^\nu}{z_\nu}, \qquad g(z) \simeq \sum \frac{b_\nu}{z^\nu}$$

entraînent les suivantes :

$$\left\{\begin{aligned} & f'(z) \simeq \sum -\nu \frac{c_\nu}{z^{\nu+1}}, \qquad f(z) + g(z) \simeq \sum \frac{c_\nu + b_\nu}{z^\nu}, \\ & f(z)\, g(z) \simeq \sum \frac{a_\nu}{z^\nu}, \qquad a_\nu = \sum_{p=0}^{\nu} c_p b_{\nu-p}. \end{aligned}\right. \tag{3}$$

Finalement la relation (1) doit être équivalente à $f(z) = \sum \frac{c_\nu}{z^\nu}$ si la série est convergente.

Je me propose ici de démontrer que *les inégalités*

$$|f_n(z)| < \frac{k^n}{\left(\cos \frac{\theta}{\alpha}\right)^m} [\beta(n)]^{\alpha n} \tag{4}$$

(où k et m sont des constantes positives qui peuvent varier d'une fonction à

(¹) M. Nevanlinna a perfectionné ce théorème en montrant qu'on peut remplacer μ par 1 dans l'inégalité (2) (*Zur Theorie der asymptotischen Potenzreihen*, Helsingfors, 1918).

une autre) *constituent un système de conditions* (S) *si*

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\beta(n)}$$

est une série divergente à termes positifs décroissants. Supposons, par impossible, qu'il existe une autre fonction $g(z)$ ayant la même série asymptotique que $f(z)$ et remplissant en outre la condition

$$|g_n(z)| < \frac{k_1^n}{\left(\cos\frac{\theta}{\alpha}\right)^{m_1}} [\beta(n)]^{\alpha n}.$$

On en déduit, pour la fonction

$$F(z) = f(z) - g(z) = \frac{f_n(z) - g_n(z)}{z^n},$$

une inégalité de la forme

$$|F(z)| < \frac{k_2^n}{\left(\cos\frac{\theta}{\alpha}\right)^{m_2}} \left[\frac{\beta(n)^\alpha}{r}\right]^n.$$

En prenant μ suffisamment grand, il s'ensuit aisément, pour la fonction

(5) $$G(z) = \frac{1}{z^{\mu+1}} \int_z^\infty (x-z)^\mu F(x)\, dx,$$

la limitation

$$|G(z)| < k_3^n \left[\frac{\beta(n)^\alpha}{r}\right]^n.$$

En utilisant la transformation $Z = z^{\frac{1}{\alpha}}$, il s'ensuit, par un raisonnement utilisé dans ma Note *Sur un théorème de M. Denjoy* ([1]), que $G(z)$ est identiquement nul. Il en est donc de même de $F(z)$ en vertu de (5). C.Q.F.D.

On vérifie facilement les relations (3) en utilisant le fait que $\beta(n)$ est une suite croissante. Par contre, la monotonie de la fonction $\beta(n)$ n'est pas indispensable pour établir l'unicité de $f(z)$.

Remarquons qu'on pourrait obtenir le même résultat au moyen du théorème de M. Denjoy en considérant la fonction indéfiniment dérivable

$$\varphi(t) = \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{ts} F(s)\, ds.$$

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 373.

Comme application, prenons le problème de déterminer une fonction $\alpha(x)$ non décroissante, satisfaisant aux relations

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^\nu \, d\alpha(x) = c_\nu \qquad (\nu = 0, 1, \ldots)$$

(problème des moments). En considérant la fonction

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\alpha(x)}{z - x},$$

qui admet $\sum \frac{c_\nu}{z^{\nu+1}}$ comme série asymptotique avec $|f_{2n+1}(z)| < \frac{c_{2n}}{\sin\theta}$, on trouve ainsi : *Le problème des moments*

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^\nu \, d\alpha(x) = c_\nu \qquad (\nu = 0, 1, \ldots)$$

n'admet qu'une seule solution si $\sum \frac{1}{\sqrt[\nu]{|c_\nu|}}$ *diverge.*

Pour le problème de Stieltjes $\left[\int_0^{\infty} x^\nu \, d\alpha(x) = c_\nu\right]$, il suffit de supposer $\sum \frac{1}{\sqrt[2\nu]{|c_\nu|}}$ divergente, ce qu'on peut encore énoncer comme il suit : *Si la série* $\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^\nu c_\nu}{z^{\nu+1}}$ *admet une fraction continue de Stieltjes correspondante, on est sûr que cette fraction continue converge si* $\sum \frac{1}{\sqrt[2\nu]{|c_\nu|}}$ *diverge.*

Je suis arrivé à une autre démonstration (purement arithmétique) de cette proposition, qui permet, comme je le ferai voir dans un autre Mémoire, de trouver une nouvelle démonstration (basée sur la théorie des fractions continues) des théorèmes de M. Denjoy et de M. Borel sur les fonctions indéfiniment dérivables.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la méthode d'approximation d'Hermite.* Note de M. G. **Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

La considération des réduites des formes quadratiques binaires

$$f = (X - \omega Y)^2 + \frac{Y^2}{\Delta^2},$$

où ω est constant et Δ *une variable continue*, a conduit Hermite à démontrer

l'existence d'une suite de fractions $p:q$ approchant d'une irrationnelle donnée ω, l'approximation étant au moins égale à $\frac{1}{\sqrt{3}\,q^2}$ (¹). Humbert a développé la méthode d'Hermite en utilisant la division modulaire du demi-plan et a étudié la relation entre ces fractions d'Hermite et les réduites du développement de ω en fraction continue. D'une manière parallèle, Humbert introduisit une représentation géométrique très remarquable des réduites du développement en fraction continue de ω au moyen de la division du demi-plan en triangles de Stephen Smith. $z = x + iy$ étant la variable complexe, les triangles de Smith se déduisent du triangle fondamental de côtés $x = 0, y \geqq 0$; $x = 1, y \geqq 0$; $\left|z - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}, y \geqq 0$ par les substitutions du groupe modulaire: ces triangles ont leurs sommets aux points d'abscisse rationnelle de l'axe réel et ont pour côtés des demi-circonférences. Chaque point d'abscisse rationnelle non entière $p : q$ de cet axe est sommet intermédiaire d'un triangle $T(p, q)$, sommet gauche d'une suite de triangles dont l'un, le *premier*, est adjacent à $T(p, q)$ et sommet droit d'une autre suite dont le *premier* est adjacent à $T(p, q)$. Pour que $p : q$ soit une réduite de ω, il faut et il suffit que les deux côtés aboutissant en ce point dans l'un des triangles de Smith de sommet $p : q$ coupent la droite $x = \omega$ (et alors cette circonstance se produit pour l'un des premiers triangles).

Si l'on considère les hauteurs des triangles de Smith limitées aux sommets et à leur point de concours $\left(\text{c'est-à-dire les homologues des arcs } x = \frac{1}{2}, y > \frac{\sqrt{3}}{2};\ |z| = 1,\ 0 \leqq y \leqq \frac{\sqrt{3}}{2};\ |z - 1| = 1,\ 0 \leqq y \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, on voit que la condition nécessaire et suffisante pour que $p : q$ soit fraction d'Hermite est que la droite $x = \omega$ coupe l'une des hauteurs aboutissant en ce point dans les triangles de Smith de sommet $p : q$. Pour que cette circonstance se produise, il est nécessaire et suffisant que $x = \omega$ coupe la hauteur aboutissant en $p : q$ dans l'un des deux premiers triangles de Smith de sommet $p : q$. Il en résulte de suite que toute fraction d'Hermite appartient à la suite des réduites ordinaires, que sur deux réduites consécutives l'une au moins est fraction d'Hermite, et la condition nécessaire et suffisante pour que $p : q$ soit fraction d'Hermite, donnée également par Humbert, s'obtient immédiatement.

(¹) Voir HERMITE, *Œuvres*, t. 1, p. 164; trois *Mémoires* de HUMBERT, *Journal de Math.*, 1916, et une *Note* de M. ÉMILE BOREL, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 596.

Mais il est clair que l'on peut remplacer les hauteurs des triangles de Smith par d'autres lignes brisées aboutissant aux sommets pourvu que toute droite $x = \omega$ (ω non rationnel) coupe une infinité de ces lignes. Ce n'est encore qu'appliquer la méthode de réduction continuelle. On peut prendre dans le triangle fondamental de Smith le point $z = 1$, $\arg z = \theta$ $\left(\theta > \frac{\pi}{3}\right)$, joindre ce point au point à l'infini par une parallèle à Oy et à l'origine par un arc de cercle tangent à Oy, puis prendre les homologues de cette ligne brisée dans les deux substitutions modulaires laissant invariant le triangle fondamental. On obtient dans chaque triangle de Smith trois lignes brisées formées de deux segments joignant les sommets deux à deux. Pour l'une au moins $p:q$ de deux réduites consécutives la droite $x = \omega$ coupera l'un des segments aboutissant en ce point, et inversement, tout sommet $p:q$ d'un segment coupé par $x = \omega$ donne une réduite ordinaire. La suite des fractions ainsi obtenues est d'ailleurs extraite de celle d'Hermite et donne l'approximation $\frac{1}{2\sin\theta q^2}$.

Dans le cas particulier simple où l'on part des deux segments déterminés sur Oy par le point d'ordonnée 1, on obtient une suite de fractions $p:q$ extraite de celle d'Hermite donnant l'approximation $\frac{1}{2q^2}$. Comme on passe des réduites ordinaires aux fractions de cette *deuxième suite d'Hermite* en supprimant l'une au plus de deux réduites consécutives, on obtient un développement de ω en fraction continue semi-arithmétique (les numérateurs sont ± 1) analogue au développement hermitien considéré par Humbert, mais donnant l'approximation $\frac{1}{2q^2}$. La condition nécessaire et suffisante pour que $p:q$ appartienne à cette deuxième suite est aisée à former.

On est ensuite conduit à considérer les réduites $p:q$ telles que la droite $x = \omega$ coupe *deux* des segments aboutissant en ce point $\left(\text{et correspondant à } \theta = \frac{\pi}{2}\right)$. On obtient encore une suite extraite de la précédente et qui se déduit de la suite des réduites ordinaires en supprimant au plus deux réduites sur trois consécutives. *Ces fractions donnent l'approximation canonique* $\frac{1}{\sqrt{5}q^2}$. On peut remplacer la condition de couper deux segments homologues du segment $x = 0$, $y > 1$ par celle de couper un homologue du segment $x = \frac{1}{2}$, $y \geqq \frac{\sqrt{5}}{2}$, ce qui est moins restrictif et donne la même approxi-

mation. Les fractions de cette *troisième suite d'Hermite* sont encore extraites de la deuxième suite. La condition pour qu'une fraction appartienne à cette suite est aisée à obtenir.

Dans le cas de l'approximation des irrationnelles quadratiques, les suites obtenues sont périodiques, cela résulte de suite du mode de démonstration d'Humbert. Si l'on considère une forme quadratique binaire indéfinie à coefficients entiers, on voit qu'il existera toujours des réduites dont la circonférence représentative coupera le segment considéré ci-dessus, et par suite des réduites dont la circonférence représentative coupera l'arc de cercle $|z| = \sqrt{\frac{3}{2}}$ compris entre les points d'abscisses $\pm \frac{1}{2}$; le nombre de ces *réduites canoniques* est en relation avec le nombre des fractions de la troisième suite d'Hermite appartenant à une période des irrationnelles obtenues en annulant la forme considérée.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le problème général de la poussée des terres.* Note de M. **Georges Rémoundos.**

Dans une Note récente (¹), j'ai montré que le problème général de la poussée des terres se ramène à une équation à dérivées partielles *linéaire* à r, s, t et du *second ordre*. Quelques jours après, M. Goursat (²) a communiqué une autre solution du problème.

Or je dois faire observer que M. Goursat a pris les équations de M. Boussinesq avec une faute *typographique* qui a été faite dans ma Note. Les équations exactes de M. Boussinesq sont les suivantes :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + k\left[\frac{\partial(u\cos 2\omega)}{\partial x} + \frac{\partial(u\sin 2\omega)}{\partial y}\right] = b_1,$$
$$\frac{\partial u}{\partial y} + k\left[\frac{\partial(u\sin 2\omega)}{\partial x} - \frac{\partial(u\cos 2\omega)}{\partial y}\right] = b_2,$$

tandis que dans ma Note imprimée le signe — a été remplacé par le signe +. C'est pour cela que la solution de M. Goursat ne se rapporte pas au problème de la poussée des terres; on voit, d'ailleurs, immédiatement que, si les équations de M. Boussinesq avaient la forme parue dans ma Note impri-

(¹) *Sur les déformations planes et le problème de la poussée des terres* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 929).

(²) *Sur le problème de la poussée des terres* (*Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1049).

mée et dans celle de M. Goursat, la solution donnée par M. Goursat serait immédiatement visible et n'aurait pu échapper à M. Boussinesq.

Ma méthode et mon résultat se rapportent aux équations exactes de M. Boussinesq et, par conséquent, au problème général de la poussée des terres.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la déformation élastique d'un corps isotrope.* Note de M. **Sudria**, présentée par M. G. Kœnigs.

Une précédente Note a établi un théorème corrélatif du théorème de Ménabréa généralisé; ce théorème s'énonce ainsi :

« De toutes les déformations virtuelles que l'on peut concevoir pour le système de corps isotropes chargés brusquement, celle pour laquelle l'énergie cinétique virtuelle (somme des travaux des forces appliquées et des forces moléculaires) est maxima, est la déformation d'équilibre. »

Le théorème a été établi par un procédé qui ne s'applique qu'à un nombre fini de points chargés (résolution d'un nombre égal d'équations linéaires). On peut justifier, ainsi qu'il suit, l'extension au cas des charges continues :

Considérons l'intégrale étendue au volume total Ω du système :

$$\Theta = \iiint_{\Omega} \left[\frac{\lambda}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)^2 + \mu(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2) + \frac{\mu}{2}(\gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2 + \gamma_{xy}^2) \right] dx\,dy\,dz$$
$$+ \iiint_{\Omega} [\nu_x \varepsilon_x + \nu_y \varepsilon_y + \nu_z \varepsilon_z + \gamma_{yz}\tau_{yz} + \gamma_{zx}\tau_{zx} + \gamma_{xy}\tau_{xy}]\, dx\,dy\,dz,$$

dans laquelle les ε et les γ sont les paramètres de la déformation élastique au point x, y, z (avec la convention de signes du *Traité de Mécanique* de M. Appell); λ et μ sont les constantes d'isotropie; $\nu_x, \ldots, \tau_{yz}, \ldots$ les fatigues normales et tangentielles au moment de l'équilibre, sous les forces données.

Cette intégrale est minima, pour les valeurs des ε et des γ correspondant à cet équilibre; en effet, dans l'élément différentiel, le facteur de $dx\,dy\,dz$ contient, comme ensemble de termes du second degré, une fonction quadratique définie positive ϖ et, d'après une proposition rappelée dans la précédente Note, il suffit, pour établir l'existence du minimum, de vérifier que les conditions du premier ordre sont remplies. Or, on sait qu'au moment de l'équilibre on a bien :

$$\nu_x = -\frac{\partial\varpi}{\partial x}, \quad \ldots, \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial\varpi}{\partial\gamma_{yz}}, \quad \ldots.$$

Interprétons maintenant ce résultat; dans l'intégrale Θ la seconde ligne

peut s'écrire, en exprimant les paramètres au moyen des composantes du déplacement du point et en intégrant par parties :

$$\iiint_\Omega \Big[\frac{\partial}{\partial x}(u\nu_x + v\tau_{xy} + w\tau_{zx}) + \frac{\partial}{\partial y}(u\tau_{xy} + v\nu_y + w\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z}(u\tau_{zx} + v\tau_{xz} + w\nu_z)\Big]\, dx\, dy\, dz$$

$$-\iiint_\Omega \Big[u\left(\frac{\partial\nu_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}\right) + v\left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\nu_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}\right) + w\left(\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\nu_z}{\partial z}\right)\Big]\, dx\, dy\, dz.$$

La formule d'Ostrogradsky permet de remplacer la première intégrale de volume par l'intégrale étendue à la surface Σ limitant le système :

$$\iint_\Sigma [(u\nu_x + v\tau_{xy} + w\tau_{xy})\alpha + (u\tau_{xy} + v\nu_y + w\tau_{yz})\beta + (u\tau_{yz} + v\tau_{zx} + w\nu_z)\gamma]\, d\sigma$$

ou encore

$$-\iint_\Sigma [uX_e + vY_e + wZ_e]\, d\sigma,$$

X_e, Y_e, Z_e étant les composantes de la force unitaire appliquée à l'élément $d\sigma$, α, β, γ les cosinus des angles des axes de coordonnées avec la demi-normale positive à cet élément.

Cette intégrale de surface est donc le travail, changé de signe, des forces appliquées extérieures.

Reste la dernière intégrale; elle s'écrit encore, d'après les équations classiques de l'élasticité :

$$-\iiint_\Omega \rho(uX_i + vY_i + wZ_i)\, d\omega,$$

ρX_i, ρY_i, ρZ_i étant les composantes de la force unitaire appliquée à l'élément de volume $d\omega$. On obtient ainsi le travail, changé de signe, des forces appliquées intérieures.

Les deux résultats précédents ajoutés donnent donc $-\mathfrak{T}_a$, travail de toutes les forces appliquées, changé de signe. Si l'on tient compte de ce que, dans l'intégrale Θ, la première ligne est le potentiel interne du corps, c'est-à-dire le travail, changé de signe, des forces moléculaires $-\mathfrak{T}_m$, on trouve bien que la somme $-(\mathfrak{T}_a + \mathfrak{T}_m)$ est minima, ou encore que le travail total $\mathfrak{T}_a + \mathfrak{T}_m$ (énergie cinétique virtuelle) est maxima pour la déformation d'équilibre.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète* 1922 *a* (*Skjellerup*) *faites à l'équatorial de* 49^{cm} *de l'Observatoire de Strasbourg*. Note de M. **A. Danjon**, présentée par M. B. Baillaud.

Observations de la comète.

Dates 1922.	T. m. St.	ΔR.	ΔD.	Nombre de compar.	R apparente.	Log. fact. parall.	D apparente.	Log. fact. parall.	★
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
22 mai...	10.52. 0	—0. 6, 7	— 7.44,0	5.5	8.20.12, 1	9,627	65.40.34,0	0,754 *n*	*a*
28 » ...	10.45.19	+0.35,66	— 5.51,2	5.5	8.58. 7,25	9,656	59. 7.59,3	0,761 *n*	*b*
29 » ...	11. 5.44	+4.29,80	— 0.40.6	5.5	9. 5.38,37	9,659	57.56.29,1	0,772 *n*	*c*

Étoiles de comparaison.

★.	Gr.	R 1922,0.	Réduction au jour.	D 1922,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	′ ″	
a..............	7,5	8.20.18,14	+0,59	65.48. 9,4	+8,8	A. G. Berlin 3369
b..............	10,0	8.57.30,94	+0,63	59.13.44,4	+6,1	Oxford Astrogr. 31° 22958
c..............	9.0	9. 1. 7,93	+0,64	57.57. 4,1	+5,6	A. G. Leiden 3751

Remarque. — Comète faible, avec une condensation pe· marquée le 22, plus facilement visible les 28 et 29.

ASTRONOMIE. — *Sur le calcul des coordonnées héliographiques.* Note de M. **E. Merlin**, présentée par M. H. Andoyer.

L'étude des mouvements que révèle la surface du Soleil se poursuit chaque jour plus précise. Aussi, dans la détermination des coordonnées curvilignes d'un point de cette surface par rapport à un système de référence lié au Soleil, convient-il de conduire le calcul de façon à conserver tout le bénéfice d'une mesure de haute précision. Il faut donc éviter l'introduction d'erreurs supérieures à celles qu'amènent naturellement, d'une part l'approximation de la mesure elle-même, d'autre part celle des données numériques qui sont fournies par les éphémérides.

Rappelons que la parallaxe solaire présente une incertitude de quelques millièmes de seconde d'arc et que la *Connaissance des Temps* donne l'ascension droite et la déclinaison du Soleil, la première à $0^s,01$, la seconde à $0'',1$ près. D'ailleurs, grâce aux dimensions et aux perfectionnements des instru-

ments astronomiques et des appareils de mesure, il est aujourd'hui possible de connaître la distance angulaire de deux points d'une même image du Soleil, avec une précision de quelques centièmes de seconde d'arc. On en conclut que, dans le calcul qui nous occupe, il est nécessaire de tenir compte de la parallaxe.

Cela étant, soient φ' la latitude géocentrique du lieu O' d'observation, ρ le rayon vecteur correspondant, rapporté au rayon équatorial comme unité, t l'heure sidérale locale au moment de l'observation, α et δ l'ascension droite et la déclinaison géocentriques du Soleil au même instant, χ l'angle de position d'un détail Q, par rapport au centre c de la calotte solaire vue de O', σ la distance angulaire de c à Q, du même point de vue O'. Désignons encore par p' la distance angulaire de O' à Q vue du centre S du Soleil et par s' le demi-diamètre apparent géocentrique de cet astre.

Le calcul prouve que les formules suivantes, où μ et ν sont des angles auxiliaires et ϖ la parallaxe solaire horizontale équatoriale, respectent les conditions d'approximation imposées plus haut :

$$\begin{aligned} \operatorname{tang}\mu &= \cot\varphi' \cos(t-\alpha), \\ \cos\nu &= 2\rho\varpi \sin\varphi' \sin(\delta+\mu) \operatorname{séc}\mu \sin 1'', \\ \sin(p'+\sigma) &= \sqrt{2} \sin\sigma \operatorname{cos\acute{e}c} s' \sin\frac{\nu}{2}. \end{aligned}$$

Elles font connaître p' sans incertitude, car μ est compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$, ν est voisin de $\frac{\pi}{2}$ et $p'+\sigma$ est compris entre o et $\frac{\pi}{2}$.

Les corrections de parallaxe sont d'ailleurs

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= -\frac{\rho\varpi}{15} \cos\varphi' \operatorname{séc}\delta \sin(t-\alpha), \\ \Delta\delta &= \rho\varpi \cos\varphi' \sin\delta \cos(t-\alpha) - \rho\varpi \sin\varphi' \cos\delta. \end{aligned}$$

Imaginons une sphère céleste Σ coïncidant avec la surface du Soleil. Par S menons une demi-droite parallèle au demi-axe de rotation de la Terre, une demi-droite perpendiculaire au plan de l'écliptique moyen et le demi-axe de rotation du Soleil, ces trois demi-droites étant dirigées dans l'hémisphère nord. Soient P'', π et $\mathfrak{P}$ les points de rencontre de ces demi-droites avec Σ, et C la projection héliocentrique sur Σ du centre de la Terre. Appelons α_1 et $\varkappa$ respectivement les angles cP''Q et P''CQ, comptés dans le sens direct pour un observateur extérieur à la sphère, p et a respectivement les arcs CQ et P''Q compris entre o et π. Les triangles P''cQ et P''CQ con-

duisent aux formules suivantes :

$$\begin{aligned} m\sin M &= \sin p'\cos\chi, \\ m\cos M &= \cos p', \\ \sin a\sin\alpha_1 &= -\sin p'\sin\chi, \\ \sin a\cos\alpha_1 &= m\cos(\delta+\Delta\delta-M); \end{aligned} \qquad \begin{aligned} n\sin N &= \sin a\cos(\alpha_1+\Delta\alpha), \\ n\cos N &= -m\sin(\delta+\Delta\delta-M), \\ \sin p\sin\varkappa &= -\sin a\sin(\alpha_1+\Delta\alpha), \\ \sin p\cos\varkappa &= n\cos(\delta-N), \\ \cos p &= -n\sin(\delta-N); \end{aligned}$$

m et n étant deux nombres positifs dont les logarithmes seuls doivent être calculés, M et N des angles auxiliaires.

Les coordonnées bipolaires a et p du détail considéré rattachent celui-ci à l'orientation du vecteur héliocentrique SC passant par le centre de la Terre et à l'orientation de l'axe de rotation terrestre. Elles sont propres à mettre en évidence l'influence de la Terre sur le détail.

Désignons par $\mathcal{L}$ la longitude du nœud ascendant de l'équateur solaire sur l'écliptique moyen, comptée à partir de l'équinoxe moyen de la date considérée, par i l'inclinaison de l'équateur solaire sur l'écliptique moyen et par ε l'obliquité moyenne de la même date. Les formules

$$\tan\frac{\mu_1-\nu_1}{2} = -\tan\frac{\mathcal{L}}{2}\,\frac{\sin\frac{\varepsilon-i}{2}}{\sin\frac{\varepsilon+i}{2}}, \qquad \tan\frac{\mu_1+\nu_1}{2} = -\tan\frac{\mathcal{L}}{2}\,\frac{\cos\frac{\varepsilon-i}{2}}{\cos\frac{\varepsilon+i}{2}},$$

$$\sin\frac{a_1}{2} = \cos\frac{\mathcal{L}}{2}\,\frac{\sin\frac{\varepsilon+i}{2}}{\cos\frac{\mu_1-\nu_1}{2}}$$

définissent sans ambiguïté deux angles $\frac{\mu_1-\nu_1}{2}$ et $\frac{\mu_1+\nu_1}{2}$ compris entre o et $-\frac{\pi}{2}$ et un arc a_1 compris entre o et π. Le triangle $P''\pi\mathfrak{P}$ donne immédiatement la signification de ces éléments.

Désignons par B et L la latitude et la longitude héliographique du détail considéré, en prenant pour origine de cette dernière le nœud ascendant de l'équateur solaire sur l'écliptique et pour sens le sens direct. Nous aurons

$$j\sin J = \sin a\sin(\nu_1+\alpha+\alpha_1+\Delta\alpha), \qquad \tan\mu_2 = \frac{\sin a\cos(\nu_1+\alpha+\alpha_1+\Delta\alpha)}{j\sin(a_1-J)},$$

$$j\cos J = -m\sin(\delta+\Delta\delta-M), \qquad \tan B = \cot(a_1-J)\cos\mu_2,$$

$$L = \mu_1+\mu_2-\frac{3\pi}{2};$$

$\sin \mu_2$ étant de même signe que $\cos(\nu_1 + \alpha + \alpha_1 + \Delta\alpha)$ et B étant comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$.

Si L′ représente la longitude héliographique comptée dans le sens direct à partir du méridien solaire passant par le nœud ascendant de l'équateur solaire sur l'écliptique à l'époque τ_0 et n' la vitesse angulaire diurne de la rotation du Soleil autour de son axe,

$$L' = L - n'(\tau - \tau_0),$$

$\tau - \tau_0$ étant l'intervalle de temps, exprimé en jours moyens, séparant τ_0 de l'époque τ de l'observation.

Ces formules n'utilisent que des données contenues dans la *Connaissance des Temps*. Elles ne laissent régner aucune incertitude sur la valeur des inconnues et fournissent ces dernières avec le maximum d'approximation que permettent les mesures. Des tables appropriées en faciliteraient l'usage.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE SUPÉRIEURE. — *Sur la réfraction d'un pinceau lumineux dans le cas général.* Note de M. **Dufour**, présentée par M. Appell.

La méthode dont nous donnons ici le résumé permet d'obtenir les trois équations qui définissent le pinceau réfracté [1] en faisant intervenir l'invariant optique du premier ordre $n \cos i \, di$.

Soient Σ la surface optique; S et S′ les surfaces de l'onde incidente et de l'onde réfractée; Λ, L et L′, la normale, le rayon incident et le rayon réfracté en I; Q le plan d'incidence en I; R le plan mené par Λ perpendiculairement à Q, et P un plan quelconque passant par Λ. Les mêmes lettres affectées de l'indice o se rapporteront au point d'incidence I_0 du rayon central du pinceau. Nous pouvons écrire l'équation de P sous la forme

$$P = k_1 Q + k_2 R = 0,$$

où k_1 et k_2 sont des paramètres convenablement choisis. Ce plan P est infiniment voisin du plan P_0 ayant pour équation

$$P_0 = k_1 Q_0 + k_2 R_0 = 0.$$

---

(1) Cf. Bouasse, *Optique géométrique supérieure*, Paris 1907, p. 173, ou Heath *Geometrical Optics*, Cambridge 1895, p. 182.

Remarque. — Si nous projetons P sur P_0, l'angle d'une droite quelconque de P avec sa projection est un infiniment petit, et son cosinus ne diffère de l'unité que d'un infiniment petit du second ordre. Par suite, les relations entre quantités finies et les relations du premier ordre établies entre des longueurs et des angles d'une figure quelconque de P se conservent aux infiniment petits du second ordre près pour les projections de cette figure sur P_0.

Nous nous appuierons sur le théorème suivant : Les angles que font avec la normale les projections respectives d'un rayon incident L et du rayon réfracté L' sur un plan quelconque passant par la normale au point d'incidence obéissent à la loi de la réfraction, si l'on prend pour indices les produits respectifs des indices des deux milieux par le cosinus de l'angle ω ou ω' de L ou L' avec P [1].

1. La remarque faite plus haut nous permet de transformer ce théorème et de dire : Les projections de L et L' sur un plan quelconque P_0 mené par la normale au point d'incidence du rayon central du pinceau, font avec cette normale des angles qui suivent la loi de la réfraction si l'on prend pour indices les produits $n \cos\omega$ et $n' \cos\omega'$. Si P_0 se confond avec Q_0 ou avec R_0, nous obtenons comme cas particuliers le théorème de Lippich.

2. Soient σ, s et s', σ_0, s_0 et s'_0 les tangentes des intersections de Σ, S et S' avec P et P_0. Les projections de σ, s et s' sur P_0 se confondent avec σ_0, s_0 et s'_0, si nous négligeons les infiniment petits d'ordre supérieur au second. Quand P se confond avec Q ou avec R, P_0 se confond avec Q_0 ou avec R_0.

L et L' étant perpendiculaires à s et s', les projections l_0 et l'_0 de L et L' sur P_0 sont, au second ordre près, perpendiculaires à s_0 et s'_0. Autrement dit, l_0 et l'_0 *qui ne sont pas des normales aux surfaces* S *et* S', sont normales aux sections de S et S' par Q_0 et R_0, et, d'après ce qui a été dit au paragraphe 1, l_0 et l'_0 sont conjuguées. Nous sommes donc ramenés à étudier dans un plan la réfraction d'une onde circulaire sur un cercle [2].

L'expression analytique de l'invariant optique du premier ordre au voisinage de I_0 dans les plans Q_0 et R_0 nous donne les deux premières des trois équations qui définissent le pinceau réfracté.

---

[1] Ce théorème est une conséquence immédiate des propriétés du triangle sphérique rectangle, mais on peut en donner une démonstration tout à fait élémentaire. Cf. HEATH, *loc. cit.*, p. 21.

[2] Cf. DUFOUR, *Les focales du dioptre sphérique* (*Bulletin de l'Union des Physiciens*, avril-mai 1917).

3. Quand nous passons du point I_0 au point I, la normale à Σ tourne d'un angle égal au produit de l'élément II_0 par la torsion géodésique de Σ le long de II_0 (1), et les angles dont tournent les rayons incident et réfracté sont donnés par des expressions analogues. Les angles i et i' sont donc fonctions des torsions géodésiques de Σ, S et S' le long de II_0, et, comme ils sont liés par la loi de Descartes, les trois torsions géodésiques ne sont pas indépendantes. La façon la plus simple de trouver la relation qui existe entre elles est de choisir II_0 perpendiculaire à Q_0 : alors σ_0, s_0 et s'_0 se confondent, Λ, L et L' sont parallèles à Q_0 et les trois angles de rotation sont parallèles à Q_0. Si nous projetons L et L' sur Q_0, la variation de l'angle d'incidence en passant de I à I_0 est égale à la somme ou à la différence des angles dont le rayon incident et la normale ont tourné à partir du point I_0, suivant que ces rotations sont de même sens ou de sens contraire (2). Si, dans l'expression analytique de l'invariant optique du premier ordre au voisinage de I_0 dans le plan R_0, nous introduisons les valeurs des trois torsions géodésiques le long de II_0, nous obtenons la troisième équation définissant le pinceau réfracté.

La méthode qui précède nous semble intéressante, en ce qu'elle met en évidence le rôle de certains rayons, tandis que le procédé habituel, qui fait intervenir le chemin optique, prend en bloc tous les rayons du pinceau sans faire connaître à quels rayons particuliers il faudrait appliquer la loi de Descartes pour obtenir les trois équations du pinceau.

PHYSIQUE. — *Sur les variations de l'opalescence critique avec le remplissage des tubes et la nature des liquides étudiés.* Note de M. **A. Andant**, présentée par M. E. Bouty.

Dans une Note précédente (3), j'ai montré comment l'opalescence critique varie avec la température et la longueur d'onde de la lumière incidente. Je me propose d'exposer aujourd'hui une partie des résultats de recherches expérimentales entièrement nouvelles sur l'influence du remplissage des tubes et de la nature des liquides sur l'opalescence critique.

---

(1) Cf. la définition de la torsion géodésique donnée par Demartres dans son *Cours de Géométrie infinitésimale*, Paris, 1913, p. 261.

(2) Dufour, *loc. cit.*

(3) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1333.

Les résultats résumés ici ne se rapportent qu'aux mesures faites à températures décroissantes, en lumière monochromatique transmise (raie verte du mercure).

Pour les séries d'expériences dont les résultats doivent être comparés, les tubes proviennent de la même coulée de verre d'Iéna et sont choisis bien réguliers. Ils sont fixés à l'appareil de remplissage par des joints à la glu marine recouverte de mercure qui permettent la détermination exacte des remplissages par pesées directes. Les tubes d'une série doivent être étudiés l'un après l'autre dans des conditions optiques et thermiques rigoureusement identiques. On fait descendre les tubes dans leur support à l'intérieur de l'étuve au moyen d'un fil fin et on les retire de même. Dans ces conditions rien ne change dans le montage optique quand on passe d'un tube à un autre. Les résultats sont rendus encore plus comparables par une série d'expériences imbriquées.

I. *Influence du remplissage des tubes.* — Le remplissage des tubes est défini par le rapport D mesuré à 18° du volume du liquide au volume de la vapeur contenus dans le tube. Le remplissage critique correspond à la valeur 0,50 de ce rapport.

1. La température T'_c de réapparition du ménisque dans un tube de Natterer est une fonction parabolique du remplissage D de ce tube. Une série d'observations faites sur six tubes à éther dont les remplissages sont compris entre 0,42 et 0,71 permet de relier T'_c et D par la relation

$$T'_c = 190°,04 + 12,75\,D - 12,50\,D^2.$$

La construction des courbes de variation de l'opalescence avec la température, faite pour les six tubes en question, montre qu'il existe entre T'_c et la température du maximum d'intensité T_M un écart dont la valeur passe par un minimum (0°,02) pour les remplissages voisins de 0,50. Cet écart est de 0°,06 pour D = 0,42 et de 0°,09 pour D = 0,71.

2. Le phénomène de l'opalescence n'est pas visible avec les moyens employés lorsque le ménisque disparaît vers le fond ou vers le haut du tube bien avant la vraie température critique. Faible dans les tubes à remplissage un peu inférieur au remplissage critique, l'intensité du phénomène passe par un maximum pour les remplissages voisins de 0,50 et décroît lentement à mesure que D augmente. Pour deux tubes ayant des remplissages plus grand ou plus petit que D de la même quantité, les intensités de lumière absorbée ne sont pas égales.

Ces variations de l'intensité de l'opalescence avec le remplissage

expliquent nettement que l'opalescence ait une durée moindre pour les tubes à faible et à fort remplissage.

Pour un tube à éther de remplissage 0,42, l'opalescence commence à 1°,50 avant le maximum; pour $D = 0,56$, elle commence à 3° avant T_M et, pour $D = 0,71$, à 2° seulement au-dessus de T_M.

II. *Influence de la nature des liquides.* — J'ai étudié systématiquement les opalescences relatives des quatre acétates de méthyle, d'éthyle, de butyle et d'isobutyle, contenus dans des tubes ayant même remplissage, très voisins de 0,50.

Pour les deux derniers liquides, qui sont deux isomères, aucune différence nettement accusée n'est apparue dans les quantités de lumière absorbée. Mais l'opalescence est nettement plus intense et son domaine plus étendu quand on passe du premier au quatrième terme de la série des éthers acétiques.

Les intensités augmentent plus rapidement lorsque la température décroît pour l'acétate d'isobutyle que pour celui de méthyle. Jusqu'à 0°,20 environ de la température du maximum d'intensité, elles sont sensiblement proportionnelles aux carrés des poids moléculaires des liquides étudiés. Au voisinage immédiat du point critique, cette proportionnalité ne se vérifie plus.

Dans la Note précédente, nous avons vu que la loi régulière de variation de l'opalescence avec la température et la longueur d'onde subit une forte perturbation au voisinage immédiat de la température critique. La loi de variation avec la nature du liquide subit, elle aussi, une déformation très nette dans les mêmes limites. Ainsi se confirme l'idée qu'il faut séparer la vraie opalescence du trouble très accusé, caractéristique du passage au point critique et que certains auteurs ont appelé très justement le « blanchissement ».

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la mesure précise des niveaux d'énergie de l'atome de baryum et sur l'apparition du spectre* L *d'ionisation.* Note de M. **A. Dauvillier**, présentée par M. E. Bouty.

Grâce à la technique indiquée dans notre dernière Note [1], nous avons pu étudier d'une manière approfondie le spectre de haute fréquence du baryum qui est, entre l'argent et les terres rares, l'élément à la fois le moins

[1] *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1347.

fusible et le plus aisément isolable à l'état de pureté. Une petite quantité de ce métal, obligeamment préparée par M. Guntz, a été fondue dans le vide sur une anticathode de cuivre, de manière à constituer un alliage conducteur et peu fusible. L'absorption de la vapeur de mercure a été prévenue par condensation. Les spectres, très intenses et très dispersés, nous ont montré l'existence de plusieurs nouveaux phénomènes importants.

I. Nos clichés présentent deux raies blanches, L_1 et L_2, dont la position coïncide avec celle des limites d'absorption. Ces raies sont immédiatement suivies, du côté des grandes longueurs d'ondes, par deux faibles lignes noires. La largeur des raies blanches et noires est la même : environ $0^{mm},2$, et la distance de leurs centres est voisine de $0^{mm},5$. Les secondes ne sauraient être β_5 et γ_2 du baryum, car nous pensons que le niveau $O_{1,2}$ débute seulement au praséodyme, élément pour lequel les huit corpuscules diquantiques périphériques du xénon (qui garnissaient les trois niveaux O_5, O_4 et O_3) deviennent triquantiques par suite du passage de la couche N' de 3 à 4 quanta. Ces raies sont les homologues des raies de l'or β'_5 (1036,0) et γ'_2 (899,0) et répondent aux combinaisons PL_1 et PL_2. Elles sont probablement excitées dans la couche de vapeur issue du foyer.

L'existence du phénomène linéaire d'absorption fait qu'il est possible (pour la première fois pour un élément autre que l'uranium) de mesurer d'une façon précise l'énergie des niveaux de basse fréquence. Nous trouvons ainsi, pour le niveau P, $7,0 \pm 0,3$ volts, alors que le potentiel d'ionisation (P) de la vapeur de baryum a été trouvé égal à 5,2 volts. La différence doit être due au fait que nous avons affaire à des ions positifs, alors que les mesures de potentiels d'ionisation sont exécutées sur des atomes normaux.

II. On savait jusqu'ici que les éléments lourds possèdent tous un doublet $\gamma_3\gamma_7$ formé par deux fortes lignes d'égale intensité, présentant une différence de longueurs d'ondes constante. Cependant nous avions déjà reconnu que pour l'antimoine γ_3 était beaucoup plus intense que γ_7. Pour le baryum, pour lequel les clichés sont meilleurs et les raies beaucoup moins diffuses, nous avons observé le même effet. De plus, ces deux raies, qui sont déplacées, possèdent chacune un satellite de plus grande longueur d'onde (γ'_3 et γ'_7).

Nous trouvons aussi deux raies faibles : 2211,2 et 2371,7, formant un doublet de Sommerfeld et qui ne sauraient être γ_6 et β'_7, le niveau N_{12} devant débuter seulement au praséodyme. Nous pensons qu'il s'agit des lignes O_5L_2 et O_5L_1 dont la seconde seule était connue (β_7) pour les éléments lourds.

III. Nos clichés montrent encore un certain nombre de raies faibles qui

sont des satellites de haute fréquence des raies principales telles que γ_4, γ_1, β_2. Celui de β_1 se confond avec le second ordre de la raie β_1 du tungstène. Celui de α_1 n'est pas net par suite de l'aspect diffus de cette raie. Les raies γ_3 et γ_7 en sont dépourvues. Il s'agit, à notre avis, de l'apparition du spectre d' « étincelle » dans la série L, comme nous l'avons signalé ([1]) dans la série K pour le cuivre, c'est-à-dire dans le même domaine de fréquences.

En particulier le satellite de γ_4 a exactement le même aspect que la raie $K\gamma_2$ du cuivre. Il vérifierait, il est vrai, la combinaison PL_3 ([2]); mais, comme il n'existe pas pour les éléments plus lourds, il ne s'agit là que d'une coïncidence et sa véritable origine doit être recherchée dans un déplacement du niveau $O_{3,4}$ (que nous venons de dédoubler pour l'uranium) consécutif d'une ionisation O. Cette raie n'a, non plus, aucun rapport avec notre $\gamma_8(P_{1,2}L_3)$ de U. Nous proposons pour ces lignes d'ionisation la notation suivante :

$$\gamma_4^i, \quad \gamma_1^i, \quad \beta_2^i, \quad \ldots.$$

IV. Le Tableau suivant renferme les résultats de nos mesures. Celles-ci ont été faites en prenant comme références les lignes γ_1, β_1 et β_2 de Hjalmar. L'approximation est la même que pour nos précédentes mesures.

Longueurs d'ondes des raies L *du baryum* (10^{-11} cm).

Combinaison.	Raie.	Longueur d'onde.	Intensité.
–	γ_4^i	2067,5	faible
$O_{3,4}L_3$	γ_4	2071,3	assez forte
N_4L_3	γ_9	2098,9	faible
N_6L_3	γ_3	2129,1	forte
–	γ_3'	2134,2	assez forte
N_7L_3	γ_7	2140,6	assez forte
–	γ_7'	2143,8	très faible
–	L_2	2199,0	assez forte
PL_2	γ_2'	2201,6	faible
O_5L_2	γ_{11}	2211,2	très faible
–	–	2218,6	très faible
–	γ_1^i	2232,4	moyenne
N_5L_2	γ_1	(2236,2)	très forte
–	–	2283,4	faible

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 443.

([2]) L'énergie du niveau L_3 est prise égale à $\frac{\nu}{R} = 441,3$, les valeurs de Hertz et de Lindsay étant un peu trop grandes comme le montrent les lignes γ_9 et β_8.

Longueurs d'ondes des raies L *du baryum* (10^{-11} cm) (*suite*).

Combinaison.	Raie.	Longueur d'onde.	Intensité.
-	-	2288,2	très faible
N_8L_2	γ_5	2303,6	assez forte
-	-	2344,7	moyenne
-	-	2351,1	faible
-	L_1	2356,0	forte
PL_1	β'_5	2359,5	faible
O_5L_1	β_7	2371,7	faible
M'_1L_3	β_8	2375,5	moyenne
N_3L_1	β''_2	2381,3	moyenne
-	β'_2	2395,4	moyenne
N_4L_1	β_2	(2399,3)	très forte
N_8L_1	β_6	2477,6	($\alpha_1 Hg_2$)
M_3L_3	β_3	2511,6	forte
M_4L_3	β_4	2549,9	forte
M_2L_2	β_1	(2562,2)	très forte
M_5L_3	β_{11} (?)	2631,5	très faible
-	-	2732,7	moyenne
M_1L_1	α_3	2755,4	(γCu_2)
M'_1L_1	α_1	2768,5	très forte
M_2L_1	α_2	2777,7	($\beta_1 Cu_2$)
M_5L_2	η	2841,3	assez forte

Il est à remarquer que nos clichés ne montrent ni β_9 ni γ_{10}. En outre, un certain nombre de lignes nouvelles sont apparues qui ne peuvent encore être attribuées avec certitude au baryum. Ainsi les raies 2283,4 et 2288,2 pourraient être le doublet $K\alpha_1\alpha_2$ du chrome et 2344,7 le second ordre de $L\alpha_1$ du plomb. La ligne 2631,5 s'identifie mal avec β_{11} qui deviendrait M_5L_3 au lieu d'être M_3L_2. La raie 2732,7, qui est assez intense, semble difficilement être $L\alpha_1U_3$ ou $L\beta_2Lu_2$. De nouvelles recherches répondront à ces questions.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur un nouveau phénomène d'absorption observé dans le domaine des rayons X*. Note de MM. **M. de Broglie** et **A. Dauvillier**, présentée par M. E. Bouty.

Nous avons déjà signalé, il y a quelque temps [1], l'existence de raies d'absorption au voisinage des limites de haute fréquence. Ce phénomène, qui

[1] M. de Broglie et A. Dauvillier, *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 626, et A. Dauvillier, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 35.

était connu pour celles de grandes longueurs d'ondes, a été interprété théoriquement par Kossel et correspondrait au passage des électrons intra-atomiques sur les orbites optiques. C'est un effet de faible intensité et tout à fait secondaire par rapport aux discontinuités d'absorption, à tel point qu'il est demeuré longtemps insoupçonné dans ce domaine et que seules des conditions photographiques exceptionnelles ont pu le faire apparaître d'une manière indiscutable.

Dans toutes ces expériences, c'est sur un *spectre d'absorption* que ces raies étaient observées, qu'il s'agisse de celui des atomes lourds contenus dans l'émulsion photographique ou de celui des éléments constituant l'écran absorbant. Or l'un de nous (voir la Note précédente), étudiant le *spectre d'émission* L du baryum a obtenu, sans l'interposition d'aucun écran, des clichés montrant de telles raies, d'ailleurs beaucoup plus apparentes et sans qu'aucune bande d'absorption soit visible. Il s'agit donc d'un phénomène différent des précédents et dont le siège est l'anticathode.

On conçoit d'abord aisément que, pour une même vitesse d'électrons cathodiques, les phénomènes d'absorption produits au foyer deviennent d'autant plus accentués que le nombre atomique de l'élément qui le constitue est plus petit. Les coefficients d'absorption, pour les corpuscules excitateurs et pour les rayons caractéristiques excités, varient en effet rapidement et en sens contraires en fonction du nombre atomique.

Les raies blanches observées ne s'étendent toujours pas sur un domaine spectral appréciable, car elles ont la même largeur que les faibles raies du spectre d'émission. L_1 est plus claire que L_2; L_3 n'est pas visible et n'existe probablement pas. L'interposition d'écrans contenant du baryum, sur une partie de la hauteur du spectre, les laisse faiblement subsister sans parvenir encore à faire apparaître les bandes, pour les temps de pose employés. Nous trouvons pour longueurs d'ondes de ces lignes : $L_1 = 2356,0 . 10^{-11}$cm et $L_2 = 2199,0$, en très bon accord avec Lindsay [1] qui a plutot mesuré les discontinuités et qui a obtenu 2357,7 et 2199,5, mais en désaccord avec Hertz [2] qui a trouvé 2348 et 2194 et dont les mesures paraissent moins précises.

Il semble que l'apparition de ce phénomène soit liée à l'état d'ionisation intense dans lequel se trouvent les atomes du baryum occupant le foyer

---

(1) Mesures d'absorption effectuées à Lund avec un spectrographe à vide de Siegbahn et non encore publiées.

(2) *Zeistchr. für Phys.*, t. 3, 1920, p. 19-25.

(40 kilovolts, 200 watts/mm^2) et qu'il doit aussi se manifester pour tous les éléments plus légers placés dans les mêmes conditions.

Il ne s'agit pourtant pas là d'un effet de recombinaison des ions porteurs de charges multiples formés, car, si un grand nombre d'atomes du foyer subissaient simultanément des ionisations O, par exemple, les raies issues des niveaux O seraient renversées. Or aucun effet de ce genre n'est visible : γ_{4}, en particulier, est aussi intense que pour les éléments lourds pour lesquels la probabilité d'ionisation O est beaucoup plus faible. L'effet intéresse seulement le domaine optique, mais sans posséder aucun des caractères du phénomène de Kossel.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la cristallisation du tellure amorphe.* Note de M. A. **Damiens**, présentée par M. Le Chatelier.

Deux théories sont aujourd'hui discutées contradictoirement sur la nature des corps amorphes. Les uns considèrent ces corps comme étant en un état *métastable*, où leur vitesse de cristallisation est nulle. D'autres pensent avec Tammann que, sous une pression donnée, l'état cristallin est limité aux basses températures par l'état solide amorphe qui y serait alors *stable*, comme il l'est aux températures élevées par l'état liquide.

L'étude des relations thermiques entre les corps amorphes et les mêmes corps cristallisés doit permettre de lever le doute, le sens de l'effet thermique permettant de définir les conditions de stabilité relative des variétés allotropiques, dans l'échelle des températures, par application de la loi du déplacement de l'équilibre. Or on observe toujours, sauf dans le cas du tellure, que la cristallisation d'un corps solide amorphe est un phénomène exothermique, ce qui justifie le premier point de vue, généralement adopté, en raison de ce fait qui est presque général. Il est intéressant de chercher la raison pour laquelle le tellure fait exception. D'après les mesures calorimétriques de MM. Berthelot et Fabre, la relation suivante existerait entre le tellure cristallisé et le tellure amorphe :

$$\text{Te cristallisé} = \text{Te amorphe} + 12^{\text{Cal}},096 \ (\text{pour } 64^{\text{g}}),$$

soit pour un atome ($127^{\text{g}},5$) :

$$24^{\text{Cal}},09.$$

Les auteurs sont arrivés à cette conclusion en étudiant la chaleur de réaction du tellure, pris sous différentes formes, sur un mélange de brome

et d'eau de brome. Le tellure solide obtenu par trempe du tellure fondu serait un mélange de tellure amorphe et de tellure cristallisé, et il y aurait là un point de rapprochement avec le soufre, élément de la même famille.

Or nos recherches antérieures ([1]) sur l'allotropie du tellure nous ont montré que la transformation ne s'observe jamais dans le sens de l'équation précédente, qui doit être inversée pour répondre aux faits observés réellement, et de plus nous avons constaté qualitativement que le tellure amorphe cristallise par chauffage à l'abri de l'air avec dégagement de chaleur, ce qui est contraire aux résultats précédents. Ce désaccord nous a conduit à faire de nouvelles déterminations calorimétriques sur la chaleur de réaction du tellure préparé de diverses manières.

Nous avons pu constater tout d'abord que le mélange de brome et d'eau de brome utilisé par Berthelot et Fabre n'attaque que très imparfaitement le tellure cristallisé *pur* : les fragments de tellure mouillés par l'eau sont très difficilement attaqués par le brome liquide. De plus le tétrabromure qui se forme est hydrolysé en partie, de sorte que l'état final du système est mal défini. Nous avons donc adopté une autre technique.

Nous avons utilisé comme liquide d'attaque une solution de brome dans de l'acide chlorhydrique assez concentré, qui dissout le tétrabromure formé, et de cette manière les liquides correspondant à l'état initial et à l'état final sont homogènes et limpides. Nous avons utilisé la solution suivante :

Acide chlorhydrique concentré pur	400
Eau distillée	400
Brome	40

Le tellure cristallisé est attaqué très rapidement : il suffit de le projeter et d'agiter vivement. Le tellure amorphe est instantanément dissous : nous l'introduisons sous forme d'une pâte avec l'eau, préparée et manipulée entièrement à l'abri de l'air ([2]). Dans ce dernier cas, il y a addition d'eau avec le tellure, d'où nécessité de déterminer préalablement la chaleur de dilution du réactif par des quantités d'eau variables et de faire la correction utile. Nous avons dû en outre déterminer la chaleur spécifique des différentes solutions.

Nous avons opéré sur 400^{cm^3} de réactif. Voici les chiffres trouvés pour ces déterminations préliminaires :

([1]) A. Damiens, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1344.

([2]) Le tellure est dosé dans ce cas, après la détermination, par pesée à l'état de sulfate basique.

Eau ajoutée à 400^{cm^3} de réactif	0	14	23	29	45	54	57	66	76	83
Chaleur spécifique après dilution	0,702	0,702	»	0,699	0,695	»	»	0,695	»	»
Chaleur de dilution par gramme d'eau ajoutée (cal)	»	8,31	8,21	7,90	7,75	7,38	7,29	7,28	6,44	6,40

A l'aide de ces données, nous avons pu faire des mesures comparatives assez précises.

Des nombreuses mesures faites, on peut tirer les valeurs moyennes suivantes pour chacun des produits examinés :

Te crist. fondu et refroidi lentement	44,64 C
Te crist. fondu et trempé	44,88
Te crist. dans le tétrachlorure	44,80
Te en aiguilles obtenues par vaporisation	44,79
Te amorphe	47,41

Il y a donc identité entre les quatre premiers produits cités. Le tellure amorphe se distingue par une chaleur de réaction plus élevée. Entre le tellure cristallisé et le tellure amorphe, nous mettons en évidence la relation *irréversible* suivante :

$$\text{Te amorphe} = \text{Te cristallisé} + 2^{\text{Cal}},63.$$

En résumé, ces recherches confirment nos précédentes conclusions tirées de l'étude des courbes d'échauffement et de celle des densités. Le tellure cristallisé obtenu de diverses manières, même par trempe du liquide, est toujours identique : il se distingue seulement du tellure amorphe.

Nos résultats conduisent à faire rentrer le tellure amorphe dans la règle générale : c'est une forme métastable, pour laquelle toutes les températures où le tellure est solide sont inférieures à celles où il peut être stable. Si le point de vue de Tammann trouvait jusqu'ici dans l'unique exemple du tellure une justification, il semble devoir être abandonné aujourd'hui.

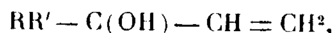
Toutes les analogies que l'on a voulu mettre en évidence entre le tellure et le soufre, par la comparaison des phénomènes d'allotropie, ne doivent plus être retenues. Le tellure se différencie nettement par l'existence d'une seule forme cristalline et par l'identité du produit trempé et du produit non trempé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation des dialcoylvinylcarbinols.* Note de MM. **R. Locquin** et **Sung Wouseng**, présentée par M. A. Haller.

Dans une précédente Note ([1]), nous avons décrit quelques nouveaux dialcoyléthinylcarbinols $RR'-C(OH)-C\equiv CH$ préparés en apportant certaines modifications de détail au mode opératoire employé par d'autres auteurs.

Les composés acétyléniques de ce genre présentent un réel intérêt au point de vue de certaines synthèses en raison de leurs multiples aptitudes réactionnelles.

Parmi ces dernières, il en est une qui n'a pas échappé à certains chercheurs ([2]). C'est la possibilité d'arriver par hydrogénation partielle aux alcools éthyléniques tertiaires correspondants, du type



$$RR'-C(OH)-CH=CH^2,$$

transformation qui a déjà permis à MM. Ruzicka et Fornasir de réaliser la synthèse du linalol racémique.

Dans le but de préparer et d'étudier quelques-uns de ces alcools éthyléniques tertiaires, nous avons expérimenté, sur plusieurs dialcoyléthinylcarbinols, l'action des différents agents d'hydrogénation actuellement en usage et voici les conclusions auxquelles nous sommes arrivés :

Le procédé d'hydrogénation partielle donnant de beaucoup les meilleurs résultats consiste à soumettre les alcools acétyléniques en solution alcoolique à l'action de l'hydrogène en présence de métaux finement divisés.

L'emploi du platine ou du palladium, extrêmement onéreux dès qu'on fait intervenir des masses de catalyseur susceptibles de fixer à l'heure un volume d'hydrogène au moins égal à 500^{cm^3}, présente en outre l'inconvénient de provoquer des scissions de la molécule avec régénération de la cétone initiale. Aussi vaut-il beaucoup mieux s'adresser au nickel réduit, employé selon les indications de M. Brochet ([3]) à la pression et à la température ordinaires dans la proportion d'environ 10 pour 100 du poids de la substance à hydrogéner dissoute elle-même dans approximativement son volume d'alcool méthylique.

([1]) R. Locquin et Sung Wouseng, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1427.

([2]) Voir entre autres : Brevets de la Farbenfab. von Baeyer und C° (*Centralblatt*, 1915, II, p. 1223, etc.), puis Ruzicka et Fornasir, *Helvetica Chimica Acta*, t. 2, fasc. 2, 1919, p. 182.

([3]) A. Brochet, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1351, et *Bull. Soc. chim.*, t. 15, 1914, p. 554 et 586, puis t. 17, 1915, p. 55 à 58, etc.

Dans ces conditions l'absorption de l'hydrogène est très rapide et s'accompagne d'un notable dégagement de chaleur : elle peut atteindre 10 litres de gaz à l'heure par 0,5 molécule-gramme d'alcool acétylénique placé dans une simple bouteille d'un litre de capacité attachée sur une machine à secousses fréquentes et énergiques.

On arrête l'opération dès que la quantité calculée d'hydrogène a été fixée, ce dont on est parfois averti par une chute brusque de la vitesse d'absorption. Il est indispensable de ne pas dépasser cette limite, sous peine de donner naissance aux alcools tertiaires saturés déjà mentionnés dans notre précédente Note.

On filtre, chasse le dissolvant et agite le résidu avec une solution aqueuse de nitrate d'argent à 20 pour 100, ce qui a pour effet de transformer en dérivé argentique les traces d'alcool acétylénique ayant échappé à la réduction. L'buile surnageante est alors soumise à l'action d'un courant de vapeur d'eau qui laisse intact le dérivé argentique, tandis qu'il entraîne l'alcool éthylénique qu'on décante et rectifie. Le rendement net est en moyenne de 70 à 75 pour 100.

Les alcools éthyléniques tertiaires ainsi formés, que nous appellerons *dialcoylvinylcarbinols*, sont des liquides mobiles, bouillant sensiblement au même point que les alcools tertiaires, acétylénique ou saturé, auxquels ils correspondent. On ne peut jamais les obtenir de cette manière, à l'état rigoureusement pur, car, d'une part, ils renferment toujours une faible quantité d'alcool saturé provenant d'une hydrogénation trop avancée pratiquement inévitable et, d'autre part, ils ont une grande tendance à retenir de l'eau avec laquelle ils forment des *hydrates* plus ou moins stables. Le meilleur moyen de les dessécher est de les distiller à plusieurs reprises sur de la potasse solide ou même sur du sodium métallique, qu'ils n'attaquent sensiblement que lors du premier traitement. Ils possèdent toutes les propriétés de la fonction éthylénique. Leur caractère alcoolique tertiaire ne semble pas devoir être mis en doute. Ils sont, en effet, aisément déshydratables avec formation d'hydrocarbures sur lesquels nous reviendrons dans la suite et, d'autre part, versés sur du méthyliodure de magnésium, au sein d'oxyde d'isoamyle, ils donnent lieu à un dégagement de méthane en quantité sensiblement théorique.

Pour des raisons que nous exposerons ultérieurement, ils ne sont pas éthérifiables dans des conditions satisfaisantes, mais fournissent cependant, quoique assez péniblement (comme c'est d'ailleurs le cas du linalol), des *allophanates* cristallisés qu'il est difficile d'amener à l'état de pureté parfaite par suite de la présence du composé saturé qu'on ne peut éliminer.

On trouvera ci-dessous les principales constantes physiques des nouveaux corps que nous avons particulièrement étudiés.

Méthylisohexylvinylcarbinol $C^{10}H^{20}O$: $Éb_{13} = 89°\text{-}91°$.

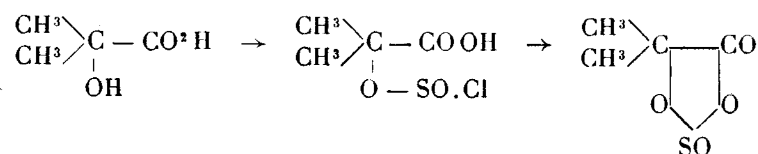
Dipropylvinylcarbinol $C^9H^{18}O$: $Éb_{12} = 75°\text{-}76°$. Son allophanate fond à 112° sans décomposition mais sans netteté.

Méthylpseudobutylvinylcarbinol $C^8H^{16}O$: Éb. = 146°-147°, $D_4^{11} = 0,8576$; $N_D^{11} = 1,4432$; R.M. calc. 40,20; R.M. obs. = 39,57, donne un allophanate fondant en se décomposant à 167°-168° sur le bain de mercure.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du chlorure de thionyle sur les acides-alcools α.* Note de M. **E.-E. Blaise** et de M^{lle} **Montagne**, présentée par M. Haller.

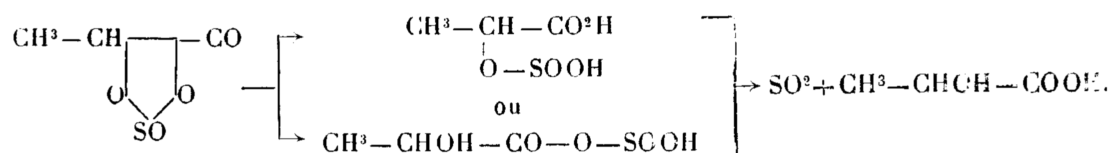
Dans une Note antérieure, nous avons indiqué les résultats obtenus par action du chlorure de thionyle sur un acide à fonction alcool primaire : l'acide glycolique. Cette étude a été étendue depuis aux acides lactique et α-oxyisobutyrique.

Il est remarquable que, dans le cas de ces deux acides, on n'obtient pas de chlorosulfite de chlorure d'acide; par contre, on observe la formation de corps d'un type nouveau et que nous appellerons, faute de mieux, des « anhydrosulfites d'acides-alcools ». Leur production est, selon toute vraisemblance, imputable au fait que les chlorosulfites d'acides, d'abord formés, sont instables et, perdant HCl, se transforment en anhydrosulfites. Dans le cas de l'acide α-oxyisobutyrique, par exemple, on aurait les transformations suivantes :



L'anhydrosulfite lactique est liquide et bout à 72°-74° sous 19^{mm}, tandis que l'anhydrosulfite oxyisobutyrique distille à 63° sous 21^{mm}. Le second bout donc plus bas que le premier, bien qne son poids moléculaire soit plus élevé. On sait, d'ailleurs, que le même fait se reproduit pour les éthers-sels des deux acides. Ces deux anhydrosulfites sont relativement peu stables vis-à-vis de la chaleur; tous deux se décomposent régulièrement vers 120°-125°, sous la pression atmosphérique, avec dégagement d'anhydride sulfureux. On pourrait s'attendre à ce que le reste de la molécule donnât naissance à un lactide; mais, en fait, on obtient des polylactides. Ceux-ci constituent des masses blanches, neutres, et, traités par les alcalis, à l'ébullition, ils régénèrent les acides-alcools correspondants.

Les anhydrosulfites sont excessivement sensibles à l'action de l'humidité. Si on laisse de l'anhydrosulfite lactique au contact de l'air, il se recouvre de beaux cristaux, fusibles vers 90°, et qui disparaissent rapidement. Finalement, il ne reste que de l'acide lactique, l'hydratation de l'anhydrosulfite paraît donc, dans ce cas, s'effectuer en deux phases et l'on aurait :

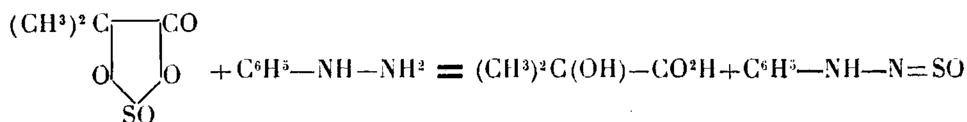


Au contraire, avec l'anhydrosulfite oxyisobutyrique, il est impossible de saisir aucune phase intermédiaire.

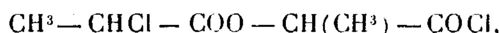
Les alcools réagissent sur les anhydrosulfites avec une extrême facilité et l'on obtient, quantitativement, les éthers-sels des acides-alcools correspondants, avec dégagement de SO^2. Le lactate de méthyle a été caractérisé par transformation en phényluréthane fusible à 67°-68°; de même, l'oxyisobutyrate de méthyle a donné une phényluréthane fusible à 78°-79°, déjà obtenue par M. Lambling.

Les arylamines transforment quantitativement les anhydrosulfites en amides des acides-alcools correspondants, avec dégagement de SO^2. L'anilide α-oxyisobutyrique cristallise dans le benzène en lamelles micacées fusibles à 130°-131°. Dans le cas de l'anhydrosulfite lactique, l'aniline ne donne pas de dérivé solide, mais on obtient aisément l'α-naphtylamide lactique, fondant à 107°, et déjà décrite par Bischoff et Walden.

Tandis que les anhydrosulfites réagissent sur les arylamines par leur groupement acide-alcool, ils réagissent, au contraire, sur la phénylhydrazine par leur groupement sulfureux. Dans ce dernier cas, en effet, on obtient de la thionylphénylhydrazine, avec régénération de l'acide-alcool :



Quand on traite l'acide lactique par le chlorure de thionyle, on obtient, outre l'anhydrosulfite, le chlorure α-chloropropionyllactique



$$CH^3-CHCl-COO-CH(CH^3)-COCl,$$

qui bout à 100°-103°, sous 19^{mm}. Ce corps a été caractérisé par transfor-

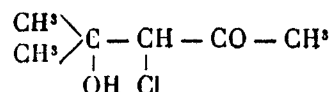
mation en anilide, qui fond à 116°,5; il a, en outre, été reproduit synthétiquement par action du chlorure d'α-chloropropionyle sur l'acide lactique et traitement du produit obtenu par le chlorure de thionyle. De même, dans l'action du chlorure de thionyle sur l'acide α-oxyisobutyrique, on obtient du chlorure d'α-chloroisobutyryle et du chlorure α-chloroisobutyryl-α-oxyisobutyrique

Le premier bout à 113°-114° sous la pression atmosphérique et donne une anilide fusible à 69°-79°; le second bout à 99°-101°, sous 17^{mm}; il a été reproduit synthétiquement et son anilide fond à 115°.

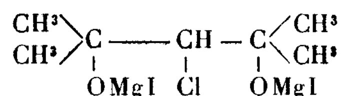
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle et sa transformation en chlorhydrine de la tétraméthylglycérine.* Note de MM. **Pastureau** et **Henri Bernard**, présentée par M. Béhal.

Nous avons préparé l'iodhydrine et la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle, dans le but d'étudier certaines réactions qui seront publiées ultérieurement.

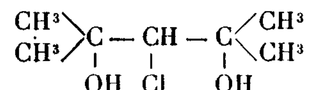
La chlorhydrine de l'oxyde de mésityle



réagit normalement sur les composés organomagnésiens mixtes. Elle donne, avec l'iodure de magnésium méthyle CH^3MgI, une combinaison soluble dans l'éther

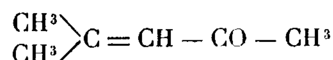


qui, décomposée par l'eau, conduit à la chlorhydrine de la tétraméthylglycérine



Préparation de la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle. — Nous avons obtenu facilement la chlorhydrine de l'oxyde de mésityle, en fixant sur la

double liaison de cette acétone non saturée



l'acide hypochloreux, obtenu par la méthode de Baeyer, Lauch, Bamberger (action de l'acide borique sur l'hypochlorite de calcium en solution) :

300g de chlorure de chaux du commerce ont été épuisés par l'eau, environ 2l,500. On ajoute 150g d'acide borique et l'on complète à 3l avec de l'eau.

Dans ce mélange, dont le titre en chlore actif varie de 2 à 3 pour 100, on ajoute 100g d'oxyde de mésityle.

Il se produit alors un abondant précipité de borate de calcium, et le mélange, qui s'échauffe peu à peu jusque vers 50°, est agité fréquemment.

Après 12 ou 15 heures de contact, on épuise le mélange à l'éther, on lave à l'eau l'éther d'épuisement et on le dessèche sur du sulfate de sodium anhydre. On récupère l'éther par distillation au bain-marie et le résidu est soumis à la distillation fractionnée sous pression réduite.

La chlorhydrine passe à 81° sous 10mm; on obtient ainsi, dans une première opération, 50g de produit pur. En réalité, le rendement est plus élevé, car toutes les fractions du liquide distillé contiennent de la chlorhydrine.

Le produit est constitué par un liquide huileux incolore, d'odeur camphrée un peu piquante, qui se colore en violet à la lumière.

Dosage du chlore par la méthode au sodium alcool et titrage volumétrique du chlorure alcalin :

Poids de la substance : 0g,1722; Cl, 0g,0410; Cl pour 100, 23,8; théorie, 23,58.

Action de la chlorhydrine sur l'iodure de magnésium méthyle. — On prépare l'iodure de magnésium méthyle avec 16g de magnésium et 95g d'iodure de méthyle. On ajoute peu à peu 50g de la chlorhydrine précédente dissoute dans deux fois son volume d'éther anhydre. (Ces proportions sont de 2mol de dérivé magnésien pour 1mol de chlorhydrine.)

La réaction est vive, on la modère en refroidissant s'il y a lieu.

On obtient ainsi un liquide limpide qui, après 12 ou 15 heures, est décomposé par l'eau glacée suivant la technique habituelle. La couche éthérée est fractionnée dans le vide, après élimination de l'éther.

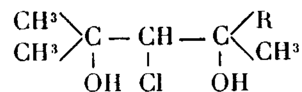
On recueille à part sous 200mm la fraction 108°-115° avec fixe à 110°. Cette portion, 15cm³ environ, est constituée par un liquide visqueux qui se colore en brun à la lumière et qui donne peu à peu d'abondants cristaux

incolores et brillants, qui constituent la chlorhydrine de la tétraméthylglycérine.

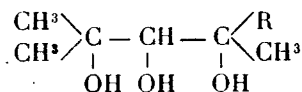
Ces cristaux fondent à 60° au bloc de Maquenne, ils sont solubles dans l'eau, plus solubles dans l'alcool et dans l'éther.

Dosage du chlore (méthode au sodium alcool) :
Poids de la substance : 0g,1315; Cl, 0g,0284; Cl pour 100, 21,5; théorie, 21,3.

Cette réaction présente un certain intérêt, car sa généralisation donnera vraisemblablement des chlorhydrines de la forme



susceptibles d'être transformées en glycérines correspondantes



BOTANIQUE. — *Sur la résistance comparative à la chaleur des points végétatifs de l'embryon du Grand-Soleil.* Note (¹) de M. **Edmond Gain**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Comme nous l'avons indiqué récemment (²) l'embryon du Grand-Soleil (*Helianthus annuus*), extrait de la semence, peut supporter des températures de 145° à 150° pendant 10 minutes, et garder sa faculté germinative.

L'activité germinative d'une semence normale se manifeste en divers points végétatifs localisés ou diffus dans certains tissus. On peut distinguer d'abord les deux points végétatifs situés vers les deux extrémités de l'axe : point végétatif radiculaire, point végétatif gemmulaire. Interviennent ensuite trois régions d'accroissements intercalaires : axe hypocotylé, base des cotylédons, masse générale des cotylédons.

L'action d'une température sèche de 100° à 155° peut atteindre plus ou moins, dans leur vitalité propre, ces divers points qui doivent jouer un rôle actif dans le développement de la plantule. Aux températures qui avoisinent la température ultra-maxima compatible avec la vie, certains de ces

---

(¹) Séance du 6 juin 1922.
(²) *Comptes rendus*, t. **174**, 1922, p. 1031.

points d'accroissement peuvent être tués ou paralysés gravement dans leur activité ou en état d'inhibition. Ils résistent inégalement au chauffage. S'il faut supposer que la conductibilité des tissus secs doit les amener à une température sensiblement identique, il y a néanmoins, pour chaque point végétatif encore au repos, des conditions d'abri qui sont différentes : alors que le point gemmulaire est profondément protégé par les deux masses charnues des cotylédons, le point radiculaire est situé dans un cône proéminent à l'extérieur. L'expérience indique que ce dernier présente la moindre résistance à la chaleur excessive. S'il est détruit ou inhibé, son activité est remplacée partiellement, au point de vue fonctionnel, par des cellules embryonnaires restées vivantes de l'axe hypocotylé. Toujours le point gemmulaire résiste davantage que le point radiculaire; mais il peut aussi être détruit. Dans ce cas, il ne subsiste plus d'éléments pouvant contribuer immédiatement à la formation de la tige épicotylée. Nous n'avons pas encore vu se produire des bourgeons axillaires normaux de remplacement à l'aisselle des cotylédons surchauffés, tandis que des racines adventives peuvent se développer sur des nodosités soit de la base des cotylédons, soit de l'axe hypocotylé. Dans le cas de destruction, ou d'inhibition de la gemmule, l'activité de celle-ci est remplacée par celle de la base des cotylédons. Il s'y produit parfois une sorte de renflement. Le cotylédon peut se détacher au-dessous de cette nodosité qui développe des racines adventives. Des quatre points d'activité organique dont il vient d'être question, c'est donc celui de la base des cotylédons qui résiste le mieux.

Un stade de destruction végétative plus accentué encore peut se manifester. C'est dans le cas où il ne subsiste que l'activité végétative de la masse générale des feuilles cotylédonaires, sans différenciation à la base. Dans ce cas, l'écartement puis le verdissement des deux cotylédons sont les premiers indices d'activité végétative. Ce verdissement est périphérique et il part des bords amincis des cotylédons pour gagner vers le centre. Ces cotylédons s'accroissent peu à peu en surface, mais ne reconstituent pas facilement, dans ce cas extrême, les organes de nutrition indispensables à une survie prolongée : ils sont ordinairement atteints par des altérations putrides qui, d'un point limité, généralisent l'infection au bout de quelques semaines.

En résumé, parmi les embryons soumis au chauffage, il en est qui gardent cinq, quatre, trois, deux ou un seulement des divers points végétatifs dont il vient d'être parlé. La résistance relative de ces points de croissance est d'autant plus grande qu'on s'éloigne du point radiculaire pour

passer à l'axe hypocotylé, à la gemmule, à la base des cotylédons, puis au bord libre des feuilles cotylédonaires.

Nos observations ont porté sur plusieurs centaines de plantules ayant subi, avant leur germination, un chauffage de 110° à 155° C. Les recherches de Téodoresco sur la résistance des diastases des tissus desséchés et triturés ([1]) se trouvent confirmées par nos expériences sur les embryons intacts.

BOTANIQUE. — *La cinèse somatique dans la tige aérienne d'*Equisetum arvense *L.* Note de M. **Maurice Lenoir**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Je n'ai trouvé que deux Mémoires ayant trait au sujet de cette Note, l'un de M. Bargagli-Petrucci (1905) ([2]), l'autre de R. Beer (1913) ([3]); mais la question de la cinèse somatique de l'*Equisetum* est loin d'être résolue.

Voici brièvement les conclusions auxquelles m'ont conduit mes observations sur la division du noyau dans la tige de l'*Equisetum arvense* :

I. *Interphase.* — Le noyau en période d'interphase est constitué par les éléments suivants :

1° Un réseau périphérique dont les mailles polygonales sont formées d'anastomoses peu visibles présentant des granules chromatiques aux angles.

2° Un plexus fibrillaire chromatique reliant les nucléoles au réseau.

3° Des nucléoles en nombre variable, cinq à six ordinairement.

II. *Prophase.* — On observe :

1° Un spirème formé d'un filament apparemment continu portant des granules chromatiques. Le spirème doit son origine à la rétraction des anastomoses transversales entre les filaments parallèles. Il ne semble à aucun moment présenter de fente présageant la division métaphasique.

2° Une mise en contact direct d'éléments du spirème et des nucléoles,

---

([1]) E.-C. Téodoresco, *Températures mortelles pour quelques diastases* (*Rev. gén. de Botanique*, t. 25 *bis*, 1914, p. 599).

([2]) G. Bargagli-Petrucci, *I nucleoli durante la cariocinesi nelle cellule meristomali d'*Equisetum arvense (*Nuovo Giornale Bot. Ital.*, N. S. vol. 12, 1905).

([3]) R. Beer, *Studies in spore development : III. The premeiotic and meiotic nuclear divisions of* Equisetum arvense (*Ann. of Bot.*, t. 27, 1913).

peut-être par suite de la rétraction des fibrilles intra-nucléaires. Le contact étant établi étroitement, la matière nucléaire se répand dans le cordon spirématique.

3° A la fin de la prophase, le spirème est formé d'une gaine de chromatine et d'un axe nucléolaire. Les granules du spirème ont la même composition. Le spirème a ses anses orientées en outre assez bien dans le sens des fibrilles du fuseau achromatique; certaines anses enlacent étroitement les nucléoles; ceux-ci sont rangés dans le plan équatorial.

4° Le fuseau se développe peu à peu sous forme de deux calottes en deux points opposés du noyau qui de sphéroïde devient ovoïde, l'aplatissement se faisant sentir généralement au contact des calottes fusoriales en voie de développement.

III. *Métaphase.* — 1° Aussitôt après la disparition de la membrane nucléaire, les nucléoles sont entièrement absorbés par le spirème qui présente, outre ses granules très gonflés de nucléoline, des hernies gorgées de la même substance.

2° La division a lieu immédiatement après, elle se fait dans le plan passant, pour une anse déterminée du cordon chromosomique, par les deux branches dont les portions proximales sont dans le plan de la plaque équatoriale, la partie libre convexe étant tournée vers les pôles.

3° Pendant la division du cordon chromosomique celui-ci expulse ses granules chromo-nucléolaires de toute taille dans le cytoplasme après passage dans le fuseau. Seuls sont conservés les granules qui serviront de centre de condensation chromosomique.

4° Les anses-filles du cordon chromosomique constituent chacune un chromosome.

5° Chaque anse-fille se contracte autour d'un granule chromo-nucléolaire situé dans le plan équatorial.

6° Au moment où la condensation chromosomique est presque achevée, il existe dans le plan équatorial un double spirème à filaments plus ou moins parallèles portant de gros granules envoyant des anastomoses vers les granules voisins.

Ces granules semblent se correspondre à peu près deux à deux. De toute façon ils sont évidemment groupés en séries parfaitement définies.

7° Lorsque les chromosomes ont achevé leur condensation, ils se présentent sous forme de corps massifs sphéroïdes, anastomosés entre eux; vue du pôle, la plaque équatoriale présente un aspect fenestré caractéristique. Les chromosomes sont formés d'une couche externe de chromatine, le centre

étant constitué par une masse de nucléoline. On peut compter environ 58 chromosomes à la plaque équatoriale.

IV. *Anaphase.* — L'émission chromo-nucléolaire est terminée.

1° Les chromosomes se séparent en deux groupes dans deux plans superposés. Les anastomoses reliant les chromosomes des plans anaphasiques se tendent pendant la plus grande partie de l'anaphase sans se rompre.

2° Les anastomoses se brisent libérant entièrement les deux groupes l'un de l'autre.

3° Presque au début de la séparation des deux groupes de chromosomes, leurs anastomoses en voie de distension *semblent* exsuder des gouttelettes très fines de nucléoline. Ce phénomène continue jusqu'à épuisement complet de la nucléoline qui se trouve au centre du chromosome et dans l'axe des anastomoses. Les gouttelettes paraissent se fusionner le long des anastomoses brisées précédemment, et peu à peu celles-ci se condensent en sphérules nucléolaires sous le chromosome correspondant devenu exclusivement chromatique.

4° Les anastomoses brisées se rétractent.

5° Les anastomoses interchromosomiques continuent à exister dans chaque groupe anaphasique.

V. *Télophase.* — Le début de la télophase est marqué par l'existence de deux réseaux de nature différente :

a. Un réseau externe chromatique portant des granules de taille relativement petite.

b. Un réseau interne nucléolinien dont les sphérules sont peut-être le résultat de l'agglomération des gouttelettes exsudées par les anastomoses de liaison des deux groupes-fils de chromosomes anaphasiques. Ces sphérules nucléoliniennes sont reliées par des tractus de même nature.

1° Pendant le reste de la télophase le réseau chromatinien garde sa structure.

2° Le réseau nucléolinien se condense en une masse nucléolaire unique.

3° La masse nucléolaire sécrète une pellicule épaisse de chromatine.

4° La pellicule chromatique appliquée intimement contre le réseau chromatique et faisant corps avec lui se vacuolise fortement formant un néo-réseau chromatique.

5° Le suc nucléaire, d'origine cytoplasmique probablement, décolle la pellicule chromatique de la masse nucléolaire qui se résout en nucléoles séparés dont le volume est inférieur à celui de la masse primitive, ceci prouve qu'il y a bien eu un travail de sécrétion chromatique intense.

6° L'origine des fibrilles intra-nucléaires peut être regardée comme un étirement de substance chromatique provenant tant de la pellicule sécrétée que de la couche faible toujours adhérente aux nucléoles; mais ce n'est là qu'une hypothèse.

Il n'y a pas d'alvéolisation des chromosomes qui persistent individuellement d'une division à la suivante.

Il n'y a pas non plus de dissolution, le noyau interphasique possédant une structure déterminée.

En résumé, il semble résulter des faits précédents que *la substance fondamentale du chromosome est la nucléoline* (= pyrénine ou plastine des auteurs); *la chromatine en dérive.*

BOTANIQUE. — *Anatomie des fleurs d'une même espèce à diverses altitudes.* Note de M[lle] **Marguerite Larbaud**, présentée par M. Gaston Bonnier.

La dimension des fleurs varie peu, en général, avec l'altitude, mais comme l'appareil végétatif aérien a des dimensions de plus en plus restreintes à mesure que l'altitude croît, il en résulte que la fleur présente, en montagne, un développement bien plus considérable qu'en plaine si on la compare à la plante qui la porte. Ainsi, pour prendre un exemple moyen, une fleur de *Silene inflata* Sm. offre à peu près les mêmes dimensions en plaine et à 2000^m, altitude maxima où cette plante croît spontanément; mais à cette altitude l'appareil végétatif aérien étant de 3 à 5 fois plus réduit qu'en plaine, la fleur a une importance de 3 à 5 fois plus considérable si on la compare à l'ensemble de la plante. Mais si la fleur conserve à peu près la même dimension aux différentes altitudes, les inflorescences ou les groupes d'inflorescences présentent un moins grand nombre d'éléments. Ainsi, en plaine, les inflorescences du *Silene inflata* ont de nombreuses fleurs, tandis que, vers 2000^m, il n'y a plus que 3 à 4 fleurs par inflorescence. M. Gaston Bonnier a montré (1) qu'au delà de cette altitude, vers 2300^m, on peut faire germer des graines de *Silene inflata;* alors, les inflorescences sont encore plus réduites et l'on obtient quelquefois des tiges ne portant qu'une seule fleur.

Les poils sont plus nombreux en montagne qu'en plaine, plus gros et plus serrés sur les pédoncules et sur les sépales. J'ai même remarqué chez

(1) G. Bonnier, *Recherches expérimentales sur l'adaptation des plantes au climat alpin* (*Annales des Sciences naturelles,* 7e série, t. 20, 1895).

l'*Hieracium Pilosella* L. où l'on rencontre deux sortes de poils, les uns étoilés, les autres pluricellulaires en forme de cône, que ces derniers, plus gros que les autres, sont plus fréquents en montagne, tandis que dans la fleur de plaine la forme étoilée domine.

La protection est encore assurée par les épidermes des pédoncules et des sépales. Ces épidermes ont une cuticule plus épaisse chez les fleurs de montagne. La forme des cellules épidermiques offrent souvent aussi une différence : tandis que ces cellules sont à peu près isodiamétriques dans les épidermes de plaine, en montagne, elles présentent généralement un allongement dans le sens radial, ce qui donne au tissu épidermique une cohérence et une épaisseur relative plus marquées que dans les fleurs de la même espèce récoltées en plaine.

Les épidermes des pétales, dans les boutons floraux, sont constitués, à toute altitude, par des cellules à contenu très dense; or, le plus souvent, chacune de ces cellules montre, en coupe transversale, une légère saillie arrondie sur la face externe. Cette saillie proémine de plus en plus à mesure que l'évolution de la fleur s'opère, et elle finit par former, lorsque la fleur est épanouie, une papille à base plus ou moins renflée et à pointe allongée. L'ensemble de ces papilles forme le « velouté de la fleur ». La différence d'éclat entre la corolle dans le bouton et dans la fleur épanouie provient de cette différence histologique dans l'épiderme à ces deux stades de l'évolution de la fleur. C'est aussi par la forme de ces papilles qu'on peut expliquer la différence d'éclat, si souvent observée, entre les fleurs de plaine et les fleurs de montagne. En effet, dans un pétale d'une fleur de montagne, les papilles sont plus serrées, plus allongées et plus étroites que dans un pétale d'une fleur de plaine de la même espèce.

Dans le pédoncule de la plante de montagne, le cylindre cortical, formant un tissu de protection, est plus développé, et la moelle plus réduite.

On rencontre souvent des assises de tissu palissadique sous les épidermes des pédoncules et des sépales. Ce tissu palissadique est toujours plus développé en montagne qu'en plaine.

Dans plusieurs cas, j'ai pu remarquer que l'ouverture des anthères est plus précoce en montagne; les grains de pollen y sont en général un peu plus petits qu'en plaine. Je n'ai pas encore pu observer de caractère différenciel pour les pistils; ceux-ci semblent conserver la même structure à toute altitude.

Enfin, il reste encore à noter une différence générale dans la forme et les dimensions des éléments cellulaires. En montagne, les cellules sont généra-

lement plus petites; le rapport entre leurs dimensions en montagne et leurs dimensions en plaine est souvent égal à $\frac{4}{5}$ et même à $\frac{3}{4}$. Les tissus des fleurs de plaine sont moins compacts, leurs cellules sont très souvent arrondies, laissant entre elles des méats et même des lacunes. Les tissus des fleurs de montagne sont plus denses, leurs cellules sont plus souvent polyédriques, les méats moins nombreux, plus petits, et les lacunes tendent à disparaître. On peut attribuer sans doute ce caractère des tissus de montagne à l'influence de l'état hygrométrique de l'atmosphère. En effet, l'air est plus sec en montagne qu'en plaine, d'où la présence de tissus moins lacuneux et plus denses dans les plantes des hautes altitudes.

PHYSIOLOGIE. — *Musculomètre artificiel.* Note de M. **Gabriel Bidou**, présentée par M. Daniel Berthelot.

J'ai eu l'honneur, tout récemment (¹), de présenter à l'Académie un compas d'orientation du pied.

Ce compas n'est qu'un exemple particulier, pris dans une série d'appareils analogues, n'utilisant pour obtenir les données nécessaires à la Récupération fonctionnelle, que des mesures purement géométriques d'angles ou de longueurs.

L'appareil que je présente aujourd'hui appartient à une seconde catégorie qui, à côté de mesures géométriques, fait appel aux mesures dynamométriques. Je l'ai dénommé *Musculomètre artificiel.*

Le but de la Récupération fonctionnelle étant de remplacer ou de suppléer un segment du membre humain déficitaire, il s'ensuit que l'étude de la force nécessaire à la commande artificielle devant remplacer ou suppléer la musculature humaine est une des questions primordiales de cette méthode.

Pour trouver le muscle utile, il faut connaître le poids du membre à commander.

Le *Musculomètre artificiel* permet de déterminer et, en même temps, d'étalonner le ressort-muscle artificiel de remplacement.

Cet instrument se compose, en effet, de deux parties distinctes, jouant en réalité le rôle de deux appareils différents accouplés.

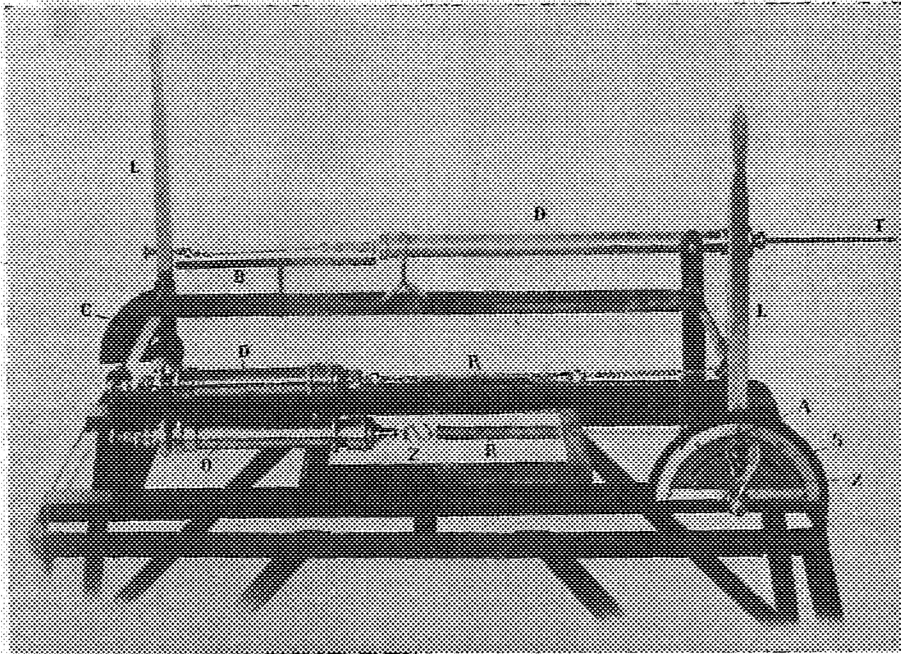
La première partie comporte un dynamomètre à ressorts, travaillant en

(¹) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1370.

cascade, actionné par un levier se déplaçant devant un secteur gradué. Ce dynamomètre commande le membre ou le segment de membre à étudier.

Pour faciliter la description, nous supposerons qu'il faille soulever le membre inférieur du sol.

L'extrémité inférieure de la jambe sera reliée au dynamomètre par un



D, D', D'', dynamomètres; L, leviers; T, tige à laquelle sera reliée par un câble le membre à étudier; C, S, secteurs gradués; B, réglette graduée; A, aiguille; X, frein; R, ressort; Z, barème des distances.

câble et l'opérateur, actionnant le levier de commande, soulèvera le membre à la hauteur voulue. Le dynamomètre inscrira l'effort, l'aiguille du levier se déplaçant sur le secteur donnera l'angle.

Et nous aurons, par exemple :

Longueur du levier humain (grand trochanter au sol).	80^{cm}
Angle décrit..	20°
Effort dynamométré..................................	3^{kg}

Ces renseignements seront notés; et, retournant l'appareil, nous en utiliserons la seconde partie.

Deux dynamomètres sont juxtaposés et peuvent être commandés respec-

tivement par le même levier, se déplaçant devant un secteur gradué. L'un décale à 100^g et va jusqu'à 10^{kg} et l'autre décale à 10^{kg} et va jusqu'à 50^{kg}.

Choisissant un ressort à boudins de x centimètres de longueur, d'un mandrinage y et d'une section de fil z, nous le placerons entre le dynamomètre et le levier.

Pour que ce ressort étudié soit celui qui conviendra, comme muscle artificiel, il faudra que le levier marquant 20°, le dynamomètre 3^{kg}, l'écartement des spires n'ait pas dépassé en $\frac{1}{10}$ les limites d'élasticité normale.

Admettons que l'ensemble des desiderata soit obtenu. On notera l'écartement des spires à la jauge et le muscle artificiel sera trouvé.

Si l'une des conditions n'était pas réalisée, on choisirait un autre ressort de mandrinage ou de section différents.

Utilisation pratique du muscle trouvé. — Le ressort-muscle artificiel sera attaché à la ceinture d'une part et à l'avant-pied d'autre part. Il sera tendu d'une façon telle que l'écartement des spires corresponde à celui noté à la jauge.

Dans ces conditions, il suffira que le malade se libère de l'adhérence au sol et supprime ainsi le freinage du ressort, pour que celui-ci, revenant sur lui-même, propulse le membre d'une amplitude de 20°.

Et nous savons que le levier humain étant de 80^{cm}, l'angle de 20°, la distance linéaire, autrement dit le chemin parcouru par le membre, sera :

$$\sin 20 \times 80^{cm} = 27^{cm},20.$$

Ce que nous venons de dire pour le groupe musculaire fléchisseur du membre inférieur sur le bassin, peut s'appliquer à tout autre muscle ou groupe musculaire humain.

L'application de ce système permet aux amputés de cuisse, d'équilibrer le poids de leur appareil de prothèse, aux hémiplégiques de marcher, etc.

ENTOMOLOGIE. — *Origine de la coloration naturelle de la soie chez le* Bombyx mori. Note [1] de MM. Clément Vaney et Jean Pelosse, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans une Note précédente nous avons montré que le sang des vers et les cocons de toutes les races de *Bombyx mori*, que nous avons examinées, étaient colorés. Cette coloration est très atténuée chez les races dites à cocons

(1) Séance du 6 juin 1922.

blancs; elle est bien nette chez les races à cocons colorés où elle varie du jaune vif au jaune verdâtre. La matière colorante du cocon paraît la même que celle du sang et en dérive très probablement.

La substance colorante du cocon et du sang rappellent beaucoup la xantophylle des feuilles du mûrier, car leurs caractères sont sensiblement identiques et leur solution alcoolique examinée au spectroscope présente une même bande d'absorption dans la partie la plus réfrangible du spectre.

Comme il est démontré que certains colorants d'origine végétale ou dérivés de l'aniline peuvent dialyser à travers la muqueuse intestinale, pénétrer dans le sang et de là se fixer sur le brin de soie des vers de toutes les races examinées, il est très probable qu'il en est de même de la xanthophylle des feuilles de mûrier, dont certains dérivés sont solubles dans l'eau et la liqueur physiologique.

La coloration du sang du ver et par suite du cocon proviendrait ainsi de certains pigments colorés de la feuille de mûrier. Ce qui semble confirmer cette manière de voir c'est que, lors de leur éclosion, les jeunes vers des races dites à cocons blancs, de la race Bagdad par exemple, n'ont pas de sang coloré. Les jeunes vers fraîchement éclos de races à cocons jaunes, comme ceux de la race Chine dorée, ont un sang très faiblement teinté en verdâtre, dont la coloration extrêmement atténuée est bien différente de celle du sang des mêmes vers ayant absorbé des feuilles de mûrier.

Ces faits viennent confirmer l'hypothèse que Conte et Levrat ont émise en 1904 et d'après laquelle la coloration des cocons des séricigènes dériverait des pigments de la feuille servant à alimenter les vers. Mais pour eux les variations de coloration des cocons chez le *Bombyx mori* dépendraient des différences de perméabilité de l'intestin des vers à soie aux diverses substances colorantes de la feuille; pour les races à soie blanche aucun pigment coloré des feuilles ne passerait à travers la paroi de l'intestin de la chenille, alors que chez d'autres vers à soie le pigment jaune ou vert dialyserait avec plus ou moins de facilité et l'on obtiendrait suivant les cas des cocons jaunes, des cocons verts et des cocons contenant à la fois du jaune et du vert. Or, nous avons remarqué que la dialyse des colorants artificiels à travers la paroi intestinale s'opérait de même pour tous les vers à soie et n'était nullement fonction de la race.

Il semble que les produits xanthophylliens doivent traverser de la même façon la paroi intestinale des vers, quelle que soit la race. Le sang de tous les vers serait ainsi coloré avec la même intensité au moyen de certains pigments provenant de l'ingestion des feuilles de mûrier. Mais ces colorants

végétaux vont se trouver en présence d'un milieu intérieur plus ou moins riche en diastase oxydante : le sang des vers à cocons blancs renferme beaucoup plus de tyrosinase que le sang des vers à cocons colorés et cela dès le plus jeune âge.

Il est très probable que ces différences de teneur en tyrosinase vont permettre des oxydations plus ou moins profondes des pigments xanthophylliens qui sont ainsi parvenus dans le sang par la voix digestive. L'oxydation va être relativement faible chez les vers à cocons colorés; elle sera plus grande chez les vers à cocons blanchâtres.

On peut se faire une idée approximative du résultat de ces oxydations progressives en traitant un extrait aqueux bien filtré de feuilles de mûrier par de l'eau oxygénée ou une solution diluée de permanganate de potasse. Avec une très faible quantité de ces corps oxydants on aura un liquide jaunâtre; si l'on augmente légèrement la dose de réactif on obtient une solution de teinte verdâtre très claire.

La coloration du sang du ver et des cocons du *Bombyx mori* paraît provenir des pigments xanthophylliens de la feuille de mûrier qui, après avoir dialysé à travers la paroi intestinale du ver, pénètrent dans le milieu sanguin où ils subissent une oxydation plus ou moins profonde sous l'influence de la tyrosinase sécrétée par les leucocytes. Suivant les degrés de cette oxydation il en résultera des colorations diverses : jaune si l'oxydation est faible, jaune verdâtre si elle est plus grande et blanc jaunâtre ou verdâtre lorsqu'elle est beaucoup plus accentuée.

La coloration des cocons sert souvent à caractériser les diverses races de vers à soie. Ce caractère se trouve en relation avec une sécrétion plus ou moins abondante de tyrosinase.

ANATOMIE. *Sur le développement des caractères sexuels primaires chez les Urodèles. Hypothèse sur son déterminisme.* Note de M. M. Aron, présentée par M. Widal.

Chez *Triton cristatus*, le mâle jeune reste jusqu'à une période assez tardive du développement (correspondant à une longueur de 6^{cm} à 8^{cm} environ), identique à la femelle de même longueur. La crête que présente le mâle à maturité n'existe pas encore. Sur la face dorsale de l'animal règne, au niveau du rachis, une ligne pigmentée jaunâtre semblable chez les deux sexes. Des chromatocytes à pigment blanc en nombre sensiblement égal chez le mâle et la femelle sont disposés sur les parties latérales de la queue. Bref les caractères extérieurs ne permettent pas le diagnostic du jeune Triton.

A la dissection, les glandes génitales, au stade dont il s'agit, ont sensiblement même forme et même volume chez le mâle et chez la femelle. Les conduits excréteurs — canal de Woff et canal de Müller — sont rectilignes, extrêmement fins. Seul l'examen histologique de la glande génitale indique une différenciation déjà fort avancée : existence, ch.z le mâle, de gonies primitives et secondaires, de jeunes ovocytes chez la femelle. Celui des canaux montre que, chez le mâle, canal de Wolff et canal de Müller coexistent, tous deux à l'état rudimentaire de minces tubes épithéliaux, daus une gaine connective commune, mais que, chez la femelle, le canal de Müller n'est pas accompagné d'un canal wolffien. En somme, le Triton mâle jeune ne présente aucun caractère sexuel autre que la gonade, alors qu'à un stade approximativement correspondant la femelle possède, comme tel, un canal de Müller déjà évolué.

A une période du développement susceptible de varier quelque peu — en moyenne pour une longueur totale de 8^{cm} de l'animal — on voit chez le mâle, dès lors extérieurement identifiable, la ligne pigmentée dorsale disparaître et sitôt après faire place à un rudiment de crête, d'abord sous la forme d'une saillie linéaire à peine perceptible, puis sous celle d'un faible soulèvement très légèrement denticulé. L'examen des conduits génitaux pratiqué à ce stade révèle un développement sensible du canal de Wolff. Le canal de Müller persiste à son côté, dans son état rudimentaire initial. Rien n'est alors changé dans le testicule en ce qui concerne les éléments de la lignée germinale, réduits encore aux gonies primitives et secondaires. Mais en un point limité, au niveau du futur hile de l'organe, on constate l'existence d'un tissu chargé d'enclaves lipoïdiques qui, au stade précédemment envisagé, n'était pas encore observable. Ce tissu résulte de la prolifération assez discrète, dans la zone en question, d'un certain nombre des cellules folliculeuses entourant les gonies primitives et de leur transformation en éléments volumineux riches en granulations osmio-réductrices, cependant qu'à leur tour les cellules conjonctives voisines prolifèrent et se chargent d'enclaves. Des vaisseaux nombreux envahissent la région considérée.

Le développement de cette zone glandulaire est le seul fait morphologique nouveau qui se manifeste au moment de la différenciation des caractères sexuels primaires : ébauche de la crête, canal différent. On a donc des raisons de penser que l'apparition de ces caractères peut être conditionnée par la formation, dans le testicule, d'un tissu glandulaire endocrinien.

Les caractères ainsi développés se modifient peu jusqu'à la maturité sexuelle, c'est-à-dire jusqu'à l'établissement de la spermiogénèse. On sait que l'élimination des spermies s'accompagne ensuite de la production, dans les cystes vidés, d'un nouveau tissu glandulaire de signification différente qui conditionne la poussée des caractères sexuels secondaires périodiques,

entre autres celle de la crête, les phénomènes de sécrétion et de prolifération dans le canal de Wolff (1).

En résumé, les Urodèles nous présentent une évolution dissociée et fort nette des caractères sexuels. Les caractères sexuels primaires, chez le mâle, apparaissent relativement très tard, alors que la glande génitale est depuis longtemps différenciée. Il est donc inexact d'admettre, comme le font certains auteurs, que la genèse de ces caractères se produit lors de la première flexion des gonocytes. Ce que par contre l'on constate, c'est que leur développement est accompagné et paraît conditionné par la formation, dans le testicule, d'un tissu glandulaire particulier. Et sans être autorisé à inférer des Vertébrés inférieurs aux supérieurs, on est cependant amené à supposer que le mécanisme physiologique est vraisemblablement unique dans la série et les caractères sexuels primaires si précoces des Mammifères déterminés par la glande interstitielle du testicule embryonnaire, d'apparition également fort précoce (2),

Nous avons, au début de cette Note, écrit qu'avant l'installation des caractères sexuels primaires le mâle jeune demeure morphologiquement identique à la femelle. Cette constatation ne saurait être enregistrée en faveur de l'hypothèse d'une forme embryonnaire commune aux deux sexes, et dite « asexuée », qu'à la condition de ne considérer que les caractères externes et d'excepter la glande génitale. Nous croyons en effet, — et les Urodèles témoignent en faveur d'une telle idée — que, si le soma reste en apparence plus ou moins longtemps asexué, la gonade est différenciée d'une manière précoce, et sans doute fixée dès l'origine du développement. A une période variable, selon les classes et les espèces de Vertébrés, le testicule devient vraisemblablement, par l'intermédiaire d'un tissu endocrinien, le point de départ de l'action générale qui aboutit à la première différenciation sexuelle du soma.

---

(1) Nous avons envisagé, en des Communications antérieures (*C. R. de la Société de Biologie*, t. 85, p. 482, et *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 57; t. 174, 1922, p. 332), la signification et le rôle de ce tissu glandulaire de deuxième formation. Nos résultats, confirmés par de nombreuses observations et des expériences multiples, feront l'objet d'un prochain travail *in extenso*.

(2) La glande interstitielle embryonnaire des Mammifères possède une signification morphologique différente de la glande endocrine du testicule à maturité sexuelle, comme Bouin et Ancel l'ont montré chez le cheval, et nous-même, plus récemment, chez d'autres Mammifères (Porc, Mouton). Cette dualité du tissu endocrinien du testicule complète l'homologie qu'on peut établir entre Batraciens et Mammifères.

EMBRYOGÉNIE. — *La dipyrénie des spermies dans certaines doubles spermatogénèses est obtenue par une mitose hétérotypique qui se produit au cours du développement.* Note de M. **P. Bouin**, présentée par M. Widal.

L'existence des spermatogénèses doubles est connue depuis assez longtemps. Elle a été signalée chez divers ordres d'animaux, chez les Prosobranches (v. Brun, Stéphan, Meves, v. Kemnitz, etc.), chez certains Insectes (Meves, v. Kemnitz, Montgomery, etc.), chez divers Myriapodes (P. Bouin chez *Scolopendra*, P. Bouin et P. Ancel chez *Scutigera*, M. Aron chez *Cryptops*). Ces spermatogénèses doubles peuvent être distinguées en deux catégories : les unes évoluent aux dépens de spermatogonies qui sont communes aux deux lignées spermatogénétiques ; le dimorphisme des spermies s'obtient au cours des mitoses de maturation. Les autres évoluent à partir de deux sortes de spermatogonies, qui sont différentes par la constitution de leur appareil chromosomien.

L'étude des doubles spermatogénèses de cette deuxième catégorie est très instructive, parce qu'elle tend à révéler la signification réelle du processus de maturation et en particulier de la première division maturative ou hétérotypique. C'est en me plaçant à ce point de vue que j'ai repris l'étude des doubles spermatogénèses des Myriapodes, en particulier *Scolopendra* et *Scutigera coleoptrata*.

J'ai signalé antérieurement qu'il existe chez la Scolopendre deux sortes de lignées spermatogénétiques qui se poursuivent parallèlement dans des logettes testiculaires contiguës. Elles ont pour cellules-mères deux sortes de spermatogonies qui possèdent des chromosomes en nombre égal (24), mais de taille différente. Les unes renferment des chromosomes en forme de gros bâtonnets courts et trapus ; les autres présentent des chromosomes semblables, mais plus petits. Les spermatocytes issus des spermatogonies à gros chromosomes deviennent très volumineux et donnent naissance, après deux mitoses maturatives qui se passent selon le schéma hétérohoméotypique de Grégoire, à des spermies géantes qui renferment chacune douze chromosomes. Les éléments de la petite lignée montrent exactement les mêmes processus, et chaque petite spermie reçoit douze petits chromosomes.

Chez la Scutigère, il existe aussi une double spermatogénèse qui se passe dans deux territoires différents de la glande germinative mâle, comme

P. Ancel et moi-même l'avons signalé antérieurement. L'une des spermatogénèses est caractérisée par des éléments très volumineux qui forment des spermies géantes; l'autre spermatogénèse est constituée par des éléments très petits qui élaborent des spermies naines. Les mitoses de maturation se passent d'une manière identique dans les cellules séminales de la grande et de la petite lignée spermatogénétique. Mais la dipyrénie des deux sortes de spermatozoïdes est obtenue ici par le moyen de chromosomes particuliers. Ceux-ci sont très gros dans les éléments de la grosse lignée et beaucoup moins volumineux dans ceux de la petite lignée. Ils subissent des divisions équationnelles pendant les divisions maturatives et sont distribués à toutes les spermies, les spermies géantes étant toutes munies d'un gros chromosome spécial, les spermies naines étant toutes pourvues d'un petit chromosome spécial.

La dipyrénie des spermies est donc obtenue, chez la Scolopendre, par le volume différent des chromosomes dans chaque lignée spermatogénétique, et chez la Scutigère, par la présence d'un gros chromosome spécial dans la grosse lignée et d'un petit chromosome de même nature dans la lignée naine. Comme cette dipyrénie existe déjà dans les spermatogonies, il faut qu'elle ait été réalisée avant l'établissement de la spermatogénèse, au cours du développement, pendant l'évolution de la lignée germinale. Il est à présumer que la mitose hétérotypique est subie par la cellule germinative primordiale, laquelle mitose distribue à chaque cellule-fille les éléments chromosomiens que nous retrouvons dans les cellules-mères des deux lignées spermatogénétiques. Cette division sépare, chez la Scolopendre, les gros et petits chromosomes, et chez la Scutigère, le grand et le petit chromosomes particuliers contenus dans l'œuf qui doit avoir été fécondé par une spermie naine. Les deux cellules-filles de cette première mitose hétérotypique évoluent parallèlement au cours de la lignée germinale, se multiplient par mitoses homéotypiques et fournissent aux gonades de Scolopendre et de Scutigère les deux sortes de spermatogonies que nous y avons observées.

Conclusion. — Dans la plupart des spermatogénèses étudiées jusqu'ici, la première mitose de maturation conditionne en même temps la réduction numérique des chromosomes et la dipyrénie des spermies, celle-ci étant due à l'évolution de l'hétérochromosome qui passe dans une seule cellule-fille de cette première division maturative. Ces deux processus se trouvent dissociés dans les doubles spermatogénèses des Myriapodes : la réduction numérique est toujours obtenue par le moyen de la première division de maturation; mais la dipyrénie des spermies est le résultat d'une mitose hétérotypique

qui ne peut s'être produite qu'au cours de la lignée germinale. La dipyrénie étant réalisée avant la spermatogénèse, il apparaît que le grand et le petit chromosome spéciaux de la Scutigère doivent être considérés comme des hétérochromosomes de taille différente, qui ont opéré leur disjonction d'une façon précoce et qui, dès lors, doivent se comporter comme des chromosomes ordinaires au cours des mitoses spermatogénétiques.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Notion de « seuil différentiel » et explication humorale du gynandromorphisme des oiseaux bipartis.* Note de M. A. **Pézard**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Plusieurs biologistes et notamment le regretté A. Giard ont allégué que la théorie des hormones sexuelles est impuissante à expliquer clairement le cas des oiseaux « bipartis ». Il s'agit de sujets chez lesquels le plumage est partagé en deux moitiés différentes suivant le plan de symétrie du corps : l'une d'aspect mâle, l'autre d'aspect femelle. L'autopsie révèle des particularités intéressantes concernant les glandes reproductrices. Ainsi, le pinson décrit par Max Weber en 1890 présentait, à droite, un testicule correspondant au demi-plumage mâle, à gauche un ovaire correspondant au demi-plumage femelle.

Différentes explications ont été proposées. A la suite de nos premiers travaux sur les Gallinacés, nous avons parlé d'une spécificité chimique sexuelle de chaque demi-soma, idée qui a été défendue également par Abderhalden. — Max Weber a mis en cause le système nerveux. — A vrai dire, ces explications ne peuvent être retenues étant donnée l'action *directe* et *non conditionnelle* des hormones chez les Vertébrés et la généralisation de l'action empêchante de l'ovaire sur le plumage des femelles d'oiseaux. Par contre, nos récentes recherches sur la loi du « tout ou rien », complétée par la notion de « seuil différentiel », nous suggèrent une interprétation qui a tout au moins le mérite d'être en complet accord avec les faits établis.

1° Loi du « tout ou rien ». — *A partir d'un certain minimum au-dessous duquel l'effet morphogène est nul, un accroissement très petit de tissu génito-endocrine fait apparaître les caractères sexuels secondaires mâles et assure leur développement total.* Nous avons démontré ailleurs, par voie indirecte, que cette loi est applicable à l'action de l'ovaire chez les Gallinacés; enfin Knud-Sand, puis Al. Lipschütz l'ont vérifiée chez les Mammifères.

2° *Notion de seuil différentiel.* — Au cours de nos recherches sur les Gallinacés, il s'est trouvé, dans plusieurs expériences, que le minimum efficace

de tissu testiculaire s'est strictement maintenu : nous avons observé alors une dissociation des caractères sexuels secondaires mâles (organes sanglants, instinct sexuel et combatif, chant, utilisation des graisses); l'ensemble de ces caractères forme donc un complexe[1]. Et ces observations nous conduisent à énoncer les trois propositions suivantes, qui s'appliquent également à la poule :

a. Le minimum Micau n'est pas le même pour tous les caractères dépendant des glandes reproductrices.

b. Les différences de seuil sont infimes, pour ainsi dire insensibles à la balance, mais suffisantes pour *échelonner* les départs des différents caractères, et même fractionner la poussée du plumage.

c. La détermination directe des seuils différentiels, pratiquement très difficile, se ramène, en définitive, à l'observation des *temps d'apparition*.

Les travaux de *Knud-Sand* sur l'hermaphrodisme expérimental et sur la transplantation des gonades conduisent à une discrimination du même genre. Il observe en effet que les caractères sexuels des Mammifères sont, à divers degrés « homonosensibles », c'est-à-dire qu'ils apparaissent sous l'influence de quantités voisines mais différentes de tissu endocrinien.

3° *Pinson de Max Weber*. — Toute interprétation doit tenir compte du fait essentiel suivant : le plumage soi-disant mâle des oiseaux est, en réalité, un plumage neutre, puisque les castrats le conservent et que les femelles à ovaire enlevé, malade ou atrophié, l'acquièrent intégralement. Chez le pinson précité, il ne s'agit donc pas d'expliquer pourquoi le testicule a agi à droite, mais, plus exactement, pourquoi l'ovaire, qui a exercé à gauche son action empêchante, ne l'a pas exercée à droite. Cela posé, et en raison des différentes modalités de la loi du « tout ou rien », l'explication plausible est la suivante : *Au moment de la mue précédente, qui a déclenché son plumage biparti, le pinson de Max Weber présentait un ovaire réalisant le minimum efficace, et se trouvant entre deux seuils différentiels : celui de la partie droite, plus élevé ; celui de la partie gauche, plus petit*. Le fait que deux conditions exceptionnelles, l'une hormonique, l'autre somatique, doivent coïncider, explique pourquoi la réalisation de tels sujets demeure extrêmement rare.

Voici les raisons qui appuient cette manière de voir :

a. Une foule de travaux portant sur les paramètres physiologiques et

---

[1] Pour les détails, cf. *Journal de Phys. et Path. gén.*, 1922.

sur les mensurations anatomiques des parties droite et gauche du corps chez les Vertébrés ont montré qu'il existe des différences entre elles.

Cela n'a rien d'étonnant puisqu'il s'agit de deux lignages ayant évolué parallèlement, mais séparément. Le plus souvent même, ces différences sont supérieures à celles que supposent les deux seuils différentiels du pinson.

b. Max Weber signale que l'animal, autopsié le 1er avril 1890, avait un ovaire de structure normale (nous ajouterions fonctionnel), avec follicules développés, mais beaucoup plus petit qu'un ovaire prélevé, le même jour, chez une femelle de même espèce ($3^{mm},5 \times 2^{mm}$ au lieu de $4^{mm},5 \times 3^{mm},5$) (1) : nous sommes en droit d'inférer que l'ovaire du pinson biparti était également inférieur, lors de la mue précédente.

c. Les explications données jusqu'à ce jour se trouvent en défaut s'il n'y a pas correspondance rigoureuse entre chaque demi-soma et la glande qui paraît le commander. Par contre, notre interprétation, qui n'exige pas cette condition, conserve alors toute sa valeur. Or chez les Sélaciens, A. Vayssière et G. Quintaret ont décrit une Roussette possédant des organes génitaux bipartis et seulement un testicule impair soudé à l'ovaire (à droite dans le genre *Scylliorhinus*). Mieux encore : Max Weber signale le cas, décrit par Cabanis, d'un Picidé américain, *Colaptes mexicanus* biparti, mais *retourné* (umgekehrt) : plumage mâle à gauche (où se trouve l'ovaire chez les oiseaux); plumage femelle à droite; l'éminent zoologiste allègue, d'après la description, que la partie droite, d'apparence femelle, doit être en réalité considérée comme infantile. Suggestion très plausible, mais qui pose, sous une forme indirecte, la question du seuil différentiel.

L'explication humorale du gynandromorphisme biparti apparaît donc comme liée à l'idée nouvelle de seuil différentiel. Si cette idée n'a pas encore donné chez les oiseaux, tout ce qu'on est en droit d'en espérer, son application éventuelle, aux Insectes, conduirait aux résultats fort intéressants obtenus par Goldschmidt sur les intersexués. « L'ordre de fréquence de l'apparition de l'intersexualité, d'après Goldschmidt, est l'inverse de l'ordre de différenciation au cours du développement. » Or, si les caractères sexuels d'un animal sont conditionnés par des seuils croissants, *a*, *b*, *c*, l'involution de la cause agissante les modifiera dans l'ordre *c*, *b*, *a*, qui fournira l'ordre de fréquence. Toutefois E.-W. Sexton et J.-S. Huxley objectent que la loi de Goldschmidt n'est pas toujours applicable et qu'il faut tenir compte du degré de chitinisation. L'exemple des Gallinacés nous apporte ici une explication : la loi de Golds-

---

(1) Le testicule, par contre, était infantile (unreif), ce qui est normal en avril, pour le pinson.

chmidt, dans le cas où il y a inversion des causes agissantes, ne peut s'appliquer qu'à des caractères immédiatement réversibles ou constamment influençables. Mais si, à l'exemple du plumage de la poule, les caractères sexuels ne sont sensibles à l'hormone que périodiquement, l'ordre de sensibilité doit se substituer à l'ordre *c*, *b*, *a*.

On pourra arguer ici que l'expérimentation paraît soustraire les caractères sexuels secondaires des Insectes à l'action des hormones. N'est-il pas troublant, néanmoins, de constater que Goldschmidt a été obligé, pour relier les faits, d'imaginer des facteurs enzymoïdes (andrase et gynase), très précoces, sans doute, mais agissant par des hormones, et de leur supposer une valence; enfin d'introduire la notion de point critique, « turning point » qui est assimilable à notre « seuil différentiel »?

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Régime équilibré et acidose diabétique.* Note de MM. **A. Desgrez**, **H. Bierry** et **F. Rathery**, présentée par M. F. Widal.

Nous avons montré [1] la nécessité d'un équilibre entre les divers constituants de la ration, pour que l'animal puisse tirer un parti convenable des matériaux apportés. Étendant ces recherches à l'homme diabétique [2], nous avons tout d'abord recherché dans quelles limites les différentes espèces alimentaires peuvent se suppléer sans provoquer de phénomène d'acidose.

Comme le diabète peut se traduire par un trouble de la nutrition qui porte non seulement sur le métabolisme des hydrates de carbone, mais encore sur celui des graisses, des protéines et des sels minéraux, il y avait lieu de faire une première distinction entre les sujets qui éliminent constamment des « corps acétoniques » en assez grande quantité et ceux qui n'en éliminent que de façon intermittente. Enfin, on devait ranger, dans une troisième catégorie, les diabétiques présentant une azoturie confirmée. En ce qui regarde les malades de la première catégorie, une difficulté se présentait pour établir des points de repère. Nous avons songé à prendre, dans un certain nombre de cas de ce genre, comme base de comparaison, la quantité de glucose et de « corps acétoniques » éliminée pendant le jeûne (diète hydrique) et correspondant au deuxième jour. Nous avons, en effet, constaté qu'au bout de ce temps, les effets du jeûne se sont surtout fait

---

(1) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1393; t. 172, 1921, p. 1068.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 244; *Comptes rendus*, *Soc. de Biologie*, 4 février 1922.

sentir et que l'élimination du glucose et des « corps acétoniques » a subi une diminution marquée [1].

Les malades étaient ensuite soumis à une ration type, équilibrée, comprenant des protéines, des graisses et des hydrates de carbone, en proportions d'abord réduites et telles que « l'acétonurie » fût sensiblement devenue celle du jeûne. La quantité d'un hydrate de carbone déterminé restant fixe, nous augmentions successivement les albumines, puis les graisses de la ration.

Les analyses ont porté sur le carbone total, l'azote sous ses différentes formes : azote total, urée, ammoniaque, etc., le glucose, les corps cétoniques (acétone et acide acétylacétique), l'acide cétogène (β-oxybutyrique) [2]. Les méthodes employées ont fait l'objet d'une étude critique préalable. Certaines expériences ont été poursuivies pendant 15 et 18 jours.

A défaut de tableaux d'analyse qui ne peuvent trouver place ici, nous donnons, comme exemple, les variations, en 24 heures, des acides cétonique et cétogène, chez un malade d'abord soumis au jeûne, puis à un régime équilibré.

	Glucose anhydre.	Corps cétoniques.	Acide β-oxybutyrique.
	g	g	g
Avant jeûne	805	1,90	6,50
Jeûne, 1er jour	89	1,80	3,40
» 2e jour	16,60	2,10	2,30
Régime équilibré, 1er jour	42,00	2,40	3,50
» 2e jour	38,00	2,30	2,90
» 3e jour	39,00	2,30	2,80
Même régime, plus supplément de graisse. 2e jour	28,90	3,50	6,40
Même régime, plus supplément de graisse. 3e jour	53,00	3,60	7,30

Autre exemple emprunté à une deuxième série :

	Glucose.	Corps cétoniques.	Acide cétogène.	Urée.	NH^3 en N.	NH^2 en N.	N. total.	Carbone. total.
	g	g	g	g	g	g	g	g
Avant régime équilibré	23,60	1,05	1,50	19,57	0,71	0,17	10,65	19,75
Régime équilibré	14,50	0,80	0,68	17,80	0,24	0,16	10,30	14,30
	11,30	0,60	0,75	15,95	0,42	0,18	9,17	11,68
Même régime, plus supplément de graisse	13,05	0,65	0,89	17,80	0,22	0,09	10,40	14,60
	15,00	0,50	0,95	18,90	0,48	0,16	10,70	15,30
	23,60	0,37	1,30	15,40	0,47	0,15	8,90	17,80

[1] *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 259.

[2] On a employé, pour ce dosage, la méthode de Schaffer et Marriott, modifiée en ce qui regarde l'élimination du glucose et la distillation.

Si l'équilibre de la ration est rompu par un supplément convenable de protéines, on peut observer une diminution ou un relèvement des « corps acétoniques ». S'il est rompu par une augmentation des corps gras, on voit le taux des acides cétonique et cétogène monter progressivement et même atteindre, pour certaines graisses, un chiffre très élevé en quelques jours. Il suffit alors de donner un sucre bien déterminé, dans des conditions et à une dose où son utilisation soit encore possible, pour voir baisser l'élimination des « corps acétoniques ».

Le diabétique réagit donc, à ce point de vue, comme l'homme normal. Dans certaines expériences, un supplément d'enquête a été obtenu par l'étude du quotient respiratoire.

Les divers sucres ne sont pas équipollents dans leur pouvoir anticétogénique: les diverses graisses : beurre, graisse de porc, huiles, lécithines, sont plus ou moins cétogènes. Les résultats observés à la suite de l'ingestion de graisses animales nous ont amenés à considérer l'apport de ces aliments en facteur liposoluble et à suivre les effets dus à ce facteur, soit seul, soit asssocié aux vitamines B et C, sur la glycosurie et l'acidose. Nous reviendrons sur ce sujet. L'étude du carbone urinaire nous a permis de mettre en évidence le rôle prépondérant des acides acétylacétique et β-oxybutyrique dans l'acidose. L'élimination de ces deux acides étant loin d'être toujours parallèle, le dosage de chacun d'eux est indispensable.

Des sels alcalins ont été introduits, à certains moments, dans la ration. L'examen des urines a été alors complété par l'évaluation de l'acidité de titration, de CO^2 libre et combiné, et de l'acidité ionique (Ph de Sörensen).

Conclusion. — Avec une ration bien équilibrée et adaptée à chaque cas, l'élimination du glucose et des « corps acétoniques » peut, chez le diabétique acidosique, tomber à un taux voisin de celui du jeûne, à condition de donner, progressivement et sans la dépasser, la quantité maxima d'hydrates de carbone qui peut être assimilée. C'est dans cette voie qu'il convient, selon nous, de chercher la solution du problème diététique pour le diabétique, et non dans la suppression exclusive des protéines, des graisses, ou même des sucres, comme l'ont proposé divers auteurs.

BACTÉRIOLOGIE. — *Physiologie microbienne et facteur accessoire de la croissance.* Note de M. **Pierre Goy**, présentée par M. Roux.

Nous avons, au cours d'une Communication précédente (¹), résumé les résultats de nos premières recherches sur le rôle des facteurs accessoires dans l'évolution et la physiologie des végétaux inférieurs. Ayant repris à nouveau l'étude de cette question, nous nous sommes servi comme réactif biologique d'une levure de brasserie ne proliférant en liquide de Mayer qu'à la condition d'y trouver du saccharose du commerce, car au cas où cet hydrate de carbone est purifié, son développement s'en trouve excessivement ralenti; phénomène d'ailleurs identique pour divers microbes aérobies hétérotrophes que nous avons eu l'occasion d'étudier. Il faut cependant observer que l'action d'un tel facteur est beaucoup moins nette lorsque les cultures de levures sont faites en anaérobiose.

Le principe actif que nous avons extrait d'une culture de mucor et agissant sur la levure, ne semble pas être identique au facteur B, car il est dyalisable sur collodion et papier parchemin, soluble dans l'eau, l'alcool et l'éther, et n'est point précipitable par l'acide phosphotungstique; de plus cette substance est résistante à la chaleur, son action n'étant nullement affaiblie même par le chauffage de 1 heure 30 à 130°, aussi bien en solution acide (3g,26 en SO^4H^2) que neutre ou alcaline (3g,40 en KOH); bien plus, le Tableau ci-dessous montre l'importance du chauffage à 80°.

	Âge des cultures.	
Cultures de saccharomyces effectuées en :	4ᵉ jour.	6ᵉ jour.
Liquide de Mayer, témoins	0	0
Liquide de Mayer plus 2 unités de solution accélératrice non chauffée	0	+
Liquide de Mayer plus 2 unités de solution accélératrice chauffée 2 minutes à 80°	+++	+++
Liquide de Mayer plus 1 unité de solution accélératrice non chauffée, plus 1 unité chauffée 2 minutes à 80°	+	++

Ces dernières propriétés (résistance à la chaleur et indifférence à la réaction du milieu) ont une certaine importance pratique dans la confection des milieux de culture.

Certains auteurs ayant pensé qu'il serait peut-être possible de titrer la

(¹) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 242.

substance B en substituant précisément la levure aux êtres supérieurs, nous avons fait quelques expériences pour nous rendre compte de la valeur du procédé en nous basant sur les conclusions obtenues par la commission anglaise ([1]), qui, elle, a recherché la présence des facteurs A, B et C dans différentes substances plus ou moins actives envers les animaux.

Or les résultats que nous avons obtenus ne sont nullement superposables à ceux de la commission britannique, car, si les extraits d'œufs frais, ou de levures sèches par exemple, contiennent à la fois le facteur B en abondance et une vitamine des plus actives pour la levure, par contre les jus de citrons ou d'oranges, riches surtout en vitamine C, se sont montrés comme l'extrait de viande conservée, dépourvus de tout facteur de croissance nécessaire aux animaux supérieurs, bien que très actifs néanmoins vis-à-vis des saccharomyces. Même remarque pour le sang de cobaye mort d'avitaminose expérimentale et pour l'extrait de culture d'amylomucor β (Delemar).

Conclusion. — Il nous semble impossible de titrer le facteur B en étudiant son action sur la prolifération d'une culture de levure.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *La durée de la période contagieuse dans la fièvre aphteuse.* Note de M. CHARLES LEBAILLY, présentée par M. ROUX.

Les traités classiques et l'opinion courante s'accordent à reconnaître que la fièvre aphteuse est contagieuse pendant plusieurs semaines. Aussi les règlements de police sanitaire imposent-ils une quarantaine d'au moins quinze jours après la guérison du dernier cas de fièvre aphteuse apparu dans une exploitation. Or, il est très important pour la lutte contre l'épizootie de déterminer aussi exactement que possible l'étendue de la période pendant laquelle les animaux atteints sont susceptibles de transmettre leur maladie. Cette notion présente aussi un intérêt capital pour l'expérimentateur.

Les expériences dont je vais rapporter les résultats ont été faites à l'étable, principalement sur des bovins de race normande, jeunes ou adultes, à l'exclusion des femelles en période de lactation, sur lesquelles, pour des raisons matérielles, il ne m'a pas encore été possible d'expérimenter. Le virus dont je me sers provient d'une exploitation des environs de Caen, où

([1]) *Report on the present state of knowledge concerning Accessory food factors* (vitamines); *special report series*, n° 38, Londres, 1919.

il a été recueilli au cours d'une épidémie en décembre 1920. Je l'entretiens par passages sur animaux sensibles.

La maladie ainsi provoquée éclate du troisième au septième jour.

Si, depuis le moment où la température commence à s'élever jusqu'à celui où a lieu la rupture des aphtes, je mets en contact du bovin malade un bovin réceptif, celui-ci prend infailliblement la maladie. Sa température s'élève au bout de 48 à 72 heures, il fait une infection classique.

Si, au contraire, je laisse s'écouler 4 jours après l'apparition du premier aphte, qui en général suit de près l'accès fébrile initial et se traduit extérieurement par l'apparition de la bave, et qu'à ce moment j'introduise dans l'étable un animal réceptif, celui-là ne s'infecte pas. Cependant le contact avec l'animal malade est complet, tous deux sont attachés au même anneau pendant 6 heures, ils mangent au même râtelier et, dans la même mangeoire, ils s'abreuvent au même récipient et partagent la même litière, l'animal neuf continue, après les 6 heures de contact, à occuper la place du malade. Enfin, il n'est fait usage de désinfectants d'aucune sorte. Mes étables ressemblent à celles en usage dans les fermes où la maladie se donne libre cours, mes animaux soumis à la contagion ont toute facilité pour recueillir sur les murs, les boiseries et les restes de litière datant des jours précédents, les germes de la fièvre aphteuse.

D'autre part, l'animal malade présente, durant cette période de contact, l'aspect lamentable et classique : ses aphtes ulcérés sont recouverts en partie d'un enduit grisâtre, des lambeaux d'épiderme se détachent encore, une écume mousseuse sort de sa bouche, et il fait entendre périodiquement le mouvement de succion caractéristique.

L'opinion courante est que cet animal à ce stade est très contagieux, qu'il faut le désinfecter lui-même et désinfecter les objets qu'il a pu souiller. Or, depuis huit mois, dans les locaux où j'expérimente, j'ai supprimé complètement l'usage des désinfectants; mes animaux neufs sont introduits dans les étables des malades dès le quatrième jour après l'apparition des aphtes. Pourtant je n'ai jamais, dans ces conditions, observé de cas de contagion. Il va sans dire que mes animaux neufs sont bien réceptifs, éprouvés quinze jours à un mois plus tard par inoculation du virus ou par contagion directe à la période virulente de la maladie, ils se sont toujours infectés.

Aussi nous apparaît-il que dans l'évolution de la fièvre aphteuse on doit distinguer deux périodes. La première période sournoise, impossible à dépister par l'observation, est d'autant plus redoutable qu'on ne peut la

déceler qu'en recherchant l'élévation thermique. Dès le début de cette ascension thermique, ne fût-elle que de quelques dixièmes de degrés, l'animal sème la contagion partout où il passe et transmet sa maladie insoupçonnée à d'autres qui la disperseront de la même manière.

La deuxième période, au contraire, celle qui frappe et attire l'attention des observateurs les moins prévenus, ne mérite nullement la terreur qu'elle inspire. Ce stade de la maladie est pour les animaux le plus douloureux, mais lorsqu'ils bavent depuis quatre jours ils sont incapables de transmettre la fièvre aphteuse.

La conclusion qui ressort de mes expériences c'est que la propagation se fait par les animaux malades aux seules périodes d'incubation et d'invasion et pendant un temps très court. Ces constatations expliquent l'impuissance des mesures sanitaires appliquées lorsque les épidémies ont déjà pris un certain développement. Celles de ces mesures qui paraissent les plus radicales, comme l'abatage, ne peuvent donner rien de plus que la surveillance et la séquestration des premiers foyers.

En période épidémique il faut se méfier beaucoup moins des animaux qui bavent depuis quatre jours, car alors ils sont inoffensifs puisque le virus de la fièvre aphteuse meurt sur place, que de ceux en apparence sains.

A ceux-ci on devrait toujours, au contraire, imposer une quarantaine avant de les introduire dans un troupeau indemne.

M. F. Bayle adresse une Note (¹) consacrée à l'étude des *Formules permettant d'établir les salaires ouvriers d'après des règles rationnelles*. Il rappelle les travaux antérieurs, notamment les formules paraboliques de salaires, de M. Charles Lallemand. Se plaçant à un point de vue très général, il arrive à conclure qu'il n'y a pas de bons ni de mauvais tarifs, mais des tarifs mal appliqués. Il souligne ainsi la nécessité d'effectuer une étude spéciale pour chaque cas particulier et donne les principes généraux qui peuvent faciliter ces études.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

(¹) Séance du 27 mars 1922.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Anatomie et Zoologie, par l'organe de son Doyen, pré sente la liste suivante de candidats à la place vacante par suite de la mort de M. *Ranvier* :

En première ligne.	M. **Jules Gravier**
En deuxième ligne	M. **Maurice Caullery**
En troisième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique.	MM. **Raoul Anthony** **Louis Lapicque** **Edouard Retterer** **Louis Roule**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures et quart.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mai 1922.

A la gloire de la Terre, souvenirs d'un géologue, par Pierre Termier. Paris, Nouvelle librairie nationale, 1922; 1 vol. 20^{cm}.

Coup d'œil sur les principes fondamentaux de la Nomographie, par M. d'Ocagne. Extrait de la *Revüe générale des sciences* du 30 avril 1922. Paris, Doin; 1 fasc. 29^{cm}.

Mémoires de la Société géologique du Nord. *Description de la faune siluro-dévonienne de Liévin*, par J. Gosselet, Ch. Barrois, M. Leriche, A. Crépin, P. Pruvost, G. Dubois. Tome VI-II (2^{e} fascicule). Lille, Imprimerie centrale du Nord, 1920.

Leçons sur le problème de Pfaff, par Édouard Goursat. Paris, J. Hermann, 1922; 1 vol. 25^{cm}.

Les vins et eaux-de-vie de vin de France, par Georges Couanon. Tomes I et II. Paris, Payot, 1920; 2 vol. 19^{cm}.

Le pianteegli animali in Leonardo Da Vinci, par Giambattista de Toni. Bologna, Nicola Zanichelli, 1922; 1 vol. 24^{cm}.

Les Ouvrages suivants de M. D. Zoel Garcia de Galdeano :

— *Las modernas generalizaciones expresadas por el álgebra simbólica las geometrias no-Euclideas y el concepto de hiper-espacio.* Madrid, Moreno Ruzado, 1896; 1 fasc. 17^{cm}.

— *Exposicion sumaria de la teorias matemáticas*. Zaragoza, Emilio Casañal, 1907.

— *Algunos conceptos fundamentales en un curso de Análisis matemático y de las funciones*. Zaragoza, Casañal, 1911; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Ensayos de sintesis matematica y nuevo metodo de enseñanza matemática.* Zaragozo, Casañal, 1911; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Nuevo método de enseñanza matemática*. Zaragoza, Casañal, 1911; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Sumario de mis cursos de calculo infinitesimal con arreglo al nuevo método de enseñanza* (1912 à 1914). Zaragoza, Casañal, 1913; 1 vol. 22^{cm}.

— *Anuario de propaganda matemática* (1914). Zaragoza, Casañal, 1914; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Razonamiento de mi curso elemental de cálculo infinitesimal.* Zaragoza, Casañal, 1915; 1 fasc. 22^{cm}.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 JUIN 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GRAVITATION EINSTEINIENNE. — *Champ isotrope. Sphère fluide hétérogène.* Note de M. **Marcel Brillouin**.

1. Schwarzschild a obtenu en 1916 les potentiels de gravitation d'une masse liquide sphérique, tant à l'extérieur de la sphère de densité matérielle δ_0 que dans tout l'intérieur [1].

Je me propose de montrer comment cette solution permet de passer de la sphère homogène à la sphère formée de couches concentriques homogènes de densités différentes, et même à la sphère dont la densité varie d'une manière continue du centre à la surface, soit suivant une loi de densité donnée à l'avance, soit comme conséquence de la loi physique de compressibilité du milieu.

2. Je commence par rappeler les résultats de Schwarzschild en choisissant des notations qui se prêtent à l'écriture des calculs ultérieurs. Dans ce problème statique, isotrope, il est commode d'employer les coordonnées sphériques : cônes circulaires d'angle zénithal θ, autour d'un axe lié à la matière; plans méridiens d'angle azimutal φ à partir d'un plan lié à la matière ; sphères concentriques de paramètre R égal au quotient de la circonférence de grand cercle par 2π. Il importe de remarquer que R, qui convient pour toutes les mesures effectuées sur la surface de la sphère, ne convient plus pour les mesures effectuées suivant le rayon ; ce n'est pas la distance d'un point de la sphère à son centre. On a alors

$$ds^2 = g_4(\mathrm{R})\,dt^2 - g_1(\mathrm{R})\,d\mathrm{R}^2 - \mathrm{R}^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2).$$

---

(1) *Sitz. Ber. Kön. Preuss. Akad. der Wissensch.*, p. 189 et 424.

Dans l'espace extérieur indéfini, on a

$$(1) \qquad ds^2 = \left(1 - \frac{a}{R}\right) dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{a}{R}} dR^2 - R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2),$$

et dans la masse liquide, de densité uniforme δ_0, qui occupe tout l'intérieur de la sphère R_S,

$$(2) \qquad ds^2 = \left(\frac{3}{2}\sqrt{1 - \frac{a}{R_S}} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - a\frac{R^2}{R_S^3}}\right)^2 dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{aR^2}{R_S^3}} dR^2 - R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2).$$

Ces formules ne diffèrent de celles de Schwarzschild que par les notations.

La pression p, nulle à la surface R_S, est donnée par

$$p = \delta_0 \left[-1 + \frac{\sqrt{1 - \frac{a}{R_S}}}{\frac{3}{2}\sqrt{1 - \frac{a}{R_S}} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{aR^2}{R_S^3}}} \right];$$

elle croît jusqu'au centre, où elle reste finie pourvu que R_S soit supérieur à $\frac{9}{8}a$.

Pour obtenir ces formules, Schwarzschild a écrit que g_1, g_4 sont continus à la surface R_S, et que p y devient nul. Au centre, g_1, g_4 et p sont finis *non nuls*.

3. Avant d'être particularisée par les conditions frontière, la solution obtenue par Schwarzschild dans la masse homogène s'écrit *avec mes notations* de la manière suivante : pour une couche homogène de rang $2j$ à partir du centre, comprise entre les rayons R_{2j-1} intérieur et R_{2j+1} extérieur :

$$(\mathrm{A}) \qquad \begin{cases} g_4 = \left(\dfrac{\varkappa \gamma_{2j}}{6}\right)^2 (\mathrm{I} + \mathrm{H}_{2j})^2 \dfrac{\omega}{R}, \\ g_1 = \dfrac{R}{\omega}, \\ (p + \delta_{2j}) \dfrac{\varkappa}{6} (\mathrm{I} + \mathrm{H}_{2j}) \sqrt{\dfrac{\omega}{R}} = 1, \end{cases}$$

en posant

$$(\mathrm{B}) \qquad \begin{cases} \omega = \lambda_{2j} + R - \dfrac{\varkappa_{2j}\,\delta_{2j}}{3} R^3, \\ \mathrm{I} = \displaystyle\int_{R_{2j-1}}^{R} 3 \frac{R^{\frac{3}{2}}}{\omega^{\frac{3}{2}}} dR, \end{cases}$$

$\varkappa$ est la constante de la gravitation universelle;

δ_{2j} est la densité de la couche homogène;

λ_{2j}, γ_{2j}, H_{2j} sont des constantes introduites par l'intégration des équations différentielles qui définissent g_1 et g_4 dans la théorie d'Einstein.

Ce sont ces constantes qu'il s'agit de déterminer par les conditions de continuité.

On reconnaît facilement, avec Schwarzschild, qu'il faut prendre pour la couche centrale $\lambda_0 = 0$, γ_0, H_0 finis non nuls.

4. *Milieu formé de n couches distinctes.* — J'écris maintenant les équations de continuité à la surface R_{2j+1}, fournies par g_1, g_4 et p :

$$(C)\quad \left\{\begin{aligned} &\lambda_{2j+2} - \frac{\varkappa}{3}\delta_{2j+2}R_{2j+1}^3 = \lambda_{2j} - \frac{\varkappa}{3}\delta_{2j}R_{2j+1}^3, \\ &\gamma_{2j+2}H_{2j+2} = \gamma_{2j}(I_{2j+1} + H_{2j}), \\ &-\delta_{2j+2} + \frac{6}{\varkappa}\sqrt{\frac{R_{2j+1}}{\omega_{2j+1}}}\,\frac{1}{H_{2j+2}} = -\delta_{2j} + \frac{6}{\varkappa}\sqrt{\frac{R_{2j+1}}{\omega_{2j+1}}}\,\frac{1}{I_{2j+1} + H_{2j}} \end{aligned}\right.$$

avec

$$I_{2j+1} = \int_{R_{2j-1}}^{R_{2j+1}} 3\frac{R^{\frac{5}{2}}}{\omega^{\frac{3}{2}}}\,dR.$$

On en tire facilement

$$\lambda_{2j+2} = \frac{\varkappa}{3}\delta_{2j+2}R_{2j+1}^3 - \sum_0^j \frac{\varkappa}{3}\delta_{2k}(R_{2k+1}^3 - R_{2k-1}^3),$$

ainsi que

$$\frac{\gamma_{2j+2} - \gamma_{2j}}{\delta_{2j+2} - \delta_{2j}}\sqrt{\frac{R_{2j+1}}{\omega_{2j+1}}} - \frac{\gamma_{2j} - \gamma_{2j-2}}{\delta_{2j} - \delta_{2j-2}}\sqrt{\frac{R_{2j-1}}{\omega_{2j-1}}} = \frac{\varkappa}{6}I_{2j+1}\gamma_{2j}.$$

Ayant γ, on obtiendra H de proche en proche par la seconde équation. On peut d'ailleurs écrire la valeur finale sous forme de fraction continue.

5. A la surface libre, R_{2n+1}, au delà de laquelle la pression et la densité deviennent nulles, et les g sont ceux de la formule (1) (§ 2), la continuité donne

$$(C_S)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{\omega_{2n+1}}{R_{2n+1}} = 1 - \frac{a}{R_{2n+1}}, \\ &\delta_{2n}\frac{\varkappa}{6}(I_{2n+1} + H_{2n})\sqrt{\frac{\omega_{2n+1}}{R_{2n+1}}} = 1, \\ &\gamma_{2n} = \delta_{2n}\sqrt{\frac{\omega_{2n+1}}{R_{2n+1}}}. \end{aligned}\right.$$

La première de ces équations détermine a en fonction de toute la distribution des densités δ. Les deux autres déterminent, en réalité, γ_0 et H_0 par l'intermédiaire de δ_{2n} et γ_{2n} ainsi que des formules (C).

Toutes les autres grandeurs intéressantes, en particulier les longueurs radiales, les volumes des couches, les propriétés optiques à toute profondeur, etc., peuvent être ensuite facilement obtenues.

6. *Milieu continu hétérogène.* — Lorsque l'épaisseur des couches homogènes devient infiniment petite, le passage à la limite donne facilement les résultats suivants :

$$\lambda = \frac{\varkappa}{3} R^3 \delta(R) - \varkappa \int_0^R \delta(R) R^2 \, dR, \tag{3}$$

$$\omega = R - \varkappa \int_0^R \delta(R) R^2 \, dR, \tag{4}$$

$$g_1 = \frac{R}{\omega}, \tag{5}$$

puis, l'équation en γ :

$$\frac{\partial}{\partial R}\left[\sqrt{\frac{R}{\omega}} \frac{1}{\left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right)\right] = \frac{\varkappa}{2} \frac{R^{\frac{5}{2}}}{\omega^{\frac{3}{2}}} \gamma, \tag{6}$$

$$H(R) = \frac{6}{\varkappa} \sqrt{\frac{R}{\omega}} \frac{1}{\left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)} \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right), \tag{7}$$

et enfin

$$g_4(R) = \frac{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right)^2}{\left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)^2}. \tag{8}$$

Lorsque δ est donné en fonction de R, toute la difficulté est ramenée à l'intégration de l'équation différentielle (6), qui est linéaire du deuxième ordre à coefficients variables. On obtient ensuite

$$p = -\delta + \gamma \frac{\left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)}{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right)}, \tag{9}$$

Les deux constantes introduites par l'intégration de l'équation (6) seront déterminées par les conditions (C_s) à la surface libre, qui prennent la forme

$$\gamma_s = \sqrt{\frac{\omega_s}{R_s}} \delta_s, \tag{10}$$

$$\left(\frac{\partial \gamma}{\partial R}\right)_s = \sqrt{\frac{\omega_s}{R_s}} \left(\frac{\partial \delta}{\partial R}\right)_s. \tag{11}$$

Le problème se présente alors, en gravitation einsteinienne, sous un aspect tout à fait semblable à celui qu'il a en gravitation newtonienne, et de même difficulté.

7. *Loi de compressibilité donnée :* $p = f(\delta)$. — Toujours comme en gravitation newtonienne, le problème général prend un aspect beaucoup plus difficile si l'on se donne, au lieu de la loi de δ en R, la loi physique de compressibilité.

Aux équations (4) et (6), il faut alors joindre, au lieu de (9), l'équation

$$(12) \qquad \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial R}\right) = \frac{1}{\delta + f(\delta)}\left(\frac{\partial\delta}{\partial R}\right),$$

et entreprendre l'intégration de ce système d'équations.

En outre, la loi de compressibilité force à distinguer deux cas, celui des fluides denses et celui des atmosphères.

J'appelle *fluide dense* celui dont la densité reste finie sous une pression pratiquement nulle. Dans ce cas, on peut encore enfermer la matière dans une sphère de paramètre R_s fini, à la surface de laquelle s'appliquent les conditions (10) et (11).

J'appelle *atmosphère* un fluide dont la pression ne s'annule que si la densité s'annule elle-même. L'atmosphère ne peut pas être limitée par une sphère finie R_s. Il faudrait discuter les conditions à l'infini, suivant la manière dont varie $\frac{\partial p}{\partial \delta}$ lorsque δ tend vers zéro. Le ds^2 ne devient généralement pas, au loin, celui d'un Univers de Minkowski.

La question des atmosphères paraît donc plus difficile qu'en gravitation newtonienne.

8. On trouvera ailleurs quelques développements utiles, tant sur le problème simple de Schwarzschild que sur les problèmes de densité donnée en R, soit continue, soit discontinue, et ceux où la donnée est la loi de compressibilité.

THERMO-DYNAMIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une nouvelle machine frigorifique à air.* Note de M. **Maurice Leblanc.**

Le principe de la nouvelle machine frigorifique à air a été décrit dans notre Note du 12 juin, dont celle-ci est la suite.

Elle est constituée (*fig.* 1) par la réunion d'un *compresseur watté*, d'un *détendeur déwatté*, d'un refroidisseur, d'un réfrigérant, et de deux ventila-

teurs W_1 et W_2. La figure 2 est une vue en plan et coupe du détendeur déwatté, tel qu'il a été réalisé.

Il se compose de deux cylindres jumelés $A_1 A'_1$, $A_2 A'_2$ (*fig.* 1), symé-

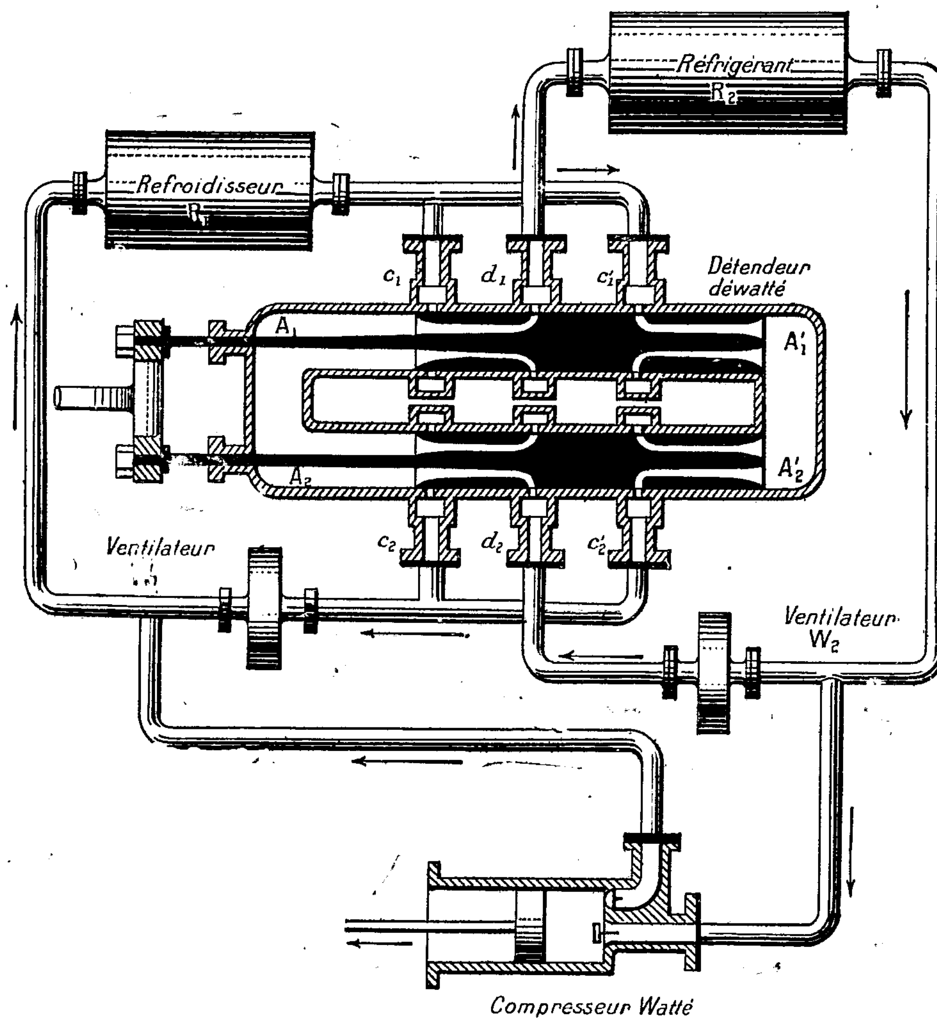


Fig. 1.

triques par rapport à l'axe de la machine. Ils sont à double effet; leurs fonds A_1 et A_2 communiquent entre eux, de même leurs fonds A'_1 et A'_2. Dans leurs parois sont pratiquées des lumières c_1, c'_1 et d_1 pour le premier; c_2, c'_2 et d_2 pour le second. Elles se développent le long de circonférences : les lumières c_1 et c'_1 sont situées à la même distance de la lumière d_1....

Dans les cylindres se meuvent ensemble deux pistons identiques, dont

les tiges sont reliées à l'extérieur et commandées par une même bielle.

Chacun d'eux a aussi deux lumières développées le long de circonférences et dont la distance est égale à celle des lumières c_1 et d_1. Elles communiquent individuellement avec les fonds de cylindre les plus voisins d'elles, par des canaux pratiqués à l'intérieur des pistons.

Le schéma de la figure 1 montre les liaisons du détendeur déwatté avec le refroidisseur et le réfrigérant, la disposition des ventilateurs et celle du compresseur watté.

Les pistons sont représentés à leur fin de course de droite. Alors, leurs lumières de droite sont en face des lumières c'_1 et c'_2 et leurs lumières de gauche en face des lumières d_1 et d_2; les lumières c_1 et c_2 sont obturées par les parois des pistons.

Entre les lumières c'_1 et c'_2 est branché un circuit comprenant le refroidisseur R_1 et le ventilateur W_1 dont le courant d'air pénètre dans la machine par la lumière c'_1 et en sort par la lumière c'_2. Il chasse l'air contenu entre elles et le remplace par de l'air sortant du refroidisseur R_1 à l'état $P_1V_1T_1$.

Entre les lumières d_1 et d_2 est branché un autre circuit comprenant le réfrigérant R_2 et le ventilateur W_2 dont le courant d'air pénètre dans la machine par la lumière d_2 et en sort par la lumière d_1. Il chasse l'air contenu entre elles et le remplace par de l'air sortant du refroidisseur R_2 à l'état $P_2V_3T_3$.

Lorsque les pistons vont de leur fin de course de droite à leur fin de course de gauche, ils ferment d'abord les lumières c'_1, c'_2, d_1, d_2. L'air à l'état $P_1V_1T_1$ contenu dans les fonds de cylindre de droite se détend et arrive à l'état $P_2V_2T_2$ quand les pistons découvrent les lumières d_1, d_2, c_1 et c_2, les lumières c'_1 et c'_2 demeurant recouvertes. En même temps, l'air à l'état $P_2V_3T_3$ contenu dans les fonds de cylindre de gauche s'est comprimé et est venu à l'état $P_1V_4T_4$. De nouveaux balayages remplacent l'air à l'état $P_2V_2T_2$ par de l'air à l'état $P_2V_3T_3$ et l'air à l'état $P_1V_5T_4$ par de l'air à l'état $P_1V_1T_1$, ...

Le détendeur déwatté fait constamment passer de l'air du refroidisseur dans le réfrigérant, mais celui-ci est repris, à la sortie du réfrigérant, par le compresseur watté qui le refoule à l'entrée du refroidisseur.

Le balayage doit être fait avec précision et les ventilateurs doivent faire passer, à chaque ouverture des lumières, un volume d'air égal à celui contenu dans les cylindres.

Si le balayage à haute pression était insuffisant, tout l'air à la tempéra-

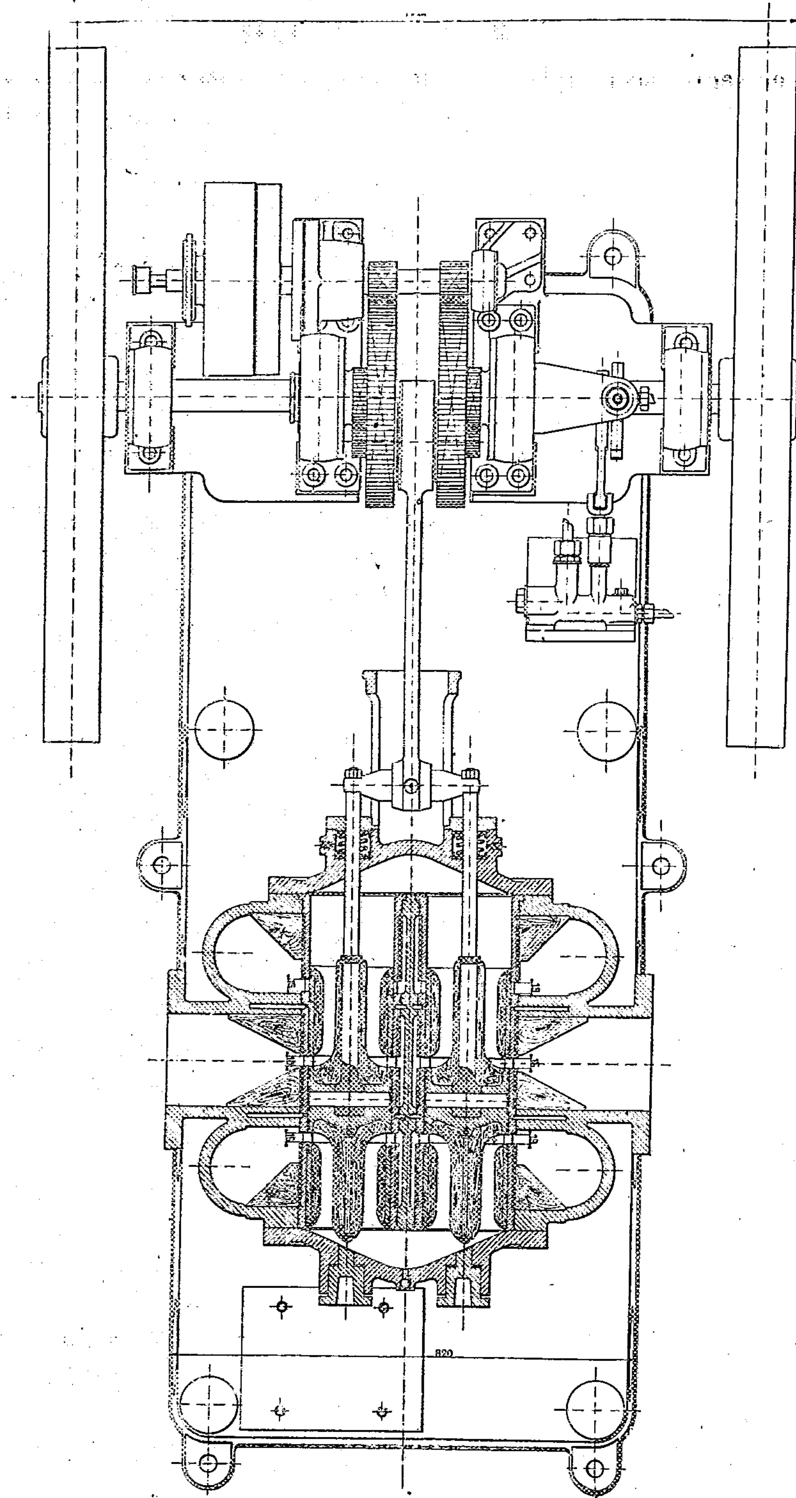


Fig. 2b

ture T_1 ne serait pas remplacé par de l'air à la température T_1 et la température T_2, à la fin de la détente, serait supérieure à celle prévue. Un excès de balayage amènera une dépense de travail de ventilation inutile, mais n'élèvera pas la température T_2.

Un balayage à basse pression trop énergique, après avoir extrait du détendeur à la température T_2, enverrait dans le réfrigérant de l'air à la température T_3.

Il convient donc de régler plutôt par excès le balayage à haute pression et par défaut celui à basse pression.

Le volume d'air à balayer par seconde étant proportionnel à la vitesse de rotation du détendeur déwatté, il convient de faire commander celui-ci et les ventilateurs par un même moteur auxiliaire à vitesse constante.

Le compresseur watté pourra être éloigné du détendeur, auquel il n'aura à être relié que par des conduites de petit diamètre. Il sera conduit par le moteur principal.

La pression P_2 sera maintenue constante, malgré les fuites, par un petit compresseur analogue à ceux qui desservent les freins des voitures électriques, se mettant en route ou s'arrêtant de lui-même.

Enfin l'on réglera la vitesse du compresseur watté, de manière à maintenir la pression P_1 à la valeur voulue.

Le système de distribution du détendeur déwatté ne comporte aucun organe de mouvement spécial et permet de donner une grande section aux lumières qui peuvent occuper les trois quarts de la circonférence le long de laquelle elles se développent.

On voit, sur la figure 2, la tête de bielle commandée par un relais d'engrenages : il fait décrire au centre de la tête une épicycloïde aplatie, au lieu d'une circonférence. Alors la vitesse des pistons est très ralentie aux fins de leurs courses et accélérée dans leurs milieux. Cette disposition double la durée du balayage, à égalité de hauteur des lumières, mais elle devra être éprouvée par une mise en service prolongée.

En faisant conduire les pistons par un simple mouvement de bielle et manivelle, nous aurons réglé la hauteur des lumières de manière qu'elles commencent à s'ouvrir et achèvent de se fermer lorsque la manivelle fait avec l'horizontale des angles égaux à $-45°$ et $+45°$.

Si l'on prend pour unités de longueur et de temps le mètre et la seconde et désigne par R le rayon des cylindres, r celui de la manivelle, α la vitesse en tours par seconde du détendeur déwatté, W la vitesse du courant d'air de balayage à basse pression, les ventilateurs ayant un rendement de 0,7 : pour ne perdre que 100^{kgm} par kilogramme d'air, dans les orifices de la machine, dont 8 dans ceux du compresseur watté, on trouve qu'il faut avoir :

$$R\alpha = 0,176 \text{ m : sec.}, \qquad W = 20,8 \text{ m : sec.}$$

D'autre part, nous avons dû faire $r = 0,866$ R. Alors la course utile des pistons,

c'est-à-dire celle qu'ils effectuent en comprimant ou détendant l'air et non en remplissant le rôle de tiroirs, est égale à $r\sqrt{2} = 1{,}225$ R et l'on a :

$$\frac{\text{Volume engendré par seconde}}{\text{Volume engendré pendant la course utile des pistons}} = \frac{0{,}352}{R}.$$

Par rapport à sa puissance, la machine est d'autant plus légère et moins encombrante que ce rapport est plus grand. Il convient donc de donner de petits cylindres au détendeur déwatté, quitte à multiplier leur nombre en les associant, au besoin, comme ceux d'un moteur d'automobile.

Cela ne présente aucun inconvénient, grâce à la faiblesse des échanges de chaleur entre l'air et les parois qui l'enferment. Au contraire, il en résulterait une grande diminution de rendement thermique, pour une machine à ammoniac.

Nous pouvons ainsi faire une machine frigorifique à air capable de rivaliser, à tous les points de vue, avec les machines à ammoniac.

Dans une prochaine Note, nous ferons connaître les résultats fournis par la première machine de ce genre construite et actuellement en essais.

GÉOLOGIE. — *Essai de coordination chronologique générale des temps quaternaires*. Note (¹) de M. CHARLES DEPÉRET.

Je terminerai mon étude des formations quaternaires marines du nord de l'Europe par un court aperçu sur l'histoire du bouclier scandinave.

Massif fenno-scandinave. — Le bouclier scandinave a été le centre de dispersion des grands *inlandsis* qui ont envahi à diverses reprises le nord de l'Europe à l'époque quaternaire. Le massif a-t-il perdu totalement ou en partie sa couverture de glace aux époques de réchauffement *interglaciaires?* Cela est possible, sans qu'on ait pu reconnaître jusqu'ici en Scandinavie des dépôts marins d'âge franchement quaternaires, comparables à ceux des Iles Britanniques, de Hollande, du Danemark et de l'Allemagne.

Il faut arriver jusqu'après la retraite du glacier mecklembourgien-würmien pour voir la mer pénétrer sur les côtes et dans l'intérieur du massif au fur et à mesure de la fonte des glaces.

Bien qu'il s'agisse de faits qui sortent déjà du Quaternaire, je ne puis m'empêcher de donner au moins un aperçu de ces invasions marines post-quaternaires et de leurs relations avec les phénomènes de submersion et d'exhaussement reconnus par les remarquables travaux des géologues scan-

(¹) Séance du 6 juin 1922.

dinaves, finlandais et danois : Brögger, de Geer, Munthe, Hogböm, Sederholm, Ramsay, Madsen, Nordmann, etc.

Ces savants ont reconnu trois étages marins de bas en haut :

1. Argile à *Yoldia arctica* et *Arca glacialis* (*mer à Yoldia*, faune arctique).

2. Couches à *Tapes decussata :* faune mixte arctique et tempérée, ayant pour équivalent latéral dans la région baltique les sables à *Ancylus fluviatilis* (*lac à Ancylus*).

3. Argiles et sables à *Littorina littorea* (*mer à Littorines*, faune tempérée).

Les lignes de rivage atteignent des maxima d'altitude décroissante : 275^{m} pour la mer à *Yoldia*, 100^{m} pour le lac à *Ancylus*, 80^{m} pour la mer à Littorines.

On a généralement interprété ces faits par un *affaissement* du massif scandinave antérieur ou contemporain de la mer à *Yoldia*, suivi d'un *exhaussement* en trois échelons, répondant aux altitudes indiquées.

Tels sont les faits. Nombreuses ont été les théories pour les expliquer. J'indiquerai seulement les suivantes : 1° Déformation de la surface marine par l'attraction des masses glaciaires; 2° Contraction des roches par le froid et dilatation ultérieure par la fonte du glacier (Drygalski); 3° Surélévation du niveau de la mer par la restitution de l'eau de fonte des glaciers de l'ensemble du globe (Penck); 4° Affaissement du massif par la surcharge de masses de glace de plusieurs kilomètres d'épaisseur et décompression à la fonte du glacier (*théorie isostasique*); 5° Enfin, simples mouvements d'ensemble *épeirogéniques*.

Les trois premières théories se sont montrées inadéquates à la valeur numérique des changements observés et les opinions actuelles des géologues se partagent entre l'*isostasie* et l'*épeirogénie*. Je me rallie nettement à l'hypothèse isostasique pour les raisons suivantes :

1° Les mouvements d'affaissement et d'exhaussement du massif fenno-scandinave sont *extrêmement récents*. L'étage à Littorines appartient à l'âge du bronze. L'étage moyen à *Tapes* a fourni en haut des haches polies néolithiques et à sa base les grands tranchets (Skivespalter) du début du Néolithique. Enfin l'argile à *Yoldia* est postérieure aux moraines baltiques ou würmiennes. Il paraît peu vraisemblable que des mouvements épeirogéniques de cette importance aient pu se produire à une époque à peine préhistorique et contemporaine de l'homme néolithique.

2° Ces mouvements épeirogéniques sont d'autant plus invraisemblables que la région fenno-scandinave est un *bouclier* de très ancienne consolidation,

remarquable par sa fixité et sa résistance aux transgressions pendant la durée presque entière des périodes géologiques.

3° Un argument très fort en faveur de l'hypothèse isostasique est la remarquable concordance entre les régions de maximum d'exhaussement du massif d'une part et de plus grande épaisseur des masses glaciaires de l'autre. Les cartes des courbes *isobases* de la *mer à Yoldia* publiées par De Geer, Sederlhom et Ramsay montrent un centre maximum de soulèvement (275^m) dans la région orientale de la Suède, à l'entrée du golfe de Bothnie. Autour de ce centre, les courbes isobases s'ordonnent en lignes concentriques à niveau décroissant jusqu'à la ligne O, qui enferme l'ensemble du massif, en atteignant au Sud la pointe du Jutland et les rives allemandes de la Baltique. Les géologues s'accordent pour admettre que c'est aussi dans la région de maximum de surélévation que l'inlandsis a acquis son épaisseur maximum de plus de 3000^m, comme le démontre le passage longtemps maintenu des bras du glacier se dirigeant vers l'Atlantique par les cols de la chaîne scandinave. Cette superposition des deux phénomènes ne peut être l'effet du hasard, d'autant plus que les courbes isobases de la mer à Littorines se superposent à celles de la mer à *Yoldia* avec un maximum de 80^m seulement.

On a objecté à l'hypothèse isostasique que la pénétration de la mer à *Yoldia* en Norwège (Brögger) s'est faite par étapes, accompagnant le progrès de la fonte du glacier et amenant les lignes de rivage à des niveaux de plus en plus élevés à mesure que l'on monte dans la série des couches. Dans l'hypothèse de l'affaissement par le poids du glacier, le maximum de dépression aurait dû être au début et non à la fin de cet étage.

Mais, contrairement à ces conclusions, De Geer a montré qu'en Suède le pays avait déjà subi son maximum d'affaissement au moment où il portait la calotte glaciaire et que la fonte du glacier a été accompagnée d'un soulèvement saccadé et non d'un affaissement.

Nous retiendrons de cet exposé le fait capital et impressionnant que le mouvement d'exhaussement qui a affecté le bouclier fenno-scandinave à l'époque postquaternaire se décompose en trois étapes progressives qui coïncident avec la fonte de plus en plus accusée du grand inlandsis.

4° Des faits analogues ont été observés sur le pourtour du bouclier canadien (Labrador, Nouvelle-Écosse, Terre-Neuve) et c'est aussi à l'hypothèse isostasique que se rallient maintenant la majeure partie des géologues américains, tels que Barrell, Fairchild, Daly et beaucoup d'autres.

Observations complémentaires sur les lignes de rivage quaternaires. —

Depuis la publication de la série de mes Notes sur les formations quaternaires marines, quelques observations nouvelles sont venues étendre et confirmer les conclusions de mon travail :

1. *Maroc.* — Les plus intéressants de ces faits nouveaux ont trait à la côte atlantique marocaine. Aux environs immédiats de Casablanca, M. Lecointre (¹) nous a fait connaître trois étages marins à faune distincte :

1° Le niveau le plus ancien et le plus élevé est un calcaire gréso-tuffacé qui contient, avec une faune méditerranéenne banale, deux espèces tropicales : *Calyptræa radians* Lam. des îles du Cap Vert et *Acanthina crassilabrum* Lam. des côtes du Chili et du Pérou. L'altitude maximum de cet affleurement est de 80^m (carrière de Maarif) et la ligne de rivage, qui était certainement un peu plus élevée, se rapproche beaucoup de l'altitude normale de l'étage *Sicilien* (90^m-100^m). Au même étage il convient de rattacher deux autres gisements : (*a*) les calcaires saccharoïdes de Dar Sidi Abderhanane atteints par un puits à + 57^m et (*b*) les calcaires compactes d'Anfa exploités pour pierre de taille à la cote maximum + 29^m. Ces deux gisements qui ont fourni aussi *Calyptræa radians* et *Acanthina crassilabrum* doivent être regardés comme des dépôts plus profonds de la même mer sicilienne.

2° Une terrasse topographique plane de poudingues marins qui surmonte le calcaire d'Anfa s'élève à la cote + 30^m et représente, à n'en pas douter, la terrasse marine *thyrrhénienne*.

3° Aux Roches Noires, la fabrique de ciment *Le Palmier* exploite des calcaires gréseux avec *Purpura hœmastoma* L., *Patella safiana* Lam., *Siphonaria Algesiræ* Quoy et Gaimard (où M. Lecointre a recueilli à la base des débris d'*Elephas* du groupe *antiquus-iolensis*). Le sommet de la carrière est à + 20^m et doit représenter, à peu de chose près, le niveau de la ligne de rivage *monastérienne*.

4° Enfin, M. Lecointre signale le long de la côte, en plusieurs points (El Hang, îlôt de Fedhala, Aïn D'ab, Aïn Mazi, Aïn Rouman), des dépôts marins échelonnés de la cote + 12^m à la cote + 6^m, avec faune marocaine actuelle et indiquant sans doute une ou plusieurs lignes de rivage un peu plus récentes.

La concordance est frappante de ces lignes de rivage de la côte atlantique marocaine avec trois des lignes de rivage classiques de la Méditerranée.

2. *Côte française de la Manche.* — MM. Dautzenberg et Dollfus (²) ont

(¹) LECOINTRE, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 375 et 396.

(²) DAUTZENBERG et DOLLFUS, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 169.

découvert près de Saint-Malo, au hameau de Saint-Joseph, à près de 3^{km} de la mer, un dépôt de sables et graviers marins de $1^m,20$ d'épaisseur, contenant une faune de 42 espèces de Mollusques, toutes de la Manche actuelle. L'altitude du dépôt est seulement de 5^m à 6^m au-dessus des plus hautes eaux, mais la ligne de rivage était sans doute un peu plus élevée et se rattachait peut-être à celle du cordon littoral avec banc d'Huîtres à $+10^m$ signalé par Génée aux Polders de Dol.

Je signalerai aussi un autre gisement marin à l'extrémité nord du boulevard maritime du Havre. Ce gisement, déjà indiqué par Lennier (1) et Passy (2) (comme me l'a fait aimablement savoir M. Julien), consiste en une série de sables et d'argiles tourbeuses reposant sur le Kimméridgien : la base descend à $0^m,50$ au-dessus des plus hautes marées et le sommet atteint $+9^m,60$. La faune est identique à celle de la Manche. Le niveau exact de la ligne de rivage ne peut être établi.

MÉTÉOROLOGIE. — *Pressions et poids spécifiques de l'air en atmosphère normale*. Note (3) de M. **A. Rateau**.

Toutes les forces qui prennent naissance dans un aéroplane (sustentation, résistance à l'avancement, pressions sur les pistons du moteur, traction de l'hélice) sont proportionnelles au poids spécifique de l'air dans lequel il vole. Il est donc d'une utilité primordiale de connaître aussi exactement que possible les variations de ce poids spécifique avec l'altitude, tout au moins en atmosphère moyenne dans nos climats.

Des indications, à ce sujet, ont été données déjà par le professeur Gamba de Pavie, par M. R. Soreau, d'après 40 observations faites par ballons sonde au cours du premier semestre 1912 (4), et par M. Lapresle, d'après 215 observations faites à l'Observatoire de Lindenberg, près Berlin, de 1906 à 1916 (5).

Les résultats de M. Soreau et ceux de l'Observatoire de Lindenberg

(1) Lennier, *Études géologiques et paléontologiques de l'embouchure de la Seine*, 1872, p. 230.

(2) Passy, *Description géologique du département de la Seine-Inférieure*, 1832, p. 84.

(3) Séance du 13 juin 1922.

(4) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 818, et *Aérophile*, 1-15 décembre 1919.

(5) *Aérophile*, 1-15 mars 1920.

paraissent à première vue quelque peu divergents; mais une analyse approfondie m'a montré qu'ils s'accordent parfaitement, en sorte que nous pouvons préciser mantenant les conditions de l'atmosphère normale mieux qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

Étudions d'abord la décroissance des pressions.

1° *Pressions.* — La variation dp de la pression atmosphérique est liée à la

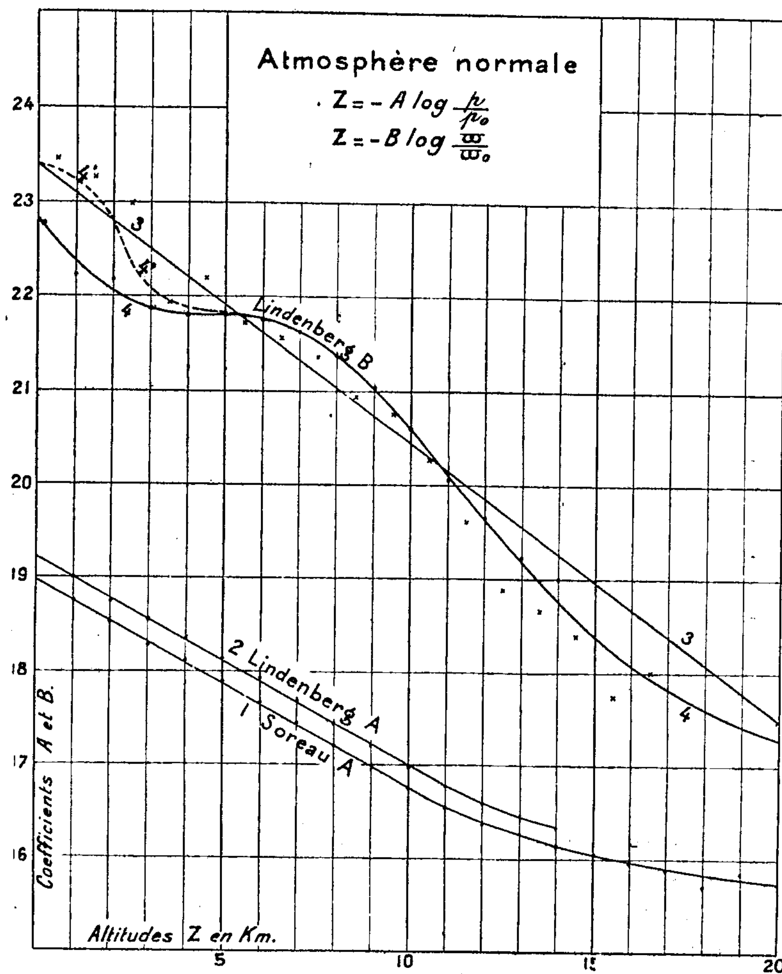


Fig. 1.

variation correspondante dZ de l'altitude Z, comptée en kilomètres à partir du niveau de la mer, et au poids spécifique ϖ de l'air à cette altitude par la formule

$$dp = -\varpi\, dZ. \tag{1}$$

Si la température était constante, ce qui est à peu près réalisé dans la stratosphère, au-dessus de 11^{km}, ϖ serait proportionnel à p, et l'on aurait, en intégrant (1),

$$Z = \frac{p_0}{\varpi_0} \log_e \frac{p_0}{p}. \tag{2}$$

Posons, le logarithme étant maintenant pris avec la base 10,

$$Z = -A \log\mu \quad \text{avec} \quad \mu = \frac{p}{p_0}. \tag{3}$$

Dans la stratosphère, où la température moyenne est $-54°$, on aurait

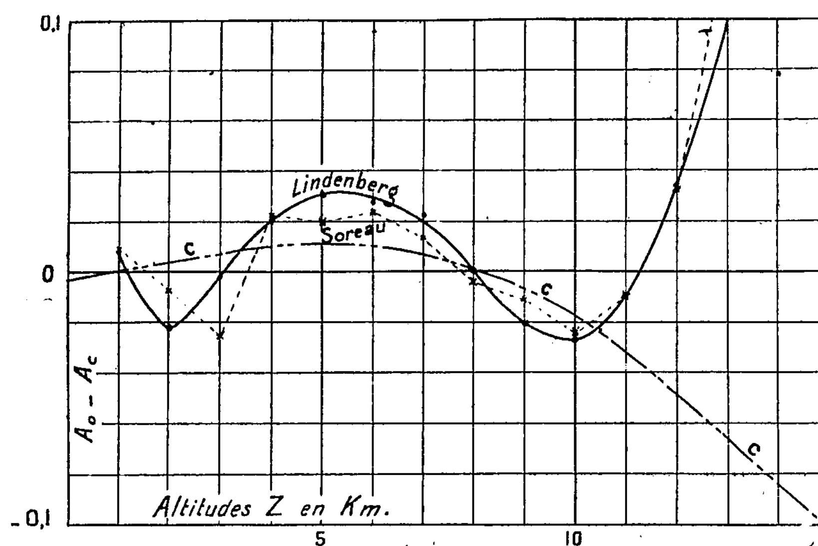


Fig. 2.

$A = 14,76$, Z représentant une différence d'altitudes et μ le rapport des pressions à ces altitudes.

Voyons, d'après les moyennes des observations, comment varie en réalité le coefficient A avec l'altitude, à partir de la mer. Sur le graphique (*fig.* 1) (Z en abscisse, A en ordonnée), j'ai marqué les points qui correspondent aux chiffres donnés par M. Soreau (courbe 1) et aux chiffres de Lindenberg (courbe 2).

Nous constatons que, jusqu'à $Z = 11^{km}$, les points expérimentaux se rangent assez bien sur des droites, d'ailleurs convergentes, comme cela doit être, sur un point de l'axe des Z, et ce point est $Z = 87^{km}$. Les écarts entre

les points expérimentaux et les droites

(4) $A = 19,125 - 0,221\,Z$ pour Lindenberg,

(4') $A = 18,965 - 0,218\,Z$ pour Soreau

ne dépassent pas 0,17 et 0,14 pour 100, respectivement.

J'ai marqué, pour y voir plus clair, les écarts absolus sur la figure 2, où les ordonnées sont considérablement amplifiées. On voit bien ainsi l'accord remarquable entre les deux séries de chiffres. Les courbes réelles serpentent sensiblement de la même manière autour des droites moyennes.

Au-dessus de 11^{km}, comme on est en stratosphère, les droites de la figure 1 se prolongent par des arcs d'hyperbole, asymptotes à la droite $A = 14,76$ parallèle à l'axe des Z. L'écart de 1,3 pour 100, entre les chiffres de Soreau et ceux de Lindenberg provient évidemment d'une certaine différence entre les températures moyennes (probablemeet 3°,6 au sol) pour les deux séries d'observations; et, en effet, les résultats utilisés par M. Soreau ont tous été obtenus en hiver ou au printemps, tandis que ceux de Lindenberg se répartissent mieux sur l'ensemble de l'année, et de plus ils se rapportent à des lieux où les températures moyennes annuelles ne sont pas les mêmes.

2° *Poids spécifiques*. — Pour les poids spécifiques, posons de même :

(5) $$Z = -B\log\lambda \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{\varpi}{\varpi_0}.$$

Puisque, d'après (1), ϖ est la dérivée de p par rapport à Z, λ peut se déduire de μ et B de A. En particulier, si A suivait exactement la loi linéaire, comme (4), $A = A'(1 - bZ)$, on aurait, en partant de (1),

(6) $$\lambda = \mu(1 - b\log\mu)^2,$$

et, ensuite, par développement en série, en supposant le coefficient

$$A' = 18,965,$$

par exemple, correspondant aux résultats de Soreau,

(7) $$B = 23,4(1 - 1,12x + 0,1x^2 + \ldots) \quad \text{avec} \quad x = \frac{Z}{87}.$$

Cette équation représente une courbe qui, dans les limites de notre graphique, est très peu différente de la droite 3 (*fig.* 1), dont l'équation est $B = 23,4 - 0,295\,Z$.

Mais, en fait, la courbe de A serpente autour de la droite moyenne; il doit

en être de même pour B, avec des écarts relatifs plus larges puisque ϖ est la dérivée de p. Les écarts les plus importants correspondent aux points d'inflexion de la courbe des A et les écarts nuls aux écarts maximum de A. C'est bien ce que l'on constate pour la partie au delà de $Z = 5$.

La courbe 4 suit les points ronds qui, jusqu'à $Z = 14$, correspondent exactement aux chiffres de poids spécifiques de Lindenberg; au delà de $Z = 13$, je l'ai prolongée par un arc d'hyperbole, comme cela doit être en stratosphère à température constante.

Les points marqués par des croix traduisent les chiffres que j'ai déduits des pressions données par M. Soreau, non pas par différentiation, mais par les différences finies, de kilomètre en kilomètre. Avec un tel mode de calcul, il faut s'attendre à des écarts considérables. On constate, néanmoins, un accord satisfaisant avec la courbe 4 déduite des chiffres de Lindenberg, sauf entre 0^{km} et 5^{km}, où les croix paraissent se rapprocher plus de la droite 3 que de la courbe 4. A ces basses altitudes, on sait que les températures de l'air sont peu stables et les observations, par conséquent, très irrégulières.

Si l'on voulait que, entre 0^{km} et 5^{km}, la courbe de B corresponde bien à celle de A, il faudrait la remonter et lui donner la forme sinueuse indiquée en 4', qui se rapproche davantage des points résultant des données de Soreau.

De cette analyse, en résumé, il me paraît découler que la courbe 4, ou 4' au-dessous de 5^{km}, représente, à quelques millièmes près, 4 ou 5 au plus, les variations relatives du poids spécifique moyen de l'air avec l'altitude, dans nos régions. De nouvelles observations permettront de la préciser davantage, sans la déformer, sans doute, au delà de ce que j'indique ci-dessus. Nous possédons donc maintenant une bonne base pour les calculs relatifs à l'atmosphère normale.

Mais, malheureusement, cette courbe ne paraît pas susceptible d'être mise en équation sous forme simple, et il faut nécessairement se servir du graphique pour procéder aux calculs numériques.

Formules binomes. — On représente parfois la pression relative moyenne par une formule binome telle que

$$\mu = (1 - aZ)^m. \tag{8}$$

Le poids spécifique rélatif λ, étant la dérivée de la pression, doit être, dès lors, représenté par

$$\lambda = (1 - aZ)^{m-1}. \tag{9}$$

Ces formes sont, dans certains cas, commodes. Elles seraient rigoureuses si

la décroissance de la température de l'air était exactement proportionnelle à l'altitude; mais, comme, en réalité, il n'en va pas ainsi, les valeurs qu'elles donnent s'écartent, du moins pour les poids spécifiques, des valeurs vraies de quantités allant jusqu'à plus de 3 pour 100. C'est trop.

Déterminons, par exemple, a et m par la condition que la formule (8) concorde avec la première des formules (4), relative aux observations de Lindenberg, pour $Z_1 = 1$ et pour $Z_2 = 8$ qui sont des altitudes où les résultats de Soreau et de Lindenberg s'accordent parfaitement entre eux. C'est assurément ce que nous pouvons faire de mieux.

L'exposant m se calcule par

$$(10) \qquad m = \frac{Z_2}{-A_2 \log(1 - aZ_2)} = \frac{Z_1}{-A_1 \log(1 - aZ_1)},$$

après avoir calculé le coefficient a par l'équation

$$(11) \qquad (1 - aZ_2)^{A_2 Z_1} = (1 - aZ_1)^{A_1 Z_2},$$

qui, dans le cas choisi, est

$$(11\ bis) \qquad 1 - 8a = (1 - a)^{8,71}.$$

Nous obtenons ainsi $m = 5,396$, $a = 0,022215$, que l'on peut plus simplement remplacer par $m = 5,4$, $a = 0,0222$, sans erreur sensible.

Avec ces chiffres, on trouve, pour écarts entre la formule (8) et la formule (3), complétée par (4), les valeurs indiquées à la deuxième ligne du Tableau ci-après :

à Z...... =	0.	1.	5.	8.	10.	12.
$A' - A_c$.. =	−0,005	0	+0,012	0	−0,018	−0,049
B'...... =	23,58	23,32	22,24	21,42	20,85	20,27

Ces écarts sont traduits sur la figure 2 par la courbe C en pointillé mixte.

On constate par là que la forme binome, avec l'exposant et le coefficient ci-dessus, suit les déterminations de la pression à moins de 0,14 pour 100 près, jusqu'à $Z = 11^{km}$, un peu mieux que la forme logarithmique (3).

Pour les poids spécifiques, cela va moins bien. La troisième ligne du Tableau indique les valeurs de B déduites du rapprochement des formules (5) et (9). Ces valeurs sont trop fortes. L'écart avec les chiffres observés atteint 3,1 pour 100 à $Z = 3$ et 1,5 pour 100 à $Z = 11$ [1]. Il est

---

[1] Pour amener la courbe résultant de la forme (9) à coïncider avec la droite 3 dans la région avoisinant $Z = 5$, il faudrait élever l'exposant $m - 1$ à 4,46, au lieu de 4,4.

donc préférable de recourir aux courbes des graphiques que j'ai donnés et qui résultent des observations elles-mêmes. D'ailleurs, au delà de 11^{km}, les formules en question ne conviennent plus du tout.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'élimination des constantes arbitraires.* Note de M. **Riquier**.

I. Considérons un système différentiel, S, impliquant les k fonctions inconnues u, ... des h variables indépendantes x, ... et remplissant les conditions A et B, formulées ci-après :

A. *Le système* S *est résolu par rapport à diverses dérivées des fonctions inconnues, et ses seconds membres, analytiques et réguliers entre certaines limites, sont indépendants de toute dérivée principale* (¹). De plus, *en attribuant aux variables indépendantes et aux inconnues des cotes* (²) *respectives convenablement choisies sous la restriction expresse que la cote de chaque variable indépendante soit supérieure à zéro, chaque second membre ne contient, outre les variables indépendantes, que des quantités (inconnues ou dérivées) dont la cote ne surpasse pas celle du premier membre correspondant.*

Désignant alors par δ la cote minima, et par Δ la cote maxima des premiers membres du système S, prolongeons indéfiniment ce dernier par toutes les différentiations possibles d'ordres 0, 1, 2, ... exécutées conformément à l'algorithme des fonctions composées, et partageons les relations résultantes en groupes successifs, S_δ, $S_{\delta+1}$, ..., S_Δ, $S_{\Delta+1}$, ..., d'après les cotes croissantes de leurs premiers membres : chacun de ces groupes, désigné par une notation où figure un indice, comprend un nombre de relations essentiellement limité, au moins égal au nombre des dérivées principales de cote égale à cet indice. Cela étant, nous adjoindrons à l'hypothèse A la suivante :

B. Dans les limites où les seconds membres de S sont tous analytiques et réguliers, et en imposant, éventuellement, aux valeurs numériques des quantités qui y figurent telles ou telles restrictions d'inégalité, *on peut, des groupes successifs (en nombre illimité)* S_δ, $S_{\delta+1}$, ..., S_c, ..., dont chacun est linéaire par rapport aux dérivées principales de cote égale à son indice, *extraire respectivement des groupes,* t_δ, $t_{\delta+1}$, ..., t_c, ..., *tels que l'un quelconque d'entre eux,* t_c, *composé de relations en nombre exactement égal à celui*

(¹) Riquier, *Les Systèmes d'équations aux dérivées partielles*, n° 90.

(²) *Ibid.*, n° 102.

des dérivées principales de cote C, *soit résoluble par rapport à celles-ci* (conformément à l'algorithme de Cramer). Nous désignerons par ψ_δ, $\psi_{\delta+1}$, ..., ψ_C les formules obtenues en résolvant l'ensemble des groupes t_δ, $t_{\delta+1}$, ..., t_C (où C est quelconque) par rapport aux dérivées principales de cotes δ, $\delta+1$, ..., C : l'expression qui en résulte pour l'une quelconque de ces dernières ne contient, outre les variables x, ..., que des quantités, inconnues ou dérivées paramétriques, de cote inférieure ou égale à C, à l'exclusion de toute dérivée principale.

II. Les conditions A et B étant supposées remplies, nous dirons que le système S est *passif*, lorsqu'il satisfait en outre à la suivante : *Si, après avoir résolu l'ensemble des groupes* t_δ, $t_{\delta+1}$, ..., t_C (*où* C *est quelconque*) *par rapport aux dérivées principales de cotes* δ, $\delta+1$, ..., C, *on substitue à ces dernières, dans les équations restantes de* S_δ, $S_{\delta+1}$, ..., S_C, *les expressions fournies par les formules de résolution* ψ_δ, $\psi_{\delta+1}$, ..., ψ_C, *les relations résultantes sont vérifiées pour toutes valeurs numériques des variables* x, ..., *des inconnues* u, ..., *et des dérivées paramétriques de cote inférieure ou égale à* C, considérées pour un instant comme autant de variables indépendantes distinctes ([1]).

Les systèmes de cette espèce jouissent de la propriété suivante :

Nommons *fonction formelle* des variables z, ... une série entière en z, ..., admettant, ou non, quelque système de rayons de convergence : cela étant, *le système* S, *supposé passif*, *admet une figure intégrale formelle*, *et une seule*, *répondant à des conditions initiales données*. Dans cet énoncé, les k inconnues u, ... sont considérées, indifféremment, soit comme dépendant seulement des h variables x, ..., soit comme dépendant en même temps d'autres variables, en nombre quelconque, qui ne figurent dans les équations du système ni par elles-mêmes, ni par l'intermédiaire d'aucun symbole de dérivation.

III. Le système S étant supposé *passif*, désignons par Θ un entier (algébrique) au moins égal à Δ, et considérons, dans le groupe formé par *les inconnues* u, ... *et leurs dérivées paramétriques de tous ordres*, les diverses quantités dont la cote ne surpasse pas Θ. Soient q le nombre des quantités ainsi envisagées; v_1, ..., v_q ces quantités elles-mêmes; (S, Θ) un système

---

([1]) Un exemple de système différentiel remplissant les conditions A et B est fourni par les systèmes *orthoïques*, que nous avons étudiés dans un Mémoire ayant pour titre : *Sur une question fondamentale du Calcul intégral* (*Acta mathematica*, t. 23). Cette étude contient, notamment, la réduction des conditions de passivité d'un système orthoïque à un nombre essentiellement limité d'entre elles.

d'équations aux dérivées partielles, identique à S quant à l'écriture, mais où les k inconnues $u, \ldots$ seront supposées dépendre, non plus seulement des h variables $x, \ldots$, comme dans S, mais en même temps de q autres variables $\alpha_1, \ldots, \alpha_q$. Considérons alors le groupe des k fonctions formelles

$$(1) \qquad u = \mathrm{U}[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - \alpha_q^{(0)}], \ldots,$$

dépendant des $h + q$ variables $x, \ldots, \alpha_1, \ldots, \alpha_q$, aux valeurs initiales respectives $x^{(0)}, \ldots, \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q^{(0)}$; puis, prolongeant indéfiniment le système (1) par toutes les différentiations possibles d'ordres 0, 1, 2, ... *relatives aux seules variables* $x, \ldots$, extrayons du système ainsi prolongé les q relations ayant pour premiers membres respectifs $v_1, \ldots, v_q$,

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{l} v_1 = \mathrm{V}_1[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - \alpha_q^{(0)}], \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ v_q = \mathrm{V}_q[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - \alpha_q^{(0)}]. \end{array} \right.$$

[Nous supposons expressément que les termes constants des seconds membres de (2), associés aux valeurs $x^{(0)}, \ldots$ de $x, \ldots$, n'excèdent pas les limites spécifiées dans la condition B.]

Considérons enfin, parmi *les dérivées principales* des inconnues $u, \ldots$ du système S, celles dont la cote ne surpasse pas Θ; désignons leur nombre par p, ces quantités elles-mêmes par $w_1, \ldots, w_p$; puis, du système (1), indéfiniment prolongé comme ci-dessus, extrayons les p relations ayant pour premiers membres respectifs $w_1, \ldots, w_p$,

$$(3) \qquad \left\{ \begin{array}{l} w_1 = \mathrm{W}_1[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - \alpha_q^{(0)}], \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ w_p = \mathrm{W}_p[x - x^{(0)}, \ldots, \alpha_1 - \alpha_1^{(0)}, \ldots, \alpha_q - \alpha_q^{(0)}]. \end{array} \right.$$

Cela posé, la propriété qui fait l'objet de la présente Note se formulera comme il suit : *Le principe général des fonctions implicites étant*, comme il est possible de le faire, *étendu au monde des fonctions formelles, et le groupe des relations* (2) *étant supposé résoluble par rapport aux constantes arbitraires* $\alpha_1, \ldots, \alpha_q$ *conformément à ce principe, pour que, dans l'espace à* $k + h + q$ *dimensions* $[(u, \ldots, x, \ldots, \alpha_1, \ldots, \alpha_q)]$, *la figure* (1), *à* $h + q$ *dimensions, soit une intégrale du système* (S, Θ), *il faut et il suffit qu'en remplaçant, dans* (3), $\alpha_1, \ldots, \alpha_q$ *par leurs valeurs tirées de* (2), *on retombe sur celles d'entre les relations* $\psi_\delta, \psi_{\delta+1}, \psi_{\delta+2}, \ldots$ *qui ont pour premiers membres respectifs* $w_1, \ldots, w_p$, *c'est-à-dire sur les relations* $\psi_\delta, \psi_{\delta+1}, \ldots, \psi_\Theta$.

Cet énoncé renferme comme cas très particuliers deux propriétés clas-

siques, relatives, l'une aux intégrales générales d'un système différentiel total, l'autre aux intégrales complètes de l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{\partial u}{\partial x} = f\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial y}\right).$$

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les liquides à plans équidistants de Grandjean.* Note ([1]) de MM. G. **Friedel** et L. **Royer**.

Nous avons montré, dans une récente Communication, que la réflexion des couleurs dites « épipoliques » et le pouvoir rotatoire paraissent liés, dans les liquides à plans équidistants, à la structure particulière qui se manifeste par l'existence de ces plans. Voici deux faits nouveaux qui nous semblent établir définitivement cette conclusion :

Les mélanges de cyanbenzalaminocinnamate d'amyle (liquide du premier type) et de benzoate de cholestérine (liquide du second type) tenant de 2,5 à 2,75 du premier corps pour 1 du second, montrent à basse température, au voisinage du point de fusion des cristaux, toutes les propriétés d'un corps du premier type, comme le cyanbenzalaminocinnamate pur; la longueur d'onde d'inversion est seulement rejetée dans l'infrarouge et les plans beaucoup plus espacés que dans le corps pur. Aux températures élevées, au voisinage de la fusion isotrope, ils ont toutes les propriétés d'un corps du second type, comme le sel de cholestérine pur, avec également la longueur d'onde d'inversion rejetée dans l'infrarouge et les plans très espacés. Le changement se fait à une certaine température θ, d'autant plus élevée que la proportion de sel de cholestérine est plus faible, et qui pour les mélanges à 3/1 dépasse déjà la température de fusion isotrope, de même que pour les mélanges à 2,25/1 elle reste inférieure à la température de cristallisation. En approchant de θ, on assiste à la transformation d'un corps du premier type en un corps du second. Le pouvoir rotatoire qui, aux températures inférieures à θ, est droit et décroissant du violet au rouge, devient gauche et reste décroissant dans le même sens; les virgules, qui ne se voient nettement qu'à une certaine distance de θ de part et d'autre, changent de sens; le déplacement des franges noires par rotation des nicols s'inverse.

En approchant de θ, aussi bien par refroidissement que par échauffement,

([1]) Séance du 6 juin 1922.

on voit les plans de Grandjean s'espacer de plus en plus, et très rapidement au voisinage immédiat de θ, leurs distances pouvant croître dans la proportion de 1 à 3 ou 4 et plus sans qu'ils cessent d'être visibles. Puis ils disparaissent, leurs bords devenant de plus en plus semblables aux fils qui caractérisent les liquides à fils ordinaires et qui sont, comme on sait, des axes d'enroulement de la structure; à θ, il n'y a plus de trace de plans, et les bords des anciens plans ne diffèrent plus des fils. Les virgules se sont effacées. Si l'on observe entre un verre plan et un verre convexe, on voit les anneaux de pouvoir rotatoire s'évanouir sans notable déplacement. Puis, la température θ dépassée dans un sens ou dans l'autre, on voit reparaître les plans de Grandjean, d'abord très espacés, puis de plus en plus serrés à mesure que la température s'éloigne de θ. Les virgules se reforment, changées de sens; les anneaux de pouvoir rotatoire se rétablissent, de plus en plus nets. Mais à la température θ, il n'y a plus ni plans, ni virgules, ni pouvoir rotatoire; on a affaire à un liquide à fils ordinaire sous forme de plages à noyaux et à fils, jamais normales à l'axe d'ailleurs et ne différant pas des plages à noyaux de l'azoxyphénétol. A la température θ, les détails de la face inférieure de la préparation se voient nettement à travers l'épaisseur minime du liquide; mais dès qu'on s'en écarte et que les plans apparaissent, aucune mise au point n'est plus possible à travers, ne fût-ce qu'un seul de ces plans.

Il paraît résulter de là qu'à la température θ, la structure à forte torsion liée à l'existence des plans, et qui est cause du pouvoir rotatoire, disparaît; au-dessus de θ, la torsion est dans un sens; au-dessous, dans l'autre; en approchant de θ, elle diminue par l'espacement des plans; à θ, elle semble disparaître. Le passage d'un corps du premier type à un corps du second se fait par simple changement de sens de la torsion, et par l'intermédiaire d'un liquide sans torsion spontanée qui ne diffère en rien des liquides à fils ordinaires.

Le second fait est le suivant :

S'il est vrai que la longueur d'onde d'inversion du pouvoir rotatoire soit précisément celle du rayon réfléchi par les plans, et qui est définie par l'équidistance de ces plans, cette longueur d'onde doit dépendre de l'incidence comme en dépendent, il est facile de le constater et cela est connu depuis longtemps, la longueur d'onde de la couleur épipolique réfléchie et la couleur complémentaire transmise. C'est ce que nous avons constaté en effet. L'emploi du monochromateur permet de déterminer aisément la longueur d'onde d'inversion en observant les anneaux du pouvoir rotatoire

entre verre plan et verre convexe. Si l'on dispose les choses de façon à pouvoir faire tourner la préparation autour d'un axe horizontal pénétrant dans le four électrique où la préparation est maintenue à température constante, on constate que la longueur d'onde d'inversion varie avec l'inclinaison, et est d'autant plus petite que l'inclinaison de la préparation par rapport à la platine du microscope est plus grande. Les mesures précises des longueurs d'onde réfléchies, qui seront nécessaires pour la comparaison, n'ont pas encore été faites, mais on peut d'ores et déjà affirmer que la variation de la longueur d'onde d'inversion est dans le sens et de l'ordre de grandeur prévus. Il est extrêmement probable que la longueur d'onde d'inversion coïncide avec la longueur d'onde réfléchie, non seulement sous l'incidence normale, mais aussi sous des incidences quelconques.

Dans les préparations dont les plans de Grandjean n'offrent pas partout un parfait parallélisme avec la surface du support, cas très fréquent, on observe d'un point à l'autre de notables variations du pouvoir rotatoire et, en même temps, de la couleur réfléchie. Il n'est pas rare qu'au voisinage de la longueur d'onde d'inversion l'on trouve des parties de la préparation qui montrent un pouvoir rotatoire droit pendant que d'autres ont le pouvoir rotatoire gauche. Il en résulte que toutes les mesures portant soit sur le pouvoir rotatoire, soit sur la longueur d'onde d'inversion, soit sur les longueurs d'onde réfléchies ou sur les indices, ne peuvent être faites utilement que sur des préparations parfaitement organisées, qui ne sont pas toujours aisées à obtenir sur verre, et que l'on reconnaît à ce qu'elles réfléchissent une couleur bien homogène et totalement polarisée circulaire. Ces faits s'expliquent tout naturellement à la suite de la constatation précédente : les variations locales du pouvoir rotatoire et de la longueur d'onde réfléchie (d'inversion) sont dues aux régions de la préparation où les plans de Grandjean font des angles trop importants avec le plan normal au rayon lumineux observé. La loi de variation de la longueur d'onde réfléchie avec l'inclinaison, aisée à calculer, montre d'ailleurs que fort heureusement l'effet de l'inclinaison est négligeable quand celle-ci n'est que de quelques degrés.

Pour toutes ces raisons, il nous paraît hors de doute que le pouvoir rotatoire énorme qui caractérise les liquides à plans est, au même titre et en même temps que la réflexion des couleurs par ces liquides, déterminé par la structure très particulière liée à l'existence de ces plans. De cette structure, nous ne savons encore que peu de chose. Nous pouvons présumer qu'elle comporte, d'un plan à l'autre, des torsions extrêmement fortes,

pouvant aller probablement à quelque 90° par intervalle de plans, soit un millier de tours par millimètre dans les cas ordinaires; et nous savons qu'elle présente, à intervalles réguliers, des discontinuités qui sont les plans de Grandjean, dont les bords paraissent être des lignes d'enroulement de la structure comparables aux fils. Ces plans ont la propriété, encore inexpliquée, de réfléchir l'un des rayons circulaires à l'exclusion de l'autre; mais cette propriété étant donnée, l'équidistance de ces plans nous permet de calculer (les indices étant supposés connus) la longueur d'onde réfléchie et ses variations avec l'inclinaison, et par suite la longueur d'onde d'inversion du pouvoir rotatoire. Tous ces faits, ainsi que la variation anomale du pouvoir rotatoire au voisinage de la longueur d'onde d'inversion, s'expliqueront d'un seul coup lorsqu'on connaîtra la structure.

Il va de soi qu'une structure dans laquelle interviennent des torsions spontanées qui, dans un même corps, sont toujours de même sens, doit être déterminée par l'asymétrie de la molécule. Mais ce n'est pas directement cette asymétrie de la molécule qui détermine l'énorme pouvoir rotatoire des liquides à plans.

M. **Paul Painlevé** dépose sur le Bureau de l'Académie un Ouvrage intitulé : *Les axiomes de la Mécanique, examen critique* (Paris, Gauthier-Villars), dont il est l'auteur.

Dans la première Partie de cet Ouvrage, ajoute M. Painlevé, « j'ai reproduit l'exposé et la discussion des axiomes de la Mécanique, tels que je les ai enseignés depuis de longues années et qui se prêtent d'eux-mêmes à la comparaison avec la doctrine einsteinienne.

« Le premier Chapitre de la seconde Partie est relatif à la propagation de la lumière et aux différentes explications possibles et compatibles de l'expérience de Michelson, de l'aberration et de la formule de Fizeau-Fresnel. Le second Chapitre se rapporte au principe de l'action et de la réaction : les propriétés attribuées par Newton au mouvement absolu n'entraînent pas sous sa forme stricte le principe classique de l'action et de la réaction, mais sont compatibles avec une forme plus étendue du principe où la force n'est plus égale à $m\bar{\gamma}$, (m quantité de matière, $\bar{\gamma}$ accélération absolue), mais est définie de la manière suivante : soient $\bar{\gamma}_t$ et $\bar{\gamma}_n$ les projections de $\bar{\gamma}$ sur la tangente et sur la normale principale à la trajectoire; la force F est la somme des deux vecteurs $mf(v)\bar{\gamma}_t$ et $m\varphi(v)\bar{\gamma}_n$, où $f(v)$ et $\varphi(v)$ sont deux fonctions positives de la vitesse absolue v, les

mêmes pour tous les éléments matériels, et égales à l'unité pour $v = 0$. On peut appeler m la masse statique, $mf(v)$ la masse cinétique longitudinale et $m\varphi(v)$ la masse cinétique transversale. On construit ainsi une Mécanique ayant les mêmes points de départ que la Mécanique newtonienne, qui coïncide avec celle-ci pour $f(v) \equiv \varphi(v) \equiv 1$, et qui se raccorde avec la Mécanique einsteinienne pour un choix convenable (adopté une fois pour toutes) des fonctions $f(v)$ et $\varphi(v)$. »

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *Ranvier*, décédé.

Le nombre de votants étant 59,

M. Charles Gravier	obtient	37 suffrages
M. Maurice Caullery	»	10 »
M. Louis Lapicque	»	10 »
M. Édouard Retterer	»	1 suffrage

Il y a un bulletin blanc.

M. **Charles Gravier**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Primera reunión nacional de la Sociedad Argentina de Ciencias naturales. Tucuman, 1916.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Des équations aux dérivées partielles du second ordre intégrables par la méthode de Darboux.* Note de M. **Gosse**, présentée par M. Goursat.

Si l'on désigne par m_1 et m_2 les racines de l'équation caractéristique

$$m^2 - m\frac{\partial f}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial t} = 0,$$

relative à l'équation aux dérivées partielles

$$E \equiv r + f(x, y, z, p, q, s, t) = 0,$$

on peut énoncer les résultats suivants :

I. Si l'équation E admet, pour le système 1 de caractéristiques, un invariant d'ordre supérieur à 3, sans en admettre d'ordre inférieur, ou bien elle admet une involution d'ordre 3, ou bien la racine m_2 vérifie la relation

$$\frac{\partial m_2}{\partial t} - m_2\frac{\partial m_2}{\partial s} = 0.$$

II. Une équation E qui n'est en involution avec aucune autre d'ordre 3 et qui admet, pour chaque système de caractéristiques, un invariant d'ordre supérieur à 3, est une équation de Monge-Ampère.

En particulier, toute équation de la première classe qui n'admet aucune involution d'ordre inférieur ou égal à 3 se réduit à une équation de Monge-Ampère.

L'étude générale de la méthode de Darboux met donc d'elle-même en évidence l'importance de cette catégorie d'équations, et il est naturel de chercher à déterminer celles d'entre elles qui sont de la première classe.

J'ai résolu le problème dans les deux cas les plus simples :

1° Il y a une intégrale intermédiaire du premier ordre pour chaque système de caractéristiques.

Toutes les équations de la première classe de cette catégorie se déduisent par une transformation de contact des équations du type $s = f(x, y, z, p, q)$, classées et intégrées par M. Goursat [1].

2° Chaque système de caractéristiques admet deux invariants d'ordre au plus égal à 2.

---

[1] Voir Goursat, *Annales de la Faculté de Toulouse*, 2e série, t. I, 1899, et ma *Thèse de Doctorat* (chez Privat, Toulouse, 1921).

Ce cas se ramène au précédent.

3° L'étude du problème général exige une longue discussion. Dans tous les cas que j'ai pu traiter complètement, et en me bornant aux équations non linéaires, j'ai été ramené aux seules équations que je viens de signaler (¹).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Surfaces applicables avec égalité des rayons de courbure principaux.* Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Ossian Bonnet (²), puis M. Hazzidakis (³) ont étudié les surfaces S, S′ applicables avec égalité des rayons principaux aux points homologues. Me bornant au cas où S admet une déformation continue de cette espèce à un paramètre, j'ajouterai quelques remarques. On sait que ce cas donne :

a. La surface minima ou à courbure moyenne constante la plus générale.

b. Une famille de surfaces à un paramètre comprises dans les surfaces représentant le ds^2

$$ds^2 = \left(\frac{U+V}{u+v}\right)^2 du\,dv, \tag{1}$$

où U est fonction arbitraire de u et V de v.

c. Une certaine surface contenant trois paramètres de forme et un autre d'homothétie. Ces quatre paramètres fixés, on a une surface *unique*, *qui n'est ni de révolution*, *ni hélicoïdale*, répondant au problème grâce à ses ∞^1 auto-applications.

2. Une circonstance curieuse, non signalée jusqu'ici, est que *les types* (*b*), (*c*) *ne peuvent fournir aucune surface réelle ;* néanmoins, comme par un choix convenable des fonctions ou constantes arbitraires, on peut obtenir ∞^1 surfaces S lieu d'un point $M(x, y, iz)$, où x, y, z sont réelles, et que le ds^2 définit alors une infinité d'autres surfaces S_1 applicables sur S (sans conservation des rayons principaux) réelles, telles que le poiut M_1 homologue de M soit réel, on obtient pour chaque couple S, S_1 un système cyclique réel, un système triple orthogonal réel, comme je l'ai expliqué en particulier au *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1921.

Pour le type (*a*) une partie de ces résultats subsiste; on peut trouver des

(¹) *Loc. cit.*

(²) *Journal de l'École Polytechnique*, cahier 42, 1867.

(³) *Journal de Crelle*, t. 117, 1897.

surfaces minima ou à courbure moyenne constante réelles, mais on peut trouver des surfaces imaginaires donnant des systèmes cycliques ou systèmes orthogonaux réels.

M. Hazzidakis a pu donner en termes finis les équations paramétriques des surfaces du type (b); en dégageant les formules des constantes de déplacement, on a

$$(2)\qquad x = \frac{\omega(1-\psi^2)+f}{2}, \qquad y = \omega\psi, \qquad z = \frac{i}{2}[\omega(1+\psi^2)-f],$$

$$(3)\qquad \begin{cases} f = \displaystyle\int \frac{V^2 dv}{(v+t)^2} + \int \frac{U^2 du}{(u-t)^2}, \\ \psi = i\displaystyle\int \frac{V dv}{(v+t)^2} - i\int \frac{U du}{(u-t)^2}, \end{cases} \qquad \omega = \frac{(v+t)(u-t)}{u+v},$$

t est une constante représentant le paramètre de déformation.

Il suffit que U, V soient respectivement fonctions complexes conjuguées des variables complexes conjuguées u, v et que t soit imaginaire pure, pour obtenir les propriétés énoncées.

Un cas où le ds^2 (1) est de révolution s'obtient pour $U = iu^2$ et $V = -iv^2$, c'est le ds^2 caractéristique des développées de surfaces minima. Les formules donnent ∞^1 surfaces transcendantes, sauf celles obtenues pour $t = 0$ ou $t = \infty$, qui sont algébriques et réglées, d'équation respective

$$(4)\qquad \begin{cases} 3(x+iz)(x-iz)^3 + y^3 = 0, \\ 45(x+iz)(x-iz)^5 + 15y(x-iz)^2 + 1 = 0. \end{cases}$$

Associées à la développée de la surface minima d'Enneper, elles fournissent des systèmes cycliques algébriques; les systèmes orthogonaux correspondants sont algébriques pour la première et comprennent, pour la seconde, une famille algébrique, deux familles transcendantes.

3. Pour le type (c), Ossian Bonnet trouve une surface S qui n'est *ni révolutive ni hélicoïdale;* le ds^2 de S est de révolution et les auto-applications de S conservent les rayons principaux. Or, ni Ossian Bonnet, ni M. Hazzidakis ne remarquent que leurs formules définissent en outre une certaine surface *hélicoïdale* Σ unique et bien déterminée quand S est obtenue; cette surface Σ est applicable sur S avec conservation des rayons principaux et doit être considérée comme une *auto-déformée à la limite de* S.

Je dois donner quelques explications sur un paradoxe qui peut se produire pour *toute* surface, ni révolutive ni hélicoïdale, dont le ds^2 est de révolution : il n'est pas nécessaire que cette surface S soit du type étudié

par Ossian Bonnet. Traçons sur S le réseau $\beta =$ const. des *méridiens*, $\alpha =$ const. des *parallèles*, c'est-à-dire des courbes devenant méridiens et parallèles quand S est déformée en surface de révolution. Je suppose que α est l'arc du méridien et β celui du parallèle $\alpha = 0$. Sur S les bandes

$$\beta_0, \beta_0 + l; \quad \beta_0 + l, \beta_0 + 2l; \quad \ldots; \quad \beta_0 + \overline{n-1}\, l, \beta_0 + nl; \quad \ldots,$$

où l est une longueur arbitraire (qui ne joue aucun rôle), sont toutes des déformées de l'une d'elles; la bande de rang n, pour $n = \infty$, peut ou devenir asymptote à une certaine surface hélicoïdale ou révolutive, ou rester à distance finie sans posséder de surface asymptotique, ou s'éloigner à l'infini, mais peu importe : on peut, par un déplacement, faire coïncider avec Ox, Oy les tangentes au méridien et au parallèle issus du point $(0, \beta_0 + \overline{n-1}\, l)$. Cette bande de rang n *déplacée* peut, dans certains cas, tendre pour $n = \infty$ vers une certaine position limite Σ bien déterminée; cette surface Σ a même ds^2 que S et doit être considérée comme une auto-déformée à la limite de S, et cela bien que S et Σ *ne soient pas superposables par un déplacement fini*.

Pour la surface S du type (c) d'Ossian Bonnet, cette circonstance se présente et fournit une surface Σ hélicoïdale oubliée. Dans le type (b), pour $U = iu^2$ et $V = -iv^2$, le ds^2 est encore de révolution, mais pour chaque surface S obtenue les auto-déformations changent les rayons de courbure principaux, de sorte que dans ce cas précis on n'obtient comme solution de notre problème ni surface de révolution, ni surface hélicoïdale.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la polarité de l'arc électrique*. Note de MM. **L. Dunoyer** et **P. Toulon**.

Il est aujourd'hui classique que l'émission d'électrons par la cathode est indispensable au fonctionnement de l'arc électrique et que, par conséquent, si l'une des électrodes est systématiquement refroidie, il est naturel qu'elle fonctionne comme anode. A ce point de vue, l'arc Garbarini, qui fonctionne habituellement entre le charbon *positif* porté à très haute température et une couronne métallique *négative* énergiquement refroidie par un courant d'eau, peut paraître paradoxal. Paradoxal également le fait que dans un redresseur à vapeur de mercure il est possible, sans nuire à la qualité du redressement, de faire rougir les anodes alors que le mercure cathodique reste à une température bien inférieure à 360°.

Les expériences dont il va être rendu compte confirment, d'une part, la doctrine classique du fonctionnement de l'arc et montrent comment le paradoxe peut être expliqué; elles ont, en même temps, donné lieu à la réalisation d'un dispositif extrêmement simple qui permet d'obtenir un courant pulsatoire à sens unique, équivalent dans beaucoup de cas à du courant continu, au moyen de courant alternatif.

M. Blondel a montré jadis (1) que l'arc jaillissant entre une électrode de charbon et une électrode métallique sous une forme électromotrice alternative peut présenter deux régimes : l'arc « court » passe dans les deux sens, tandis que l'arc « long » est polarisé et ne laisse passer le courant que dans le sens métal-charbon.

On pourrait se demander si cette polarisation est due au fait que l'une des électrodes est métallique. Il est facile de montrer qu'en réalité le phénomène est dû exclusivement à ce que l'électrode métallique est toujours, grâce à sa conductibilité, à une température plus basse que l'électrode de charbon. Si, en effet, on remplace l'électrode métallique par un tube de graphite énergiquement refroidi par un courant d'eau, on constate, comme avec le métal, que l'arc passe uniquement de l'électrode froide à l'électrode chaude; la nature de l'électrode ne joue donc pratiquement aucun rôle dans le phénomène.

Les arcs « longs » polarisés de M. Blondel sont d'ailleurs assez instables, avec une tendance marquée soit à s'éteindre, soit à se transformer en arcs « courts ». Nous avons obtenu des arcs polarisés d'une parfaite stabilité en associant à l'électrode froide deux électrodes entre lesquelles jaillit un arc d'entretien. L'électrode froide est constituée par un tube conducteur, d'une substance d'ailleurs quelconque, refroidi par un courant d'eau. L'arc d'entretien jaillit entre des électrodes de charbon; cet arc d'entretien peut être alimenté en courant continu, mais également en courant alternatif, ce qui est évidemment beaucoup plus intéressant. Le schéma des montagnes sera indiqué ailleurs.

L'étude oscillographique du courant polarisé, ainsi que la comparaison des indications d'appareils à courant continu et d'appareils à courant alternatif placés sur le circuit de ce courant, nous ont montré que, dans les conditions de nos expériences, la polarisation du courant est pratiquement parfaite pour des tensions alternatives inférieures à 500 volts; mais pour des tensions plus élevées, par exemple 900 volts, la polarisation se montre

(1) A. Blondel, *Comptes rendus*, t. 128, 1899, p. 727-731.

moins bonne. Quant à l'intensité moyenne qu'il est possible d'obtenir pour le courant redressé, il semble que rien, *a priori*, ne doive la limiter. En fait, avec une tension alternative de 220 volts qui, théoriquement, ne peut donner pour le courant polarisé qu'une tension moyenne de 90 volts au maximum, nous avons obtenu 90 ampères sous 86 volts aux bornes de l'arc polarisé. Les charbons de l'arc d'entretien avaient 12^{mm} et 16^{mm} de diamètre, et l'électrode froide était un tube de cuivre rouge de 15^{mm} de diamètre, refroidi par circulation d'eau.

Ces expériences confirment donc que, s'il n'y a pas contact entre les électrodes, il n'y a jamais allumage de l'arc (au-dessous d'une tension limite), même au sein d'un gaz très conducteur, si l'électrode froide est cathode ; il y a, au contraire, allumage certain si elle est anode. Il faut donc, pour l'allumage de l'arc, que l'une des électrodes émette des électrons. En effet, quand l'électrode froide est cathode, elle n'en émet pas parce qu'elle est froide, et l'électrode chaude n'en émet pas parce qu'elle est positive ; si, au contraire, l'électrode chaude est négative, elle émet des électrons et l'arc s'allume.

Mais s'il y a contact entre les électrodes, l'arc s'allumera toujours en courant continu, même si la cathode est refroidie dans son ensemble. En effet, le contact qui, dans la réalité, ne donnera lieu au passage du courant qu'en quelques points isolés, y produira une élévation locale de température, suffisante pour que l'émission électronique se produise en ces points. L'étendue des régions de très haute température pourra être, du reste, beaucoup trop petite pour donner lieu à aucune incandescence visible. C'est donc la température de cette région d'émission électronique qu'il faut prendre en considération, et non pas la température d'ensemble de la cathode.

Par exemple, dans l'arc Garbarini, la température des régions cathodiques, qui jouent véritablement un rôle dans le fonctionnement de l'arc, n'est donc nullement la température du métal refroidi, mais une température certainement supérieure à celle du cratère positif de l'arc.

De même, le fait que l'on peut faire fonctionner un redresseur à vapeur de mercure avec des anodes fortement rougies, montre que la petite tache lumineuse qui se déplace sur la cathode est à une température certainement supérieure à 1000°.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un nouvel électromètre à index rigide destiné à la mesure des radiations.* Note de M. B. Szilard, transmise par M. J. Violle.

Les électromètres transportables que j'ai étudiés il y a quelques années ([1]) sont des appareils dont l'aiguille est à pivots et à spiral. Depuis j'ai reconnu qu'un autre système de suspension différent du premier permet également l'emploi d'une aiguille indicatrice longue et rigide. Avec ce nouveau montage l'instrument reste également transportable et sa sensibilité se trouve considérablement augmentée par rapport à l'électromètre à spiral.

Principe. — L'aiguille servant à la fois d'équipage mobile et d'index rigide est électriquement reliée à la cage; elle est attirée par un « cadran » de forme spéciale, isolé et chargé d'électricité au moyen d'une minuscule machine à frottement. L'aiguille est suspendue par un ruban fin, *tendu*, dont la torsion sert de couple antagoniste.

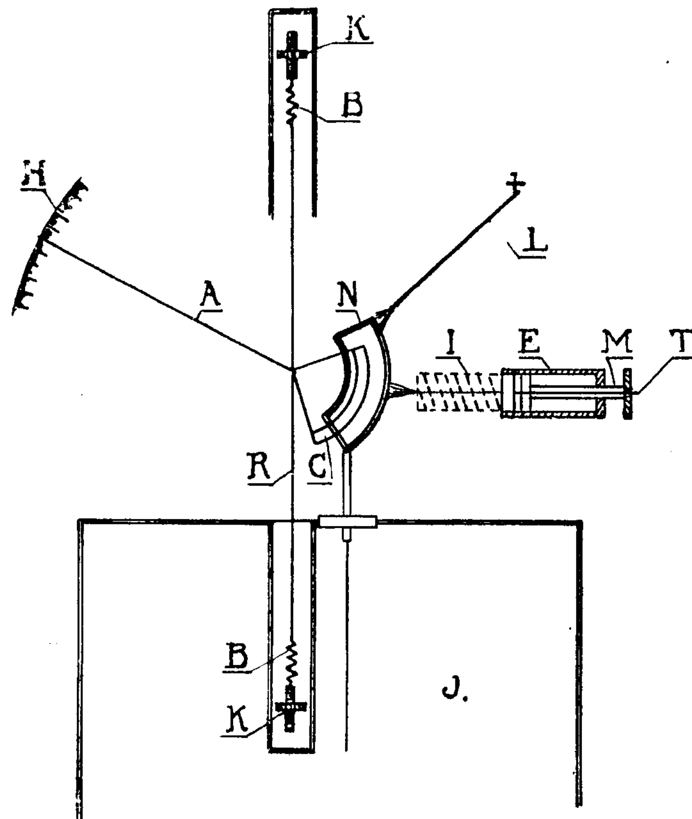
Description. — Un ruban très fin en bronze R, long de 25^{cm}, est tendu verticalement entre deux ressorts à boudin B. A égale distance de ces extrémités, le ruban supporte l'aiguille A à laquelle il est solidaire. Grâce à cette suspension élastique l'appareil est transportable et ne nécessite pas d'être placé dans une position parfaitement horizontale.

Afin d'avoir un équipage mobile aussi léger que possible, l'aiguille est découpée de sorte qu'en une pièce elle serve à la fois d'organe d'attraction et d'indicateur. Dans cet effet, l'une de ses extrémités C est circulaire formant un secteur de cercle évidé, l'autre est droite et pointue.

Le cadran N, de forme et de surface aussi réduites que possible (afin de lui donner une capacité électrique minima), se trouve dans le prolongement du secteur C de l'aiguille, concentriquement à celui-ci. Ce cadran est composé de deux paires de secteurs d'anneaux, rivés concentriquement ensemble. Grâce à cette forme, l'aiguille est attirée toujours dans le sens de la circonférence. Supporté par une petite colonne, le cadran, seul organe porteur de charge, se prolonge, à travers un bouchon d'ambre, dans la chambre d'ionisation J, disposée au-dessous. Entre ses paires de segments, à égale distance des deux, se trouve l'aiguille engagée sous un angle de 15° environ, lorsqu'elle est au repos; des vis de réglage, servant de points

([1]) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 779, et t. 157, 1913, p. 768.

d'attache aux ressorts B sont disposées en K et permettent de régler les positions verticale et horizontale de l'aiguille.



Chargeur automatique. — En face du cadran, mais suffisamment éloigné de celui-ci, se trouve un dispositif permettant de le charger à un potentiel voulu. Ce chargeur consiste en un tube d'ébonite E dans lequel coulisse une petite brosse circulaire I en crin. Le frottement des crins contre l'ébonite (sur un parcours de 1^{cm} à 2^{cm}) produit de l'électricité en quantité suffisante pour fournir la charge nécessaire au cadran.

Remise à zéro. — Il convient souvent de ramener l'aiguille *exactement* sur une même division servant de zéro. Pour faciliter cette opération, un levier L peut faire contact avec le secteur. Ce levier étant construit en matière peu conductrice, il y introduit une légère fuite : une fois l'aiguille arrivée à la division voulue, on rompt son contact.

Lecture. — Elle se fait aisément au moyen *de l'aiguille et son échelle fixe ;*

la grande sensibilité de l'appareil *dispense* de l'emploi du microscope. D'autre part, les déplacements de l'index étant amortis et d'une *régularité parfaite*, on *peut* utiliser pour la lecture un microscope à court foyer ; le microscope pouvant approcher l'aiguille à quelques millimètres près pourra être fortement grossissant et fournira une image d'une netteté tranchante et irréprochable (*non pas comme l'image confuse d'une feuille d'or*).

Le microscope est *monté sur l'axe même de l'aiguille*, permettant de suivre celle-ci tout le long de l'échelle et de choisir la région la plus convenable au point de vue du régime de voltage ou de sensibilité. Une division du micromètre correspond à $0^{mm},1$ de déplacement réel de l'aiguille. Les divisions du micromètre sont pratiquement proportionnelles entre elles dans presque toute la longueur de l'échelle.

Sensibilité. — En disposant dans la chambre d'ionisation $0^{g},01$ *d'oxyde noir d'uranium* fraîchement préparé (exempt d'uranium X), *on obtient un déplacement visible à l'œil nu sur l'échelle*. Dans le micromètre ce mouvement correspond à 1 division par seconde. Or ce courant, d'après Mc Coy [1], est égale à $1,7.10^{-3}$ U. E. S., soit à $5,7.10^{-13}$ ampère. Des petites fractions de ce courant sont encore bien mesurables. Le régime de voltage est entre 350 et 450 volts.

Emploi. — L'appareil est parfaitement transportable ; on peut le déplacer et même le retourner sans crainte. Aucun réglage préalable n'est nécessaire pour sa mise en marche ; *la charge se fait automatiquement* et une remise à zéro permet des lectures dans des conditions identiques entre elles. L'instrument dispense de l'utilisation du microscope, *son système de lecture étant semblable à celui d'un ampèremètre ordinaire*, mais l'emploi d'une lecture micrométrique est d'autant plus justifié que l'image de l'aiguille est d'une netteté parfaite. Cet appareil rendu supérieur aux électroscopes à feuille par sa robustesse, sa commodité d'emploi, sa constance et sa *sensibilité* est appelé à les remplacer en tous leurs usages.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une propriété curieuse d'un montage spécial des machines électriques excitées en série*. Note de M. **F. Guéry**, présentée par M. Paul Janet.

Considérons n machines électriques identiques, à courant continu, excitées en série, montées en zigzag, et entraînées mécaniquement à la même

(1) Mc Coy, *Phil. Mag.*, t. **11**, 1906, p. 177.

vitesse. Par *montage en zigzag* nous entendons que l'induit d'une des machines est monté en série avec l'inducteur de la voisine et que tous ces ensembles d'un inducteur et d'un induit sont mis en parallèle les uns avec les autres. Les induits de ces machines, numérotés 1, 2, ..., n, sont parcourus par des courants $I_1, I_2, \ldots, I_n$.

D'une manière générale, abstraction faite de la saturation magnétique, la différence de potentiel aux bornes d'une machine excitée en série a pour expression

$$u = a + k\mathrm{I} + \frac{\mathcal{L}\,d\mathrm{I}}{dt},$$

a, constante tenant compte du magnétisme rémanent;
k, constante positive ou négative suivant le sens de l'enroulement inducteur;
$\mathcal{L}$, inductance de l'inducteur.

Négligeant la résistance des circuits, l'inductance des induits et l'induction mutuelle des inducteurs et des induits, nous pouvons écrire

$$(1) \qquad \begin{cases} u = a_1 + k\mathrm{I}_2 + \dfrac{\mathcal{L}\,d\mathrm{I}_1}{dt} = \ldots = a_n + k\mathrm{I}_1 + \dfrac{\mathcal{L}\,d\mathrm{I}_n}{dt}, \\ \mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2 + \ldots + \mathrm{I}_n = 0. \end{cases}$$

En posant

$$(2) \qquad \begin{cases} \dfrac{\mathcal{L}}{k} = m, \\ i_1 = \dfrac{a_n - a_1}{k} + \mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_2, \quad \ldots, \quad i_n = \dfrac{a_{n-1} - a_n}{k} + \mathrm{I}_n - \mathrm{I}_1, \end{cases}$$

et retranchant deux à deux les relations (1), on a

$$(3) \qquad \frac{i_2}{m} + \frac{di_1}{dt} = 0, \quad \ldots, \quad \frac{i_1}{m} + \frac{di_n}{dt} = 0.$$

On a, de plus, identiquement

$$\Sigma i = i_1 + i_2 + \ldots + i_n = 0.$$

Enfin les I sont donnés en fonction des i par les relations

$$(4) \qquad \begin{cases} \mathrm{I}_1 = \dfrac{i_2 + 2i_3 + \ldots + (n-1)i_n}{n}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \mathrm{I}_n = \dfrac{i_1 + 2i_2 + \ldots + (n-1)i_{n-1}}{n}. \end{cases}$$

La solution générale des relations (3) est de la forme

$$i_1 = \mathrm{C}_1 e^{\rho_1 t} + \ldots + \mathrm{C}_n e^{\rho_n t}.$$

Par substitution dans les relations (3), on obtient les valeurs de $i_2, \ldots, i_n$ et la relation de condition

$$(-1)^{n-1}(m\rho)^n + 1 = 0$$

dont les racines fournissent les valeurs des n coefficients exponentiels.

Une racine de cette équation en $m\rho$ est de la forme

$$\cos\frac{\lambda\pi}{n} + \sqrt{-1}\sin\frac{\lambda\pi}{n};$$

les valeurs de λ correspondant aux différentes racines sont les nombres pairs de 0 à $2n-2$, si n est pair, et les nombres impairs de 1 à $2n-1$, si n est impair. Dans le premier cas, les racines réelles correspondent à $\lambda = 0$ et $\lambda = n$; dans le deuxième cas, la racine réelle est donnée par $\lambda = n$.

En tenant compte de la relation $\Sigma i = 0$, on voit facilement que *pour n pair*, Σi se réduit à la somme des termes correspondant à la racine en $e^{-\frac{t}{m}}$.

Le coefficient de ces termes doit donc être nul.

Mais le coefficient de l'autre terme réel, en $e^{-\frac{t}{m}}$, n'est pas nécessairement nul. Pour que le régime puisse être stable, il est donc nécessaire que k soit négatif, c'est-à-dire que les connexions soient celles qui correspondraient à la marche des machines en génératrices sur un circuit extérieur. Mais cette condition ne sera pas suffisante en général, car les termes imaginaires donnant lieu à un régime pulsatoire n'auront pas nécessairement un coefficient nul, et ceux de ces termes qui correspondent à un exposant ayant une partie réelle positive croîtront indéfiniment avec t.

Le montage avec un nombre pair de machines n'est donc pas toujours nécessairement stable, même si les connexions sont convenablement établies. Il l'est toujours avec deux machines, puisqu'il n'y a pas dans ce cas de racines imaginaires.

Le cas de quatre machines est tout à fait particulier; les deux racines imaginaires sont du type imaginaire pur et correspondent par conséquent à un régime oscillatoire non amorti.

La période T a pour valeur $2\pi\frac{\mathcal{L}}{k}$. En désignant par N le nombre de tours par seconde de l'induit, n_1 le nombre de conducteurs périphériques de l'induit, n_2 le nombre de spires total de l'inducteur, l'expression de la période peut se mettre sous la forme

$$T = \frac{2\pi n_2}{N n_1}.$$

Cette expression appliquée à des moteurs de traction de types connus fournit des valeurs variant d'une demi-seconde à quelques secondes.

On voit aisément que la puissance demandée à chacun des moteurs est alternative, avec une fréquence double de celle du courant.

Certains phénomènes observés pratiquement sur des moteurs montés en zigzag, fermés sur un circuit extérieur assez résistant relativement à celui des moteurs, et jouant par suite un rôle négligeable dans la distribution des courants, paraissent correspondre à ce fonctionnement spécial et très curieux.

Pour n impair, on voit facilement que les coefficients des différents termes de i peuvent n'être pas nuls, tout en donnant une somme nulle dans Σi. La stabilité n'est jamais assurée dans ce cas. Par suite, on peut dire que, pratiquement, le montage en zigzag est applicable seulement à deux machines.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la transmission de l'écriture et des dessins par T. S. F.* Note [1] de M. Edouard Belin, présentée par M. Maurice Leblanc.

Dans deux précédentes Notes, nous avons exposé notre système de transmission téléphotographique de l'écriture et des images entre deux postes reliés par un fil au moyen de courant continu ou alternatif. Depuis, nous sommes parvenus à transmettre sans fil l'écriture et le dessin après avoir résolu deux séries de problèmes relatifs, les uns à l'émission et la réception des signaux, les autres à la synchronisation des appareils des deux postes.

Nous avons utilisé les ondes entretenues pour la transmission, sans rien changer aux dispositions ordinaires : les manipulateurs des stations étaient simplement manœuvrés par des relais actionnés, eux-mêmes, par le traducteur de nos transmetteurs habituels.

A la réception, nous avons substitué au téléphone notre galvanomètre enregistreur (oscillographe ou galvanomètre à corde) en amplifiant d'abord, dans le cas des transmissions à très grande distance, les courants à basse fréquence.

Pour la synchronisation, les appareils transmetteurs et récepteurs ont eu leur vitesse réglée par des horloges, dont les différences de marche étaient pratiquement négligeables pendant la durée d'une transmission et, pour rendre leurs mouvements de même phase, nous leur avons fait émettre des

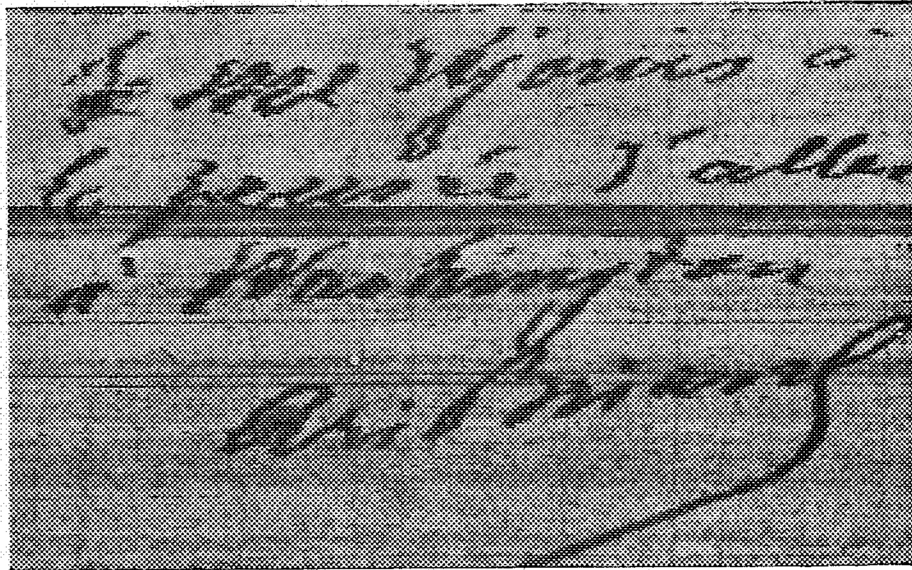
---

[1] Séance du 13 juin 1922.

signaux périodiques spéciaux, au moment de leur mise en route; leur périodicité permettait de les distinguer nettement dans un téléphone et, à l'aide d'un dispositif mécanique, on pouvait donner, à volonté, un mouvement d'avance ou de retard à l'un des deux de manière à faire coïncider les signaux émis par eux.

Une première expérience a été tentée en juin 1921 à la station Lafayette de la Croix d'Hins.

Un de nos transmetteurs portatifs installé au Central Radio de la rue



Froidevaux commandait, *par fil*, la station Lafayette et celle-ci émettait des ondes enregistrées à notre laboratoire de Malmaison.

Les résultats furent de suite concluants.

La seconde série d'expériences eut lieu en juillet et août 1921, entre l'Amérique et la France. La transmission était faite de la station de la Marine américaine d'Annapolis à la station de Malmaison, où la réception se faisait sur antenne connectée à un amplificateur à lampes.

C'est ainsi qu'a été reçu, de manière tout à fait satisfaisante, un premier message téléphotographique dans la nuit du 4 au 5 août. Ce radio-téléphotogramme était le premier de ce genre qui ait jamais été lancé par-dessus l'Atlantique.

La troisième série d'expériences a été effectuée en octobre 1921. Le poste

de réception de la Marine américaine a reçu des messages autographiques envoyés de France, tel celui que nous reproduisons ci-contre.

Comme pour les premiers essais, l'appareil transmetteur était à Paris et commandait, par fil, la station radio de Croix d'Hins.

Pour la transmission Morse, dès que les parasites sont un peu nombreux et intenses, ils coupent les longues en les transformant en plusieurs brèves, ou de plusieurs brèves font une longue, ou de plusieurs longues un trait continu sans aucune signification.

Envisageons maintenant l'inscription autographique.

Ici, les signaux ne se succèdent plus dans un ordre dont la parfaite régularité peut seule assurer la lisibilité et l'exactitude du texte. Les émissions se succèdent dans un ordre tout à fait irrégulier, selon la fantaisie de l'auteur du texte original. Mais, si les appareils sont bien synchronisés, chaque point vient, à l'enregistrement, s'inscrire à la place qui lui est assignée, l'ensemble de tous les points juxtaposés formant le tracé d'une lettre ou d'un caractère.

Qu'un parasite intense survienne au moment précis ou doit s'enregistrer un point, c'est-à-dire en concordance parfaite avec l'émission d'un signal.

S'il est de même intensité que le signal lui-même, il reste sans effet.

Si son action a pour effet d'augmenter ou de réduire la course du galvanomètre, le point considéré ne s'enregistre pas et le tracé du caractère se trouve coupé par une petite hachure blanche. Or, quand même ces hachures seraient assez nombreuses sur une série de caractères, ces derniers, pour être striés, resteraient parfaitement lisibles.

Quant aux parasites qui surviennent entre les signaux, ils n'ont pour effet que de parsemer le fond du télégramme de petits points noirs, qui, parfois innombrables, donnent seulement aux documents l'aspect d'un texte noir tracé sur un fond grisé.

RADIOACTIVITÉ. — *Précipitation par la soude du nitrate d'uranyle. Radioactivité du précipité.* Note (1) de MM. **Pierre Jolibois** et **Robert Bossuet**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons entrepris, au moyen de l'appareil mélangeur décrit précédemment par l'un de nous (2), l'étude de la précipitation du nitrate d'ura-

(1) Séance du 13 juin 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1095 et 1161.

nyle en solution étendue par la soude. Le principe de la méthode employée consiste à mélanger aussi rapidement que possible une solution contenant $\frac{1}{40}$ de molécule d'uranium par litre à l'état de nitrate avec une solution de soude d'un titre connu et variable à chaque expérience.

Suivant les proportions de soude introduite il se forme un précipité total, un précipité partiel ou simplement il se produit un changement de coloration. Quand cela était possible nous avons recueilli le précipité que nous avons séparé du liquide surnageant et nous y avons dosé l'uranium et la soude après l'avoir lavé et desséché à 140°. D'autre part, nous avons dosé dans le liquide soit l'uranium, soit la soude.

Pour certaines teneurs nous avons remarqué le phénomène suivant : le précipité se dépose en deux temps; tout d'abord une certaine portion de l'uranium précipite sous forme d'un produit jaunâtre gélatineux difficile à filtrer. Le liquide restant diffuse la lumière et possède les caractères d'une solution colloïdale. Soumis à l'ébullition, un nouveau précipité se dépose. Nous désignerons ultérieurement par P_1 le précipité se formant spontanément et par P_2 le précipité obtenu à la suite de l'ébullition.

Le Tableau ci-dessous rend compte des résultats obtenus dans nos expériences.

	Solution en molécules par litre		Précipité P_1 de premier dépôt.		Précipité P_2 obtenu par ébullition après dépôt de P_1.		Analyse du liquide surnageant. — Molécules par litre	
	de N^2O^5, UO^3.	de NaOH	UO^3 %.	Na^2O %.	UO^3 %.	Na^2O %.	de U.	de NaOH.
1..	0,0275	0,2	87,42	7,8	pas de précipité		0	0,063
2..	0,0275	0,105	88,0	8,03	id.		0	0,019
3..	0,0275	0,075	88,4	7	id.		0	0,001
4..	0,0275	0,07	89,15	5,90	90,0	6,6	0	traces
5..	0,0275	0,06	traces		92,7	3,1	0	traces
6..	0,0275	0,055	92,8	1,6	93,5	1,2	0,00089	0
7..	0,0275	0,05	93,02	1,3	91,7	1,5	0,0033	0
8..	0,0275	0,045	92,9	1,5	93,1	1,2	"	0
9..	0,0275	0,04	pas de précipité		92,7	1,3	0,0072	0
10..	0,0275	0,035	id.		traces de précipité		0,0106	0
	"	0,03	id.		pas de précipité		0,0130	0

Les analyses des précipités montrent que, bien que desséchés à 140°, ils contiennent une proportion importante d'eau; nous avons vérifié ce fait par des expériences qualitatives. De plus, nous avons constaté l'absence, dans le précipité, de quantités pondérables d'azotates (résultats négatifs de la méthode Schlœsing).

Les conclusions que l'on peut tirer de ces analyses sont les suivantes :

1° La précipitation du nitrate d'uranyle N^2O^5, UO^3 en solution étendue ne commence que lorsque l'introduction d'une quantité équimoléculaire de soude est complète. Le liquide contient alors les sels NO^3Na et soit un sel basique NO^3UO^2, soit une solution de UO^3 dans $N^2O^5.UO^3$. Bien que l'expérience montre qu'il convient, pour obtenir la précipitation commençante, d'ajouter environ une molécule exacte de soude, fait qui milite en faveur de l'existence d'un sel basique, nous croyons qu'il vaut mieux adopter la seconde hypothèse; en effet, les solutions de nitrate d'uranyle saturées de UO^3 à chaud laissent déposer UO^3 par refroidissement.

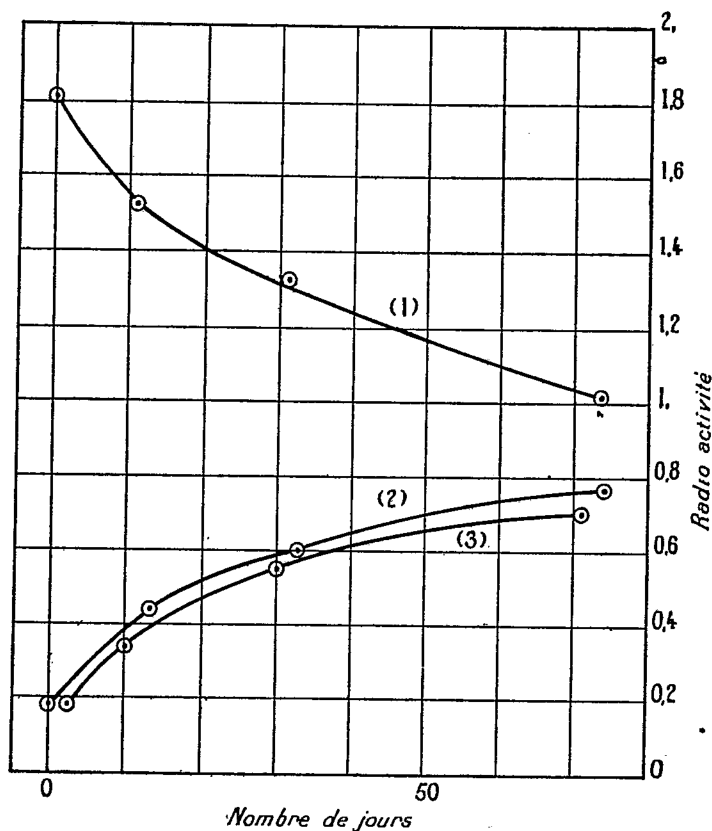
2° Le précipité qui se produit soit par précipitation spontanée, soit par coagulation de sa solution colloïdale est formé, tant qu'il n'y a pas excès de soude, par de l'hydrate de UO^3 impur contenant plus de 1,5 pour 100 de soude. Ceci explique pourquoi on ne peut songer à employer cette méthode pour préparer UO^3. Il est à remarquer que, contrairement à ce que l'on pouvait penser, il ne se forme aucun nitrate basique insoluble.

3° Dès que la quantité de soude introduite dépasse deux molécules, la précipitation est totale et le précipité fixe une quantité beaucoup plus importante de soude qui atteint très vite la limite d'environ 7,8 pour 100 de Na^2O. Cette teneur ne correspond à aucune formule simple. La formule du corps de la composition simple la plus voisine serait $2UO^3H^2ONa^2O$ qui correspond à 9,5 pour 100 Na^2O. Etant donnée la facilité avec laquelle UO^3 entre en solution colloïdale, il y a plutôt lieu de penser que nous sommes en présence d'une adsorption de soude par UO^3. Cette adsorption serait irréversible dans les conditions de l'expérience puisqu'une teneur notable de soude persiste dans le précipité même en présence de nitrate d'uranyle libre.

Radioactivité du précipité. — Nous avons au moyen de l'appareil Curie et Laborde comparé la radioactivité des précipités à celle d'un étalon de U^3O^8 pur préparé depuis plus d'une année et conservé à l'abri de l'humidité. Nous n'avons constaté aucune anomalie dans la radioactivité des corps provenant de nos expériences. L'intensité du rayonnement est en rapport avec la quantité d'uranium révelée par l'analyse. Il nous a paru intéressant de distinguer l'uranium X en étudiant plus spécialement le rayonnement β grâce à la filtration des particules α au moyen d'un écran en aluminium de $\frac{1}{10}$ de millimètre d'épaisseur.

Dans tous les cas nous avons constaté que le premier précipité qui se forme entraîne une partie très importante de l'uranium X.

La courbe ci-dessous donne la variation de la radioactivité avec le temps des produits de l'expérience 7.



Rayonnement β des précipités (expérience 7).

Le poids de l'étalon employé était de 3g,5 U^3O^8.

Le poids des précipités soumis à l'expérience était de 2g.

La courbe (1) correspond au précipité P_1, (2) au précipité P_2, (3) au produit de l'évaporation de l'eau mère après calcination à 800°.

Les courbes obtenues avec les autres précipités sont analogues.

On peut en tirer la conclusion suivante : l'oxyde d'uranium X est moins basique que l'oxyde d'uranium.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'adsorption du fer par les précipités de bioxyde de manganèse.* Note [1] de M. **Max Geloso**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Le précipité obtenu en liqueur acide, par l'action du persulfate d'ammoniaque sur un sel de manganèse, se présente sous la forme $MnO^{2-\varepsilon}$, ε variant suivant la teneur en fer de la solution [2]. Le précipité gélatineux renferme du fer.

Pour doser le fer ainsi entraîné, on l'a séparé du manganèse par précipitation au moyen du Cupferron [3].

Tableau I.

Concentrations en mol.-mgr par litre. Mn........ $10{,}695.10^{-3}$; SO^4H^2..... $150{,}5.10^{-3}$ mol.-mgr par litre.

Fe			Précipité manganique.	
ajouté à la solution.	restant en solution (par différence).	adsorbé.	Mn^{II}.	Mn^{IV} (par différence).
0	0	0	0,132	10,563
0,498	0,033	0,465	0,090	10,605
0,997	0,129	0,868	0,072	10,623
1,99	0,77	1,22	0,050	10,645
2,74	1,39	1,35	0,040	10,650
3,48	1,99	1,49	0,035	10,655
4,98	3,19	1,79	0,0275	10,663
7,47	5,35	2,12	0,020	10,675
12,44	9,74	2,70	0,012	10,683
24,90	21,27	3,63	0,005	10,690
45,73	41,07	4,66	0,002	10,693
91,70	86,01	5,69	»	»
123,43	117,40	6,03	»	»
152,76	146,43	6,33	»	»
231,42	224,46	6,96	»	»
362,12	354,75	7,37	»	»
515,85	508,33	7,52	»	»

[1] Séance du 13 juin 1922.

[2] Nicolardot, Geloso et Réglade, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 808. Voir aussi *Ann. de Chimie anal.*, 15 mars et 15 avril 1922.

[3] O. Baudisch, *Chem. Zeitg*, t. 33, 1909, et t. 35, 1911.

Les deux premières colonnes du Tableau indiquent les concentrations en Mn^{II} divalent et Mn^{IV} tétravalent.

On voit que Mn^{II} est déplacé par le fer adsorbé, mais les premières portions de fer adsorbé déplacent des quantités de Mn^{II} relativement beaucoup plus fortes que les dernières.

TABLEAU II.

Influence de l'acidité. { Mn..... 10,695 ; Fe...... 5,284 } mol.-mgr par litre.

SO^4H^2.	Fe restant au sol (par différence).	Fe adsorbé.	Précipité manganique. Mn^{II}.	Précipité manganique. Mn^{IV}.
0	Précipitation de sulfate basique à l'ébullition			
30,1	1,454	3,83	0,0274	10,662
150,5	3,444	1,84		
376,2	4,414	1,17		
752,5	4,544	0,74		
..... ↓	Précipitation incomplète de manganèse			

La quantité de fer adsorbé varie en raison inverse de l'acidité, mais cette variation ne peut être exprimée sous forme linéaire, elle peut l'être par une fonction exponentielle.

TABLEAU III.

Variation de la concentration de l'adsorbant. { SO^4H^2... 150,5 ; Fe...... 5,284 } mol.-mgr par litre

Mn.	Fe restant en solution (par différence).	Fe adsorbé.
2,14	4,801	0,483
10,69	3,444	1,84
21,39	2,334	2,95
32,08	1,684	3,60
62,78	1,284	4,00

La quantité de fer adsorbé croît avec l'adsorbant mais n'est pas une fonction linéaire de celui-ci.

Influence du sulfate d'ammoniaque. — Le sel de fer étant introduit sous forme d'alun ammoniacal, j'ai étudié l'influence du sulfate d'ammoniaque. Elle est négligeable.

	Solution additionnée de SO^4Am^2 (25g par litre).	Solution sans addition de sel.
Fer adsorbé	0g,0426	0g,0408
	0g,0430	0g,0412

Considérations générales sur le phénomène. — Il existe donc un parallélisme étroit entre l'hydrolyse du sel ferrique et son adsorption.

L'hydrolyse du sulfate ferrique augmente avec la dilution. De même, avec la diminution de l'acide libre en excès. Les substances (sulfate d'ammoniaque) qui n'ont pas ou peu d'influence sur l'hydrolyse sont presque sans action sur l'adsorption.

Constitution moléculaire du sel adsorbé. — Le fer adsorbé se trouve en majeure partie à l'état d'hydrate et non de sulfate, la quantité de soufre décelée à l'analyse, variant avec le nombre de lavages, tandis que la proportion de fer ne change pas. Voici quelques chiffres obtenus sur des précipités peu lavés :

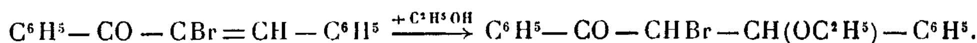
Fe adsorbé.......	0g,0459.	0g,0826.	0g,108.	0g,129.
S. dosé dans le précipité.....	0,0039	0,0094	0,0121	0,0164
	0,0025	0,0126	0,0158	0,0161

A chaque nouveau lavage, les précipités perdent de l'acide sulfurique, mais cet acide peut provenir de l'hydrolyse du sulfate ferrique. En opérant de même sur le précipité manganique, en l'absence de fer, j'ai trouvé :

0g,233 Mn se décomposant en :	Mn^{II}	0g,0029
	Mn^{IV}	0g,2301
S. dosé.	Après lavages énergiques........	0g,0007
	Après petit nombre de lavages...	0g,0013

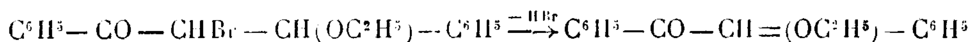
CHIMIE ORGANIQUE. — *L'action des alcools sur l'α-bromobenzalacétophénone.* Note de MM. **Ch. Dufraisse** et **P. Gérald**, présentée par M. Ch. Moureu.

Nous avons établi (¹) que l'α-bromobenzalacétophénone peut fixer une molécule d'alcool éthylique pour donner un dérivé saturé :



$$C^6H^5-CO-CBr=CH-C^6H^5 \xrightarrow{+C^2H^5OH} C^6H^5-CO-CHBr-CH(OC^2H^5)-C^6H^5.$$

Ce dérivé perd ensuite HBr sous l'influence des alcalis, en donnant naissance à un composé éthylénique :



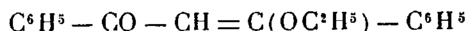
$$C^6H^5-CO-CHBr-CH(OC^2H^5)-C^6H^5 \xrightarrow{-HBr} C^6H^5-CO-CH=(OC^2H^5)-C^6H^5$$

Il y avait lieu de supposer que d'autres alcools pourraient, dans des conditions analogues, donner ces deux réactions, tout comme l'alcool éthylique.

(¹) Ch. Dufraisse et P. Gérald, *Comptes rendus*, t. **173**, 1921, p. 985.

Cependant Abell (¹), malgré de minutieuses expériences, n'avait pas réussi à obtenir à l'état cristallisé le dérivé éthylénique correspondant à l'alcool méthylique. Ce fait singulier nous imposait de tenter à notre tour la préparation, non seulement des dérivés méthoxylés, mais aussi de quelques homologues. Outre l'intérêt qui s'attache toujours à la solution d'un problème délicat, ces nouvelles recherches offraient l'avantage de soumettre à l'épreuve de l'expérience les théories que nous avons émises sur la réaction de Wislicenus.

Plus heureux que nos devanciers, nous avons réussi avec d'autres alcools le même couple de réactions qu'avec l'alcool éthylique. Nous croyons même être en mesure de donner la raison pour laquelle le composé éthoxylé



$$C^6H^5-CO-CH=C(OC^2H^5)-C^6H^5$$

est particulièrement facile à isoler : ce corps a, en effet, un point de fusion sensiblement plus élevé que ceux de ses homologues, il aura donc plus de chances, toutes choses égales d'ailleurs, de cristalliser spontanément, sans amorçage, dans un mélange réactionnel plus ou moins complexe.

Voici le Tableau des composés obtenus :

A. Type saturé : $C^6H^5-CO-CHBr-CH(OR)-C^6H^5$.

		Fusion.
I. *Chaîne normale.* — Composés où R est un groupement :		
1° Méthylique	cristaux blancs	76°-77°
2° Éthylique	»	60-61
3° Propylique	»	95-96
4° Butylique	»	81-82
II. *Chaîne ramifiée.* — Composé où R est un groupement :		
5° Isobutylique	cristaux blancs	110-111

B. Type éthylénique : $C^6H^5-CO-CH=C(OR)-C^6H^5$.

		Fusion.
I. *Chaîne normale.* — Composés où R est un groupement :		
1° Méthylique	cristaux blanchâtres	65°-66°
2° Éthylique	»	77-78
3° Propylique	»	59-60
4° Butylique	liquide jaunâtre	
II. *Chaîne ramifiée.* — Composé où R est un groupement :		
5° Isobutylique	cristaux blanchâtres	55-56
III. *Chaîne normale.* — Composé où R est un groupement :		
6° Propylique secondaire	cristaux blanchâtres	49-50

L'obtention de ces divers composés établit avec certitude le bien-fondé de l'interprétation que nous avons donnée de la réaction de Wislicenus.

(¹) *Chem. Soc.*, t. **101**, 1912, p. 993.

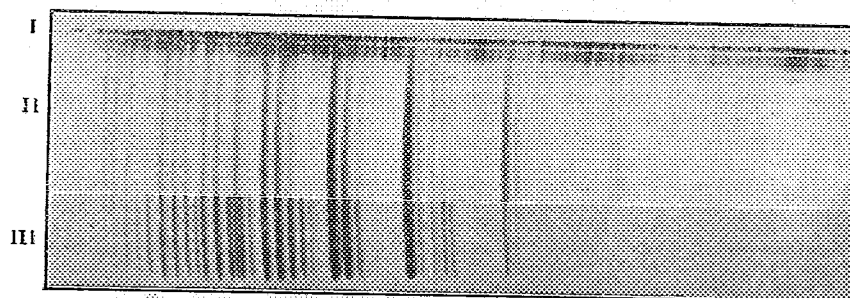
CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude spectrale de la triboluminescence du saccharose.* Note de M. Henri Longchambon, présentée par M. F. Wallerant.

Quelques rares expériences ont été faites par divers auteurs pour déterminer la composition spectrale de la lumière émise par triboluminescence et éclaircir ainsi la nature de ce phénomène. Les spectres obtenus, notamment celui émis par le sucre (1), furent trouvés continus.

En reprenant des expériences de ce genre, j'ai pu m'assurer que le spectre émis par ce corps est en réalité nettement discontinu.

Cette détermination a été faite en brisant du sucre, placé dans l'air à la pression atmosphérique, devant la fente d'un spectrographe à équipage en quartz, et ceci d'une façon presque continue durant plusieurs heures.

Comme le montre la reproduction ci-dessous, le spectre obtenu dans ces conditions est constitué uniquement de bandes très étroites et bien séparées.



I. Spectre du fer.
II. Spectre de triboluminescence du sucre (gr. 3 fois).
III. Spectre d'un tube de Plücker à azote.

Le cliché original, obtenu après 4 heures 10 minutes de pose et avec une fente de $0^{mm},5$ de largeur environ, montre 23 bandes de longueurs d'ondes moyennes suivantes :

$0^{\mu},296$	$0^{\mu},316$	$0^{\mu},337$	$0^{\mu},367$	$0^{\mu},388$	$0^{\mu},414$
298	327	350	371	3895	420
312	331	3535	3755	394	427
314	334	358	3805	400	

C'est-à-dire qu'on retrouve presque toutes les constituantes du second

(1) J. Burke, *Rep. Brit. Ass.*, 1898.

pectre positif de bandes de l'azote, et uniquement des éléments de ce spectre.

La comparaison avec le spectre d'un tube de Plücker à azote (et à parois de verre) obtenu avec le même spectrographe met ceci immédiatement en évidence.

D'autre part, l'effluve dans l'air à la pression ordinaire donne régulièrement le même spectre.

La triboluminescence du sucre serait donc due à une effluve s'effectuant dans l'air entre deux particules solides qui viennent d'être séparées brusquement et se trouvent chargées électriquement. Cette apparition de charges électriques n'a rien de bien surprenant étant données les propriétés pyroélectriques du sucre. Rien ne permet cependant de dire que la triboluminescence du sucre soit un effet de sa pyroélectricité.

Le fait que la triboluminescence du sucre est due à une effluve peut être vérifié en observant l'influence sur l'intensité lumineuse de la pression de l'air dans lequel ce corps est placé. Dans ce but j'ai brisé du sucre en le heurtant contre les parois d'un récipient en verre où se faisait un vide progressif. Entre des limites de pression de l'ordre de 4^{cm} et $0^{cm},1$ de mercure, la luminosité est notablement plus intense que sous la pression atmosphérique et forme une auréole beaucoup plus large autour du point de rupture. Elle décroît ensuite et dans un vide très poussé devient beaucoup plus faible qu'à la pression atmosphérique.

Ces observations confirment donc l'hypothèse émise plus haut.

D'autre part, j'ai eu l'occasion, dans ces dernières expériences, de constater le phénomène suivant :

Le récipient en verre contenant des cristaux de sucre ayant été violemment agité de façon à produire de fines poussières de sucre, on le laisse au repos et l'on produit une brusque compression ou décompression de l'air, tout en restant au-dessous d'une pression de quelques centimètres de mercure. On observe alors une illumination vive de toute la masse gazeuse particulièrement intense au voisinage des morceaux de sucre et des régions de la paroi où se sont déposées des poussières de ce corps, et d'autant plus intense que la variation de pression est plus brusque. Ce phénomène paraît dû à une triboluminescence des poussières de sucre qui sont agitées par les remous du gaz, ce dernier se trouvant sous une pression particulièrement favorable à une émission lumineuse intense par effluve.

On constate de plus que de l'air chargé de ces poussières, dirigé sur un électroscope, le décharge très rapidement.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la répartition des anthocyanidines dans les organes colorés des plantes.* Note de M. **St. Jonesco**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En 1920, M. O. Rosenheim (¹) a publié un travail sur les anthocyanines. Dans ses recherches l'auteur met en évidence l'existence d'une anthocyanidine à l'état libre dans les feuilles jeunes de *Vitis vinifera*. Il a obtenu ce pigment à l'état cristallisé, et il en a étudié tous les caractères.

En 1921, sans avoir connaissance de ce Mémoire, nous avons fait, sur le même sujet, des recherches qui ont porté sur plusieurs espèces de plantes et dont nous avons publié les résultats (²). Rappelons que nous avons trouvé des anthocyanidines, à l'état libre, dans les fruits de *Ruscus aculeatus* et de *Solanum Dulcamara*, dans les feuilles rouges de *Prunus Pissardi* et dans les fleurs de *Papaver* et de *Pelargonium*.

Depuis, nous avons recherché si ce pigment est généralement répandu dans les organes des plantes colorés en rouge, violet ou bleu. Nous avons expérimenté sur les feuilles rouges d'*Ampelopsis*, les feuilles d'un rouge violet de *Betterave*, les tigelles rouges de *Sarrasin argenté*, les fleurs violettes de *Gladiolus* et de *Cobœa scandens*, les fleurs rouge pourpre de *Canna* et d'une variété cultivée de *Rose*; enfin sur les fleurs bleues de *Bleuet* (*Centaurea Cyanus*).

En employant la méthode d'extraction par l'alcool amylique, comme nous l'avions fait précédemment, nous avons obtenu des résultats qui diffèrent suivant la coloration de chaque organe. Dans ces dernières recherches nous n'avons trouvé d'anthocyanidines, comme pigment coloré, que dans les feuilles d'*Ampelopsis* et dans les tigelles rouges de *Sarrasin*. Les anthocyanidines d'*Ampelopsis* présentent, dans l'alcool amylique, une coloration d'un *rouge grenat*, et celles des tigelles de *Sarrasin* une coloration d'un *rose violacé*.

L'extrait acide obtenu avec les autres plantes (Betterave, *Gladiolus*, *Cobœa*, *Canna*, Rose, Bleuet) a toujours une belle coloration rouge, avec des nuances violettes qui varient suivant l'espèce. Mais en lavant par l'alcool amylique ce pigment ne passe qu'en très petite quantité dans l'alcool, et il

(¹) Otto Rosenheim, *Observations on Anthocyanins : I. The Anthocyanins of the young leaves of the grape vine* (*Biochem. Journ.*, t. 14, 1920).

(²) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 168 et 426.

en est retiré entièrement par deux lavages successifs avec de l'eau sulfurique à 7 pour 100. L'alcool amylique garde alors une belle coloration jaune intense.

Cet alcool, coloré en jaune, lavé plusieurs fois avec de l'eau acidifiée et enfin avec de l'acétate de sodium, conserve toujours cette même coloration jaune qui ne s'atténue pas par des lavages successifs à l'eau sulfurique et à l'acétate de sodium. Donc, il y a, dans l'extrait acide primitif coloré en rouge violet, un pigment jaune qui est cédé très facilement à l'alcool amylique.

Après avoir obtenu par filtration l'extrait acide dont nous venons de parler, il reste sur le filtre un résidu formé des débris de plantes mélangés avec du sable et du talc. Si nous traitons ce résidu par l'alcool amylique comme nous avons fait pour la préparation des anthocyanidines, cet alcool se colore en rouge violet. Or, après lavage avec de l'eau sulfurique pour enlever le pigment rouge, il reste dans l'alcool un pigment jaune qui est semblable à celui obtenu précédemment avec l'extrait acide, mais d'une coloration beaucoup plus intense.

Par conséquent, dans les organes étudiés de ces six espèces, il n'existe pas d'anthocyanidines à l'état libre, comme pigment coloré en rouge. Il y a, au contraire, un *pigment jaune intense* qui semble remplacer les anthocyanidines; ce pigment se rencontre, comme elles, à côté du pigment violet ou bleu qui colore divers organes.

Si l'on chauffe avec de l'acide chlorhydrique dilué à 20 pour 100, ce pigment jaune ne se colore pas en rouge, mais accentue seulement l'intensité de sa coloration. Il ne peut donc être considéré comme une pseudo-base d'une anthocyanidine, car on sait que ces derniers corps ont la propriété caractéristique de se colorer en rouge dès qu'ils sont chauffés avec un acide. Pour le moment, nous nous bornons à signaler la présence de ce pigment spécial qui fait partie des corps colorants à l'ensemble desquels on donne le nom d'anthocyane.

Les organes des plantes dans lesquels on rencontre des pigments anthocyaniques peuvent donc être divisés en deux catégories.

I. Certains organes sont d'un *rouge pur* caractéristique : fleurs de *Pelargonium* et de *Papaver*, feuilles rouges d'*Ampelopsis*, tigelles rouges de *Sarrasin*. (Nous faisons rentrer dans cette catégorie les feuilles de *Prunus Pissardi* où la couleur extérieure est d'un rouge brunâtre à cause de la présence de la chlorophylle, mais qui donnent des solutions d'un rouge pur.) Dans ces organes il existe : 1° un *pigment anthocyanique rouge;* 2° un *pigment*

jaunâtre parfois nuancé d'orange pâle qui est une pseudo-base d'anthocyanidine, car chauffé avec l'acide chlorhydrique il se colore en rouge; 3° une *anthocyanidine*, à l'état libre, dont l'existence a été démontrée.

II. D'autres plantes (Betterave, *Gladiolus*, *Cobœa*, *Canna*, Rose, Bleuet) ont des colorations rouge pourpre, rouge violacé ou des colorations bleues. Dans les organes étudiés de ces plantes, il n'y a pas d'anthocyanidines libres, mais seulement un *pigment anthocyanique*, dont la coloration varie suivant chaque espèce de plante, et un *pigment coloré en jaune franc très intense*, qui se dissout dans l'alcool amylique comme les anthocyanidines, mais qui n'est pas une pseudo-base.

En résumé, *les anthocyanidines, en tant que pigment coloré et à l'état libre, n'existent pas dans tous les tissus colorés qui contiennent de l'anthocyane. Elles semblent caractéristiques des organes d'un rouge pur, tandis que l'on trouve à leur place un pigment jaune dans les organes colorés en bleu, en violet ou dans ceux d'un rouge pourpre, chez lesquels les anthocyanidines font complètement défaut.*

PHYSIOLOGIE. — *Influence de l'avitaminose sur la lactation.* Note de MM. E. **Wollman** et **M. Vagliano**, présentée par M. Roux.

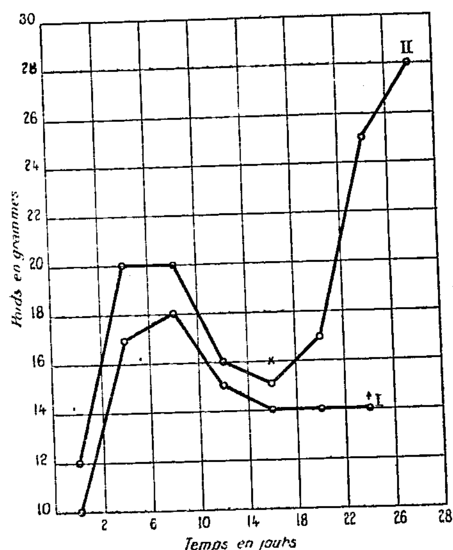
On sait, depuis les recherches de Mc Collum et Simmonds (¹), que les petits rats à la mamelle ne se développent pas lorsque la nourriture de la mère est privée de vitamines. D'après Mc Collum et Simmonds, ce résultat s'expliquerait uniquement par l'absence de vitamines dans le lait, celui-ci étant, par ailleurs, quantitativement et qualitativement suffisant; ils en ont conclu que la nourrice est incapable de faire la synthèse des étamines. Il nous a semblé intéressant d'étudier la question de plus près.

Dans une première expérience un rat blanc femelle, placé sur régime avitaminé (riz glacé, caséine purifiée, mélange salin, — le tout stérilisé à 120°), mettait bas 3 jours plus tard. Les petits furent aussitôt divisés en deux lots de deux rats chaque. Le lot I ne reçoit que du lait de la mère; le lot II, en plus, des vitamines A et B (sous forme d'extraits de levure et de beurre).

La figure montre que pendant une première période de 8 jours environ le développement se fait de façon normale pour les rats des deux lots; puis

(¹) *Amer. Journ. Physiol.*, t. 46, 1918, p. 275.

le poids baisse et cela aussi bien pour les petits rats recevant des vitamines que pour ceux qui en sont privés : au bout de 15 jours il ne reste dans chaque lot qu'un petit. Ce résultat ne s'explique qu'en admettant soit que le lait est devenu insuffisant autrement que par manque de vitamines, soit que les petits à la mamelle sont incapables d'utiliser ces substances sous la forme inaccoutumée sous laquelle elles leur sont fournies. Or, la figure montre qu'en ajoutant (en X) du lait avitaminé ([1]) aux deux lots, la courbe du lot II se redresse aussitôt et redevient normale : les petits rats utilisent donc parfaitement les vitamines qui leur sont fournies. Par contre, le poids du rat I reste stationnaire et l'animal meurt vers le vingt-cinquième jour.



Dans une deuxième expérience un rat femelle placé au régime avitaminé met bas 7 jours plus tard. Les petits rats sont répartis en trois lots recevant chacun, en plus du lait de la mère, du lait avitaminé. Un des lots (I) reçoit, en outre, des vitamines A et B.

Pendant une première période de 8 jours le développement est normal pour les trois lots; à partir de ce moment il se ralentit beaucoup pour les lots II et III (ne recevant pas de vitamines). A partir du vingt-quatrième jour on ajoute de la vitamine A au lot II sans que l'allure de la courbe en soit changée. Au trente-sixième jour les rats du lot III (ne recevant que du

([1]) Passage d'oxygène à chaud (80°) pendant 24 heures et stérilisation à 120°.

lait avitaminé) étant morts on ajoute de la vitamine B au lot II : la courbe de croissance se relève aussitôt pour se rapprocher de la normale.

Ces résultats montrent que :

1° Conformément aux expériences de Mc Collum et Simmonds, la nourrice est incapable de réaliser la synthèse des vitamines de croissance;

2° Mise à un régime avitaminé, elle continue à fournir pendant quelque temps (8 jours environ pour le rat) du lait de qualité et en quantité suffisantes pour assurer le développement des petits. Plus tard, la sécrétion lactée devient insuffisante; cette insuffisance ne porte pas que sur les vitamines, car l'adjonction de celles-ci à l'alimentation ne change rien aux résultats;

3° Les petits rats à la mamelle sont capables, dès les premiers jours de leur vie, d'utiliser les vitamines d'origine étrangère (sous la forme d'extraits de levure et de beurre). Ce fait présente un intérêt pratique au point de vue de l'alimentation du nourrisson.

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'auto-immunisation contre les régimes carencés.* Note (1) de MM. **G. Mouriquand** et **P. Michel** (de Lyon), présentée par M. Widal.

Un certain nombre d'auteurs qui ont reproduit le syndrôme d'Eykman chez le pigeon par l'alimentation exclusive aux graines décortiquées ou stérilisées ont dans certains cas, d'ailleurs assez rares, remarqué le phénomène suivant :

Après une période de paralysie plus ou moins affirmée, on assiste (2), sans que le régime ait été modifié, à une véritable régression des troubles névritiques. On peut ainsi observer plusieurs rechutes successives avec guérison apparente de quelques jours entre chacune d'elles. Tout se passe dans ces cas comme si l'organisme semblait s'immuniser partiellement, passagèrement, contre l'aliment carencé, générateur de troubles nerveux par avitaminose.

Ces faits n'auraient guère retenu notre attention si nous ne les avions retrouvés avec plus de fréquence et de netteté dans un autre syndrôme de carence : le scorbut expérimental.

(1) Séance du 13 juin 1922.

(2) Weill et Mouriquand, *Revue de Médecine*, n° 1, 1916, etc.

A ce point de vue, nos recherches nous ont permis de distinguer deux sortes de scorbut :

Le scorbut aigu (Holst et Frolich), facilement provoqué par une alimentation exclusive aux grains de céréales (orge, avoine, etc.), s'arrête exceptionnellement dans son évolution. Il ne présente donc pas un moyen favorable pour l'étude des phénomènes envisagés ici.

Il n'en est pas de même du *scorbut chronique* que nous sommes arrivés à déterminer presque à coup sûr grâce à une technique plus loin indiquée.

Tous les cobayes atteints de scorbut chronique n'évoluent pas régulièrement vers la cachexie et la mort comme ceux atteints de scorbut aigu. La plupart, après avoir présenté des manifestations scorbutiques typiques, recouvrent un état normal, sans qu'aucun changement ait été apporté à leur régime qui reste rigoureusement celui qui a déterminé les premières manifestations scorbutiques.

Tout se passe dans ces cas comme si l'organisme avait acquis une sorte d'immunité vis-à-vis de l'aliment carencé, comme il l'acquiert vis-à-vis de certaines intoxications ou infections.

Cette immunité est d'ailleurs variable suivant les sujets : dans certains cas, elle est extrêmement prolongée (plus de 100 jours); dans d'autres, on observe des rechutes successives alternant avec des périodes où tous les signes locaux disparaissent pendant 15 jours et plus [1]. Ces périodes d'adaptation s'accompagnent parfois même d'une *restitutio ad integrum* du squelette. Cette adaptation peut être telle que la reproduction s'effectue normalement.

Certaines conditions sont nécessaires pour que puisse s'installer cette sorte d'auto-immunisation plus ou moins durable de l'organisme contre la carence alimentaire. Et tout d'abord il faut, comme nous l'avons déjà indiqué, comme l'a signalé d'autre part H. Godlewski, que le régime ne soit que partiellement carencé.

Dans le régime du type Holst et Frolich (avoine seule) non seulement manque la substance antiscorbutique, mais également certains éléments indispensables à la nutrition, bien spécifiés par Mac Collum : sels minéraux, lipsoluble, amino-acides, etc. C'est donc un régime à carences multiples qui entraîne une déchéance trop rapide de l'organisme pour qu'il lui soit posssible d'apporter la moindre résistance à l'aliment nocif.

Si, comme certains auteurs américains, on ajoute du foin au grain de

[1] *Société de Biologie*, 18 avril 1921.

céréale (avoine + foin ou orge + foin) les manifestations osseuses ne sont guère retardées mais la déchéance générale est moins rapide et moins profonde.

Mais dans ces cas mêmes on n'observe peu ou pas d'arrêt dans l'évolution du scorbut.

Ce régime ne paraît guère être déficient qu'en substance antiscorbutique.

En effet si on lui ajoute de 5^{cm^3} à 10^{cm^3} de jus de citron cru, la nutrition et la croissance des cobayes deviennent normales. Nos animaux à ce régime ont été sacrifiés au 250e jour en pleine santé.

Nous nous sommes demandé si la stérilisation (1 heure et demie à 120°) de ce jus de citron cru n'atténuerait pas son pouvoir antiscorbutique et ne permettrait pas d'obtenir, non plus rapidement mais à longue échéance, un syndrôme scorbutique chez le cobaye.

Holst et Frolich, et nombre d'auteurs après eux, ont pensé que cette stérilisation n'atténuait que peu ou pas la valeur antiscorbutique du jus de citron.

Le fait que nous ayons pu provoquer par l'adjonction de 10^{cm^3} de jus de citron stérilisé au régime foin + orge un scorbut apparaissant vers le 80e jour ou plus tard semble indiquer que les expériences des auteurs précités n'ont pas été assez longtemps poursuivies.

Quoi qu'il en soit, la technique signalée ci-dessus permet d'obtenir tardivement chez le cobaye un scorbut à évolution très lente (la période scorbutique proprement dite a duré dans nos cas de 2 à 8 semaines).

Dans ces cas, la carence ne portait à peu près que sur la substance antiscorbutique (les hydrates de carbone, les albumines, les graisses, le liposoluble, les sels, la substance antinévritique étant apportés par les céréales et le foin).

C'est donc là un type de carence partielle élective permettant longtemps une nutrition voisine de la normale (le poids de la plupart de nos animaux a augmenté jusqu'à une période avancée du scorbut) et une auto-immunisation plus ou moins durable contre l'aliment carencé que paraît interdire les carences multiples.

Ce type de carence est assez exactement reproduit par certains nourrissons mis pendant de longs mois au lait stérilisé et conservé (déficient en antiscorbutique et contenant par ailleurs toutes les autres substances indispensables).

Ces nourrissons opposent souvent au régime scorbutigène une résistance qui a pu faire douter de son pouvoir nocif.

Ils ont eux aussi des périodes de « fléchissement organique » qui peuvent aboutir au scorbut confirmé, mais aussi se traduire par de simples troubles de précarence (Weill et Mouriquand) : anémie, troubles osseux, modifications de la marche qui, dans certains cas, régressent spontanément sans changement de régime par un phénomène d'auto-immunisation de leur organisme comparable à celui qui apparaît avec tant de netteté dans le scorbut chronique expérimental.

L'extension du régime qui survient vers le 9e mois écarte généralement toutes manifestations d'une carence qui dans ses formes frustes échappe au diagnostic du médecin non averti.

Nous ajouterons que chez le cobaye, certaines substances (extrait thyroïdien : *Société de Biologie*, 20 décembre 1920; certains corps gras : *Société de Biologie*, 22 mai 1922), dans des circonstances que nous cherchons à élucider, semblent s'opposer à ces tentatives d'auto-immunisation et précipiter l'évolution du scorbut.

PHYSIOLOGIE. — *Les « donneurs de sang » en médecine vétérinaire.* Note de MM. L. Panisset et J. Verge, présentée par M. E. Leclainche.

Si l'on met en contact des sangs de même espèce, mais provenant d'organismes différents, il peut survenir soit l'agglutination, soit la lyse des hématies. Ces phénomènes ont été particulièrement bien étudiés chez l'homme pendant la guerre (travaux des auteurs américains ; de Jeanbrau, de Giraud, en France, etc.).

A la lumière de ces recherches, on a classé tous les hommes en quatre groupes sanguins (Moss). Nous avons recherché, à notre tour, chez les équidés et chez les bovidés, s'il fallait opérer une discrimination dans le choix des donneurs avant de pratiquer la transfusion du sang. Nous avons donc essayé de reconnaître si ces actions réciproques d'agglutination et d'hémolyse pouvaient survenir dans les organismes animaux avec la même fréquence que dans les organismes humains.

I. *Choix des donneurs chez les équidés.* — Nous avons opéré sur de nombreux sérums et de nombreux globules rouges. La récolte du sérum se fait par les méthodes classiques; l'obtention des hématies résulte des lavages et de la centrifugation du sang défibriné. Les globules, ramenés au volume initial du sang, sont dilués alors au vingtième, en sérum physiologique.

Dans des tubes à agglutination, on place 10 gouttes de la dilution

d'hématies du donneur. On ajoute ensuite, selon les tubes, 10, 20 et 30 gouttes du sérum à essayer, provenant du récepteur. On agite, on laisse au contact une demi-heure et on lit les résultats du point de vue de l'agglutination.

Au bout de 2 heures de contact, on peut apprécier l'hémolyse. Ces deux réactions : agglutination et lyse, sont donc faciles à interpréter *in vitro*.

Ces phénomènes sont rarement observés chez le cheval et il est impossible d'esquisser, comme Moss le fit pour l'espèce humaine, un classement des équidés en plusieurs groupes. Les sérums normaux équins agglutinent peu les globules rouges équins : 21 fois seulement sur 171 essais, et toujours cette floculation est légère.

Bien plus, un sérum d'âne et un sérum de mulet ne présentèrent que rarement, dans nos expériences, la qualité agglutinante à l'égard des hématies de cheval (4 fois sur 23 essais). Encore est-il nécessaire d'ajouter que cette hémoagglutination fut toujours peu marquée.

Il nous apparaît par conséquent à peu près inutile, et une longue expérimentation clinique avait confirmé par avance ces recherches théoriques, de se préoccuper des actions réciproques d'agglutination et de lyse chez le cheval et de pratiquer de tels essais avant de transfuser.

Cependant, il est bon de se méfier lorsque le sujet récepteur a déjà été transfusé plusieurs fois. Nous possédons au laboratoire un cheval ayant reçu du sang citraté homologue à maintes reprises. L'étude des pouvoirs agglutinant et lytique de son sérum à l'égard d'hématies de sujets sains a mis en évidence des actions manifestes agglutinantes et hémolytiques. Il semble donc qu'en ces cas, mais en ces cas seulement, la recherche des épreuves révélatrices soit indiquée; si ces essais sont impossibles, on tâtera la sensibilité du récepteur par la méthode de Besredka des injections subintrantes.

II. *Choix des donneurs chez les bovidés.* — Nous avons appliqué aux bovidés les procédés qui précèdent. Mais, dans cette espèce, aussi bien entre les individus de même race qu'entre les organismes de races différentes, on observe des manifestations typiques d'agglutination et de lyse.

Certains sérums agglutinent tous les globules rouges qui leur sont présentés, même leurs propres hématies. Ces animaux sont dès lors particulièrement sensibles aux transfusions.

Cette fréquence relative des actions agglutinantes et lytiques chez les bovidés expliquerait peut-être pourquoi les transfusions sanguines sont parfois si dangereuses ici. Et les symptômes qui traduisent au dehors l'in-

toxication de l'organisme transfusé : dyspnée, œdème aigu du poumon, collapsus cardiaque, hémoglobinurie..., sont sans doute le fait des poisons hémolytiques.

Quoi qu'il en soit, sur 36 expériences effectuées en notre laboratoire, 15 fois — soit environ 1 fois sur 2 — l'agglutination des hématies fut intense.

Est-ce à dire qu'il faille rejeter la transfusion du sang citraté chez le bœuf? Nous ne le croyons pas; d'ailleurs, les observations de Desliens, de Van Saceghem prouvent que la méthode est souvent inoffensive. Mais, au moment de pratiquer l'opération, on ne sera jamais assuré de sa bénignité; on redoutera toujours une issue fâcheuse chez le récepteur, et le praticien devra être prêt à parer à toute éventualité.

En résumé, les dangers de l'agglutination et de l'hémolyse sont peu à craindre chez le cheval. Ils apparaissent beaucoup plus redoutables chez le bœuf, mais il sera toujours possible de les éviter en pratiquant, avant toute transfusion, les épreuves simples que nous venons d'indiquer.

PROTOZOOLOGIE. — Gregarina Sænuridis *Köll. et son hôte.* Note de M. **Jean Delphy**, présentée par M. F. Mesnil.

Cette Grégarine a été décrite et fort bien figurée par Kölliker en 1848 [1] et n'a jamais été revue depuis, autant que je sache (mais j'ai tout lieu de croire qu'il en est bien ainsi). Elle est cependant extrêmement abondante, au moins sur les côtes de la Hougue et notamment de l'île Tatihou, dans un Lombricien limicole *marin*, lui-même très abondant. Dans un lot de 150 individus de ce ver, pris absolument au hasard et rapidement examinés, j'en compte au moins 123 certainement parasités, soit 82 pour 100. Je m'en tiendrai dans la présente Note aux observations qui peuvent être faites sur le vivant, soit *in situ*, soit après dilacération sur lame, et qui permettent déjà de préciser certains points.

I. L'hôte, nommé par Kölliker « *Sænuris variegata* Hoffm. (*Lumbricus variegatus* O. Müll.) », est le *Pachydrilus verrucosus* Clap. L'identité parfaite de divers stades de la Grégarine avec la description et les figures de Kölliker, la spécificité absolue de ce parasite vis-à-vis de son hôte, ne peuvent laisser aucun doute à cet égard.

---

[1] *Zeitschr. f. wiss. Zool.*, I, 1, p. 12-16, fig. 21-28 (pl. II et III).

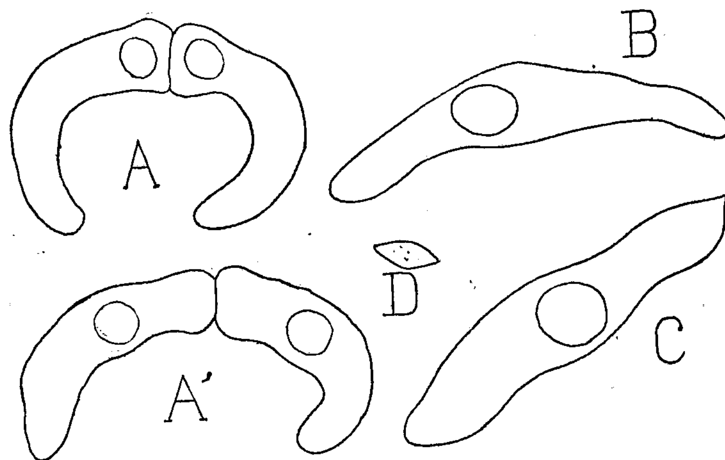
II. Il n'est pas exact que le parasite soit confiné aux organes génitaux mâles des plus grands individus de l'hôte.

Quel que soit leur âge, tous les Pachydriles verruqueux peuvent être atteints. Certains d'entre eux ont leur cavité générale bourrée de kystes presque d'un bout à l'autre de leur corps. Toutefois, je n'ai jamais observé de trophozoïtes en avant des organes génitaux; les kystes sont plus rares dans cette région qu'ailleurs, mais on en peut trouver, quoique rarement, jusque dans le tritoméride, à proximité même du cerveau.

III. Dans un lot de Pachydriles parasités, les individus qui présentent des trophozoïtes forment toujours une très faible minorité.

Comme le supposait justement Kölliker, on trouve des Grégarines toute l'année. Il ne paraît pas y avoir d'époque particulièrement favorable à leur développement. Dans un même ver, toutes les Grégarines sont très généralement à peu près au même stade. La rareté des trophozoïtes tient certainement à ce que le parasite en question ne reste que peu de temps en cet état.

IV. Quand on en trouve, les trophozoïtes sont très souvent en syzygie en



Toutes les figures à la chambre claire.
A, B, C : × 200 environ; D : × 600 environ.

opposition (*fig.* A, A'). Suivant que l'union des deux individus, toujours de tailles légèrement différentes, est plus ou moins solide, leurs noyaux sont plus ou moins rapprochés l'un de l'autre. Ce n'est certainement là que la phase finale de la vie végétative, prélude à la conjugaison, à l'enkystement et à la sporulation.

En effet, on trouve, dans des cas favorables, des individus isolés, complètement libres dans la cavité générale (*fig.* B). Dans ceux-ci, il peut arriver, mais il est rare, que le noyau occupe une position centrale; le plus souvent il est un peu plus près de l'une des extrémités.

Enfin on trouve encore des individus isolés presque complètement libres dans la cavité générale de l'hôte, mais dont l'une des extrémités, enfoncée entre les cellules chloragogènes jusqu'au niveau de l'épithélium intestinal, est fixe. Le noyau est toujours alors plus près de cette extrémité. Quand on met de tels individus en liberté par dilacération, on voit que l'extrémité proche du noyau est munie d'un véritable épimérite épi- et sarcocytique (*fig.* C).

Ces derniers individus, ainsi que les individus accouplés, ne se déforment pas sensiblement quand ils sont mis en liberté dans l'eau de mer, tandis que les individus B y subissent une plasmolyse assez rapide. Il arrive assez fréquemment qu'en libérant des individus en syzygie, on les sépare; mais on n'en trouve jamais de tels *in situ*.

V. Ainsi donc, la *Gregarina Sænuridis* Köll. passe par un stade *Monocystis*, puis par un stade *Zygocystis*. Dès 1848, effectivement, A. von Frantzius la rapporta à ce dernier genre, d'autant plus que Kölliker ne l'avait décrite qu'à ce stade et aux stades ultérieurs.

VI. Comme l'a bien démontré Ed. Hesse (1909)(¹), elle est très différente de l'*Urospora Sænuridis* Ray Lankester, parasite du Tubifex des ruisseaux. Ses spores (*fig.* D) ne sont en effet pas appendiculées et rappellent, en plus petit, celles de la *Monocystis Michælseni* Edm. Hesse.

VII. Il semble bien qu'il puisse y avoir des enkystements solitaires et il y a certainement des enkystements doubles sans conjugaison, mais ces cas, surtout le premier, sont en somme assez rares.

VIII. Dans aucun des stades ici envisagés, la Grégarine du Pachydrile verruqueux n'est animée de mouvements propres.

IX. Les mêmes vers ou des individus qui paraissent indemnes de Grégarines peuvent héberger dans l'intestin l'*Anoplophrya Pachydrili* (Clap.) et *dans le cœlome* une nouvelle *Anoplophrya* que je décrirai très prochainement sous le nom d'*A. elongata*.

(¹) Cet auteur, qui n'a pas observé la *Zygocystis Sænuridis*, lui donne pour hôte le *Lumbriculus variegatus* Müll., trompé par une synonymie illusoire et fallacieuse.

PARASITOLOGIE. — *Étude de quelques cas simples de parasitisme cyclique chez les insectes entomophages.* Note de M. **W.-R. Thompson**, présentée par M. P. Marchal.

Dans des Notes antérieures [1] je me suis contenté de développer les formules qui représentent à mon sens ce qu'il y a d'essentiel dans le phénomène du parasitisme cyclique. Il faudra étudier plus tard un certain nombre de modalités du processus, qui résultent de l'intervention de facteurs non encore considérés. Car, par suite de la multiplicité et de l'irrégularité dans l'action des facteurs agissant dans la nature, le phénomène du parasitisme cyclique doit être toujours plus ou moins déformé, quelquefois méconnaissable. Cependant, toute étude entreprise sur ce phénomène doit nécessairement avoir comme point de départ la considération approfondie des cas les plus simples, où les facteurs essentiels entrent seuls en jeu. Il paraît logique, en effet, d'admettre que ces cas constituent des moyennes autour desquelles se produisent les variations que nous constatons dans la nature. Et s'il en est ainsi, nous aurons plus de chances de faire œuvre utile, en essayant de comprendre les divers aspects du mouvement idéal, qu'en étudiant avec minutie n'importe quel cas spécial s'écartant notablement de la moyenne, bien qu'il puisse se rencontrer plus fréquemment dans la nature.

Parmi les conclusions que l'on peut tirer de l'étude des formules, il en est que la simple réflection rendent assez évidentes. J'ai tenu néanmoins à les justifier en partant d'une base théorique bien définie.

Prenons d'abord les équations qui donnent le nombre d'hôtes et le nombre de parasites dans la $t^{\text{ième}}$ génération lorsque $n =$ le nombre initial d'hôtes, $p =$ le nombre initial de parasites, $h =$ la puissance reproductrice de l'hôte par génération, $s =$ la puissance reproductrice du parasite par génération, ls et lh le nombre total de parasites et d'hôtes produit par génération, la proportion des sexes étant la même chez l'un et l'autre. Soit donc

$$H_t = n h^t l - pshf \left\{ \frac{s^{t-1} - h^{t-1}}{s - h} \right\},$$
$$P_t = p s^t l.$$

Mettons $n = 1000$, $p = 10$, $s = 3$, $h = 2$, $l = 2$, nous aurons alors les valeurs suivantes pour H et P :

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 1201 et 1433.

t...	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
H_t..	4000	7880	15 400	29 720	56 200	102 680	176 200	264 920	267 400	0
P_t..	60	180	540	1 620	4 860	14 580	43 740	131 220	393 660	

Comme le faisait remarquer P. Marchal dans une Note, présentée à la Société de Biologie en 1897 (1), où il voyait déjà nettement ce qu'il y a d'essentiel dans le phénomène du parasitisme cyclique, l'espèce parasite présente une courbe d'évolution numérique qui lui est propre et qui côtoie celle de l'hôte pendant la période ascendante; il arrive un moment où la courbe du parasite rencontre celle de l'hôte et il en résulte une chute brusque verticale des deux courbes confondues qui marquerait l'extermination de l'hôte entraînant celle du parasite, si l'hôte ne possédait pas une grande variabilité dans la durée nécessaire au développement de l'individu; grâce à cette variabilité il y a toujours des réserves échappant, en majeure partie, à l'action destructive des parasites et permettant à l'espèce de reprendre sa progression, après être descendue à un taux numérique très bas.

Dans un cas de parasitisme cyclique, comme le fait voir l'étude des chiffres donnés, la présence du parasite n'empêche pas l'hôte de s'accroître; il devient même de plus en plus nuisible pendant un temps considérable; puis peut rester en nombre stationnaire, deux générations dans le cas examiné; le maximum d'abondance est alors atteint; mais, à ce moment, brusquement s'accomplit le résultat du travail parasitaire, l'hôte disparaît presque complètement; après quoi il peut rester à l'état relativement inoffensif pendant une longue période, comme on l'a démontré pour certains insectes nuisibles.

Dans son travail sur l'utilisation des insectes auxiliaires entomophages P. Marchal fait ressortir aussi cette particularité du phénomène dont il s'agit en donnant plusieurs exemples saisissants de la disparition d'un insecte au moment où il a atteint son maximum d'abondance (2).

A l'inverse des méthodes de lutte directe par les moyens mécaniques et chimiques, qui déterminent chaque année une diminution nette et perceptible du nombre de l'insecte nuisible, et apportent au cultivateur un soulagement appréciable, mais en général d'effet passager, l'utilisation des parasites entomophages peut ne donner aucun résultat évident, pendant un temps assez long; mais, lorsque son effet se produit, il dépasse tout ce qu'il

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 10e série, t. 4, n° 4, p. 129 et 130; Paris, 1897.

(2) *Ann. Inst. Nat. Agr.*, 2e série, vol. 6, pl. II; Paris, 1907.

est possible d'accomplir par les moyens mécaniques et, dans la plupart des cas, le soulagement déterminé est de longue durée.

Pendant toute cette période d'attente, si la multiplication du parasite n'empêche pas celle de l'hôte, et ne donne aucun résultat perceptible à l'observateur ordinaire, il n'en est pas moins vrai qu'elle a un effet utile en déterminant un ralentissement dans la multiplication de l'hôte. Ainsi, à côté des valeurs pour H_t que nous avons obtenues dans la table ci-dessus, mettons celles de l'équation

$$H_{t_1} = nh^t l$$

qui représente le cas où l'hôte se reproduit librement. Nous avons alors :

t.....	1.	2.	3.	4.	5.
H_t.....	4 000	7 880	15 400	29 720	56 200
H_{t_1}....	4 000	8 000	16 000	32 000	64 000

t.....	6.	7.	8.	9.	10.
H_t....	102 680	176 200	264 920	267 400	0
H_{t_1}....	128 000	256 000	512 000	1 024 000	2 048 000

Ceci nous fait voir que dans le cas où la présence du parasite n'empêche pas l'hôte de progresser en nombre et en activité destructive, elle produit au moins un léger ralentissement de cette augmentation, ce ralentissement pouvant à un certain moment aboutir à l'anéantissement de l'hôte. Il serait facile de montrer, par la simple étude des équations, que cette affirmation a une valeur générale.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Vaccine et néoplasmes.*

Note de MM. C. **Levaditi** et S. **Nicolau**, présentée par M. Roux.

Il nous a été possible de cultiver le virus vaccinal pur [neurovaccine (1)] dans les néoplasmes épithéliaux du rat et de la souris (2). Cette Note a pour objet l'exposé de nos résultats concernant les rapports entre ce virus et les cellules néoplasiques des cancers et des sarcomes expérimentaux.

1° *Épithéliome.* — Nous nous sommes servis de tumeurs épithéliales du rat et de la souris, mises aimablement à notre disposition par M. Regaud et

(1) Levaditi et Nicolau, *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 870.

(2) Levaditi et Nicolau, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 778, et *C. R. Soc. de Biol.*, t. 86, 1922, p. 928.

M^{lle} Ledebt. Lorsqu'on injecte dans un néoplasme bien développé, $0^{cm^3},2$ à $0^{cm^3},4$ d'une émulsion stérile de neurovaccine, on constate, les jours suivants, une augmentation du volume de la tumeur. Excisée du 6^e au 10^e jour et inoculée sur la peau d'un lapin neuf, cette tumeur provoque une éruption vaccinale intense et confluente. Il s'ensuit que le *virus vaccinal se cultive abondamment dans les néoplasmes épithéliaux du rat et de la souris*.

2° *Sarcome*. — Il n'en est pas de même du sarcome. La vaccine, inoculée dans une tumeur sarcomateuse (mêmes espèces animales) y est totalement détruite, ou bien y végète mal. Chez la souris, le sarcome se montre du cinquième au dixième jour, stérile ou très faiblement virulent pour le lapin. Dans la tumeur sarcomateuse du rat, la pullulation du germe est plus marquée que chez la souris, quoique de beaucoup plus faible que dans l'épithéliome de la même espèce animale.

L'épithéliome et le sarcome se comportent donc différemment quant à leur affinité pour le virus vaccinal : *le cancer, d'origine ecto-endodermique, constitue un excellent milieu de culture, tandis que le sarcome, d'origine mésodermique, empêche le développement du germe de la vaccine*.

3° Le résultat est le même si, au lieu d'injecter la neurovaccine dans la tumeur, on l'inocule dans *la circulation générale* d'un rat porteur de néoplasme. Deux rats cancéreux reçoivent la vaccine dans la veine caudale et sont sacrifiés 6 et 8 jours après. La tumeur, ainsi que certains organes, sont inoculés sur la peau rasée de lapins neufs. *Le testicule et le poumon se montrent l'un stérile, l'autre très pauvre en germes, tandis que l'épithéliome renferme une riche culture vaccinale*. Par contre, chez un rat femelle, porteur d'un volumineux sarcome et injecté de la même manière, *l'ovaire contenait de nombreux éléments vaccinaux, alors que le néoplasme sarcomateux en était totalement dépourvu*.

Il s'ensuit que, même lorsque la vaccine est introduite dans le sang, les tumeurs d'origine embryonnaire diverse se comportent différemment à son égard : l'épithéliome l'absorbe, s'en imprègne et facilite sa culture, alors que le sarcome la détruit, sans pour cela entraver son développement dans l'ovaire du même animal. Ces données confirment l'affinité spécifique du virus vaccinal pour les cellules ecto-endodermiques et germinatives, en état de prolifération karyocinétique intense, contrastant avec l'affinité nulle de ce virus pour les tissus mésodermiques (Levaditi et Nicolau).

4° Dans la plupart des cas (4 fois sur 7 chez la souris, 3 fois sur 3 chez le rat), *le cancer épithélial, inoculé de vaccine, perd définitivement ses propriétés de greffe*. Malgré la présence de cellules néoplasiques vivantes

(mitoses abondantes), l'épithéliome, riche en virus, greffé sur plusieurs animaux neufs (5 à 6), ne se reproduit plus. Le greffon se nécrose et finit par se résorber. Mais dans d'autres cas, plus rares, la tumeur réussit à se développer par greffe. Quelle est alors la sensibilité des greffons à l'égard du virus vaccinal? L'expérience prouve que les éléments néoplasiques de ces greffons continuent à être réceptifs [1]. Ils n'ont acquis aucune immunité antivaccinale, et ceci est vrai, non seulement pour les greffes de seconde et de troisième génération, mais aussi pour les premiers greffons.

Cette persistance de la réceptivité permet d'arrêter les greffes successives d'un épithéliome, lorsque l'arrêt n'a pu être obtenu d'un seul coup. Nous avons réussi à réaliser cette stérilisation en faisant agir la vaccine sur les greffons de la seconde ou de la troisième génération [2].

5° L'épithéliome qui, pendant un certain temps, vit en symbiose avec la vaccine, finit par se ramollir, se nécroser et s'éliminer. Certains animaux, guéris de leur tumeur, meurent en général d'infection secondaire. Toutefois, nous avons obtenu dans trois cas (épithéliome du rat) la guérison définitive, en injectant la vaccine dans la circulation générale, 2 et 13 jours après la greffe.

6° Lorsqu'on greffe l'épithéliome à un rat *vacciné par la peau contre la vaccine*, la tumeur se développe normalement. L'expérience prouve qu'une telle tumeur ne tolère plus la culture du virus : ensemencée abondamment, elle se montre avirulente pour le lapin. Or il n'en est pas de même de ses greffons : ceux-ci récupèrent vite leur réceptivité. Tout se passe comme si *les éléments néoplasiques qui se développent dans un organisme immunisé lui empruntaient ses qualités réfractaires aussi longtemps qu'ils sont hébergés par lui. Sitôt qu'ils changent d'hôte pour donner lieu à de nouvelles générations de cellules-filles, l'immunité d'emprunt cesse; les cellules retrouvent leur sensibilité initiale.*

D'autre part, chez le rat, un épithéliome qui, au cours de son évolution, a reçu deux injections de vaccine en l'espace de 24 jours, est encore sensible au même virus injecté une troisième fois, le trentième jour (culture abondante). Il s'ensuit que, dans un espace de temps largement suffisant pour la création de l'immunité cutanée chez un animal neuf, le cancer n'a pas acquis d'état réfractaire propre. Ce fait, rapproché des précédents, montre que *les néoplasmes ont une vie à part assez différente de celle des tissus de l'organisme-hôte. Ils sont incapables d'acquérir l'immunité, comme le font l'épiderme, la cornée ou le cerveau des animaux neufs.*

---

(1) Certaines de ces greffes peuvent contenir des quantités appréciables de la vaccine injectée dans la tumeur mère.

(2) L'expérience réussit moins bien avec le sarcome.

CONCLUSIONS. — 1° *L'origine embryologique des néoplasmes domine leur affinité pour la vaccine : les tumeurs épithéliales ecto-endodermiques permettent la culture du virus vaccinal, à l'encontre des tumeurs sarcomateuses mésodermiques qui, elles, détruisent ce virus.*

2° *La vaccine fait perdre aux cellules néoplasiques épithéliales leur pouvoir de greffe.*

3° *L'épithéliome, contaminé par la vaccine, subit une excitation néoformative avant de se ramollir, de se nécroser et de s'éliminer.*

4° *La cellule cancéreuse emprunte à l'organisme qui l'héberge l'état réfractaire vaccinal conféré à ce dernier. Elle est cependant incapable de se vacciner pour son propre compte, ce en quoi elle diffère des éléments cellulaires normaux.* Il s'ensuit que *toute cellule qui, pour des raisons encore inconnues, devient élément néoplasique, acquiert, de par ce fait, des aptitudes nouvelles.*

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 JUIN 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 23 juin 1922, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Ch. Gravier** pour occuper, dans la Section d'Anatomie et Zoologie, la place vacante par le décès de M. *Ranvier*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Charles Gravier** prend place parmi ses Confrères.

M. **Maurice d'Ocagne** donne lecture d'une notice sur la vie et les travaux de *Jules Carpentier*, Académicien libre.

CYTOLOGIE. — *Recherches sur la structure de la cellule dans les* Iris. Note (¹) de M. **P.-A. Dangeard**.

Le cytoplasme de la cellule végétale renferme toujours d'après mes observations antérieures trois systèmes distincts d'éléments figurés (²) :

1° Le *vacuome*, formé par les métachromes et les vacuoles ordinaires : ce système donne naissance aux corpuscules métachromatiques, à l'anthocyane et aux tanins;

(¹) Séance du 19 juin 1922.

(²) P.-A. Dangeard, *Sur la distinction du chondriome des auteurs en vacuome, plastidome et sphérome* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1005).

2° Le *plastidome*, constitué par l'ensemble des plastes, mitoplastes, amyloplastes, chloroplastes, etc., dont la fonction est de produire les pigments chlorophylliens et l'amidon;

3° Le *sphérome*, comprenant de nombreux globules d'aspect réfringent : ce sont les microsomes qui au moins dans certains cas paraissent en relation avec la production de substances oléagineuses.

Cette distinction était importante, car elle allait à l'encontre d'une théorie séduisante qui admettait que les diverses sécrétions de la cellule, corpuscules métachromatiques et amidon, anthocyane et chlorophylle, huile, tanin et glycogène provenaient d'un seul élément, la *mitochondrie*, susceptible de se transformer en *chondriocontes* et *chondriomites*.

Cette théorie est maintenant abandonnée : quelques-uns de ses anciens partisans essaient encore cependant de conserver la notion du chondriome, en réunissant sous ce nom les éléments du plastidome et ceux du sphérome qu'ils désignent indifféremment sous le nom de mitochondries et de chondriocontes; ils invoquent comme prétexte que ces éléments se colorent de la même façon avec certaines méthodes histologiques dites mitochondriales.

Cette opinion pouvait à la rigueur se soutenir à l'époque encore récente où l'on ignorait que ces éléments n'ont au cours du développement de la plante aucune relation d'origine ou de parenté : comme cette indépendance est maintenant bien établie (¹), l'expression de chondriome n'a plus aucun sens lorsqu'il s'agit de la cellule végétale : à deux formations cellulaires indépendantes, il faut deux noms différents; à deux catégories d'éléments distincts qui se transmettent parallèlement dans les cellules au même titre que les noyaux, la désignation commune de mitochondries et de chondriocontes, voire de chondriomites ne saurait que perpétuer la confusion sans profit.

Le genre *Iris* se prête merveilleusement à une étude d'ensemble du *plastidome* et du *sphérome*, ainsi que je vais essayer de le montrer dans cette Note :

Feuilles adultes. — Prenons une feuille d'*Iris germanica* par exemple; enlevons avec la pointe d'un scalpel un lambeau d'épiderme : ce lambeau emporte presque toujours avec lui une assise intacte des cellules sous-jacentes du mésophylle. Il nous est loisible alors d'étudier, sur le vivant, trois sortes de cellules qui présentent des caractères différents : *cellules*

(¹) P.-A. Dangeard, *Plastidome, vacuome et sphérome dans* Selaginella Kraussiana (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 301).

vertes du mésophylle, *cellules épidermiques incolores*, *cellules vertes stomatiques*.

Dans les *cellules vertes du mésophylle*, le *plastidome* est constitué par de gros plastes situés d'ordinaire au contact de la membrane : ils sont aplatis en disques et imprégnés de chlorophylle : ces *chloroplastes*, pour la plupart, montrent, à leur surface, un ou plus rarement deux globules oléagi-

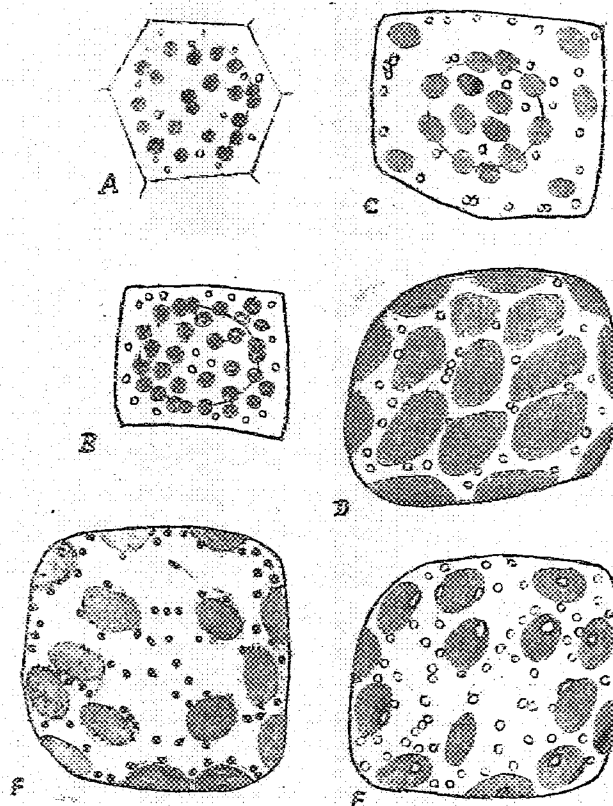


Fig. 1. — Plastidome et sphérome dans les cellules du mésophylle de la feuille d'*Iris germanica*.

neux (*fig.* 1, E); quelquefois, en pleine période végétative, ils renferment de nombreuses granulations oléagineuses.

Dans ces mêmes cellules vertes du mésophylle, le *sphérome* est formé de nombreuses sphérules incolores de moyenne réfringence, toutes de même grosseur (*fig.* 1, E) : ce sont les *microsomes* qui, à l'encontre des plastes, ne peuvent être caractérisés sur le vivant que par leur forme : ce sont, si l'on veut, des *sphérosomes*.

Le cytoplasme des cellules du mésophylle forme sous la membrane une

couche mince qui est reliée à celle qui entoure le noyau par de fins cordons qui se déplacent et se déforment plus ou moins rapidement : c'est dans ces cordons que circulent continuellement les microsomes, comme s'ils étaient emportés par un courant; ces cordons peuvent s'étaler en nappe pour se reconstituer ensuite sous d'autres formes.

Le transport des chloroplastes d'un point à un autre de la cellule est beaucoup plus difficile à observer directement : ces éléments n'ont comme les microsomes qu'un rôle passif, mais leur grosseur est un obstacle à leur circulation normale à l'intérieur des cordons cytoplasmiques : ce sont ces derniers qui, en se contractant et aussi en changeant de place comme les pseudopodes d'une amibe, les amènent d'un point à un autre de la cellule : en réalité, les chloroplastes ne sont pas, comme on l'enseigne parfois, des éléments phototactiques : ils sont entraînés passivement, par exemple quand ils semblent quitter une face trop éclairée, pour se réfugier sur une autre qui l'est moins.

Examinons maintenant les *cellules épidermiques :* celles-ci sont très allongées et incolores.

Le *plastidome* est constitué, dans ces cellules, par des plastes incolores qui ont fréquemment la forme de rubans plus ou moins contournés : ce sont au point de vue de la forme des *mitoplastes* (*fig.* 2, E) : ils renferment de nombreux petits globules oléagineux, ce qui en fait des *mitoplastes* oléifères. La question de la forme des plastes est d'ailleurs tout à fait secondaire car, il en existe, dans les cellules épidermiques, particulièrement à la base de la feuille et à sa face interne de complètement sphériques qui sont également bourrés de granulations graisseuses (*fig.* 2, F).

Le *sphérome* montre de très nombreux microsomes un peu plus petits en général que ceux des cellules du mésophylle : ils paraissent aussi plus réfringents : leur mouvement de circulation à l'intérieur des trabécules ou des cordons cytoplasmiques est également plus rapide que dans les cellules du mésophylle (*fig.* 2, E, F).

Les *cellules stomatiques* possèdent des caractères particuliers : elles renferment des chloroplastes arrondis, contenant des grains d'amidon : le sphérome ressemble à celui des autres cellules et montre de nombreux microsomes.

La distinction des plastes amylifères et des plastes oléifères se fait facilement à l'aide de la solution iodée et de l'acide osmique : il est beaucoup plus délicat d'établir l'origine des globules d'huile de taille variable qui existent parfois dans le cytoplasme des feuilles adultes.

En ce qui concerne les cellules du mésophylle atteintes d'une sorte de

dégénérescence graisseuse, il semble que ces globules se détachent de la surface des chloroplastes pour émigrer dans le cytoplasme où ils peuvent se fusionner en corpuscules plus gros. Il en est de même pour les cellules épidermiques, avec cette différence que les mitoplastes sont parfois envahis et déformés par des corpuscules oléagineux, les uns très gros, les autres plus petits : un plus ou moins grand nombre sont abandonnés dans le cytoplasme. L'origine de l'huile est certainement différente dans les cellules

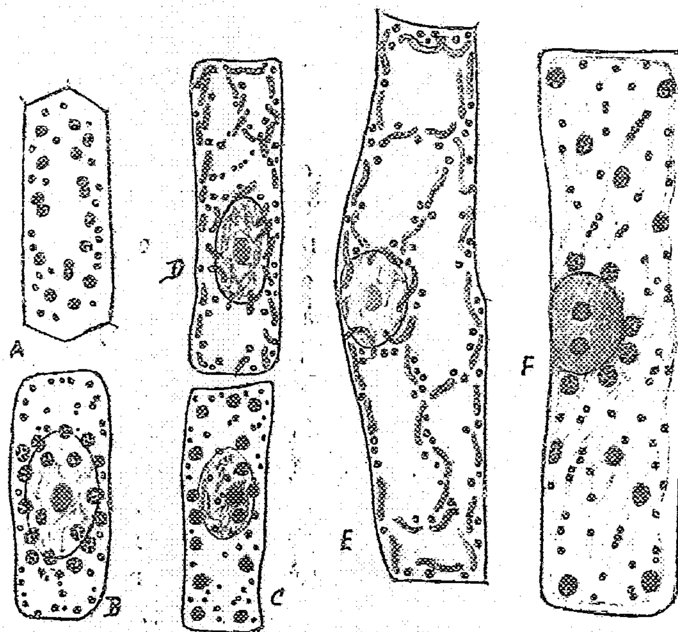


Fig. 2. — Plastidome et sphérome dans les cellules épidermiques de la feuille d'*Iris germanica*.

stomatiques, car les plastes y renferment toujours de l'amidon : à voir toutes les transitions qui relient ces globules aux microsomes, on pourrait croire que ce sont ces derniers qui subissent eux-mêmes la dégénérescence graisseuse.

Cette étude, faite sur la cellule vivante, nous a fourni des détails très précis sur les éléments qui y sont contenus : complétons par l'emploi des méthodes dites à tort mitochondriales. Depuis longtemps, ainsi que je l'ai indiqué, j'emploie la méthode de coloration à l'hématoxyline ferrique après fixation au liquide de Regaud, ou au liquide de Laguesse. Cette dernière fixation a mes préférences, car j'ai observé qu'avec le fixateur Regaud, les éléments du sphérome se déforment fréquemment et se présentent alors

sous l'aspect de bâtonnets et même de filaments : ce dernier cas peut se produire par fixation défectueuse avec une chaînette de plusieurs sphérosomes au contact : c'est sans doute ce qui explique l'erreur de plusieurs chondriomistes qui, parmi leurs « mitochondries inactives », ont fréquemment décrit des filaments qu'ils désignent sous le nom de *chondriocontes : en réalité, la forme normale des microsomes est celle d'une boule de billard et la seule déformation constatée est celle en court bâtonnet.*

Dans les préparations fixées avec le liquide de Laguesse et colorées par l'hématoxyline ferrique, les plastes et les microsomes se voient avec une netteté admirable, par le fait même que les uns et les autres sont colorés en noir intense sur le fond incolore du cytoplasme (*fig.* 1, F) : ces éléments partagent donc, avec le noyau, un pouvoir électif considérable. On admet, en histologie, que cette propriété élective est due à la présence d'une substance particulière, la *chromatine*, qui jouerait un grand rôle dans la cellule; mais, tandis que la chromatine du noyau et des plastes, tantôt s'accumule, tantôt disparaît plus ou moins, il semble qu'elle reste toujours extrêmement abondante dans les microsomes qui sont à cet égard de véritables *chromatinosomes permanents*. La fonction des microsomes, encore inconnue, me semble liée à un échange réciproque de chromatine avec le cytoplasme, s'effectuant, grâce à la circulation active de ces éléments, dans l'ensemble de la cellule; je pense aussi que, dans certains cas, ces éléments peuvent subir une dégénérescence graisseuse.

Feuilles jeunes. — L'étude des jeunes feuilles présente un grand intérêt au point de vue du métabolisme cellulaire : j'ai pu en examiner un grand nombre depuis la longueur de 1^{mm} jusqu'à celle de 10^{cm} environ.

Dans les *cellules épidermiques* de toutes ces feuilles, on ne rencontre jamais d'amidon et les plastes deviennent de bonne heure oléifères (*fig.* 2, B) : ils contiennent de petites gouttelettes oléagineuses; on les distingue alors facilement des microsomes : ils sont fréquemment groupés autour du noyau, mais se dispersent vite d'une façon irrégulière dans la cellule; dans des feuilles qui n'ont encore que 2^{mm} à 5^{mm}, certaines cellules ne renferment que des plastes filamenteux ou *mitoplastes* (*fig.* 2, D); d'autres cellules ne contiennent que des plastes arrondis ou *sphéroplastes* (*fig.* 2, C); dans quelques-unes, *mitoplastes* et *sphéroplastes* sont mélangés.

Les microsomes présentent dans l'épiderme de ces jeunes feuilles leurs caractères ordinaires : leur déplacemennt à l'intérieur du cytoplasme peut s'observer de très bonne heure.

La distinction des plastes et des microsomes au sommet des jeunes

feuilles présente parfois sur le vivant une réelle difficulté, parce que les plastes ont encore une structure homogène comme les microsomes : on arrive cependant à reconnaître les plastes à leur taille un peu plus grande (*fig.* 2, A) : partout ailleurs, aucune confusion n'est possible, car les plastes deviennent granuleux et oléifères; après fixation et coloration, cette difficulté n'existe plus au même degré.

L'évolution des plastes *dans les cellules du mésophylle* est plus compliquée : dans les feuilles de 1^{mm}, la plupart sont homogènes tout au moins vers le sommet (*fig.* 1, A) : mais, vers la base, on rencontre presque toujours déjà une zone amylifère : l'amidon apparaît ensuite dans la partie subapicale : dans les feuilles de 2^{mm} à 3^{mm}, il existe en général de nombreux amyloplastes vers le sommet et vers la base de la feuille; sur les feuilles de 1^{cm} les amyloplastes sont nombreux partout : chaque cellule en renferme 40 à 60 entourant le noyau (*fig.* 1, B).

Sur les feuilles de 1^{cm} à 10^{cm}, on assiste à la disparition progressive de l'amidon dans les cellules du mésophylle : les amyloplastes persistent seulement vers la base : sur une feuille de 3^{cm} à mi-hauteur, on peut rencontrer des cellules ayant 60 ou 80 plastes encore remplis d'amidon en granules, mais présentant déjà une teinte verdâtre : au même niveau, sur une feuille de 8^{cm}, on voit ces plastes encore groupés autour du noyau qui ne possèdent plus d'amidon (*fig.* 1, C), mais dont la teinte jaune verdâtre est plus accentuée : vers le sommet de cette même feuille, les cellules du mésophylle contiennent des chloroplastes ordinaires aplatis, disposés sous la membrane (*fig.* 1, D) : sur des feuilles de 10^{cm} on peut constater que ces chloroplastes, comme dans les feuilles adultes, ont déjà, à leur surface, un ou deux corpuscules oléagineux (*fig.* 1, E).

BOTANIQUE. — *Sur l'hérédité acquise.* Note de M. J. COSTANTIN.

Quelques conséquences découlent d'une des plus remarquables conceptions de Noël Bernard qu'une recherche récente vient de confirmer [1] : dans les espèces vivaces, l'association avec les champignons souterrains produit une symbiose durable et stable; chez les espèces annuelles, au contraire, le consortium ne s'établit pas et les filaments fungiques qui pénètrent dans le système radical sont phagocytés. Or on sait depuis longtemps que le caractère de pérennité chez une plante herbacée résulte

---

(1) MAGROU, *Symbiose et tubérisation* (*Ann. sc. nat. Bot.*, 10e série, t. 3, 1921).

de l'action des climats froids, alpins ou septentrionaux, on doit donc penser qu'ils agissent favorablement pour l'établissement d'une symbiose solide et permanente.

On sait que s'il y a 60 pour 100 de plantes annuelles et bisannuelles entre 200^m et 600^m d'altitude, il n'y a que 6 pour 100 au-dessus de 1800^m et 0 pour 100 dans le domaine arctique. Ces résultats sont confirmés par les variations de la même espèce [*Poa annua*, *Linaria alpina*, etc. (¹)].

La découverte du dimorphisme saisonnier faite par Wettstein complète heureusement ces données pour les petites espèces précoces et tardives (²) qui gardent leurs caractères par des semis successifs à Prague. Il a montré, en même temps, que les types précoces avaient une tige *simple* ou peu ramifiée; la *ramification de la tige* était, au contraire, un caractère des formes tardives. Or des différences tout à fait semblables ont été constatées expérimentalement à l'aide des mycorhizes dans les deux séries suivantes : *Solanum tuberosum* à tubercule normal, *Orobus tuberosum*, *Mercurialis perennis*, *Loroglossum* et *Orchis* normaux d'une part et *Solanum tuberosum* sans tubercule (dégénéré), *Orobus coccineus*, *Mercurialis annua* (Magrou), *Loroglossum* et *Orchis* ramifiés (Fabre et Bernard) d'autre part. Il y a donc parallélisme entre les types précoces et les types à symbiose stable. Mais le caractère précoce est certainement lié au climat alpin ou septentrional; cela apparaît nettement dans les cas de trimorphisme saisonnier étudiés par Murbeck (³). Ces données confirment donc bien ce qui a été énoncé plus haut.

On est amené à appliquer ces remarques à la Pomme de terre *cultivée* qui, par suite du mode de multiplication, a perdu ses mycorhizes que possédait le type sauvage dont elle a pu dériver (*Solanum Maglia*) (⁴). Or, c'est sur les hauts plateaux des Andes que la Pomme de terre était cultivée avant la découverte de l'Amérique; c'est donc bien une espèce montagnarde (vivant presque jusqu'à 4000^m). Ce caractère alpestre se manifeste par la dégéné-

(¹) Bonnier a donné d'ailleurs à ces premiers résultats une ampleur extraordinaire, après *trente-cinq ans* d'expérimentation dans les Alpes (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1356).

(²) *Euphrasia montana* Jordan, précoce; *F. Rostkoviana* Hayne, tardif.

(³) *Gentiana campestris*, espèce de Linnée détriplée en : *baltica* annuel; *suesica* précoce, localisé dans la presqu'île scandinave; *germanicæ* des plaines de l'Europe centrale (ces deux dernières formes étant bisannuelles).

(⁴) M^{me} Noël Bernard et Magrou (*Ann. sc. nat. Bot.*, 9^e série, t. 14, p. 252).

rescence en Algérie ([1]), et sous l'équateur la culture n'est possible qu'aux *très hautes altitudes* ([2]). Il découle de ces constatations que, pour maintenir cette plante dans la direction évolutive produite dans l'espèce primitive par les champignons des racines, il faut la cultiver dans les pays froids, à haute altitude ou latitude élevée. Dans ces conditions, la force héréditaire acquise l'emportera ([3]). A Alger, climat beaucoup trop chaud, la dégénérescence pourra atteindre 60 pour 100 [pour la variété *Up to date* ([4])]. Les caractères héréditaires se maintiennent intacts si la plante est placée dans les conditions climatériques qu'elle exige et qui opèrent dans le même sens que les mycorhizes : c'est pour cela que la Pomme de terre continue à tubériser, bien que sans champignons (puisqu'on la propage par tubercules indemnes de toute espèce symbiotique et qu'on l'ensemence dans un terrain quelconque). On peut donc en conclure que si les *Solanum tuberosum* cultivés continuent à donner des Pommes de terre ce n'est pas grâce à l'art du sélectionneur, c'est tout simplement par l'effet du climat septentrional ([5]) dont l'action est *parallèle à celle de l'hérédité acquise*. Il y a là une hypothèse de travail qui pourra probablement intéresser les praticiens, non seulement dans les pays septentrionaux, mais surtout dans les régions tropicales [sereh de la Canne à sucre, nécrose libérienne du Caféier ([6]), frisure du Tabac ([7])].

([1]) COSTANTIN et GÉRÔME, *Bull. Mus. Hist. nat.*, 1918, p. 542; 1919, p. 1.

([2]) CAPUS et BOIS, *Produits coloniaux*, p. 105.

([3]) Ceci s'accorde avec le fait noté par Vöchting (*Bot. Zeit.*, t. 60, 1902), que le froid favorise la tubérisation, résultat en harmonie avec celui annoncé par Livingston (*Bot. Gaz.*, t. 20 et 22, 1900, 1905), qu'un abaissement de température agit comme une élévation de la concentration osmotique, déterminant l'apparition de formes palmelloïdes au lieu de formes filamenteuses (*Stigeoclonium*).

([4]) Or cette variété écossaise a pu être cultivée et maintenue sans changement pendant vingt-cinq ans sur les hautes terres d'Écosse, sans dégénérescence : COTTON (*Soc. path. vég. France*, 1922, p. 85; *Congrès de la Pomme de terre*, Londres, novembre 1921). Le chiffre de 60 pour 100 se rapporte à la dégénérescence totale (il y a, en plus, la dégénérescence partielle, petits tubercules).

([5]) On a remarqué depuis longtemps [Anderson (1788), Chaucey (1794), Pryce (1796), Sutton (1906), Macoun (1918) au Canada, Martinet en Suisse, Cotton (1922) en Écosse] que les milieux froids, les districts élevés de la montagne, étaient meilleurs pour la Pomme de terre. Le cas exceptionnel des Hautes-Pyrénées [Picot de Lapeyrousse (1895), Ducomet (1922)] paraît devoir s'expliquer par l'influence d'une basse latitude [DUCOMET (*Journ. Soc. hort.*, 4e série, t. 22, p. 255; *Soc. path. végét. France*, 1922, p. 30)].

([6]) STAHEL GEROLD, *Bull.* 40, *Depart. agric.*, Surinam, mars 1920; *Agricult. News*, 1921, p. 126.

([7]) THILLARD. *Agr. Coloniale*, 6e série, 1921, p. 194.

On voit, par ce qui vient d'être exposé, que le caractère énigmatique et mystérieux de l'hérédité acquise disparaît, dans le cas envisagé, puisque, après la suppression de la cause initiale qui a déclenché la variation, on voit se substituer à elle un autre facteur qui la remplace et produit le même effet.

MÉDECINE. — *Sur la vaccination préopératoire.* Note de MM. **Pierre** et **Louis Bazy.**

Les opérations que l'on pratique sur des organes ou des régions infectés, même quand elles sont purement libératrices et ne consistent qu'en des débridements, peuvent donner lieu à des accidents sérieux, peuvent même déclencher des phénomènes de la plus haute gravité, analogues à ceux de l'anaphylaxie mortelle, si bien étudiés et décrits par M. Ch. Richet.

Ces accidents étaient bien connus des anciens et attribués par eux à l'ouverture par l'instrument tranchant de nouvelles bouches pour l'absorption de produits septiques. Aussi avaient-ils proposé de remplacer l'instrument tranchant par le fer rouge qui, tout en faisant les incisions nécessaires, fermait toute bouche, toute surface absorbante.

Il serait intéressant de prévoir quels sont les cas qui peuvent donner lieu à ces phénomènes anaphylactoïdes.

Si, dans une région qui a été le siège d'une infection et qui semble refroidie, on peut, grâce à *l'intra-dermo-réaction* imaginée par l'un de nous ([1]), savoir si une infection est ou non en activité, dans d'autres cas où l'infection existe, on ne peut pas à l'avance savoir si cette infection latente ne se réveillera pas et si ce réveil ne sera pas foudroyant.

Les nombreuses blessures de la guerre ont montré que ce danger existait très réel et malheureusement très fréquent. Aussi s'est-on efforcé, et l'un de nous y a contribué pour sa part ([2]), de parer à ces dangers et de les prévenir par l'injection préventive de sérums antiinfectieux et notamment du sérum de Leclainche et Vallée qui a donné de si beaux résultats.

Or ces résultats peuvent et doivent être obtenus dans la pratique civile, où heureusement on a moins fréquemment l'occasion de les rechercher, mais où il faut néanmoins transporter les méthodes de la chirurgie de

---

([1]) Louis Bazy, *Valeur diagnostique et pronostique de la bactériothérapie dans les infections chirurgicales des viscères abdominaux, l'appendicite en particulier* (*Soc. de Chir.*, 12 mars 1919, p. 468).

([2]) Louis Bazy, *Le sérum de Leclainche et Vallée dans la prévention des infections post-opératoires* (*Soc. de Chir.*, 21 mars 1917, p. 803 et 28 mars 1917, p. 824).

guerre. On ne peut en effet rester indifférent et n'être pas fortement ému de voir, à la suite d'une simple incision, d'un simple débridement de phlegmon diffus périurétral, éclater des accidents rapidement mortels, analogues, ainsi que je l'ai déjà dit, à ceux de certains états anaphylactiques parmi les plus graves.

La sérothérapie préventive doit donc être appliquée aux cas urgents, à ceux où l'intervention ne souffre pas de délai; mais dans ceux où l'intervention peut être différée, il y a avantage à remplacer la sérothérapie préventive par l'*auto-vaccination préventive*, grâce à quoi l'organisme fabrique lui-même les moyens de défense strictement spécifiques contre les infections diverses dont les effets sont temporairement annihilés par les conditions mêmes de leur localisation, mais qui peuvent l'assaillir au moment où, par une intervention chirurgicale, on leur ouvrira des portes, des voies d'absorption.

Les affections des voies urinaires réalisent ces conditions très fréquemment : les infections sont localisées dans le bassinet, dans la vessie, dans l'urètre dont la muqueuse, tant qu'elle n'est pas traumatisée, oppose à l'invasion microbienne une barrière longtemps efficace mais néanmoins pas complète, ni absolue. De plus, on peut, plus facilement que dans les plaies anfractueuses, connaître les microbes variés qui contribuent à l'infection.

Mais, si ces infections urinaires restent longtemps localisées et sont, en apparence, inoffensives, elles n'en sont pas moins dangereuses le jour où l'on change les conditions de leur existence et de leur évolution. C'est pour éviter ces dangers éventuels et qu'on peut même dire probables que nous avons pensé à faire l'auto-vaccination de ces sujets infectés.

Ainsi donc, dans ces cas d'infection plus ou moins étendues ou localisées de l'appareil urinaire, où une intervention était nécessitée par ces lésions compliquées ou non de corps étrangers tels que calculs, nous avons eu l'idée, après avoir reconnu le ou les microbes infectant les voies urinaires, de pratiquer une *auto-vaccination préopératoire*.

Nous avons fait préparer des auto-vaccins soit simples, soit composés, suivant qu'on se trouvait en présence d'un seul ou de plusieurs microbes et les avons injectés à nos malades à la dose progressivement croissante de 250 millions à 1, 3, 5, 7, 10 milliards.

Or ces malades ont retiré un bénéfice rapide de ces injections, l'urine s'améliorant, les microbes diminuant de quantité ou même disparaissant, l'état général se remontant rapidement, la sensation de bien-être, l'appétit et les forces renaissant : ce qui prouve que l'infection, quoique atténuée,

existait bien réellement. Puis les opérations que nous avons dû pratiquer, lithotritie, taille, opérations dites de prostatectomies, etc., se sont comportées comme si nous avions opéré dans un milieu rigoureusement aseptique, la guérison étant survenue dans un délai minimum, 12, 14, 15 jours.

Quel que soit, en effet, le soin que l'on mette à éviter la contamination des tissus incisés par l'urine microbienne, on ne le peut littéralement pas dans certains cas; dans d'autres, elle est très difficile; de plus, si l'on réfléchit que dans les régions où l'on opère, les moyens de défense des tissus contaminés sont très faibles, on ne peut s'empêcher d'être frappé de la simplicité avec laquelle s'opère la guérison. La réunion par première intention dans certains cas, la réunion secondaire, dans les cas qui ne comportent pas la réunion primitive, s'opère dans des conditions de rapidité qui excluent toute idée d'infection, ou du moins les réunions des tissus incisés se font comme si l'infection n'existait pas, comme si l'action des microbes était annihilée.

NOMOGRAPHIE. — *Sur les nomogrammes à transparent orienté.* Note de M. **Maurice d'Ocagne**.

Le grand intérêt des nomogrammes de M. W. Margoulis, récemment présentés à l'Académie, réside dans le fait que, sans dissociation, par suite sans introduction de systèmes ramifiés, et sans introduction non plus de systèmes surabondants relatifs aux variables qui entrent dans l'équation donnée, ils permettent, pour certaines équations d'une forme se rencontrant assez souvent dans les applications, d'atteindre jusqu'au nombre de neuf variables, alors que, comme on sait, ce nombre limite, dans les mêmes conditions (c'est-à-dire sans dissociation ni systèmes surabondants), est de trois pour les nomogrammes à lignes concourantes et de six pour ceux à points alignés. Cette circonstance a l'immense avantage de permettre (comme je l'ai fait voir pour certains nomogrammes à points alignés comparés à d'autres comportant nécessairement pour les mêmes équations des systèmes surabondants) de suivre à vue les variations des solutions pour certaines variations des données et d'obtenir, en conséquence, également à vue, certains maxima ou minima dont la connaissance importe grandement en pratique et qui ne sauraient être déterminés analytiquement qu'au prix de calculs fort compliqués. C'est ce qui a permis à M. Margoulis de traiter nomographiquement, d'une façon si remarquable, certaines équa-

tions fondamentales de la mécanique de l'aviation, qui, pour la raison que je viens de dire, eussent échappé aux méthodes de l'usage courant.

L'idée même de recourir à des transparents orientés munis de systèmes cotés s'est déjà présentée à divers auteurs, mais dans des cas particuliers beaucoup plus simples. Je citerai le capitaine Batailler (tué pendant la dernière guerre), qui, il y a une quinzaine d'années, a donné une série de nomogrammes de ce genre pour les formules balistiques de Siacci [1] et le professeur Mehmke dont les nomogrammes à images logarithmiques pour la résolution de certaines équations algébriques d'ordre supérieur, rentrent aussi dans ce type [2]. Mais nul n'avait abordé avant M. Margoulis l'adaptation de ce genre de nomogramme à des équations de forme plus compliquée.

Ces nomogrammes appartiennent à la catégorie de ceux comportant, d'une manière générale, un *plan mobile à deux degrés de liberté*, auxquels est consacrée, dans la deuxième édition de mon *Traité* (p. 410), la Section II B du Chapitre VI.

Il peut n'être pas sans intérêt de faire voir *a posteriori* ici comment ils se rattachent à la théorie morphologique générale qui m'a permis, comme on sait, de prévoir et de classer d'avance tous les types possibles de nomogrammes, envisagés sous le rapport de leur structure.

Le plan fixe Π et le plan mobile Π′ (transparent) que comporte le nomogramme étant rapportés respectivement aux axes rectangulaires Ox et Oy, d'une part, $O'x'$ et $O'y'$, de l'autre, il suffit de prendre, comme intervenant dans le contact entre éléments constants, le point x'_∞ à l'infini sur $O'x'$, et l'axe Ox, pour que le type (6_2) de ma dernière classification [3] fournisse *le type le plus général de nomogramme à transparent orienté*. Le plus souvent, d'ailleurs, dans les occasions où ce type trouve à être employé, l'un des éléments intervenant dans chacun des trois autres contacts se réduit à un point. Un tel contact est dit *ponctuel*.

Le nombre des cotes attachées à un élément, ligne ou point, appartenant à un système quelconque, pouvant être indéfiniment accru par le moyen des systèmes ramifiés [4], c'est-à-dire. en somme, au moyen de certaines

---

(1) Cités dans mon *Calcul graphique et Nomographie* (1re éd., p. 360; 2e éd., p. 364).

(2) *Traité de Nomographie* (1re éd., p. 385; 2e éd., p. 423). On rencontre encore un transparent orienté dans quelques exemples isolés comme le tokomètre de M. Kraïtchik destiné à certains calculs financiers.

(3) *Traité de Nomographie*, 2e édition, p. 438.

(4) *Ibid.*, p. 133.

dissociations, nous nous contenterons ici de considérer les systèmes les plus généraux cotés sans l'intermédiaire d'aucune ramification, soit à une cote pour les lignes et à deux pour les points.

Faisons encore la remarque que, lorsque les plans Π et Π' ont une orientation fixe l'un par rapport à l'autre, on peut, à une symétrie près par rapport aux origines respectives O et O', permuter, de l'un à l'autre plan, deux systèmes mis en contact. Cela tient tout simplement à ce que si, pour une certaine position relative, le point (x, y) de Π coïncide avec le point (x', y') de Π', il en est de même des points $(-x', -y')$ de Π et $(-x, -y)$ de Π'. Cette remarque permet, sans que cela nuise à la généralité, de supposer que les points intervenant dans chacun des trois contacts appartiennent tous au même plan, Π' par exemple.

Cela dit, appelons P'_{12}, P'_{34}, P'_{56} les points à deux cotes envisagés sur Π', respectivement définis par les réseaux (z_1, z_2), (z_3, z_4), (z_5, z_6); les coordonnées de ces points P'_{ij} seront données par des formules telles que

$$x' = f_{ij}, \qquad y' = g_{ij}.$$

De même, soient L_7, L_8, L_9 les lignes à une cote tracées sur Π. Chacune d'elles, L_n, sera définie, en fonction de sa cote z_n, par une équation telle que

$$f_n(x, y, z_n) = 0.$$

Dans ces conditions, la notation symbolique du nomogramme étant, suivant nos ordinaires conventions (¹),

$$x'_\infty \mapsto Ox, \qquad P'_{12} \mapsto L_7, \qquad P'_{34} \mapsto L_8, \qquad P'_{56} \mapsto L_9,$$

on voit que si α et β sont les coordonnées de O' par rapport à Ox et Oy les trois derniers contacts s'expriment par

$$(1) \qquad \begin{cases} f_7(f_{12} + \alpha, g_{12} + \beta, z_7) = 0, \\ f_8(f_{34} + \alpha, g_{34} + \beta, z_8) = 0, \\ f_9(f_{56} + \alpha, g_{56} + \beta, z_9) = 0. \end{cases}$$

Il suffit d'éliminer les paramètres α et β entre ces trois équations pour avoir l'équation à neuf variables, de z_1 à z_9, représentée par cette méthode, sans dissociation ni systèmes surabondants.

On ne saurait, dans le cas général, expliciter le type de cette équation. Il faut, pour cela, que deux des trois équations (1) aient une forme particulière qui permette d'en tirer α et β; c'est ce qui a lieu dans le cas (qui semble

(¹) *Traité de Nomographie*, 2ᵉ édition, p. 432.

être celui qui s'est le plus fréquemment offert à M. Margoulis) où les deux premiers contacts cotés se réduisent à une coïncidence de deux points [1]. Ce cas se produit lorsque les systèmes de points P'_{12} et P'_{34} se réduisent à un seul, auquel cas un point de ce système unique est mis en coïncidence avec le point P_{78} du réseau formé par les faisceaux L_7 et L_8. Dans ces conditions, les variables z_3 et z_4 disparaissant, on peut, pour plus de régularité, effectuer le changement de notation consistant à substituer les indices 3, 4, 7 aux indices 7, 8, 9 ci-dessus. Dès lors, la notation symbolique du nomogramme devenant

$$x'_\alpha \mapsto Ox, \qquad P'_{12} \boxminus P_{34}, \qquad P'_{56} \mapsto L_7,$$

les contacts entre éléments cotés s'expriment simplement par

$$(2) \qquad \begin{cases} f_{12} = f_{34} - \alpha, \\ g_{12} = g_{34} - \beta, \\ F(f_{56} + \alpha, g_{56} + \beta, z_7) = 0, \end{cases}$$

et l'élimination de α et β entre ces équations peut s'expliciter sous la forme

$$F(-f_{12} + f_{34} + f_{56}, \quad -g_{12} + g_{34} + g_{56}, \quad z_7) = 0.$$

Une telle équation ne serait, on le voit, représentable par entre-croisement que par introduction de systèmes ramifiés correspondant aux fonctions $-f_{12} + f_{34} + f_{56}$ et $-g_{12} + g_{34} + g_{56}$, chacun d'eux étant équivalent à une dissociation en cinq équations, grâce à l'introduction de quatre variables auxiliaires auxquelles correspondent autant de systèmes de liaison. De plus, une telle dissociation introduirait un système surabondant pour chacune des six premières variables, ce qui rendrait le nomogramme absolument inutilisable.

Tout nomogramme à transparent orienté et à contacts ponctuels pourra se déduire du type général se traduisant par les équations (1) ci-dessus moyennant, au besoin, le remplacement de certaines des variables qui y interviennent par des constantes et la particularisation des supports de certaines des échelles. C'est ainsi, par exemple, que l'on retombe sur le type des nomogrammes du capitaine Batailler, rappelés au début de cette Note, lorsqu'on remplace par des constantes les cinq variables z_2, z_4, z_6, z_7, z_8, et que l'on prend pour supports des échelles (z_1), (z_3) et (z_5), les axes $O'x'$, $O'y'$ et une droite également inclinée sur ces axes, et pour éléments

---

[1] *Traité de Nomographie*, 2e édition, p. 434, Rem. II.

constants en contact avec (z_1) et (z_3), les axes Ox et Oy. Pour réaliser toutes ces conditions, qui font ranger le nomogramme dans la classe (4_2), il suffit de faire, dans les équations (1),

$$\begin{array}{lllll} f_{12} \equiv f_1, & f_7 \equiv 0, & f_{34} \equiv 0, & f_8 \equiv t_8, & f_{56} \equiv f_5, \\ g_{12} \equiv 0, & g_7 \equiv t_7, & g_{34} \equiv f_3, & g_8 \equiv 0, & g_{56} \equiv c - f_5, \end{array}$$

c étant une constante.

Cela réduit ces équations à

$$\begin{gathered} f_1 + \alpha = 0, \\ f_3 + \beta = 0, \\ F(f_5 + \gamma,\ c - f_5 + \beta,\ z_9) = 0, \end{gathered}$$

et, par suite, le résultat de l'élimination des paramètres α et β à

$$F(f_5 - f_1,\ c - f_5 - f_3,\ z_9) = 0,$$

ou, en changeant les indices,

$$F(f_3 - f_1,\ c - f_3 - f_2,\ z_4) = 0.$$

Dans les nomogrammes à points alignés, le transparent, sur lequel peut être tracé l'index rectiligne servant à la lecture, change d'orientation en même temps que de position. Ces nomogrammes ne se rattachent donc pas *directement* à ceux que nous envisageons ici. On ne peut arriver, par voie indirecte, à effectuer ce rattachement qu'en se donnant la possibilité de réaliser, au moyen d'un transparent d'orientation fixe, un alignement de direction quelconque, ce qui ne peut avoir lieu que si l'on dote le plan Π′ d'un faisceau de droites D′ rayonnant à partir d'un point quelconque, O′ par exemple, ce point O′ devant être mis en coïncidence avec un des points cotés du plan Π. Encore convient-il d'observer qu'en général l'alignement servant à la lecture ne sera déterminé dans ce cas que par une interpolation à vue à travers le faisceau rayonnant au lieu d'être effectivement réalisé par un index comme dans le procédé normal.

On aperçoit d'ailleurs immédiatement qu'au point de vue morphologique les deux variantes appartiennent à des types distincts.

La variante à faisceau rayonnant de droites D′ se dénote, en effet [1], si O′ est mis en coïncidence avec le point (z_1, z_2),

$$x'_x - Ox, \quad O' \equiv (z_1, z_2), \quad D'(\overline{z_3, z_4}) - (z_5, z_6).$$

---

[1] *Ibid.*, p. 430.

qui appartient au type (3_2) de la classification générale, alors que le pur nomogramme à points alignés rentre dans le type (3_1).

Aux nomogrammes à transparent orienté ne possédant qu'un degré de liberté, que constituent les règles à calcul considérées sous leur forme la plus générale, M. Margoulis vient d'en ajouter une nouvelle classe, non moins importante pour les applications, avec transparent orienté à deux degrés de liberté.

Il resterait maintenant à découvrir des cas où l'on pût pratiquement recourir à des systèmes mobiles au troisième degré de liberté. Théoriquement, ils sont prévus d'avance par la classification générale que j'ai rappelée plus haut, où ils viendraient se ranger dans les classes ne comportant aucun contact entre éléments constants. Mais on n'a jusqu'ici rencontré, que je sache, aucun type d'équation fourni par les applications pratiques, qui soit réductible aux formes, nécessairement assez compliquées, qui correspondent à ces classes.

AVIATION. — *Calcul des variations du plafond d'un aéroplane dues à une variation de son poids ou à l'emploi d'un turbo-compresseur.* Note [1] de M. A. **Rateau**.

Les précisions que j'ai données, en ce qui concerne les pressions barométriques et les poids spécifiques de l'air en atmosphère normale, dans ma dernière Note à l'Académie [2], permettent de faire les calculs des variations du plafond d'un aéroplane avec beaucoup plus de justesse qu'auparavant. Déjà, dans ma Note du 23 juin 1919, j'avais présenté des indications à ce sujet; mais j'ignorais à cette époque les résultats obtenus dans les observations par ballons-sonde, et je m'étais borné à prendre pour coefficient B de la formule logarithmique, reliant le poids spécifique ϖ à l'altitude Z, la valeur constante 21,6, qui ne s'éloigne pas, il est vrai, de la vérité pour des altitudes comprises entre 3^{km} et 7^{km}, ce qui était suffisant jusqu'à ces derniers temps.

Au delà de 7^{km}, il faut, sous peine de commettre de fortes erreurs, tenir compte de la décroissance rapide de ce coefficient B. Je vais donc reprendre la question. Pour les notations, je renvoie à mes Notes antérieures du 10 juin 1919 [3] et du 12 juin 1922 [2].

(1) Séance du 19 juin 1922.

(2) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1511.

(3) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1142.

En vol horizontal, la puissance propulsive utile $2\pi n\Gamma\rho$ (n étant la vitesse de rotation du moteur, Γ son couple utile moyen, ρ le rendement de l'hélice) est égale à la puissance résistante de l'air $X\varpi v^3$ sur l'ensemble de l'avion :

(1) $$2\pi n\Gamma\rho = X\varpi v^3.$$

Remplaçons, dans cette expression, la vitesse v par sa valeur tirée de la relation de sustentation $P = Y\varpi v^2$, nous obtenons :

(2) $$2\pi n\Gamma\rho = \frac{X}{Y^{\frac{3}{2}}}\frac{P^{\frac{3}{2}}}{\varpi^{\frac{1}{2}}}.$$

Pour un avion déterminé, au plafond, les fonctions X et Y de la seule incidence α sont aussi déterminées, car l'incidence α_p au plafond est toujours la même; j'ai démontré encore qu'il en est de même du recul de l'hélice et par conséquent de son rendement. Dès lors,

(3) $$2\pi\rho\frac{Y^{\frac{3}{2}}}{X} = \psi$$

est déterminé, et il vient

(4) $$\psi n\Gamma\varpi^{\frac{1}{2}} = P^{\frac{3}{2}}.$$

C'est cette relation simple qui permet de voir clairement comment varie le plafond quand on change le poids total de l'avion ou le couple Γ du moteur.

1° *Action des variations du poids.* — Supposons que, pour des changements d'altitude modérés, le couple Γ soit proportionnel à ϖ, et posons $\Gamma = \mathcal{A}\varpi$; alors (4) devient

(5) $$\psi n\mathcal{A}\varpi^{\frac{3}{2}} = P^{\frac{3}{2}}.$$

D'ailleurs, avec la même hypothèse, (1) devient

(6) $$2\pi\mathcal{A}n\rho = Xv^3.$$

Comme, au plafond, n est proportionnel à v, puisque le recul de l'hélice est déterminé, on voit de suite par cette relation que la vitesse v_p d'un avion au plafond, ainsi que la vitesse de rotation n_p du moteur (carburation réglée de la même manière) sont indépendantes du poids total P. La précédente montre ensuite que ϖ est proportionnel à P. Donc, si l'on compare les plafonds Z_1 et Z_2 correspondant à deux poids différents P_1 et P_2 du même

avion, on a

(7) $$\frac{\varpi_2}{\varpi_1} = \frac{P_2}{P_1},$$

et, en prenant les logarithmes et utilisant la relation (5) de ma Note du 12 juin 1922,

(8) $$\frac{Z_1}{B_1} - \frac{Z_2}{B_2} = \log \frac{P_2}{P_1}.$$

Il suffit de se reporter au graphique, figure 1 de ladite Note, qui donne B en fonction de Z pour calculer l'abaissement du plafond qui correspond à

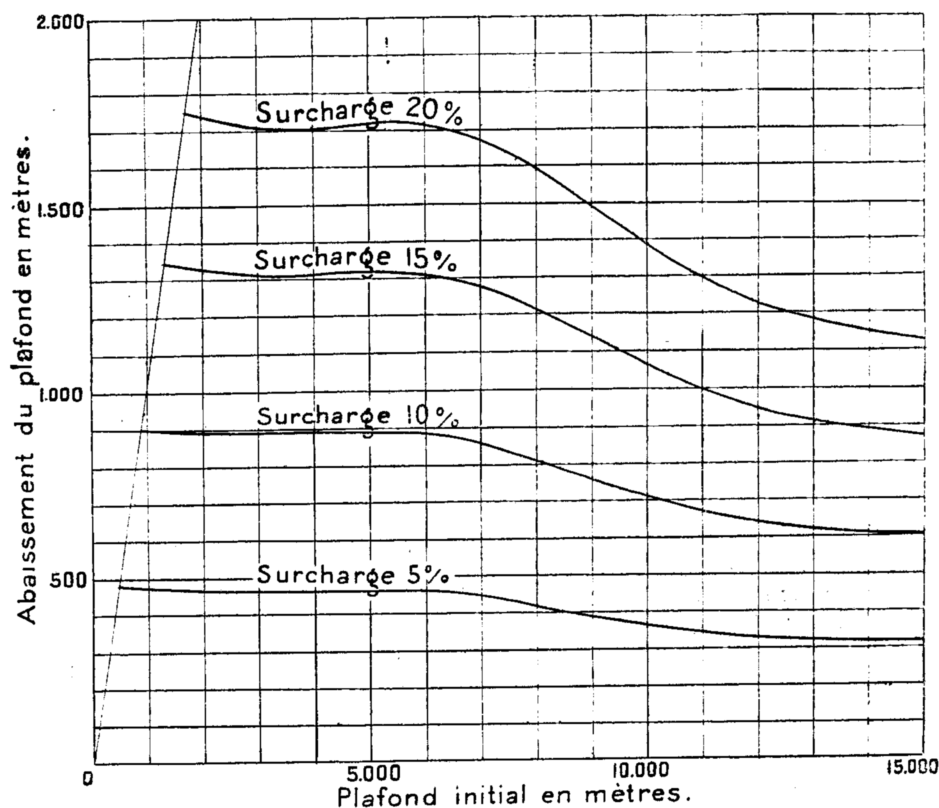


Fig. 1.

une surcharge relative $\frac{P_2 - P_1}{P_1}$. A cet effet, Z_1 étant donné, on a immédiatement B_1 par la courbe, puis B_2 et Z_2 par l'intersection de cette courbe avec la droite $\frac{Z}{B} = \frac{Z_1}{B_1} - \log \frac{P_2}{P_1}$.

Le graphique ci-dessus (*fig.* 1) donne le résultat de ce calcul pour des surcharges, échelonnées, de 5, 10, 15 et 20 pour 100, et pour des plafonds initiaux allant jusqu'à 15^{km}. On voit que, au-dessus de 6^{km}, les abaissements du plafond vont en décroissant, conséquence de la diminution du coefficient B.

Si l'on tenait compte de la constante qu'il faut pour plus de rigueur faire figurer dans l'expression du couple, comme nous allons le voir dans le cas suivant, on trouverait des abaissements du plafond légèrement plus petits.

2° *Action du turbo-compresseur.* — Ici les variations du plafond sont si grandes que, pour bien suivre la réalité des choses, il est indispensable de ne pas négliger le terme constant ν, voisin de 0,12, qui entre dans la formule du couple. Nous poserons donc maintenant

$$\Gamma = \mathcal{A}'(\varpi - \nu). \tag{9}$$

Nous supposerons bien entendu que, quand on adapte le turbo-compresseur au moteur, on change aussi l'hélice de manière à ramener la vitesse de rotation n du moteur aux mêmes chiffres. Il faut alors en augmenter très notablement le pas (et un peu le diamètre). Le rendement de l'hélice s'en trouve légèrement amélioré; mais nous négligerons cette circonstance favorable, dont on ne peut d'ailleurs apprécier exactement l'influence que dans chaque cas d'espèce. Dès lors, le facteur ψn de la formule (4) doit être considéré comme étant le même pour l'avion avec ou sans turbo.

Pour l'avion sans turbo, on a, d'après (4),

$$\psi n \mathcal{A}'(\varpi_1 - \nu)\varpi_1^{\frac{1}{2}} = P^{\frac{3}{2}}. \tag{10}$$

Pour l'avion avec turbo, deux cas principaux sont à envisager:

a. Le turbo est calculé pour rétablir exactement le poids spécifique ϖ_0 du sol lorsque l'avion se trouve au nouveau plafond. Alors (4) devient

$$\psi n \mathcal{A}'(\varpi_0 - \nu)\varpi_2^{\frac{1}{2}} = P^{\frac{3}{2}}. \tag{11}$$

Nous prenons le même poids P pour avoir l'influence spécifique du turbo; on calculera ensuite le déchet dû à la surcharge qu'il impose.

En comparant (10) et (11), nous avons

$$\varpi_2 = \varpi_1 \left[\frac{\varpi_1 - \nu}{\varpi_0 - \nu}\right]^2, \tag{12}$$

d'où l'altitude Z_2 correspondante en se servant de la courbe des B.

On trouve ainsi que Z_2 est un peu plus grand que $3Z_1$ aux basses altitudes et au contraire un peu plus petit que $3Z_1$ aux grandes altitudes.

b. Le turbo est calculé pour augmenter le poids spécifique de l'air environnant toujours dans le même rapport m, à partir de l'altitude où il tourne à sa vitesse maximum.

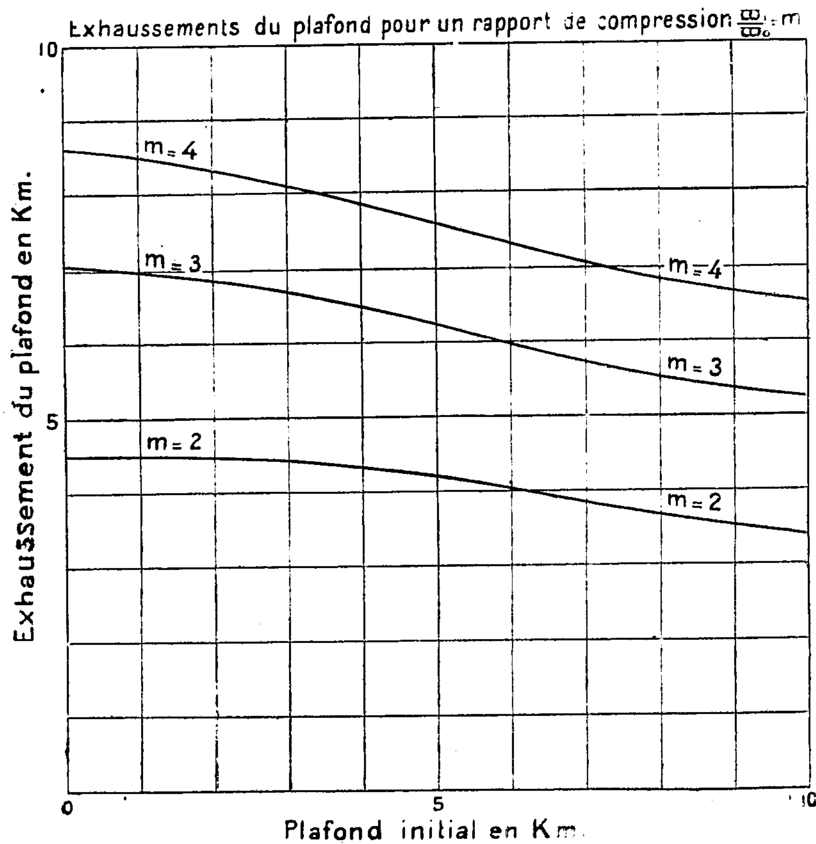


Fig. 2.

Alors la relation (4) devient

$$\psi n \mathcal{A}'(m\varpi_2 - \nu)\varpi_2^{\frac{1}{2}} = P^{\frac{3}{2}}; \tag{13}$$

d'où, en comparant (10) et (13), et supposant que le poids P reste le même,

$$(m\varpi_2 - \nu)^2\varpi_2 = (\varpi_1 - \nu)^2\varpi_1, \tag{14}$$

équation du troisième degré, par rapport à l'inconnue ϖ_2, qu'il est facile de résoudre. On trouve ensuite Z_2 par la courbe des coefficients B.

Le graphique (*fig.* 2) donne les résultats du calcul, pour trois valeurs de m (2, 3 et 4) et en admettant $\nu = 0,12$.

On voit que, à cause de la décroissance de B, les exhaussements du plafond dus au turbo-compresseur diminuent à mesure que le plafond initial s'élève.

Exemple. — Supposons $m = 2$, qui est réalisé avec nos turbo-compresseurs actuels, et $Z = 6^{km}$, où $\varpi_1 = 0,661$, avec $\varpi_0 = 1,248$.

L'équation (14) donne $\varpi_2 = 0,4055$, auquel, d'après le graphique, correspond, en atmosphère normale, $Z_2 = 10045^m$. D'autre part, l'adaptation du turbo occasionne une surcharge de 5 pour 100, à laquelle correspond, d'après la figure 1, un abaissement du plafond de 360^m. Le gain net est donc, dans ce cas, de $4045 - 360 = 3685^m$.

BOTANIQUE. — *Le groupe du* Chrysalidocarpus lutescens. Note [1] de M. **Henri Jumelle.**

Nous avons déjà plusieurs fois, dans nos études antérieures sur la végétation de Madagascar, fait remarquer à quel point cette flore malgache, avec ses nombreuses formes de transition, est de celles qui rendent tout particulièrement difficile une délimitation précise de l'espèce linnéenne. Nous avons notamment rencontré de grandes difficultés à cet égard à propos du genre *Mascarenhasia* parmi les Apocynées; nous retrouvons des difficultés analogues pour certains Palmiers de la grande île.

Autour du *Chrysalidocarpus lutescens*, par exemple, se groupent plusieurs espèces qui pourraient tout aussi bien n'en être que des modifications locales, provoquées par les conditions de milieu (altitude, sol, exposition, humidité, etc.), puis fixées par hérédité. Quelques caractères peuvent bien permettre, en effet, de distinguer ces diverses formes, mais ils sont tels que, si l'on considère, d'autre part, le port général et les autres grands caractères de ces plantes, on a bien plutôt l'impression de se trouver en présence de différentes modalités d'un type unique. On n'éprouve aucune difficulté à séparer du *Chrysalidocarpus lutescens* le *Ch. rivularis* ou le *Ch. oleraceus*, dont les segments foliaires, très larges dans le *Ch. rivularis*, sont par groupes le long du rachis, tandis qu'ils sont isolés dans le *Ch. lutescens*; mais nous ne trouvons, ni dans les feuilles, ni dans les inflorescences, aucune sépa-

---

[1] Séance du 19 juin 1922.

ration aussi nette entre les représentants de ce que nous appelons le groupe du *Chrysalidocarpus lutescens*.

Ce *Ch. lutescens* est un des Palmiers les plus anciennement et les mieux connus de Madagascar. Il est de longue date cultivé dans nos serres sous le nom d'*Areca lutescens;* et l'ancienneté de son introduction en Europe tient à son habitat dans son pays d'origine. Formant un peuplement continu sur les dunes littorales de l'Est de Madagascar, entre la mer et les lagunes, depuis Maroantsetra jusqu'à Fort-Dauphin, il devait être tout de suite remarqué par les voyageurs abordant la côte; et il était facile de se procurer et d'expédier des fruits ou des plants.

A l'état spontané, ce *lafahazo* des Betsimisaraka, le *rehazo* des Tanala, est un Palmier à port robuste, poussant en touffes de six à dix troncs, et davantage, ces troncs ayant de 4^m à 10^m de hauteur et jusqu'à 12^{cm} de diamètre. Les six à sept feuilles qui couronnent chaque stipe sont à gaine et pétiole jaunâtres (d'où le nom de *lutescens*) dans les endroits découverts; à l'ombre, la teinte est plus verte. Les nombreux segments foliaires, plus ou moins équidistants, sauf parfois ceux de la base, ont en moyenne 60^{cm} de longueur sur 15^{mm} à 20^{mm} de largeur; les inférieurs ne sont pas sensiblement plus courts que les médians. L'inflorescence, assez longuement pédonculée, est trois fois ramifiée à la base; les fruits mûrs sont assez régulièrement ovoïdes, un peu atténués aux deux extrémités, à stigmate basilaire.

Or la répartition assez régulière des segments, leur étroitesse, la longueur presque égale des segments inférieurs et médians, l'aspect d'ensemble de l'inflorescence sont autant de caractères qui contribuent à donner à peu près le même port au *Ch. Baronii*, qui est le *farihazo* du Centre, où il croît, au-dessus de 800^m, dans les bois à Lichens des cimes, au *Ch. propinquus*, qui, dans l'Analamazaotra, se rencontre auprès de ce *Ch. Baronii*, mais dans les endroits moins ombragés, et au *Ch. onilahensis*, à peu près des mêmes altitudes, mais sur le versant occidental, dans le bassin de l'Onilahy.

Les seules différences d'aspect de ces Palmiers sont leur plus ou moins grande gracilité. Le *Ch. lutescens*, du littoral, est le plus robuste; le *Ch. onilahensis* est le plus grêle; les deux autres sont intermédiaires. Mais tous poussent par touffes, qui se composent de 3 à 4 troncs de 2^m à 6^m de hauteur, avec un diamètre de 6^{cm} à 10^{cm}, dans le *Ch. Baronii*, de 4 à 5 troncs de 2^m à 3^m, avec un diamètre de 5^{cm} à 10^{cm}, dans le *Ch. onilahensis*. Quant aux segments foliaires, ils ont, sur la plus grande longueur du rachis, 25^{cm} à 35^{cm} sur 10^{mm} dans le *Ch. Baronii*, 23^{cm} sur 8^{mm} dans le *Ch. propinquus*,

40^{cm} à 50^{cm} sur 10^{mm} à 15^{mm} dans le *Ch. onilahensis*. Les inflorescences de ces trois espèces ne paraissent jamais que deux fois ramifiées, mais cette moindre ramification, comparée à celle du *Ch. lutescens*, coïncide avec la moindre robustesse.

Quelles sont, dès lors, les différences qui nous empêchent de réunir tous ces Palmiers en une seule espèce ? C'est déjà, indépendamment des dimensions des segments foliaires, qui ne sont pas tout à fait les mêmes, la longueur du pétiole, qui est très court ou même nul dans le *Ch. propinquus*, très court encore (4^{cm} à 5^{cm}) dans le *Ch. onilahensis*, plus long (jusqu'à 25^{cm}) dans le *Ch. Baronii*, où il reste toutefois plus court que la gaine, et long (au moins 20^{cm}) dans le *Ch. lutescens*, où il est, au contraire, ordinairement plus long que cette gaine. Mais, même à ce point de vue, si l'on remarque encore que les longueurs de la gaine et du pétiole peuvent dépendre de l'âge de la plante, de la hauteur du stipe, de la plus ou moins grande vigueur de croissance du pied, on ne peut pas attacher une trop grande importance à ces dimensions.

Anatomiquement, d'autre part, les méristèles, dans les segments, sont sensiblement différentes. Elles n'occupent pas toute l'épaisseur des nervures et n'atteignent pas l'épiderme supérieur dans le *Ch. propinquus*, alors qu'elles correspondent à toute l'épaisseur de la nervure dans les trois autres espèces : dans le *Ch. lutescens*, où elles sont vaguement elliptiques, avec un très court et très léger rétrécissement vers le haut; dans le *Ch. Baronii*, où elles sont plutôt piriformes, avec un long rétrécissement supérieur; dans le *Ch. onilahensis*, où elles sont grossièrement turbinées, la pointe vers le bas. En outre, dans le parenchyme, foliaire, il n'y a que quelques îlots scléreux, au voisinage des nervures, dans le *Ch. propinquus*, et ces îlots sont aussi très rares ou même manquent dans le *Ch. Baronii*, tandis qu'ils sont très nombreux dans le *Ch. lutescens*, ainsi que, surtout vers l'épiderme supérieur, dans le *Ch. Baronii*.

Enfin il est à remarquer encore, au point de vue de la morphologie externe, que l'orifice de la gaine non encore déchirée est très oblique dans le *Ch. Baronii*, où ses bords se continuent presque insensiblement avec les bords du pétiole, tandis que le même orifice fait un angle obtus avec le pétiole dans le *Ch. lutescens* et un angle presque droit dans le *Ch. onilahensis* et le *Ch. propinquus*.

Et il nous faut bien tenir compte de ces caractères, car nous constatons que, chez le *Ch. lutescens*, aussi bien la structure anatomique de la feuille que la disposition et la forme de l'orifice de la gaine sont absolument iden-

tiques dans des spécimens récoltés sur les dunes littorales, dans un autre spécimen qui nous a été adressé du Jardin d'Essais de l'Ivoloina et sur des pieds provenant de nos serres, c'est-à-dire dans des exemplaires qui, tout en ayant pour origine première le même peuplement littoral, se sont cependant trouvés ensuite soumis à des conditions assez différentes de végétation, surtout quand il s'agit des individus cultivés dans nos serres.

Ce dernier fait indique évidemment une certaine fixité des caractères spécifiques correspondant à un peuplement; cette fixité pourtant ne serait pas telle que, à la longue, d'autres facteurs plus puissants, comme l'altitude, le sol, etc., ne soient en état de déterminer des modifications progressives, qui se fixent à leur tour. De là sans doute résultent ces formes que nous n'osons pas affirmer être des variétés d'une même espèce et que nous considérons comme espèces affines, mais dont l'ensemble forme, en tout cas, dans le genre, un groupe qu'il est intéressant d'établir, car on atténue ainsi ce que peut avoir de trompeur, lorsqu'on le prend au sens linnéen, le terme d' « espèce », dont la trop grande précision apparente a bien le défaut, qu'on lui a maintes fois justement reproché, de ne pas toujours correspondre certainement à la réalité.

M. J. **Hadamard** fait hommage à l'Académie des *Leçons d'Analyse fonctionnelle professées au Collège de France* par **Paul Lévy**, pour lesquelles il a écrit une Préface.

ÉLECTIONS.

Par 42 suffrages, contre 2 à Sir *Robert Hadfield* et 1 à Sir *William Pope*, M. **Amé Pictet** est élu Correspondant pour la Section de Chimie, en remplacement de M. *Ph.-A. Guye*, décédé.

PLIS CACHETÉS.

MM. **Paul Sacerdote** et **Pierre Lambert** demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 23 avril 1917 et inscrit sous le n° 8383.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Nouveau procédé pour déceler la présence d'un sous-marin.*

(Renvoi à l'examen de M. Bertin.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui désigner huit de ses Membres qui occuperont les places que l'expiration des pouvoirs rendra prochainement vacantes dans la *Commission technique de la Caisse des recherches scientifiques*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Jacques Rueff. *Des sciences physiques aux sciences morales*. (Présenté par M. Émile Borel.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines équations fonctionnelles algébriques*. Note de M. **H. Mineur**, présentée par M. Goursat.

I. Soit g un groupe continu de transformations birationnelles à s variables défini par s transformations infinitésimales indépendantes :

$$X_i f = \sum_{k=1}^{s} \xi_{ki} \frac{\partial f}{\partial x_k} \qquad (i = 1, 2, \ldots, s).$$

Nous supposons que g est simplement transitif, le déterminant δ formé avec les ξ_{ki} n'est donc pas identiquement nul; désignons par (δ) le lieu qui a pour équation $\delta = 0$.

Soit

$$F(y_1, y_2, \ldots, y_{s+1}) = 0 \tag{I}$$

une relation algébrique entre $s+1$ variables, dans l'espace à $s+1$ dimensions; elle définit une multiplicité algébrique $\mathfrak{M}$ à s dimensions.

Dans ce qui va suivre, nous supposerons toujours les y liés par cette relation (I). Soit $\mathcal{G}$ un groupe continu à s paramètres de transformations birationnelles sur $\mathfrak{M}$ et laissant $\mathfrak{M}$ invariante. Nous supposons $\mathcal{G}$ simplement transitif, sauf sur une multiplicité (Δ) tracée sur $\mathfrak{M}$, et isomorphe à g.

D'après la théorie de Lie, il existe un système de $s+1$ fonctions y_i,

$y_2, \ldots, y_{s+1}$ de $x_1, x_2, \ldots, x_s$, vérifiant (I), prenant en un point x_i^0 des valeurs données et telles que si l'on considère ces fonctions comme définissant une transformation $y = f(x)$, le groupe $\mathcal{G}$ est le transformé de g par f. En d'autres termes $y = f(x)$ est définie par l'équation fonctionnelle

$$(II) \qquad f[g] = \mathcal{G}[f].$$

II. Nous allons étudier les fonctions y des variables x ainsi définies :

1° Posons $x_k = x'_k + ix''_k$, les fonctions y se comportent comme des fonctions rationnelles dans tout domaine fermé de l'espace $x'_1, x''_1, x'_2, x''_2, \ldots, x'_s, x''_s$ de connexion linéaire égale à l'unité et ne contenant aucun point de (δ).

2° Si, lorsque le point $x'_1, x''_1, \ldots, x''_s$ décrit un contour fermé, les fonctions y_i reprennent des valeurs $\overline{y}_i$ différentes des valeurs primitives, la transformation qui fait passer des y_i aux $\overline{y}_i$ est permutable avec toutes celles de $\mathcal{G}$.

Ces deux théorèmes sont encore vrais si l'on échange entre eux g et $\mathcal{G}$, les x et les y.

III. Deux cas peuvent donc se présenter :

1° Toutes les transformations de g sont permutables entre elles; en prenant pour g le groupe $x'_i = x_i + a_i$ $(i = 1, 2, \ldots, s)$, on obtient pour les y des fonctions uniformes.

2° g n'admet aucune transformation infinitésimale distinguée; si g est tel que par un choix convenable des paramètres, les équations de g dépendent birationnellement de ces paramètres, les fonctions y sont uniformes dans un domaine quelconque. De plus, la correspondance établie par (II) entre les transformations finies de g et $\mathcal{G}$ est biuniforme, ce qui n'a pas lieu lorsque g est permutable.

IV. Soit $x' = \tau(x)$ une transformation à s variables telle que l'on ait symboliquement $f[\tau(x)] = f[x]$. Nous dirons que τ appartient au groupe (g') de f. On obtient facilement (g') en considérant les y comme des variables et les x comme des fonctions et l'on arrive au résultat suivant :

(g') est un sous-groupe discontinu du groupe g' formé des transformations permutables avec toutes les transformations de g.

Les substitutions de (g') sont de deux sortes : les unes, analogues aux périodes cycliques des intégrales abéliennes, proviennent des contours tracés sur $\mathfrak{M}$ qui ne peuvent être réduits à un point par une déformation continue; les autres, analogues aux périodes polaires, proviennent de contours infiniment petits entourant un point de Δ.

On voit qu'à chaque structure de groupe simplement transitif correspond une classe de transcendantes uniformes. Les fonctions elliptiques et abéliennes correspondent à la structure $(X_i, X_k) = 0$ et la théorie précédente consiste à les définir par leur théorème d'addition.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème des moments.* Note de M. **Torsten Carleman**, présentée par M. Émile Borel.

Étant donnée une suite de constantes réelles $C_0, C_1, \ldots, C_n, \ldots$, proposons-nous de déterminer une fonction $\psi(x)$ non décroissante (à une infinité de points de croissance) qui satisfasse aux relations

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^\nu \, d\psi(x) = C_\nu \qquad (\nu = 0, 1, 2, \ldots). \tag{1}$$

Ce problème qui généralise le problème des moments de Stieltjes a récemment été l'objet d'importantes recherches de M. Hamburger (*Math. Ann.*, 1920, 1921). Il suit de l'inégalité évidente $\int_{-\infty}^{\infty}\left(\sum_{\nu=0}^{m} y_\nu x^\nu\right)^2 d\psi(x) > 0$ que les formes quadratiques $\sum_{p,q}^{m} C_{p+q} y_p y_q$ doivent être positives définies. Ces conditions entraînent que la série $-\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{C_\nu}{\mu^{\nu+1}}$ peut être développée (formellement) en fraction continue de la forme

$$\frac{b_0|}{|a_1-\mu} - \frac{b_1|}{|a_2-\mu} - \ldots - \frac{b_{n-1}|}{|a_n-\mu} \ldots \qquad (b_\nu > 0). \tag{2}$$

Désignons par S_ν la substitution linéaire

$$T = \frac{b_\nu}{a_{\nu+1} - \mu - t}. \tag{3}$$

En comparant $S_0, S_1, \ldots, S_{n-1}$ on trouve

$$S_0 S_1 \ldots S_{n-1}(t) = \frac{b_0|}{|a_1-\mu} - \frac{b_1|}{|a_2-\mu} - \ldots - \frac{b_{n-1}|}{|a_n-\mu-t}.$$

Supposons pour préciser $I[\mu] > 0$, $I[\mu]$ désignant la partie imaginaire de μ. Il suit de (3) que l'inégalité $I[t] > 0$ entraîne $I[T] > 0$. On en con-

clut que la transformation $\xi = S_0 S_1 \ldots S_{n-1}(t)$ transforme le demi-plan supérieur des t en un cercle $C_n(\mu)$ situé entièrement au-dessus de l'axe réel dans le plan des ξ, et, en outre, que chaque $C_n(\mu)$ contient tous les $C_\nu(\mu)$ d'indice supérieur. La suite des cercles $C_1(\mu)$, $C_2(\mu)$, ..., $C_n(\mu)$, ... tend donc ou vers un cercle limite $C(\mu)$ ou bien vers un seul point $\rho(\mu)$. Dans le second cas nous dirons avec M. Hamburger que la fraction continue est complètement convergente.

Citons maintenant le lemme suivant :

« Soit $\psi_0(x)$ une fonction non décroissante telle que tous les moments correspondants existent. Alors on a

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi_0(x)}{x - z} = \frac{\gamma_0}{\alpha_1 - z - Y},$$

où l'on a posé

$$\gamma_0 = \int_{-\infty}^{\infty} d\psi_0(x), \qquad \gamma_0 \alpha_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x \, d\psi_0(x), \qquad Y = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi_1(x)}{x - z},$$

$\psi_1(x)$ étant une fonction de même nature que $\psi_0(x)$. »

Ce théorème est presque immédiat dans le cas où $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi_0(x)}{x - z}$ est égal à $\sum_{\nu=1}^{m} \frac{A_\nu}{x_\nu - z}$ $(A_\nu > 0)$. La proposition générale s'en déduit par un passage à la limite en approchant $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi_0(x)}{x - z}$ par des expressions de la forme

$$\sum_{\nu=-m}^{m-1} \frac{\int_{x_\nu}^{x_{\nu+1}} d\psi_0(x)}{x_\nu - z} + \frac{\int_{-\infty}^{x_{-m}} d\psi_0(x)}{x_{-m} - z} + \frac{\int_{x_m}^{\infty} d\psi_0(x)}{x_m - z}.$$

Soit maintenant $\psi(x)$ une solution quelconque de (1). Par application répétée du lemme que nous venons d'énoncer, on voit que la valeur de t, solution de l'équation

$$\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi(x)}{x - \mu} = S_0 S_1 \ldots S_{n-1}(t)$$

est de la forme $t = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi_n(x)}{x - \mu}$. $\psi_n(x)$ étant non décroissante, on trouve $I[t] > 0$. Le point ξ est donc situé à l'intérieur du cercle $C_n(\mu)$. Ceci ayant lieu quel que soit n, on voit que ξ appartient au cercle $C(\mu)$. D'où le résultat : *Si $\psi(x)$ est une solution quelconque du problème des moments* (1),

on a

$$\left|\zeta(\mu) - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi(x)}{x-\mu}\right| < \rho(\mu),$$

$\zeta(\mu)$ étant le centre du cercle $C(\mu)$ et $\rho(\mu)$ son rayon.

En supposant $\rho(\mu) = 0$, on obtient comme cas particulier le théorème de M. Hamburger : Si la fraction continue (2) est complètement convergente le problème des moments (1) est déterminé.

Signalons encore le théorème suivant facile à démontrer : *Pour que $\psi(x)$ soit une solution du problème des moments* (1), *il faut et il suffit qu'il existe une suite de fractions limitées*

$$g_n(\mu) = \frac{b_0^{(n)}|}{|a_1^{(n)} - \mu} - \frac{b_1^{(n)}|}{|a_2^{(n)} - \mu} - \frac{b_{n-1}^{(n)}|}{|a_n^{(n)} - \mu} \qquad (b_\nu^{(n)} > 0),$$

telles que l'on ait

$$\lim_{n=\infty} b_\mu^{(n)} = b_\mu, \qquad \lim_{n=\infty} a_\mu^{(n)} = \alpha_\mu \qquad (\mu = 0, 1, 2, \ldots),$$

$$\lim_{n=\infty} g_n(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi(x)}{x-\mu} \qquad (I[\mu] \neq 0).$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la loi de Gauss.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

Dans une Note présentée le 27 mars, j'ai indiqué des conditions dans lesquelles on peut affirmer que la somme d'un grand nombre d'erreurs très petites obéit à la limite de la loi de Gauss. Une erreur de rédaction m'a fait écrire, dans l'énoncé de la première condition, les mots *valeurs de x supérieures à C en valeur absolue*, alors que je voulais écrire *supérieures à Cm*. L'énoncé ainsi faussé était inexact, comme l'a fait remarquer M. Lindeberg dans sa Note du 29 mai 1922.

Voici brièvement indiquée la démonstration de la proposition ainsi rectifiée.

Considérons d'abord ce qu'il est commode d'appeler *une loi de probabilité réduite*, c'est-à-dire pour laquelle on ait

$$(1) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} x\,dF(x) = 0, \qquad m^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 dF(x) = 1,$$

$F(x)$ désignant la probabilité pour que la variable considérée soit inférieure à x. Une loi de probabilité peut être réduite par un changement

d'origine et un changement d'unité, pourvu que l'intégrale m^2 soit finie. Étant donné un nombre ε positif arbitrairement petit, on peut déterminer un nombre C tel que

$$\int_{-C}^{+C} x^2 d\,F(x) > 1 - \frac{\varepsilon}{2}.$$

En posant

$$\varphi(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{izx} d\,F(x), \qquad \omega(z) = \int_{-C}^{+C} e^{izx} x^2 d\,F(x),$$

$\varphi(z)$ étant donc la *fonction caractéristique*, on a évidemment

$$|\varphi''(z) + \omega(z)| < \frac{\varepsilon}{2}, \qquad |\omega'(z)| < C, \qquad |\omega(z) - \omega(0)| < C|z|,$$

d'où l'on déduit, en observant que $\varphi(0) = 1$, $\varphi'(0) = 0$, $\varphi''(0) = -1$,

$$|\varphi''(z) + 1| < \varepsilon + C|z|, \qquad \left|\varphi(z) - 1 + \frac{z^2}{2}\right| < \frac{\varepsilon}{2} z^2 + \frac{C}{6}|z^3|.$$

On peut donc déterminer h positif tel que $|z| < h$ entraîne

$$(2) \qquad \psi(z) = \log\varphi(z) = -\frac{z^2}{2}[1 + \varepsilon\,\theta(z)] \qquad (-1 < \theta < 1).$$

Il suffit d'ailleurs de connaître l'expression de C en fonction de ε pour en déduire celle de h. Si donc on a un ensemble de lois réduites pour lesquelles les intégrales qui définissent m^2 convergent *également* vers l'unité, on peut déterminer h de manière que la formule (2) s'applique à toutes ces lois.

Ceci posé, supposons que les lois de probabilité qu'il s'agit de composer vérifient la première condition (1), que les valeurs de la moyenne quadratique m soient toutes inférieures à un nombre très petit η, et que les lois réduites correspondantes constituent une famille de la nature que nous venons de considérer (ce qui équivaut aux conditions de ma précédente Note, en tenant compte de la rectification indiquée ci-dessus). Pour toutes ces lois, $\eta|z| < h$ entraîne

$$\psi(z) = \log \int_{-\infty}^{+\infty} e^{izx} d\,F(x) = -\frac{m^2 z^2}{2}[1 + \varepsilon\,\theta(z)].$$

Pour mettre en évidence l'allure de la loi composante, il faut bien entendu la supposer réduite, c'est-à-dire que $\Sigma m^2 = 1$. Pour cette loi, le logarithme de la fonction caractéristique est alors, pour $\eta|z| < h$, de la forme

$$\Psi(z) = \Sigma\psi(z) = -\frac{z^2}{2}[1 + \varepsilon\,\theta_1(z)], \qquad (-1 < \theta_1 < 1).$$

En choisissant d'abord ε, puis η aussi petit qu'il est nécessaire, on voit que, dans tout intervalle fini, $\Psi(z)$ diffère aussi peu que l'on veut de $-\frac{z^2}{2}$, valeur qui caractérise la loi de Gauss.

Ce résultat me paraît suffisant pour que l'on puisse dire en termes peu précis que l'on a à la limite la loi de Gauss. Il serait préférable d'établir que pour la loi composante, supposée réduite, on a

$$\left| F(x) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right| < \varepsilon.$$

Bien que je n'aie pu y parvenir jusqu'ici, je crois qu'il est possible d'y arriver sans nouvelle hypothèse.

NOMOGRAPHIE. — *Les abaques à transparent orienté.* Note (¹) de M. **W. Margoulis**, présentée par M. Ch. Lallemand.

Le transparent orienté a fait sa première apparition systématique en 1885, dans les abaques hexagonaux de M. Ch. Lallemand.

J'ai réussi à généraliser largement cette méthode de façon à pouvoir représenter, soit sous leurs propres formes, soit sous des formes différentes, toutes les équations représentables par les autres systèmes d'abaques, ainsi qu'un certain nombre d'équations rebelles à ces derniers systèmes.

Depuis 1914, j'ai établi, principalement en vue de la solution de différents problèmes intéressant l'Aviation, une trentaine d'abaques de cette nature.

Ces abaques conviennent surtout à la résolution, par une *seule* opération et sans systèmes surabondants, d'une ou de plusieurs équations à grand nombre de variables; ils se prêtent particulièrement à la *discussion nomographique* des équations.

FORMES CANONIQUES D'ÉQUATIONS REPRÉSENTABLES PAR LES ABAQUES A TRANSPARENT ORIENTÉ.

L'abaque de l'équation $F(X, Y, z_7) = 0$, où

$$X = f_{1,2} + f_{3,4} + f_{5,6} \qquad \text{et} \qquad Y = g_{1,2} + g_{3,4} + g_{5,6},$$

comprend un fond sur lequel, dans un système d'axes OXY, après élimination de z_1 et z_2 entre les équations $x = f_{1,2}$, $y = g_{1,2}$, on trace le *réseau de points à deux cotes* (z_1, z_2), ainsi que le faisceau (z_7).

(¹) Séance du 19 juin 1922.

Le transparent, d'autre part, porte, dans un système d'axes O_1XY, parallèles aux axes OXY, le réseau (z_3, z_4), obtenu par l'élimination de z_3 et z_4 entre les équations $x = -f_{3,4}$, $y = -g_{3,4}$, ainsi que le réseau (z_5, z_6) tracé au moyen des relations $x = f_{5,6}$, $y = g_{5,6}$.

Si, dans l'équation ci-dessus, $f_{1,2} = \Phi(g_{1,2})$, ..., le fond portera les échelles binaires (z_1, z_2) et (z_3, z_4), le réseau des lignes à deux cotes $(h_{1,2}, h_{3,4})$ et le faisceau (z_{13}). Sur le transparent seront tracées les échelles binaires (z_5, z_6), (z_7, z_8), (z_9, z_{10}) et (z_{11}, z_{12}), ainsi que les réseaux $(h_{5,6}, h_{7,8})$ et $(h_{9,10}, h_{11,12})$.

Pour résoudre un système d'équations du genre ci-dessus, se prêtant à l'emploi de la méthode, on superposera les échelles des variables communes. Ainsi, pour deux équations à huit variables, on utilisera : 1° un fond portant le réseau (z_1, z_2) et les faisceaux (z_5), (z_8); 2° un transparent avec un point fixe et deux réseaux (z_3, z_4), (z_5, z_6), ou bien un fond et un transparent portant chacun deux réseaux.

Le même procédé s'applique à une seule équation : par l'introduction de variables auxiliaires, on la divise en plusieurs équations et l'on élimine ces variables par la suppression d'un réseau ou par sa réduction à un faisceau.

TYPES D'ABAQUES POUR FORMES CANONIQUES DE LA MÉTHODE DES POINTS ALIGNÉS.

On peut considérer les abaques à points alignés comme des cas particuliers des abaques à transparent orienté; il suffit, en effet, de diviser l'équation $|f_i g_i h_i| = 0$ en trois équations de la forme

$$Y = X z_n, \qquad \text{où} \quad Y = \frac{-f_i}{h_i + g_i} + y, \quad X = \frac{\delta(h_i - g_i)}{h_i + g_i}$$

et d'accoler les trois abaques par l'échelle commune (y).

Mais si, pour des équations d'ordre 3 et 4, on ne procède pas par division, et que, pour des ordres supérieurs, on emploie la division et l'anamorphose logarithmique, on obtient des abaques de formes différentes.

Ainsi, les équations d'ordre 3, à 3 termes, sont représentables par un abaque à 3 échelles et 3 index droits, formant entre eux un angle quelconque (cas particulier : abaque *hexagonal*).

L'abaque des équations d'ordre 3, à 4 termes, et d'ordre 4, à 3 et 4 termes, est une espèce d'abaque *hexagonal généralisé*, comportant 3 échelles et 3 index, qui peuvent être tous courbes.

L'ordre 5 donne un abaque à 2 échelles courbes ou droites, une échelle droite, un index courbe et un index droit. L'ordre 6 conduit à 3 échelles courbes ou droites et un index courbe.

L'équation générale à quatre variables donne un abaque à *double index courbe*

orienté, comportant quatre échelles courbes ou droites et un faisceau d'index courbes équidistants.

Les autres formes canoniques peuvent être représentées, en remplaçant les échelles par des réseaux.

Parmi les équations traitées par M. Mehmke, l'équation

$$ax^m y^n + bx^p y^q + cx^r y^s + 1 = 0$$

peut être représentée plus simplement (sans variable auxiliaire) par un fond, portant les réseaux (a, b), (c, d) et l'échelle (x) et par un transparent à trois index. De même les équations complètes de degré 3 et 4 peuvent être traduites, par l'emploi de points à deux côtés, au moyen d'un transparent *unique*.

DESCRIPTION SOMMAIRE DE QUELQUES ABAQUES A TRANSPARENT ORIENTÉ.

I. *Choix de la voilure d'un avion ou d'un hélicoptère.* — Trois équations à neuf variables :

$$1 = \frac{K_x S}{R'_x} + \frac{K_y^{\frac{3}{2}} S^{\frac{3}{2}} P \Delta^{\frac{3}{2}}}{R'_x Q^{\frac{3}{2}}}; \qquad V^3 = \frac{\frac{P}{R'_x}}{1 + \frac{K_x S}{R'_x}}; \qquad K_x = f(K_y).$$

II. *Montée d'un avion.* — Trois équations entre huit variables :

$$X_1 = \frac{1}{f(h) - Y\varphi(h)}; \qquad X = \int_0^h \frac{dh}{f(h) - Y\varphi(h)};$$
$$Y = \frac{f(H)}{\varphi(H)},$$

où h désigne l'altitude; H, le plafond; X_1, X et Y, des fonctions des éléments ci-après, savoir : la charge par cheval et par mètre carré de surface portante, le rendement de l'hélice, le nombre de tours du moteur, la vitesse ascensionnelle et le temps de montée.

III. *Abaque général pour l'établissement d'un projet d'avion ou d'hélicoptère.* — L'abaque réunit avec les six équations des deux précédents abaques les équations des poids constitutifs de l'avion ou de l'hélicoptère; il résout ainsi un ensemble de huit équations comprenant treize variables au total.

IV. *Convoi remorqué par une locomotive* (formule Frank-Vaës). — J'ai traduit cette formule par un abaque à sept variables, sans systèmes surabondants, et qui permet d'obtenir par une opération unique le résultat cherché.

ASTRONOMIE. — *La loi de Riemann, le périhélie de Mercure et la déviation de la lumière.* Note de M. **Gaston Bertrand.**

1. *Loi de Riemann.* — D'après la loi électrodynamique de Riemann, *légèrement modifiée*, les équations du mouvement relatif d'une masse $m(x, y, z)$ attirée par une autre masse sont

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{fMx}{r^3} - \alpha\frac{fM}{c^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{dx}{dt}\right) - \frac{\alpha fM}{2c^2}\frac{xv^2}{r^3}$$

et les deux analogues en y et z.

c, vitesse de la lumière; f, coefficient d'attraction; M, masse fictive de la masse attirante; v, vitesse de la masse attirée; α, paramètre indéterminé qui rend plus simple la loi de Riemann.

On voit aisément que, quelles que soient les conditions initiales, le mouvement est plan et que l'on a :

L'intégrale des aires

$$r^2\frac{d\theta}{dt}\left(1 + \frac{\alpha fM}{c^2 r}\right) = \Gamma;$$

L'intégrale des forces vives

$$v^2\left(1 + \frac{\alpha fM}{c^2 r}\right) = \frac{2fM}{r} + h.$$

2. *Équation de la trajectoire et rotation du périhélie.* — Une fois posé

$$fM = \lambda, \qquad \frac{\alpha fM}{c^2} = \mu, \qquad \frac{1}{r} = u,$$

l'équation de la trajectoire s'écrit

$$\frac{du^2}{d\theta^2} = -\left(1 - \frac{2\lambda\mu}{\Gamma^2}\right)u^2 + \frac{2\lambda + \mu h}{\Gamma^2}u + \frac{h}{\Gamma^2}.$$

Pour une trajectoire voisine d'une ellipse on a

$$1 - \frac{2\lambda\mu}{\Gamma^2} > 0, \qquad h < 0$$

et, par conséquent,

$$\frac{2\Gamma^2 - 4\lambda\mu}{r} = 2\lambda + \mu h + \sqrt{(2\lambda - \mu h)^2 + 4h\Gamma^2}\cos\sqrt{1 - \frac{2\lambda\mu}{\Gamma^2}}(\theta - \theta_0).$$

le rayon vecteur est minimum quand

$$(\vartheta_n - \vartheta_0)\sqrt{1 - \frac{2\lambda\mu}{\Gamma^2}} = 2n\pi,$$

ce qui donne pour la rotation du périhélie pendant une révolution

$$\delta\Omega = 2\pi\left[\left(1 - \frac{2\lambda\mu}{\Gamma^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right].$$

Dans le cas actuel $\frac{\lambda\mu}{\Gamma^2}$ est infiniment petit

$$\delta\Omega = 2\pi\frac{\lambda\mu}{\Gamma^2} = 2\pi\alpha\frac{f^2M^2}{c^2\Gamma^2},$$

et, comme le mouvement a lieu sensiblement suivant les lois de Képler, on obtient finalement la formule cherchée

$$\delta\Omega = 8\alpha\frac{\pi^3 a^2}{c^2 T^2(1 - e^2)},$$

T, durée de la révolution; a, demi-grand axe; e, excentricité.

3. *Déviation de la lumière.* — On peut assimiler un rayon lumineux à la trajectoire d'une particule électrisée qui part de l'infini avec la vitesse c et vient passer à la distance minimum R du centre du Soleil.

On a alors les deux équations du mouvement

$$r^2\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\Gamma r}{r + \mu},$$

$$v^2 = \frac{c^2 r + 2\lambda}{r + \mu},$$

avec

$$\Gamma^2 = (c^2 R + 2\lambda)(R + \mu).$$

D'où la trajectoire

$$\frac{2R}{r}\left[R + \frac{fM}{c^2}(2 + \alpha)\right] = \frac{fM}{c^2}(2 + \alpha) + \left[2R + \frac{fM}{c^2}(2 + \alpha)\right]\cos\sqrt{1 - \frac{2\lambda\mu}{\Gamma^2}}(\vartheta - \vartheta_0),$$

$$1 - \frac{2\lambda\mu}{\Gamma^2} = 1 - \frac{2\alpha f^2 M^2}{c^4\left(R + \frac{2fM}{c^2}\right)\left(R + \frac{\alpha fM}{c^2}\right)}.$$

Or, $\frac{fM}{c^2}$ est approximativement égal à $1^{\text{km}},5$ et, pour un rayon qui rase la

surface du Soleil,

$$R = 695\,500^{\text{km}};$$

$\frac{2\lambda\mu}{\Gamma^2}$ est donc du second ordre en $\frac{fM}{c^2 R}$ et l'on trouve pour la déviation cherchée

$$\delta = \frac{\frac{fM}{c^2}(2+\alpha)}{R + \frac{fM}{2c^2}(2+\alpha)}$$

ou tout simplement

$$\delta = \frac{fM(2+\alpha)}{c^2 R}.$$

4. *Résumé et conclusion.* — Formules d'Einstein :

$$\delta\Omega = \frac{24\pi^3 a^2}{c^2 T_2(1-e^2)}, \qquad \delta = \frac{4fM}{c^2 R}.$$

Loi de Riemann modifiée :

$$\delta\Omega = \frac{8\alpha\pi^3 a^2}{c^2 T^2(1-e^2)}, \qquad \delta = (2+\alpha)\frac{fM}{c^2 R}.$$

Loi de Newton ($\alpha = 0$) :

$$\delta\Omega = 0, \qquad \delta = \frac{2fM}{c^2 R}.$$

I. Si l'on adopte 42″,9 pour la rotation séculaire du périhélie de Mercure, on doit prendre $\alpha = 3$ et la déviation d'un rayon lumineux est

$$\delta = \frac{5fM}{c^2 R},$$

c'est-à-dire, pour un rayon rasant la surface du Soleil, 2″,2 au lieu de 1″,75 déduite de la formule d'Einstein.

II. Si l'on adopte les calculs de Grossmann qui attribuent 38″ tout au plus à Mercure, le nombre α *qui caractérise le champ électrique solaire* est égal à 2,6 environ et l'on a pour δ

$$\delta = 2'',0.$$

Il faudra donc des mesures d'une extrême précision pour décider entre Einstein et Riemann.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations d'étoiles du type N et notamment d'une étoile à température effective extrêmement basse, au moyen du photomètre hétérochrome de l'Observatoire.* Note de MM. **Charles Nordmann** et **Le Morvan.**

Nous avons étudié, au moyen du photomètre hétérochrome fixé au petit équatorial coudé de l'Observatoire de Paris, la répartition de l'intensité dans le spectre de plusieurs étoiles du type spectral N de Harvard. On sait que les étoiles (en nombre assez limité) appartenant à ce type sont toutes d'assez faible grandeur et comme telles inaccessibles aux méthodes spectrophotométriques habituelles, même avec des instruments puissants.

Nos observations ont porté spécialement sur les trois étoiles suivantes : 1° l'étoile 4195 H. R. qui est indiquée par *Harvard Revised Photometry* (H. R.) comme étant de grandeur 6,32, et qui, par une singulière anomalie, ne figure pas dans le récent catalogue de Harvard, *Henri Draper Memorial* (H. D.); 2° l'étoile 4846 H. R. indiqué par H. R. comme étant de grandeur 5,53 et qui porte dans H. D. le numéro 110914 avec l'indication d'une variabilité oscillant entre les grandeurs 4,8 et 6,0; cette étoile porte aussi le nom de *Y Canum venaticorum;* 3° l'étoile H. D. 112559 qui porte aussi le nom de *RY Draconis* et que H. D. indique comme variant entre les grandeurs 6,1 et 7,1.

Nous avons observé systématiquement ces trois étoiles notamment dans les soirées des 20, 22, 23 et 27 mai 1922 en les rapportant aux étoiles de comparaison ψ *Ursæ majoris*, χ_1 *et* χ_2 *Bootis*, 4693 et 4792 H. R. Nous avons au cours d'autres soirées rattaché ces étoiles de comparaison à la Polaire.

Pour celle-ci, rappelons-le, si l'on désigne respectivement par R, V et B les intensités observées à travers nos trois écrans rouge, vert et bleu, antérieurement définis, nous avons adopté la valeur $\log\frac{R}{B} = -0,844$, à laquelle correspond la température effective de 8200° absolus.

Dans le Tableau ci-après, on donne, d'après nos observations, qui sont extrêmement concordantes d'une soirée à l'autre, les valeurs par rapport à la Polaire de $\log\frac{R}{B}$ et de $\log\frac{V}{B}$ pour les trois étoiles du type N considérées et leurs températures effectives déduites de ces valeurs par la loi de Planck.

Nom de l'étoile.	Æ 1900,0.	Ⓓ 1900,0.	$\log\frac{R}{B}$ Polaire $-\log\frac{R}{B}$ étoile.	$\log\frac{V}{B}$ Polaire $-\log\frac{R}{B}$ étoile.	Température effective.
4195 H. R..	10ʰ.38ᵐ,2	+67°,56	−0,448	−0,246	3440° absolus
110914 H. D..	12.40,4	+45,58	−0,568	−0,242	3010 »
112559 H. D..	12.52,5	+66,32	−0,936	−0,594	2164 »

La signification de ce Tableau est claire. Par exemple, le fait que pour la troisième étoile $\log\frac{R}{B}$ Polaire — $\log\frac{R}{B}$ étoile = − 0,936 signifie que l'étoile étant ramenée à avoir la même intensité que la Polaire dans le rouge, son intensité dans le bleu est inférieure à celle de la Polaire dans un rapport dont le logarithme égale — 0,936. Autrement dit, la Polaire et l'étoile 112559 H. D. étant ramenées à être identiques si on les observe à travers l'écran rouge du photomètre, l'éclat de la Polaire sera 8,63 fois plus grand que celui de l'étoile si on les observe ensuite à travers l'écran bleu, c'est-à-dire dépassera l'éclat de l'étoile de 2,34 grandeurs stellaires. L'interprétation des autres nombres du Tableau est aussi simple.

Si l'on se reporte aux températures effectives que nous avons déterminées antérieurement par le même procédé pour un certain nombre d'étoiles (voir notamment *Comptes rendus*, 6 décembre 1909, 11 avril 1921, 11 juillet 1921, etc.), on constate que diverses étoiles du type M (notamment ρ Persée, Bételgeuse, η Gémeaux) ont des températures effectives qui sont inférieures à celles des deux premières étoiles du type N du Tableau précédent, ou du même ordre de grandeur. De cela une remarque importante se dégage d'abord : *Contrairement à une opinion répandue, la température effective des étoiles du type* N (*étoiles carbonées*) *n'est pas toujours inférieure à celle des étoiles du type* M [et même du type K, puisque d'après nos déterminations antérieures (*loc. cit.*) Aldébaran a une température effective à peu près égale à celle de l'étoile 4195 H. R.].

Par contre, *la troisième étoile du Tableau ci-dessus*, 112559 H. D., *possède la température effective la plus basse que nous ayons jamais déterminée parmi les étoiles :* 2160° *absolus, c'est-à-dire* 1887° C. C'est une température effective à peine supérieure à celle de la partie lumineuse de la flamme du pétrole.

La comparaison des nombres obtenus ci-dessus montre d'ailleurs que parmi les étoiles de la classe N [de même que nous l'avons établi pour celles des autres classes spectrales (*loc. cit.*)] on observe des températures effectives assez dissemblables, ce qui provient sans doute d'absorptions inégales des atmosphères stellaires.

Nous nous proposons de comparer ces absorptions atmosphériques stellaires.

P.-S. — M. Coblentz a déterminé récemment (*Proc. of the National Acad. of Sciences, U. S. A.*, vol. 8, n° 3, p. 49) les températures effectives de 16 étoiles en mesurant au moyen de piles thermo-électriques ultrasensibles la répartition de l'énergie dans leurs spectres.

Il est intéressant de comparer ces résultats à ceux que nous avions nous-mêmes obtenus antérieurement pour celles de ces 16 étoiles qui avaient été étudiées par nous au moyen du photomètre hétérochrome. Cette comparaison est faite dans le Tableau suivant :

Nom de l'étoile.	Spectre.	Température effective d'après Coblentz.	Température effective antérieurement déterminée par Ch. Nordmann et Le Morvan (¹).
		°	°
α Lyræ	Ao	8000	12200
α Can. maj.	Ao	8000	12200
α Can. min.	F5	6000	6800
α Aurigæ	Go	6000	4700
α Tauri	K5	3500	3500
α Orionis	Ma	3000	2750
β Androm.	Ma	4000	3700
μ Geminorum	Ma	3500	3200

L'accord on le voit est excellent, sauf peut-être pour les deux premières étoiles. Il est assez curieux que Rosenberg dont les résultats obtenus par une méthode photographique étaient, pour toutes nos autres étoiles communes, en très bon accord avec ceux que j'avais obtenus avant lui, a donné pour ces deux étoiles des chiffres (22000° pour α Lyræ) qui divergent encore plus des nôtres, et d'ailleurs en sens inverse, que ceux de Coblentz (²). Cette divergence isolée et jusqu'ici inexpliquée étant mise à part, tout cela tend à prouver que pour être la première en date des méthodes de pyrométrie stellaire, et celle qui, pour un instrument donné, s'applique aux étoiles les plus faibles, la méthode du photomètre hétérochrome n'en voit pas moins ses résultats confirmés par les autres procédés qui ont été établis postérieurement pour le même objet.

(¹) *Comptes rendus*, 6 décembre 1909; 14 mars 1910; 9 janvier 1911; 11 juillet 1921.

(²) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1315.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Nouvelle évaluation de la pression interne des liquides. Critérium de l'association des molécules dans un liquide.* Note [1] de **M. N. Vasilesco Karpen**, présentée par M. Paul Janet.

L'existence de la pression interne des liquides introduite pour la première fois par Laplace, pour expliquer les phénomènes capillaires, ne saurait plus faire de doute aujourd'hui. La considération de cette grandeur a été le point de départ des célèbres travaux de Van der Waals, qui en a montré l'intérêt et déterminé la valeur, pour différents liquides, en partant de son équation d'état.

Voici une nouvelle manière d'évaluer la pression interne que Laplace désigne par la lettre K.

Lorsque le fluide se dilate, la pression p exécute le travail extérieur utilisable; la pression K le travail intérieur, en faveur de l'énergie potentielle mutuelle des molécules qui augmente.

Soient p, v, T la pression, le volume et la température absolue du fluide. Produisons, par une décompression isotherme, une augmentation dv du volume, et soit dQ la chaleur reçue par le fluide. On a

$$dQ = l\,dv,$$

l étant la chaleur latente d'expansion à température constante. D'un autre côté, le travail accompli par la pression totale est $(p + K)\,dv$.

Si nous admettons que, dans la décompression *à température constante*, les molécules du fluide sont restées les mêmes, c'est-à-dire que leur masse et leur énergie individuelle n'ont pas changé, on doit avoir, J étant l'équivalent mécanique de la chaleur :

$$(p + K)\,dv = J\,dQ = J\,l\,dv.$$

Remplaçant l par sa valeur donnée par la formule de Clapeyron, on obtient

(1) $$K = T\left(\frac{dp}{dT}\right)_v - p.$$

Lorsque le coefficient de pression à volume constant $\left(\frac{dp}{dt}\right)_v$ n'est pas direc-

[1] Séance du 13 juin 1922.

tement connu, on peut le remplacer par le rapport $\frac{\alpha}{\mu}$, du coefficient de dilatation α au coefficient de compression μ et la formule précédente devient

$$K = T\frac{\alpha}{\mu} - p. \tag{2}$$

Le Tableau suivant contient les valeurs de K calculées pour quelques liquides choisis parmi ceux dont la dilatation thermique et la compressibilité ont été étudiées dans un domaine plus étendu.

Liquides.	Température.	Température correspondante.	K à la température correspondante.	$\frac{K}{P_c}$.	K d'après V. der Waals.	Auteurs des données expérimentales.
Éther	168°	0°	1900 atm	53	1430	Amagat
Alcool éthylique	90	27	3300	52	2400	»
Eau	200	102	10300	51,5	10700	»
Chlorure d'éthyle	8	8	2700	50	2040	»
Alcool méthylique	20	27	3900	50	»	Amagat, Pierre (α)
Isopentane	135	0	1740	52	»	S. Young
	165	0	1600	49	»	
	187,8	0	1580	48	temp. crit.	
	8	0	2200	67 ?	»	
Mercure à 192°, K = 17000						Carnazzi (μ)

La première colonne du Tableau contient la température à laquelle K a été calculé à l'aide de la formule (2), cette température est la plus haute à laquelle α et μ ont été déterminés; la seconde colonne contient la température du liquide correspondant à l'éther pris à 0°; la troisième contient la valeur de K ramenée à la température correspondante (les pressions correspondantes étant toutes voisines de la pression atmosphérique), en admettant que K est proportionnel à $\frac{1}{v^2}$; la quatrième colonne contient le rapport de K à la pression critique P_c, ce rapport doit être à peu près constant, il constitue une vérification de l'exactitude de l'évaluation de K; la cinquième colonne contient les valeurs de K données par Van der Vaals, ces valeurs sont d'environ un quart moindres que celles que j'ai trouvées, sauf pour l'eau, et c'est précisément pour l'eau que Van der Vaals avait constaté l'écart du rapport $\frac{K}{P_c}$; enfin, la sixième colonne contient l'indication des auteurs dont les expériences m'ont servi au calcul de K.

Pour l'isopentane j'ai calculé K en prenant le liquide à des températures différentes, et l'on voit que, à la température relativement basse de 8°, l'écart de $\frac{K}{P_c}$ est considérable. J'ai constaté un écart semblable pour presque

tous les liquides dont j'ai voulu calculer K; il provient certainement du fait que les molécules du liquide, à température relativement basse, sont associées (comme cela a été remarqué par différents auteurs) et qu'elles se dissocient par la dilatation, ou par une élévation de la température. Dans ce cas les formules (1) ou (2) ne sont plus applicables, et c'est la raison pour laquelle, pour calculer K, j'ai pris les liquides à haute température.

Lorsque, à la température considérée, les molécules sont associées et se dissocient par la décompression, il faut introduire la chaleur *dq absorbée* par la dissociation des molécules. La formule (2) devient alors

$$J\frac{dq}{dv} = T\frac{\alpha}{\mu} - K - p, \qquad (3)$$

dans laquelle K est la valeur de la pression interne calculée à haute température, ramenée à la température considérée, et vérifiée par la valeur du rapport $\frac{K}{P_c}$ ou, en absence des données, déduite de ce rapport.

La formule (3) constitue un critérium de l'association des molécules dans un liquide. Les molécules seront associées si $\frac{dq}{dv}$ est différent de zéro.

La chaleur *dq* est généralement positive.

Pour l'eau *dq* est, au contraire, constamment négatif; on a en effet $T\frac{\alpha}{\mu} < 10300$ pour toutes les températures au-dessous de 200°, α étant nul à 4° et négatif au-dessous de 4°.

Il faut en conclure que, au-dessous de 200°, les molécules de l'eau sont associées, et que leur dissociation se fait avec dégagement de chaleur, explicable par la transformation de la vitesse de rotation ou d'oscillation des molécules associées, en vitesse de translation des molécules composantes devenues libres.

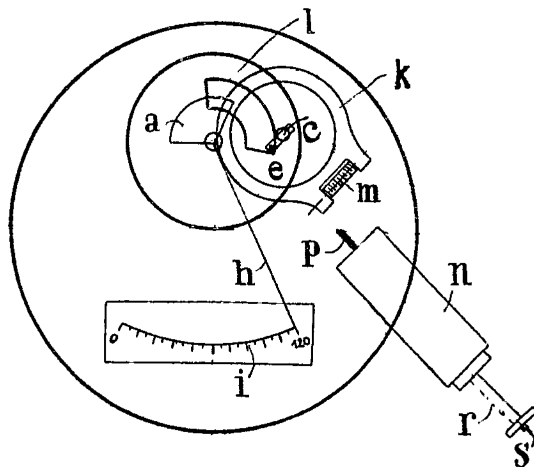
RADIOACTIVITÉ. — *Sur le dosage direct de très faibles quantités de radium par les rayons pénétrants.* Note de M. B. SZILARD, présentée par M. Daniel Berthelot.

En apportant quelques perfectionnements à l'électromètre récemment décrit [1], j'ai réalisé un appareil d'une sensibilité non encore atteinte par un instrument *transportable*, fonctionnant sans batterie de haute tension ni miroir de projection.

---

[1] *Comptes rendus*, t. **174**, 1922, p. 1618.

Principe. — J'ai remarqué que la capacité, la force antagoniste et l'inertie de l'équipage mobile ne sont pas les seuls facteurs qui déterminent la sensibilité de l'électromètre; la position des cadrans par rapport à l'aiguille peut jouer un rôle considérable. Pour s'en rendre compte il suffit d'excentrer la position des secteurs fixes *l* (voir la figure) par rapport au secteur mobile *a*



de l'aiguille, soit en substituant les secteurs fixes par d'autres, de rayon inférieur à celui de l'aiguille, soit simplement en déplaçant leur centre par rapport à l'aiguille. Cette dissymétrie créera des régions où l'angle de déviation de l'aiguille ne sera plus une simple fonction de la charge électrique. Pendant que la force antagoniste (torsion) restera proportionnelle à l'angle, l'attraction correspondant à chaque élément d'angle du cadran décroîtra rapidement. Il en résultera pour l'aiguille un déplacement angulaire sensiblement plus grand que celui qui correspondrait normalement à la variation du potentiel. Cet effet peut être accentué à volonté, et pour une forte dissymétrie peut se traduire par une instabilité complète de l'aiguille. Entre cette dernière position et la position normale se trouvent tout une gamme de positions correspondant chacune à un régime de sensibilité propre et bien définie.

Montage. — Afin de pouvoir donner à l'instrument la sensibilité désirée, nous avons construit un électromètre à cadran réglable, qui tout en restant électriquement isolé peut tourner autour d'un centre *c* différent de celui de l'aiguille.

L'ambre *e* supportant le secteur se trouve noyé dans une roue dentée *k* solidement encastrée dans la platine. Cette roue peut être commandée au moyen d'un pignon *m*; le secteur *l* peut s'excentrer ainsi à volonté vers la tangente de l'aiguille.

Grâce au prolongement de l'aiguille *h* et de l'échelle fixe *i*, l'instrument permet des lectures directes, sans microscope; la charge électrique est fournie automatiquement par le petit appareil *p*, *n*, *r*, comme pour l'instrument antérieurement décrit ([1]) et duquel celui-ci diffère par son long fil de suspension (40^{cm}) et sa chambre d'ionisation qui est *complètement close*. L'ensemble est monté sur un trépied à vis calantes, permettant de régler la distance entre le fond et un socle plan.

Réglage et mesures. — On fournit la charge au cadran *l* en poussant simplement *r* jusqu'au fond; l'aiguille *h* dévie. Pour régler l'appareil à la sensibilité désirée, on place sur le socle, au-dessous de la chambre d'ionisation, un disque métallique sur lequel on a fixé, au moyen d'un vernis, 1^g à 2^g d'oxyde d'urane.

Les rayons pénétrants de cette substance provoquent un courant qui se traduit, pour une faible dissymétrie du secteur, *par un mouvement d'aiguille visible à l'œil nu*. En tournant le pignon *m*, on cherche ensuite la position convenable du secteur, pour donner l'ordre de sensibilité voulu et l'on examine au fur et à mesure l'allure de la décharge. *Cette sensibilité, du reste, n'est limitée que par la fuite spontanée de l'instrument due aux ions habituellement présents dans l'air.*

Avec quelque habitude on arrive même à régler à une sensibilité telle que *la fuite spontanée donne un déplacement visible dans le microscope;* évidemment une telle sensibilité n'a d'intérêt que dans des cas spéciaux comme l'étude de la radiation pénétrante de la terre, la radioactivité des roches, etc.

Le réglage une fois obtenu, l'appareil conserve pour longtemps, sans variation, la même sensibilité.

Étant donnée la possibilité de faire de *rapides* observations de fuite spontanée et vu la précision des mesures, même de cet ordre, une augmentation de quelques pour-cent de cette valeur peut déjà fournir des données bonnes et certaines.

Grâce à cette sensibilité on peut utiliser pour les mesures les rayons pénétrants seuls et être ainsi à l'abri de toute erreur due à l'état de division et teneur en émanation de la substance étudiée.

Pour le dosage on place la substance à examiner (minerais, roches, sédiments, médicaments, etc.) dans une boîte étanche (afin d'engendrer l'émanation) et en la plaçant au-dessous de l'appareil on la compare avec un étalon identiquement confectionné.

Sensibilité. — L'instrument muni d'un microscope peut être réglé sans

([1]) *Loc. cit.*

peine à une sensibilité telle qu'une division du micromètre par seconde corresponde à 10^{-1} U.E.S. C'est l'ordre de grandeur du courant que provoque $0^g,001$ U^3O^8 placé dans l'appareil.

Des minerais, des résidus de fabrication, des sables monazités contenant par gramme 10^{-9} g de Ra ou d'autres substances (U, Th, MeTh, etc.) de rayonnement équivalent, enfermés en quantité convenable dans une boîte métallique et disposés au-dessous de la chambre d'ionisation, peuvent donner, par les rayons pénétrants, un courant analogue et deviennent par conséquent facilement dosables. Des essais effectués avec 500^g de produit contenant 10^{-9} g de Ra par gramme nous ont permis des dosages avec une erreur de 2,5 pour 100. On sait qu'un produit de telle teneur est déjà au delà de la limite de l'exploitation pratique; ces mesures sont néanmoins très importantes et pour le contrôle de fabrication et pour la prospection, d'autant plus qu'elles peuvent être exécutées *sur place* en quelques minutes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Recherche magnétochimique des constitutions en chimie minérale. Les acides de l'arsenic.* Note de M. **Paul Pascal**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'étude magnétique des dérivés de l'arsenic fournit l'occasion de rapprochements suggestifs avec les acides du phosphore et du soufre.

En déterminant la susceptibilité moléculaire des composés les plus variés: arsines, cacodyles, arsénites, cacodylates, arsonates, arséniates, dérivés de l'arsénobenzène, etc., on a recueilli les chiffres suivants, en face desquels est inscrite la part contributive, calculée par additivité, de l'arsenic ou des groupements oxyarsénieux :

Composés.	Susceptibilités.	Radicaux.
$As(C^6H^5)^3$	-1769.10^{-7}	As $= -206.10^{-7}$
$(CH^3)^2As-As(CH^3)^2$	-1000	As $= -204$
$(C^6H^5)^2AsCl$	-1455	As $= -212$
$(C^6H^5)^2As(OC^6H^5)$	-1826	AsO $= -250$
$As(OC^6H^5)^3$	-1950	$AsO^3 = -348$
$(AsO^3)^2Ba^3$	-1842	$AsO^3 = -354$
$[(NH^3Cl)(OH)C^6H^3As=]^2, 2H^2O$	-2461	As $= -214$
$(C^6H^5)^3As(OH)^2$	-2105.10^{-7}	As $= -430.10^{-7}$
$(C^6H^5)^3AsO$	-1991	AsO $= -428$
$(CH^3)^2AsO(OH)$	-799	$AsO^2 = -474$
$CH^3AsO(ONa)^2, H^2O$	-1068	$AsO^3 = -514$
$AsO(ONa)^3, 12H^2O$	-2400	$AsO^3 = -523$

On peut en tirer les remarques suivantes, indépendantes encore de toute formule développée et de toute théorie de la valence.

1° Dans les dérivés incomplètement saturés, le diamagnétisme de l'arsenic et des groupements oxyarsénieux est fortement atténué, comme on devait s'y attendre, mais ces groupements ont une individualité magnétique constante d'un composé à l'autre, savoir :

$$As = -209.10^{-7}, \quad AsO = -250.10^{-7}, \quad AsO^3 = -351.10^{-7}.$$

Au degré de précision des mesures, ces nombres forment une progression arithmétique lacunaire dont la raison est la susceptibilité (-46.10^{-7}) de l'oxygène des fonctions alcool ou éther-oxyde, comme il arrive dans la série des acides du soufre ou du phosphore. Nous sommes donc amenés à conclure à l'existence d'un atome d'arsenic de même degré de saturation dans les arsines, les oxyarsines, les dérivés de l'arsénobenzol, les arsénites organiques et minéraux; l'oxygène ne servirait qu'à faire la liaison entre le métalloïde et les métaux, l'hydrogène ou les radicaux organiques du reste de la molécule.

De même que les arsines sont notées AsR^3, il faudrait écrire sous la forme $AsR^2(OR)$, $As(OM)^3$, les formules des oxyarsines et des arsénites.

2° Dans les dérivés de l'arsenic au maximum de saturation, on remarque la constance du diamagnétisme des radicaux suivants :

$$As = -430.10^{-7}, \quad AsO = -428.10^{-7},$$
$$AsO^2 = -474.10^{-7}, \quad AsO^3 = -518.10^{-7};$$

or les trois derniers termes forment presque rigoureusement une progression arithmétique de même raison que précédemment, mais dont l'arsenic est exclu.

On doit donc admettre dans les oxydes d'arsines, les cacodylates, les arsonates et les arséniates la présence d'un atome d'oxygène particulier nettement apparenté à l'oxygène des cétones et des aldéhydes, puisqu'il déprime à peine le diamagnétisme. Il en résulte pour ces corps les formules développées R^3AsO, $R^2AsO(OH)$, $RAsO(OH)^2$, $AsO(OH)^3$, qui rappellent tout à fait celles des acides phosphoniques et phosphoriques retrouvées par l'analyse magnétique.

Lè passage des arsénites $As(OM)^3$ aux arsonates $RAsO(OM)^2$ ne peut alors s'expliquer par simple échange de radicaux et il faut admettre dans cette transformation la production de composés d'addition intermédiaires, comme dans le passage des phosphites aux phosphonates, des sulfites aux sulfonates.

L'arsenic combiné possède donc deux susceptibilités atomiques, suivant le degré de saturation de ses composés; nous avions déjà trouvé cette propriété pour le phosphore, et la chose peut être généralisée aux autres éléments de même famille. Voici en effet quelques susceptibilités atomiques observées, la valeur minima correspondant à la saturation incomplète :

Composés	Susceptibilités moléculaires.	Susceptibilités atomiques.
F^3Sb	-455.10^{-7}	$Sb''' = -263.10^{-7}$
$(C^6H^5)^3Sb$	-1822	$Sb''' = -259$
$(C^6H^5)^3Sb(OH)^2$............	-2383	$Sb^V = -669$
$(C^6H^5)^3Bi$..................	-1969.10^{-7}	$Bi''' = -406.10^{-7}$
$(C^6H^5)^3Bi(NO^3)^2$............	-2545	$Bi^V = -698$

Nous avions trouvé précédemment que les propriétés du phosphore combiné correspondaient dans une molécule saturée à celle du phosphore blanc; celles de l'antimoine saturé voisinent avec la valeur moyenne des déterminations faites sur le métalloïde lui-même; il n'est pas inutile enfin de signaler que la susceptibilité de l'arsenic pentavalent coïncide rigoureusement avec le chiffre que nous calculions *a priori* il y a douze ans pour le métalloïde pur.

Cette dernière valeur avait été déterminée en admettant la règle généralisée depuis, d'après laquelle le logarithme de la susceptibilité atomique d'un élément est une fonction linéaire du poids atomique dans chaque famille naturelle. A la faveur des chiffres précédents, cette règle trouve une illustration nouvelle dans l'exemple des éléments de la troisième famille de métalloïdes, mais elle se dédouble pour tenir compte des deux valences possibles. On la vérifie alors exactement pour le groupe du phosphore, de l'arsenic et de l'antimoine pentavalents, et pour le groupe de l'arsenic, de l'antimoine et du bismuth trivalents, mettant ainsi en évidence la parenté plus étroite de l'arsenic et de l'antimoine.

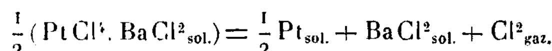
CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dissociation du chloroplatinate de baryum.* Note de M. G. **Gire**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans son Mémoire sur les réactions formant des systèmes monovariants [1], M. Matignon a prévu la réversibilité de la décomposition bien

[1] *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, t. 14, 1908, p. 64.

connue du chloroplatinate de potassium et montré plus tard l'exactitude de cette prévision [1].

Je me suis proposé de faire l'étude expérimentale de la dissociation de certains chloroplatinates et notamment du chloroplatinate de baryum



$$\frac{1}{2}(PtCl^4.BaCl^2_{sol.}) = \frac{1}{2}Pt_{sol.} + BaCl^2_{sol.} + Cl^2_{gaz.}$$

Dans ce but, le sel était disposé dans le réservoir d'un thermomètre en porcelaine placé horizontalement dans un four électrique. Le tube du thermomètre communiquait d'une part avec une trompe à mercure que l'on pouvait isoler du système à l'aide d'un robinet; d'autre part, avec un tube vertical plongeant dans une cuvette de mercure portant déjà un tube barométrique.

L'équilibre une fois établi, la différence des hauteurs du mercure dans les tubes manométrique et barométrique, mesurée au cathétomètre, donnait la tension cherchée. La température était donnée par un couple Le Chatelier platine-platine rhodié.

Pour éviter l'attaque du mercure par le chlore, un peu d'acide sulfurique était introduit au-dessus du mercure dans le tube manométrique. La correction relative à cet acide était faite au début de l'expérience.

Les résultats des déterminations sont réunis dans le Tableau suivant :

Température		Tensions	
en degrés C.	absolue.	mesurées en mm de Hg.	calculées.
428	701	4.6	3,8
458	731	9,8	8.4
486	759	14.8	16,8
514	787	31,2	32,2
537	810	54.8	53.3
556	829	80,3	80,3
565	838	95.0	96.6
574	847	114.9	116.0
584	857	141.3	141.6
595	868	172,2	175,9
617	890	268.5	268.5
632	905	352.6	352.6
645	918	434,7	445.1
655	928	530.7	531.3
665	938	616.7	632,0

(1) *Zeit. für Elektrochemie*, 1910, n° 18.

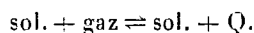
En utilisant les pressions mesurées à 556°, 617°, 632° pour déterminer les coefficients de l'équation d'équilibre, j'ai trouvé

$$\log P = -\frac{3446,316}{T} + 7,702 \log T - 17,41669$$

(T représentant la température absolue de dissociation, P la tension en centimètres de mercure).

Pour les différentes températures, les tensions calculées à l'aide de cette équation sont sensiblement égales à celles trouvées expérimentalement (4e colonne du Tableau).

La dissociation du chloroplatinate de baryum est un équilibre du genre



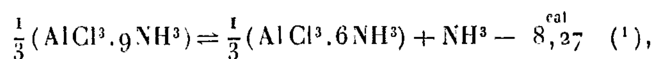
$$\text{sol.} + \text{gaz} \rightleftharpoons \text{sol.} + Q.$$

Toutes les courbes de dissociation représentant de tels systèmes sont sensiblement homologues. Si T et T′ représentent les températures absolues pour lesquelles deux quelconques de ces systèmes ont une même tension de dissociation, on doit avoir approximativement

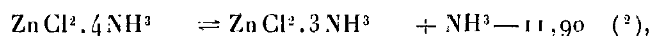
$$\frac{T}{T'} = \frac{Q}{Q'},$$

Q et Q′ étant les chaleurs de réactions des deux systèmes pour la mise en liberté d'une molécule-gramme de gaz.

J'ai comparé la courbe de dissociation du chloroplatinate de baryum à celles de certains composés ammoniacaux,



$$\tfrac{1}{3}(AlCl^3.9NH^3) \rightleftharpoons \tfrac{1}{3}(AlCl^3.6NH^3) + NH^3 - \overset{cal}{8,27} \quad (^1),$$



$$ZnCl^2.4NH^3 \rightleftharpoons ZnCl^2.3NH^3 + NH^3 - 11,90 \quad (^2),$$

$$LiCl^2.3NH^3 \rightleftharpoons LiCl^2.2NH^3 + NH^3 - 11,09 \quad (^3),$$

en prenant comme tension caractéristique la pression atmosphérique (760^{mm} de Hg).

Le premier de ces systèmes atteint cette pression à la température absolue de 258°,4, le deuxième à 363° et le troisième à 332°.

L'équation d'équilibre du chloroplatinate donne 948° pour la température absolue correspondant à cette même tension.

---

(1) BAUD, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, t. 1, 1904, p. 8.

(2) ISAMBERT, *Ann. de l'École Normale*, 1868, p. 129.

(3) BONNEFOI, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. 23, 1901, p. 317.

On en déduit pour la chaleur de réaction les valeurs $30^{cal}34$, $31^{cal}08$, $31^{cal}67$ à partir de chacun des systèmes considérés.

Si l'on calcule cette même chaleur de réaction à partir de l'équation d'équilibre par la formule

$$Q = -(q \times 4,571) + 2bT,$$

a et b étant les coefficients en $\frac{1}{T}$ et $\log T$ dans cette équation, on obtient

$$30^{cal},35$$

pour la température normale 948°, valeur sensiblement égale aux précédentes.

Je me propose de vérifier cette valeur par une mesure expérimentale de la chaleur de formation du chloroplatinate de baryum.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur les éléments accessoires des scories de déphosphoration.* Note (¹) de M. A. **Demolon**, présentée par M. Lindet.

Les scories de déphosphoration apportent au sol une quantité de chaux, de magnésie et de manganèse qui n'est pas négligeable. Nous avons étudié à ce triple point de vue un certain nombre d'échantillons de scories Thomas livrées à l'Agriculture.

I. *Chaux.* — Nous nous sommes préoccupé de déterminer principalement la chaux susceptible d'intervenir dans la *réaction* du sol. Les déterminations effectuées ont été les suivantes :

1° Chaux caustique soluble dans l'eau distillée pure (titrage alcalimétrique);
2° Chaux soluble dans l'eau sucrée à 5 pour 100 (titrage alcalimétrique);
3° Chaux soluble dans l'eau sucrée après décarbonatation par chauffage;
4° Chaux soluble dans l'acide phénique à 2 pour 100 (procédé Lindet);
5° Chaux déplacée par une solution neutre d'humate d'ammoniaque (titrage à l'état de CaO après calcination);
6° Chaux soluble dans le chlorhydrate d'ammoniaque à froid à diverses concentrations (titrage de l'ammoniaque mise en liberté);
7° Chaux déplacée par l'acide carbonique en solution saturée (titrée alcalimétriquement);
8° Chaux totale soluble dans les acides minéraux.

Avant de donner les résultats analytiques ainsi obtenus, il est intéressant

(¹) Séance du 19 juin 1922.

de noter comment se comportent les réactifs ci-dessus en fonction du temps. L'allure des phénomènes étant la même dans tous les cas, nous nous bornerons à donner les courbes calculées pour l'échantillon n° 6.

Les réactions obtenues comportent deux phases. La première au cours de laquelle une certaine quantité de chaux variable avec les réactifs passe en solution en un temps relativement court. La seconde dans laquelle il y a mobilisation lente et continue observée pendant cinq jours dans nos essais.

Les chiffres que nous donnons sont donc conventionnels, mais nos conditions opératoires sont telles qu'ils représentent la chaux facilement mobilisable correspondant à la première phase de nos courbes.

Réactif employé.	Eau distillée (1).	Eau sucrée 5 % : scorie brute (2).	Eau sucrée 5 % : après décarbonatation (2).	Acide phénique 2 % (3).	Solution neutre d'humate d'ammon. (4).	NH^4Cl 5 % à froid (4).	CO^2 en solution saturée (5).	Chaux totale.	MgO.
N° 1	0,67 %	1,17	3,20	3,24	3,32	8,73	10,69	47,05	4,48
2	1,51	2,35	4,20	4,59	4,46	9,18	9,63	47,10	3,17
3	0,16	0,22	0,92	0,45	1,25	3,92	8,51	44,50	4,29
4	3,75	4,42	5,60	6,49	7,02	10,97	11,92	48,40	2,70
5	2,24	3,24	6,20	5,88	5,63	9,29	10,52	47,26	3,92
6	4,08	5,07	5,73	6,04	5,25	13,10	12,32	46,81	8,12
7	3,08	4,17	4,78	7,56	5,52	10,41	11,64	43,70	7,74
8	1,12	1,45	2,19	2,46	2,83	11,53	7,67	44,25	4,38
9	2,12	2,35	3,36	8,28	5,76	12,88	9,29	41,15	9,05
10	3,30	5,16	6,94	8,62	6,96	11,87	7,39	47,72	3,73

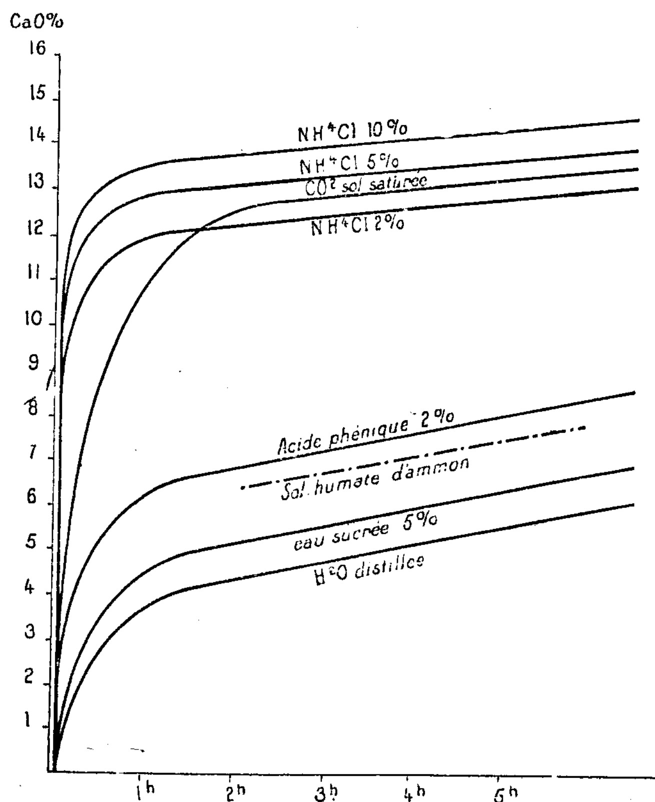
Nota. — (1) Scorie, 1^g; eau, 200^{cm^3}. Durée d'agitation : 1 heure. — (2) Durée d'agitation : 1 heure. — (3) Scorie, 1^g; réactif, 100^{cm^3}. Durée d'agitation : 1 heure. — (4) Scorie, 1^g; réactif, 100^{cm^3}, renfermant $0^g,300$ humates. — (5) Scorie, $0^g,5$; deux traitements : 200^{cm^3} (1 heure) et 200^{cm^3} ($1/2$ heure).

Des résultats ci-dessus on peut tirer quelques conclusions générales :

1° La chaux caustique proprement dite n'existe qu'en faible quantité (1 à 3 pour 100 en moyenne) dans les scories ; elle diminue d'ailleurs par carbonatation spontanée à l'air.

2° Il existe dans les scories des silicates complexes susceptibles de libérer de la chaux assez lentement sous l'action de l'eau pure, plus facilement sous l'action de l'eau sucrée, d'une solution d'humate d'ammoniaque ou d'acide phénique. En présence de sels ammoniacaux ou d'acide carbonique en solution saturée, la mobilisation de la chaux se fait en deux temps : dans une première phase, il y a mobilisation rapide d'environ les $\frac{2}{3}$ de la chaux labile, le phénomène se continuant ensuite beaucoup plus lentement. La chaux

caustique libre ne représente donc qu'une faible partie de la chaux des scories contribuant à l'alcalinisation du sol. On s'explique en outre que les scories puissent manifester à cet égard un effet presque immédiat, d'autre part une action d'une certaine durée.



Si l'on établit le rapport du nombre de molécules de CaO et MgO combinées à la silice au nombre de molécules SiO^2, l'acide phosphorique étant supposé à l'état de phosphate tribasique, on trouve un chiffre compris entre 2 et 3 et généralement voisin de 3. Il est par conséquent vraisemblable, comme M. Le Chatelier l'a suggéré pour les produits hydrauliques, d'admettre que l'on a affaire à une solution solide de chaux et de silicate dicalcique, ce dernier étant décomposable à froid par CO^2 et les sels ammoniacaux. L'hypothèse du phosphate tétracalcique conduirait au contraire à des silicates inexistants, intermédiaires entre le silicate monocalcique et le silicate dicalcique.

II. *Magnésie.* — Nous avons rencontré de la magnésie en quantité notable et d'ailleurs assez variable dans toutes les scories. Elle provient des matériaux réfractaires employés pour le garnissage des fours et des convertisseurs. Nos dosages ont oscillé entre 3 et 15 pour 100 avec une moyenne de 8, 90 pour 25 échantillons. Cette magnésie se trouve à l'état de combinaisons silicatées.

III. *Manganèse* — Les scories renferment à l'état d'oxyde du manganèse provenant des ferromanganèses introduits dans les convertisseurs. La quantité de manganèse totale est assez constante et voisine de 4 et 5 pour 100. Ce manganèse est facilement soluble dans l'acide citrique à 2 pour 100, et partiellement soluble dans tous les réactifs faibles signalés plus haut. On peut donc considérer que les scories sont susceptibles d'apporter au sol, sous une forme facilement assimilable, le manganèse qui peut lui manquer.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxydation par les mélanges d'acide sulfurique et de chromates.* Note de M. **L.-J. Simon.**

Les mélanges oxydants renfermant l'anhydride chromique ou les chromates ont été souvent employés pour déterminer le carbone dans les substances qui en renferment. Différents auteurs ont, dans cette intention, mesuré le volume du gaz carbonique dégagé. En collaboration avec M. Joseph Guyot, nous avons utilisé cette technique à l'analyse des éthers de l'alcool méthylique auxquels elle s'applique particulièrement bien. Son emploi, un peu empirique, impose des prescriptions auxquelles il est d'ailleurs aisé d'obéir : en particulier, il convient d'élever la température jusqu'à 100° en un temps donné (environ 30 minutes) et de maintenir à cette température pendant un temps fixé (exactement 4 minutes) la fiole laboratoire où s'effectue l'oxydation. Les proportions d'acide sulfurique et d'anhydride chromique ou de chromates ne sont pas non plus indifférentes. Moyennant ces précautions, cette méthode se prête très commodément et très rapidement à l'analyse d'un grand nombre de substances organiques ternaires. Le Tableau suivant en montre l'application aux biacides acycliques à chaîne linéaire.

Nom de la substance.	C pour 100 trouvé.		C pour 100 calculé.
Acide oxalique (hydraté)	19,35		19,04
Oxalate d'ammonium	16,6		16,9
Acide succinique	39,6	39,63	40,7
Succinate d'ammonium	31,7		31,5
Glutarate de baryum (hydraté)	16,38	16,55	16,78
Acide adipique	49,86	49,42	49,31
» pimélique	51,85	51,81	52,50
» subérique	54,43	54,48	55,17
» azélaïque	57,09	56,64	57,42
» sébacique	58,62	58,54	59,40

Cette méthode s'applique également à tous les membres du groupe des sucres à l'exception des méthylpentoses et de leurs dérivés, à la plupart des phénols et acides aromatiques, sauf ceux qui sont méthylés sur le noyau aromatique. Cette méthode se présente donc avec un caractère assez général. Une exception importante est celle de l'acide acétique.

Soumis à l'action de l'anhydride chromique et de l'acide sulfurique concentré dans les conditions précitées, il ne donne aucun signe d'oxydation. Il en est à peu près de même de ses sels. Cependant, en prolongeant la durée de chauffe à 100°, il se produit avec les sels un léger dégagement gazeux variable avec chacun d'eux. Le classement qui en résulte a manifesté l'influence favorable de l'oxyde d'argent et a conduit à un perfectionnement de la méthode qui a permis de faire rentrer l'acide acétique et ses dérivés dans la règle générale.

Ce perfectionnement consiste à chauffer la substance avec un mélange *d'acide sulfurique concentré et de chromate d'argent.* Les proportions à employer ont été fixées par des expériences systématiques et l'on ne doit pas s'en écarter trop si l'on veut retirer de l'emploi de ce procédé tout ce qu'il peut donner. Pour brûler environ 0^g,1 de substance, on emploie environ 15$^{cm^3}$ d'acide sulfurique concentré et 12^g de chromate d'argent. Je n'ai pas cru utile de reproduire les nombreux résultats relatifs à la combustion de l'acide acétique; mais il m'a semblé intéressant de comparer les résultats obtenus par l'emploi de l'anhydride chromique d'une part et du chromate d'argent d'autre part sur un certain nombre de dérivés acétylés.

Nom de la substance.	C pour 100 trouvé CrO^3.	C pour 100 trouvé CrO^4Ag^2.	C pour 100 calculé.
Acétine (mono) de la glycérine.......	25,75	43,5	44,8
» (di) de la glycérine..........	22,3	45,3	47,7
» de l'érythrite................	18,3	49,3	49,6
» de la dulcite................	18,15	49,6	49,75
» de la mannite...............	18,3	48,9	49,75
» de l'inosite..................	18,2	48,6	50
» du glucose..................	21,05	49,6	49,2
» du cellose (α)...............	22,1	48,4	49,6
» du cellose (β)...............	22,1	48,7	49,6
» du tréhalose.................	21,3	48,8	49,6
Acétate de cellulose n° 1............	26,5	48,7	50
Acétate de cellulose n° 2............	26,4	48,15	50
Acide acétylsalicylique.............	47,3	60,2	60

De ce Tableau il résulte :

1° que par l'emploi du mélange d'acide sulfurique et d'anhydride chromique l'acide acétique combiné résiste presque complètement à l'oxydation ;

2° qu'il est presque complètement brûlé par l'emploi d'acide sulfurique et de chromate d'argent.

Le rôle du chromate d'argent paraît spécifique ; il ne peut être remplacé par le chromate de plomb; l'emploi de sels de mercure, de nickel, de cobalt n'a pas conduit non plus à des résultats comparables.

Les homologues de l'acide acétique et les alcools primaires correspondants ne sont pas complètement brûlés par l'emploi de l'anhydride chromique, mais on peut y parvenir par l'emploi du chromate d'argent.

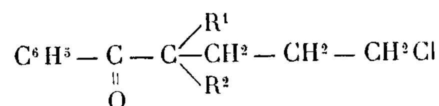
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action du chlorobromure de triméthylène sur quelques cétones de la série grasse.* Note de M^lle **Hélène Billon**, présentée par M. A. Haller.

Par l'action du chlorobromure de triméthylène sur les dialcoylacétophénones sodées au moyen de l'amidure de sodium, MM. Haller, Bauer (1) et M. A. Haller et M^me Ramart (2) ont obtenu des cétones δ chlorées de la

(1) A. Haller et E. Bauer, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1641.

(2) A. Haller et M^me Ramart, *Ann. de Chimie*, 9e série, t. 8, p. 11.

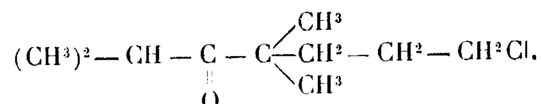
forme



et en même temps, dans le cas de l'isopropylphénylcétone du 2.5-dibenzoyl-2.5-diméthylheptane.

Nous avons étendu cette réaction aux cétones de la série grasse.

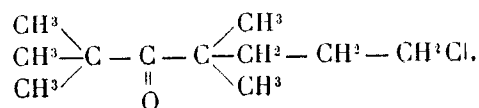
Action du chlorobromure de triméthylène sur l'isobutyrone. — A 1^{mol} d'isobutyrone sodée au moyen de l'amidure de sodium en solution éthérée, nous avons ajouté 1^{mol} de chlorobromure de triméthylène à froid. Il se produit immédiatement un précipité de bromure de sodium. On chauffe 5 à 6 heures pour achever la réaction. On décompose le produit par l'eau, on décante la couche éthérée qui est lavée et séchée. Après avoir évaporé l'éther on rectifie le liquide à la pression atmosphérique. On recueille un peu d'isobutyrone inaltérée (P. E. 124°-125°), et du chlorobromure n'ayant pas réagi (P. E. 145°). On distille alors le résidu sous une pression de 20^{mm}. On obtient après rectification un liquide incolore, bouillant à 120°-122° sous 20^{mm}, auquel l'analyse assigne la formule de la triméthyl-2.4.4-chloro-7-heptanone-3,



Nous avons eu aussi une portion passant de 145° à 150° que nous pensions être constituée par le dichlorure. Soumis à une seconde distillation ce produit a subi une décomposition.

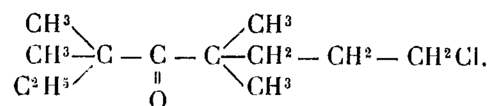
Action du chlorobromure de triméthylène sur la diméthylpinacoline. — Nous avons effectué cette opération dans les mêmes conditions, mais en substituant le benzène à l'éther comme solvant.

Nous avons ainsi obtenu un liquide incolore distillant à 110°-112° sous 12^{mm} qui, à l'analyse, a donné des chiffres correspondant à la *tétraméthyl*-2.2.4.4-*chloro*-7-*heptanone*-3,



La tétraméthyléthylcétone, préalablement sodée par l'amidure de sodium au sein du benzène, nous a donné avec le même chlorobromure la *tétramé-*

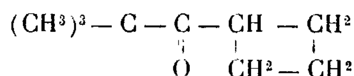
thyl-3.3.5.5-chloro-7-octanone-4 (P. E. 124° sous 16^mm),



Nous n'avons obtenu dans aucun cas de dicétone.

Avec *la pinacoline*, et en opérant absolument comme pour l'isobutyrone, nous avons isolé un liquide incolore distillant à 97° sous 17^mm et qui ne contient pas de Cl. L'analyse lui assigne la formule brute $C^{11}H^{21}O$ qui en fait un isomère de l'*allylpinacoline*.

La présence de ce dernier composé pourrait s'expliquer en admettant qu'il y eût départ d'acide chlorhydrique au cours de la distillation, comme le fait a été observé avec le benzoyl-2-méthyl-2-chloro-5-pentane [1]. Toutefois les propriétés physiques et chimiques du composé obtenu ne coïncident pas avec celles de l'allylpinacoline préparée par allylation directe de la pinacoline [2]. Ce corps ne décolore, en effet, pas l'eau bromée; d'autre part, sa densité, sa réfraction moléculaire et sa semicarbazone la différencient nettement de cette dernière cétone. Nous sommes portée à le considérer comme du *pivaloyltétraméthylène*



Action de la diméthylamine et de la diéthylamine sur les cétones δ chlorées obtenues dans la réaction précédente. — Dans chaque cas le chlorure est chauffé à 200°, dans un autoclave avec un léger excès de diméthylamine ou de diéthylamine en solution benzénique, pendant un jour.

Le produit de la réaction est acidifié par HCl et agité avec du benzène. La solution benzénique contient la cétone qui n'a pas réagi. La liqueur chlorhydrique est évaporée en partie puis traitée par de la soude concentrée. La base ainsi mise en liberté est extraite par de l'éther puis distillée.

Toutes ces amino-cétones se carbonatent très rapidement au contact de l'air. Elles donnent chacune un chlorhydrate cristallisant en beaux feuillets nacrés.

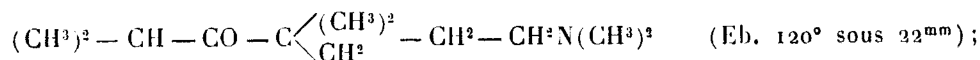
Nous avons obtenu ainsi :

---

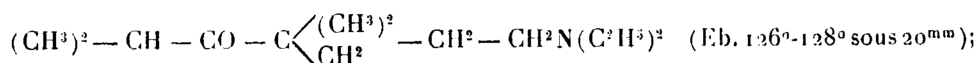
[1] A. HALLER et M^me RAMART, *loc. cit.*

[2] A. HALLER et E. BAUER, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 829.

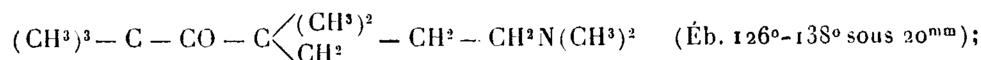
La *diméthylamino-1-triméthyl-4.4.7-heptanone-5*



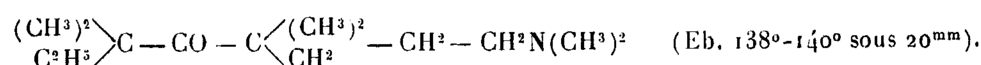
La *diéthylamino-1-triméthyl-4.4.7-heptanone-5*



La *diméthylamino-1-tétraméthyl-4.4.7.7-heptanone-5*



La *diméthylamino-1-tétraméthyl-4.4.6.6-octanone-5*



CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la transformation des alcools éthyléniques tertiaires* (genre linalol) *en alcools éthyléniques primaires* (genre géraniol). Note de MM. **R. Locquin** et **Sung Wouseng**, présentée par M. A. Haller.

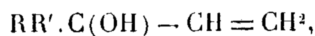
C'est un fait, signalé pour la première fois il y a longtemps déjà, par M. Ph. Barbier, que, dans différentes conditions, le linalol

peut être transformé en géraniol $(C^6H^{11})(CH^3)-C=CH-CH^2OH$.

Il était intéressant de rechercher si une semblable isomérisation d'un alcool tertiaire en un alcool primaire constituait une exception imputable aux propriétés souvent très spéciales des composés terpéniques ou bien si, au contraire, on pouvait la reproduire à partir de n'importe quel alcool éthylénique tertiaire possédant le groupement terminal particulier

qui existe dans le linalol.

Cette étude n'a jamais été entreprise faute de matière première. Il nous a été possible de l'aborder dès que nous avons eu à notre disposition des quantités notables de dialcoylvinylcarbinols du type général



alcools qui possèdent précisément le groupement terminal en question et dont nous avons exposé le mode d'obtention dans une précédente Note [1].

Voici le résumé de nos observations : les dialcoylvinylcarbinols sur lesquels ont porté nos expériences n'ont pas été modifiés dans le sens désiré par action de l'eau surchauffée, même à 220° pendant 30 heures. Par contre, ils ont tous pu être isomérisés en alcools primaires correspondants sous l'influence de réactifs acides en général (anhydride acétique à 120°; acide acétique bouillant; gaz chlorhydrique ou bromhydrique, etc.), et c'est là une des causes pour lesquelles, comme nous l'avons signalé précédemment, l'éthérification de ces alcools tertiaires n'est pas convenablement réalisable.

L'isomérisation s'est effectuée pour le mieux en chauffant au bain d'huile à 110°-115°, pendant au moins 15 heures, les dialcoylvinylcarbinols avec une fois et demie à deux fois leur poids d'acide acétique cristallisable. Ensuite, on précipite par l'eau, traite l'huile surnageante par la soude alcoolique pour saponifier les acétates formés, extrait à nouveau et rectifie enfin le produit obtenu.

Au début, distille une quantité variable d'hydrocarbures résultant d'une déshydratation partielle ; puis, le point d'ébullition s'élève et dépasse plus ou moins rapidement celui de l'alcool tertiaire initial. Pour se débarrasser des hydrocarbures restants, de l'alcool tertiaire éthylénique non transformé, de l'alcool tertiaire saturé préexistant, etc., on traite alors le résidu par l'anhydride phtalique en milieu benzénique, en se conformant exactement aux prescriptions de Stéphan [2], car on sait que, dans ces conditions, seuls, les alcools primaires ou secondaires donnent un phtalate acide. Après séparation et saponification du phtalate acide qui a pris naissance, on obtient finalement, avec un rendement variable suivant la nature du corps mis en jeu, un alcool très pur, bouillant à point fixe à 25° au moins au-dessus du point d'ébullition de l'alcool tertiaire dont on est parti.

Les alcools fournis par les transpositions de ce genre appartiennent certainement, comme on s'en rendra compte par l'examen de l'ensemble de leurs propriétés, à la série des *alcools* 3.3 (*ou* ββ) *dialcoylallyliques* du type général $RR'C = CH - CH^2OH$, série dont on ne connaît actuellement que trois termes à savoir : l'alcool ββ-diméthylallylique, le géraniol et son isomère le nérol.

Ce sont des liquides plus visqueux que les alcools tertiaires dont ils dérivent; ils sont éthérifiables et fournissent des *allophanates* très caractéristiques. Par oxydation suffisamment énergique, leur molécule est coupée

---

(1) R. Locquin et Sung Wouseng, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 1551; voir aussi p. 1427.

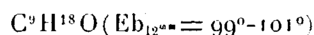
(2) Stéphan, *Journ. f. prakt. Chem.*, 2e série, t. 60, 1899, p. 248.

avec régénération de la cétone R — CO — R′, ce qui situe la position de la liaison éthylénique. Par oxydation chromique ménagée ils donnent normalement les aldéhydes éthyléniques correspondants ou *ββ-dialcoylacroléines* RR′ — C = CH — CHO; mais nous ferons dès maintenant remarquer que ce dernier résultat ne saurait être suffisant pour constituer à lui seul une preuve irrécusable de la présence d'une fonction alcoolique primaire. Aussi avons-nous établi le caractère primaire de cette fonction par d'autres moyens.

Les indications ci-dessous rassemblent les principales données qui jalonnent notre travail.

1° En partant du méthylisohexylvinylcarbinol ($Eb_{13^{mm}} = 89°$-$91°$) nous avons obtenu, avec un rendement net de 20 pour 100, l'*alcool β-méthyl-β-isohexylallylique* $C^{10}H^{20}O$ ($Eb_{12^{mm}} = 110°$) et fournissant, par oxydation, la β-méthyl-β-isohexylacroléine ($Eb_{12^{mm}} = 95°$ à 105°) dont la semicarbazone fond à 164°. Par hydrogénation catalytique à froid (Pt ou Ni), le même alcool β-méthyl-β-isohexylallylique conduit au tétrahydrogéraniol déjà connu et dont l'allophanate fond à 117°.

2° En partant du dipropylvinylcarbinol ($Eb_{12^{mm}} = 75°$-$76°$) nous avons obtenu, avec un rendement de 25 pour 100, l'*alcool ββ-dipropylallylique*



$C^9H^{18}O$ ($Eb_{12^{mm}} = 99°$-$101°$)

dont l'allophanate fond à 147°-148° sur les bains de Hg.

Cet alcool allylique disubstitué nous a fourni par oxydation la ββ-dipropylacroléine dont la semicarbazone fond à 171°-173°, tandis que par hydrogénation (H + Pt), il nous a conduit à un alcool saturé dont l'allophanate fond à 133°-134° et la semicarbazone du pyruvate à 116° après séchage à l'étuve.

Ce dernier alcool saturé est identique, par ses propriétés et par celles de ses dérivés, à l'alcool ββ-dipropylpropylique, indubitablement primaire, que fournit la réduction, par le sodium et l'alcool absolu, du ββ-dipropylacrylate d'éthyle ($Eb_{30^{mm}} = 122°$-$128°$) obtenu lui-même par déshydratation de l'oxyéther formé dans la condensation classique de la butyrone avec le bromacétate d'éthyle.

3° En partant du méthyltert.butylvinylcarbinol ($Eb = 146°$-$147°$), nous avons préparé, avec un rendement supérieur à 50 pour 100, l'*alcool β-méthyl-β-tert.butylallylique* $C^8H^{16}O$ ($Eb_{12^{mm}} = 84°$) dont l'allophanate fond à 77°. L'aldéhyde correspondant, ou β-méthyl-β-tert.butylacroléine, bout de 75° à 78° sous 15^{mm} et sa semicarbazone fond à 204°-205°; son oxydation (à l'air ou par AgOH) conduit à l'acide β-méthyl-β-tert.butylacrylique fondant à 85° et transformable, par léger chauffage avec de l'acide sulfurique, en une lactone saturée $C^8H^{14}O^2$ bouillant à 110° sous 14^{mm} et fondant à 98°-99° déjà décrite par Petschnikow.

GÉOLOGIE. — *Sur les roches paléozoïques draguées par le* Pourquoi-Pas? *en 1921 dans la Manche occidentale.* Note de MM. **F. Kerforne** et **L. Dangeard**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans une Note récente à l'Académie des Sciences ([1]), MM. Paul Lemoine et René Abrard ont étudié les roches crétacées draguées en 1921 par le *Pourquoi-Pas?* M. le Dr Charcot a rapporté également du fond de la Manche une grande quantité de roches sédimentaires paléozoïques, de roches éruptives et métamorphiques, recueillies à bord par M. Hamel.

La plupart des échantillons se présentent à l'état de galets de taille variable dépassant parfois 15cm; certains blocs ont une forme anguleuse ou irrégulière ; deux seulement semblent avoir été arrachés au substratum.

Étant donnée la profondeur à laquelle ils ont été dragués (20m à 110m), ils paraissent dans beaucoup de cas provenir d'affleurements sous-marins peu éloignés, auxquels ils ont pu être empruntés à des époques diverses.

Sans parler des roches éruptives et métamorphiques dont l'étude n'est pas encore achevée, la liste des roches identifiées est longue. Les grès dominent de beaucoup : grès rosés du type des *grès d'Erquy*, grès blancs rappelant le grès armoricain, grès sombres et quartzites noirs analogues à ceux du Gothlandien, etc.

Dans quatre stations, dont trois entre Cancale et Chausey, on a trouvé des roches briovériennes typiques; enfin la drague a rapporté au sud de Guernesey du minerai de fer type Normandie et entre Serk et Carteret plusieurs échantillons de calcaire primaire, sans doute dévonien.

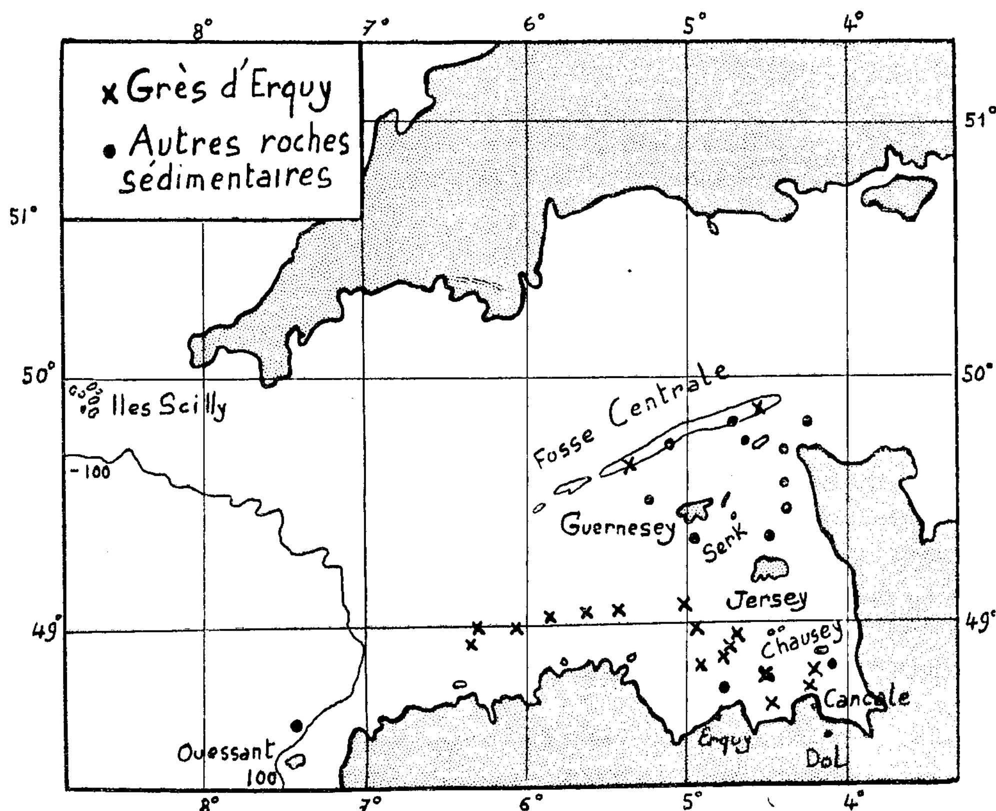
Les grès du type d'Erquy ont été recueillis en abondance dans 18 stations sur 30. Leur grande répartition dans le golfe normanno-breton et jusque dans la *fosse centrale* donne à ce faciès une importance que l'on ne soupçonnait pas, étant donnés les affleurements peu considérables qui existent sur la côte, et serait en accord avec l'hypothèse émise par l'un de nous ([2]) que les grès d'Erquy constitueraient une formation à caractère transgressif, supérieure au Dévonien, peut-être permienne.

Il faut noter l'existence de galets du même grès au nord de Cancale, à

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 223.

([2]) F. Kerforne, *Sur la géologie des Côtes-du-Nord* (*Bull. Soc. sc. et méd. de l'Ouest*, t. 22, n° 2, 1913).

peu de distance du gisement quaternaire du Mont Dol où les fragments de grès d'Erquy se rencontrent, ainsi d'ailleurs que des silex crétacés.



La présence de galets de roches sédimentaires au nord de l'axe cristallophyllien du Léon, jusqu'au large d'Ouessant, fait espérer qu'on retrouvera la trace de synclinaux paléozoïques immergés qu'il y aurait intérêt à rechercher par des dragages effectués entre Ouessant et les îles Scilly.

C'est encore la drague qui permettra sans doute d'élucider le problème des relations des synclinaux du Cotentin avec ceux de Bretagne, relations qu'il est difficile d'imaginer actuellement.

Les résultats de la campagne de 1921 sont donc intéressants et montrent l'utilité de nouvelles explorations sous-marines. Ces croisières apportent une aide précieuse à l'étude du Massif armoricain et à la solution de problèmes stratigraphiques et tectoniques qu'il est difficile de résoudre sans connaître le fond de la Manche.

GÉOLOGIE. — *Sur la découverte du Silurien à Graptolithes et du Dévonien à Tentaculites aux Beni-Afeur* (sud de Djidjelli, Algérie). Note [1] de M. F. **Ehrmann**, transmise par M. Ch. Depéret.

La région des Beni-Afeur (Douar Djimila), où affleure le Primaire, est située à 25^{km} au sud-sud-est de Djidjelli, à environ 55^{km} au nord-ouest de Constantine, et à 15^{km} au sud de Taher, sur la bordure ouest du massif ancien de Collo.

Ce pays, d'un abord et d'un parcours difficiles, est sauvage, boisé, très peu peuplé, entrecoupé de gorges profondes aux contreforts abrupts, offrant parfois des dénivellations de plus de 1000^{m}. Les explorations géologiques y sont malaisées et il n'y a rien d'étonnant à ce que cette découverte n'ait pas été faite plus tôt.

Les couches primaires, peu puissantes (quelques centaines de mètres) affleurent sur près de 8^{km} sur les flancs sud et ouest du dj. Kelaa (1248^{m}-1250^{m}) où elles sont, dans l'ensemble, faiblement inclinées vers le Nord et l'Est, avec plongement sous cette montagne. Les affleurements primaires forment, aux environs de l'altitude 900^{m}, une croupe à arête sud-ouest circonscrite par le confluent de l'oued Zatout (rivière des ramiers) et de l'oued Djinedjène, un peu en aval du coude brusque que forme cette oued, lorsque, empruntant le couloir sud-nord d'un axe anticlinal du massif ancien, il abandonne sa direction Ouest-Est pour prendre la direction Sud-Nord qu'il conservera jusqu'à son embouchure dans le Sahel de Taher.

Dans une reconnaissance de cette région (août 1921), j'avais découvert des *conglomérats*, *arkoses*, *grauwackes*, *psammites*, *schistes*, *calcaires marmoréens* à *Orthoceras* et *calschistes* à *Tentaculites* que, vu le facies, je rapportai au *Dévonien*.

Cet étage géologique n'ayant jamais été signalé paléontologiquement dans le nord de l'Algérie et, d'autre part, les fossiles recueillis me semblant insuffisants, je n'avais pas cru devoir publier cette découverte.

Ayant pu, en avril dernier, consacrer quelques jours à l'étude des *Beni-Afeur*, un heureux hasard m'a permis de découvrir quelques débris de *Graptolithes* (*Monograptus*) dans des schistes qui me semblent appartenir à une assise discordante sous la série signalée ci-dessus.

---

(1) Séance du 19 juin 1922.

D'autre part, de nouveaux fossiles : *Polypiers*, *Crinoïdes*, *Céphalopodes*, *Tentaculites*, *Styliolina*, etc., ainsi que le facies typique des grauwackes, psammites, calschistes, marbres colorés en particulier, confirment l'âge dévonien d'une partie des assises primaires des Beni-Afeur.

Les schistes à graptolithes et schistes graphitiques surmontent une série puissante de *gneiss, phyllades, granulites, calcaires cristallins et cipolins, schistes* divers plus ou moins métamorphiques, avec intercalations de *conglomérats* et *quartzites*. Cet ensemble pourrait représenter le *Précambrien*, le *Cambrien*, et aussi le *Silurien*.

Dans cette Note, je ne donnerai que la succession des différentes assises primaires à partir des *schistes à graptolithes*, d'après une coupe SW-NE, suivant l'éperon du dj. Kelaa, passant par la Mechtat Zouararane et le marabout Kedit Salem. On observe de bas en haut :

1° Schistes à graptolithes, schistes gris bleu satinés et schistes graphitiques.

2° *a*. Grès schisteux verts, grès verts grossiers, quartzites, arkoses et poudingues.

b. Schistes violacés à veines de quartz blanc, lits de conglomérats bigarrés et brèches schisteuses.

3° Poudingues, brèches et arkoses, discordants sur l'assise précédente.

4° *a*. Schistes modifiés avec lentilles de grès, quartzites et petits lits de conglomérats, de calschistes et de grauwackes à *Tentaculites*.

b. Schistes à *Tentaculites* et *Styliolites* (*Styliolina clavulus*).

c. Grauwacke d'un brun terreux, à fossiles indéterminables.

d. Grès calcarifères durs, gris bleu foncé, à empreintes mécaniques.

5° Schistes violacés, gris bleu, jaunes, avec nodules, lentilles ou plaquettes calcaires ainsi que des lentilles de grès, quartzites, conglomérats.

Une lentille de calcaire marmoréen a fourni des polypiers (*Alvéolites*, *Cyathophyllum*, etc.).

6° Schistes violacés, psammites, grauwackes, fer oligiste.

7° Assise calcaire discordante sur les précédentes et comprenant :

a. Calcaires bréchoïdes, marmoréens gris bleu à Orthocératidés et Crinoïdes (*Rhipidocrinus*).

b. Calschistes à lentilles de marbres bariolés rougeâtres dans l'ensemble, avec Crinoïdes, *Tentaculites scalaris*, *Coleoprion gracilis*, *etc*.

c. Calcaires marmoréens à Orthoceratidés abondants.

Il est intéressant de noter certaines analogies de facies avec le Dévonien du Sahara, de la Sardaigne, ainsi que la remarquable analogie pétrogra-

phique des arkoses, grauwackes, psammites, calschistes et marbres avec ceux de Belgique et du pays rhénan.

Toute cette série primaire est couronnée en discordance par une puissante assise détritique tertiaire (conglomérats, grès et marnes à Lépidocyclines).

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Répartition de la température dans le lac du Bourget.* Note de M. **Ch. Gorceix**, présentée par M. Pierre Termier.

La température d'un lac étant fonction de l'espace et du temps, lorsqu'on parle de répartition, il est sous-entendu que c'est à un instant donné, ou tout au moins pendant un temps assez court pour que les variations soient négligeables.

Avec les thermomètres à renversement les opérations sont longues; réparties sur un temps assez long, les mesures, si elles sont nombreuses, ne donnent que de grossières moyennes.

Un appareil que je viens de réaliser, avec le concours pécuniaire de la Direction des Recherches scientifiques et des Inventions, permet au contraire de recueillir en un temps excessivement court un nombre suffisant d'observations pour arriver à des conclusions précises. Il vient de me permettre de réaliser en 28 heures de travail près de 500 mesures de température à $0^{\circ},2$ ou $0^{\circ},3$ près, réparties en 68 stations sur les 45^{km^2} du lac du Bourget. En marche normale, on peut compter sur 30 lectures à l'heure, y compris les déplacements.

L'appareil devant être décrit dans un autre recueil, je me borne à indiquer qu'il est basé sur la mesure des variations, avec la température, de la résistance électrique d'un fil de cuivre fixé au bout d'un câble qui se déroule sur un treuil. Ce câble comprenant, outre une âme en acier, *trois* conducteurs en cuivre, permet de transporter jusqu'à la résistance thermique un sommet convenable du pont de Wheatstone et d'annuler ainsi l'effet des variations calorifiques du câble. Un galvanoscope de manipulation Carpentier, suspendu à trois caoutchoucs, et un rhéostat à deux décades donnent les variations de résistance à 0,05 ohm.

Un dispositif à contact de mercure indique l'arrivée de la sonde au fond. En raison de la conductibilité et de la pression de l'eau, les détails de construction sont très importants.

Les résultats que j'ai obtenus concernent la période du 15 mai au 7 juin 1922. Ce fut une période de forte chaleur succédant à une période

de pluie qui avait fait déborder le lac. Le 15 mai il occupait à peu près son lit majeur; jusqu'à fin mai son niveau avait baissé alors que celui du Rhône montait, de sorte que dans les premiers jours de juin ce fleuve était sur le point d'y déverser ses eaux, comme il le fait pendant 3 mois environ tous les ans; le lac était presque fermé.

Au début le lac était donc froid. La température à la surface oscillait autour de 12°,6 pour descendre à 9°,4 à 10^m et 7°,3 à 30^m.

Les mesures effectuées les 15 (soir), 16, 19, 22 où la température à la surface s'éleva à 19°,6 montrent que l'augmentation fut surtout superficielle; à 9^m il n'y avait aucun changement; le 30 mai (matin) la température moyenne à la surface atteint 20°,9. La couche chaude a gagné fortement en épaisseur, à 4^m on a 20°,2, mais, à partir de là, la décroissance est rapide, à 9^m on n'a plus que 11° et l'uniformité ne se produit plus qu'à 12^m ou 14^m.

Le 2 juin, un orage et une violente tempête ayant agité les eaux, on trouve le 3 juin une courbe à décroissance plus régulière; la chaleur a gagné en profondeur : 2° à 10^m, 0°,5 à 20^m.

Le fait capital ressortant des observations, c'est l'identité des formes des courbes de répartition suivant la verticale, en tous les points du lac, et le peu d'écart qu'elles présentent entre elles le même jour. La forme est connue; le point d'inflexion correspondant à la *couche du saut* de Richter s'abaisse au fur et à mesure de l'emmagasinement de la chaleur.

Une remarque assez générale, c'est que les courbes de deux points à températures superficielles inégales se coupent de façon à présenter sensiblement des aires égales, c'est-à-dire que la quantité de calorique par unité de surface est à peu près constante. C'est une sorte d'*isostasie calorifique* qui se traduit par un courant superficiel et un courant de profondeur moyenne en sens inverse du premier, avec région calme à la hauteur du point d'intersection (10^m pour l'époque considérée). Je crois que c'est là l'explication de ces courants, différents de ceux produits par le vent, qu'on observe dans le lac.

Pour l'étude de la répartition, on peut se borner à opérer tous les mètres entre 0^m et 10^m, puis à 20^m et 30^m, et ne faire par jour qu'une ou deux mesures au delà.

En novembre 1919 j'avais trouvé une ligne de puits dont la température variait de 12° à 14°,7 au lieu de 11°, allant de Saint-Simon à Puer en passant par La Fin; je pensais que le courant chaud se prolongeait dans le lac. Je n'en ai pas trouvé le moindre indice; il est vrai que l'été est mal

choisi pour ces recherches, la couche où peuvent se trouver ces sources étant à la même température ou à peu près.

En traçant les courbes journalières de répartition on peut facilement déduire de l'aire qui les sépare la quantité de calories emmagasinées ou perdues, dans le laps de temps considéré. Ce calcul fait pour la période de 14 jours du 15 au 30 mai 1922 m'a donné le chiffre de 25×10^{11} grandes calories, soit celui que produirait la combustion de 35710 wagons de 10 tonnes de houille, dégageant 7000 calories, ou une couche uniforme sur le lac de $6^{mm},6$. Entre le plus grand hiver et l'été le plus chaud on trouverait une quantité 10 fois plus grande.

Les deux bassins ne jouissent pas du même climat : celui du Nord est plus méridional, c'est un fait connu. Les courbes montrent qu'en effet le lac y est plus chaud de $0^{o},5$ environ. J'attribue ce fait un peu à la plus grande largeur et à la disposition des bords du lac qui prolongent l'insolation et surtout au déversement du Rhône qui, par application du paradoxe cité par Foret dans le Léman, en raison de l'accroissement de densité de ses eaux limoneuses, apporte au lac la même quantité de chaleur que 5 ou 6 jours d'été de plus que dans le bassin du Sud.

Il serait intéressant de poursuivre ces études sur au moins une année entière, en y consacrant 2 ou 3 jours par mois.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le mécanisme de l'action parasitaire du* Penicillium glaucum *Link et du* Mucor stolonifer *Ehrb.* Note de M. **Pierre Nobécourt**, présentée par M. Guignard.

Le *Penicillium glaucum* Lk et le *Mucor stolonifer* Ehrb. sont, on le sait, deux champignons vivant très communément en saprophytes sur des substances très diverses. Mais, outre ce mode de vie, ils peuvent parasiter un certain nombre de fruits mûrs ou encore verts et en amener la pourriture plus ou moins rapidement.

C'est Davaine [1] qui le premier a montré que la pourriture des fruits est occasionnée par le développement du mycélium de divers champignons et non pas, comme on le croyait alors, par une altération chimique, une exagération de la maturité. Mais l'illustre biologiste n'avait pas indiqué par

[1] Davaine, *Recherches sur la pourriture des fruits* (*Comptes rendus*, t. 63, 1866).

quel mécanisme les champignons incriminés produisent les modifications que l'on constate dans les fruits infectés. Nous avons repris l'étude de cette question et voici les premiers résultats que nous ont fournis nos recherches.

Nous inoculions artificiellement des fruits avec des spores provenant de cultures pures de *Penicillium* ou de *Mucor*. La surface du fruit à inoculer était préalablement lavée à l'alcool (parfois même flambée) afin d'en assurer l'asepsie; puis, avec une aiguille ou une lame flambée, on faisait une plaie au fruit, dans laquelle étaient déposées les spores provenant de la culture pure. La pourriture se propageait alors plus ou moins rapidement autour du point d'inoculation, suivant l'espèce de fruit sur lequel on opérait. Les Tomates, même vertes, sont très rapidement envahies par le *Mucor stolonifer*, et plus lentement par le *Penicillium glaucum*; les Poires sont également très sensibles au premier de ces champignons; au contraire, les Pommes sont plus facilement attaquées par le second.

Ajoutons qu'après pourriture complète des fruits, on prenait soin de vérifier que celle-ci était bien due au champignon inoculé.

Les fruits ainsi infectés sont plus ou moins ramollis, leurs tissus désorganisés n'offrant plus de cohérence par suite de la dissolution des lamelles mitoyennes unissant les cellules entre elles. L'examen microscopique permet de constater que le protoplasme, recroquevillé, granuleux et opaque, est mort.

On peut exprimer facilement le suc des fruits ainsi ramollis. Après filtration, les sucs obtenus se présentent sous l'aspect de liquides d'un jaune plus ou moins pâle, légèrement opalescents, à réaction acide. En y plongeant des fragments de tissus végétaux divers (fragments de Pomme, de Poire, de tige de Fève, de tubercule de Topinambour, de Carotte, de bulbe d'Oignon, etc.), nous avons pu constater qu'au bout d'un certain temps ces tissus étaient ramollis et avaient leurs cellules plasmolysées et tuées, c'est-à-dire présentaient les mêmes phénomènes que les tissus des fruits parasités par les champignons dont nous nous occupons.

La meilleure manière d'observer ces faits consiste à faire des coupes épaisses de tissus végétaux et de les immerger dans les sucs à étudier. En examinant de temps à autre ces coupes sous le microscope, on peut suivre la marche des effets produits et constater qu'ils sont identiques à ceux produits par les champignons eux-mêmes.

Un exemple particulièrement net est fourni par le suc que l'on peut extraire des Poires attaquées par le *Mucor stolonifer*. En y plongeant immédiatement après sa préparation des coupes de tissus végétaux, on constate qu'elles se ramollissent progressivement, en même temps que la plasmolyse de leurs cellules se produit et s'accentu de plus en plus. Le temps nécessaire pour obtenir une désorganisation complète de ces coupes est variable suivant la nature des tissus employés, leur épaisseur et aussi la température. A 20°, des coupes de carotte épaisses de 160^{μ} sont complètement ramollies et ont leurs cellules tuées en 3 heures environ.

La courte durée de ces expériences montre que les effets constatés sont bien dus à des substances présentes dans les sucs utilisés et non à des microorganismes qui s'y seraient développés postérieurement à leur préparation. D'ailleurs les mêmes effets se produisent encore et dans le même laps de temps, si l'on additionne ces sucs de corps susceptibles d'empêcher la pullulation microbienne, tels que le chloroforme ou

le toluène. Nous avons en outre vérifié que des sucs extraits de Pommes, Poires ou Tomates saines ne désorganisent point les tissus végétaux qu'on y plonge.

Nous pensons donc avoir démontré, par cet ensemble d'expériences, que l'action nuisible exercée sur les fruits par le *P. glaucum* et le *M. stolonifer* est due à des substances sécrétées par ces champignons et qui, diffusant dans la chair du fruit parasité, se retrouvent dans le suc que l'on peut en extraire.

Quelle est la nature de ces substances? Nous croyons pouvoir affirmer qu'elles sont de nature enzymoïde. En effet les sucs en question, chauffés vers 60° pendant un quart d'heure, perdent définitivement leur action destructrice sur les tissus végétaux, tandis que, refroidis aux environs de 0°, ils voient leur action temporairement suspendue jusqu'à ce que la température soit redevenue plus favorable. Or ces deux propriétés sont précisément caractéristiques des enzymes.

De plus, ces substances peuvent être extraites des sucs actifs en traitant ceux-ci par plusieurs volumes d'alcool fort : on obtient ainsi des précipités floconneux, blancs ou jaunâtres, que l'on peut recueillir par filtration ou centrifugation. Ces précipités se redissolvent presque totalement dans l'eau et ces solutions exercent sur les fragments de tissus végétaux les mêmes effets que les sucs à partir desquels on les a obtenues.

Notons que ces substances, que nous pourrions qualifier de toxines fongiques, n'agissent qu'en milieu acide. Si l'on alcalinise avec du bicarbonate de soude les sucs en dissolutions qui les contiennent, les coupes de végétaux que l'on y plonge ultérieurement conservent leur aspect normal.

Nous avons essayé d'obtenir ces toxines en cultivant nos champignons sur bouillon de carotte, dans des ballons à fond plat. Mais, même après un abondant développement du mycélium, nous n'avons pu constater d'effet destructeur appréciable du liquide de culture. Toutefois, en retirant le mycélium de *Mucor stolonifer* de son milieu de culture et en le mettant macérer pendant plusieurs jours dans de l'eau stérilisée, nous avons obtenu un liquide doué de la propriété de désorganiser les tissus végétaux.

Remarquons enfin que les toxines sécrétées par le *P. glaucum* et le *M. stolonifer* agissent même sur les tissus de plantes que ces champignons sont incapables de parasiter (Carottes, Topinambours, Fèves, etc.). On semble en droit d'en conclure que l'immunité dont jouissent ces plantes envers ces champignons n'est pas due à la résistance de leurs tissus aux sécrétions de ces parasites, mais à d'autres causes que nous essayons d'établir par des recherches actuellement en cours.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations sur l'optimum d'altitude pour la coloration des fleurs.* Note de M. **Joseph Bouget**, présentée par M. Gaston Bonnier.

L'Hépatique (*Hepatica triloba* Chaix) est une plante montagnarde. Sur le versant nord des Pyrénées centrales où ont été faites mes observations, on ne la trouve guère au-dessous de 400^m d'altitude, mais elle peut remonter jusqu'à 2000^m. Les fleurs sont blanches, roses ou bleues, ou d'une couleur intermédiaire entre ces trois teintes. Les pieds à fleurs blanches perdent généralement leurs feuilles chaque année, tandis que ceux à fleurs roses ou bleues ont tendance à les conserver. Or, les pieds qui portent les fleurs les plus brillamment colorées se trouvent toujours, dans des stations ombragées, sur les versants exposés au Nord, entre 700^m et 1000^m. Plus haut, ces vives couleurs s'atténuent, et, à la limite supérieure d'extension de cette espèce, tous les pieds portent des fleurs blanches. A cette même altitude de 700^m à 1000^m, la couleur des fleurs se dégrade, dans les stations ensoleillées, jusqu'au blanc le plus pur.

J'ai pu reproduire expérimentalement les variations de coloris observées dans la nature. De fortes touffes d'Hépatiques, prises dans les endroits où les fleurs étaient vivement colorées, ont été transplantées, à l'exposition Nord, dans la Station de Pène-Blanque (alt. 2000^m) et au jardin de l'Observatoire du Pic du Midi (alt. 2850^m).

L'année suivante, ces pieds portèrent des fleurs complètement blanches. Et même les Hépatiques de la Station de Pène-Blanque, plantées dans les endroits abrités par les Rhododendrons, s'y sont très bien adaptées et continuent à donner des fleurs blanches, comme celles du type spontané qu'on peut encore trouver à cette haute altitude. D'autre part, des Hépatiques, également choisies dans les endroits où les fleurs sont les plus colorées, entre 700^m et 1000^m, ont été transplantées à diverses expositions entre 500^m et 600^m. Partout où les fleurs ne se sont pas développées à une exposition Nord, leurs teintes ont plus ou moins pâli ou même ces fleurs sont devenues complètement blanches. Suivant la durée de l'insolation, la décoloration a été plus ou moins accentuée.

D'autres espèces m'ont donné des résultats analogues à ceux que j'ai obtenus avec l'Hépatique. Ainsi le *Ramondia pyrenaica* Rich. et l'*Horminum pyrenaicum* L. ont des fleurs violettes dans leurs stations naturelles; ces deux espèces ont été cultivées d'une part à Bagnères-de-Bigorre (alt. 548^m),

et y ont donné des fleurs d'un violet pâle; d'autre part, au sommet du Pic du Midi où la décoloration a été encore plus accentuée et où les fleurs sont devenues incomplètement blanches. Par contre, à Pène-Blanque, les fleurs ont toujours été d'un violet très intense.

De même, une forte touffe d'*Allium fallax* Don, cultivée à Bagnères-de-Bigorre où les fleurs étaient d'un rose clair, a été divisée et les fragments ont été plantés, les uns à Pène-Blanque, les autres au sommet du Pic du Midi. A 2850^m, les fleurs furent d'un rose clair comme dans la plaine, tandis qu'à 2000^m elles devinrent pourpres. Cette altitude de 2000^m est donc voisine de l'optimum pour la coloration des fleurs de ces trois espèces.

L'*Aconitum Napellus* L., l'*Aquilegia vulgaris* L., le *Brunella grandiflora* Jacq., à fleurs violettes, rarement blanches; le *Geranium pyrenaicum* Willd., à fleurs d'un rose lilas, ont été cultivés au Jardin de l'Observatoire du Pic du Midi. Ces plantes y ont toujours donné des fleurs décolorées, bleuâtres ou blanchâtres.

Chez les *Ficaria ranunculoides* Mœnch., *Caltha palustris* Willd., *Geum pyrenaicum* Willd. et *silvaticum* Pourret, *Lilium pyrenaicum* Gouan, *Fritillaria pyrenaica* L., à fleurs jaunes ou jaunâtres, j'ai aussi constaté une atténuation très marquée de la coloration lorsqu'on cultive ces espèces dans les mêmes conditions que précédemment.

Certaines espèces paraissent se comporter autrement que les précédentes. Ainsi l'*Allium Sphœnoprasum* L. est une plante à fleurs roses; cultivée à Pène-Blanque et au sommet du Pic du Midi, cette espèce donne des fleurs violettes, et même d'un violet intense dans cette dernière station. Les fleurs de *Thalictum aquilegifolium* L., qui sont roses ou blanchâtres à Bagnères-de-Bigorre, deviennent d'un rose foncé à Pène-Blanque et d'un rouge violacé au sommet du Pic du Midi. Le *Pinguicula vulgaris* L. a toujours des fleurs d'un bleu intense au sommet du Pic, alors que, plus bas, les fleurs de cette espèce varient du bleu au blanc. On peut dire que, pour la coloration des fleurs de ces espèces, il n'y a pas d'optimum d'altitude, cette coloration augmentant d'éclat et d'intensité jusqu'à la limite extrême de leur aire altitudinale.

Ces expériences et ces observations ajoutent de nouveaux exemples à ceux qui avaient été donnés par M. Gaston Bonnier sur l'optimum d'altitude pour la coloration des fleurs ([1]), et montrent, par des faits précis, à quel point cet optimum est variable suivant les espèces.

([1]) G. BONNIER, *Recherches expérimentales sur l'adaptation des plantes au climat alpin* (*Ann. des Sc. nat. : Bot.*, 7e série, t. 20, 1895).

BOTANIQUE. — *Sur la tuméfaction et la tubérisation.* Note de M. Jean Dufrenoy, présentée par M. L. Mangin.

La présence de tumeurs, accidentelle et pathologique chez la plupart des plantes, peut devenir habituelle chez certaines espèces : chez diverses *Eucalyptus*, le collet de la plantule se dilate toujours, par prolifération des bourgeons axillaires des cotylédons et des premières feuilles, qui, en se fusionnant, englobent les premiers entre-nœuds de la tige, l'axe hypocotylé et la base de la racine (¹); ainsi, se forme un tubercule pourvu de racines et de nombreux bourgeons, noyant des entre-nœuds caulinaires dans un parenchyme ligneux : de larges rayons médullaires y séparent des paquets de fibres torses (*fig.* 1).

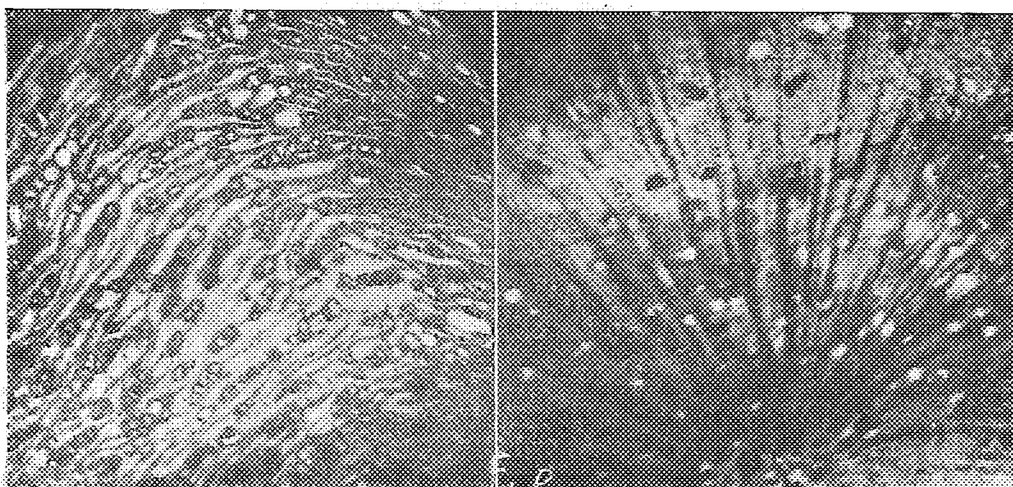


Fig. 1. — Tumeur du Collet d'*Eucalyptus eugenoides* (envoi Hooker, Technological Museum, Sydney). A droite, bois caulinaire normal; à gauche, bois de tumeur de la même coupe transversale. (Photomicrographie; × 75.)

Des tumeurs homologues dilatent la base de nos Éricacées arborescentes (*fig.* 2).

Des nodules apparaissent au-dessous du collet de la plupart des jeunes *Arbutus Unedo* des Piñada d'Arcachon, et augmentent de volume à mesure que l'arbre grossit : sur sa souche fortement dilatée, l'arbre adulte forme

(¹) Fletcher and Musson, *Shoot bearing tumours of Eucalypts and Angophoras* (*Proc. Linn. Soc.; N. S. Wales*, avril 1918).

des tiges puissantes. La cause de ces dilatations reste obscure : dans les

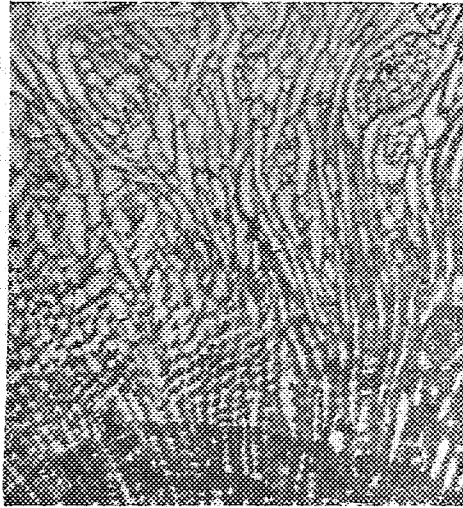


Fig. 2. — Coupe transversale de tumeur du collet d'un jeune *Arbutus Unedo*. En bas, bois normal de 1920; en haut, bois de tumeur formé en 1921, avec rayons médullaires hyperplasiés (r). (Photomicrographie; × 75.)

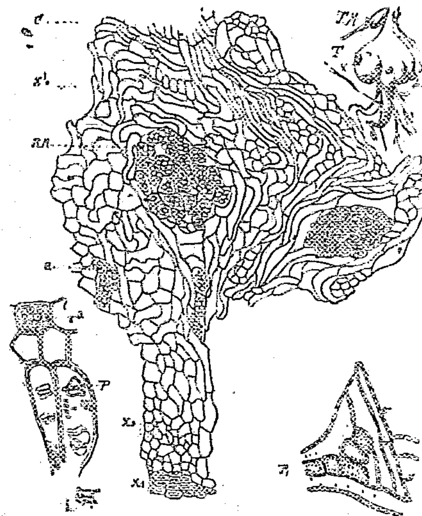


Fig. 3. — Coupe transversale dans une tumeur du Collet de jeune *Arbutus Unedo* (déc. 1921). X, bois d'automne 1920; x_2, bois de printemps; x'_2, bois réactionnel de la tumeur; RM, rayon médullaire hyperplasié dont les cellules sont bourrées d'amyloleucites (a); C, assise cambiale fonctionnelle; P, P', détail des ponctuations des cellules ligneuses de la tumeur; T, aspect extérieur de la tumeur principale; TM, tumeur métastasique; XY, plan de la coupe transversale.

régions cambiales et phellodermiques des tumeurs d'*Arbutus*, de très rares

bactéries peuvent être mises en évidence, mais leur culture sur gélose ou carotte n'atteint qu'un développement insignifiant[1].

Ces renflements ne paraissent pas indispensables; certains *Arbutus* jeunes en sont privés et, par germination aseptique, la plantule forme ses cotylédons sans hypertrophier aucune de ses parties.

Ces tumeurs accumulent en automne et en hiver, dans leurs rayons médullaires hypertrophiés et hyperplasiés (*fig.* 3), de grosses quantités d'amyloleucites : elles ont donc la signification anatomique et physiologique de tubercules, tubercules peu perfectionnés, offrant un exemple de transition entre la tuméfaction et la tubérisation.

PHYSIOLOGIE. — *Perméabilité ionique élective des éléments cellulaires.* Note de MM. **W. Mestrézat, Pierre Girard** et **V. Morax**, présentée par M. E. Roux.

Les belles recherches de Hamburger sur les globules rouges ont définitivement établi la perméabilité des membranes cellulaires aux électrolytes. Nous n'avons cependant que peu de renseignements sur la modalité de cette perméabilité, dont dépend d'une façon étroite le chimisme protoplasmique. Les ions des différentes molécules dissociées franchissent-ils les parois cellulaires en proportions moléculaires chimiquement équivalentes ou bien les anions et les cations sont-ils l'objet d'un triage sélectif au niveau de la paroi, comme le laisserait entrevoir la différence de composition minérale des tissus et des sécrétions de l'organisme?

Les difficultés rencontrées par les auteurs qu'ont préoccupé ce problème nous ont paru tenir davantage au test choisi par eux qu'au caractère délicat des essais poursuivis.

Les quelques expériences de Hamburger sur ce sujet appellent des réserves : celle réalisée par M. Molliard avec le *Sterigmatocystis nigra* et le chlorure d'ammonium est déjà démonstrative. Il nous a semblé que la cornée, membrane de nature conjonctive, recouverte sur sa face externe par l'épithélium stratifié de la conjonctive bulbaire et sur sa face interne par l'endothélium de la chambre antérieure, constituait, par la double barrière de cellules soudées qu'elle présente, un objet d'études exceptionnel.

Si l'on cherche à déterminer chez le lapin et le chien la perméabilité de

(1) E. Smith rapporte avoir isolé le *Bacterium tumefaciens* d'une tumeur de l'*A. Unedo*, qu'il considère comme une galle en couronne.

dedans en dehors de cette membrane aux ions de différents sels, on est frappé du fait que les anions et les cations d'une même *molécule dissociée* ne traversent pas la cornée en proportions *chimiquement équivalentes*. Nos expériences ont porté sur divers sels alcalins et alcalino-terreux. Voici quelques chiffres relatifs à Ca (NO) et MgSO. Les rapports $(NO^3):(Ca)$ et $(SO^4):(Mg)$, évalués en *ions-milligrammes* par litre dans le Tableau suivant et dans l'humeur aqueuse, après *trente minutes* de contact de l'épithélium externe de la cornée avec des solutions de ces deux sels, ont varié, dans les expériences rapportées ci-dessous, de $\frac{2}{0,03}$ à $\frac{2}{0,54}$ et de $\frac{1}{0,39}$ à $\frac{1}{0,65}$.

$(NO^3)^2Ca.4Aq.$	Concentration bain ext. p. 100.	Réaction.	Durée exp.	Milligrammes-ions diffusés par litre. Anions. — $(NO^3)'$.	Cations. — $(Ca)''$.	Rapport $\frac{\text{anions}}{\text{cations}}$.	Observations.
1921. 26 nov...	4	neutre	30′	3,657	0,061	2/0,03	Lapin.
28 déc...	4	neutre	30	2,756	0,481	2/0,34	(Réunion 3 lapins).
1922. 16 févr..	5	pH	30	14,634	1,249	2/0,10	(Acid. lég. citr.) opal. lég. épith. corn.
8 mars..	5	pH : 6,8	30	14,297	3,890	2/0,54	(Acid. citr.) cornée normale (réun. 3 lapins).
$SO^4Mg.7Aq.$				$(SO^4)''$.	$(Mg)''$.		
1921. 18 juill.	2	neutre	30	3,514	2,295	1/0,65	Lapin.
9 nov..	4	neutre	30	1,769	0,650	1/0,38	Lapin.
18 juill..	2	lég. alc.	30	2,312	2,170	1/0,93	Lapin.
20 juin..	4	acide	30	2,412	0,975	1/0,40	Lapin (ac. tartrique).
26 oct...	4	neutre	30	62,828	0,466	1/0,07	Courant de 3 milliamp. (anode à la nuque).

L'acidification légère du milieu par un acide organique (citrique ou tartrique) augmente la perméabilité générale sans modifier l'effet de dissociation observé. L'usage d'un courant électrique de 3 milliampères, quand il favorise la pénétration des anions dans la chambre antérieure, exagère d'une façon considérable le phénomène.

Si l'effet sélectif au niveau de la cornée est seul en cause dans les expériences précédentes, les molécules salines injectées dans la chambre antérieure d'yeux *énucléés* doivent demeurer inchangées. C'est ce que l'on observe, en effet, comme en témoignent les rapports $\frac{(NO^3)}{(Ca)}$ de $\frac{2}{1,02}$, $\frac{2}{1,32}$, $\frac{2}{1,08}$, obtenus après une demi-heure dans des expériences de contrôle.

Lorsque l'injection est faite dans la chambre antérieure d'un œil en place sur l'animal vivant, une résorption sanguine élective, ionique, de sens inverse de celle observée à travers la cornée, intervient. Les ions qui ont diffusé le plus vite d'une solution extérieure à l'œil dans l'humeur aqueuse sont aussi les premiers à quitter celle-ci. On observe un phénomène contraire, en apparence, à celui que nous signalions à l'instant. Ce sont, cette fois-ci, les cations qui s'accumulent dans la chambre antérieure. Le rapport des anions aux cations, dans une expérience faite avec le sulfate de magnésie, a atteint, de la sorte, la valeur remarquable de $\frac{1}{29}$.

Au cours de ces échanges ioniques, la loi de l'équilibration des charges demeure intangible. La pénétration en excès d'anions dans l'humeur aqueuse s'accompagne d'une sortie correspondante d'anions *compensateurs*, qui, comme dans le cas des dialysats du plasma étudiés par l'un de nous, sont, en partie du moins, constitués par des ions $(\overline{Cl})$.

En résumé, les dissociations que nous avons observées dans le passage des ions d'une même molécule à travers une barrière cellulaire ou seulement endothéliale montrent que la perméabilité des cellules aux électrolytes est une *perméabilité ionique* et que cette *perméabilité* est *élective ;* nous en avons eu une double preuve dans la filtration cornéenne et la résorption au niveau des vaisseaux.

L'importance qu'acquièrent ces données au point de vue du chimisme cellulaire ne peut manquer de retenir l'attention. Les groupements ioniques qui seront réalisés de l'autre côté d'un septum électivement perméable aux ions se trouveront différents de ceux du milieu initial et nous pouvons envisager dès aujourd'hui la possibilité de voir se réaliser dans le protoplasme de nouveaux équilibres et des groupements ioniques entièrement différents de ceux des humeurs ou de ceux que pourrait faire prévoir le seul jeu des lois de l'affinité.

PHYSIOLOGIE. — *Rapprochement des effets des acides nucléiques et de l'antithrombine du plasma de peptone sur la coagulabilité du sang circulant chez la grenouille.* Note de M. **Doyon**, présentée par M. Roux.

I. J'ai prouvé ([1]) que l'injection d'une seule et très faible dose d'acide nucléique provoque, chez la grenouille, l'incoagulabilité du sang circulant,

([1]) *Comptes rendus*, t. **174**, 1922, p. 415.

pendant plusieurs heures et même plusieurs jours. J'ai constaté que l'antithrombine phosphorée (antithrombine) anticoagulante qui passe, chez le chien, dans le sang, sous l'influence des injections de peptone, possède des propriétés comparables à celles des acides nucléiques sur la grenouille.

II. *Exemple.* — On injecte, dans la veine tibiale, à un chien de forte taille, une solution de peptone Witte [$0^g,2$ par kilogramme, dans 20^{cm^3} d'eau]. Après trois minutes on recueille, dans des tubes de centrifuge, 250^g de sang carotidien environ. [Si la saignée est trop copieuse, les dernières portions ont tendance à se coaguler.] On centrifuge à grande vitesse. On isole le plasma. 55^{cm^3} de plasma sont chauffés au bain-marie bouillant, pendant dix minutes, dans un tube de centrifuge en pyrex. Lorsque le coagulum a été bien formé et dilacéré avec un agitateur, on centrifuge. Le liquide est recueilli dans un tube de centrifuge, puis additionné de vingt gouttes environ d'acide acétique au dixième et chauffé au bain-marie bouillant pendant quelques minutes jusqu'à séparation des nucléo-protéides. Le précipité est isolé par centrifugation, lavé deux fois de suite dans le tube de centrifuge avec une petite quantité d'eau distillée, puis redissous dans 5^{cm^3} d'une solution alcaline faible (eau distillée, 1000; chlorure de sodium, 4; carbonate de soude, 5). On injecte à une grenouille de 30^g environ, 1^{cm^3} de la solution des nucléo-protéides actives [antithrombine] dans le sac lymphatique dorsal. Une demi-heure plus tard on saigne la grenouille par section d'une cuisse. Le sang recueilli ne se coagule pas, les globules se déposent spontanément. La phase pendant laquelle le sang *circulant* est incoagulable dure, dans ces conditions, plus de deux heures. Le sang *recueilli* est incoagulable pendant plusieurs jours. L'injection de $0^{cm^3},5$ de la solution est inefficace. Je rappelle que l'antithrombine est activée *in vitro*: si l'on saigne une grenouille en laissant tomber le sang sur quelques gouttes de la solution, le mélange ne se coagule pas.

III. *Expérience de contrôle.* — On prélève, sur un chien de forte taille, 250^g de sang carotidien sur $0^g,5$ d'oxalate de potasse dissous dans 10^{cm^3} d'eau. On centrifuge le mélange incoagulable; on prélève 55^{cm^3} de plasma et l'on isole les nucléo-protéides contenues dans ce plasma, exactement dans les mêmes conditions que dans l'expérience précédente. On redissout les nucléo-protéides isolées dans 5^{cm^3} de la solution alcaline faible. On injecte à des grenouilles un ou plusieurs centimètres cubes de la solution. Le sang circulant ne devient pas incoagulable. De plus, la solution est absolument inactive *in vitro*. Le sang normal, dont on a isolé le plasma au moyen d'un artifice (emploi de l'oxalate), contient donc des nucléo-protéides, mais celles-ci sont inactives; il ne contient pas d'antithrombine.

IV. Je considère que l'antithrombine phosphorée du plasma de peptone provient des noyaux cellulaires et doit son activité au groupement phosphoré qu'elle contient. Il m'a paru intéressant de rapprocher les effets des injections des acides nucléiques des effets des injections de l'antithrombine sur le sang circulant chez la grenouille. Avec un peu d'habitude mes expériences peuvent être faites pendant le temps généralement consacré à un cours.

PHYSIOLOGIE. — *Idiosyncrasie et anaphylaxie.* Note de MM. **L. Panisset** et **J. Verge**, présentée par M. E. Leclainche.

La sensibilité d'un organisme à l'égard de certaines substances hétérogènes peut être spontanée (idiosyncrasie) ou acquise (anaphylaxie). La sensibilité d'un organisme à l'égard d'injections intra-veineuses de sang homologue est plus rare. Nous l'avons observée sur un cheval et nous sommes parvenus à établir que cette idiosyncrasie naturelle, indifférenciable cliniquement de l'anaphylaxie, est le premier phénomène par lequel s'affirme l'hypersensibilité. L'anaphylaxie vraie dépend d'une sensibilisation antérieure et représente un stade plus avancé et plus complet de cette anaphylaxie.

Nous prélevons à un cheval suspect d'anémie infectieuse 100^{cm^3} de sang que nous injectons aussitôt dans la veine jugulaire d'un cheval sain.

Deux heures après cette transfusion se déclenche chez le sujet sain une crise anaphylactique intense. Elle se traduit par une vive accélération des mouvements respiratoires (45 en moyenne par minute au lieu de 12 à 15) et cardiaques (80 pulsations au lieu de 35 à 40). La dyspnée est profonde, le flanc discordant, les muqueuses, violemment congestionnées; chaque respiration s'accompagne d'une plainte, longue et répétée. Les masses musculaires de la croupe sont soulevées par des mouvements synchrones de l'expiration.

Quatre heures après la transfusion, le pouls demeure vite, filant, presque incomptable. Du jetage séro-muqueux souille l'entrée des cavités nasales.

Ces phénomènes de choc s'atténuent bientôt. Pour ne pas être tenté de les rapporter à une toxicité particulière du sang injecté, nous inoculâmes 20^{cm^3} du sérum du même donneur dans la veine auriculaire d'un lapin. Celui-ci ne manifesta aucun trouble, immédiat ou tardif.

Seule, donc, l'idiosyncrasie était en cause. Six jours après cette première transfusion, nous transfusons à nouveau dans la veine jugulaire du même animal 2 litres de sang citraté à 4 pour 1000, provenant d'une jument saine. Le choc se déclencha immédiatement et non plus, comme dans l'expérience primitive, après une certaine période d'incubation.

Le récepteur est en proie à une vive anxiété, cœur et respiration s'accélèrent et bientôt apparaît une réaction cutanée intense : toutes les parties du corps, sauf les membres, sont recouvertes de boutons saillants, avec horripilation à ce niveau.

L'échauboulure (urticaire équine) est surtout marquée au niveau de l'encolure et de la croupe.

On assiste ensuite à une sédation des phénomènes généraux et l'animal reprend peu à peu son aspect normal.

Est-ce de l'hémoanaphylaxie qui s'est manifestée dans ce cas? Il semble que oui; le raccourcissement de la période d'incubation des accidents, leur

symptomatologie précise, leur disparition rapide plaident en faveur de cette hypothèse. L'apparition de l'urticaire rappelle à n'en pas douter les poussées urticariennes qui, en certains cas, suivent les injections sériques chez l'homme. Nous nous trouvons ici en présence de manifestations de même nature, dont l'explication serait dans les réactions vaso-motrices qui accompagnent, chez le récepteur, la pénétration du sang transfusé (Jeanbrau et Giraud).

L'expérimentation sur ce cheval ne s'arrêta pas là. Toute transfusion était immédiatement suivie de phénomènes plus ou moins graves traduisant l'hypersensibilité du sujet. Or il est impossible d'incriminer la vitesse de l'acte opératoire puisque, dans la règle, cinq minutes nous étaient nécessaires pour transfuser 500^{cm^3} de sang citraté.

En outre, lorsque deux transfusions égales en quantité étaient pratiquées à 24 heures d'intervalle, les symptômes morbides déclenchés par la seconde étaient beaucoup plus atténués que ceux dus à la première. Le choc initial vaccine pour ainsi dire contre le choc du lendemain; il se produit une désensibilisation marquée, quoique incomplète, de l'organisme. C'est en quelque sorte une *immunité par épuisement*.

Aussi appliquâmes-nous dans la suite à ce cheval hypersensible le procédé des injections subintrantes de Besredka. Les phénomènes de choc disparurent à peu près complètement.

Nous avons essayé de déceler expérimentalement cette isohémo-anaphylaxie par des réactions locales.

Dans le derme de la paupière inférieure, nous injections à ce cheval, à droite $\frac{1}{10}$ de centimètre cube de ses propres globules lavés, à gauche $\frac{1}{10}$ de centimètre cube des globules lavés de la jument qui nous avait servi de donneur.

Aucun œdème, aucune conjonctivite ne survinrent dans les heures consécutives à nos essais d'intra-dermo-réaction. Nous avons abouti également à un échec complet en remplaçant les injections de globules rouges par des injections d'auto- ou d'iso-sérum, faites aux mêmes doses et dans les mêmes conditions.

En résumé, nous avons observé, chez un cheval, des phénomènes morbides manifestes à la suite de transfusions de sang homologue citraté. Les phénomènes avaient l'allure clinique du choc anaphylactique.

L'observation est intéressante en ce sens qu'une première transfusion peut donner naissance à des manifestations typiques d'hypersensibilité. Idiosyncrasie et anaphylaxie sont impossibles à différencier cliniquement;

mais les méthodes d'antianaphylaxie permettent en tous les cas de pallier aux symptômes fâcheux qui peuvent survenir au cours des transfusions, uniques ou répétées.

Quel est le mécanisme intime de ces accidents dramatiques, qu'ils traduisent l'idiosyncrasie ou l'anaphylaxie? Les travaux récents du professeur Widal permettent de les rapporter à une instabilité de l'équilibre colloïdal des humeurs et des tissus.

Dans le cas qui fait l'objet de cette Note, l'équilibre colloïdal plasmatique devait être particulièrement instable, puisque la transfusion d'un sang homologue déclenchait un bouleversement profond; or, chez le cheval, la transfusion est une opération presque toujours bénigne.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *L'acide cyanique existe-il dans le sang?* Note de MM. **Maurice Nicloux** et **Georges Welter**, présentée par M. Widal.

Les travaux très importants de Fosse[1] ont démontré d'une manière indiscutable les deux points suivants :

I. L'oxydation par le permanganate de potasse, en présence ou non d'ammoniaque, des matières protéiques et des acides aminés, fournit de l'urée. Il en est de même de l'oxydation par ce même persel, en présence d'ammoniaque, des autres principes carbonés contenus chez les êtres vivants : la glycérine, constituant des corps gras, les hydrates de carbone, glucose, lévulose, saccharose, dextrine, inuline, amidon.

II. Le terme intermédiaire de cette oxydation est l'acide cyanique.

Il était dès lors logique de se demander si les processus d'oxydation, que met en jeu l'organisme, ne fourniraient pas aussi de l'acide cyanique, lequel se transformerait ultérieurement en urée, question d'une importance capitale au point de vue de la genèse de l'urée. On était par ailleurs d'autant plus incité à se poser ainsi cette question, qu'une certaine quantité d'azote sanguin non albuminoïde, l'*azote résiduel*, n'a pas encore été identifié jusqu'ici et que, *a priori*, on pouvait penser que tout ou partie de cet azote pouvait être représenté par l'acide cyanique.

[1] Voir un des Mémoires de Fosse, intitulé : *Recherches sur le mécanisme de la formation de l'urée* (*Bulletin de la Société de Chimie biologique*, t. 11, 1920, p. 4-12). On y trouvera la bibliographie. Voir aussi *Comptes rendus*, 1912, t. 154 et 155; 1913, t. 156 et 157; 1914, t. 158 et 159; 1919, t. 168.

Telle est l'origine de notre travail.

L'expérimentation, des plus simples, a été menée de la façon suivante :

I. *Expériences sur le cyanate de potassium en solution aqueuse.* — Des volumes connus d'une solution, préparée extemporanément, de cyanate de potassium à 1 pour 1000, ont été additionnés de chlorure d'ammonium en solution saturée et maintenus pendant plusieurs heures à 35°, en présence de vapeur d'eau saturante pour éviter l'évaporation. A la fin de l'expérience, le liquide était additionné d'acide acétique et de xanthydrol et l'urée dosée en suivant la micro-méthode déjà décrite (¹).

Solution de cyanate de potassium.	Solution saturée de NH^4Cl.	Durée de l'expérience.	Température.	Dosage de l'urée. Xanthylurée.	Urée.	Rendement pour 100.
cm³	cm³		°	mg	mg	
1	0,1	12 heures	10	0,641	0,09	12
1	0,1	12 »	35	1,858	0,265	36
1	0,1	48 »	35	3,993	0,57	77
1	0	12 »	35	0	0	0

Cette première série d'expériences montre que, dans les conditions de l'expérimentation physiologique (température ne dépassant pas 35°), le cyanate de potassium, en présence de chlorure d'ammonium, se transforme en urée avec un très bon rendement, à la condition de prolonger le séjour à l'étuve pendant 12 heures au moins.

II. *Expériences sur le plasma sanguin.* — Nous avons recueilli directement, sur du papier oxalaté, du sang de chien pris dans l'artère fémorale.

Après centrifugation immédiate, nous avons, d'une part dosé l'urée dans le plasma, d'autre part mesuré 5$^{cm^3}$ de ce plasma auquel ont été ajoutés 0$^{cm^3}$,5 d'une solution saturée de chlorure d'ammonium.

Nous avons pris ensuite trois tubes à essai (²), dans chacun desquels a été introduit 1$^{cm^3}$ de ce mélange; puis nous avons versé, dans le dernier seulement, 0$^{cm^3}$,1 d'une solution de cyanate de potassium à 1 pour 1000, soit 0^{mg},1, afin de démontrer, par l'augmentation ultérieure du taux de l'urée, la possibilité de déceler la présence d'une aussi faible quantité de cyanate.

Les tubes, fermés par des capuchons de caoutchouc, ont été placés dans une étuve à 35°, et, après une période d'attente variable, les dosages ont été effectués et ont donné les résultats suivants :

(¹) Maurice Nicloux et Georges Welter, *Micro-analyse quantitative gravimétrique de l'urée. Application au dosage de l'urée dans 1$^{cm^3}$ de sang* (*Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1490, et *Bulletin de la Société de Chimie biologique*, t. 4, 1922, p. 128-142).

(²) Tous les objets employés : tubes de centrifugeur, tubes à essai, pipettes, papier oxalaté, etc., ont été naturellement stérilisés avec le plus grand soin.

	Urée (mg par cm³).	Urée (mg par cm³ du plasma initial).
Plasma initial : 1^cm³. Dosage immédiat...........	0,242	0,242
	0,256 ([2])	0,256
Tube 1, plasma après 36 heures à 35°............	0,228	0,254
Tube 2, » 60 »	0,232	0,258
Tube 3, plasma + cyanate, après 36 heures à 35°.	0,263	0,293

Ces chiffres, exacts à ± 0,01 près, sont identiques, qu'il s'agisse du plasma initial ou du plasma additionné de chlorure d'ammonium; de plus, le dernier montre que la faible quantité de $0^{mg},1$ de cyanate, introduite dans le tube 3, s'est traduite par une augmentation sensible du taux de l'urée.

III. *Expériences sur la lymphe.* — Nous avons poursuivi nos recherches en opérant sur la lymphe dans les mêmes conditions, c'est-à-dire : 1° en effectuant le dosage immédiat de l'urée dans la lymphe; 2° en ajoutant à 4^{cm^3} de lymphe, $0^{cm^3},2$ de la solution saturée de chlorure d'ammonium et portant le mélange à l'étuve à 35°. Nous avons obtenu :

	Urée (mg par cm³).	Urée (mg par cm³ de lymphe initiale).
Lymphe initiale : 1^{cm^3}, dosage immédiat................	0,546	0,546
Lymphe initiale ± NH^4Cl : 1^{cm^3}, dosage après 12^h à 35°...	0,52	0,546

Tels sont les faits. Ils sont indubitablement négatifs. L'acide cyanique n'existe pas dans le sang et dans la lymphe à l'état normal; du moins nos procédés d'analyse actuels, pourtant suffisamment précis, ne peuvent l'y déceler. Ceci veut-il dire qu'il ne s'en forme pas? Nous ne saurions sur ce point être affirmatifs. Rien ne s'oppose en effet à admettre que l'acide cyanique aussitôt formé est aussitôt détruit, ou transformé en urée. Il serait un exemple de plus de ces nombreux corps du métabolisme intermédiaire dont on saisit avec la plus grande difficulté la présence, même en mettant en jeu les procédés analytiques les plus délicats.

([1]) Ce dosage, qui sert de contrôle, a été effectué sur le sérum obtenu après coagulation (24 heures) du sang du même animal, recueilli au même instant que le sang oxalaté.

BIOLOGIE. — *Influence sur le développement des œufs d'un Batracien d'une substance extraite de la fertilisine des œufs d'un Poisson.* Note de M. **A. Weber**, présentée par M. Henneguy.

Les recherches récentes de biologistes américains ont montré que les œufs mûrs et non fécondés d'un certain nombre d'Invertébrés ou de Vertébrés inférieurs exsudent dans l'eau une substance que F.-R. Lillie a nommée *fertilisine*. L'éloignement de cette fertilisine par lavage des œufs empêche la fécondation; en ajoutant aux œufs un peu de cette substance, puis du sperme de la même espèce, les phénomènes normaux de la fécondation sont à nouveau rendus possibles. Les œufs mûrs d'un certain nombre d'Invertébrés, mis au contact d'une fertilisine, présentent le phénomène d'autoparthénogenèse et poursuivent leur développement (O. Glaser, A. Woodward).

Les recherches de Miss Woodward sur la sécrétion ovulaire ont mis en évidence dans la fertilisine deux substances, une agglutinine et une lipolysine. L'agglutinine oriente, agglutine, puis paralyse les spermatozoïdes. La lipolysine est l'agent parthénogénétique non spécifique de la fertilisine; sous son influence le diamètre de gouttelettes graisseuses, émulsionnées dans l'eau, diminue.

Il se pourrait qu'il y ait seulement là un phénomène de dissolution de la graisse; aussi pour ne pas préjuger de son action, je ne parlerai de cette lipolysine que sous l'autre dénomination qui a été proposée par Miss Woodward, celle d'agent parthénogénétique de la fertilisine. La substance en question déclencherait le développement en modifiant les acides non saturés de l'œuf; ainsi ces derniers cesseraient leur inhibition vis-à-vis des enzymes, dont la mise en action correspond à l'activation de l'œuf. Je dois ajouter que F.-R. Lillie n'admet pas sans restriction cette théorie de l'autoparthénogenèse, développée par Miss Woodward.

Quoi qu'il en soit, l'agent parthénogénétique de la fertilisine se comporte comme un modificateur des corps gras, de même qu'un certain nombre d'agents parthénogénétiques chimiques : éther, chloroforme, hydrate de chloral, etc. On sait d'autre part que, tandis que chez certains Invertébrés le sang de la même espèce inhibe la fécondation (F.-R. Lillie), il se trouve dans le sang d'espèces différentes (Friedenthal) et même de Mammifères (T.-B. Robertson) des substances cytolysantes de l'œuf ou oocytases qui sont des agents parthénogénétiques.

Il m'a semblé qu'il était possible d'établir un rapprochement entre ces différentes considérations et les faits que j'ai observés en greffant des œufs de Batraciens dans la cavité péritonéale d'adultes de même espèce ou d'espèces différentes. J'ai été amené à supposer que le milieu intérieur des Urodèles possède vis-à-vis des œufs fécondés une double action narcotique et cytolysante.

Les phénomènes de narcose se traduisent surtout par un très grand ralentissement du développement ou bien par la possibilité d'une pénétration secondaire de nombreux spermatozoïdes restés à l'intérieur de la coque, à la surface de l'œuf; il se produit ainsi une polyspermie qui peut être très abondante. Lorsque l'action du milieu intérieur est prolongée ou plus marquée, l'œuf est profondément altéré. La cytolyse semble atteindre d'abord le noyau pour se propager ensuite aux plaquettes vitellines du cytoplasme.

Il m'a paru intéressant de rechercher comment agirait, sur des œufs fécondés de Batraciens Urodèles, l'agent parthénogénétique extrait d'une fertilisine. Je me suis servi de la substance exsudée par les œufs d'un Gardon (*Leuciscus rutilus* L.) connu à Genève sous le nom de Vengeron. Les œufs de ce Poisson, retirés par pression du corps de la femelle, sont laissés une demi-heure dans un peu d'eau douce. Le liquide devient laiteux et trouble; il agglutine les spermatozoïdes de Vengeron en 6 à 7 minutes. Traitée par les procédés de T.-B. Robertson et de Miss Woodward, avec quelques légères modifications que je ferai connaître ultérieurement, cette fertilisine donne une substance qui se dissout dans l'eau en la rendant légèrement laiteuse.

J'ai placé dans cette solution des œufs fraîchement pondus de *Triton alpestris*. Au bout de 15 heures, tandis que les œufs témoins se sont plusieurs fois divisés et qu'il devient difficile de compter à la loupe les cellules de segmentation, les œufs en expérience n'ont pas dépassé le stade de quatre blastomères; leur évolution ne va guère plus loin, ils meurent rapidement.

Chez les œufs fécondés de *Triton alpestris* soumis à l'agent parthénogénétique de la fertilisine de *Leuciscus rutilus*, le développement ne s'est produit qu'avec une grande lenteur; la segmentation n'a commencé qu'après un retard considérable. La soi-disant lipolysine s'est comportée comme un narcotique; elle ne semble pas avoir cytolysé les œufs de Triton, mais elle a agi sur eux comme le milieu interne des Urodèles, lorsqu'il est atténué.

L'agent parthénogénétique de la fertilisine de Vengeron inhibe le déve-

loppement des œufs de Triton, comme si ces œufs avaient été plongés pendant quelques instants dans une solution faible d'un narcotique solvant des graisses, ou greffés dans la cavité péritonéale d'un Urodèle adulte. Tous ces phénomènes paraissent avoir entre eux des ressemblances frappantes. J'ai montré comment je pouvais faire disparaître par adsorption la propriété narcotique ou cytolytique du milieu intérieur des Urodèles. Je poursuis des recherches pour essayer de mettre en évidence, dans le sang de ces Batraciens, une substance comparable, par ses propriétés, à l'agent parthénogénétique de la fécondation.

BIOLOGIE. — *Sur la variabilité de l'espèce et la création expérimentale de nouvelles races chez le Bombyx du Mûrier.* Note de M. **A. Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Les tentatives faites dans le but d'obtenir expérimentalement de nouvelles races chez les animaux doivent porter de préférence sur les espèces où la reproduction d'un seul couple engendre un grand nombre de sujets. Les chances de rencontrer parmi ceux-ci un ou plusieurs individus pourvus d'un caractère nouveau et héréditaire sont, en effet, d'autant plus grandes que la fécondité de l'espèce l'est elle-même. En prenant comme reproducteurs le ou les individus modifiés, on peut espérer fixer le caractère nouveau et obtenir ainsi une race nouvelle. En ce qui concerne les moyens à employer pour faciliter la production de caractères nouveaux chez un ou plusieurs sujets d'une espèce ou d'une race déterminée, on peut soit placer un lot d'individus de cette espèce ou de cette race dans des conditions nouvelles d'existence, soit encore, ce qui est préférable, pratiquer des croisements entre sujets de races différentes, si cela est possible. Dans certains cas, on peut aussi modifier plus ou moins profondément une race donnée, et la dédoubler en quelque sorte, en choisissant quelque caractère qui n'existe normalement que chez certains individus de la race, alors qu'il est toujours absent chez certains autres, et en prenant exclusivement comme reproducteurs, soit des individus n'ayant pas le caractère en question, ou au contraire le possédant toujours.

J'ai employé ces divers procédés et obtenu, chez le Bombyx du Mûrier, en de très courts laps de temps, plusieurs races chez lesquelles le caractère que j'ai pris, dans une certaine mesure arbitrairement, comme devant être le caractère essentiel de la race à créer, se trouve définitivement fixé. Voici

dans quelles conditions et suivant quels processus l'une de ces races s'est développée :

En 1917, un croisement fut pratiqué entre un Papillon mâle bivoltin accidentel d'une race à ver blanc (c'est-à-dire non pigmenté) et un Papillon femelle polyvoltin de Chine (race très différente de la précédente), provenant aussi d'un ver non pigmenté.

En 1918, la ponte fournie en 1917 par le couple précédent donna naissance à une génération univoltine à vers blancs normaux.

En 1919, la ponte fournie en 1918 par la génération univoltine précédente donna naissance à des bivoltins. Les vers de la première volte ne présentèrent aucune particularité, mais parmi les vers de la deuxième génération se trouvèrent *deux sujets jaune verdâtre*, complètement différents, par la coloration générale du tégument, des autres vers. Ces deux vers furent tous deux des Bombyx femelles. Les deux Papillons produits furent accouplés avec deux mâles nés des mêmes parents qu'eux, mais nécessairement issus de deux vers de couleur blanche ordinaire.

En 1920, la ponte d'un des couples précédents produisit des vers jaune verdâtre et d'autres vers n'ayant pas ce caractère; celle du deuxième couple ne donna aucun ver jaune verdâtre.

Tous les Papillons qui sortirent des cocons produits par ces vers pondirent des œufs bivoltins. Un couple fut constitué avec une femelle issue d'un cocon de ver jaune verdâtre avec un mâle dérivant d'un ver à couleur blanche.

En 1921, les œufs pondus par le couple produisirent 57 vers jaune verdâtre et 166 vers blancs. Les Papillons nés des premiers furent accouplés entre eux; les uns pondirent des œufs univoltins, les autres des œufs bivoltins. Les vers qui naquirent de ces derniers furent tous jaune verdâtre (ces observations ayant porté sur 75 vers prélevés au hasard sur quatre pontes différentes).

En 1922, 26 vers provenant d'œufs prélevés au hasard sur la ponte univoltine de 1921 et sur quatre pontes provenant des Papillons de la deuxième volte, furent tous jaune verdâtre. Ce dernier caractère doit être considéré comme dorénavant fixé et peut être pris comme caractère distinctif principal de la race nouvelle.

Dans le cas qui vient d'être décrit, la variation initiale qui fut le point de départ du développement de la race nouvelle correspond exactement aux « mutations » de de Vries. Si elle s'était produite en même temps chez deux individus de sexe différent, qu'il eût été possible d'accoupler de suite,

la race à vers jaune verdâtre aurait été créée beaucoup plus rapidement. Dans des cas différents, j'ai obtenu de nouvelles races dans un délai beaucoup plus court.

Quand une race a été ainsi créée ou transformée par rapport à un caractère déterminé, choisi à volonté, elle conserve nécessairement d'autres caractères qui peuvent être aussi communs à tous les individus ou être seulement l'apanage de certains d'entre eux. Et ces autres caractères peuvent avoir été empruntés aux générateurs initiaux ou même être parfois des caractères nouveaux tout comme le caractère fondamental.

BIOLOGIE. — *Sur l'apparition d'intersexués dans une lignée de* Daphnia magna (*Crustacé cladocère*), *et sur le déterminisme probable du phénomène.* Note de M. **R. de La Vaulx**, présentée par M. F. Mesnil.

Il y a un an, j'ai publié, sur l'intersexualité des Cladocères, une étude fondée sur l'examen de 350 individus aberrants appartenant à l'espèce *Daphnia atkinsoni* Baird ([1]). L'aptitude à la formation de ces anomalies sexuelles s'était montrée héréditaire dans la lignée, mais, les premiers intersexués ayant été trouvés par hasard dans une culture, je ne pouvais qu'émettre des hypothèses au sujet du déterminisme du phénomène. De nouvelles expériences me permettent aujourd'hui d'apporter quelques précisions.

Je m'étais proposé cette année d'essayer de faire apparaître expérimentalement des formes intersexuées dans une lignée n'en ayant pas encore produit. L'hérédité pouvant, ainsi que je l'ai montré, sauter plusieurs générations, il était indispensable, pour éviter toute cause d'erreur, d'employer un matériel bien connu. Je disposais heureusement d'une lignée de *Daphnia magna* élevée en captivité depuis huit ans et provenant d'un unique exemplaire récolté à l'île de Batz (Finistère). Au cours de recherches précédentes, j'avais examiné plusieurs milliers d'individus sans rencontrer un seul cas d'intersexualité, et cela, bien que mon attention ait été attirée sur les faits de cet ordre, par les études poursuivies parallèlement sur *D. atkinsoni* depuis 1915. Je pouvais donc admettre que l'aptitude à la production d'intersexués ne faisait pas partie du patrimoine héréditaire de la lignée. Pour mes recherches, j'ai mis à profit les travaux de G. Smith et

([1]) R. de La Vaulx, *L'intersexualité chez un Crustacé cladocère* (*Bull. Biol. France-Belgique*, t. 55, p. 1-86).

mes propres observations montrant l'influence du confinement sur la proportion des sexes. Lorsque les Cladocères sont bien nourris, mais élevés dans une très faible quantité d'eau, à température moyenne (12°-15°), la proportion des mâles et des éphippies se relève considérablement.

Le 22 février une jeune femelle, venant d'une culture médiocrement alimentée, mais logée dans un bocal de 2 litres, est isolée et nourrie de bouse. Elle donne successivement : 11 ♂, 6 ♀, 7 ♀, 4 ♂ + 2 ♀, 7 ♀. Les 7 femelles de la troisième portée sont, dès leur naissance, placées ensemble dans un tube contenant à peine 1^{cm^3} d'eau, mais copieusement garni de *Chlamydomonas*. Dans ces conditions, les animaux prospèrent, se chargent de réserves adipeuses colorées en rouge (ainsi que le font les mâles), *mais les œufs ne se forment pas*. Il suffit d'ailleurs de retirer un individu et de l'isoler dans une quantité d'eau suffisante pour que les œufs se développent rapidement. Le confinement, poussé à l'extrême, a donc pour résultat d'arrêter l'ovogenèse, en dépit d'une alimentation copieuse.

Parmi ces 7 Daphnies, nées le 18 mars, 2 individus (DM^6 et DM^7) ont ainsi leur ponte arrêtée jusqu'au 3 mai, alors que, normalement, une Daphnie pond, suivant la température, 5 à 15 jours après sa naissance. DM^7 ayant été alors isolée donne successivement : 3 ♀, 16 ♀, 17 ♀ + 1 ♂, 1 ♀ + 8 ♂, 4 ♀, 3 ♀, *n*? (portée non examinée), 9 ♀, *n*?, puis une portée comprenant 5 ♀ + 8 ♂ et un *intersexué* typique avec des antennules mâles et des ovaires anormaux (les œufs n'ont pu être pondus). DM^7 donne encore : 2 œufs qui avortent, 3 ♀ + 3 inters. + 4 œufs avortés et 1 ♀ + 1 ♂ + 2 intersexués.

De son côté DM^6, isolée parallèlement, donne : 6 ♀, 12 ♂ + 6 ♀, 3 ♀, 2 ♀, 4 ♀, 11 ♀, 15 ♂ + 2 ♀, 10 ♀, *n*?, 1 ♂ + 10 ♀, 6 ♀, 6 ♀, et enfin, pour les 13^e^ et 14^e^ portées, 2 ♀ + 1 intersexué et 5 ♀, dont une atrophiée, 1 ♂ et 1 intersexué.

Faut-il voir, dans la sorte d'intoxication créée par le confinement, la cause de l'apparition des formes intersexuelles? La chose paraît assez probable, bien qu'une objection se présente : pourquoi l'effet ne s'est-il fait sentir que dans les 10^e^ et 13^e^ portées des deux Daphnies en expérience?

A cela, on peut répondre que l'aptitude à la formation d'intersexués se manifeste toujours très irrégulièrement, même là où elle fait partie du patrimoine héréditaire de la lignée et qu'elle ne se révèle ni à chaque portée ni à chaque génération. Il se peut d'ailleurs que la sénilité de l'ovaire soit venue compléter la perturbation apportée par l'intoxication préalable. Un fait est, à ce sujet, particulièrement digne de remarque : « Une femelle, venant de la seconde portée de DM^6 (la seule, d'ailleurs, dont la descendance ait été suivie), a livré des intersexués dans sa 7^e^ et 8^e^ portée. Les deux femelles soumises au confinement (DM^6 et DM^7) ont donc donné, directement ou par leur descendance, des formes intersexuelles *à la même époque*. Le fait laisserait supposer qu'une certaine période d'incubation, si l'on peut dire,

est nécessaire à la manifestation de l'anomalie. Il faut noter que les conditions d'élevage (alimentation, température, etc.) n'ont pas subi de modification durant la période qui a précédé l'apparition des individus aberrants.

Les 12 intersexués examinés jusqu'ici offrent des formes et des dispositions analogues à celles que j'ai décrites chez *D. atkinsoni*. Il est à remarquer que depuis 1873, date à laquelle Kurz signale un exemple d'aberration « androgyne » chez une *D. magna*, aucun autre cas semblable n'avait été mentionné chez cette espèce, pourtant très répandue.

De nouvelles recherches, effectuées sur d'autres espèces de Cladocères, seront nécessaires pour décider si les anomalies sont régulièrement produites par le confinement et si elles proviennent d'une intoxication de l'ovaire due à l'accumulation des produits d'excrétion, ou s'il faut mettre en cause la succession trop brusque de conditions favorisant la parthénogenèse à d'autres propices à la reproduction gamogénétique. La première hypothèse est la plus vraisemblable, car les aberrations sexuelles sont fréquemment accompagnées de la production d'œufs avortés ou d'individus atrophiés.

BIOLOGIE. — *La spanandrie (disette de mâles) géographique chez un Isopode terrestre*. Note de M. **A. Vandel**, présentée par M. F. Mesnil.

C'est un fait bien connu que, chez les Isopodes du groupe des *Trichoniscus sensu stricto* (= *Spiloniscus* Racovitza), les mâles sont extrêmement rares dans les régions septentrionales et moyennes de l'Europe. Verhoeff (1917) a donné le nom de *Trichoniscus pusillus cœlebs* à cette race exclusivement parthénogénétique. Je crois que l'on peut conserver pour cette variété ou espèce le nom de *Trichoniscus pusillus* de Brandt (1833) : 1° parce que la diagnose de Brandt, très insuffisante d'ailleurs, se rapporte vraisemblablement à cette race parthénogénétique ; 2° parce que les espèces ou races parthénogénétiques ne pourront, probablement, jamais être déterminées de façon précise, la systématique des *Trichoniscinæ* étant établie sur des caractères tirés des appareils copulateurs mâles. Quoi qu'il en soit, ce *Tr. pusillus* n'est représenté dans toute l'Europe septentrionale et moyenne que par des femelles. Sars en Norvège, Budde-Lund au Danemark, Verhoeff et Dahl dans l'Allemagne du Nord, Carl dans la Suisse moyenne, n'ont jamais trouvé les mâles de cette espèce. Les nombreux exemplaires de *Tr. pusillus* que j'ai récoltés, soit aux environs de Paris, soit en Haute-Saône, étaient

tous des individus femelles. Quand les mâles existent, ils sont extrêmement rares [exemple : chez *Tr. rhenanus* Gräve (1914), 1 ♂ pour 200 ♀].

Par contre, dans le sud de l'Allemagne et de la Suisse et surtout dans les régions méditerranéennes, les mâles paraissent beaucoup plus communs, et, dans quelques cas, la proportion des sexes est tout à fait normale; il y a autant de mâles que de femelles. On trouve d'ailleurs tous les intermédiaires entre l'absence complète de mâles et l'égalité numérique des sexes. Chez les *Tr. noricus* Verh, *muscivagus* Verh., *nivatus* Verh., des Alpes bavaroises, *simplicifrons* Verh., d'Herzégovine, l'on rencontre les deux sexes, mais les ♀ sont toujours beaucoup plus communes que les ♂. Chez *Tr. provisorius* Rac., des Pyrénées, *fragilis* Rac. et *Gachassini* (Giard), d'Algérie, les ♂ sont relativement abondants quoiqu'en nombre moindre que les ♀. Enfin, chez un *Trichoniscus* que j'ai récolté à Banyuls-sur-Mer (Pyrénées Orientales), et qui paraît identique au *Tr. biformatus* Rac., des Alpes-Maritimes, j'ai trouvé, soit dans mes récoltes, soit dans les envois de M. le D[r] Migot, une proportion de 4 ♂ pour 3 ♀.

La reproduction bisexuée, qui paraît être la règle dans la région méditerranéenne, fait donc place, dans le nord, à une parthénogenèse constante accompagnée de la disparition totale ou partielle des mâles.

Ces faits sont intéressants par eux-mêmes, mais ils le sont d'autant plus qu'ils ne constituent pas un cas isolé, mais qu'ils représentent seulement un exemple particulier d'un phénomène très général.

Chez de nombreux Phyllopodes notostracés et conchostracés, les ♂ sont très rares (ou même inconnus) dans les espèces de l'Europe moyenne et septentrionale, tandis que dans les formes tropicales, les deux sexes sont aussi communs l'un que l'autre (Wolf, 1908). Les ♂ de nombreuses espèces d'Ostracodes du genre *Cypris* et genres voisins paraissent faire complètement défaut dans l'Europe tempérée, tandis qu'ils se rencontrent fréquemment dans les régions méditerranéennes (Moniez, 1891; Wohlgemuth, 1914). On trouve des exemples analogues chez les Insectes. Les ♂ de *Myrmecophila acervorum*, le curieux Gryllide commensal des fourmis, sont rarissimes dans l'Europe moyenne et la reproduction est exclusivement parthénogénétique; dans la variété *subdula*, d'Italie, les ♂ sont plus communs (1 ♂ pour 5 ♀ d'après Silvestri); enfin chez une espèce voisine, *M. Surcoufi* Chopard (1919), de l'extrême Sud algérien, le nombre des ♂ dépasse celui des ♀ (11 ♂ pour 2 ♀). Il en est de même pour certains Phasmides; les ♂ de *Clonopsis gallica* Charp. sont, en France, de vraies raretés, tandis qu'en Algérie, les ♂ de *Cl. algerica* Pant., simple variété

de *Cl. gallica*, sont aussi communs que les ♀. Il en est peut-être de même pour d'autres Insectes, comme *Rhodites rosæ*, des *Thysanopteres*, etc., mais des études précises sur la proportion des sexes suivant les différentes régions font encore défaut pour ces espèces. D'autres cas semblables seront certainement signalés quand l'attention des spécialistes aura été attirée sur cette question.

Et même, chez les plantes, on pourrait citer des faits du même ordre : dans le groupe des Algues brunes, le couple *Cutleria-Aglaozonia* présente, dans la Méditerranée et l'Océan, une alternance de générations régulières entre le sporophyte (*Aglaozonia*) et le gamétophyte (*Cutleria*). Mais, dans les mers du Nord, la forme *Cutleria* disparaît, et le tronçon asexué, *Aglaozonia*, subsiste seul. Les Phanérogames offrent également quelques faits de cet ordre : on ne rencontre les deux sexes de *Stratiotes aloides* qu'au-dessous de 55° nord (Ascherson, 1875; Wesenberg-Lund, 1912); au delà, on ne trouve que des pieds ♀, et, comme la parthénogenèse n'existe pas chez cette espèce, la plante se reproduit exclusivement par boutures dans les régions septentrionales.

Je propose de désigner ce phénomène de la disparition des mâles dans les régions septentrionales par le terme de *spanandrie géographique* (¹).

Ces phénomènes de spanandrie posent de multiples questions qui sont loin d'être résolues et que je me propose d'étudier :

La disparition des mâles et l'aptitude des œufs à se développer parthénogénétiquement sont des phénomènes très différents (²). Existe-t-il un rapport entre ces deux processus? Les femelles des races normalement bisexuées

---

(¹) Le terme de *spanandrie* a été créé par Marchal en 1911. Il le définit ainsi (*Annal. Sc. Nat. Zool.*, 9ᵉ série, t. 18, 1913, p. 268) : « J'ai donné le nom de spanandrie au phénomène de la disparition ou de l'extrême rareté des mâles dans une lignée qui est nettement spécialisée pour la reproduction bisexuée et qui succède à un cycle de générations parthénogénétiques ». Cette définition ne s'applique pas exactement aux phénomènes que j'ai décrits plus haut, mais je crois qu'il y a intérêt, au lieu de créer un mot nouveau, d'élargir la définition du terme de spanandrie, et de l'appliquer à tous les cas de disparition des mâles dans des races primitivement bisexuées, mais devenues ultérieurement parthénogénétiques, ou hermaphrodites, ou susceptibles de se reproduire asexuellement.

(²) Comme exemple typique de disjonction de ces deux phénomènes, on peut citer la mutation de *Rhabditis pellio*, étudiée par P. Hertwig (1920). Cette race, apparue brusquement, était caractérisée par l'absence complète de mâles ; comme les femelles n'étaient pas parthénogénétiques, cette mutation n'a pu être maintenue qu'artificiellement, en fournissant à ces femelles des mâles de la lignée normale.

possèdent-elles déjà naturellement une aptitude à la parthénogénèse ([1])? Quelles sont les différences qui existent entre l'ovogénèse et la réduction chromatique des femelles parthénogénétiques et celles des femelles fécondées ?

A quelles causes doit-on attribuer cette disparition des mâles dans les régions septentrionales ? Ce dernier problème est certainement très complexe. En tout cas, on peut affirmer, dès maintenant, qu'il ne s'agit pas d'une simple question de température. En effet, les mâles existent dans plusieurs races de *Trichoniscus* habitant les Alpes, à des altitudes relativement élevées, tandis que l'on ne rencontre que des femelles dans les plaines de l'Europe moyenne où la température est relativement douce.

Ces faits de spanandrie géographique montrent une fois de plus que des races dérivées d'espèces bisexuées peuvent se reproduire indéfiniment par parthénogénèse, sans qu'il en résulte aucun dommage pour l'espèce.

PROTISTOLOGIE. — *Sur un Péridinien, parasite intracellulaire des Vélelles.* Note de M. **R. Hovasse**, présentée par M. F. Mesnil.

Un important échouage de Vélelles, au pied même du laboratoire Marion (Marseille), m'a permis d'étudier une forme parasitaire que je crois nouvelle.

Il s'agit d'un Protiste de 8^{μ} à 12^{μ}, existant en abondance et se multipliant activement dans les canaux gastrovasculaires, dans la mésoglée et surtout à l'intérieur même des cellules bordant les quatre canaux radiaires des bourgeons sexués que portent les gonozoïtes du Cœlentéré.

Son ectoplasme vacuolaire est riche en inclusions tant basophiles qu'acidophiles, avec, entre les vacuoles, des mitochondries parfois réunies en un réseau périphérique.

L'endoplasme est dense, homogène, et généralement aucune membrane ne le sépare du noyau. Celui-ci ne paraît nulle part être au repos; il est très condensé et n'est formé que de chromosomes bacilliformes, courts, de volume et de nombre variés suivant les cellules. Ils sont disposés en un disque épais, que des sortes de canaux grossièrement parallèles traversent parfois, déterminant autour d'eux l'orientation des bâtonnets chromatiques. Il ne me paraît pas y avoir de centrosome, ni de fuseau mitotique.

---

(1) Parthénogénèse qui, de plus, doit être *thélytoque* pour assurer le maintien de l'espèce.

La division est un simple groupement des chromosomes aux deux extrémités de la cellule.

Cette description, si l'on fait abstraction du mode de vie et de la nature de l'hôte, est identique à celle que fait Chatton, dans sa remarquable monographie des Péridiniens parasites, à propos des sporocytes des *Blastodinium* Chatton.

Ces Péridiniens sont les hôtes de Copépodes planktoniques (Calanides, Corycœides et *Cyclops*) dont ils habitent l'estomac. L'adulte est enveloppé d'une cuticule résistante à travers laquelle il se nourrit par osmose. Par division, il fournit deux cellules dissemblables, l'une germinale qui continue à se diviser, produisant des sporocytes, l'autre somato-germinale en quelque sorte, qui s'accroît indivise, puis, comme sa mère, redonne une cellule strictement germinale et une autre qui se remet à croître, et ainsi de suite.

Les sporocytes sortent de la cuticule, passent dans l'intestin et sont rejetés au dehors. Ils se transforment alors en spores mobiles, les dinospores, fragiles, peu susceptibles de mener longuement une vie libre, et qui s'enkystent bientôt sans que leur destinée ultérieure soit connue.

Si le *Blastodinium* des Vélelles est simplement une espèce analogue à celle que nous fait ainsi connaître Chatton, et qui n'en diffère que par l'hôte, il doit exister dans la Vélelle un adulte en division, analogue à celui que je viens de décrire. Malgré toutes mes recherches, je n'ai pu le déceler, pas plus sur les coupes de deux individus infectés que par la dilacération d'une dizaine de Vélelles fixées à l'alcool.

Après leur mise en liberté, les sporocytes décrits par Chatton cessent bientôt de se diviser, et ne semblent pas se nourrir (à moins qu'holophytiquement). Tous les miens au contraire se multiplient activement, principalement ceux qui sont intracellulaires; leurs nombreuses enclaves me semblent l'indice d'une nutrition active, peut-être phagocytaire.

J'en arrive ainsi à penser qu'il doit y avoir entre ces organismes une différence non pas générique ou spécifique, mais plutôt de stade d'évolution.

Copépodes et Vélelles sont des êtres pélagiques, vivant dans les mêmes milieux; il me paraît vraisemblable que les Vélelles peuvent s'infecter en absorbant soit des dinospores libres, soit plutôt des Copépodes parasités. Trouvant un milieu plus favorable, les sporozoïtes y atteindraient le maximum d'adaptation parasitaire, la vie intracellulaire. *Blastodinium* deviendrait donc un parasite à deux hôtes.

Les Vélelles ne sont malheureusement pas des animaux de laboratoires,

c'est par exception qu'elles se rencontrent dans le golfe de Marseille; aussi ai-je tenu, à cause des lacunes de mon observation, à attirer sur ces jolis êtres l'attention des naturalistes travaillant sur des emplacements plus favorisés des courants marins, la connaissance de stades moins ou plus avancés dans l'évolution du parasite chez le Cœlentéré pourra seule permettre de trancher la question.

M. **A.-L. Herrera** adresse une Note intitulée : *Sur la présence de l'acide silicique chez les colloïdes organiques*, à propos de la Communication de MM. Malfitano et Catoire sur l'amylocellulose considérée comme composé d'acide silicique et amylose.

A 16 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 13 février 1922.)

Note de MM. *C. Matignon* et *M. Fréjacques*, Sur la transformation de l'ammoniaque en urée :

Page 456, *au lieu de*

$$\frac{1-2x}{x^2} = K,$$

lire

$$\frac{1-x}{x^2} = K.$$

Même page, ligne 5, *au lieu de* -6^{cal}, *lire* $-6^{cal},7$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mai 1922 (*suite*).

Les Ouvrages suivants de M. D. Zoel Garcia de Galdeano (*suite*) :

— *Tratado general de matemáticas.* Zaragoza, Casañal, 1916; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Correlaciones matemático-fisico-quimicas.* Zaragoza, Casañal, 1916; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Nociones de critica matemática.* Zaragoza, Casañal, 1916; 1 fasc. 25^{cm}.

— *Las construcciones matemáticas adaptadas al complemento de análisis infinitesimal.* Zaragoza, Casañal, 1916; 1 fasc. 25^{cm}.

— *La matemática hasta el presente y en sus aplicaciones futuras.* Madrid, Eduardo Arias, 1917; 1 fasc. 24^{cm}.

— *Mis últimos programas de elementos de cálculo infinitesimal y complementos con nociones de las teorias correspondientes.* Zaragoza, Casañal, 1917; 1 fasc. 22^{cm}.

— *Enseñanza matemática.* Zaragoza, Casañal, 1918; 1 fasc. 22^{cm}.

— *El progreso cientifico.* Zaragoza, Casañal, 1918; 1 fasc. 28^{cm}.

— *Mis divagaciones en el nuevo método de enseñanza matematica.* Zaragoza, Casañal, 1919; 1 fasc. 24^{cm}.

Vue d'ensemble sur les machines à calculer, par Maurice d'Ocagne. Paris, Gauthier-Villars, 1922; 1 fasc. 20^{cm}.

Observations and experiments on the occurence of spark lines (enhanced lines) in the arc. Part II : *Magnesium, zinc and cadmium*, by G.-A. Hemsalech and A. de Gramont. Extrait de *Philosophical Magazine*, may 1922).

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert I^er^, prince souverain de Monaco. Imprimerie de Monaco. Fascicule IX : *Hydroïdes, Plumaridæ*, par Maurice Bedot, 1921; 1 fasc. 35^{cm}.

— Fascicule LXI : *Tomoptérides*, par A. Malaquin et F. Carin, 1922; 1 fasc. 25^{cm}.

La mort et son mystère, par Camille Flammarion. Tome I : *Avant la mort*, 1920; tome II : *Autour de la mort*, 1921; tome III : *Après la mort*, 1922; 3 vol. 18^{cm}.

(*A suivre.*)

FIN DU TOME CENT-SOIXANTE-QUATORZIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1922.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 174.

A

B

C

D

E

F

G

H

L

M

N

O

P

R

S

T

U

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.
70013-23